Anchura de decaimiento del pión - Artículo de revisión

Decay Rate of the pion

Kelvin Julinio Ramos Villalobos \*

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Nacional de Trujillo, Av. Juan Pablo II s/n – Ciudad Universitaria, Trujillo, Perú.

\* Autor correspondiente: kramosv@unitru.edu.pe

ResumEN

Se hace una explicación del origen de la estructura V-A de la interacción débil y siguiendo las reglas de Feynman para procesos de interacción débil se logra obtener la amplitud de probabilidad para el decaimiento del pión cargado π-. Se aprovecha este resultado para determinar la razón de decaimiento del modo electrónico relativo al muónico cuyo valor es 1,283×10-4. Esto comprueba que el pión tiene una alta probabilidad en decaer en un muón μ- antes que un electrón e-.

**Palabras clave:** Estructura V-A de la interacción débil; amplitud de probabilidad; anchura de decaimiento.

abstract

An explanation of the origin of the V-A structure of the weak interaction is made and following the Feynman rules for weak interaction processes it is possible to obtain the probability amplitude for the decay of the charged pion π-. This result is used to determine the decay rate of the electronic mode relative to the muonic whose value is 1,283 × 10-4. This proves that the pion has a high probability of decaying by a μ- muon before an e- electron.

**Keywords:** V-A structure of the V-A weak interaction; probability amplitude; decay rate.

1. INTRODUCCIÓN

La interacción responsable de que las partículas presente decaimiento es conocida como interacción débil. Quizá la razón por la cual esta interacción no nos sea tan familiar, en comparación con las interacciones gravitacionales y electromagnéticas, radica en el hecho de que sus efectos son apreciables a distancias extremadamente pequeñas del orden de los 10-18m (una billonésima de billonésima de un metro); es decir, la interacción es de corto alcance. Y una característica de esta interacción, que la diferencia de la interacción nuclear fuerte, es que no conserva paridad.

El pión cargado π- es una anti-partícula con spin 0, según la clasificación hecha en el modelo estándar, pertenece al grupo de los mesones debido a que está constituido por un quark down (d) y un anti-up (ū), es la intermediadora de la fuerza nuclear fuerte y presenta una vida media muy pequeña de 8.4×10-17 segundos. Dentro del enorme número de las partículas predichas y descubiertas por los físicos se encuentra el muón cargado μ-, que a diferencia del pión ésta es una partícula leptónica, y es más pesada que el electrón e-.

Una explicación a la existencia del muón es el decaimiento del pión. Sucede que al momento de decaer el pión; éste tiene dos posibles canales a elegir, el canal del electrón y del muón, de estos dos el que presenta mayor probabilidad es el último. Decimos que el pión tiene una mayor inclinación para decaer por el muón.

Todo lo que se ha mencionado arriba es producto de haber encontrado una asimetría de paridad en los procesos de interacción débil durante la década de los 50 y de modificar las reglas de Feynman que llevan a obtener una expresión matemática para la razón de decaimiento del canal del muón respecto al canal del electrón.

Para los cálculos desarrollados y las ecuaciones que se presentan en a continuación se tendrá en cuenta el uso de las unidades naturales ℏ=c=1.

1. estructura v-a de la interacción débil

Un experimento que cambió nuestro modo de entender la física de las interacciones débiles lo realizó Chien-Shiung Wu y sus colaboradores en la década de los 50 cuando estudió el decaimiento nuclear β- del Cobalto-60 polarizado, 60Co→60Ni+e-+e. De acuerdo con Thompson (2013) el experimento se realiza en dos circunstancias. En la primera, se alinea un campo magnético **B** en la misma dirección que el momento magnético permanente **μ** que posee el 60Co y como resultado se obtiene un flujo de partículas beta con momento **p** a diferentes ángulos polares en el hemisferio 1 que tiene la misma dirección que el campo magnético (Figura.1 (izquierda)). En la segunda parte (Figura 1(derecha)), se hace una transformación de paridad: el momento **p** por ser una cantidad vectorial transforma como -**p**, el campo magnético **B** y el momento magnético **μ** por ser vectores axiales permanecen invariantes ante tal transformación, y como resultado se obtiene una razón de flujo de partículas beta en el hemisferio 2 (opuesto al hemisferio 1) mayor al que se obtuvo en la primera parte. Si la paridad se conservara en este proceso, ésta razón de flujo de partículas debería ser igual.

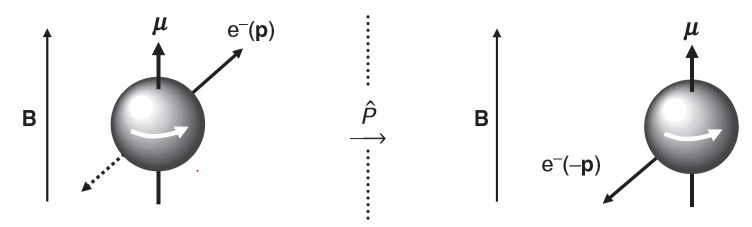


Figura 1. Decaimiento β- del 60Co

(Wu; Ambler; Hayward; Hoppes; Hudson, 1957) concluyen que una asimetría en la distribución entre θ y 180°- θ (donde θ es el ángulo entre la orientación del núcleo padre y el momento de los electrones) ha sido observada, esto es una prueba univoca que la paridad no es conservada en el decaimiento beta. Y de esto se confirma que el efecto de asimetría de paridad fue observado en el caso del 60Co orientado.

Se sabe que la corriente de interacción para QED y QCD (que conservan paridad) tiene naturaleza vectorial, pero como interacciones débiles violan paridad se hace necesario reconstruir su forma de modo que tenga en cuenta el efecto de la asimetría de paridad. Se toma una combinación de las formas bilineales covariantes e invariantes de Lorentz vector y axial vector. Así, la corriente de interacción entre fermiones y bosones viene dado por una combinación lineal de la corriente vector =ū(p)γμu(p)y la corriente vector axial =ū(p)γμγ5u(p). Teniendo en cuenta las transformaciones de paridad de los espinores u→γ0u y ū→ūγ0 y considerando el anti-conmutador {γ0,γ5}=0, las componentes temporal y espacial de la corriente vector ante tal transformación de paridad transforman como: →y →-, respectivamente. Las componentes de la corriente vector axial bajo paridad transforman como →-y →.

Por lo tanto

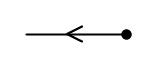
(1)

donde y son las constantes de acoplamiento vector y axial.

1. REGLAS DE FEYNMAN PARA EL ACOPLAMIENTO LEPTÓN-W±

Por cada partícula en estado final escribimos el espinor solución de la ecuación de Dirac ū(p) y por cada antipartícula en estado final escribimos el espinor υ(p). En la Figura 2 se muestra la representación grafica de tales estados.

ū(p)



υ(p)

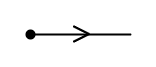


Figura 2: (a) Estado final de una partícula (b) Estado final de una antipartícula

La corriente de interacción débil, a diferencia de la corriente de interacción en QED, toma en cuenta la asimetría de paridad y en consecuencia el acoplamiento leptón-bosón. En la Figura 3 se muestra la representación del diagrama de Feynman para el acoplamiento -donde denota a los leptones de carga negativa: electrón y muón, les su correspondiente neutrino y representa al bosón intermediador de la fuerza débil. Las reglas de Feynman para este acoplamiento es dado por la ecuación (2)

-igwγμ(1-γ5)/(2) (2)

El propagador asociado con el intercambio de un bosón cargado es dado por -i(gμν-qμqν/ )/(q2-). donde q es el momento del bosón. Para bajas energías q2«, este propagador se reduce a

igμν/ (3)

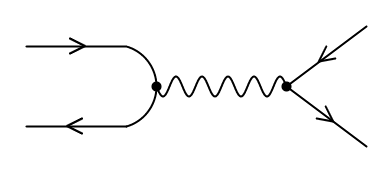


Figura 3: Representación de la interacción bosón-leptón

El diagrama de Feynman para el decaimiento de pion π-() →*l*-+*l* en los canales e- y μ- es mostrado en la Figura 4.

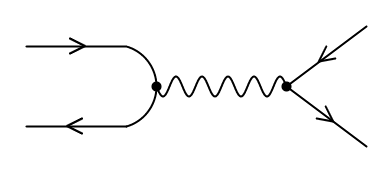


Figura 4. Diagrama de Feynman para el decaimiento del pión

1. AMPLITUD DE probabilidad

Aplicando las reglas de Feynman descritas anteriormente al diagrama de decaimiento del pión (Figura 4) en un sistema de referencia en el cual el pión cargado π- se encuentra en reposo (Figura 5), la amplitud de probabilidad para el decaimiento de esta partícula (π-→*l*-+*l* donde *l-* corresponde a los leptones electrón e- y muón μ- y *l* denota a su correspondiente antineutrino); ); con , y denotando el momento del pión, antineutrino leptónico y leptón, respectivamente, según Griffiths (2008), tiene la forma general

ℳ=/(8)[ū(3)γμ(1-γ5)υ(2)]Fμ (6)

donde: gw=1.26x10-5mp-2 es la constante de interacción débil, Mw=80.385±0.015GeV es la masa del bosón cargado W-, γμ son las matrices de Dirac y Fμ es el factor de forma para la interacción π-→W- y debido a que el pión tiene spin 0 éste es expresado, en términos de su momento μ, como Fμ=fπμ con fπ la constante del decaimiento del pion.

C:\Users\juliano\Desktop\nuclear\Final Presentation\reposo.PNG

Figura 5. Decaimiento del pión visto desde un sistema en cual se encuentra en reposo.

Teniendo en cuenta las propiedades de las trazas de las matrices de Dirac, a partir de (6) se deduce que la amplitud viene dado por (Griffiths, 2008):

‹|ℳ|2›=[fπ2/(64)]μνTr[γμ(1-γ5)2γν(1-γ5)(3-)] (7)

Si consideramos la definición =γμμ y la linealidad de las trazas (Tr[αA+B]= αTr[A]+Tr[B] donde α es un escalar, A y B son matrices), entonces al evaluar la traza que aparece en (7), ésta resulta ser

Tr[γμ(1-γ5)2γν(1-γ5)(3-)]=(2)λ(3)σTr[γμ(1-γ5)γλγν(1-γ5)γσ]-(2)λTr[γμ(1-γ5)γλγν(1-γ5)] (8)

De la ecuación (8) podemos ver que la traza en (7) se ha divido en dos términos, donde cada uno de ellos posee una traza diferente. En el Apéndice se evalúa cada una de éstas trazas haciendo uso de las propiedades de las matrices de Dirac. El resultado que se obtiene es el siguiente:

Tr[γμ(1-γ5)2γν(1-γ5)(3-)]= 8(2μ3ν-ημν23+2ν3μ+i(2)λ(3)σμλνσ (9)

Al sustituir (9) en (7) obtenemos

‹|ℳ|2›=[fπ2/(8)]μν(2μ3ν-ημν2.3+2ν3μ+i(2)λ(3)σμλνσ)

=[fπ2/(8)](μν2μ3ν-μνημν2.3+μν2ν3μ+i(2)λ(3)σμνμλνσ) (10)

Considerando la condición de Lorentz, =0, entonces el cuadrado de la amplitud para el decaimiento del pión viene dado por

‹|ℳ|2›=[fπ2/(8)](2(.2)(.3)-2(2.3)) (11)

Para obtener una forma simplificada de ésta amplitud de dispersión necesitamos expresar el valor de (2(.2)(.3)-2(2.3)) en términos de parámetros conocidos (como la masa de cada una de las partículas que están participando en el decaimiento). Este procedimiento se realiza a continuación.

Si observamos el diagrama de decaimiento del pión en Figura 4 nos damos cuenta que la conservación de la energía-momento es dado mediante

=2+3 (12)

De la relatividad especial de Einstein se sabe que el 4-momento al cuadrado para una partícula masiva, con masa en reposo , viene dado como =. En ese sentido, si asumimos que el antineutrino leptónico de momento es una partícula con masa despreciable, entonces 2.2=0. Para el leptón de masa se tiene 3.3=. A partir de la ecuación (12) y de los resultados últimos se deriva las siguientes relaciones:

.2=3.2 (13)

.3=2.3+ (14)

Otra ecuación que se deriva y se puede obtener fácilmente de la ecuación conservación de energía-momento en (12) es dado por

2(2.3)=.-2.2-3.3 (15)

Sabiendo que el pión de momento tiene masa , entonces se cumple que .=. Por lo tanto, en (15) se logra encontrar

2(2.3)=(-) (16)

A continuación hacemos uso de los resultados en (13), (14) y (16) para desarrollar uno de los términos que aparece en (11). Esto es,

2(.2)(.3)-2(2.3)=2[2.3(2.3+)]-2(2.3)

=2.3(22.3+2-2)

=(-)/2[(-)c2+2-]

=(-)/2 (17)

Al sustituir (17) en (11) obtenemos

‹|ℳ|2›=[fπ2/(8)]((-)/2)

=[/(16)] fπ2(-) (18)

Como podemos ver ‹|ℳ|2› es una constante debido a que depende únicamente de constantes conocidas. Lo único desconocido y que nos imposibilita conocer ‹|ℳ|2› es la constante de decaimiento del pión fπ. Sin embargo, es posible usar este resultado para calcular la razón de decaimiento para obtener información acerca del decaimiento que estamos estudiando. El cálculo se realiza en la siguiente sección.

1. Razón de decaimiento del pión

El ancho de decaimiento Г para el decaimiento π-→*l*-+*l*, el cual indica la probabilidad por unidad de tiempo para que el pión se desintegre, en términos de la amplitud de dispersión, viene dada por

Г=[4π/(32π2)][(-)/2]‹|ℳ|2› (19)

La demostración de (19) se hace en el Apéndice 2.

El resultado encontrado en (18), se sustituye en (19) y se obtiene

Г=(-)/(16π)[g4w/(16M4w)]fπ2(-)

=[/(256π)]fπ2(-)2 (20)

En (20) está implícito los dos modos de decaimiento que presenta el pión. Si se analizan cada uno de ellos se encuentra que para el canal del electrón =e, la anchura de decaimiento viene dado por

Г(π-→e-+)=[/(256π)]fπ2(-)2 (21)

mientras que para el canal del muón =μ se obtiene

Г(π-→μ-+)=[/(256π)]fπ2(-)2 (22)

De (21) y (22) podemos darnos cuenta que no es posible calcular cada uno de ellos por separado debido a que desconocemos el valor de la constante de decaimiento del pión fπ. Sin embargo, si es posible calcular la razón de decaimiento del modo electrónico π-→e-+, relativo al modo muónico π-→μ-+ (Cottingham, 2007).

Г(π-→e-+)/Г(π-→μ-+)=(-)2/(-)2 (23)

Se sustituye el valor de las masas del electrón =0.510999MeV, del muón =105.659MeV y del pión =139.570MeV en (23) y se obtiene como resultado (Griffiths, 2008)

Г(π-→e-+)/Г(π-→μ-+)=1.283×10-4 (24)

Como se puede observar, éste valor es muy pequeño. El valor experimental para tal razón de decaimiento es (1.235±0.005)×10-4(Czapek; Federspiel; Flückiger; Frei; Hahn; Hug; Hugentobler; Krebs; Moser; Muster; Ramseyer; Scheidier; Schlatter; Stucki, 1993). Esto comprueba que el pión presenta una preferencia de decaimiento hacia el muón antes que al electrón.

1. RESULTADOS y discusión

El resultado de que la paridad no se conserva para procesos donde interviene la interacción débil realizado por Chien-Shiung Wu es la base para entender los decaimiento de las partículas, da origen a la estructura V-A de la corriente de interacción débil y en consecuencia a modificar las usuales reglas de Feynman en QCD.

La amplitud de probabilidad para el decaimiento del pión encontrado en (18) depende solamente de las masas de las partículas que intervienen en el proceso, de la constante de interacción débil y de la constante de decaimiento del pión.

Del resultado obtenido en (20) se deduce que la razón de decaimiento solo depende de masas de las partículas involucradas en el decaimiento del pión π-; esto es, de la masa del muón, electrón y del pión mismo. Debido a la pequeñez del valor encontrado en (24), se deduce que es más probable que el pión cargado decaiga por canal del muón. Esto implica que una explicación de sobre la existencia del muón es el decaimiento del pión.

Si la masa del electrón fuera nula, entonces a partir del resultado en (23) se encontraría que la razón de decaimiento del canal del electrón relativo al canal del muón sería cero. Esto implicaría que el decaimiento del pión por el canal del electrón estaría prohibido.

1. conclusIONEs

Al estudiar los procesos donde interviene la interacción débil es necesario tener en cuenta que la paridad no se conserva. Las reglas de Feynman son de gran ayuda al momento de calcular la amplitud de probabilidad y la anchura de decaimiento en los decaimientos de las partículas. El pión cargado π- tiene una preferencia en decaer por el canal del muón μ- antes que por el canal del electrón e-. Esto implica que la existencia del muón es debido al decaimiento del pión.

1. agradecimIentos

A mis padres Sixto Ramos y Santos Villalobos por su apoyo moral y económico y al profesor Kelman Marín Rengifo por su notable contribución a la publicación del presente trabajo.

**Apéndice**

**Desarrollo de traza**

Para calcular

Tr[γμ(1-γ5)2γν(1-γ5)(3-)]=(2)λ(3)σTr[γμ(1-γ5)γλγν(1-γ5)γσ]-(2)λTr[γμ(1-γ5)γλγν(1-γ5)] (25)

Se consideran las siguientes propiedades de las matrices de Dirac (γ5)2=1, {γ5, γμ}=0 y el resultado de las trazas

Tr[γμγλγν]=0, Tr[γ5γμγλγν]=0, Tr[γμγλγνγσ]=4(ημληνσ-ημνηλσ+ηλνημσ), Tr[γ5γμγλγνγσ]=4iμλνσ (26)

donde μλνσ es el tensor de Levi-Civita en 4-dimensiones.

En consecuencia, la traza del primer sumando del miembro de la derecha en (25) viene a ser

Tr[γμ(1-γ5)γλγν(1-γ5)γσ]=Tr[γμγλγνγσ]- Tr[γμγ5γλγνγσ] -Tr[γμγλγνγ5γσ]+ Tr[γμγ5γλγνγ5γσ]

= Tr[γμγλγνγσ]+Tr[γ5γμγλγνγσ] +Tr[γ5γμγλγνγσ]+ Tr[γμγλγνγσ]

=8(ημληνσ-ημνηλσ+ηλνημσ)+8iμλνσ (27)

De manera similar, para la traza del segundo término del miembro de la derecha en (25) se tiene lo siguiente:

Tr[γμ(1-γ5)γλγν(1-γ5)]=Tr[γμγλγν]- Tr[γμγ5γλγν]-Tr[γμγλγνγ5]+Tr[γμγ5γλγνγ5]

=0 (28)

De los resultados (27) y (28), se deduce que (25) es dado por

Tr[γμ(1-γ5)2γν(1-γ5)(3-)]=8(2)λ(3)σ(ημληνσ-ημνηλσ+ηλνημσ+iμλνσ) (29)

La expresión en (29) puede desarrollarse aún más si consideramos la propiedad de subida y bajada de índices que permite la métrica, por lo tanto

Tr[γμ(1-γ5)2γν(1-γ5)(3-)]=8((2)λημλ(3)σηνσ-ημν(2)λ(3)σηλσ+(2)ληλν(3)σημσ+i(2)λ(3)σμλνσ)

=8(2μ3ν-μν23+2ν3μ+i(2)λ(3)σμλνσ) (30)

**Ancho de decaimiento en términos de la amplitud**

Según Thompson (2013), la razón de decaimiento del π- en las partículas *l*- y *l*, en términos de la amplitud de dispersión, viene dado mediante la integral

Г=[4π|**p**2|/(32)]ʃ|ℳ|2dΩ (31)

donde el momento del antineutrino *l* es dado por |**p**2|=(-)/2. Teniendo en cuenta que |ℳ|2 no depende de las variables angulares, se deduce de (31) que la razón de decaimiento para el pión viene dado por

Г=[4π/(32π2)][(-)/2]‹|ℳ|2› (32)

1. REFERENCIAS BibliografICAS

**Revistas o Journals**

Wu, C.; Ambler, E.; Hayward, R.; Hoppes, D.; Hudson, R. 1957. Experimental text of parity conservation in beta decay. Physical Review 105 (4): 1413-1415.

Czapek, G.; Federspiel, A.; Flückiger, A.; Frei, D.; Hahn, B.; Hug, C.; Hugentobler, E.; Krebs, W.; Moser, U.; Muster, D.; Ramseyer, E.; Scheidier, H.; Schlatter, P.; Stucki, G. 1993. Branching Ratio for the Rare Pion Decay into Positron and Neutrino. Physical Review Letters 70 (1): 17-20.

**Libros**

Cottingham, W. 2007. An Introduction to the Standard Model of Particle Physics: Weak Interactions-low energy phenomenology. 2da Edición. Editorial Cambridge University Press. New York. 93 pp.

Griffiths, D. 2008. Introduction to Elementary Particles: Weak Interactions. 2da Edición. Editorial WILEY-VCH . Zaragoza, USA. 321 pp.

Thompson, M. 2013. Modern Particle Physics: The Weak Interactions-V-A structure of weak interaction. Editorial Cambridge University Press. New York. 290 pp.