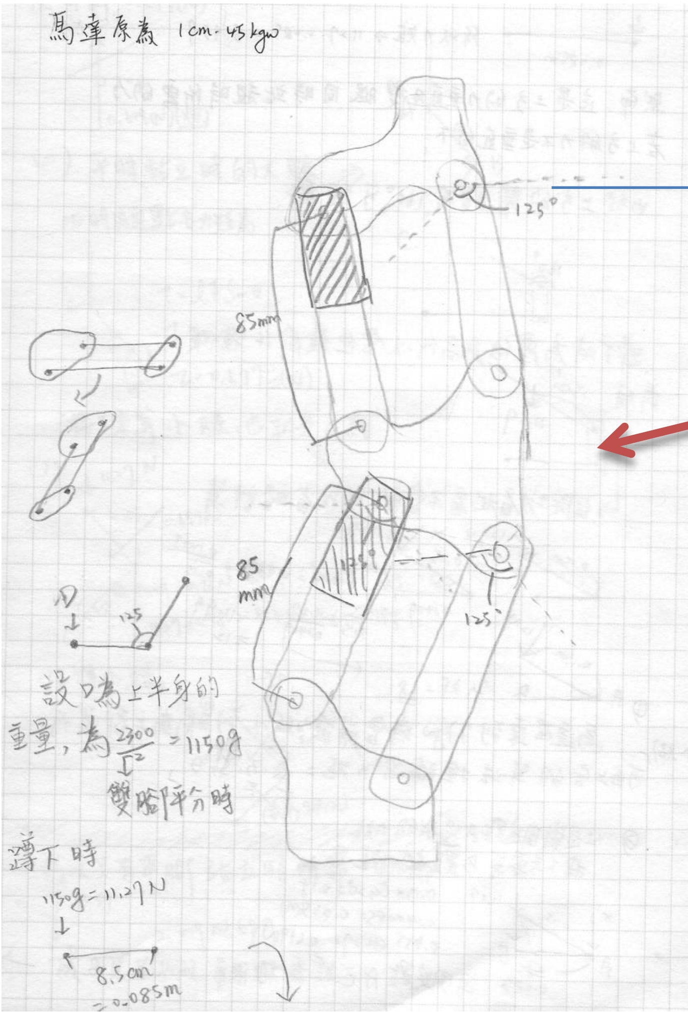
# 力矩的實務運用

~以機器人腳腳設計為範例~

由於最近在設計機器人的腿部結構，就上網搜尋了需多連趕曲桿的樣式，並稍作改造應用在機器人上，不過還有須多因素會需要考量進當中的，譬如馬力大小、力矩對馬達和結構的受力及解決方法等，希望能得出解決方法

先畫出結構&角度




彎曲最大角度

連桿腳的結構

上下腿都是使用
永遠平行的連桿

接下來是

計算力矩，

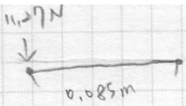
但是算到

上網找了

發現自己

上的差不

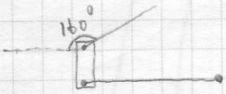
經過我精確的量測及設計，我讓角度上限全部固定在 125 度之間，而機器人體重上限為 3KG，所以計算時就將機器人設為 3KG 以利計算和事後的各種上限的調整




所以力矩 ⇒ 11.27·0.085 = 0.957

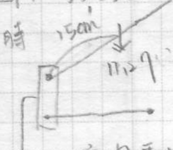
然而，這是上方的力垂直且雙腿同時站起時所需的力，
若上方的力不是垂直向下，

由於上方的關節有160°可旋轉，

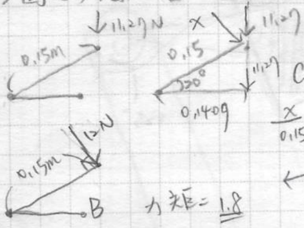



蹲下時為壓低身高所以會往最前 or 後傾

前時




固定物看起看不會動，所以省略計算




$\cos 20° \fallingdotseq 0.9396 = \frac{0.1409}{0.15}$

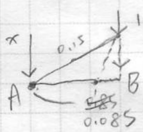
$\frac{x}{0.15} = \frac{11.27}{0.1409}$　$x = 11.99 \fallingdotseq 12$

① 力矩 = 1.8

馬達在達到7kgw時會崩齒，所以到目前為止都還行

(小結)「可由上面的算法推論出力矩 = 長·力·Sinθ」
r (半徑)　F

② 以上是對固定點A造成的力矩，
接下來要算B點的力矩




$0.15 \times \cos 20° = 0.14$
$0.14 - 0.085 = 0.055(m)$
$0.055 \times 11.27 = 0.619(N)$

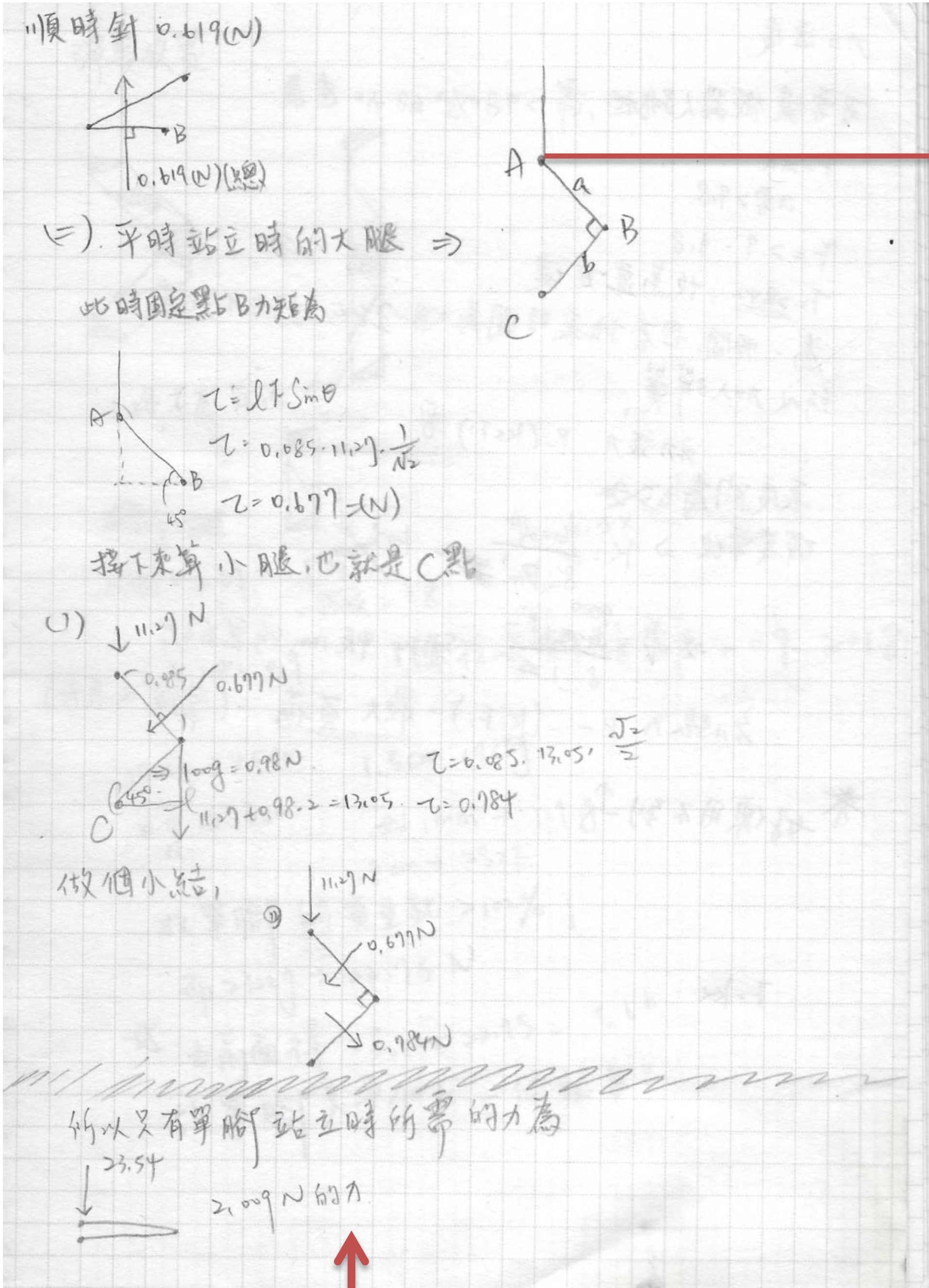
因固定點A已經為極限值，所以只算B為 →

比對了一下我發現的算法以及網路上的力矩公式

我：力矩 $= \mathrm{R} \times \mathrm{F} \times \sin\theta$

網路上的公式：$\tau = \mathrm{r} \times \mathrm{F} \times \sin\theta$

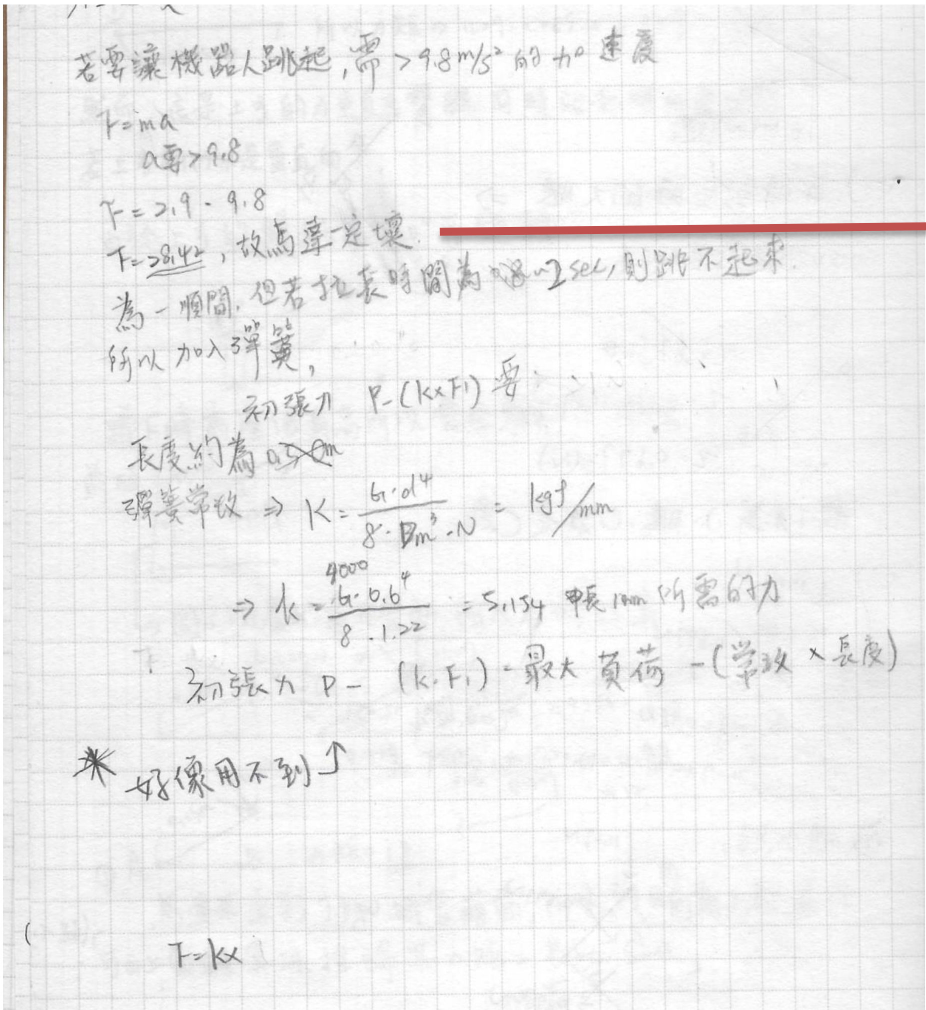
完全一樣！




A 點在摔倒或是格鬥時被打擊的負荷量最大，假設像前倒，在上方 15cm 處被以 2N 的力道撞擊，會產生該點 1cm 處 30N 的衝擊，而馬達鎖螺絲的孔位在 0.62 公分處，會產生 48.38 的扭矩，為馬達上限的 690%，故在最後一頁有其他解決方法

更多的計算

&單腳站立 or 跳躍縮需的力


若要讓機器人跳起，需 >9.8 m/s² 的加速度

$F=ma$

$a$ 要 $>9.8$

$F=2.9\cdot 9.8$

$F=28.42$，故馬達一定壞

為一瞬間，但若拉長時間為 0.8~2 sec，則跳不起來

所以加入彈簧，

初張力 $P-(K\times F_1)$ 要

長度約為 ~~0.5cm~~

彈簧常數 $\Rightarrow K=\frac{G\cdot d^4}{8\cdot Dm^3\cdot N}=kgf/mm$

$\Rightarrow K=\frac{\overset{4000}{G}\cdot 0.6^4}{8\cdot 1.2^3}=5.154$ 伸長 1mm 所需的力

初張力 $P-(K\cdot F_1)$-最大負荷-(常數×長度)

※好像用不到↑

$F=kx$

力道超過上限了

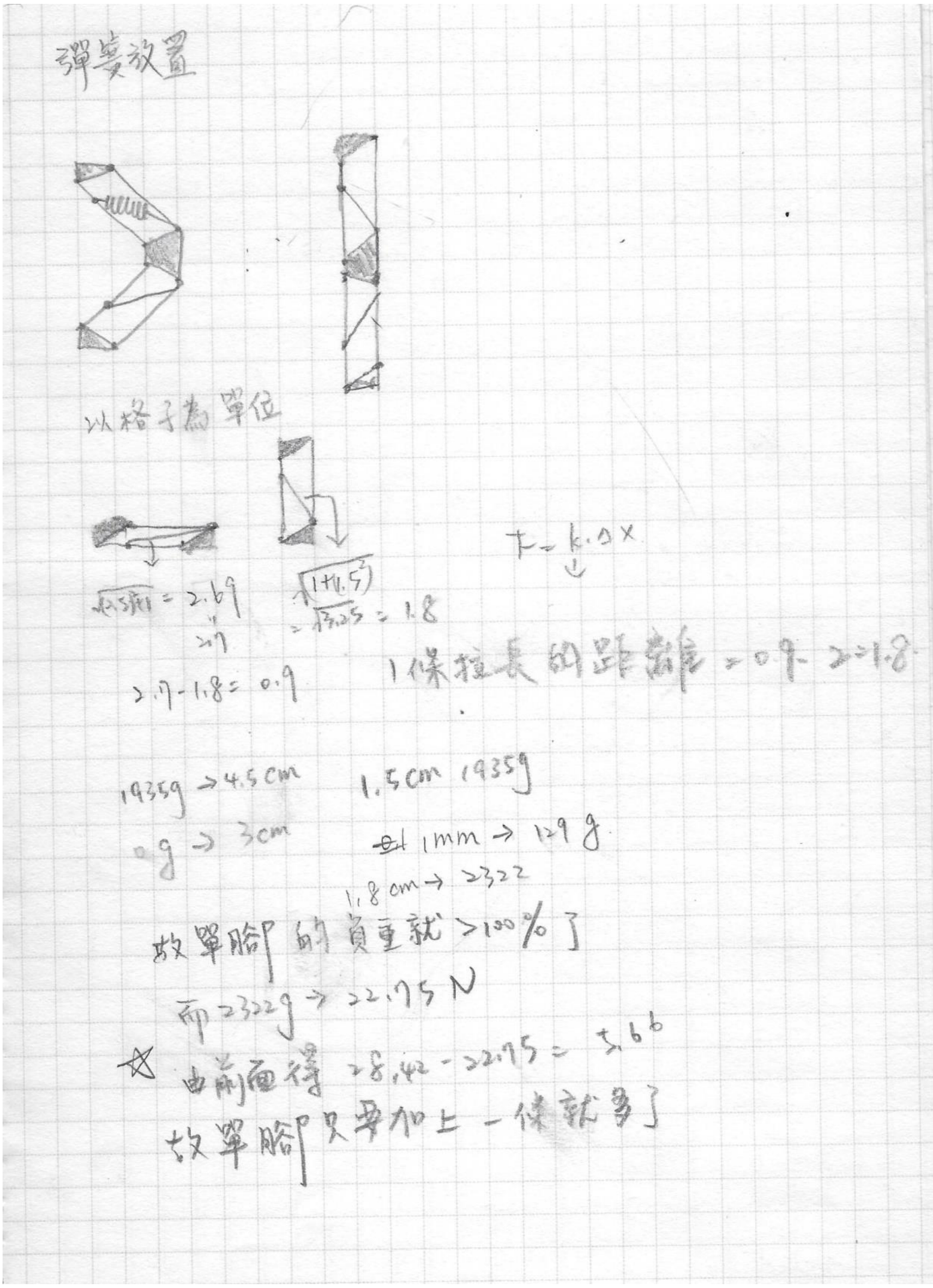
下面是彈簧定量和彈簧係數的計算，上網找了不少資料，最後得知

彈簧常數為 $K=\frac{G\times D^4}{8\times Dm^3\times N}={}^{KGF}/_{mm}$

但是後來發現這樣的算法會需要知道彈簧的初張力，所以我後來直接用游標卡尺

去量重量對長度的影響 $x=\frac{1935}{15}$ ，$0\le x\le 300$

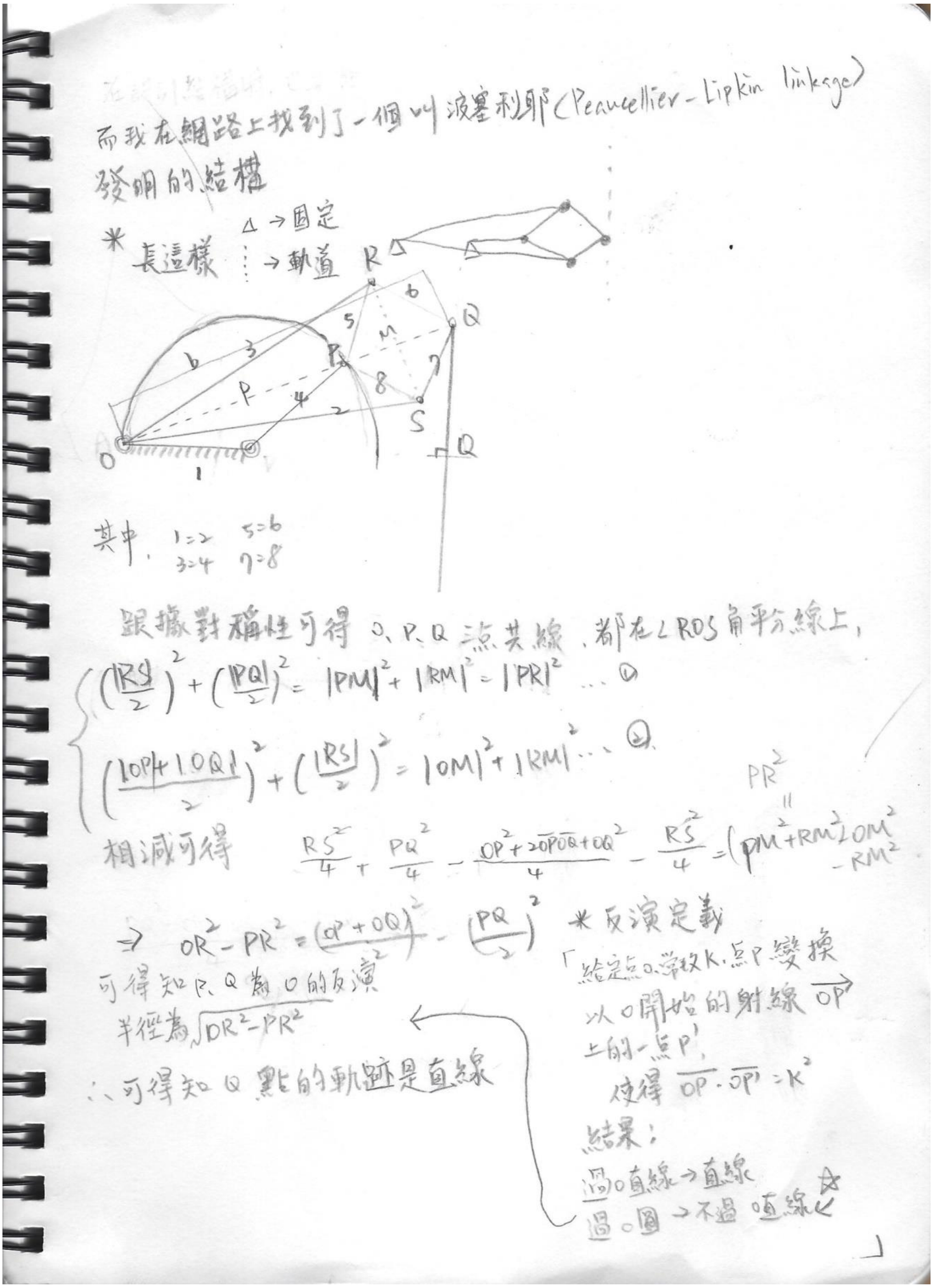
作難以編排




這麼一來，負重比也來到$\frac{28.42}{22.75}$=124.9%了

不過這樣會導致蹲下反而要出 24.9%的力，雖然更省電但是會使速度變慢而且動

作難以編排



而我在網路上找到了一個叫波塞利耶(Peaucellier-Lipkin linkage)
發明的結構

* 長這樣 △→固定 ⋮→軌道



其中，1=2 5=6
3=4 7=8

跟據對稱性可得 O、P、Q 三點共線，都在∠ROS角平分線上，

$$\left(\frac{|RS|}{2}\right)^2+\left(\frac{|PQ|}{2}\right)^2=|PM|^2+|RM|^2=|PR|^2 \quad \cdots ①$$

$$\left(\frac{|OP|+|OQ|}{2}\right)^2+\left(\frac{|RS|}{2}\right)^2=|OM|^2+|RM|^2 \quad \cdots ②$$

相減可得 $\frac{RS^2}{4}+\frac{PQ^2}{4}-\frac{OP^2+2\,OP\,OQ+OQ^2}{4}-\frac{RS^2}{4}=(\underbrace{PM^2+RM^2}_{=PR^2})-OM^2-RM^2$

$$\Rightarrow OR^2-PR^2=\left(\frac{OP+OQ}{2}\right)^2-\left(\frac{PQ}{2}\right)^2$$

可得知 P、Q 為 O 的反演
半徑為 $\sqrt{OR^2-PR^2}$

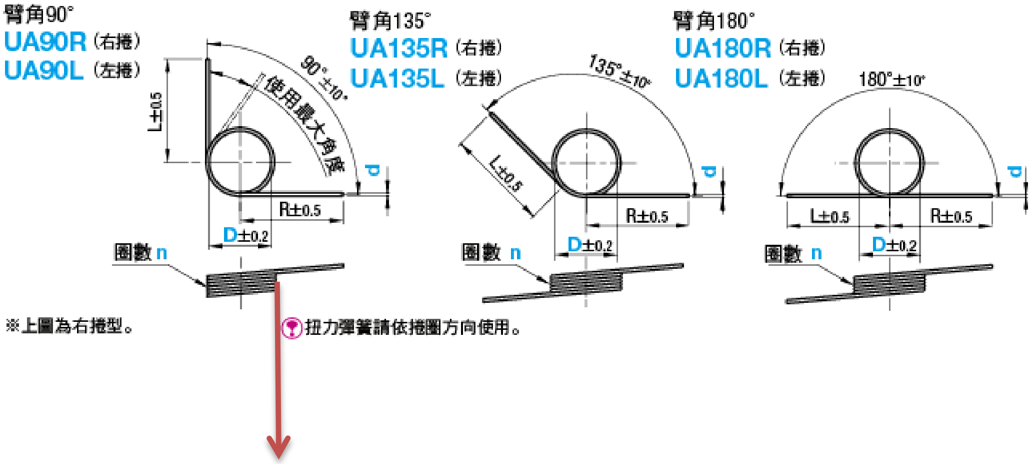
∴可得知 Q 點的軌跡是直線

* 反演定義
「給定點O，常數K，點P變換
以O開始的射線 $\overrightarrow{OP}$
上的一點P'
使得 $\overline{OP}\cdot\overline{OP'}=K^2$
結果：
過O直線→直線
過O圓→不過O直線」

基於上面會毀壞馬達的設計，我另尋了曲桿轉直線運動的結構，也試著找出其中數學的證明，試著弄懂

上面的算法有用到反演的公式，我也上網尋找其用法並試著解

我花了 10 幾天畫草圖和計算，又花了 2 周進行建模，是個大工程
這次設計當中，獲益最多的就是在彈簧的部分了，雖然最後是使用最普遍也是最原始的算法，不過在尋找過程中我也找到了各種彈簧的計算和計算原理等，尤其是扭力彈簧的計算複雜度




因為還包含了此區塊在受到壓縮或張力時會形變，線圈之見的間隙會不同，雖然有精細的算法不過大部分會忽略

總而言之，把數學拿到生活中實際應用比我想像的範圍還要廣，雖然計算過程貌似簡單，不過我還用了不少計算紙畫設計和計算，除了疲憊之外還有滿滿的成就感。