soru 1-) A= "xzyzzyx" B= "zxyyzxz" katarlarındaki en uzun ortak alt katarın uzunluğunu bulmak için LCS algoritmasını uygulayınız. Bu ortak uzunluk kaçtır? İki örnek katar yazınız.

Çözüm: $A = \overbrace{\text{`xzyzzyx"}}^{7} \rightarrow n=7$

$B = \underbrace{\text{`zxyyzxz'}}_{7} \rightarrow m=7$

			z	x	y	y	z	x	z
A↓	B →	0	1	2	3	4	5	6	7
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x	1	0	0	1	1	1	1	1	1
z	2	0	1	1	1	1	2	2	2
y	3	0	1	1	2	2	2	2	3
z	4	0	1	1	2	2	3	3	3
z	5	0	1	1	2	2	3	3	4
y	6	0	1	1	2	3	3	3	4
x	7	0	1	2	2	3	3	4	4

$L[n,m] = \underline{\underline{4}}$ (çünkü max 4 değerini bulduk)

1. katar → xzzz
2. katar → zyyx

Soru 3-) Aşağıda verilen "büyüme hızlarını" sıralayınız.

$\log(\log\cdot n)$, $2^{\log\cdot n}$, $(\sqrt{2})^{\log n}$, n^2 , $n!$

$(\log n)!$, $\left(\frac{3}{2}\right)^n$, n^3 , $\log^2 n$, $\log(n!)$

2^{2^n} , $n^{\frac{1}{\log n}}$, $\ln(\ln n)$, $\log\cdot n$, $n\cdot 2^n$, $n^{\log\cdot\log n}$

$\ln n$, 1 , $2^{\log n}$, $(\log n)^{\log n}$, e^n , $4^{\log n}$, $(n+1)!$

$\sqrt{\log n}$, $\log\cdot(\log n)$, $2^{\sqrt{2\cdot\log n}}$, n , 2^n , $n\cdot\log n$, $2^{2^{n+1}}$

Çözüm:

$$n! = \Theta\left(n^{\frac{n+1}{2}}\cdot e^{-n}\right)$$

$$\log(n!) = \Theta(n\cdot\log n)$$

$$(\log n)! = \Theta\left((\log n)^{\frac{\log n+1}{2}}\cdot e^{-\log n}\right)$$

$2^{2^{n+1}} > 2^{2^n} > (n+1)! > n! > e^n > n\cdot 2^n > 2^n > \left(\frac{3}{2}\right)^n >$

$n^{\log(\log n)}$ ve $(\log n)^{\log n} > (\log n)! > n^3 > n^2$ ve $4^{\log n} >$

$n\cdot\log n$ ve $\log(n!) > n$ ve $2^{\log n} > (\sqrt{2})^{\log n} > 2^{\sqrt{2\log n}} > \log^2 n >$

$\ln n > \sqrt{\log n} > \ln(\ln n) > 2^{\log\cdot n} > \log\cdot(\log n)$ ve $\log\cdot n >$

$\log(\log\cdot n) > 1$ ve $n^{\frac{1}{\log n}}$

Soru 4-) Aşağıdaki algoritmanın analizini "yineleme yapılarını saymak" yolunu seçerek yapınız.

(n : positive integer)

```
a ← 0
for i ← 1 to n-1
    for j ← i+1 to n
        for k ← 1 to j
            a ← a+1
return a
```

Çözüm:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \sum_{k=1}^{j} 1 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} j$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left(\sum_{j=1}^{n} j - \sum_{j=1}^{i} j \right) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{n(n+1)}{2} - \frac{(i)(i+1)}{2} \right)$$

$$= \frac{n(n+1)(n-1)}{2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (i^2 + i)$$

$$= \frac{n(n+1)(n-1)}{2} - \frac{1}{2} \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{6} \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{(n-1)(n)}{2} \right)$$

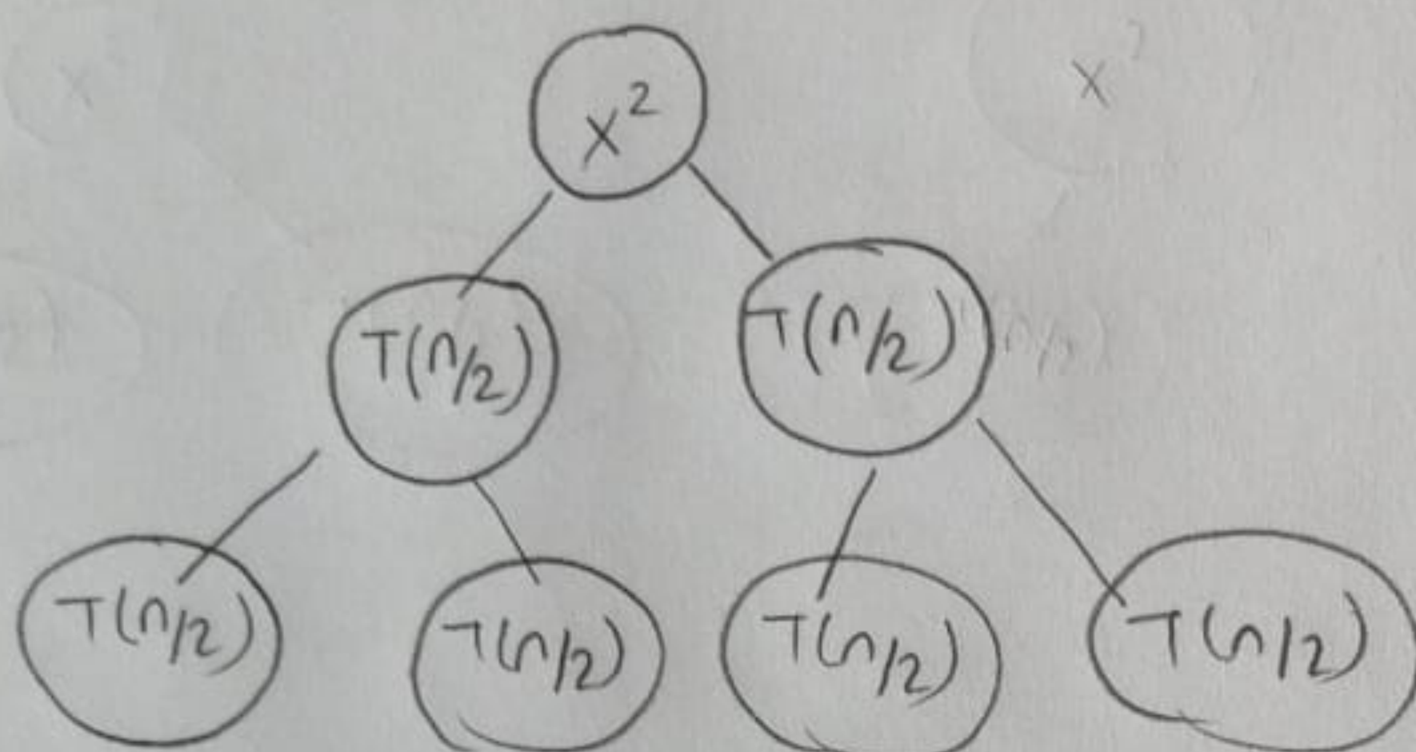
$$= \frac{1}{2} n(n-1) \left[n+1 - \frac{(2n-1)}{6} - \frac{1}{2} \right)$$

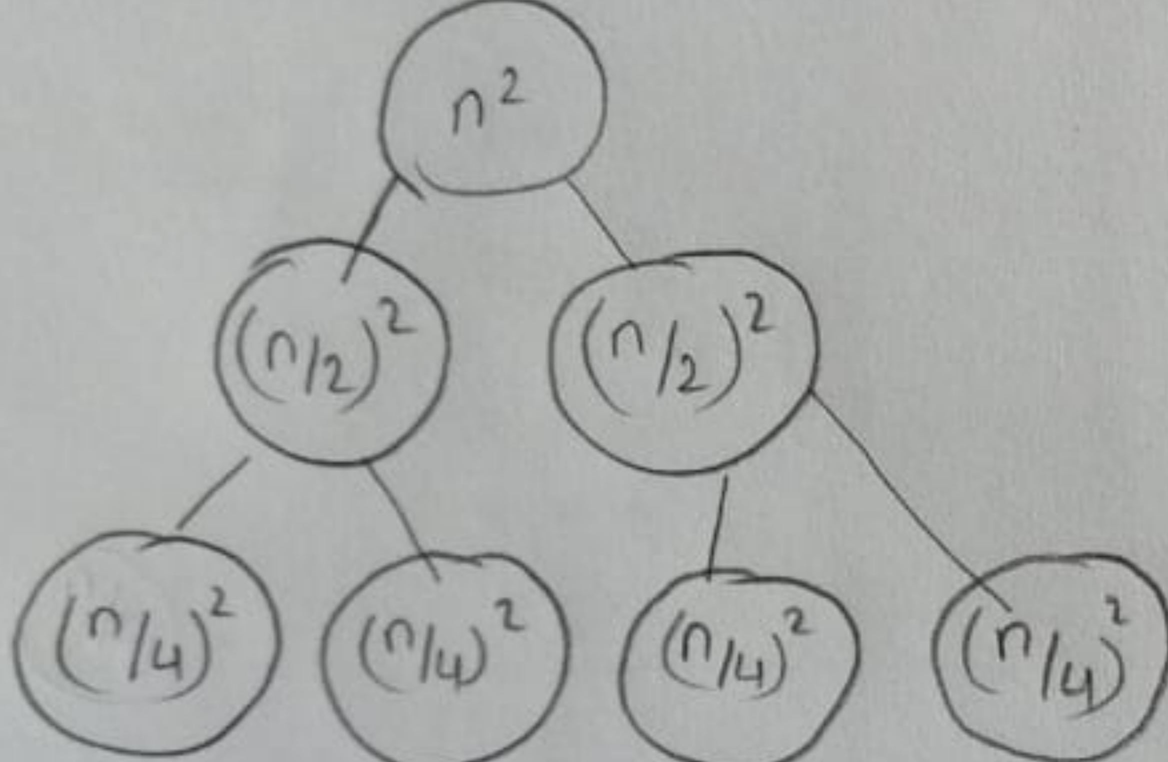
$$= \frac{1}{12} n(n-1)(4n+4) = \frac{1}{3} n(n-1)(n+1)$$

$$= \Theta(n^3)$$

Soru 5-) Aşağıdaki algoritma calışma zamanı tanımına göre "rekürsif cagrımları sayma" yolunu secerek $T(n)$ calışma zamanını asimptotik olarak bulunuz.

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$





$$T(n) = n^2 + (n/2)^2 + (n/4)^2 + \cdots + \log n$$

$$T(n) \le \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^i}\right)$$

$$T(n) \le n^2\left(1/1 - (1/2)\right) \le 2n^2$$

$$\underline{\underline{T(n) = \Theta(n^2)}}$$

Soru 6-) Aşağıdaki tanımları verilen algoritmaların çalışma zamanı asimptotik bilgilerini Master teoremi ile hesaplayınız.

6.1-) $T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + 1$

Formül: $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{b}\right) + \theta(n^x \cdot \log^y n)$

1-) Eğer $a > b^x \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a})$

2-) Eğer $a = b^x \rightarrow$ $y > -1 \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a} \cdot \log^{y+1} \cdot n)$

$y = -1 \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a} \cdot \log\log n)$

$y < -1 \rightarrow T(n) = \theta(n^{\log_b a})$

3-) Eğer $a < b^x \rightarrow$ $y \geq 0 \rightarrow T(n) = \theta(n^x \cdot \log^y n)$

$y < 0 \rightarrow T(n) = \theta(n^x)$

Çözüm:

$a = 1$

$b = \frac{3}{2}$

$x = 0$

$y = 0$.

$1 = \left(\frac{3}{2}\right)^0$ (2. durum) $\rightarrow y = 0 > -1$

$T(n) = \theta(n^{\log_{3/2} 1} \cdot \log^1 \cdot n)$

6.2-) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n \cdot \log n$

$a = 3$

$b = 4$

$x = 1$

$y = 1$

$3 < 4^1 \rightarrow$ (3. durum) $\rightarrow y = 1 \geq 0$

$T(n) = \theta(n^1) = \theta(n)$

6.3-) $T(n) = 4 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n$

$a = 4$

$b = 2$

$x = 1$

$y = 0$

$4 > 2^1 \rightarrow$ (1. durum)

$T(n) = \theta(n^{\log_2 2^2}) = \theta(n^2)$