



SAKARYA
ÜNİVERSİTESİ

BSM 310 YAPAY ZEKA

CEMİL ÖZ, İSMAİL ÖZTEL

~ GENETİK ALGORİTMALAR ~

KONULAR

- Genetik algoritmalara giriş
- Temel kavramlar
- Genetik algoritma adımları
- Kromozom oluşturma yöntemleri
- Genetik algoritma operatörleri
- Genetik algoritma parametreleri
- Kromozom seçim yöntemleri
- Örnek uygulamalar

Giriş

- Canlılarda karakterleri belirleyen yapılar "gen"lerdir (DNA blokları).
- Genler bir bireye ait kalıtsal olan tüm bilgileri temsil eder.
- Her gen kromozomlar üzerinde belirli yerlerde bulunur.
- Kromozomlar kendini eşleyerek kromatitleri oluşturur.
- İki farklı kromozomun kromatitleri arasında meydana gelen değiş-tokuş işlemi "çaprazlama" olarak isimlendirilir.
- Çaprazlama işlemi sayesinde, ebeveynlerden farklı genetik yapıya sahip kromozomlar meydana gelir.

Giriş

- Çeşitli nedenlerle DNA kendini eksiksiz olarak eşlemeyebilir ve genetik değişimler gözlemlenebilir.
- Bu değişimler kromozomlar ya da genler üzerinde olabilir ve bu durum "mutasyon" olarak adlandırılır.
- Bu durumda mutasyona uğrayan hücre ya ölür ya işlevsel açıdan değişikliğe uğrar ya da genetik şifrenin yeniden düzenlenmesini sağlayacak güçteki hücresel mekanizmalar devreye girer.
- Onarım mekanizmaları sayesinde hasarlı bölgeler yeniden oluşturulabilir.

Genetik algoritmalar - giriş

- 1967 yılında ilk defa Bagley tarafından dile getirilmiştir.
- 1975 yılında, biyolojik bir süreç içerisinde, doğal seçim ve genetik popülasyonların modellenmesi olarak John Holland tarafından ortaya konmuştur.
- 1985 yılında, ilk kez, kısıtlı optimizasyon problemleri kapsamına giren çizelgeleme yöntemlerinden biri olan atölye çizelgeleme problemlerinde etkili olarak kullanılmıştır.
- 1995 yılında Chen ve arkadaşları genetik algoritmaların literatürdeki diğer sezgisel algoritmalarından daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir.

Genetik algoritmalar - giriş

- Problemin zorluk derecesinin bilinmesi problemin çözümü için en iyi yöntemin uygulanmasını sağlar.
- Polinomial (P) olan denklemler çözülmesi, incelenmesi kolay olan denklemlerdir ve kısa sürede sorunu çözen yöntemleri mevcuttur.
- Eğer bir denklem yada sistem polinomial değilse çözülmesi zordur.
- NONpolinomial problemler için kısa sürede gerçek çözümü bulan algoritmalar mevcut değildir ve bu nedenle böyle problemlerin yaklaşık çözümlerini bulmak amacı ile ortaya konmuş algoritmalar vardır.

Genetik algoritmalar - giriş

- Uygulamada, problemlerin çoğu için kesin çözümden ziyade kısa sürede yaklaşık bir çözümün bulunması istenir. Bu nedenle NP problemlerin çözümünde probleme özgü olarak sezgisel yöntemler yardımıyla geliştirilen algoritmalar kullanılır.
- Problemlerin çözümü için kullanılan algoritmaların sonuca kısa sürede ulaşması esastır. Bir algoritmanın en yaygın performans ölçütü, algoritmanın sonucu bulana kadar geçen süredir.

Genetik algoritmalar - giriş

- GA sezgisel bir yöntem olduğundan dolayı verilen bir problem için kesin sonucu bulamayabilir, ancak bilinen yöntemlerle çözülemeyen yada çözüm zamanı problemin büyüklüğü ile üstel olarak artan problemlerde kesin sonuca çok yakın çözümler verebilir.
- GA
 - fonksiyon eniyilemesi,
 - çizelgeleme,
 - tasarım,
 - finans,
 - pazarlama gibi başarılı uygulama alanları bulunmaktadır.

Genetik algoritmalar - temel kavramlar

- Genetik algoritmalar (GA), doğadaki canlıların geçirdiği süreci örnek alır: iyi nesillerin kendi yaşamlarını korurken, kötü nesillerin yok olması ilkesine dayanır.
 - bu algorithmada anne ve baba bireyden (bir önceki nesil) doğan yeni iyi bireylerin şartlara uyum sağlayıp yaşamlarını devam ettirmesi prensibi ile çözüme yaklaşılr.
- Genetik algoritmanın önemli özelliklerden biriside bir grup üzerinde çözümü araması ve bu sayede çok sayıda çözümün içinden en iyiyi seçmesidir.

Genetik algoritmalar - temel kavramlar

- Goldberg'ın tanımına göre GA, rastlantısal arama tekniklerini kullanarak çözümü bulmaya çalışan, parametre kodlama esasına dayanan sezgisel bir arama tekniğidir.
- Yeni bireyler, anne ve babasından gelen iyi genleri bünyelerinde muhafaza edebildikleri gibi kötü genleri de almış olabilir. Bu durumda kötü genlere sahip bireylerin varlıklarını sürdüremeyecektir.

Genetik algoritmalar - temel kavramlar

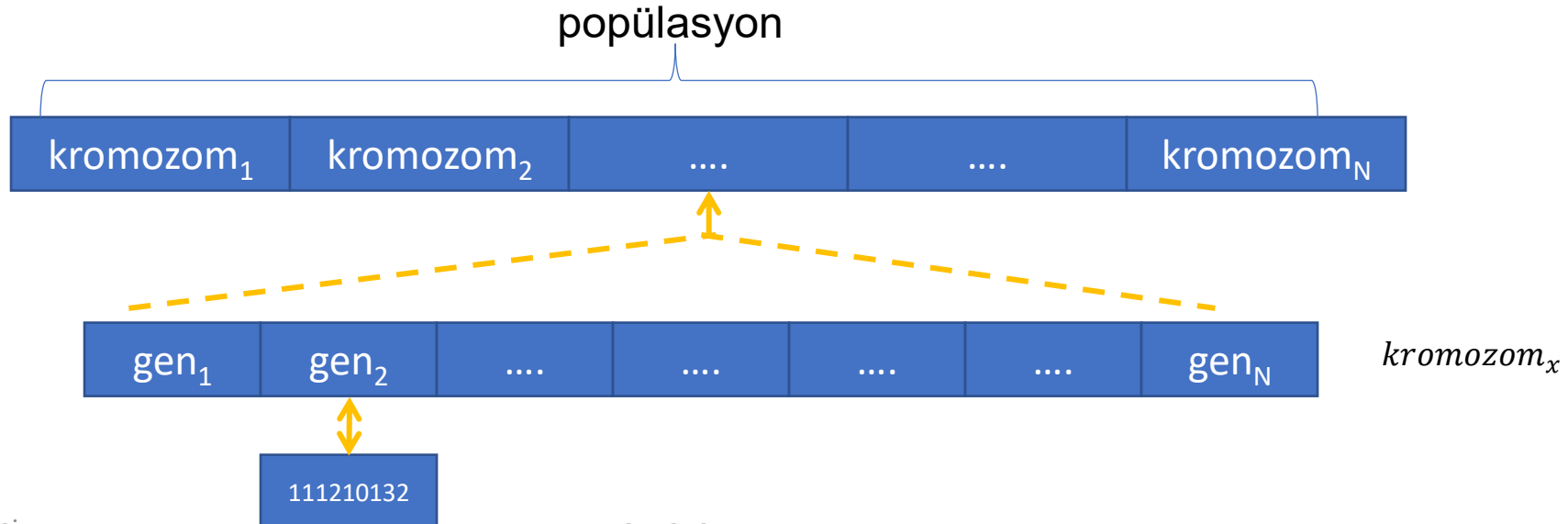
- Genetik algoritmalarda genellikle aday sonuçlar aynı boyutlu vektörler ile ifade edilir.
- Başlangıçta bu vektörler (kromozom) raslantısal olarak seçilir ve belirlenen boyutta bir popülasyon oluşturulur.
- Bu vektörler değişikliğe uğrayarak yeni nesilleri meydana getirirler.

Genetik algoritmalar – temel kavramlar

- Yeni nesiller yeniden üretim, çaprazlama ve mutasyon işlemleri ile üretilebilir.
- Bu işlemler her bir işlem için özel olarak oluşturulan operatörler yardımı ile gerçekleşir.
- Oluşan her yeni jenerasyondaki kromozomların amaç fonksiyonuna göre başarımı ölçülür.
- Operatörlere girecek olan kromozomlar amaç fonksiyonundan elde edilen değerlere göre rastgele seçilir.
 - Örneğin yeniden üretim ve çaprazlama işlemleri için uygunluk değeri yüksek olan kromozomların seçilme ihtimali daha yüksektir.

Genetik algoritma adımları

- Standart bir genetik algoritma aşağıdaki adımları takip eder:
 - Olası çözümleri (kromozom) içeren bir başlangıç çözüm uzayı (popülasyon) oluşturulur.
 - Popülasyon büyüklüğü ile ilgili bir standart olmamak ile birlikte genellikle 100-300 arasında bir değer seçilir.
 - Sayı belirlendikten sonra kromozomların kodlanması aşamasına geçilir...



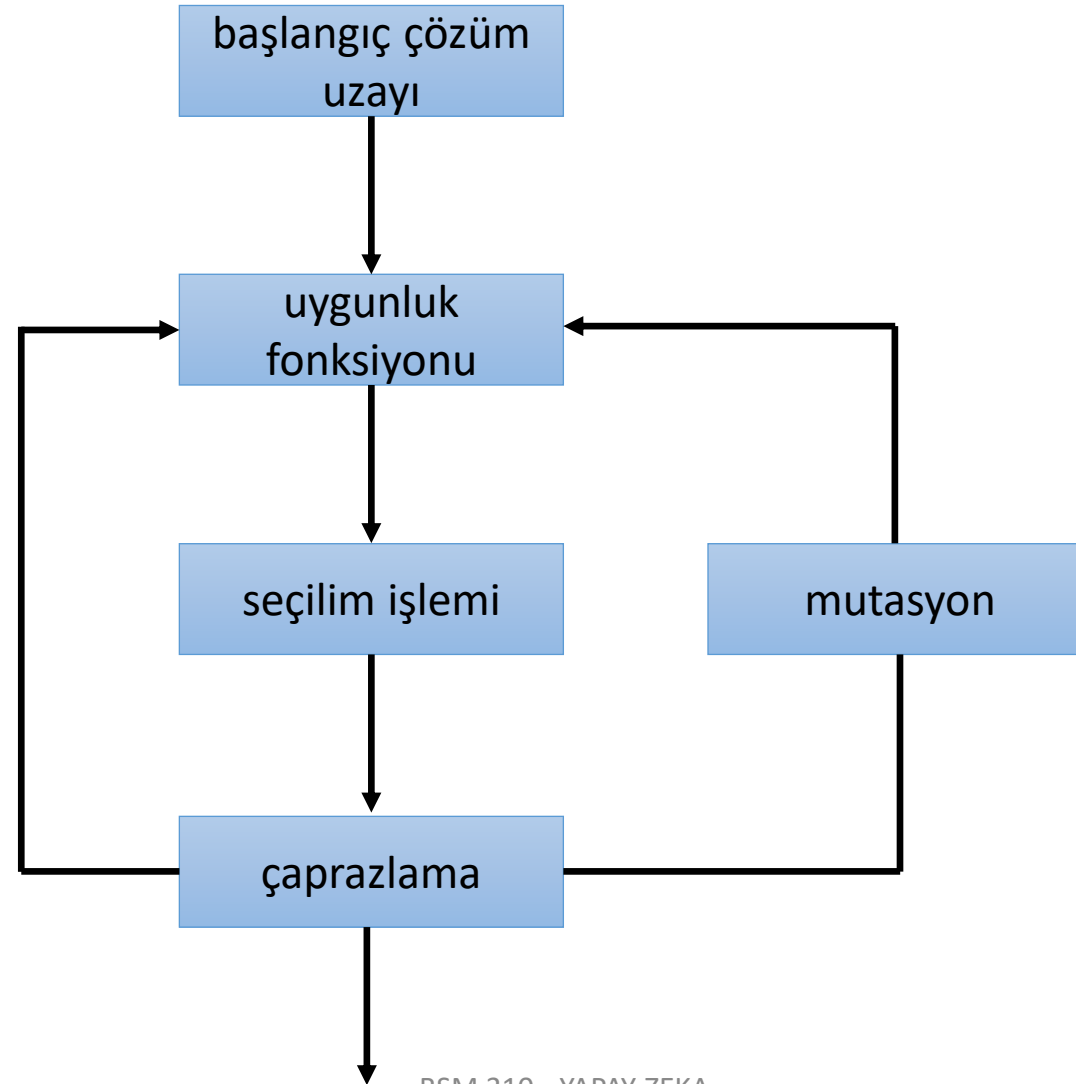
Genetik algoritma adımları

- Kromozomların uygunluk değerleri hesaplanır.
 - Bunun için uygunluk fonksiyonu kullanılır.
 - Uygunluk fonksiyonu probleme özgü geliştirilir.
 - Genetik algoritmanın genel başarımı bu fonksiyonun problem için verimli ve hassas olmasına bağlıdır denilebilir.
- Rastgele seçilen kromozomlar üzerinde çaprazlama ve belirli bir olasılıkla mutasyon işlemleri yapılır.
 - Seçim işlemi için rulet tekerleği seçimi, turnuva seçimi, vb. yöntemler kullanılır.
 - Bu şekilde yeni jenerasyonlar meydana gelir.

Genetik algoritma adımları

- Popülasyon sayısının sabit tutulması gerektiğinden yeni kromozomlar için eski kromozomlar elenir.
- Yeniden uygunluk fonksiyonu ile tüm kromozomlar değerlendirilir ve toplumun başarısı bulunur.
- Verilen zaman içerisinde işlemler tekrarlanır (genel olarak tekrarlama sayısı 50-500 arası) ve daha iyi kromozomlar oluşur.
- En iyi bireyler bulunduğunda çözüm elde edilmiş olur.

Genetik algoritma adımları



Genetik algoritma adımları

- Genetik algoritmalarda sorunlardan biri kromozomların nasıl oluşturulacağı ve şifreleneceği ile ilgilidir.
- Bir diğer sorun ise çaprazlama işlemi için ebeveynlerin nasıl seçileceğidir.
 - Seçilim ile ilgili temel düşünce uygunluk fonksiyon değeri daha iyi olan ebeveynlerin seçilmesidir.
- Yeni oluşan jenerasyonda bir önceki jenerasyonda yer alan en iyi bireyler yer almayabilir.
 - Bu durumla başa çıkmak için mevcut popülasyondaki en iyi sonuçlar yeni popülasyona bir değişikliğe uğramadan kopyalanabilirler.

Kromozom oluşturma yöntemleri (şifreleme / encoding)

- İkili kodlama:
 - En çok kullanılan yöntemdir.
 - Kromozomlar 0 ve 1'lerden oluşur.
 - Her bit çözüme ait bir özelliği temsil eder.
 - Ör: A: 1011011001
B: 0010110010
- Permutasyon kodlama:
 - Gezgin satıcı problemi gibi permutasyon problemlerinde kullanılır.
 - Her kromozom bir numara dizisidir.
 - İkili düzende de kodlama yapılabilir.
 - Ör: A: 3520411 → 011101010000100001001

Kromozom oluşturma yöntemleri (şifreleme / encoding)

- Değer kodlama:
 - Kompleks niteliklerin yer aldığı problemlerde kullanılır.
 - Değerler problem ile ilişkili olup gerçel sayı, karakter, kompleks nesne olabilir.
 - Ör: A: 3,17 6,12 5,01 7,14 8,09, 77,5
B: ADPKMDKJERGL
C: (yukarı) (aşağı) (aşağı)(ileri)

Genetik algoritma operatörleri

- Çaprazlama işlemi en basit haliyle iki kromozomun belirli parçalarının takasıdır.
 - Bu takas işlemi çeşitliliği, dolayısıyla iyi özelliklerin bir araya gelmesini kolaylaştırır.
 - Çaprazlama olasılığı 0.5 - 1 aralığında tavsiye edilir.
- Mutasyon ise kromozomun bir parçasının dış müdahale ile değiştirilmesidir.
 - Etkisi tek bir kromozom üzerinedir.
 - Mutasyon olasılığı genellikle 0.01 - 0.001 aralığında tavsiye edilir.
- Kodlama türlerine bağlı olarak çaprazlama ve mutasyon işlemleri farklılıklar gösterebilir.

Genetik algoritma operatörleri

- İkili kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Çaprazlama: 4 farklı şekilde gerçekleştirilir:
 - Tek noktalı gen takası: Bir çaprazlama noktası seçilir. Bu noktaya kadar olan genler birinci ebeveynden, bu noktadan sonraki genler ise ikinci ebeveynden gelir. Ör:
KR_1 : 100 | 11001100
KR_2 : 010 | 00110011
ÇKR_1: 10000110011

Genetik algoritma operatörleri

- İkili kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Çaprazlama: 4 farklı şekilde gerçekleştirilir:
 - Çift noktalı gen takası: Bu durumda iki farklı kırılma noktası belirlenir. ilk noktaya kadar olan genler birinci ebeveynden, ikinci noktaya kadar olan genler ikinci ebeveynden ve bu noktadan sonraki genler ise yine birinci ebeveynden gelir. Ör:
KR_1 : 100|110|01100
KR_2 : 010|001|10011
ÇKR : 10000101100

Genetik algoritma operatörleri

- İkili kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Çaprazlama: 4 farklı şekilde gerçekleştirilir:
 - Tek biçimli gen takası: Bu durumda genler ebeveyn kromozomlardan rastgele şekilde çocuk kromozoma kopyalanmaktadır. Ör:
KR_1 : 10011001100
KR_2 : 01000110011
ÇKR : 10000010000

Genetik algoritma operatörleri

- İkili kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Çaprazlama: 4 farklı şekilde gerçekleştirilir:
 - Aritmetik gen takası: Bu durumda kromozomlar arasında aritmetik ya da lojik işlemler uygulanır. Ör: aşağıdaki iki kromozomun genleri arasında veya işlemi uygulanmıştır
KR_1 : 10011001100
KR_2 : 01000110011
ÇKR : 11011111111

Genetik algoritma operatörleri

- İkili kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Mutasyon: Mutasyon kromozomun herhangi bir genini rastgele değiştirir, belirlenen bit / bitler terslenir. Ör:
KR_1 : 10011001100
ÇKR : 10001001100

Genetik algoritma operatörleri

- Permutasyon kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Çaprazlama: bir kırılma noktası seçilir ve bu noktaya kadar olan genler birinci kromozomdan, bu noktadan sonra olan genler ise ikinci kromozomdan gelir.

KR_1 : 13579 | 97531

KR_2 : 02468 | 86420

ÇKR : 13579 86420

- Mutasyon: Rastgele iki gen seçilir ve yerleri değiştirilir.

KR_1 : 1357997531

ÇKR : 1157997533

Genetik algoritma operatörleri

- Değer kodlanmış kromozomlarda çaprazlama ve mutasyon:
 - Çaprazlama: İkili kodlamadaki tüm takas türleri burada da geçerlidir.
 - Mutasyon: Seçilen değerlere küçük bir sayı eklenerek ya da çıkarılarak kromozom mutasyona uğratılır. Ör:

KR_1 : 1,11 2,22 3,33 4,44 5,55

ÇKR : 1,11 2,33 3,33 4,40 5,55

Genetik algoritma parametreleri

- Genetik algoritmalarda çaprazlama ve mutasyon oranları, popülasyon büyüklüğü ve iterasyon sayıları algoritmanın çalışmasını çok büyük oranda etkilemektedir.
- Çaprazlama olasılığı:
 - Gen takasının ne kadar sıklıkla yapılacağını belirler.
 - Çaprazlamaya uğramayan bir kromozom bir sonraki nesle direk aktarılır, böylece ebeveyn kromozom ile çocuk kromozom aynı olur.
 - Çaprazlama oranı %0 ise tüm çocuklar ebeveynlerinin birebir kopyası olur; oran %100 olduğunda ise tüm çocuk kromozomlar gen takası ile meydana gelir.

Genetik algoritma parametreleri

- Mutasyon olasılığı:

- Mutasyon işleminin ne kadar sıklıkla yapılacağını belirler.
- %0 olasılıkla gerçekleşecek mutasyonlarda çaprazlama ya da kopyalama işleminden sonra oluşan çocuk kromozom aynen yeni popülasyona dahil edilir.
- %100 olasılıkla gerçekleşen bir durumda ise tüm kromozom değişikliğe uğrar.
- Mutasyon işlemi çözümün yerel minimumlara takılmasını engeller.

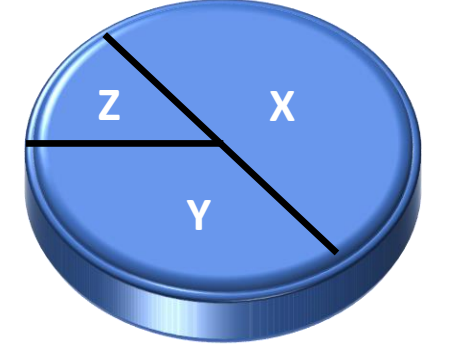
Genetik algoritma parametreleri

- Popülasyon büyüklüğü:
 - Popülasyondaki kromozom sayısını ifade eder.
 - Algoritmanın performansına direkt etki eder.
 - Popülasyondaki kromozom sayısının az olması durumunda uzay yeterince araştırılamadığından yerel minimuma yakalanma ihtimali vardır.
 - Sayının fazla olması da algoritmayı oldukça yavaşlatacaktır.

Kromozom seçim yöntemleri

- Çaprazlama işlemi için kromozomlar ebeveyn olmak için popülasyon içerisinde seçilirler.
- Darwin'e göre en iyi kromozomlar yeni kromozomu oluşturmalıdır.
- Genetik algoritmalarda en iyi kromozomları seçmenin rulet tekeri seçimi, sıralama seçimi, turnuva seçimi, sabit durum seçimi, boltzman seçimi gibi bir çok yöntem vardır.

Kromozom seçim yöntemleri



- Rulet tekeri seçimi:
 - Seçilme işlemi kromozomların uygunluk değerlerine göre yapılır.
 - Uygunluk değeri en büyük olanın seçileceği garanti edilmez ama seçilme olasılığı daha fazla olur.
 - Tüm değerler bir tabloya yazılır ve toplanır. Tüm uygunluk değerleri toplama bölünerek kromozomların olasılıkları $[0,1]$ aralığına çekilir. Bu aralıktaki sayılar arka arkaya, toplam belirli bir sayıya ulaşana kadar toplanır. Belirlenen sayı yakalanınca son eklenen sayının sahibi kromozom seçilmiş olur.

Kromozom seçim yöntemleri

- Sıralama seçimi:
 - Kromozomlar uygunluk değerlerine göre sıralanır ve en yüksek değere sahip olanlara şans verilir.
- Turnuva seçimi:
 - Popülasyon içerisinde rastgele sayıda kromozom alınır ve alınanlar içerisinde uygunluk değeri en yüksek olan kromozom seçilir.

Seçkinlik (elitizm)

- Çaprazlama ve mutasyon işlemlerinden sonra en iyi kromozomlar kaybedilecektir.
- Seçkinlik ise en iyi birkaç kromozomu bir sonraki nesle kopyalar.
- Geriye kalan kromozomlarda seçim işlemi ise diğer yöntemlerle devam eder.
- Seçkinlik ile birlikte en iyi kromozomlar korunduğu için başarımlar hızlı bir şekilde artar.

Sonlandırma kriterleri

- Maksimum nesil sayısı: Algoritmanın maksimum kaç iterasyonda sonlanacağını bildirir.
- Geçen zaman: Çözüm öncesinde belirlenen zaman kısıtına ulaşıldığında algoritma sonlanır.
- İyileşmeyen uygunluk değeri: İterasyonlar sonucunda popülasyonda gözlemlenen en iyi uygunluk değeri değişmiyorsa algoritma sonlanır.

Goldberg problemi

- Problemdeki amaç $[0,32)$ aralığındaki tam sayıları kullanarak verilen bir fonksiyonun değerini en büyük yapan tam sayıyı bulmaktır.
 - $y = x^2, \quad x \in [0,32)$
- Başlangıç popülasyonunun oluşturulması:
 - Vektörler için ikili kodlama kullanalım.
 - Maksimum sayı 31 olacağı için vektörler 5 bit ile temsil edilebilir.
 - 5 genden oluşan kromozomlarda genler 0 ya da 1 değerlerini alacaktır.
 - Popülasyon büyüklüğü rassal olarak 4 seçilsin.
 - Başlangıç popülasyonu :
0 1 1 0 1
1 1 0 0 0
0 1 0 0 0
1 0 0 1 1

Goldberg problemi

- Kromozomlar için amaç fonksiyon değerlerinin hesaplanması:
 - $(0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2 = 13 \rightarrow (13)^2 = 169$
 $(1\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 24 \rightarrow (24)^2 = 576$
 $(0\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 8 \rightarrow (8)^2 = 64$
 $(1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2 = 19 \rightarrow (19)^2 = 361$

Goldberg problemi

- Operatörlerin uygulanması:
 - Tekrar üretme:
 - Popülasyondaki en iyi uygunluk değerine sahip kromozomlar kendilerini kopyalayarak bir sonraki nesle kopyasını aktarabilir.
 - Bu şans kromozomun iyi olması durumuna göre artar.
 - Bu örnekte tekrar üretme olasılığı; kromozomun kendi değerinin, toplam kromozomların değerine oranı şeklinde hesaplanmaktadır. Genetik algoritmalarda çok daha kompleks yöntemlerde uygulanabilir.
 - $(0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2 = 13 \rightarrow 169 \rightarrow \%14,4$
 $(1\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 24 \rightarrow 576 \rightarrow \%49,2$
 $(0\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 8 \rightarrow 64 \rightarrow \%5,5$
 $(1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2 = 19 \rightarrow 361 \rightarrow \%30,9$

2. ve 4. kromozomlara ait tekrar üretme olasılığı yüksek olduğu için bu kromozomlar kendilerini kopyalayarak bir sonraki nesle kopyalarını gönderebilir.

Goldberg problemi

- Operatörlerin uygulanması:
 - Çaprazlama:
 - Bazı modellerde çaprazlama için seçilecek kromozomlar uygunluk değerlerine göre belirlenebilir.
 - Tek noktalı gen takası kullanılacak, ör:

0 1 1 | 0 1 1. kromozom
1 1 0 | 0 0 2. kromozom

→ 0 1 1 0 0

→ 1 1 0 0 1

Goldberg problemi

- Operatörlerin uygulanması:
 - Mutasyon:
 - Düşük olasılıkla uygulanan bir operatördür, birkaç nesilde bir uygulanabilir.
 - Mutasyona uğrayacak kromozom rassal ya da amaç fonksiyonunun değerine göre seçilebilir.
 - Burada 3. kromozomun 5. geni seçilmiş olsun:
 $0\ 1\ 0\ 0\ 0 \rightarrow 0\ 1\ 0\ 0\ 1$

Goldberg problemi

- Yeni kromozomların uygunluk fonksiyon değerlerinin belirlenmesi, kötü değerli kromozomların elenmesi
 - Mutasyon ile oluşan kromozomun uygunluk değeri küçük olduğu için elenir.
Mutasyondan sonra 0100¹: 9

Çaprazlamadan sonra 01100: 12
11001: 25

Goldberg problemi

önceki durum:

$$(0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2 = 13 \rightarrow \boxed{169}$$

$$(1\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 24 \rightarrow 576$$

$$(0\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 8 \rightarrow \boxed{64}$$

$$(1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2 = 19 \rightarrow 361$$

sonraki durum:

$$(1\ 1\ 0\ 0\ 1)_2 = 25 \rightarrow \boxed{625}$$

$$(1\ 1\ 0\ 0\ 0)_2 = 24 \rightarrow 576$$

$$(0\ 1\ 1\ 0\ 0)_2 = 12 \rightarrow \boxed{144}$$

$$(1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2 = 19 \rightarrow 361$$

Bu işlemler iteratif bir şekilde devam eder ve sonunda 1 1 1 1 1 kromozomu elde edilir.

Arazi optimizasyonu problemi

- Bir emlakçı şirketin Bolu Dağları'nda, göl manzaralı bir alanda, 800 dönümlük arazisi vardır.
- Geçmişte göl kıyısına birkaç ev yapılırken, çevre koşulları ev sayısı arttıkça bozulmaya başlamış ve bölge yöneticilerini birtakım önlemler almaya zorlamıştır.
- Eskiden yapılmış evlerin fosseptiğinin olmaması, kanalizasyonun alt yapısının kötülüğü gibi doğal dengeyi bozan faktörler önlem alınması gereken diğer problemlerdir.

Arazi optimizasyonu problemi

- Örneğin su kalitesizliğinin önüne geçmek için geleceğe yönelik bazı sert önlemler uygulamaya konmuştur. Buna göre;
 - Sadece müstakil, dubleks ve tripleks evlere iskan izni verilecektir. Bir haneli müstakil evler toplamın en az %50'sini oluşturacaktır.
 - Foseptik çukuru sayısını sınırlandırmak amacıyla bir haneli müstakil evlerin en az 2 dönüm, dubleks evlerin en az 3 dönüm, tripleks evlerin de en az 4 dönümlük arazi parçasına sahip olması şartı koşulmuştur.
 - Her biri 1 dönüm olan eğlence ve dinlenme alanları 200 aile başına 1 adet olarak belirlenmiştir.
 - Göldeki ekolojik dengeyi korumak için yeraltı suları ev ve bahçe kullanımına sunulmayacaktır.

Arazi optimizasyonu problemi

- Emlak firması yönetimi, şirketin sahip olduğu 800 dönümlük arazinin kullanım olanaklarını araştırmaktadır.
- Firmanın burada kurmayı düşündüğü site de müstakil, dubleks ve tripleks tipte evlerden oluşacak ve toplam arazinin %15'i cadde, yol ve diğer kullanım alanları için ayrılacaktır.
- Bunun dışında, farklı tip evlerin getirilerinin de farklı olması planlanmıştır. Bu getiriler ise aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Ev Tipi	Müstakil	Dubleks	Tribleks
Ev başına net gelir (pb)	10000	12000	15000

Arazi optimizasyonu problemi

- Su getirmenin maliyeti ise yapılacak ev sayısı ile orantılıdır.
- İlçe yönetimi projenin ekonomik olabilmesi için minimum 100000 pb 'lik bir bağlantı olması şartını da koşmaktadır.
- Su harcaması gün başına en çok 200000 kg ile sınırlandırılmıştır. Aşağıdaki veriler hem bir ailenin ortalama su tüketimine ait varsayımlara hem de su getirme maliyetlerine aittir.

Ev Tipi	Müstakil	Dubleks	Tribleks	Dinlenme alanı
Birim başına su get. maliyeti (pb)	1000	1200	1400	800
Birim başına su tüketimi (kg/gün)	400	600	840	450

Arazi optimizasyonu problemi

- Değişkenlerin belirlenmesi
 - Şirket ilçe belediyesinin koyduğu kurallara uyacak şekilde eğlence ve dinlenme alanlarının sayısı ile birlikte, inşa edilecek her bir tip ev sayısına karar vermek durumundadır.
 - x_1 = Müstakil ev sayısı
 - x_2 = Dupleks ev sayısı
 - x_3 = Tripleks ev sayısı
 - x_4 = Eğlence ve dinlenme alanlarının sayısı
- Optimumluk koşulu
 - Problemin optimum çözümü şirketin toplam getiriye maksimum kıldığı x değerleridir.
 - $Z_{\max} = 10000x_1 + 12000x_2 + 15000x_3$ (amaç fonksiyonu)

Arazi optimizasyonu problemi

- Arazi kullanım kısıtı:
 - Foseptik çukuru sayısını sınırlandırmak amacıyla bir haneli müstakil evlerin en az 2 dönüm, dubleks evlerin en az 3 dönüm, tripleks evlerin de en az 4 dönümlük arazi parçasına sahip olması şartı koşulmuştur.
 - Her biri 1 dönüm olan eğlence ve dinlenme alanları 200 aile başına 1 adet olarak belirlenmiştir.
 - Emlak firması yönetimi, şirketin sahip olduğu 800 dönümlük arazinin kullanım olanaklarını araştırmaktadır.
 - Firmanın burada kurmayı düşündüğü site de müstakil, dubleks ve tripleks tipte evlerden oluşacak ve toplam arazinin %15'i cadde, yol ve diğer kullanım alanları için ayrılacaktır.

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 1.x_4 \leq 680 (= 0.85 \times 800)$$

Arazi optimizasyonu problemi

- Müstakil ev gereksiniminin diğer tiplere olan oranıyla ilgili kısıt
 - Sadece müstakil, dubleks ve tripleks evlere iskan izni verilecektir. Bir haneli müstakil evler toplamın en az %50'sini oluşturacaktır.

$$x_1/(x_1 + x_2 + x_3) \geq 0.50 \text{ veya } (0.5x_1 - 0.5x_2 - 0.5x_3 \geq 0)$$

- Eğlence ve dinlenme alanlarıyla ilgili kısıt
 - Her biri 1 dönüm olan eğlence ve dinlenme alanları 200 aile başına 1 adet olarak belirlenmiştir.

$$x_4 \geq (x_1 + 2x_2 + 3x_3)/200 \text{ veya } (200x_4 - x_1 - 2x_2 - 3x_3 \geq 0)$$

Arazi optimizasyonu problemi

- Su getirme için gerekli sermaye kısıtı:
 - Bununla birlikte, ilçe yönetimi projenin ekonomik olabilmesi için minimum 100000 pb'lik bir bağlantı olması şartını da koşmaktadır.

Ev Tipi	Müstakil	Dubleks	Tribleks	Dinlenme alanı
Birim başına su get. maliyeti (pb)	1000	1200	1400	800
Birim başına su tüketimi (kg/gün)	400	600	840	450

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1400x_3 + 800x_4 \geq 100000$$

Arazi optimizasyonu problemi

- Su tüketimi kısıtı:
 - Bunlardan başka, su harcaması gün başına en çok 200000 kg ile sınırlandırılmıştır.

Ev Tipi	Müstakil	Dubleks	Tribleks	Dinlenme alanı
Birim başına su get. maliyeti (pb)	1000	1200	1400	800
Birim başına su tüketimi (kg/gün)	400	600	840	450

$$400x_1 + 600x_2 + 840x_3 + 450x_4 \leq 200000$$

- Negatif olmama:
 - $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$, $x_4 \geq 0$

Arazi optimizasyonu problemi

- Genetik algoritma çözüm sonucu:

- $X1 = 336,842 \sim 336$
- $X2 = 0,992$
- $X3 = 0,989$
- $X4 = 0,815$
- $Z_{max} = 338700$

$$Z_{max} = 10000x1 + 12000x2 + 15000x3$$

- Doğrusal programlama ile çözüm sonucu:

- $X1 = 339,152 \sim 339$
- $X2 = 0$
- $X3 = 0$
- $X4 = 1.696 \sim 2$
- $Z_{max} = 399000$

Personel programlama optimizasyonu

- Bir havayolu şirketi, çizelgesine yeni uçuşlar eklemek istemektedir ve bu nedenle ek elemanlar alması gerekir.
- Günün farklı zamanlarında çalışması gereken minimum personel sayıları belirlenmiştir.
- Bir organizasyon şirketi minimum personel maliyeti ile tatmin edici bir hizmet sunmak için personellerin çalışma zamanlarını ve sayılarını planlamıştır.

Personel programlama optimizasyonu

- Her vardiyada haftada 5 gün, günde 8 saat çalışacaktır.
- Vardiyalar:
 - Vardiya 1: 06:00 -14:00
 - Vardiya 2: 08:00 - 16:00
 - Vardiya 3: 12:00 - 20:00
 - Vardiya 4: 16:00 - 00:00
 - Vardiya 5: 22:00 - 06:00

Personel programlama optimizasyonu

Time Period	Time Periods Covered					Minimum Number of Agents Needed
	Shift					
	1	2	3	4	5	
6:00 A.M. to 8:00 A.M.	✓					48
8:00 A.M. to 10:00 A.M.	✓	✓				79
10:00 A.M. to noon	✓	✓				65
Noon to 2:00 P.M.	✓	✓	✓			87
2:00 P.M. to 4:00 P.M.		✓	✓			64
4:00 P.M. to 6:00 P.M.			✓	✓		73
6:00 P.M. to 8:00 P.M.			✓	✓		82
8:00 P.M. to 10:00 P.M.				✓		43
10:00 P.M. to midnight				✓	✓	52
Midnight to 6:00 A.M.					✓	15
Daily cost per agent	\$170	\$160	\$175	\$180	\$195	

Personel programlama optimizasyonu

- Herbir vardiya için olması gereken kişi sayıları değişkenleri oluşturur.
- X_n : n.vardiyada olması gereken kişi sayısı
- $Z = 170x_1 + 160x_2 + 175x_3 + 180x_4 + 195x_5$ (amaç minimizasyon)

Personel programlama optimizasyonu

- Kısıtlar
 - $x_1 \geq 48$
 - $x_1 + x_2 \geq 79$
 - $x_1 + x_2 \geq 65$
 - $x_1 + x_2 + x_3 \geq 87$
 - $x_2 + x_3 \geq 64$
 - $x_3 + x_4 \geq 73$
 - $x_3 + x_4 \geq 82$
 - $x_4 \geq 43$
 - $x_4 + x_5 \geq 52$
 - $x_5 \geq 15$
 - $x_1 \geq 0 \ x_2 \geq 0 \ x_3 \geq 0 \ x_4 \geq 0 \ x_5 \geq 0$

Optimum sonuç:

$$(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5) = (48; 31; 39; 43; 15)$$

Minimum personel maliyeti

$$Z = 30610 \text{ USD.}$$