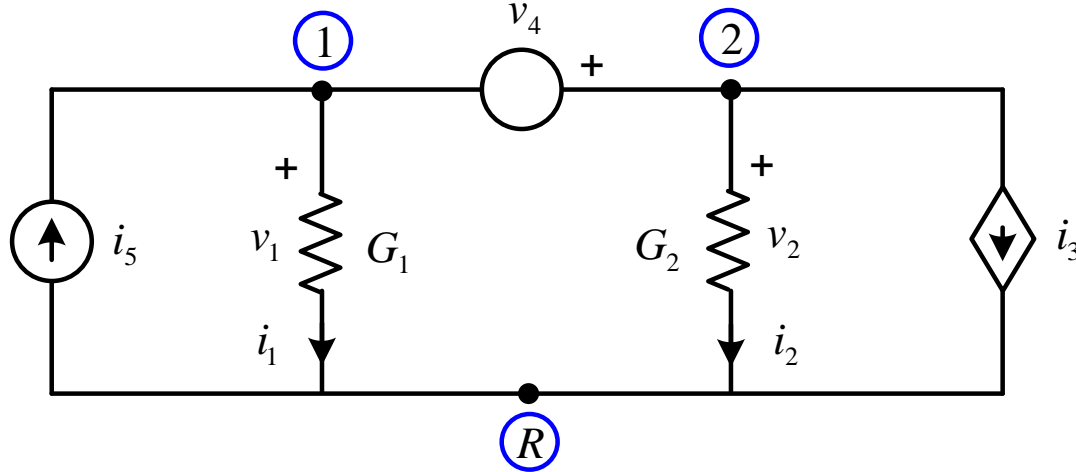


HAFTA 3

DEVRE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİNE DEVAM

Örnek 2. Aşağıdaki devrenin;

- a) Düğüm denklemlerini adım adım yazınız.
- b) Bu denklemleri çözerek düğüm gerilimlerini bulunuz.
- c) Eleman akım ve gerilimlerini bulunuz.
- d) Tellegen teoreminin yani $\sum_{i=1}^{n_e=5} p_i(t) = 0$ ifadesinin sağlandığını gösteriniz.



$$v_4 = 6 \text{ Volt}$$

$$i_5 = 5 \text{ Amper}$$

$$i_3 = \frac{1}{2} \cdot v_1$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

a) $(n_d - 1)$ adet düğüm denklemi ve ardından devredeki dirençlerin yerine tanım bağıntıları aşağıdaki gibi yazılır.

$$-i_5 + i_1 - i_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad -i_5 + G_1 \cdot v_1 - i_4 = 0$$

$$i_4 + i_2 + i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_4 + G_2 \cdot v_2 + 0.5 \times v_1 = 0$$

Daha sonra eleman gerilimleri düğüm gerilimleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$-5 + \frac{1}{2} \cdot V_{d1} - i_4 = 0$$

$$i_4 + \frac{1}{4} \cdot V_{d2} + \frac{1}{2} \cdot V_{d1} = 0$$

Daha sonra ek denklemler aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{d2} - V_{d1} = v_4 = 6 \text{ Volt}$$

$$V_{d2} = V_{d1} + 6$$

Bu ek denklemleri yukarıda yerine koyacak olursak aşağıdaki ifadeye gelinir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot V_{d1} - i_4 &= 5 \\ i_4 + \frac{1}{4} \cdot (V_{d1} + 6) + \frac{1}{2} \cdot V_{d1} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{3}{4} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{d1} \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

b) Yukarıdaki denklemler çözülmek suretiyle düğüm gerilimleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$V_{d1} = \frac{14}{5} \text{ Volt}$$

$$V_{d2} = V_{d1} + 6 = \frac{14}{5} + 6 = \frac{44}{5} \text{ Volt}$$

c) Bu ifadelerden faydalanmak suretiyle eleman akım ve gerilimleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$v_1 = V_{d1} = \frac{14}{5} \text{ Volt}$$

$$i_1 = G_1 \cdot V_{d1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{5} = \frac{14}{10} \text{ Amper}$$

$$v_2 = V_{d2} = \frac{44}{5} \text{ Volt}$$

$$i_2 = G_2 \cdot V_{d2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{44}{5} = \frac{44}{20} = \frac{11}{5} \text{ Amper}$$

$$v_3 = V_{d2} = \frac{44}{5} \text{ Volt}$$

$$i_3 = \frac{1}{2} \cdot v_1 = \frac{1}{2} \cdot V_{d1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{5} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} \text{ Amper}$$

$$v_4 = 6 \text{ Volt}$$

$$i_4 = \frac{1}{2} \cdot V_{d1} - 5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{5} - 5 = -\frac{36}{10} = -\frac{18}{5} \text{ Amper}$$

$$v_5 = -V_{d1} = -\frac{14}{5} \text{ Volt}$$

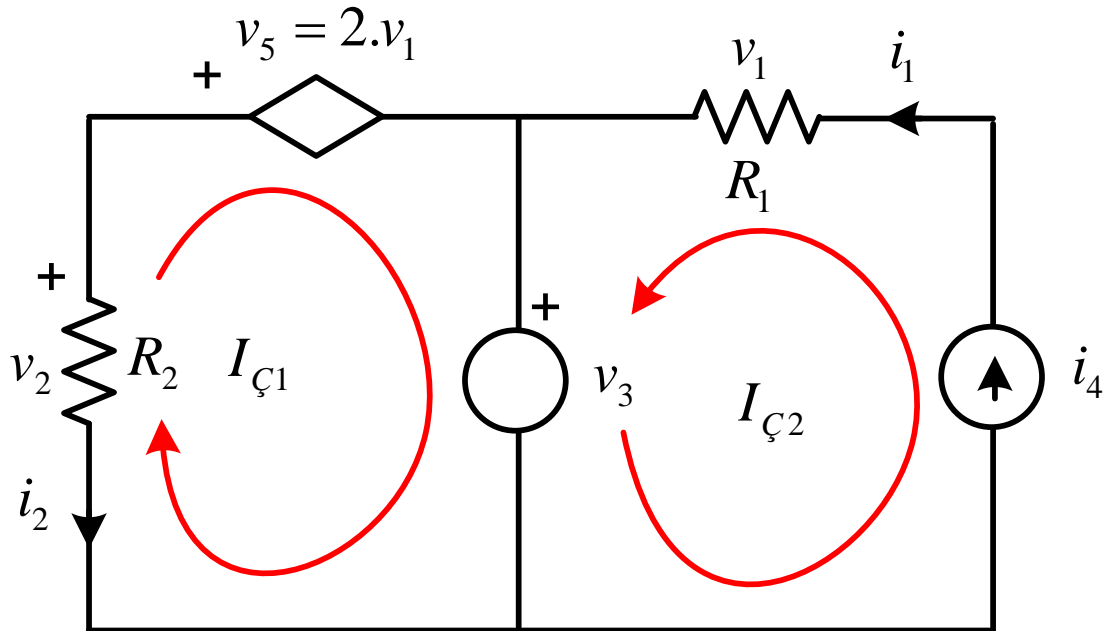
$$i_5 = 5 \text{ Amper}$$

d)

Eleman	v (Volt)	i (Amper)	p (Watt)
1	14/5	7/5	98/25
2	44/5	11/5	484/25
3	44/5	7/5	308/25
4	6	-18/5	-108/5
5	-14/5	5	-14
Toplam			0

Örnek 3. Aşağıdaki devrenin;

- Çevre denklemlerini yazınız.
- Ek denklemleri yazarak eleman akım ve gerilimlerini bulunuz.



$$\begin{aligned}v_3 &= 5 \text{ Volt} \\ i_4 &= 3 \text{ Amper} \\ R_1 &= 1 \Omega \\ R_2 &= 2 \Omega\end{aligned}$$

a) Çevre denklemlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$v_5 + v_3 - v_2 = 0$$

$$v_5 + v_3 - R_2 \cdot i_2 = 0$$

$$v_1 + v_3 + v_4 = 0$$

$$R_1 \cdot i_1 + v_3 + v_4 = 0$$

Direnç elemanlarının akımları çevre akımları cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$i_2 = -I_{\zeta 1}$$

$$i_1 = I_{\zeta 2}$$

Çevre akımları cinsinden yazılan bu eleman akımları, yukarıdaki çevre denklemlerinde yerine konacak ve matrissel bir biçime sokulacak olursa aşağıdaki sonuca gelinir.

$$\begin{bmatrix} R_2 & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\zeta 1} \\ I_{\zeta 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_3 - v_5 \\ -v_3 - v_4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\zeta 1} \\ I_{\zeta 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 - v_5 \\ -5 - v_4 \end{bmatrix}$$

Ayrıca ek denklemleri de aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$v_5 = 2.v_1 = 2.R_1.i_1 = 2.R_1.I_{\zeta 2} = 2 \times 1 \times 3 = 6 \text{ Volt}$$

$$I_{\zeta 2} = i_4 = 3 \text{ Amper}$$

b) Daha sonra bu ek denklemleri matrissel formda yerine koyup bilinmeyenleri çözecek olursak aşağıdaki sonuca geliriz.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\zeta 1} \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 - 6 \\ -5 - v_4 \end{bmatrix}$$

$$I_{\zeta 1} = -5.5 \text{ Amper}$$

$$v_4 = -8 \text{ Volt}$$

$$i_1 = i_4 = I_{\zeta 2} = 3 \text{ Amper}$$

$$v_1 = R_1.i_1 = R_1.I_{\zeta 2} = 1 \times 3 = 3 \text{ Volt}$$

$$i_2 = -I_{\zeta 1} = 5.5 \text{ Amper}$$

$$v_2 = R_2.i_2 = R_2.(-I_{\zeta 1}) = 2 \times 5.5 = 11 \text{ Volt}$$

$$i_3 = I_{\zeta 1} + I_{\zeta 2} = -5.5 + 3 = -2.5 \text{ Amper}$$

$$v_3 = 5 \text{ Volt}$$

$$i_4 = 3 \text{ Amper}$$

$$v_4 = -8 \text{ Volt}$$

$$i_5 = I_{\zeta 1} = -5.5 \text{ Amper}$$

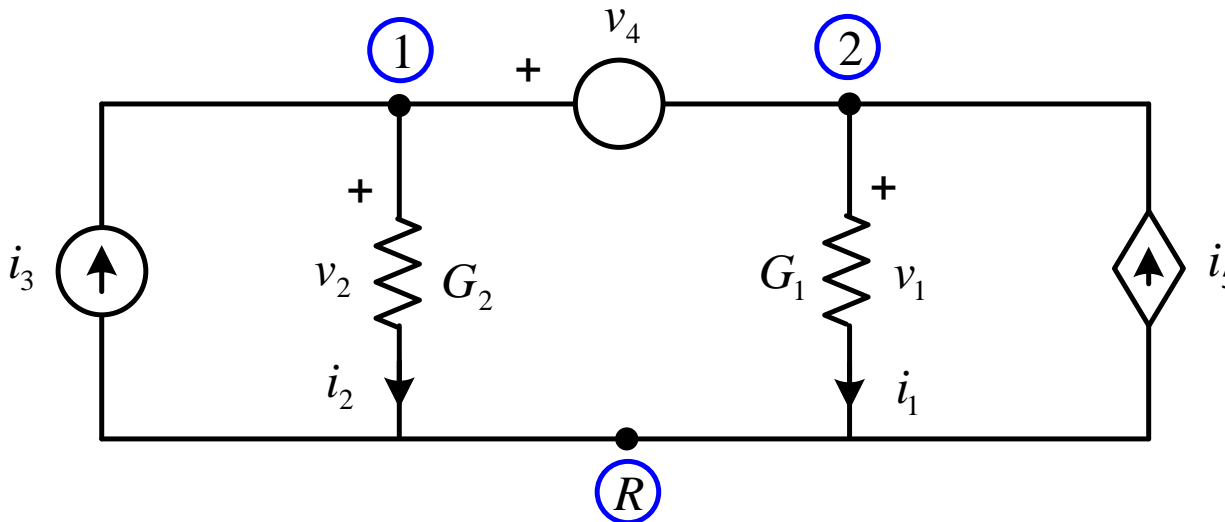
$$v_5 = 2.v_1 = 2 \times 3 = 6 \text{ Volt}$$

Tellegen teoremi

Eleman	i (Amper)	v (Volt)	p (Watt)
1	3	3	9
2	5.5	11	60.5
3	-2.5	5	-12.5
4	3	-8	-24
5	-5.5	6	-33
Toplam			0

Örnek 4. Aşağıdaki devrenin;

- Düğüm denklemlerini yazınız.
- Ek denklemleri de yazarak düğüm gerilimlerini bulunuz.
- Bağımlı akım kaynağının ani gücünü bulunuz.



$$\begin{aligned}v_4 &= 2 \text{ Volt} \\i_3 &= 3 \text{ Amper} \\i_5 &= 4i_2 \\R_1 &= R_2 = 1 \Omega\end{aligned}$$

a) $(n_d - 1)$ adet düğüm denklemi ve ardından devredeki dirençlerin yerine tanım bağıntıları aşağıdaki gibi yazılır.

$$-i_3 + i_2 + i_4 = 0$$

$$-i_3 + G_2 \cdot v_2 + i_4 = 0$$

$$-i_4 + i_1 - i_5 = 0$$

$$-i_4 + G_1 \cdot v_1 - i_5 = 0$$

Daha sonra eleman gerilimleri düğüm gerilimleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v_2 = V_{d1}$$

$$v_1 = V_{d2}$$

Düğüm gerilimleri cinsinden yazılan bu eleman gerilimleri, yukarıdaki düğüm denklemlerinde yerine konacak ve matrissel bir biçime sokulacak olursa aşağıdaki sonuca gelir.

$$\begin{bmatrix} G_2 & 0 \\ 0 & G_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_3 - i_4 \\ i_4 + i_5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - i_4 \\ i_4 + i_5 \end{bmatrix}$$

b) Ayrıca ek denklemleri de yazarak V_{d1} ve V_{d2} düğüm gerilimleri ile i_4 bağımsız gerilim kaynağının akımını aşağıdaki gibi bulabiliriz.

$$v_4 = V_{d1} - V_{d2} = 2 \quad \Rightarrow \quad V_{d1} = 2 + V_{d2}$$

$$i_2 = G_2 \cdot v_2 = G_2 \cdot V_{d1} = 1 \times V_{d1} = V_{d1}$$

$$i_5 = 4 \cdot i_2 = 4 \cdot V_{d1} = 4 \cdot (2 + V_{d2})$$

$$V_{d2} = -4.5 \text{ Volt}$$

$$V_{d1} = -2.5 \text{ Volt}$$

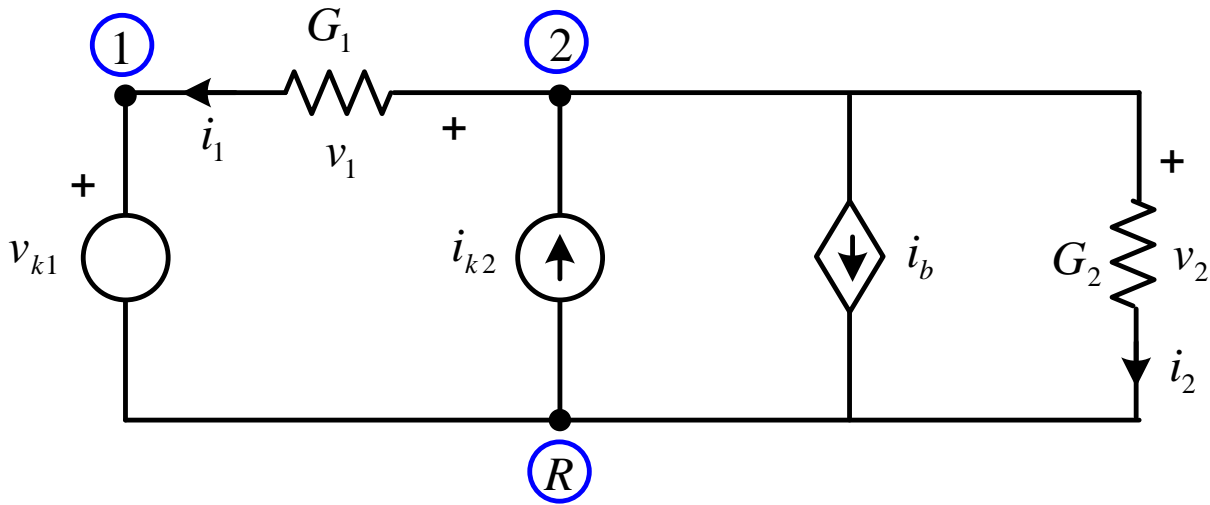
$$i_4 = 5.5 \text{ Amper}$$

c) Bağımlı akım kaynağının ani gücü aşağıdaki gibi bulunur.

$$p_5 = v_5 \cdot i_5 = (-V_{d2}) \cdot 4 \cdot i_2 = (-V_{d2}) \cdot 4 \cdot V_{d1} = (4.5) \times 4 \times (-2.5) = -45 \text{ Watt}$$

Örnek 5. Aşağıdaki devrenin;

- a) Düğüm denklemlerini yazınız.
- b) Ek denklemleri de yazarak düğüm gerilimlerini bulunuz.
- c) Bağımsız akım kaynağının ani gücünü bulunuz.



$$v_{k1} = 1 \text{ Volt}$$

$$i_{k2} = 2 \text{ Amper}$$

$$i_b = 4 \cdot i_1$$

$$R_1 = 5 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

a) $(n_d - 1)$ adet düğüm denklemi ve ardından devredeki dirençlerin yerine tanım bağıntıları aşağıdaki gibi yazılır.

$$i_{k1} - i_1 = 0$$

$$i_{k1} - G_1 \cdot v_1 = 0$$

$$i_1 - i_{k2} + i_b - i_2 = 0$$

$$G_1 \cdot v_1 - i_{k2} + i_b - G_2 \cdot v_2 = 0$$

Daha sonra eleman gerilimleri düğüm gerilimleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v_1 = V_{d2} - V_{d1}$$

$$v_2 = V_{d2}$$

Düğüm gerilimleri cinsinden yazılan bu eleman gerilimleri, yukarıdaki düğüm denklemlerinde yerine konacak ve matrisel bir biçime sokulacak olursa aşağıdaki sonuca gelir.

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_{k1} \\ i_{k2} - i_b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} + 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_{k1} \\ 2 - 4.i_1 \end{bmatrix}$$

b) Ek denklemler de yazılarak V_{d2} düğüm gerilimi ve i_{k1} bağımsız gerilim kaynağının akımı aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$v_1 = V_{d2} - V_{d1}$$

$$V_{d1} = v_{k1} = 1 \text{ Volt}$$

$$i_1 = G_1 \cdot v_1 = G_1 \cdot (V_{d2} - V_{d1}) = \frac{1}{5} \times (V_{d2} - V_{d1}) = \frac{1}{5} \times (V_{d2} - 1)$$

$$i_b = 4 \cdot i_1 = \frac{4}{5} \times (V_{d2} - 1)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} + 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ V_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_{k1} \\ 2 - \frac{4}{5} \times (V_{d2} - 1) \end{bmatrix}$$

$$V_{d2} = 1.5 \text{ Volt}$$

$$i_{k1} = 0.1 \text{ Amper}$$

c) Bağımsız akım kaynağının ani gücü aşağıdaki gibi bulunur.

$$p_{k2} = v_{k2} \cdot i_{k2} = (-V_{d2}) \cdot i_{k2} = (-1.5) \times 2 = -3 \text{ Watt}$$