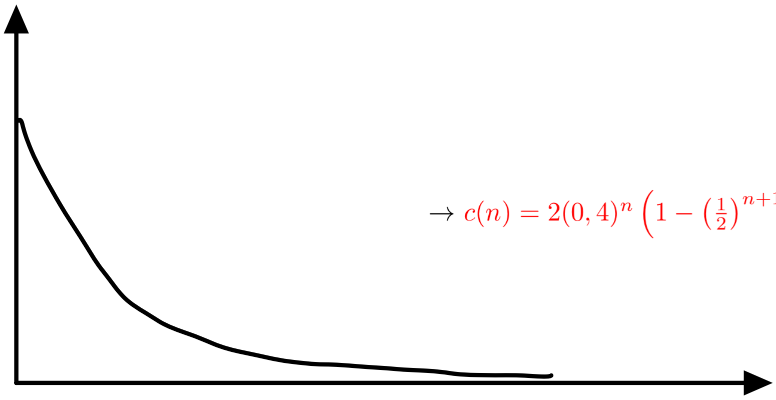
Vize İçin Çalışma Soruları (1)

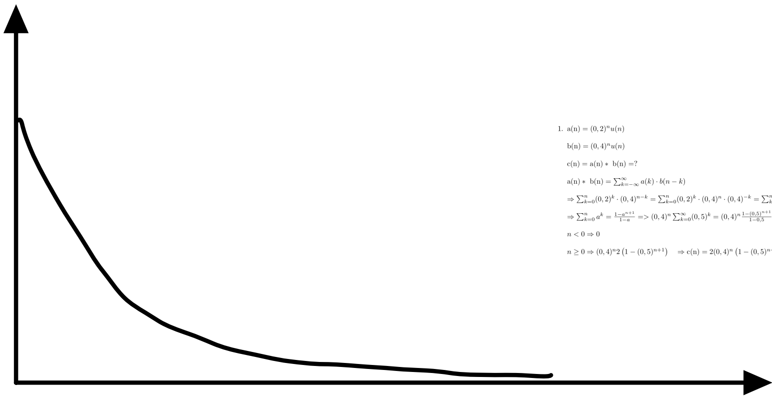
1) $a(n) = (0,2)^n \cdot u(n)$ ve $b(n) = (0,4)^n \cdot u(n)$ işaretleri için $c(n) = a(n) * b(n)$ konvolüsyon toplamını bulunuz.

$\Rightarrow$ $a(k) = (0,2)^k \cdot u(k) \Rightarrow$



$\rightarrow c(n) = 2(0,4)^n \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) u(n)$

$b(k) = (0,4)^k \cdot u(k) \Rightarrow$



1. a(n) $= (0,2)^n u(n)$

   b(n) $= (0,4)^n u(n)$

   c(n) = a(n) $*$ b(n) =?

   a(n) $*$ b(n) $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(k) \cdot b(n-k)$

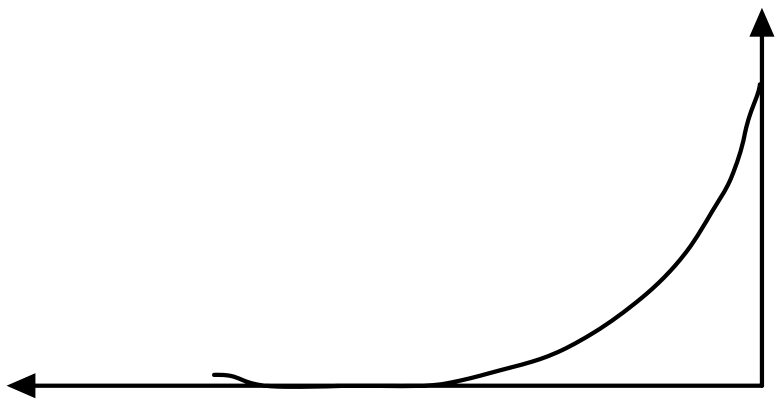
   $\Rightarrow \sum_{k=0}^{n} (0,2)^k \cdot (0,4)^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} (0,2)^k \cdot (0,4)^n \cdot (0,4)^{-k} = \sum_{k=0}^{n} (0,2/0,4)^k \cdot (0,4)^n = (0,4)^n \sum_{k=0}^{n} (0,5)^k$

   $\Rightarrow \sum_{k=0}^{n} a^k = \frac{1-a^{n+1}}{1-a} => (0,4)^n \sum_{k=0}^{\infty} (0,5)^k = (0,4)^n \frac{1-(0,5)^{n+1}}{1-0,5} = (0,4)^n 2 \left(1 - (0,5)^{n+1}\right)$

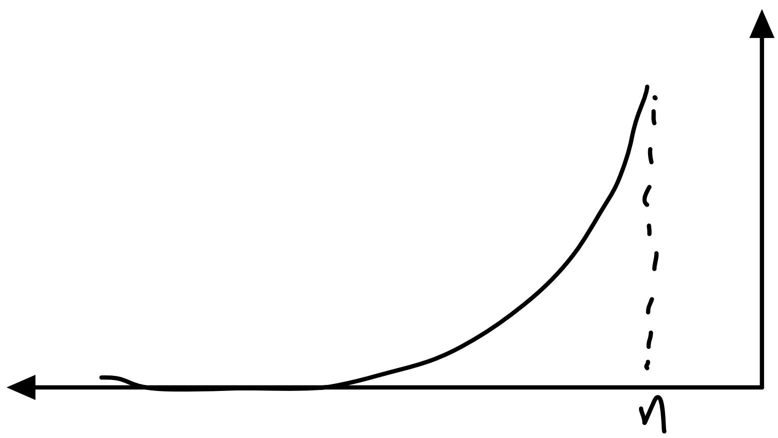
   $n < 0 \Rightarrow 0$

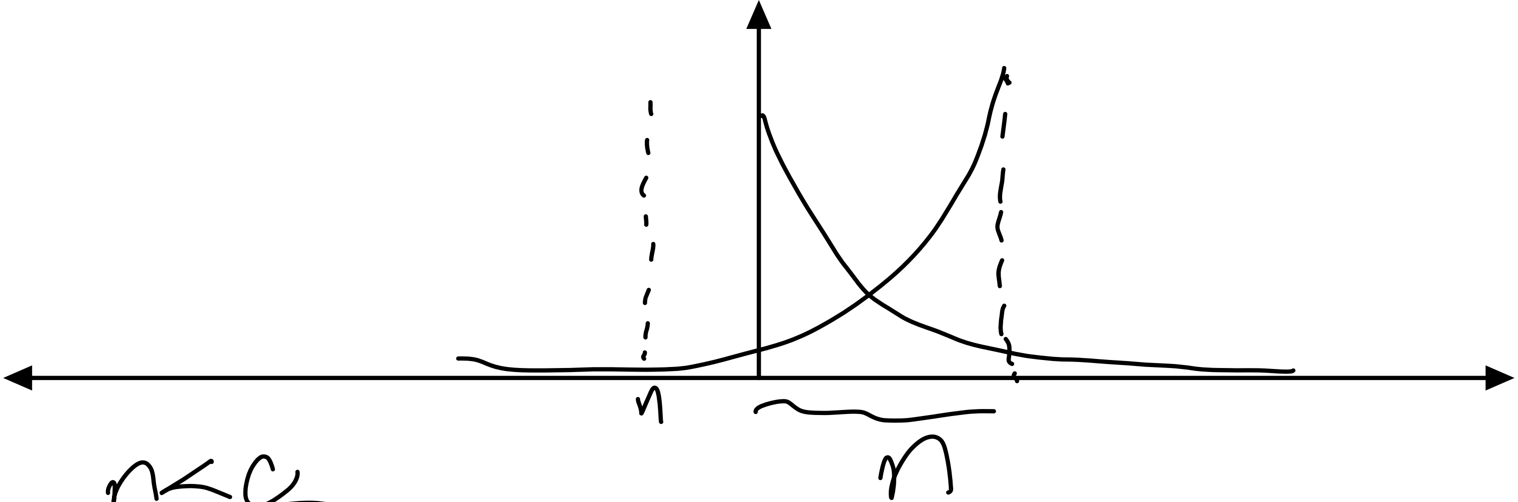
   $n \geq 0 \Rightarrow (0,4)^n 2 \left(1 - (0,5)^{n+1}\right) \quad \Rightarrow$ c(n) $= 2(0,4)^n \left(1 - (0,5)^{n+1}\right) u(n)$

$b(-k) = (0,4)^{-k} \cdot u(-k) \Rightarrow$



$b(n-k) = (0,4)^{n-k} \cdot u(n-k)$





$n < 0$

$y(n) = 0$

$n \geq 0$

$$\sum_{k=0}^{n} (0,2)^k \cdot \cancel{u(k)} \cdot \underbrace{(0,4)^{n-k}}_{(0,4)^n \cdot (0,4)^{-k}} \cdot u(n-k)$$

$$\sum_{k=a}^{b} \alpha^k = \frac{\alpha^a - \alpha^{b+1}}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow (0,4)^n \sum_{k=0}^{n} (0,2)^k \cdot (0,4)^{-k} \cdot \cancel{u(n-k)}$$

$$\Rightarrow (0,4)^n \sum_{k=0}^{n} \underbrace{\left(\frac{2}{10}\right)^k \cdot \left(\frac{10}{4}\right)^k}_{\left(\frac{1}{2}\right)^k}$$

$$\Rightarrow (0,4)^n \cdot \underbrace{\sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^k}_{\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}} = 2\left(\frac{1-\frac{1}{2}^{n+1}}{\cancel{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$\Rightarrow (0,4)^n \cdot 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}^{n+1}\right) \cdot u(n)$$

$$\rightarrow c(n) = 2(0,4)^n \left(1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right) u(n)$$

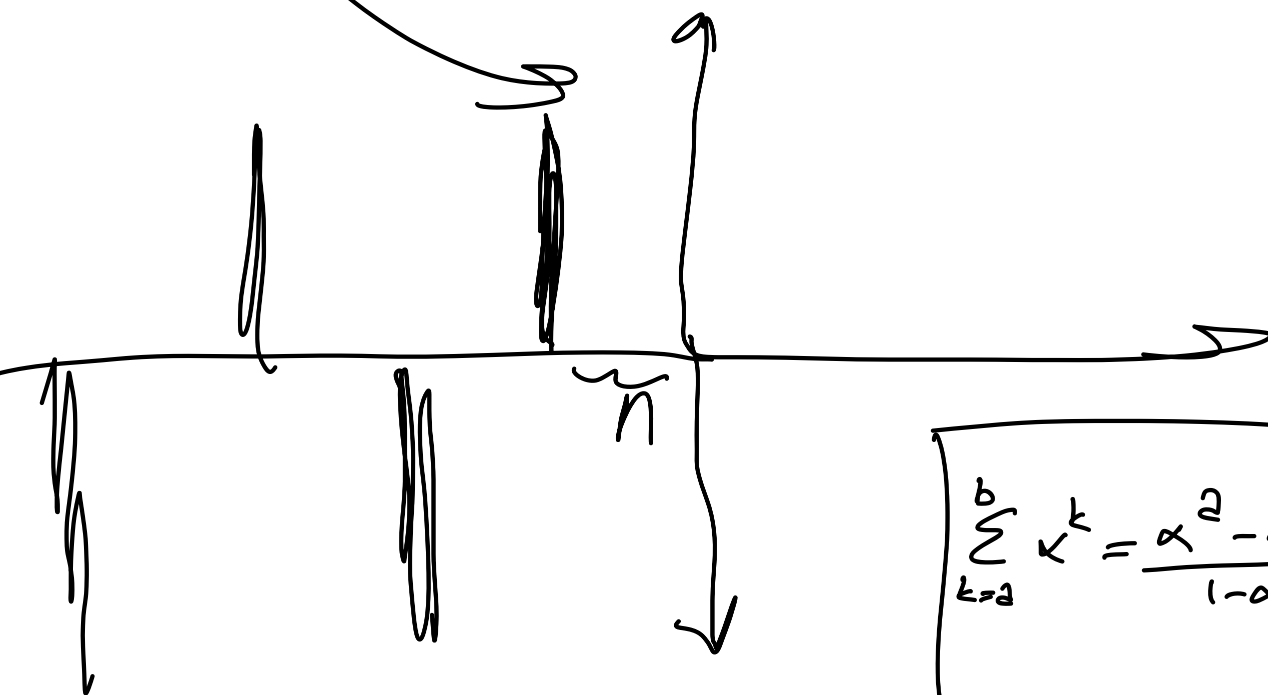
Birim darbe cevabı $h(n) = u(n)$ olarak verilen sistemin $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n-1)$ işaretine olan cevabı $y(n)$'yi konvolüsyon ile bulunuz.

$\rightarrow$ $y(n) = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) u(n-1)$

3. Birim darbe cevabı $h(n) = (-1)^n u(n)$ şeklinde verilen doğrusal zamanla değişmeyen sistemin $x(n) = u(n) - u(n-3)$ işaretine cevabı $y(n)$'yi hesaplayınız.

$x[k] = u(k) - u(k-3) \Rightarrow$

$(-1)^n \cdot u(n)$



$$\boxed{\sum_{k=a}^{b} \alpha^k = \frac{\alpha^a - \alpha^{b+1}}{1-\alpha}}$$

$n < 0 \Rightarrow y = 0$

$0 \le n \le 2 \Rightarrow y = \sum_{k=0}^{n} \left(1 \cdot -1^{n-k} \cdot \cancel{u(n-k)} \right)$

$= (-1)^n \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \left(u(n) - u(n-3) \right)$

$-1^0 + -1^1 + -1^2 = 1$

$2 < n \Rightarrow y = \sum_{k=0}^{2} = 1 \cdot (-1)^{n-k} \cdot \cancel{u(n-k)} = (-1)^n \sum_{k=0}^{2} (-1)^k = (-1)^n \cdot u(n-3)$

4) $n \geq 0$ için fark denklemi $y(n) = 2y(n-1) - y(n-2) + x(n)$ olarak verilen sistemin $y(-1)=1$ ve $y(-2)=0$ başlangıç koşulları ile $x(n)=u(n)$ işaretine olan toplam çözümünü bulunuz.

$\Rightarrow$ Fark Denklemi $= y(n) - 2y(n-1) + y(n-2) = x(n)$

Doğal Çözüm:

1. Adım: $\lambda^n - 2\lambda^{n-1} + \lambda^{n-2} = 0$

2. Adım: $\lambda^{n-2}.(\lambda^2 - 2\lambda + 1) = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow (\lambda-1).(\lambda-1) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1$

3. Adım: $y_d(n) = c_1.\lambda_1^n + c_2.n.\lambda_2^n = c_1.1^n + c_2.n.1^n$

4. Adım: $n=0 \Rightarrow y(0) - 2\overbrace{y(-1)}^{1} + \overbrace{y(-2)}^{0} = 0 \Rightarrow y(0) = 2$

$n=1 \Rightarrow y(1) - 2\overbrace{y(0)}^{2} + \overbrace{y(-1)}^{1} = 0 \Rightarrow y(1) = 3$

$$\left.\begin{array}{l} y_d(0) = y(0) \Rightarrow c_1 = 2 \\ y_d(1) = y(1) \Rightarrow c_1 + c_2 = 3 \Rightarrow c_2 = 1 \end{array}\right\} y_d(n) = 2.1^n + n.1^n = (n+2).1^n \overset{n \geq 0}{=} n+2$$

Özel Çözüm:

1. Adım: $x(n) = u(n) = 1^n.u(n) \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1 \Rightarrow y_ö(n) = K.n^2.u(n)$

2. Adım: $K.n^2.u(n) - 2.K.(n-1)^2.u(n-1) + K.(n-2)^2.u(n-2) = u(n)$

3. Adım: $n \geq 2 \Rightarrow K.n^2 - 2Kn^2 + 4Kn - 2K + Kn^2 - 4Kn + 4K = 1 \Rightarrow 2K = 1 = K = \frac{1}{2}$

4. Adım: $y_ö(n) = \frac{1}{2}.n^2.u(n)$

Zorlanmış Çözüm:

1. Adım: $y_z(n) = y_d(n) + y_ö(n) = c_1.1^n + c_2.n.1^n + \frac{n^2}{2}.u(n)$

2. Adım: $n=0 \Rightarrow y(0) - 2y(-1) + y(-2) = u(0) \Rightarrow y(0) = 1$

$n=1 \Rightarrow y(1) - 2\overbrace{y(0)}^{1} + y(-1) = u(1) \Rightarrow y(1) = 3$

$y_z(0) = y(0) \Rightarrow c_1 = 1$

$y_z(1) = y(1) \Rightarrow c_1 + c_2 + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow c_2 = \frac{3}{2}$

3. Adım: $y_z(n) = 1^n + \frac{3}{2}.n.1^n + \frac{n^2}{2}.u(n) = 1 + \frac{3}{2}n + \frac{n^2}{2}.u(n)$

Tam Çözüm:

1. Adım: $y_t(n) = y_d(n) + y_z(n) = (n+2) + (1 + \frac{3}{2}n + \frac{n^2}{2}.u(n)) = (3 + \frac{5}{2}n + \frac{1}{2}n^2).u(n)$

5) $n \geq 0$ için fark denklemi $y(n) = y(n-1) + x(n)$ olarak verilen sistemin $y(-1)=1$ başlangıç koşulu ile $x(n) = u(n)$ işaretine olan toplam çözümünü bulunuz.

$\Rightarrow$ Fark Denklemi $= y(n) - y(n-1) = x(n)$

Doğal Çözüm:

1. Adım: $\lambda^n - \lambda^{n-1} = 0$

2. Adım: $\lambda^{n-1}(\lambda - 1) = 0 \Rightarrow \lambda - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = 1$

3. Adım: $y_d = c.\lambda^n = c.1^n$

4. Adım: $n=0 \Rightarrow y(0) - \overbrace{y(-1)}^{1} = 0 \Rightarrow y(0) = 1$

$y_d(0) = y(0) \Rightarrow c = 1 \Rightarrow y_d = 1^n$

Özel Çözüm:

1. Adım: $x(n) = u(n) = 1^n.u(n) \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow y_ö(n) = K.n.u(n)$

2. Adım: $K.n.u(n) - K.(n-1).u(n-1) = u(n)$

3. Adım: $n \geq 1 \Rightarrow K.n - Kn + K = 1 \Rightarrow K = 1$

4. Adım: $y_ö(n) = n.u(n)$

Zorlanmış Çözüm:

1. Adım: $y_z(n) = y_d(n) + y_ö(n) = c.1^n + n.u(n)$

2. Adım: $n=0 \Rightarrow y(0) - y(-1) = u(0) \Rightarrow y(0) = 1$

$y_z(0) = y(0) \Rightarrow c = 1$

3. Adım: $y_z(n) = 1^n + n.u(n)$

Tam Çözüm:

1. Adım: $y_t(n) = y_d(n) + y_z(n) = 1^n + 1^n + n.u(n) = (2+n).u(n)$

6) Fark denklemi $y(n) - 4y(n-1) + 4y(n-2) = x(n)$ olarak verilen sistemin $y(-1) = y(-2) = 0$ başlangıç koşulları ile $x(n) = u(n)$ işaretine olan doğal, zorlanmış ve toplam cevaplarını bulunuz.

$\Rightarrow$

Doğal Çözüm:

1\. Adım: $\lambda^n - 4.\lambda^{n-1} + 4\lambda^{n-2} = 0$

2\. Adım: $\lambda^{n-2}(\lambda^2 - 4\lambda + 4) = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0 \Rightarrow (\lambda-2).(\lambda-2) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2$

3\. Adım: $y_d(n) = c_1.\lambda_1^n + c_2.n.\lambda_2^n = c_1.2^n + c_2.n.2^n$

4\. Adım: $n=0 \Rightarrow y(0) - 4\overbrace{y(-1)}^{0} + 4\overbrace{y(-2)}^{0} = 0 \Rightarrow y(0) = 0$

$n=1 \Rightarrow y(1) - 4.\overbrace{y(0)}^{0} + 4.\overbrace{y(-1)}^{0} = 0 \Rightarrow y(1) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} y_d(0) = y(0) = c_1 = 0 \\ y_d(1) = y(1) = 2c_1 + 2c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = 0 \end{array}\right\} y_d(n) = 0.2^n + 0.n.2^n = 0$$

Özel Çözüm:

1\. Adım: $x(n) = u(n) = 1^n.u(n) \Rightarrow \lambda_1 \neq 1$ ve $\lambda_2 \neq 1 \Rightarrow y_ö(n) = K.u(n)$

2\. Adım: $K.u(n) - 4.K.u(n-1) + 4.K.u(n-2) = u(n)$

3\. Adım: $n \geq 2 \Rightarrow K - 4K + 4K = 1 \Rightarrow K = 1$

4\. Adım: $y_ö(n) = u(n)$

6\. Fark denklemi $y(n) - 4y(n-1) + 4y(n-2) = x(n)$ olarak verilen sistemin $y(-1) = y(-2) = 0$ başlangıç koşulları ile $x(n) = u(n)$ işaretine cevabın

a. Doğal çözümünü

$\rightarrow y_d(n) = 0$

b. Zorlanmış çözümünü bulunuz.

$\rightarrow y_z(n) = \left(n2^{n+1} + 1\right) u(n)$

c. Toplam çözümünü bulunuz.

$\rightarrow y_t(n) = y_d(n) + y_z(n) = \left(n2^{n+1} + 1\right) u(n)$

Zorlanmış Çözüm:

1\. Adım: $y_z(n) = y_d(n) + y_ö(n) = c_1.2^n + c_2.n.2^n + u(n)$

2\. Adım: $n=0 \Rightarrow y(0) - 4y(-1) + 4y(-2) = u(0) \Rightarrow y(0) = 1$

$n=1 \Rightarrow y(1) - 4\overbrace{y(0)}^{1} + 4y(-1) = u(1) \Rightarrow y(1) = 5$

$y_z(0) = y(0) \Rightarrow c_1 + 1 = 1 \Rightarrow c_1 = 0$

$y_z(1) = y(1) \Rightarrow 2c_1 + 2c_2 + 1 = 5 \Rightarrow c_2 = 2$

3\. Adım: $y_z(n) = 2.n.2^n + u(n) = n.2^{n+1} + u(n)$

Tam Çözüm:

1\. Adım: $y_t(n) = y_d(n) + y_z(n) = (n.2^{n+1} + 1).u(n)$

7) Fark denklemi $y(n)-2y(n-1)+y(n-2)=x(n)+x(n-1)$ olarak verilen ikinci derece sistemin birim darbe cevabı $h(n)$'yi bulunuz.

$\Rightarrow$

1. Adım: $\lambda^n-2\lambda^{n-1}+\lambda^{n-2}=0 \Rightarrow \lambda^{n-2}(\lambda^2-2\lambda+1)=0 \Rightarrow (\lambda-1)^2=0 \Rightarrow \lambda_1=\lambda_2=1$

$\Rightarrow y_d(n)=c_1.\lambda_1^n+c_2.n.\lambda_2^n=c_1.1^n+c_2.n.1^n$

2. Adım: $h(n)=c_1.1^n+c_2.n.1^n$

3. Adım: $h(n)-2h(n-1)+h(n-2)=\delta(n)+\delta(n-1)$

$n=0 \Rightarrow h(0)-2h(-1)+h(-2)=\delta(0)+\delta(-1) \Rightarrow h(0)=1=c_1$

$n=1 \Rightarrow h(1)-2\overbrace{h(0)}^{1}+h(-1)=\delta(1)+\delta(0) \Rightarrow h(1)=3=c_1+c_2 \Rightarrow c_2=2$

4. Adım: $h(n)=1^n+2.n.1^n=(2n+1).1^n=(2n+1).u(n)$

8) $n \geq 0$ için $y(n) - 4y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-2)$ fark denklemi ile ifade edilen sistemin birim darbe cevabı $h(n)$'yi bulunuz.

$\Rightarrow$

1. Adım: $\lambda^n - 4\lambda^{n-1} - 4\lambda^{n-2} = 0 \Rightarrow \lambda^{n-2}(\lambda^2 - 4\lambda - 4) = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 4\lambda - 4 = 0 \Rightarrow \lambda = \overbrace{\frac{4 \mp \sqrt{32}}{2}}^{2 \mp 2\sqrt{2}}$

$y_d(n) = c_1 . \lambda_1^n + c_2 . \lambda_2^n = c_1 . (2+2\sqrt{2})^n + c_2 . (2-2\sqrt{2})^n$

2. Adım: $h(n) = c_1 . (2+2\sqrt{2})^n + c_2 . (2-2\sqrt{2})^n$

3. Adım: $n=0 \Rightarrow h(0) - 4h(-1) - 4h(-2) = \delta(0) + 2\delta(-2) \Rightarrow h(0) = 1 = c_1 + c_2$

$n=1 \Rightarrow h(1) - 4\overbrace{h(0)}^{1} - 4h(-1) = \delta(1) + 2\delta(-1) \Rightarrow h(1) = 4 = c_1 . 2\sqrt{2} + c_2 . -2\sqrt{2} + 2c_1 + 2c_2$

$2 = 2\sqrt{2}c_1 - 2\sqrt{2}c_2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = c_1 - c_2 \Rightarrow c_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{4} \Rightarrow c_2 = \frac{1-\sqrt{2}}{4}$

4. Adım: $h(n) = \frac{\sqrt{2}+1}{4} . (2+2\sqrt{2})^n + \frac{1-\sqrt{2}}{4} . (2-2\sqrt{2})^n$

9) $n \geq 0$ için $y(n) - y(n-2) = x(n-1)$ fark denklemi ile ifade edilen sistemin durum denklemlerini bulunuz.

$\Rightarrow$

1.Adım: $a_0 = 1 \qquad b_0 = 0 \qquad N = 2$

$a_1 = 0 \qquad b_1 = 1$

$a_2 = -1 \qquad b_2 = 0$

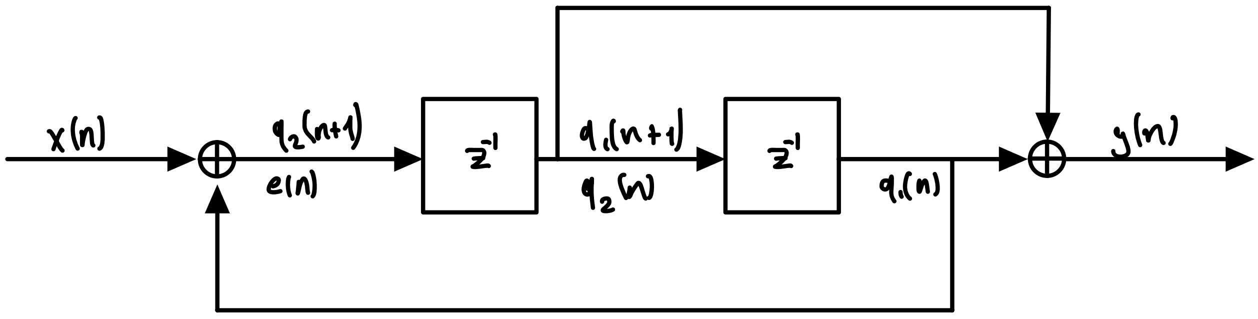
2.Adım:
$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot x(n)$$

3.Adım: $c_1 = b_2 - b_0 . a_2 = 0$

$c_2 = b_1 - b_0 . a_1 = 1$

4.Adım:
$$y(n) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + 0 . x(n)$$

Diyagram :



10. $x(n) = \begin{cases} n & , 0 \leq n \leq N-1 \\ N & , N \leq n \end{cases}$ olarak veriliyorsa $X(z)$'yi bulun.

$\rightarrow X(z) = \frac{z^{-1}\left(1-z^{-N}\right)}{\left(1-z^{-1}\right)^2}$ ve $|z| > 1$

11. $x(n) = (-1)^n (2)^{-n} u(n)$ işaretinin z-dönüşümünü bulun.

$\rightarrow X(z) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$ ve $|z| > \frac{1}{2}$

12. $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n+1)$ işaretinin z-dönüşümünü yakınsama bölgesi ile birlikte bulunuz.

13. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin $x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) + (2)^n u(-n-1)$ işaretine olan cevabı $y(n) = 5\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) - 5\left(\frac{2}{3}\right)^n u(n)$ olduğu veriliyorsa.

a. Sistemin transfer fonksiyonu $H(z)$'yi yakınsama bölgesi ile bulun.

$\rightarrow H(z) = \frac{1-2z^{-1}}{1-\frac{2}{3}z^{-1}}$ ve $|z| > \frac{2}{3}$

b. Sistemin birim darbe cevabı $h(n)$'yi yazın.

$\rightarrow h(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(u(n) - 3u(n-1)\right)$

c. Sistemin fark denklemi olarak ifadesini yazın.

$\rightarrow y(n) - \frac{2}{3}y(n-1) = x(n) - 2x(n-1)$

$\rightarrow y(n) - \frac{1}{3}y(n-1) = x(n) - 2x(n-1)$

14. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin $x(n) = u(n)$ işaretine olan cevabı $y(n) = nu(n)$ olduğu veriliyorsa

a. Sistemin transfer fonksiyonu $H(z)$'yi yakınsama bölgesi ile bulunuz.

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}|z| > 1$

b. Sistemin birim darbe cevabı $h(n)$'yi yazınız.

$\rightarrow h(n) = u(n-1)$

c. Sistemin fark denklemi olarak ifadesini yazınız.

$\rightarrow y(n) - y(n-1) = x(n-1)$

d. Sistemin kararlı olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklayınız.

$\rightarrow \sum_n h(n) = \sum_n u(n-1) = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$ olduğu için kararsizdır.

e. Sistemin nedensel olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklayınız.

$\rightarrow n < 0$ iken $h(n) = 0$ olduğundan nedensel.

→ $n < 0$ iken $h(n) = 0$ olduğundan nedensel.

15. $y(n) = ay(n-1) + bx(n-1)$ fark denklemine ait sistemin birim darbe cevabının $\sum_n h(n) = 1$ eşitliğini sağlaması için b'nın a cinsinden karşılığını yazınız.

→ $b = 1 - a$

16. $x(n) = (n+1)a^n u(n-1)$ ayrık zaman işaretin z-dönüşümünü yakınsama bölgesi ile birlikte bulunuz.

$\rightarrow X(z) = \frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2} + \frac{az^{-1}}{1-az^{-1}} = \frac{az^{-1}\left(2-az^{-1}\right)}{(1-az^{-1})^2}$ ve $|z| > |a|$

16. $x(n) = (n+1)a^n u(n-1)$ X(Z) =?

$x(n) = na^n u(n-1) + a^n u(n-1)$

$x_1(n) = a^n u(n) \quad => X_1(Z) = \frac{1}{1-aZ^{-1}}$

$x_2(n) = a^{n-1} u(n-1) => X_2(Z) = Z^{-1} X_1(Z) = \frac{Z^{-1}}{1-aZ^{-1}}$

$x_3(n) = a^n u(n-1) => X_3(Z) = aX_2(Z) = \frac{aZ^{-1}}{1-aZ^{-1}}$

$x_4(n) = nx_3(n) => -Z\frac{d}{dZ}X_3(Z) = -Z\frac{d}{dZ}\left(\frac{aZ^{-1}}{1-aZ^{-1}}\right) = -aZ\left(\frac{-Z^{-2}\left(1-aZ^{-1}\right)-aZ^{-2}Z^{-1}}{(1-aZ^{-1})^2}\right)$

$= a\left(\frac{Z^{-1}\left(1-aZ^{-1}\right)+aZ^{-2}}{(1-aZ^{-1})^2}\right) = a\left(\frac{Z^{-1}-aZ^{-2}+aZ^{-2}}{(1-aZ^{-1})^2}\right) = \left(\frac{aZ^{-1}}{(1-aZ^{-1})^2}\right)$

$X(Z) = \frac{aZ^{-1}}{(1-aZ^{-1})^2} + \frac{aZ^{-1}}{1-aZ^{-1}}$

$|z| > |a|$

17. Soruda verilen sistemin transfer fonksiyonu $H(z)$'yi ve yakınsama bölgesini bulunuz.

$\rightarrow H(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$ ve $|z| > 1$

$|z| > |a|$

17. $y(n) - 2y(n-1) + y(n-2) = x(n) + x(n-1) \Rightarrow$ H(Z) = ?

Y(Z) = X(Z)H(Z) => H(Z) = $\frac{Y(Z)}{X(Z)}$ =>

$Y(Z) - 2Z^{-1}Y(Z) + Z^{-2}Y(Z) = X(Z) + Z^{-1}X(Z)$

$Y(Z)\left(1 - 2Z^{-1} + Z^{-2}\right) = X(Z)\left(1 + Z^{-1}\right) \Rightarrow H(Z) = \frac{1+Z^{-1}}{1-2Z^{-1}+Z^{-2}} = \frac{1+Z^{-1}}{(1-Z^{-1})^2}$

19. $h(n) = (0,5)^n u(n)$

→ $H(z) = \frac{[illegible]}{(1-z^{-1})^2}$ ve $|z| > 1$

18. Giriş işaretinin z dönüşümü $\frac{1}{5} < |z| < 3$ yakınsama bölgesi ile $X(z) = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{5}z^{-1}\right)(1+3z^{-1})}$ ve sistemin transfer fonksiyonu $|z| > \frac{1}{3}$ yakınsama bölgesi ile $H(z) = \frac{1+3z^{-1}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$ olarak veriliyorsa. Çıkış işaretinin z dönüşümünü $Y(z)$ yakınsama bölgesi ile birlikte belirleyin.

→ $Y(z) = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{5}z^{-1}\right)\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)}$ ve $|z| > \frac{1}{3}$

$\rightarrow Y(z) = \frac{1}{(1-\frac{1}{5}z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})}$ ve $|z| > \frac{1}{3}$

19. Birim impuls cevabı $h(n) = (0,5)^n u(n)$ olarak verilen sistemin $x(n) = \delta(n-3)$ işaretine olan cevabı $y(n)$'i z dönüşümü kullanarak bulunuz.

    $\rightarrow y(n) = (0,5)^{n-3} u(n-3)$

19. $h(n) = (0,5)^n u(n)$

    $x(n) = \delta(n-3)$

    $y(n) = ?$

    $Y(Z) = X(Z) \cdot H(Z)$

    $X(Z) = Z^{-3} \quad H(Z) = \frac{1}{1-0,5Z^{-1}}$

    $Y(Z) = Z^{-3}\frac{1}{1-0,5Z^{-1}} \quad => y(n) = (0,5)^{n-3} u(n-3)$

$\rightarrow y(n) = (0,5)^{n-3}u(n-3)$

20. $X(z) = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+2z^{-1})}$ ifadesinin ters z-dönüşümünü aşağıda verilen yakınsama bölgeleri için bulunuz.

    a. $1 < |z| < 2$

    $\rightarrow x(n) = \frac{1}{3}\left(u(n) + (-2)^n u(-n-1)\right)$

    b. $|z| > 2$

    $\rightarrow x(n) = \frac{1}{3}\left(1 - (-2)^n\right)u(n)$

21. Yakınsama bölgesi $1/2 < |z| < 2$ ile z-dönüşümü $X(z) = \frac{3}{4}$ olarak verilen $x(n)$ dizisini bulunuz

20. $h(n) = (0,5)^n u(n)$

    $x(n) = \delta(n-3)$

    $y(n) = ?$

    $Y(Z) = X(Z) \cdot H(Z)$

$X(Z) = Z^{-3} \quad H(Z) = \frac{1}{1-0,5Z^{-1}}$

$Y(Z) = Z^{-3}\frac{1}{1-0,5Z^{-1}} \quad => y(n) = (0,5)^{n-3}u(n-3)$

a) $1 < |Z| < 2 => x(n) = \frac{1}{3}\left(u(n) + (-2)^n u(-n-1)\right)$

b) $|z| > 2 => x(n) = \frac{1}{3}\left(u(n) - (-2)^n u(n)\right)$

$\rightarrow x(n) = \frac{1}{3}\left(1 - (-2)^n\right) u(n)$

21. Yakınsama bölgesi $1/2 < |z| < 2$ ile z-dönüşümü $X(z) = \frac{\frac{3}{4}}{\left(1-\frac{1}{2}z\right)\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}$ olarak verilen $x(n)$ dizisini bulunuz.

$\rightarrow x(n) = (2)^n u(-n-1) + \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

b) $|z| > 2 => x(n) = \frac{1}{3}\left(u(n) - (-2)^n u(n)\right)$

21. $\frac{1}{2} < |Z| < 2 \quad X(Z) = \frac{\frac{3}{4}}{(1-0{,}5Z)(1-0{,}5Z^{-1})} = \frac{\frac{3}{4}}{-0{,}5Z(1-2Z^{-1})(1-0{,}5Z^{-1})}$

$= -\frac{\frac{3}{2}Z^{-1}}{(1-2Z^{-1})(1-0{,}5Z^{-1})} = \frac{A}{1-2Z^{-1}} + \frac{B}{1-0{,}5Z^{-1}} => A + B = 0$ ve $0,5A + 2B = \frac{3}{2} =>$

$B = 1$ ve $A = -1 => X(Z) = -\frac{1}{1-2Z^{-1}} + \frac{1}{1-0{,}5Z^{-1}} \Rightarrow$

$x(n) = 2^n u(-n-1) + (0,5)^n u(n)$

22. z-dönüşümü $X(z) = \frac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}}$ şeklinde verilen işaretin $|z| \neq 0$ yakınsama bölgesi ile ters z dönüşümü olan $x(n)$ ifadesini bulunuz.

$\rightarrow x(n) = u(n) - u(n-5)$

22. $X(Z) = \frac{1-Z^{-5}}{1-Z^{-1}} \quad |Z| > 1$

$X(Z) = \frac{1}{1-Z^{-1}} - \frac{Z^{-5}}{1-Z^{-1}} => x(n) = u(n) - u(n-5)$