

Soru 1: $(\frac{dy}{dx})^2 + 2x^3 \frac{dy}{dx} - 4x^2 y = 0$ diferansiyel denkleminin çözümü (ilkeli) $y = cx^2 + c^2$ dir. c 'yi bulunuz. (15 Pn)

yerine
konduşunda
bu dif. denklemin
verir.

$$\frac{dy}{dx} = 2cx$$

$$c = \frac{1}{2x} \frac{dy}{dx}$$

Soru 2: $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x(y-3)}$ dif. denklemini değişkenlerine ayrılabilir forma getiriniz (10pn.)

$$x(y-3)dy = 4y dx, \quad \frac{1}{xy}$$

ile çarparsak,

$$\frac{y-3}{y} dy = \frac{4}{x} dx$$

elde edilir.

Soru 3: $\frac{1}{x}; \quad \frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x^2 + 3x - 2$ lineer dif. denkleminin bir integral çarpanı olduğuna göre bu denklemin çözümünü bulunuz (15 pn.)

$$y \cdot \frac{1}{x} = \int \frac{1}{x} (x^2 + 3x - 2) dx$$

$$= \int (x + 3 - \frac{2}{x}) dx$$

$$= (\frac{x^2}{2} + 3x - 2 \ln x + C) X$$

Soru 4: $\frac{dy}{dx} - y = xy^5$ Bernoulli denklemini lineer hale getiriniz. (15 pn)

$$y^{-5} \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{y}{y^5} = x$$

$$y^{-5} \frac{dy}{dx} - y^{-4} = x$$

$$y^{-4} = v \Rightarrow \frac{dv}{dx} = 4y^{-5} \frac{dy}{dx}$$

$$-\frac{1}{4} \frac{dv}{dx} - v = x$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx} + 4v = -4x$$

Soru 5: $(x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$ denkleminin x 'e bağlı bir integral çarpanını bulunuz. (15 pn)

$$P(x) = \frac{N_x - M_y}{-N} = \frac{y - 2y}{-xy} = \frac{1}{x}$$

$$M(x) = e^{\int P(x) dx} = e^{\int \frac{1}{x} dx} = e^{\ln x} = x$$

Soru 6: $(e^x \sin y + 2x + \frac{1}{x})dx + (e^x \cos y - 2y - 1)dy = 0$ tam dif. denklemini için

$$u(x, y) = e^x \sin y + x^2 + \ln x + g(y)$$

fonksiyonunda $g(y)$ ifadesini bulunuz. (15 pn)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = N \text{ eşitliğinden}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^x \cos y + g'(y) = e^x \cos y - 2y - 1$$

$$g'(y) = -2y - 1$$

$$\Rightarrow g(y) = -y^2 - y + C$$

Soru 7: $y = x(y')^2 + (y')^3$ Lagrange dif. denklemini lineer forma getiriniz. (15 pn)

$$y' = p$$

$$y = x p^2 + p^3 \quad x' \text{ e göre türevi ni alırsak}$$

$$p = p^2 + [2xp + 3p^2] \frac{dp}{dx}$$

$$(p - p^2) \frac{dx}{dp} = 2xp + 3p^2$$

Süre 35 dakikadır.