

## Örnek Final Soruları

### Önergeler:

- Budokümanın amacı finalde karşınıza çıkabilecek soru tiplerine kendinizi hazırlamanızdır. Fakat dersin öğretim üyesi soru tiplerini değiştirme hakkına sahiptir.
- Sınavda hesap makinesi getirmeniz faydanıza olacaktır.
- Sınavda toplam 4 soru sorulacaktır. Aşağıda bu 4 soruda sorulacak 4 ana konu başlığı için örnekler verilmiştir. Bazı sorular için doğru cevap yanında verilmiştir, finalde (doğal olarak) cevaplar verilmeyecektir. Her ne kadar final soruları son konular ağırlıklı olsa da, unutmayın ki, dersin başından beri işlenen konuları bilmezseniz soruları cevaplayamazsınız.
- Sınavda bu örneklerin sonunda size sunulan 3 ek sunulacaktır.
  - EK-1 sınav sırasında farklı rastgele değişkenler için sınavda kullanmanızı gerektirebilecek pmf, pdf ve cdf formülleri verilmektedir.
  - EK-2, derste gösterdiğimiz gibi normal dağılım için cdf hesaplanmasında kullanılacak olan  $\Phi$  fonksiyonu değerler tablosudur.
  - EK-3 ise Hipotez testinde size lazım olabilecek t-dağılımı tablosu ve formülleri.

### Sorular:

**1. Soru derste ifade edilen kavramlarla ilgili sözel sorulardan oluşacaktır. Bu soruda amaç matematiksel olarak çözdüğünüz soruları ifade edip edemeyeceğinizi sorgulamaktır. Bu soru, boşluk doldurma şeklinde birkaç alt soruyu kapsayacaktır.**

**2. Soru hem vizeden önceki olasılık bilgilerinizi sorgulayacak hem de korelasyon üzerine olacak. Aşağıda bir soru örneği var.**

**Örnek 2-)**  $X_1, X_2$ , ve  $X_3$  üç adet rastgele değişkendir.  $X_1$  rastgele değişkeni 1 ile 4 arasında uniform olarak,  $X_2$  rastgele değişkeni beklentisi 0 ve varyansı 1 olan bir normal dağılımla ve  $X_3$  rastgele değişkeni beklentisi 4 olan bir üssel dağılımla dağıtılmıştır.

- a)  $X_1 - X_2 + X_3$ 'nin beklentisini ve varyansını bulun. (6,5 - 17,75)
- b)  $\rho(X_1 + X_2, X_1 - X_2) / \text{Var}(X_3) = ?$  (-0,008929)

**3. Soru “Örnekleme İstatistiğinin dağılımı” üzerine olacak.**

**Örnek 3-)** Bir şirket, Ar-Ge merkezine Oracle bilen 20 adet stajyer elemanlar alacaktır. Bu şirket, Sakarya Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümü'nün dış paydaşı olduğu için stajyerleri bu üniversiteden seçecektir. Bölümde Oracle seçmeli ders olarak verilmektedir ve her 100 öğrenciden 80'i bu dersi seçmektedir. Ders katılım oranı ise %95'dir. Sadece dersi seçip katılım gösteren öğrencilerin Oracle bildiği varsayılırsa, seçilen 20 stajyerden Oracle bilmeyenlerin sayısının;

- a) 5'den az olma ihtimali nedir? (0,5557)
- b) 10'den fazla olma ihtimali nedir? (0,0033)
- c) 5 ile 10 arasında olma ihtimali nedir? (0,441)

**4. Soru “Hipotez Testi” üzerine olacak. Aşağıda bir soru örneği var. Bu soru puan ağırlığı diğer sorulardan daha yüksek olacak ve son iki hafta işlediğimiz konuları kapsayacaktır. Burada sizi hazırlamak için mümkün olduğunca kapsamlı olarak sorulmuştur, sınavda daha az şıklı olarak karşınıza çıkabilir.**

**Örnek 4-)** Bir şirkette Bilgisayar Mühendisi olarak işe başladınız ve sizden, veri merkezindeki serverları hız açısından güncellemeniz istenmektedir (yeni CPU alımı). İki şirketten fiyat teklifi ve ürün performansları ile ilgili bilgi aldınız; A şirketi ve B şirketi. A ve B şirketi birbirlerine yakın fiyatlar vermektedirler ve iki şirkette CPU'larının kapasitelerinin 3.2 GHz olduğunu iddia etmektedirler. Tecrübelerinize göre veri merkezindeki dış faktörlerin server içindeki CPU hızlarına etkisi, beklentisi 0 ve standart sapması 0,5 (GHz) olan bir Normal dağılım ile modellenebilir. Yani veri merkezinde çalıştıracağınız bu yeni CPUların kapasitesi beklentisi henüz bilinmeyen ama varyansı 0,5 (GHz) olan bir normal dağılıma sahiptir. İki şirketten ayrı ayrı CPU numuneleri istediniz. A şirketi 20 adet ve B şirketi 25 adet CPU numunesi gönderdi. Belirli bir server üzerinde bu numuneleri test ediyorsunuz.

- a) A şirketinden aldığınız numuneler için önem seviyesi  $\alpha=0,05$  olacak şekilde kritik bölgeyi bulunuz ve hipotez testini oluşturun. (Önce hipoteziniz çift-terafli mı yoksa tek-terafli mı olacak bulunuz).
- b) A şirketinden aldığınız CPU numunelerinin hız ortalaması 2.8 GHz ise A şirketinin iddia ettiği gibi CPU hızlarının 3.2 GHz olması hipotezini kabul mu yoksa ret mi edersiniz? (ret)
- c) B şirketinden aldığınız numuneleri de aynı ortamda test ettiniz ve onların ortalamasını da 3.0 GHz olarak buldunuz. Bu durumda bu iki şirketin CPU'ları iddia ettikleri gibi aynı performansa sahipler midir? Hipotez testini oluşturarak bu iddiayı kabul edip etmeyeceğimizi önem seviyesi  $\alpha=0,05$  için belirtiniz. (kabul)
- d) Şirketler performans bilgilerini verirken genelde gerçekleştirebilecek en üst hızı verirler. Yani A şirketinden aldığınız bir CPU en fazla 3.2 GHz kapasitedir ve üstünde olamaz. Bu bilgi ışığında yine önem seviyesi  $\alpha=0,05$  olacak şekilde hipotez testini A şirketi için oluşturun. Bu durumda yine A şirketinden aldığınız CPU numunelerinin hız ortalaması 2.8 GHz ise A şirketinin iddia ettiği gibi CPU hızlarının 3.2 GHz olması hipotezini kabul mu yoksa ret mi edersiniz? (ret)
- e) Şirket server odasında bazı değişiklikler yapmış ve CPU'ların hızlarını etkileyen dış faktörler değişmiştir. Yani veri merkezinde çalıştıracağınız bu yeni CPUların kapasitesi beklentisi de varyansı da bilinmeyen bir normal dağılıma sahiptir. Eğer A şirketinden aldığınız CPU numunelerinin hız ortalaması 2.8 GHz ve örnekleme varyansı 0,16 GHz ise c) şıkkındaki cevabınız nasıl değişir? (ret)

## EK-1: Formüller

Rastgele Değişken	pmf veya pdf	cdf	Beklenti	Varyans
Binomial	$p_X(i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$	-	$np$	$np(1-p)$
Poisson	$p_X(i) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}$	-	$\lambda$	$\lambda$
Geometrik	$p_X(i) = p(1-p)^{i-1}$	-	$1/p$	$(1-p)/p^2$
Negatif Binomial	$p_X(i) = \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r}$	-	$pr/(1-p)$	$pr/(1-p)^2$
Uniform (Tekdüze)	$f(x) = \begin{cases} 1/(\beta - \alpha) & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ x - \alpha & x \in [\alpha, \beta) \\ \beta - \alpha & x \geq \beta \end{cases}$	$(\alpha + \beta)/2$	$\frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$
Normal (Gaussian)	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$	$F(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$	$\mu$	$\sigma^2$
Üssel (Exponential)	$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$

## EK-2: $\Phi()$ tablosu

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997

## EK-3: t-tablosu

	$\alpha$											
n	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.710	15.890	31.820	63.660	127.300	318.300	636.600
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.090	22.330	31.600
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.210	12.920
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.663.	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.150	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.295	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
$\infty$	0.674	0.841	1.036	1.282	1.640	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291

### Varyansın bilindiği durum;

$$Z = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)}{\sigma}$$

Hipotez Testi

$H_0: \mu = \mu_0$

reddet eğer  $|Z| > z_{\alpha/2}$

kabul et, eğer  $|Z| \leq z_{\alpha/2}$

Hipotez Testi

$H_0: \mu = \mu_0$  (veya  $\mu \leq \mu_0$ )

$H_1: \mu > \mu_0$

reddet eğer  $Z > z_{\alpha}$

kabul et, eğer  $Z \leq z_{\alpha}$

Hipotez Testi

$H_0: \mu = \mu_0$  (veya  $\mu \geq \mu_0$ )

$H_1: \mu < \mu_0$

reddet eğer  $Z < -z_{\alpha}$

kabul et, eğer  $Z \geq -z_{\alpha}$

### Varyansın bilinmediği durum;

$$T = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)}{s}$$

Hipotez Testi

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$

reddet eğer  $|T| > t_{\alpha/2, n-1}$

kabul et, eğer  $|T| \leq t_{\alpha/2, n-1}$

Hipotez Testi

$H_0: \mu = \mu_0$  (veya  $\mu \leq \mu_0$ )

$H_1: \mu > \mu_0$

reddet eğer  $T > t_{\alpha}$

kabul et, eğer  $T \leq t_{\alpha}$

Hipotez Testi

$H_0: \mu = \mu_0$  (veya  $\mu \geq \mu_0$ )

$H_1: \mu < \mu_0$

reddet eğer  $T < -t_{\alpha}$

kabul et, eğer  $T \geq -t_{\alpha}$