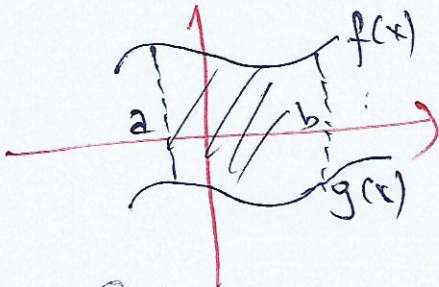


# HACİM HESABI

HACİM → ( )

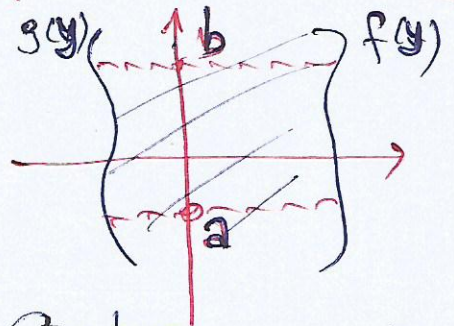
## Disk Metodu



$$* V = \pi \int_a^b \left[ (f(x))^2 - (g(x))^2 \right] dx$$

x-ekseni ED ile oCH?

## Kabuk Metodu



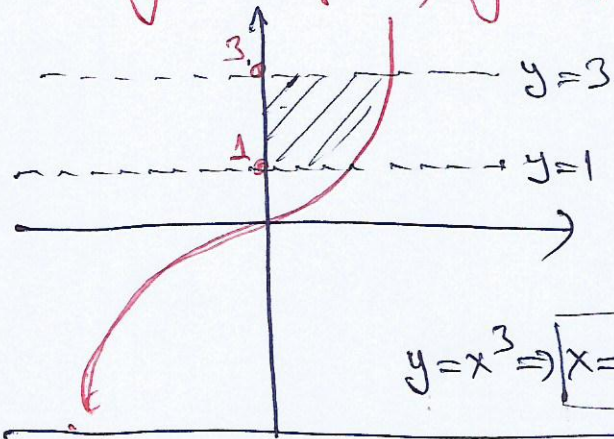
$$* V = 2\pi \int_a^b y \cdot [f(y) - g(y)] dy$$

x-ekseni ED ile oCH?



$\Rightarrow y = x^3$  efnisi, y-ekseni,  $y=1$  ve  $y=3$  doğruları ile

Disk 1



$$V = \pi r^2 h$$

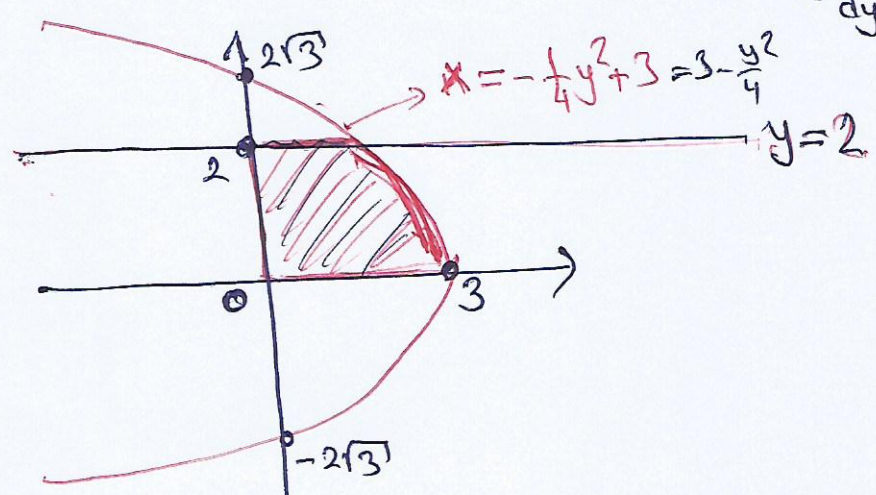
SB nin y-ekseni ED ile oçt?   
  $\downarrow dy$  (disk)

$$V = \pi \cdot \int_1^3 \left[ \left( y^{\frac{1}{3}} \right)^2 - 0^2 \right] \cdot dy$$

$$y = x^3 \Rightarrow x = y^{\frac{1}{3}}$$

$\Rightarrow y^2 = 12 - 4x$  efnisi ve  $y=2$  doğrusu ve birinci çeyrek bölgede eksenler tarafından SB nin y-ekseni ED ile oçt?

$\downarrow dy$  (disk)



$$V = \pi \cdot \int_0^2 \left[ \left( 3 - \frac{y^2}{4} \right)^2 - 0^2 \right] \cdot \frac{dy}{\downarrow}$$

y-ekseni ED ile oçt

$$\begin{aligned} y^2 &= 12 - 4x \\ 4x &= 12 - y^2 \\ x &= \frac{12}{4} - \frac{y^2}{4} \\ x &= 3 - \frac{y^2}{4} \end{aligned}$$

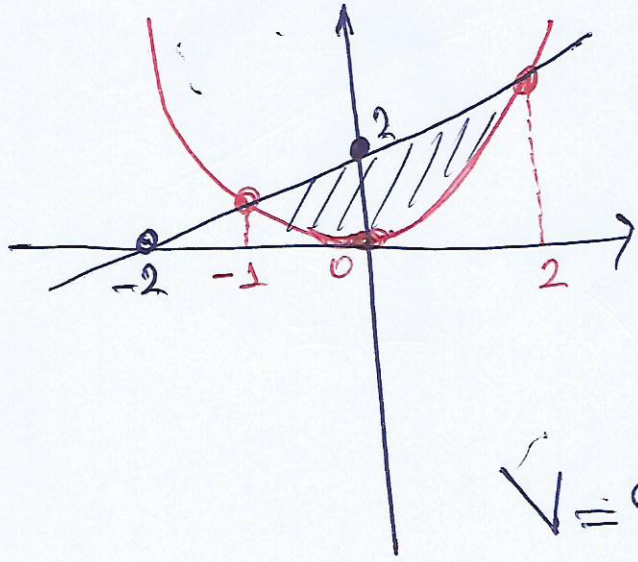
$$x = -\frac{1}{4} \cdot (y-0)^2 + 3$$

T(3,0)

y-eksenini kestiği noktaları:   
  $x=0 \Rightarrow y^2=12 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow y = x+2$  doğrusu ve  $y = x^2$  parabolü ile SB nin x-ekseni ED ile oçt?

$\downarrow dx$  (disk metodu)



Kesim noktaları:  $x^2 = x+2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$    
  $-2, +1$

$$\boxed{x=2} \quad \boxed{x=-1}$$

$$\begin{aligned} y = x+2 \text{ için } & x=0 \text{ için } y=2 \Rightarrow (0,2) \\ y=0 \text{ için } & x=-2 \Rightarrow (-2,0) \end{aligned}$$

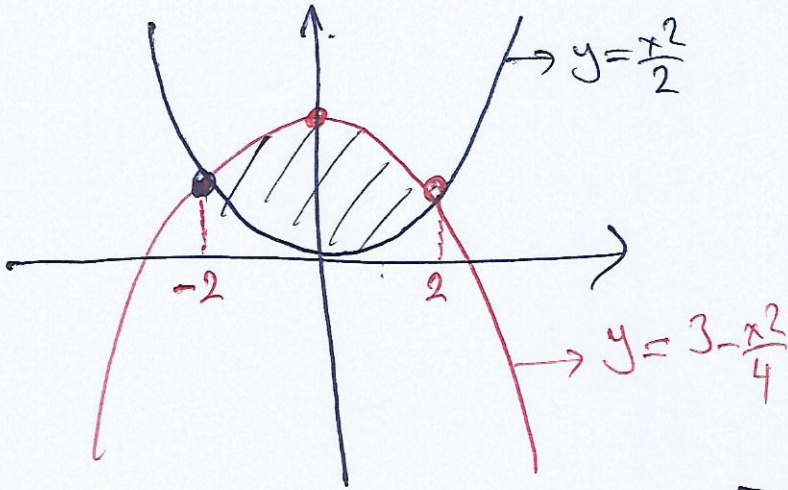
$$V = \pi \cdot \int \left[ (x+2)^2 - (x^2)^2 \right] \cdot \frac{dx}{\downarrow}$$

x-ekseni ED ile oçt



$\Rightarrow x^2 = 2y$  ve  $x^2 = 12 - 4y$  parabolleri arasında kalan alanın  $x$ -ekseni ED ile OCH?

$dx$  (disk)



$$x^2 = 12 - 4y \Rightarrow 4y = 12 - x^2$$

$$y = 3 - \frac{1}{4}x^2$$

$$y = -\frac{1}{4}(x-0)^2 + 3$$

$$T(0, 3)$$

Kesim noktaları:

$$\frac{x^2}{2} = 3 - \frac{x^2}{4}$$

$$2x^2 = 12 - x^2$$

$$3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$V = \pi \int_{-2}^2 \left[ \left( 3 - \frac{x^2}{4} \right)^2 - \left( \frac{x^2}{2} \right)^2 \right] dx$$

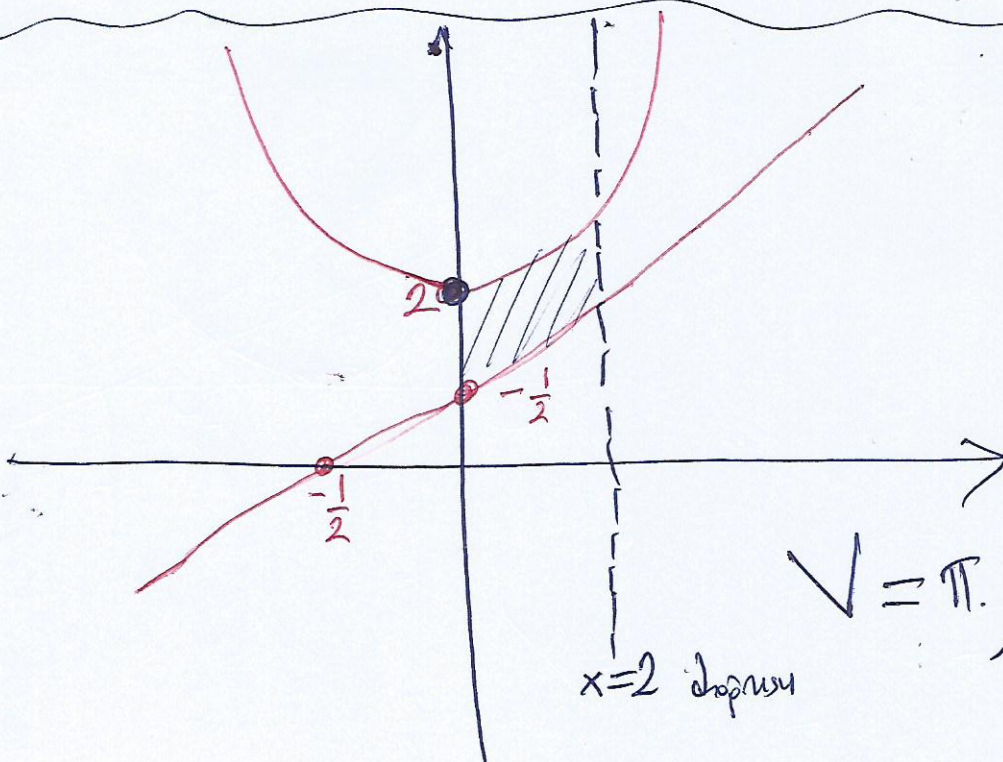
$\Rightarrow y = \frac{x^2}{2} + 2$  ve  $y = x + \frac{1}{2}$  ekrleri ve  $x=0$ ,  $x=2$  doğruları ile SB nin  $x$ -ekseni ED ile OCH?

$dx$  (disk metodu).

$$y = \frac{x^2}{2} + 2 = \frac{1}{2}(x-0)^2 + 2 \Rightarrow T(0, 2) \Rightarrow y=0 \text{ için } \frac{x^2}{2} + 2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$x$ -eksenini kesmez

Kesim Noktaları:  $\frac{x^2}{2} + 2 = x + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2 + 4}{2} = \frac{2x + 1}{2} \Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0$   
 $\Delta < 0 \Rightarrow$  Kesim noktaları yok



$$y = x + \frac{1}{2} \text{ için}$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$V = \pi \int \left[ \left( \frac{x^2}{2} + 2 \right)^2 - \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 \right] dx$$

$\downarrow$   
üstteki ekr  
( $x$ -eksenine göre)

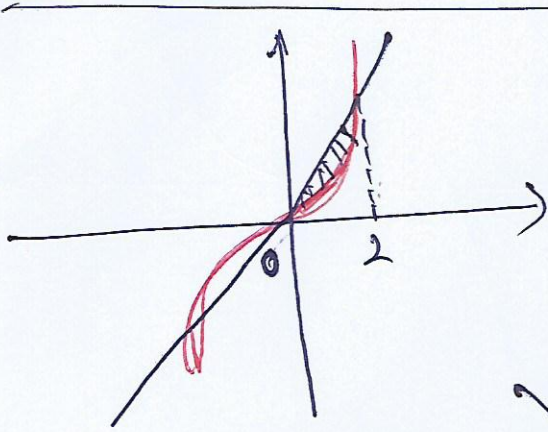
$x=2$  doğrusu



⇒  $y = \frac{1}{4}x^3$  ve  $y = x$  eğrileri ile SB nin koordinat ekseninin

I. bölgedeki kalan kısmının X-ekseni ED ile OCTH?

↓  $dx$  (disk metodu)



Kesim noktaları:

$$\frac{1}{4}x^3 = x \Rightarrow x^3 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x^2 - 4) = 0$$

$$\boxed{x=0} \quad \boxed{x=2} \quad \boxed{x=-2}$$

$$V = \pi \cdot \int_0^2 \left[ (x)^2 - \left( \frac{1}{4}x^3 \right)^2 \right] dx$$

⇒  $x = y^2$  eğrisi, X-ekseni ve  $x=4$  doğrusu ile SB nin  $x=4$  doğrusu ED ile OCTH?

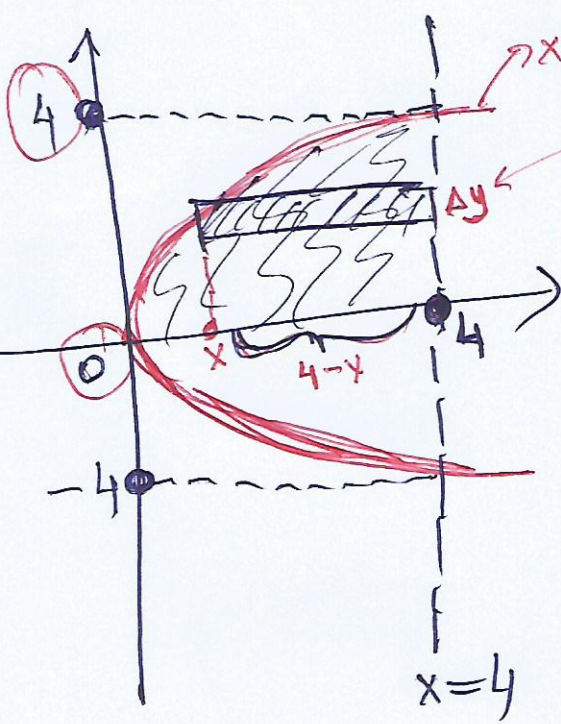
↓  $dy$  (disk metodu)

↓  $dy$  (disk metodu)

$$x = y^2, \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4}(y-0)^2 + 0 \Rightarrow T(0,0)$$

Kesim noktaları: YOK (tek eğri)



$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \cdot (4 - x)^2 \cdot \Delta y$$

$$V = \pi \cdot \int_0^4 \left[ 4 - \frac{y^2}{4} \right]^2 dy$$

↓  $x=4$  doğrusu ED ile OCTH?

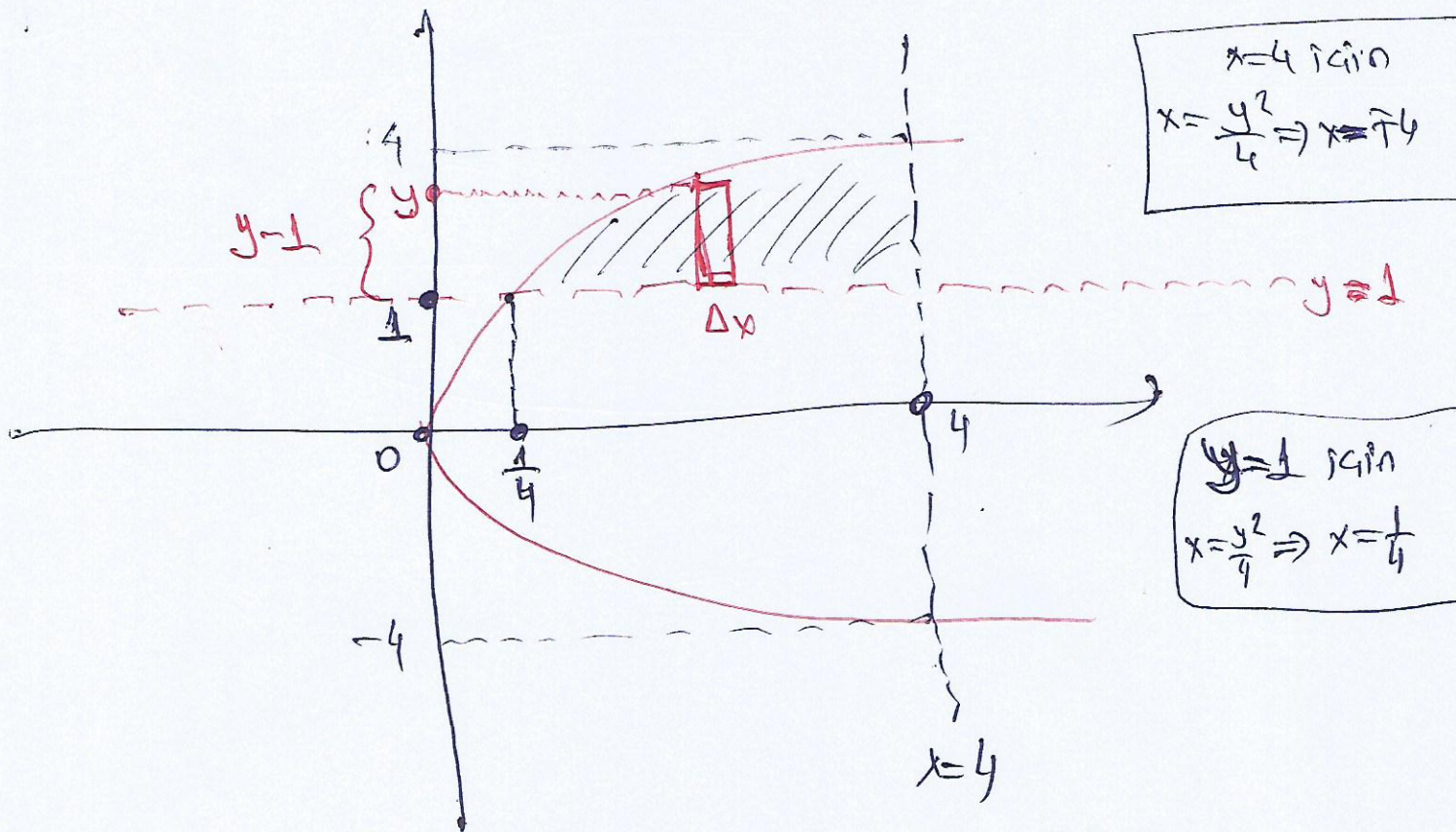
I. bölgede kalan kısmının denmesi? Aksi halde ne olurdu??



$\Rightarrow x = \frac{y^2}{4}$  eğrisi,  $x=4$  ve  $y=1$  doğruları ile SB nin

koordinat ekseninde I. bölgede kalan kısmının ED ile OCH?

$y=1$  doğrusu  
 $dx = \Delta x$  (disk)



$$V = \pi \int_{\frac{1}{4}}^4 [(y-1)^2] \cdot dx$$

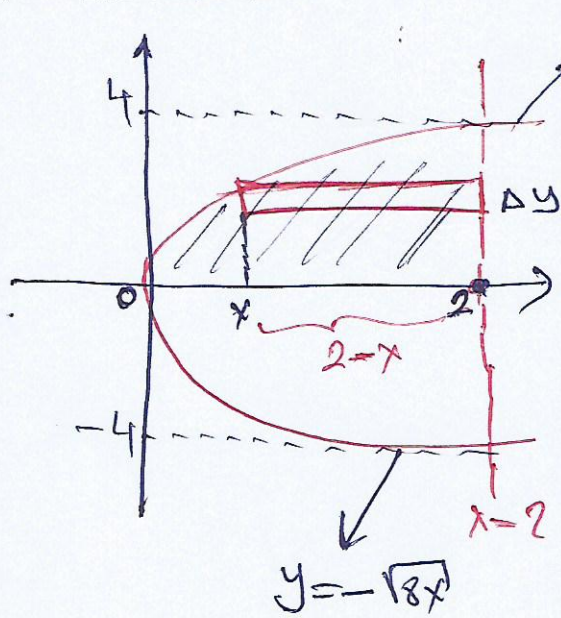
$$\begin{cases} x = \frac{y^2}{4} \Rightarrow y^2 = 4x \\ y = \pm 2\sqrt{x} \end{cases}$$

$$V = \pi \int_{\frac{1}{4}}^4 [(2\sqrt{x}-1)^2] \cdot dx$$



$\Rightarrow x = \frac{y^2}{8}$  ve  $x=2$  doğrusu ile  $SB$  nin  $I.$  bölgede kalan kısmının;

- a)  $x$ -ekseni ED ile OCH? } disk metodu ile gözünüz.  
 b)  $x=2$  doğrusu ED ile OCH?  
 c)  $y=4$  doğrusu ED ile OCH?



$$x=2 \text{ için } \left( x = \frac{y^2}{8} \right) \Rightarrow y = \pm 4$$

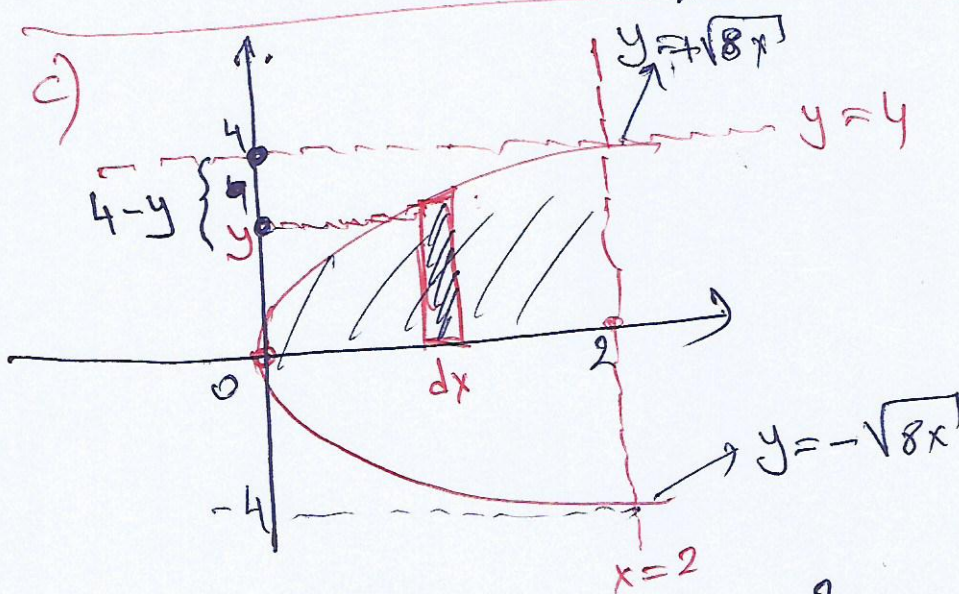
- a) disk metodu  $\Rightarrow$   $x$ -ekseni ED ile OCH?  
 $\downarrow dx$  (disk)

$$V = \pi \cdot \int_0^2 \left[ (\sqrt{8x})^2 - 0^2 \right] \cdot dx$$

- b)  $x=2$  doğrusu ED ile OCH?  
 $\downarrow dy$  (disk)

$$V = \pi \cdot \int_0^4 \left[ 2 - x \right]^2 \cdot dy$$

$$V = \pi \cdot \int_0^4 \left[ 2 - \frac{y^2}{8} \right]^2 \cdot dy$$



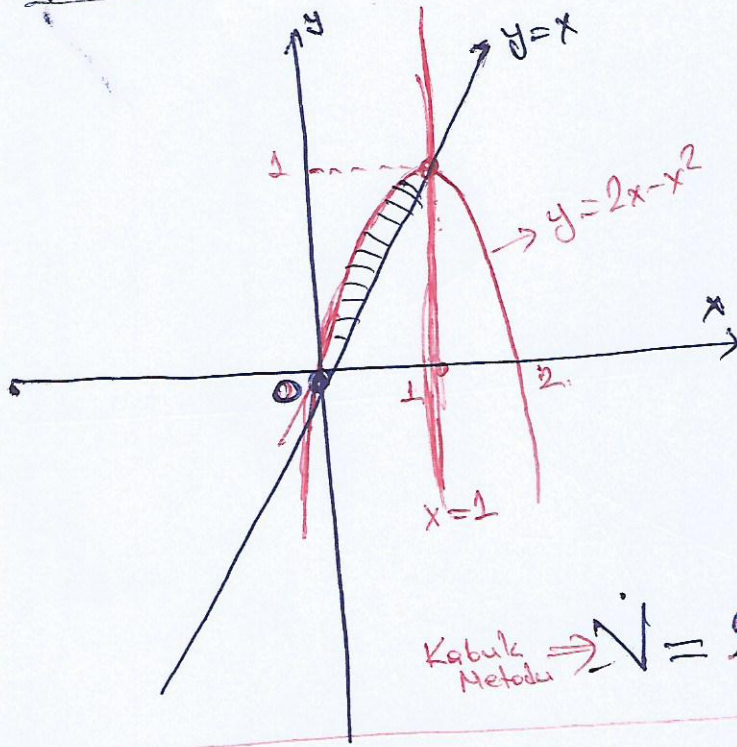
- c) \*  $y=4$  doğrusu ED ile OCH?  
 $\downarrow dx$  (disk)

$$V = \pi \cdot \int_0^2 \left[ 4 - y \right]^2 \cdot dx = \pi \cdot \int_0^2 \left[ 4 - \sqrt{8x} \right]^2 \cdot dx$$

$\downarrow$   
 $x$ -eksenine göre



$\Rightarrow y=2x-x^2$  ve  $y=x$  eksenleri ile SB nin  $x=1$  dofrusu ED ile OCT?



Kesim noktaları:

$$2x-x^2=x \Rightarrow \boxed{x=1}$$

1 Kab

$$y=2x-x^2=-[x^2-2x]=-[x(x-2)]$$

$$y=-(x-1)^2+1$$

$$\cap T(1,1)$$

x-eksenini kestiği noktalar

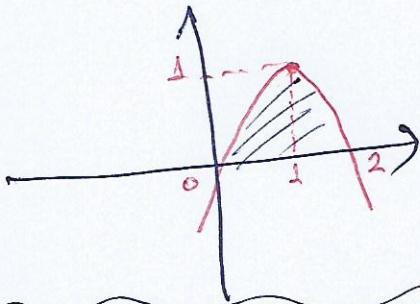
$$2x-x^2=0 \Rightarrow \boxed{x=0} \quad \boxed{x=2}$$

Kabuk Metodu  $\Rightarrow V = 2\pi \int (1-x) \cdot [(2x-x^2) - (x)] \cdot dx$   
 $\downarrow$   
 $x=1$  dofrusu

\* y-ekseni ED ile OCT deysdi

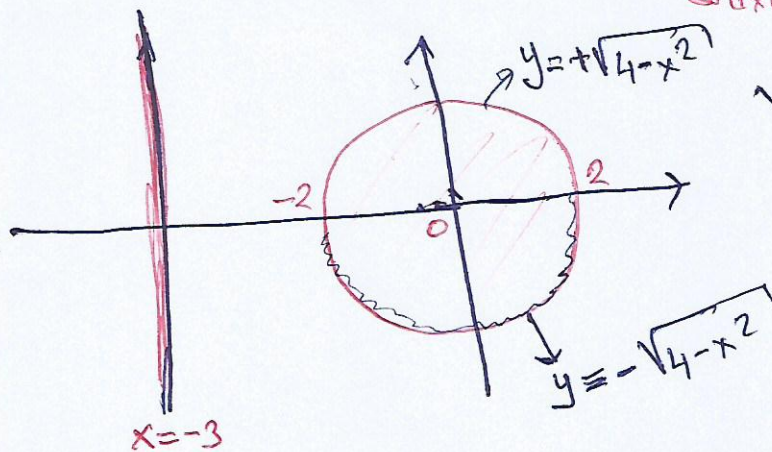
$$V = 2\pi \int x \cdot [(2x-x^2) - x] \cdot dx$$

$\Rightarrow y=2x-x^2$  eksenleri ile SB nin y-ekseni ED ile OCT deysdi?  
 $\downarrow$   
 $dx$  (Kabuk)



$$V = 2\pi \int x \cdot (2x-x^2) \cdot dx$$

$\Rightarrow x^2+y^2=4$  çemberinin  $x=-3$  dofrusu ED ile OCT?  
 $\downarrow$   
 $dx$  (Kabuk)

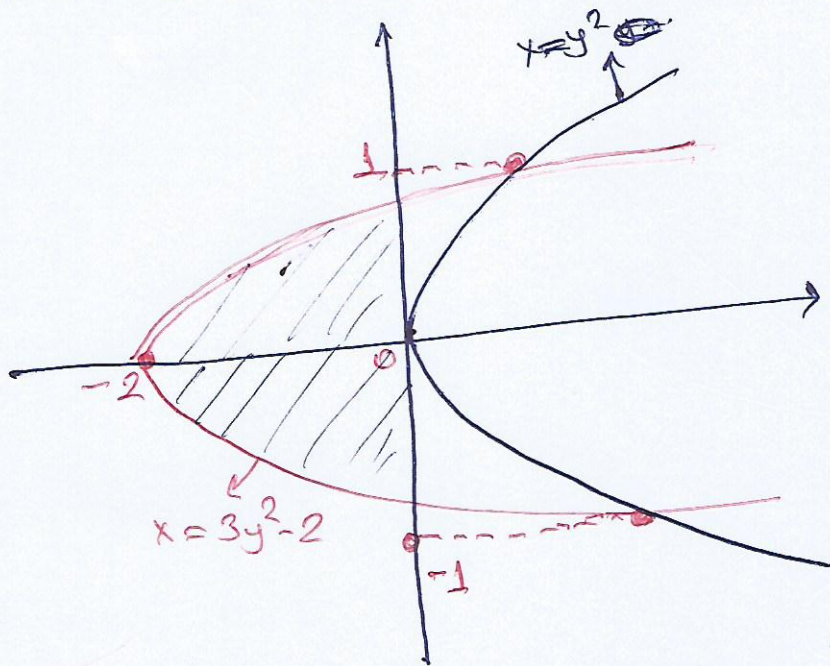


$$V = 2\pi \int [x - (-3)] \cdot 2 \cdot \sqrt{4-x^2} \cdot dx$$

$$\sqrt{4-x^2} - (-\sqrt{4-x^2})$$



$\Rightarrow x=y^2$  ,  $x=3y^2-2$  ~~ile~~ ile SB nin x-ekseni ED ile OCH? ↓ dy (kabuk)



Kesim noktaları:

$$y^2 = 3y^2 - 2$$

$$2y^2 = 2 \Rightarrow y = \pm 1$$

$$x = 3y^2 - 2$$

$$x = 3 \cdot (y-0)^2 - 2$$

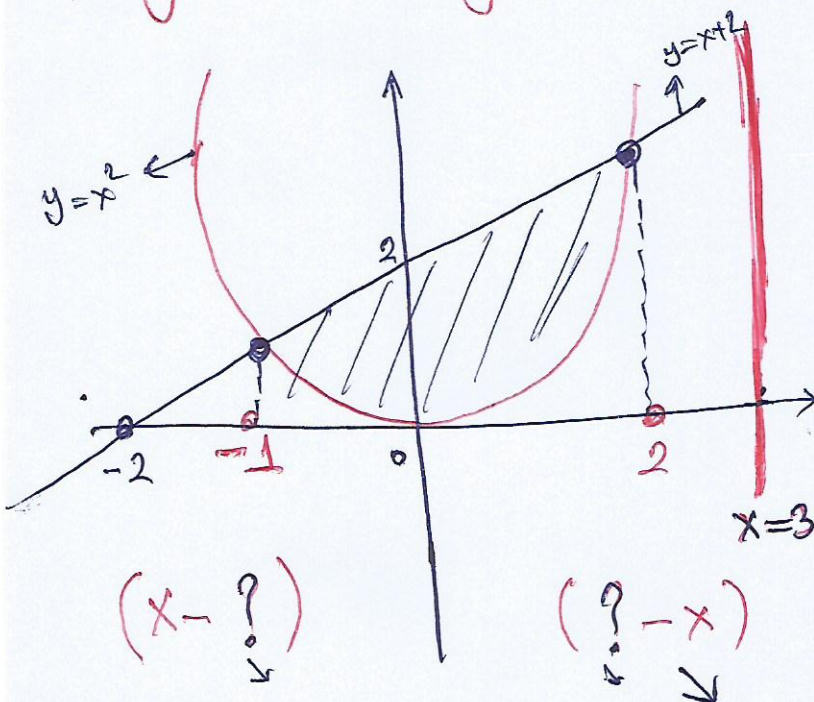
$$T(-2, 0)$$

y-eksenini kestiği noktalar:

$$0 = 3y^2 - 2 \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$V = 2\pi \int_{-1}^1 y \cdot [y^2 - (3y^2 - 2)] \cdot dy$$

$\Rightarrow y=x^2$  ve  $y=x+2$  epleri ile SB nin x=3 doğrusu ED ile OCH? → dx (kabuk)



Kesim noktaları:

$$x^2 = x + 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$\boxed{x=2} \quad \boxed{x=-1}$$

$$V = 2\pi \int [3-x] \cdot [(x+2) - x^2] \cdot dx$$

↓  
x=3 doğrusu



⇒  $y = -x^2 + 4x - 3$  parabolü ile  $y = x - 3$  doğrunun arasında kalan bölgenin y-eksen ED ile OCH?  
 $\downarrow$   
 $dx$  (Kabuk metodu)

Kabuk (3)

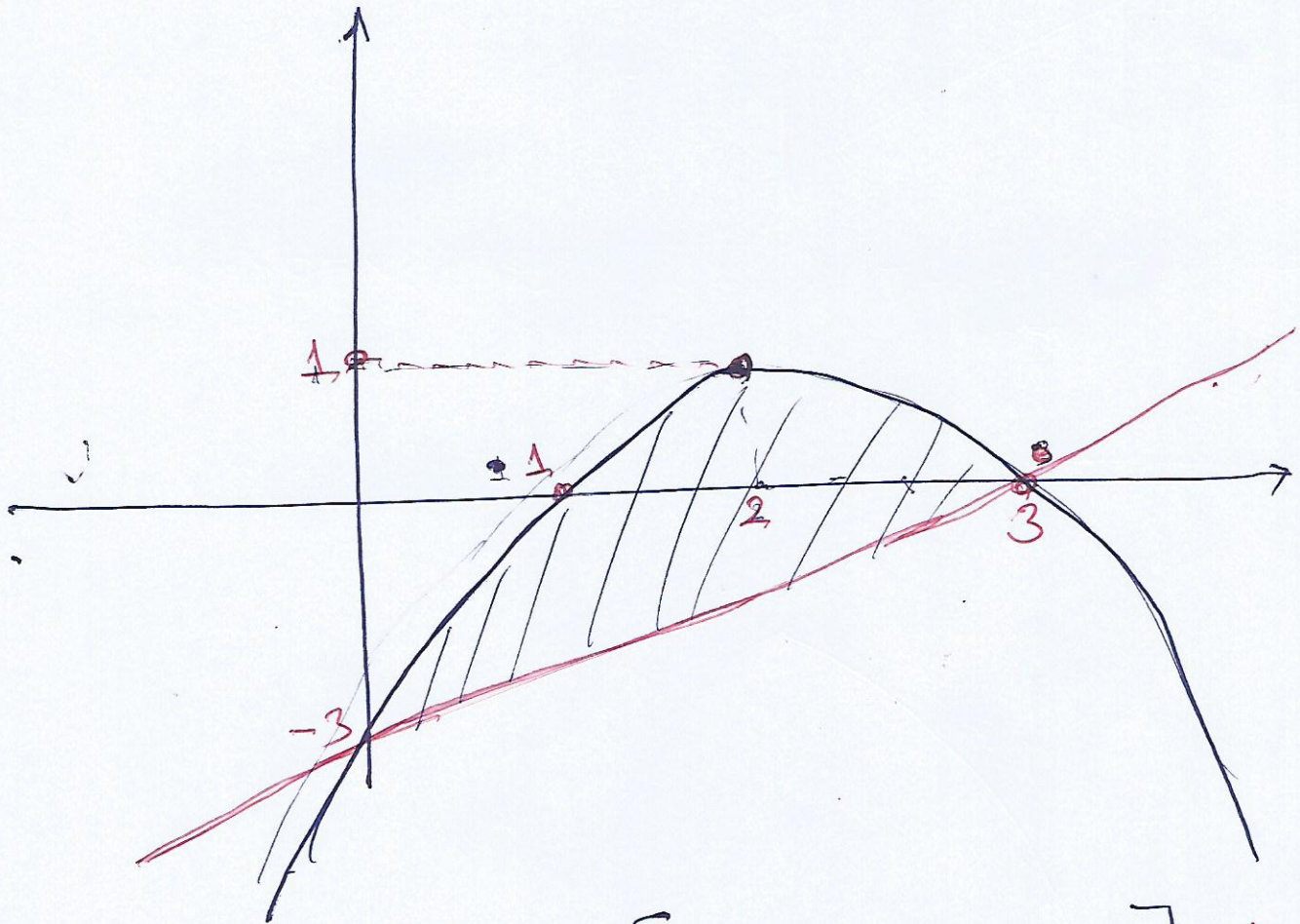
Kesim noktaları:  $-x^2 + 4x - 3 = x - 3 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow \boxed{x=0} \quad \boxed{x=3}$

$y = -x^2 + 4x - 3 = -[x^2 - 4x + 3] = -[(x-2)^2 - 1] = \overset{\uparrow}{-1} (x-2)^2 + 1 \Rightarrow T(2, 1)$

x-eksenini kestiği noktalar:  $-x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x=3} \quad \boxed{x=1}$

y-eksenini kestiği noktalar:  $x=0$  için  $y = -3$

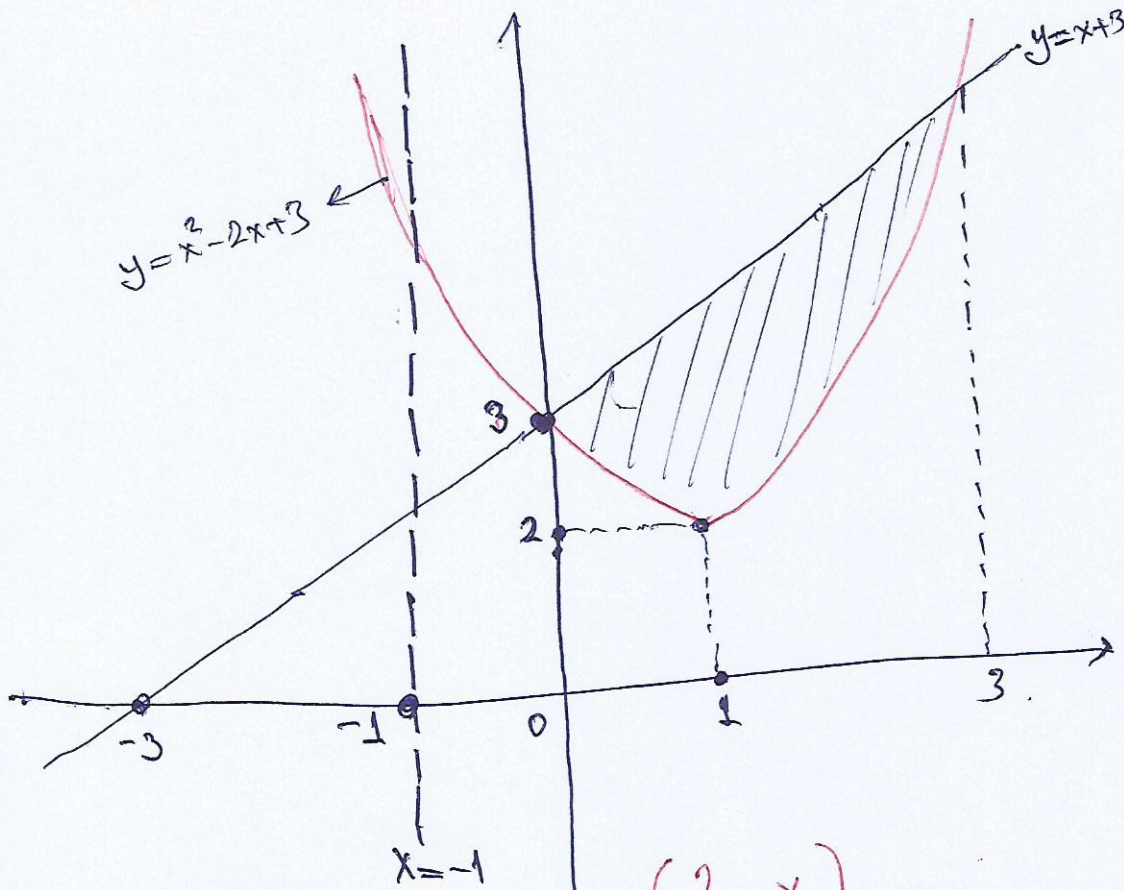
$y = x - 3$  doğrusu için  $\Rightarrow x=0 \Rightarrow y = -3$   
 $y=0 \Rightarrow x=3$



$$V = 2\pi \int x \cdot [(-x^2 + 4x - 3) - (x - 3)] \cdot dx$$



$\Rightarrow y = x^2 - 2x + 3$  ve  $y = x + 3$  ile SB nin  $x = -1$  değeri ED ile OCH?  $\rightarrow dx$  (kabuk)



Kabuk (4)

$(x - ?)$

$(? - x)$

Kesim noktaları :

$$x^2 - 2x + 3 = x + 3$$

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 1$$

$$y = (x - 1)^2 + 1$$

$T(1, 1)$

x-ekseni kestiği noktalar:

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Delta < 0$$

x-eksenini kesmez.

y-eksenini kestiği nokta:

$$x = 0 \text{ için } y = 3$$

$y = x + 3$  değeri

$$x = 0 \text{ için } y = 3$$

$$(0, 3)$$

$$y = 0 \text{ için } x = -3$$

$$(-3, 0)$$

$$V = 2\pi \int_0^3 \left[ x - (-1) \right] \cdot \left[ (x + 3) - (x^2 - 2x + 3) \right] \cdot dx$$

$\downarrow$   
 üstteki  
 (x-eksenine göre)