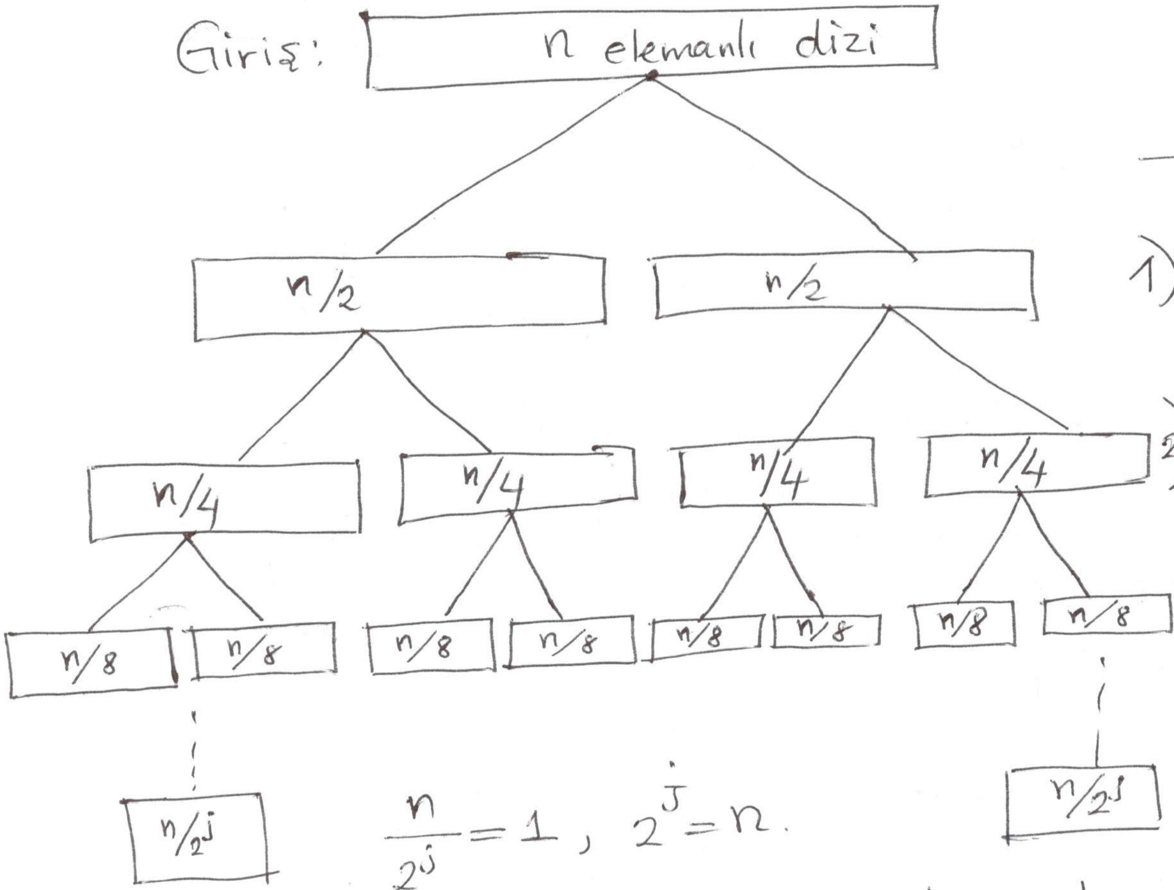
(Topdown) Merge Sort Algoritması

(MERGE) En ~~...~~ kötü durumda Karsılaştırma Sayısı



1) $\frac{n}{2}+\frac{n}{2}-1=n-1$

2) $\left(\frac{n}{4}+\frac{n}{4}\right)-1+\left(\frac{n}{4}+\frac{n}{4}-1\right)$
$=n-2$

3) $n-4$

j) $n-2^{j-1}$

$$\frac{n}{2^j}=1\,,\quad 2^j=n.$$

$2^k=n$ ise k adımda işlem sonlanır.

($j=0$ için)

$$\sum_{j=1}^{k}\left(n-2^{j-1}\right)=\sum_{j=1}^{k}n-\sum_{j=1}^{k}2^{j-1}=\sum_{j=1}^{k}n-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}2^{j}=kn-\frac{1}{2}\left[2^{k+1}-1-1\right]$$

$$=kn-\frac{1}{2}\left[2^{k+1}-2\right]$$

$$=kn-\frac{1}{2}\left[2\left(2^{k}-1\right)\right]$$

$$=kn-2^k+1$$

$$=n\log n-n+1 \checkmark$$

$2^k=n$ ise, $k=\log_2 n$

MERGE işlemindeki maksimum karsılaştırma sayısı

$$n_1+n_2-1=\frac{n}{2}+\frac{n}{2}-1$$
$$=n-1$$

minimum Karsılaştırma sayısı

n_1 idi

Burada $\frac{n}{2}$ olur.

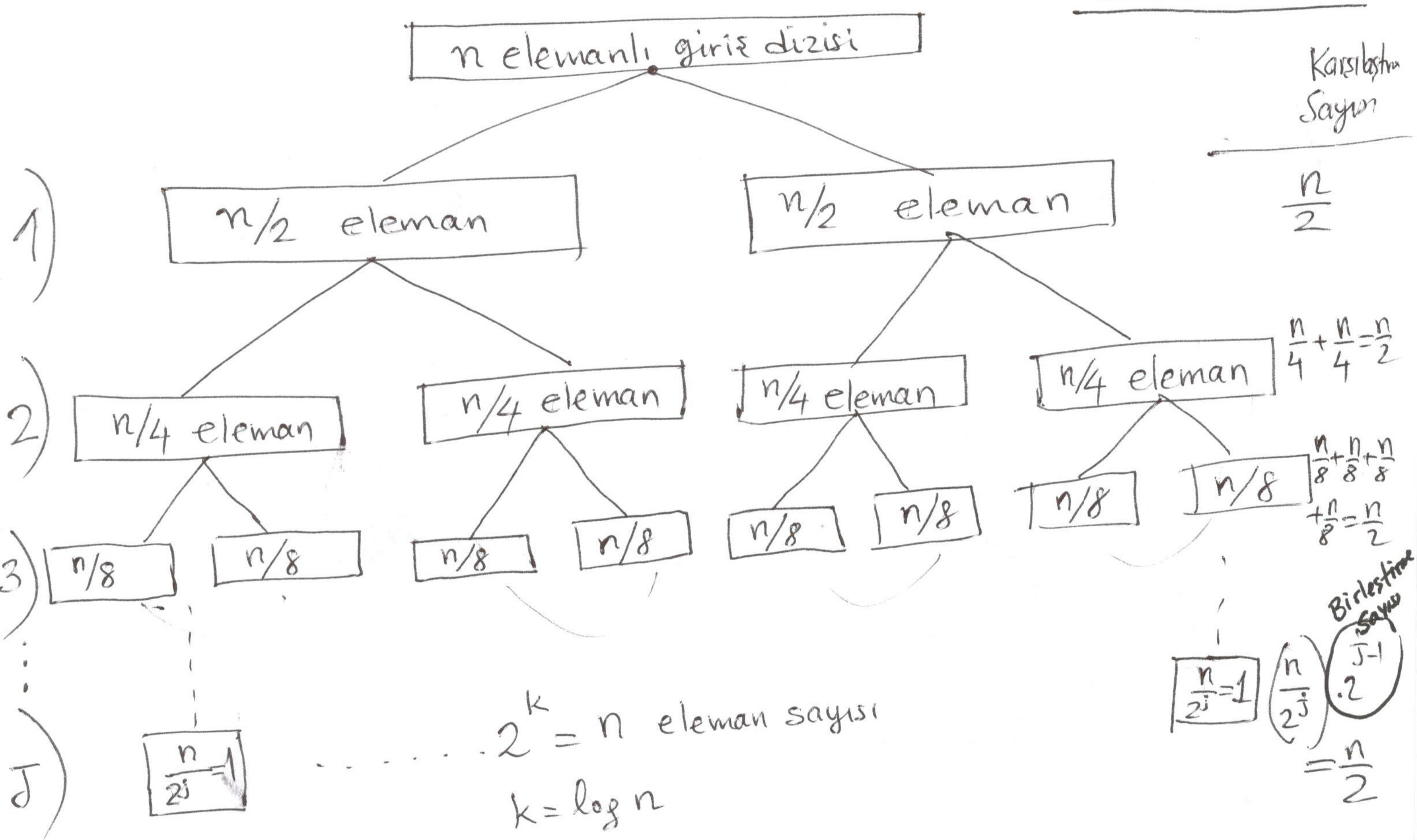
Hatırlatma:

$$\sum_{j=0}^{n}a^j=\frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}a^j=\frac{a^{n+1}-1}{a-1}-1$$

a^0 çıkarıldı.

(Topdown) Merge Sort Algoritması (analiz) en ~~kötü~~ iyi durum



$$\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{n}{2}\right)=\frac{kn}{2}=\frac{n.\log n}{2}$$

Açıklama

1. adımda $\frac{n}{2}$ elemanlı 2 dizi için 1 MERGE $1.\frac{n}{2}=\frac{n}{2}$

2. adımda $\frac{n}{4}$ elemanlı 4 dizi için 2 MERGE. $2.\frac{n}{4}=\frac{n}{2}$

3. adımda $\frac{n}{8}$ elemanlı 8 dizi için 4 MERGE. $4.\frac{n}{8}=\frac{n}{2}$

J. adımda $\frac{n}{2^j}$ elemanlı 2^j dizi için 2^{j-1} MERGE $2^{j-1}.\frac{n}{2^j}=\frac{n}{2}$

$$+\;\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{n}{2}\right)=\frac{kn}{2}$$

$$=\frac{n\log n}{2}$$

1. iterasyonda 1 elemanlı n adet sıralı dizi birleştiriliyor.

2. iterasyonda 2 elemanlı $\frac{n}{2}$ adet sıralı dizi birleştiriliyor.

$\frac{n}{4}$ merge (2 ile 3) arasında karşılaş.

3. iterasyonda 4 elemanlı $\frac{n}{4}$ adet sıralı dizi birleştiriliyor.

$\frac{n}{8}$ merg (4 ile 7) arasında karşılaşt.

⋮

j. iterasyonda 2^{j-1} elemanlı $\frac{n}{2^{j-1}}$ adet sıralı dizi birleştiriliyor.

$\frac{n}{2^j}$ merge 2^{j-1} ile $2.2^{j-1}-1$

j. adımdaki karşılaştırma sayısı;

$$\frac{n}{2^j}\cdot\boxed{2^{j-1}} \text{ ile } \frac{n}{2^j}\boxed{\left(2^{j-1}\cdot 2-1\right)} = \frac{n}{2^j}(2^j-1) = n-\frac{n}{2^j} \text{ arasındadır.}$$

Algoritmadaki dış döngü $k=\log n$ defa çalışacağından, karşılaştırma sayısı

$$\sum_{j=1}^{k}\frac{n}{2^j}\cdot 2^{j-1} = \sum_{j=1}^{k}\frac{n}{2} = \frac{kn}{2} = \frac{n\log n}{2}$$ olur. minimum karşılaştırma sayısı

maksimum karşılaştırma sayısı ise;

$$\sum_{j=1}^{k} n-\frac{n}{2^j} = \sum_{j=1}^{k} n - \sum_{j=1}^{k}\frac{n}{2^j} = kn - n\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^j = kn-n\cdot\frac{n-1}{n}$$

$$\boxed{=n\log n - n + 1}$$ bulunur.

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = 1+a+a^2+\dots+a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}, \quad a\neq 1$$ olduğundan

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^j = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}-1}{\frac{1}{2}-1} = -2\left(2^{-k-1}-1\right)-1 = -2^{-k}+1 = 1-\frac{1}{2^k}$$

$$= 1-\frac{1}{2^{\log n}} = 1-\frac{1}{n}$$

$$= \frac{n-1}{n}$$

en son $2^{j-1} = \frac{n}{2}$ yada $\frac{n}{2^{j-1}} = 2$ olunca işlem durur

$2^j = n$ $\qquad$ $2^j = n$, $j = \log_2 n$

$j = \log_2 n$

5 daha düzenli