Öğr. No: Ad-Soyad: İmza:

18-19 Güz Bilgisayar Müh. MAT-I Final Soruları 31.12.2018

1) **a)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+\cos 3x-x-2}{x\sin 5x}=?$ (15p) **b)** $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+x)^{\text{cosec}x}=?$ (15p)

2) $x\cos y - y\sin x + x + y = 0$ ile verilen eğrinin $(0,0)$ noktasındaki teğet denklemini yazınız.(15p)

3) Dik kenarları toplamı 2 br olan dik üçgenler içerisinde hipotenüsü en küçük olanın hipotenüs uzunluğunu bulunuz. (20p)

4) $y=\dfrac{x^2-3}{x-2}$ eğrisini gerekli tüm işlemleri yaparak çiziniz.(35p)

NOT: Sınav süresi 75 dakikadır. Nereden geldiği belli olmayan bilgilere not verilmez.

18-19 Güz Bilgisayar MAT-I Final Çözümleri 31.12.2018

1) a) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x+\cos 3x-x-2}{x.\sin 5x} \underset{Hsp}{\overset{0/0}{=}} \lim_{x\to 0}\frac{e^x-3\sin 3x-1}{1.\sin 5x+5x\cos 5x} \overset{0/0}{=}$

$\underset{Hsp}{\overset{0/0}{=}} \lim_{x\to 0}\frac{e^x-9\cos 3x}{5\cos 5x+5\cos 5x-25x\sin 5x} = \frac{1-9}{5+5-0} = \frac{-8}{10} = -\frac{4}{5}$ //

b) $\lim_{x\to 0^+}(1+x)^{\operatorname{cosec}x} = \lim_{x\to 0^+}(1+x)^{\frac{1}{\sin x}} \overset{1^\infty}{=} e^{\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sin x}.\ln(1+x)}$

$= e^{\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)}{\sin x}} \underset{Hsp}{\overset{0/0}{=}} e^{\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{1+x}}{\cos x}} = e^{\frac{\frac{1}{1+0}}{1}} = e^{1} = e$ //

2) $x\cos y - y\sin x + x + y = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}(x\cos y - y\sin x + x + y) = \frac{d}{dx}0$

$\left(\frac{dx}{dx}\right).\cos y + x.\frac{d\cos y}{dx} - \left(\frac{dy}{dx}\right).\sin x + \frac{d\sin x}{dx} + \frac{dx}{dx} + \frac{dy}{dx} = 0$

$1.\cos y + x.\frac{d\cos y}{dy}.\frac{dy}{dx} - y'.\sin x - y.\cos x + 1 + y' = 0$

$\cos y + x.(-\sin y).y' - y'.\sin x - y.\cos x + 1 + y' = 0$

$\cos y - y.\cos x + 1 = (x.\sin y + \sin x - 1)\,y'$ den

$y' = \frac{\cos y - y\cos x + 1}{x\sin y + \sin x - 1} \Rightarrow y'\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = \frac{\cos 0 - 0.\cos 0 + 1}{0.\sin 0 + \sin 0 - 1} = \frac{2}{-1} = -2 = m_{teğet}$

teğet doğru denk: $y - y_0 = m_t(x - x_0)$ dan

$y - 0 = -2(x - 0) \Rightarrow \boxed{y = -2x}$ bulunur.

II. yol: $F(x,y) = x\cos y - y\sin x + x + y = 0 \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x(x,y)}{F'_y(x,y)}$

ile de aynı y' bulunur.

4° $f''(x) = \dfrac{(2x-4)(x-2)^2 - 2(x-2)(x^2-4x+3)}{(x-2)^4} = \dfrac{(2x-4)(x-2) - 2(x^2-4x+3)}{(x-2)^3}$ den

$f''(x) = \dfrac{\cancel{2x^2}-\cancel{8x}+8-\cancel{2x^2}+\cancel{8x}-6}{(x-2)^3} = \dfrac{2}{(x-2)^3}$ olup $x_0 = 2$ de $f''(2)$=tanımsız.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	$\Vert$	$+$
	B.A.		B.Y.

$x_0 = 2$ de fo. tanımsız olduğundan Büküm noktası yoktur.

5° Özel noktalar: $x=0$ için $y=\frac{3}{2}$; $(0,\frac{3}{2})$ den geçer

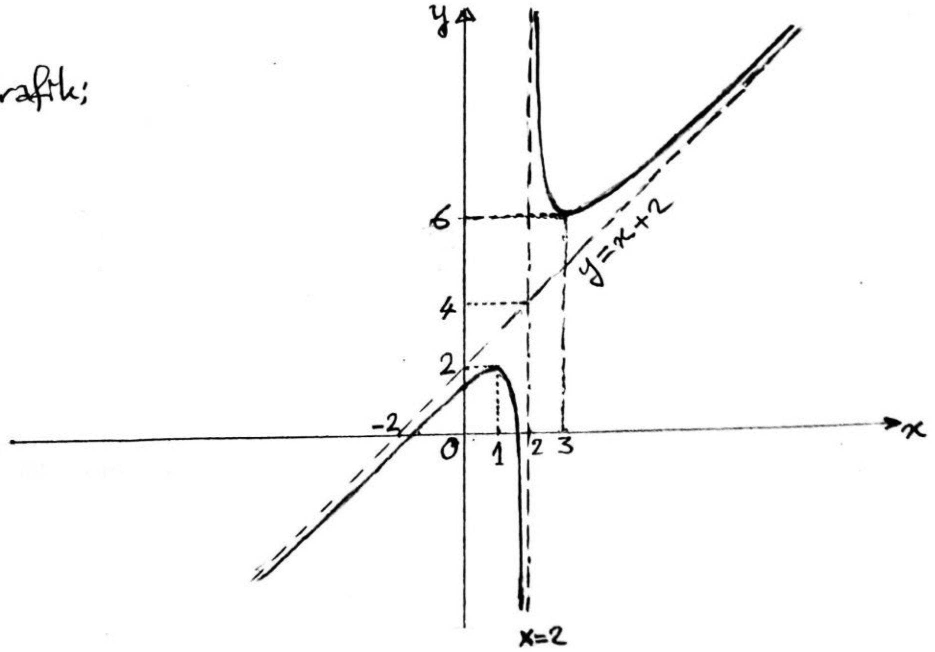
$y=0$ için $x^2-3=0$ dan $x=\mp\sqrt{3}$ olup $(-\sqrt{3},0)$ ve $(\sqrt{3},0)$ noktalarından geçer

$f(1)=\dfrac{1^2-3}{1-2}=2$; $f(3)=\dfrac{3^2-3}{3-2}=6$ olup $(1,2)$ de maksimumu var $(3,6)$ da minimumu var.

6° Tablo:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		1		$\sqrt{3}$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$							0				$\Vert$		0		
$f''(x)$											$\Vert$				
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$	$\nearrow$	2 max	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	6 min	$\nearrow$	$+\infty$
	konkav												konveks		

7° Grafik:



① b) ikinci Yol: $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\operatorname{cosec} x} = \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{\sin x}}$

$$= \lim_{x\to 0}\left[(1+x)^{\frac{1}{x}}\right]^{x\cdot\frac{1}{\sin x}} = \left[\underbrace{\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}}_{=e}\right]^{\overbrace{\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}}^{=1}} = e^1 = e$$

---

② ikinci yol: $y' = -\frac{F_x'}{F_y'} = -\frac{1.\cos y - y.\cos x + 1}{-x\sin y - \sin x + 1} = \frac{\cos y - y\cos x + 1}{x\sin y + \sin x - 1}$

olup $m_t = y')_{(0,0)} = \frac{\cos 0 - 0.\cos 0 + 1}{0.\sin 0 + \sin 0 - 1} = \frac{1+1}{-1} = -2$ teğet eğimidir.

teğet denklemi de $y - y_0 = m_t(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = -2(x-0) \Rightarrow \boxed{y = -2x}$