



CEVAP KAĞIDI

ÖĞRENCİ NUMARASI									
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	1	1	1	1	1	1	1
D	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Y	3	3	3	3	3	3	3	3	3
U	4	4	4	4	4	4	4	4	4
E	5	5	5	5	5	5	5	5	5
T	6	6	6	6	6	6	6	6	6
M	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9	9	9	9	9

AD : _____

SOYAD : _____

DERS ADI : _____

ŞUBE : _____

İMZA : _____

Aşağıdaki alana işaretleme yapmayınız !

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

MATEMATİK I FİNAL SORULARI

07.01.2019

- 1) a) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2} = ?$ (15 Puan) , b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{x^2}} = ?$ (15 Puan)
- 2) a) $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ fonksiyonun n . mertebeden türevini ve $f^{(4)}(0)$ türev değerini bulunuz. (15 Puan)
- b) $\sqrt[3]{123}$ ifadesinin yaklaşık değerini diferansiyel yardımıyla bulunuz (10 Puan)
- 3) İki köşesi x eksenine ve diğer iki köşesi de $f(x) = 9 - x^2$ eğrisi üzerinde olan dikdörtgenlerden, alanı maksimum olanının alanını bulunuz. (20 Puan)
- 4) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ fonksiyonunun grafiğini gerekli tüm adımları yaparak çiziniz? (25 Puan)

Sınav süresi 75 dakikadır. Başarılar dileriz. Nereden geldiği belli olmayan cevaplar dikkate alınmayacaktır.

CEVAPLAR

① a) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2} = \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \frac{\sin \frac{\pi x}{2}}{\cos \frac{\pi x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \sin \frac{\pi x}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\cos \frac{\pi x}{2}} =$

$\% = 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{-\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2}} = 1 \cdot \frac{-1}{-\frac{\pi}{2} \cdot 1} = \frac{-1}{-\frac{\pi}{2}} = +\frac{2}{\pi} // \text{ bulunur.}$

① b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{x^2}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x^2} \ln \cos x}$, burada

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x^2} \ln \cos x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln \cos x}{x^2} \stackrel{\%}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \frac{-\sin x}{\cos x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\cos x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = -1 \cdot 1 = -1$

olup $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{x^2}} = e^{-1} = \frac{1}{e} // \text{ bulunur.}$

② a) $f(x) = \frac{1}{2x-1} = (2x-1)^{-1}$

$$f'(x) = -1 \cdot (2x-1)^{-2} \cdot 2 = (-1)^1 \cdot 2^1 \cdot 1! \cdot (2x-1)^{-2}$$

$$f''(x) = (-1) \cdot (-2) \cdot (2x-1)^{-3} \cdot 2 = (-1)^2 \cdot 2^2 \cdot 2! \cdot (2x-1)^{-3}$$

$$f'''(x) = (-1)(-2)(-3) \cdot (2x-1)^{-4} \cdot 2 = (-1)^3 \cdot 2^3 \cdot 3! \cdot (2x-1)^{-4}$$

$$f^{(4)}(x) = (-1)(-2)(-3)(-4) \cdot (2x-1)^{-5} \cdot 2 = (-1)^4 \cdot 2^4 \cdot 4! \cdot (2x-1)^{-5}$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot 2^n \cdot n!}{(2x-1)^{n+1}}, \text{ her } n \in \mathbb{N} \text{ için.}$$

Bu genel formülde n yerine 4 ve $x=0$ yerlerine konulursa

$$f^{(4)}(0) = \frac{(-1)^4 \cdot 2^4 \cdot 4!}{(2 \cdot 0 - 1)^5} \text{ den}$$

$$f^{(4)}(0) = \frac{2^4 \cdot 4!}{(-1)^5} = -2^4 \cdot 4!$$

$$f^{(4)}(0) = -16 \cdot 24 = -384 \text{ bulunur.}$$

② b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ olsun $f'(x) = (x^{1/3})' = \frac{1}{3} x^{-2/3} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ dir.

$\Delta y \approx dy \Leftrightarrow f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0) \cdot \Delta x$ veya $f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \Delta x$ olup burada $x_0 = 125$ ve $\Delta x = -2$ seçilirse

$$f(125-2) \approx f(125) + f'(125) \cdot (-2) \Rightarrow \sqrt[3]{123} \approx \sqrt[3]{125} + \frac{1}{3\sqrt[3]{125^2}} \cdot (-2) \text{ den}$$

$$\sqrt[3]{123} \approx 5 - \frac{2}{3 \cdot 5^2} = 5 - \frac{2}{75} = \frac{373}{75} \text{ bulunur.}$$

③ Alan $S = (2x) \cdot y$ dir.

Alan fonksiyonu: $f(x) = 2x \cdot (9-x^2)$ dir.

$$f'(x) = 2 \cdot (9-x^2) + 2x(-2x) = 18 - 6x^2 = 6(3-x^2)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6(3-x^2) = 6(\sqrt{3}+x)(\sqrt{3}-x) = 0$$

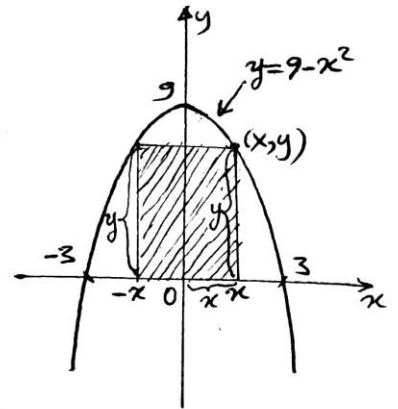
$$x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3} \text{ dir.}$$

(anlamsız)

türev işareti:

x	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$f'(x)$	$-$	$+$
	\searrow	\nearrow
	ϕ	ϕ
		max.

$$0 < x < 3 \text{ dir.}$$



$$x = \sqrt{3} \text{ için } y = 9 - (\sqrt{3})^2 = 6 \text{ olup Max. alan} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 6 = 12\sqrt{3} \text{ br}^2$$

④ $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ f. nın grafiği

1° T.A = $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

2° $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ D.A ($x=-1$ için pay $\neq 0$)

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+x+1}{x+1} = \pm\infty$ y.A. yola Σ ptli
asimptot eğitirleri $\frac{x^2+x+1}{x^2+x} \left| \frac{x+1}{x} \right.$
1 $\boxed{y=x}$ eğitir
asimpt.

3° $f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1) - 1 \cdot (x^2+x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

$x_1=0, x_2=-2, x_3=x_4=-1$ Kritik noktalar.

4° $f''(x) = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - 2(x+1) \cdot (x^2+2x)}{(x+1)^4} = \frac{(2x+2)(x+1) - 2(x^2+2x)}{(x+1)^3}$

$f''(x) = \frac{\cancel{2x^2} + \cancel{2x} + \cancel{2x} + 2 - \cancel{2x^2} - 4x}{(x+1)^3} = \frac{2}{(x+1)^3}$ $x_3=x_4=x_5=-1$ Kritik nokta

5° $x=0$ için $y=1$, $y=0$ için $0 = \frac{x^2+x+1}{x+1} \Rightarrow x^2+x+1=0$
(0,1) den geçer $\Delta < 0$ old
reel köşü yok

Fonksiyon x-eksenini kesmez.

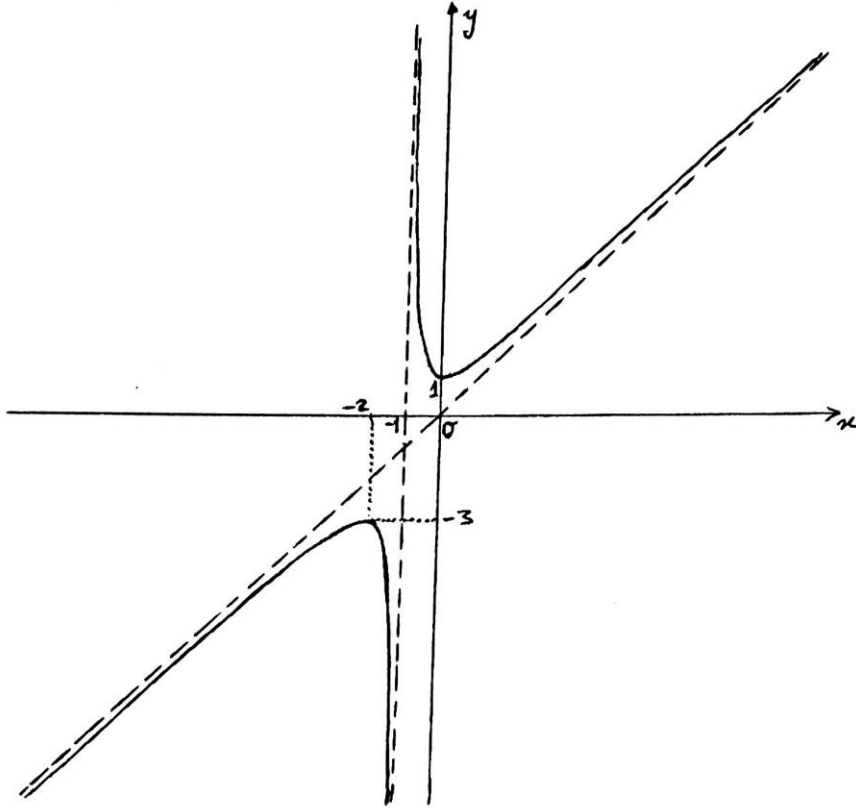
$f(-2) = \frac{(-2)^2+(-2)+1}{(-2)+1} = \frac{3}{-1} = -3$ (-2,-3) den geçer

6° Tablo:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-	+
$f''(x)$	-	-	-	+	+
f(x)	∞	-3 max.	$-\infty$	1 min.	∞

konkav konveks

7° Grafik:



NOT: Çözümlerde işlem hatası varsa lütfen bildiriniz. 07.01.2019