07.04.2018
Cumartesi

2017-2018 BAHAR DÖNEMİ GIDA MÜH. BÖLÜMÜ
LİNEER CEBİR VİZE SORULARI

Soru 1.

$$\begin{aligned} 2x - y + 4z &= 0 \\ x + 3z &= -1 \\ -3x + y &= 2 \end{aligned}$$

lineer denklem sistemini çözünüz.

NOT
(İstediğiniz yöntemi tercih ediniz. Gauss, Gauss-Jordan, Cramer vs.)

Soru 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 4 & 9 & -1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersini hesaplayınız.

Soru 3. $\det \begin{bmatrix} -a & a-1 & a+1 \\ a & 0 & 2 \\ 2a & a-1 & 4 \end{bmatrix} = 0$ ise $a = ?$

NOT
(Determinantın özelliklerini kullanarak bulunuz. Sarrus kullanmayınız.)

Soru 4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & y & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ ise $x + y = ?$

NOT
($A_{n\times n}$ matrisi için $AB = BA = I_n$ olacak şekilde bir $B_{n\times n}$ matrisi varsa, B ye A nın tersi denir ve $B = A^{-1}$ dir.)

Sınav süresi 80 dakikadır.

Her sorunun altındaki notları dikkate alarak çözüm yapınız.

Arş. Gör. Tuğba PETİK

BAŞARILAR

— CEVAP ANAHTARI — (GIDA)

① Gauss-Jordon yoketme yöntemi ile çözelim.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[3R_2+R_3 \to R_3]{(-2)R_2+R_1 \to R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 9 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 9 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2+R_3 \to R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[\frac{1}{7}R_3 \to R_3]{-R_2 \to R_2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/7 \end{array}\right] \xrightarrow[(-3)R_3+R_1 \to R_1]{(-2)R_3+R_2 \to R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -10/7 \\ 0 & 1 & 0 & -16/7 \\ 0 & 0 & 1 & 1/7 \end{array}\right]$$ olduğundan

$x = -10/7$, $y = -16/7$, $z = 1/7$ olarak bulunur.

② $$\det\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 4 & 9 & -1 \end{bmatrix} \underset{(-4)R_1+R_3 \to R_3}{\overset{(-3)R_1+R_2 \to R_2}{=\!=\!=}} \det\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \underset{(-2)R_3+R_2 \to R_2}{=\!=\!=}$$

$$\det\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \overset{R_2 \leftrightarrow R_3}{=\!=\!=} (-1)\cdot\det\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = (-1).1.1.(-1) = 1.$$

→ üst üçgensel matris

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\cdot\det\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 9 & -1 \end{bmatrix} = -26 \qquad A_{21} = (-1)^{2+1}\cdot\det\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 9 & -1 \end{bmatrix} = -7$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2}\cdot\det\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = 11 \qquad A_{22} = (-1)^{2+2}\cdot\det\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = 3$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}\cdot\det\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} = -5 \qquad A_{23} = (-1)^{2+3}\cdot\det\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} = -1$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \det\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} = 12 \qquad A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \det\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = -5$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \det\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} = 2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \operatorname{Adj} A = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -26 & 11 & -5 \\ -7 & 3 & -1 \\ 12 & -5 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -26 & -7 & 12 \\ 11 & 3 & -5 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

($A \cdot A^{-1} = I$ olduğu kontrol edildi!)

3) $$\det\begin{bmatrix} -a & a-1 & a+1 \\ a & 0 & 2 \\ 2a & a-1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow[2R_1+R_3 \to R_3]{R_1+R_2 \to R_2} \det\begin{bmatrix} -a & a-1 & a+1 \\ 0 & a-1 & a+3 \\ 0 & 3(a-1) & 2a+6 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(-3)R_2+R_3 \to R_3} \det\begin{bmatrix} -a & a-1 & a+1 \\ 0 & a-1 & a+3 \\ 0 & 0 & -a-3 \end{bmatrix} = (-a).(a-1).(-a-3) = 0 \text{ ise}$$

$a=0$, $a=1$ veya $a=-3$ olur.

4) $A \cdot A^{-1} = I$ olacağından,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & y & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1+y & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2-4x & 1+2y+2x & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olup, buradan $1+y=0$, $2-4x=0$, $1+2y+2x=0$, $2x=1$

olur. Buradan da $y=-1$ ve $x=\frac{1}{2}$ olarak bulunur. Böylece,

$$x+y = \frac{1}{2} - 1 = -1/2 \text{ dir.}$$