	TC. SAÜ. 2018-2019 ÖĞR. YILI GÜZ DÖNEMİ ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ MATEMATİK I DERSİ FİNALSINAVIDIR.	Sınav Tarihi	07.01.2019	NOT
		Öğr. No		
		Öğr. Adı Soyadı		
		Bölümü		

Sınav süresi 75 dakikadır. Başarılar dileriz. Nereden geldiği belli olmayan cevaplar dikkate alınmayacaktır.

SORULAR

1) A- $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\tan\dfrac{\pi x}{2}$ limitini hesaplayınız? **(15 Puan)**

B- $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{2}{x^2}}$ limitini hesaplayınız? **(15 Puan)**

2) $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ fonksiyonun $n.$ mertebeden türevini ve $f^{(7)}(0)$ türev değerini bulunuz? **(20 Puan)**

3) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ fonksiyonun grafiğini gerekli tüm adımları yaparak çiziniz? **(30 Puan)**

4) Aşağıdaki sorulardan yalnız 1 tanesini cevaplandırınız.

A) $f(x)=\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}$ fonksiyonunun [-1,1] kapalı aralığındaki ekstremum noktalarını ve ekstremum noktalarının cinslerini belirtiniz? **(20 Puan)**

B) İki köşesi x ekseni ve diğer iki köşesi de $f(x)=9-x^2$ eğrisi üzerinde olan dikdörtgenlerden, alanı maksimum olanın alanını bulunuz? **(20 Puan)**

18–19 GÜZ EEM MAT–I Final Çözümleri 07.01.19

(1) a) $\lim_{x\to 1}(1-x)\tan\frac{\pi x}{2} \overset{0.\infty}{=} \lim_{x\to 1}(1-x)\cdot\frac{\sin\frac{\pi x}{2}}{\cos\frac{\pi x}{2}} =$

$= \underbrace{\lim_{x\to 1}\sin\frac{\pi x}{2}}_{=1} \cdot \lim_{x\to 1}\frac{1-x}{\cos\frac{\pi x}{2}} \underset{Hsp.}{\overset{0/0}{=}} 1.\lim_{x\to 1}\frac{-1}{-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}} = \frac{-1}{-\frac{\pi}{2}.1} = \frac{2}{\pi}$

(1) b) $\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{2}{x^2}} \overset{1^\infty}{=} e^{\lim_{x\to 0}\frac{2}{x^2}.\ln\cos x} \overset{\infty.0}{=} e^{\lim_{x\to 0}\frac{2\ln\cos x}{x^2}}$

burada $\lim_{x\to 0}\frac{2\ln\cos x}{x^2} \underset{Hsp}{\overset{0/0}{=}} \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{2}.\frac{-\sin x}{\cos x}}{\cancel{2}x} = \underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{-1}{\cos x}}_{=-1}\cdot\frac{\sin x}{x}$

$= -1.\underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}}_{=1} = -1$ olup; $\lim_{x\to 0}(\cos x)^{2/x^2} = e^{-1} = \frac{1}{e}$ dir.

(2) $f(x) = \frac{1}{2x-1} = (2x-1)^{-1}$

$f'(x) = -1.(2x-1)^{-2}.2 = (-1)^1.2^1.1!(2x-1)^{-2}$

$f''(x) = -1.(-2).(2x-1)^{-3}.2^2 = (-1)^2.2^2.2!(2x-1)^{-3}$

$f'''(x) = (-1).(-2).(-3)(2x-1)^{-4}.2^3 = (-1)^3.2^3.3!(2x-1)^{-4}$

$f^{iv}(x) = (-1)(-2)(-3)(-4).(2x-1)^{-5}.2^4 = (-1)^4.2^4.4!(2x-1)^{-5}$

$\vdots$

$f^{(n)}(x) = (-1)^n.2^n.n!(2x-1)^{-(n+1)} = \frac{(-1)^n.2^n.n!}{(2x-1)^{n+1}}$, her $n\in\mathbb{N}$ için.

Bu son formülde $n=7$ ve $x=0$ için

$f^{(7)}(0) = \frac{(-1)^7.2^7.7!}{(2.0-1)^8} = -2^7.7!$ dir.

18–19 Güz EEM MAT-I Final (07.01.2019) Çözümleri

3 $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ fo.nunun grafiği

1° $T.A=(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$

2° $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ D.A ($x=-1$ için pay $\neq 0$)

$\lim\limits_{x\to\mp\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x+1}=\mp\infty$ Y.A. yok. Eğik asimptot olabilir.

$$\begin{array}{r|l} x^2+x+1 & x+1 \\ \cline{2-2} -(x^2+x) & x \\ \hline 1 & \end{array}$$

$\boxed{y=x}$ eğik asimp.

3° $f'(x)=\dfrac{(2x+1)(x+1)-1.(x^2+x+1)}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=\dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

$x_1=0,\ x_2=-2,\ x_3=x_4=-1$ Kritik noktalar.

4° $f''(x)=\dfrac{(2x+2)(x+1)^2-2(x+1).(x^2+2x)}{(x+1)^4}=\dfrac{(2x+2)(x+1)-2(x^2+2x)}{(x+1)^3}$

$f''(x)=\dfrac{\cancel{2x^2}+\cancel{2x}+\cancel{2x}+2-\cancel{2x^2}-\cancel{4x}}{(x+1)^3}=\dfrac{2}{(x+1)^3}$ $\quad x_3=x_4=x_5=-1$ kritik nokta

5° $x=0$ için $y=1$, $(0,1)$ den geçer, $\quad y=0$ için $0=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}\Rightarrow x^2+x+1=0$ $\Delta<0$ old. reel kökü yok

fonksiyon x-eksenini kesmez.

$f(-2)=\dfrac{(-2)^2+(-2)+1}{(-2)+1}=\dfrac{3}{-1}=-3$ $\quad(-2,-3)$ den geçer

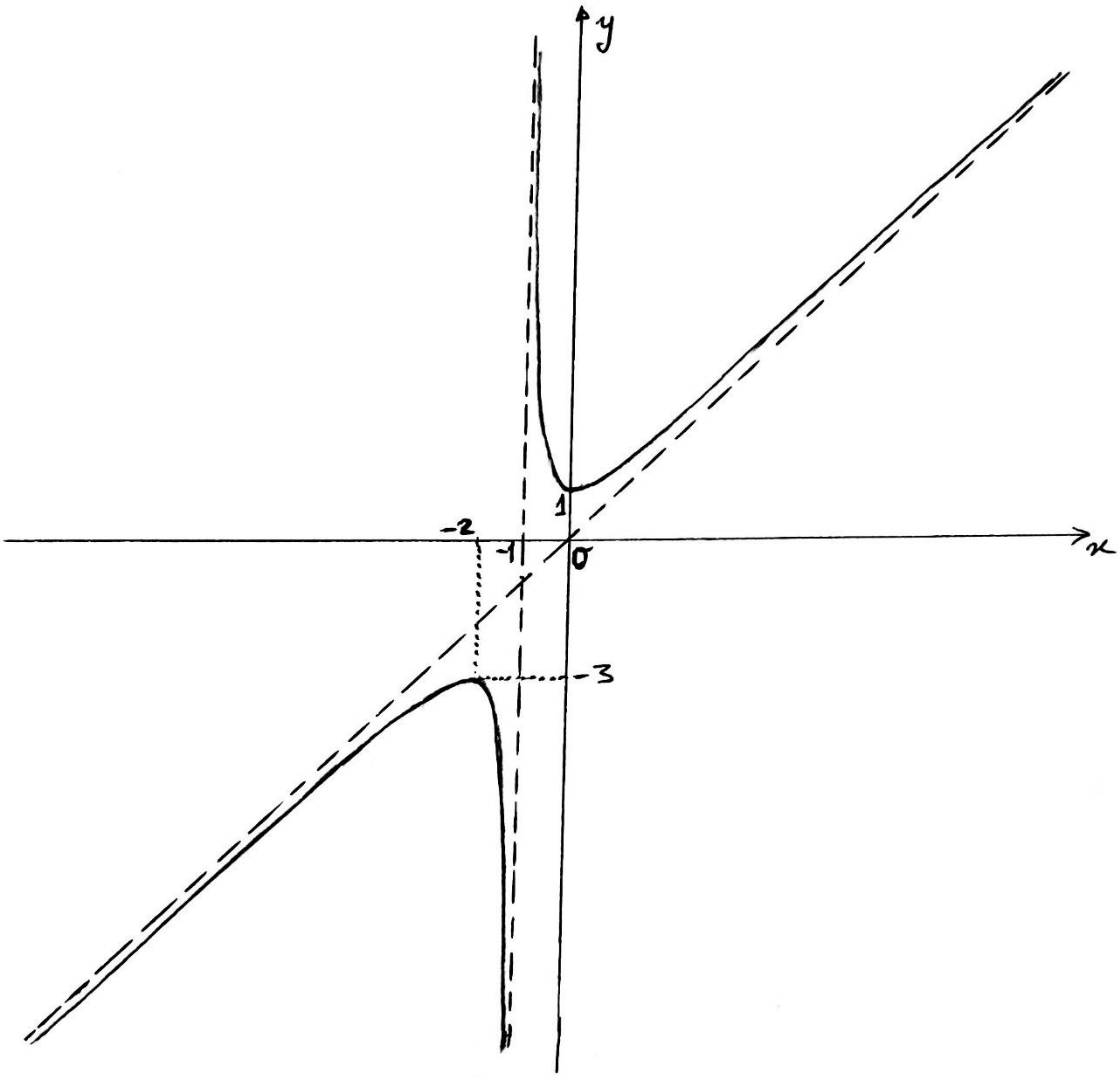
6° Tablo:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$		$-$	‖	$+$		$+$	
$f(x)$	x	$\nearrow$	-3 max.	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1 min.	$\nearrow$	x

konkav $\qquad\qquad$ konveks

18 – 19 Güz EEM MAT-I Final (07.01.2019) Çözümleri

7° Grafik:



18-19 GÜZ EEM MAT-I Final (07.01.2019) Çözümleri

④ a) $f(x)=\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}$ nin $[-1,1]$ deki ekstremumları

$$f'(x)=\frac{-\cancel{2}x(1+2x^2)-\overset{2}{\cancel{4}}x(1-x^2)}{\cancel{2}\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}}=\frac{-x-\cancel{4x^3}-2x+\cancel{4x^3}}{\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}}=\frac{-3x}{\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}}$$

$x_0=0$, $x_1=-1$, $x_2=+1$ kritik noktalar. Bu noktalarda

türevin işareti:

x		-1		0		1	
$f'(x)$		$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	
$f(x)$		0	$\nearrow$	1 max.	$\searrow$	0	

$f(1)=0$, $f(-1)=0$, $f(0)=\sqrt{(1-0^2)(1+2.0^2)}=1$ dır.

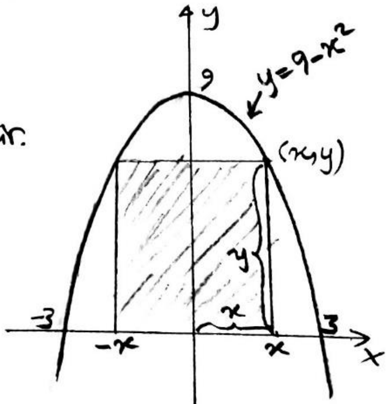
$x\in[-1,1]$ için $f(x)=\sqrt{(1-x^2)(1+2x^2)}\geqslant 0$ dır. O halde

$x_1=-1$ ve $x_2=+1$ de mutlak minimumu ve $x_0=1$ de

yerel ve aynı zamanda mutlak maksimumu vardır.

---

④ b) Alan $=S=2.x.y$ ve $y=9-x^2$ olup



alan fonksiyonu $f(x)=2x(9-x^2)=18x-2x^3$ dür.

$f'(x)=18-6x^2=6(3-x^2)=(\sqrt{3}+x)(\sqrt{3}-x)$ dır.

$f'(x)=0 \iff 6(\sqrt{3}+x)(\sqrt{3}-x)=0 \Rightarrow \underset{\text{(anlamsız)}}{x_1=-\sqrt{3}}$, $x_2=\sqrt{3}$

kritik noktalardır.

türev işareti

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$
	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	max.	$\searrow$

Burada x bir uzunluk gösterdiğinden $0<x<3$ dür.

O halde $x=\sqrt{3}$ için alan maksimumdur. $x=\sqrt{3}$ için $y=9-(\sqrt{3})^2=6$

olup maksimum alan $=f(\sqrt{3})=2.xy=2.\sqrt{3}.6=\underline{\underline{12\sqrt{3}\ br^2}}$ dır.

NOT: Çözümlerde işlem hatası varsa lütfen bildiriniz. 07.01.2019.