SAÜ Bilg. Müh. Lineer Cebir 2.KS (2019-2020 Güz)
(Anahtar)

① $-2x_1+3x_2-x_3=1$
$x_1+2x_2-x_3=4$
$-2x_1-x_2+x_3=-3$

denklem sistemini Cramer metodu ile çözünüz.

Çözüm. Katsayılar matrisi $\begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ dir.

$$\det\begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} = (-4+1+6)-(4-2+3) = 3-(5) = -2 \neq 0$$
$$\begin{matrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{matrix}$$

x_1 in payında $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı olacak.

$$\det\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix} = (2+4+9)-(6+1+12) = 15-19 = -4.$$
$$\begin{matrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{matrix}$$

x_2 nin payında $\begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı olacak.

$$\det\begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix} = (-8+3+2)-(8-6+1) = -3-3 = -6$$
$$\begin{matrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \end{matrix}$$

x_3 ün payında $\begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı olacak

$$\det\begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & -3 \\ \hline -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = (12-1-24)-(-4+8-9) = -13-(-5) = -8.$$

Böylece, $x_1 = \frac{-4}{-2} = 2$; $x_2 = \frac{-6}{-2} = 3$; $x_3 = \frac{-8}{-2} = 4$

olarak bulunur.

2) $\{(2,1,3),(1,2,1),(4,5,5)\}$ vektörleri lineer bağımlı mıdır? Eğer lineer bağımlı ise, vektörlerden birini, diğerlerinin bir lineer birleşimi olarak ifade ediniz.

Çözüm.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[-3R_1+R_3 \to R_3]{-2R_1+R_2 \to R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -5 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[-\frac{1}{5}R_3 \to R_3]{-\frac{1}{3}R_2 \to R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-R_2+R_3 \to R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2R_2+R_1 \to R_1}$$

dönüşür dönüşür

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

farklı elementer vektörler

Son sütun elementer vektör değil.

Bu nedenle küme lineer bağımlıdır.

$$(4,5,5) = 1.(2,1,3)+2(1,2,1)$$