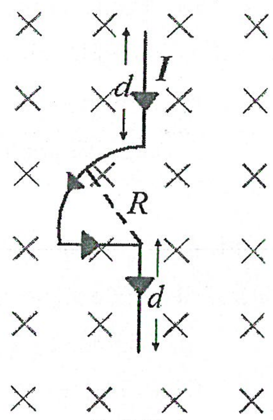
2009/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 7

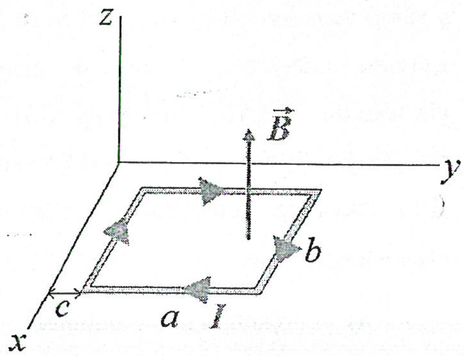
(Manyetik Alanlar)

1) Şekil 1'de görüldüğü gibi I akımı taşıyan iletken bir tel, sayfa düzlemine dik ve sayfa düzleminden içeri doğru olan $\vec{B}$ manyetik alanı içerisinde bulunmaktadır. Tele etki eden manyetik kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 1

2) Şekil 2'de görüldüğü gibi, I akımı taşıyan dikdörtgen biçimindeki kapalı ilmek $xy-$düzleminde bulunmaktadır (b, x-eksenine ve a, y-eksenine paraleldir). Manyetik alan değişken olup; α bir sabit olmak üzere, $\vec{B}=\alpha y\hat{k}$ ile verilmektedir. Buna göre, akım ilmeğine etki eden net manyetik kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



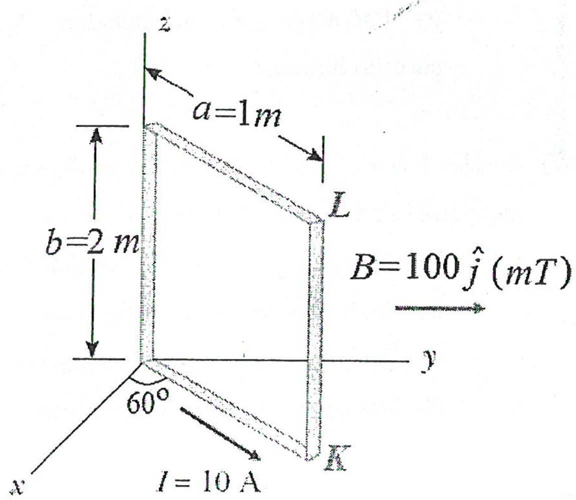
Şekil 2

3) Şekil 3'de görülen 100 sarımdan oluşan dikdörtgen biçimli bir ilmeğin boyutları $a=1\,m$ ve $b=2\,m$'dir. 10 A akım taşıyan ilmek, 100 mT'lık $+y$ yönünde düzgün bir manyetik alan içine yerleştirilmiştir. Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ederek;

a) İlmeğin KL kısmına etki eden manyetik kuvvet vektörünü bulunuz.

b) İlmeğin manyetik dipol momentini ve ilmeğe etkiyen torku birim vektörler cinsinden bulunuz.

c) İlmeğin manyetik potansiyel enerjisini hesaplayınız.



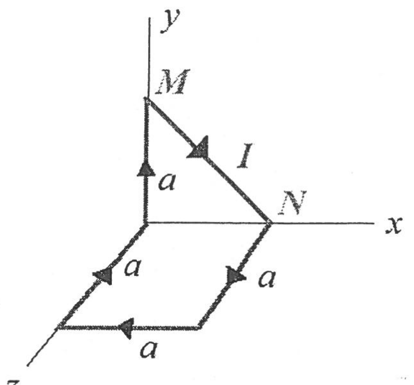
Şekil 3

4) Şekil 4'deki kapalı akım ilmeği $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ (T) manyetik alanı içindedir. Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ederek;

a) MN teline etki eden manyetik kuvvet vektörünü bulunuz.

b) Akım ilmeğinin manyetik dipol momentini birim vektörler cinsinden bulunuz.

c) İlmeğe etki eden torku ve ilmeğin manyetik potansiyel enerjisini bulunuz.



Şekil 4

5) Kesiti 6 cm^2 olan bir bobinin sarım sayısı 50'dir. Bobin, 0.2 T'lık bir manyetik alan içine yerleştirildiğinde maksimum tork 3.10^{-5} $N.m$ olmaktadır.

a) Bobinden geçen akım şiddetini bulunuz.

b) Bobini manyetik alan içinde 180° döndürmek için yapılması gereken iş ne kadardır?

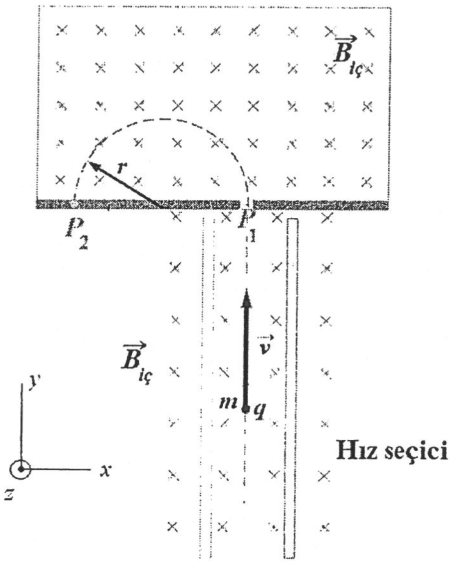
6) q yüklü ve m kütleli bir parçacık Şekil 5'deki gibi bir hız seçici içerisine manyetik ve elektrik alana dik olacak şekilde girmektedir. Parçacık, hız seçici içerisinde sabit hızla hareket etmektedir. P_1 noktasından itibaren sadece aynı manyetik alan ($B_{iç}$) etkisinde yörüngesel hareket yaparak, P_2 noktasına ulaşmaktadır. ($B_{iç} = 0.2\,T,\ E = 4\times10^5\ V/m,\ r = 0.1\,m,\ \pi = 3$)

a) Parçacığın hızını bulunuz.

b) Verilen koordinat sistemine göre elektrik alanın yönünü ve parçacığın yükünün işaretini belirleyiniz.

c) q/m oranını hesaplayınız.

d) Parçacığın P_1 noktasından P_2 noktasına geliş süresini bulunuz.



Şekil 5

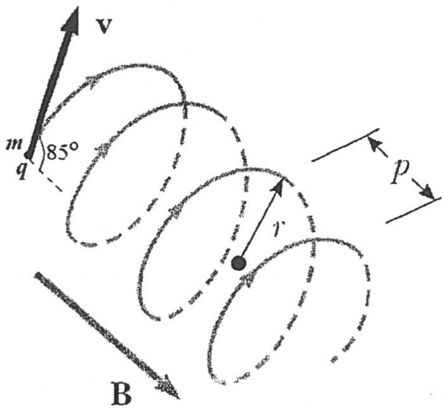
7) Enerjisi 2 keV olan bir pozitron, büyüklüğü 0.1 T olan düzgün bir manyetik alan içerisine fırlatılıyor (Şekil 6). Pozitronun hız vektörü ile manyetik alan vektörü arasında 85°'lik bir açı vardır.

a) Pozitronun periyodunu bulunuz.

b) Helisin p yüksekliğini hesaplayınız.

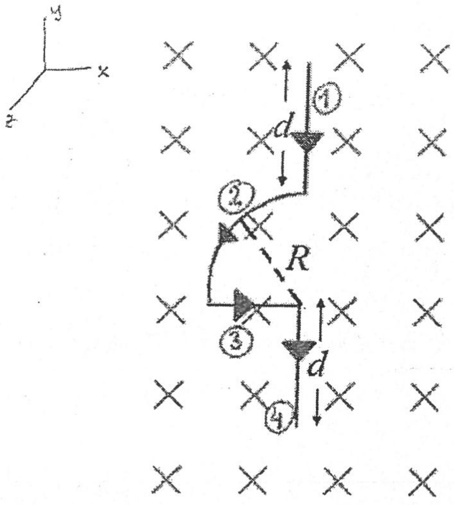
c) Helisin r yarıçapını hesaplayınız.

($m = 9.1\times10^{-31}\ kg$, $q = 1.6\times10^{-19}\ C$)



Şekil 6

$\vec{F}_B = I\vec{\ell} \times \vec{B}$



1. ve 4. parçalar için:

$\vec{F}_1 = \vec{F}_4 = I\vec{d} \times \vec{B}$

$\vec{d} = d(-\hat{j})$

$\vec{B} = B(-\hat{k})$

$\vec{F}_1 = \vec{F}_4 = Id(-\hat{j}) \times B(-\hat{k})$

$\boxed{\vec{F}_1 = \vec{F}_4 = IdB\hat{i}}$

3. parça için:

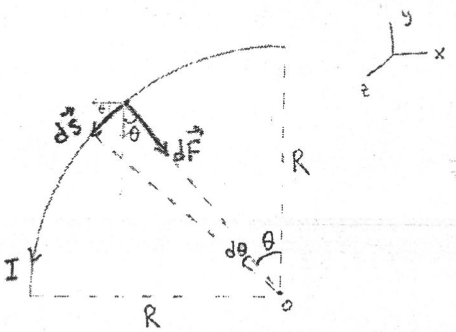
$\vec{F}_3 = I\vec{R} \times \vec{B}$

$\vec{R} = R\hat{i}$

$\vec{B} = B(-\hat{k})$

$\vec{F}_3 = IR\hat{i} \times B(-\hat{k})$

$\boxed{\vec{F}_3 = IRB\hat{j}}$



2. parça için:

$d\vec{F}_2 = I\,d\vec{s} \times \vec{B}$ $\qquad ds = R\,d\theta$

$d\vec{s} = ds\cos\theta(-\hat{i}) + ds\sin\theta(-\hat{j})$

$d\vec{s} = R\cos\theta\,d\theta(-\hat{i}) + R\sin\theta\,d\theta(-\hat{j})$

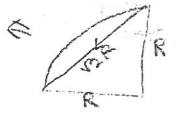
$\vec{F}_2 = I\left(\int_0^{\pi/2} R\cos\theta\,d\theta(-\hat{i}) + \int_0^{\pi/2} R\sin\theta\,d\theta(-\hat{j})\right) \times B(-\hat{k})$

$\vec{F}_2 = IR(-\hat{i}-\hat{j}) \times B(-\hat{k})$

$\boxed{\vec{F}_2 = IRB(\hat{i}-\hat{j})}$

$|\vec{F}_2| = IRB\sqrt{2}$

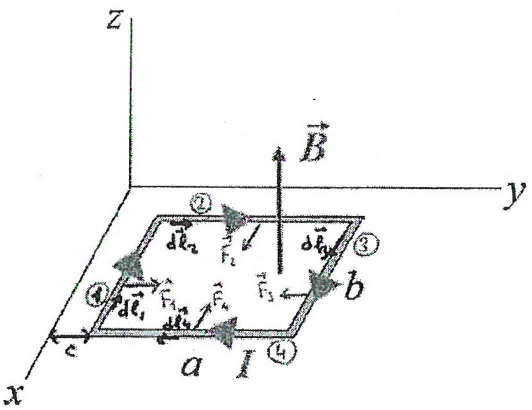
$F_2 = \sqrt{2}R\,I\,B$



$\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

$\boxed{\sum\vec{F} = IB(2d+R)\hat{i}}$

2) $\vec{F}_B = I\,\vec{l} \times \vec{B}$



1. parça için:

$$\vec{F}_1 = I\int d\vec{l}_1 \times \vec{B}$$

$$d\vec{l}_1 = dx(-\hat{i})$$

$$\vec{B} = \alpha y\hat{k} = \alpha c\hat{k} \quad (\vec{B}\text{ sabit})$$

$$\vec{F}_1 = I\int_0^b dx(-\hat{i}) \times (\alpha c\hat{k})$$

$$\vec{F}_1 = I\alpha c\int_0^b dx\,\hat{j} \quad ; \quad \boxed{\vec{F}_1 = I\alpha c b\,\hat{j}}$$

2. parça için:

$$\vec{F}_2 = I\int d\vec{l}_2 \times \vec{B}$$

$$d\vec{l}_2 = dy\,\hat{j}$$

$$\vec{B} = \alpha y\hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = I\int_c^{c+a} dy\,\hat{j} \times (\alpha y\hat{k}) = I\alpha\int_c^{c+a} y\,dy\,\hat{i} = I\alpha\left[\frac{y^2}{2}\right]_c^{c+a}\hat{i} = I\alpha\left[\frac{(c+a)^2 - c^2}{2}\right]\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{F}_2 = I\alpha\left(\frac{a^2 + 2ac}{2}\right)\hat{i}}$$

4. parça, 2. parça ile aynı büyüklükte fakat zıt yöndedir:

$$\boxed{\vec{F}_4 = I\alpha\left(\frac{a^2 + 2ac}{2}\right)(-\hat{i})}$$

3. parça için:

$$\vec{F}_3 = I\int d\vec{l}_3 \times \vec{B}$$

$$d\vec{l}_3 = dx\,\hat{i}$$

$$\vec{B} = \alpha(c+a)\hat{k} \quad (\vec{B}:\text{sabit})$$

$$\vec{F}_3 = I\int_0^b dx\,\hat{i} \times \alpha(c+a)\hat{k} \quad ; \quad \boxed{\vec{F}_3 = I\alpha b(c+a)(-\hat{j})}$$

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

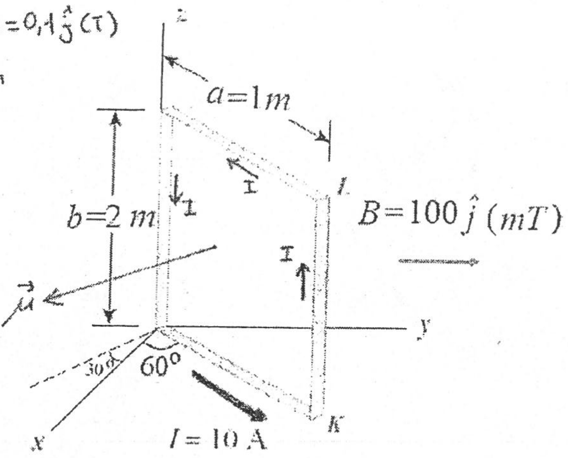
$$\boxed{\Sigma\vec{F} = I\alpha ab\,(-\hat{j})}$$

3)

a) $\vec{F}_B = I\vec{\ell} \times \vec{B}$

$B = 100\hat{j}\,(mT) = 0{,}1\hat{j}\,(T)$

$N = 100$ sarım



$\vec{F}_B = I\vec{b} \times \vec{B}$

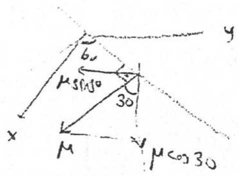
$\vec{b} = 2\hat{k}\ (m)$

$\vec{B} = 0{,}1\hat{j}\ (T)$

$\vec{F}_B = 10.\left[(2\hat{k}) \times (0{,}1\hat{j})\right]$

$\vec{F}_B = -2\hat{i}\ (N)$ (Bir sarım için)

100 sarım için : $\boxed{\vec{F}_B = -200\,\hat{i}\ (N)}$



b) $\vec{\mu} = N I \vec{A}$ $A = 2 \times 1 = 2\,(m^2)$

$\mu = 100.10.2 = 2.10^3\ (A.m^2)$

$\vec{\mu} = \mu\cos 30\,\hat{i} - \mu\sin 30^\circ\,\hat{j}$

$\vec{\mu} = 2.10^3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j}\right)$

$\boxed{\vec{\mu} = 10^3(\sqrt{3}\,\hat{i} - \hat{j})\ (A.m^2)}$

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

$\vec{\tau} = 10^3(\sqrt{3}\,\hat{i} - \hat{j}) \times 0{,}1\hat{j}$

$\boxed{\vec{\tau} = 10^2\sqrt{3}\ \hat{k}\ (N.m)}$

c) $U = -\vec{\mu}.\vec{B}$

$U = -\left[10^3(\sqrt{3}\,\hat{i} - \hat{j}) . 0{,}1\hat{j}\right]$

$\boxed{U = 100\ (J)}$

veya

$U = -\mu B\cos\theta$

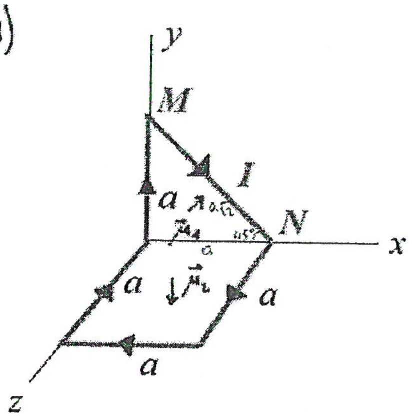
$U = -2.10^3 . 0{,}1 . \cos 120^\circ$

$U = 100\ (J)$

$\mu = \sqrt{3.10^6 + 1.10^6}$

$\mu = 2.10^3\ (A.m^2)$

4)



$$\vec{F}_B = I\vec{\ell}\times\vec{B}$$

a) $\vec{\ell} = a\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right) = a(\hat{i}-\hat{j})$ (m)

$\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ (T)

$\vec{F}_{MN} = Ia(\hat{i}-\hat{j})\times(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$

$$\boxed{\vec{F}_{MN} = -Ia(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})\ (N)}$$

b) $\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$

$\vec{\mu} = I(\vec{A}_1 + \vec{A}_2)$

$\vec{\mu} = I\left[\frac{a^2}{2}(-\hat{k}) + a^2(-\hat{j})\right]$

$$\boxed{\vec{\mu} = -Ia^2\left(\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}\right)(A.m^2)}$$

c) $\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

$\vec{\tau} = -Ia^2\left(\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}\right)\times(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$

$$\boxed{\vec{\tau} = Ia^2\left(-2\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j} + \hat{k}\right)(N.m)}$$

$U = -\vec{\mu}.\vec{B}$

$U = Ia^2\left(\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}\right).(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$

$$\boxed{U = -I\frac{3a^2}{2}\ (J)}$$

5) $A = 6\ cm^2 = 6.10^{-4}\ m^2$

$N = 50$ sarım

$B = 0,2$ T

$\tau = 3.10^{-5}$ N.m $\quad (\vec{\mu}\perp\vec{B})$

a) $\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} \qquad \tau = \mu B\sin\theta$

$\tau = \mu B \quad (\theta = 90^\circ)$

$3.10^{-5} = \mu.0,2$

$\mu = 1,5.10^{-4}$ (A.m²)

$\mu = NIA$

$1,5.10^{-4} = 50.I.6.10^{-4}$

$I = 5.10^{-3}$ (A)

$$\boxed{I = 5\ (mA)}$$

b) $W = \Delta U = U_s - U_i$

$W = (-\vec{\mu}.\vec{B})_s - (-\vec{\mu}.\vec{B})_i$

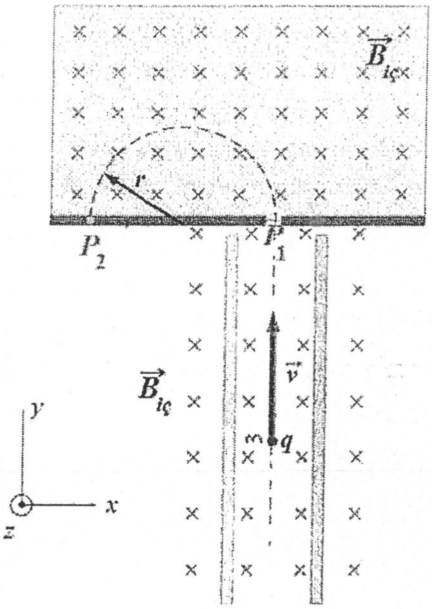
$W = \mu B(-\cos\theta_s + \cos\theta_i) \qquad \theta_i \rightarrow \theta_i + 180^\circ$

$W = \mu B[-\cos(\theta_i + 180^\circ) + \cos\theta_i] \qquad \cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$W = 2\mu B\cos\theta_i = 2\tau\cos\theta_i$

$$\boxed{W = 6.10^{-5}.\cos\theta_i\ (J)}$$

6)



a) Hız seçici içinde;

$$\vec{F}_{Net} = 0$$

$$\vec{F}_{Net} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

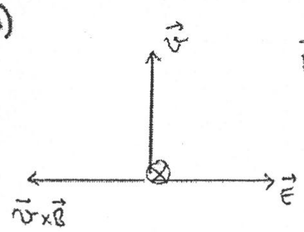
$$E = vB\sin 90^\circ$$

$$v = \frac{E}{B}$$

$$v = \frac{4.10^5}{0,2}$$

$$\boxed{v = 2.10^6 \ (m/s)}$$

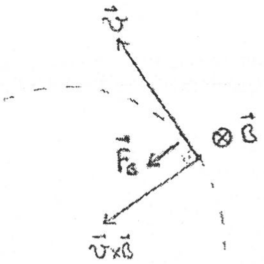
b)



$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{v} &= v\hat{j} \\ \vec{B} &= B_{iç}(-\hat{k}) \end{aligned}\right\} \quad \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -v\hat{j} \times B_{iç}(-\hat{k}) = v.B_{iç}\,\hat{i}$$

+x yönünde



$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

q, pozitif yüklüdür.

c) $q v B = m \frac{v^2}{r}$ $\quad (\vec{v} \perp \vec{B})$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{rB}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2.10^6}{0,1.0,2}$$

$$\boxed{\frac{q}{m} = 1.10^8 \ (C/kg)}$$

d) $t = \frac{\pi r}{v}$

$$t = \frac{3.0,1}{2.10^6}$$

$$\boxed{t = 1,5.10^{-7} \ (s)}$$

7)

a) $q v_y B = m \frac{v_y^2}{r}$

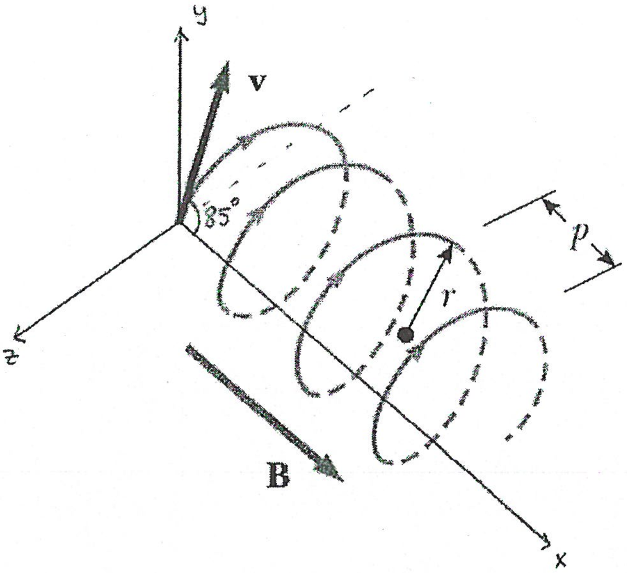
$r = \frac{m v_y}{qB}$

$T = \frac{2\pi r}{v_y}$

$\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$

$T = \frac{2\pi\, 9{,}1.10^{-31}}{1{,}6.10^{-19} \cdot 0{,}10}$

$\boxed{T = 3{,}57.10^{-10}\ (s)}$



b) p adımı, pozitronun bir periyotta x-ekseni boyunca aldığı yoldur.

$p = T.v_x$

$p = \frac{2\pi m}{qB} v \cos 85°$

$p = 3{,}57.10^{-10} . 2{,}67.10^{7} . \cos 85°$

$\boxed{p = 8{,}3.10^{-4} (m)}$

$K = \frac{1}{2} m v^2$

$2.10^{3}.1{,}6.10^{-19} = \frac{1}{2} . 9{,}1.10^{-31} . v^2$

$v = 2{,}65.10^{7}\ (m/s)$

c) $r = \frac{m v_y}{qB}$

$r = \frac{m v \sin 85°}{qB}$

$r = \frac{9{,}1.10^{-31} . 2{,}65.10^{7} . \sin 85°}{1{,}6.10^{-19} . 0{,}10}$

$\boxed{r = 1{,}5.10^{-3} (m)}$