Basamağın İndirilmesi Metodu

$$a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = F(x) \quad (1)$$

denklemi verilmiş olsun. Eğer (1) denklemine ilişkin homojen denkleme ait

$$\left(a_n(x)y^{(n)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0 \right)$$

bir özel çözüm biliniyorsa bu durumda, y_1 özel çözüm olmak üzere $y = y_1 \cdot u$ $\quad (u = u(x))$ dönüşümü ile denklemin basamağı (mertebesi) bir (1) derece düşürülebilir. Bu durumu

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = F(x) \quad (*)$$

denklemi üzerinde görelim.

Kabul edelim ki $y_1(x)$ fonksiyonu

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$$ denklemini

sağlasın.

Yani

$$a_2(x)\,y_1'' + a_1(x)\,y_1' + a_0(x)\,y_1 = 0 \quad (**)$$ olsun.

$y = y_1 . u$ dönüşümünü $(*)$ denklemine uygulayalım:

$$y' = y_1' u + y_1 u'$$

$$y'' = y_1'' u + y_1' u' + y_1' u' + y_1 u''$$

$$= y_1'' u + 2y_1' u' + y_1 u''$$

değerlerini $(*)$ da yerlerine yazalım.

$$a_2(x)\left[y_1'' u + 2y_1' u' + y_1 u''\right] + a_1(x)\left[y_1' u + y_1 u'\right] +$$

$$+ a_0(x)\left[y_1 u\right] = F(x)$$

$$\left(a_2(x)\,y_1\right)u'' + \left(2a_2(x)\,y_1' + a_1(x)\,y_1\right)u' +$$

$$+ \big(\underbrace{a_2(x)\,y_1'' + a_1(x)\,y_1' + a_0(x)\,y_1}_{0 \;(** \text{ dan})}\big)u = F(x)$$

$$\underbrace{\left(a_2(x)\,y_1\right)}_{A_1(x)} u'' + \underbrace{\left(2a_2(x)\,y_1' + a_1(x)\,y_1\right)}_{A_2(x)} u' = F(x)$$

elde edilir.

$$A_1(x)\,u'' + A_2(x)\,u' = F(x)$$

$u' = v$ denirse $u'' = v'$ olur.

Böylece

$$A_1(x)\,v' + A_2(x)\,v = F(x)$$ 1. basten

lineer denklemi elde edilmiş olur.