Ayrık İşlemsel Yapılar

Hazırlayan: M.Kemal Güvenç
Öğretmen: Nilüfer Yurtay
Dönem: 2020-2021/Bahar
Üniversite: Sakarya Üniversitesi

9. Hafta

Graflar

Yönsüz Graflar

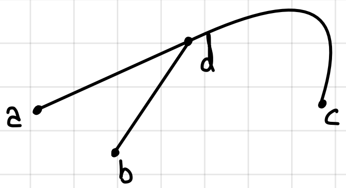
- Basit Graf
- Çoklu Graf
- Pseudo Graf

Yönlü Graflar

- Yönlü Graf
- Çoklu Yönlü Graf

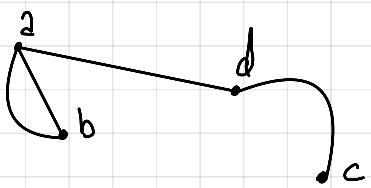
Basit Graf: Döngü ve paralel kenarlar içermeyen yönsüz graflardır.

⇒



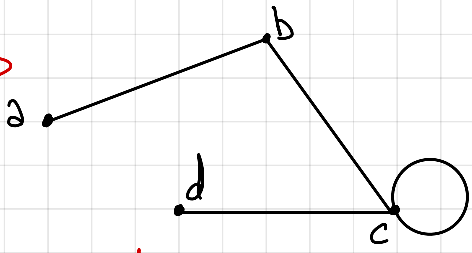
Çoklu Graf: Döngü içermeyen ama paralel kenarlar içeren graflardır.

⇒

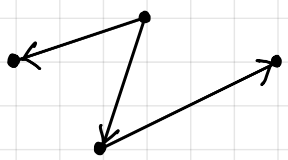


Pseudo Graf: Döngü ve paralel kenarlar içeren graflardır.

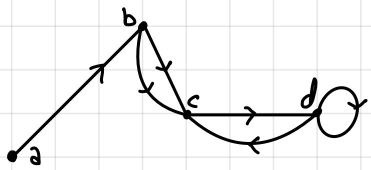
⇒



Yönlü Graf: Kenarları yön belirten ve döngü içerebilen graflara denir.



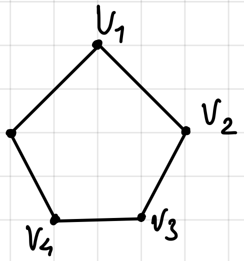
Çoklu Yönlü Graf: Paralel kenar ve döngü içeren graflara denir. İki düğüm arasındaki kenarlar aynı yönlü ise paraleldirler.



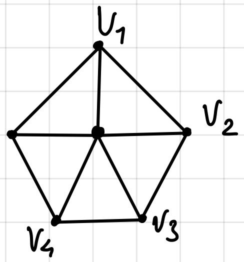
Not: Yönlü graflarda derece 2'ye ayrılır: Giren Derecesi ve Çıkan Derecesi

Özel Graflar

Çember (Cycle) Graf: n tane düğümün $(V_1,V_2),(V_2,V_3),\ldots(V_{n-1},V_n),(V_n,V_1)$ kenarları ile bağlanmış graflara denir. n düğüm sayısı olmak üzere bu graflar C_n ile gösterilir.

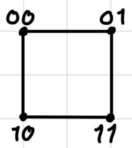
⇛ $C_5 =$ 

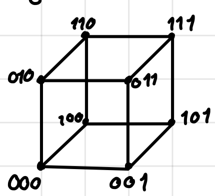
Tekerlek (Wheel) Graf: C_n olan bir çember grafına bütün düğümlerle bağlantısı olan bir düğüm eklenerek oluşan graflardır. n, eklenen düğüm hariç düğüm sayısı olmak üzere bu graflar W_n ile gösterilir.

⇛ $W_5 =$ 

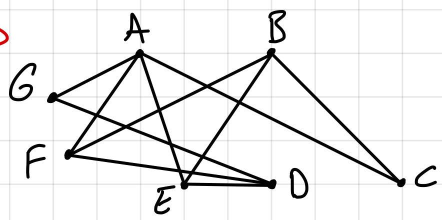
N-Küp (N-Cube) Graf: Q_n ile gösterilir. 2^n tane düğümden oluşur ve bu her düğümün 2^n'lik bit stringi (0 ve 1'lerden oluşan sayı dizisi) değeri vardır. Düğümler arasında kenar çizilirken düğümlerin arasında sadece 1 bitlik fark var olmak zorundadır. Ayrıca bütün düğümlerin derecesi n olmak zorundadır.

⇛ $Q_1 =$ 

$Q_2 =$ 

$Q_3 =$ 

İki Parçalı (Bipartite) Graf: Eğer düğümler A ve B diye kendi içlerinde kenar bağlantıları olmayan ama kendi aralarında kenar bağlantıları olabilen graflara denir.

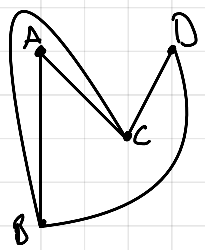
⇛ 

$A = \{A, B, D\}$ $B = \{C, E, F, G\}$

Düzlemsel (Planar) Graf: Hiçbir kenarı çakışmadan çizilebilebilen graflara denir. Euler formülüne göre bu graflarda

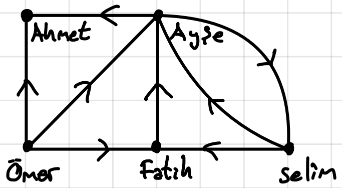
v ⇒ Düğüm Sayısı
e ⇒ Kenar Sayısı
f ⇒ Yüzey Sayısı

olmak üzere $v - e + f = 2$'dir.

⇛ 

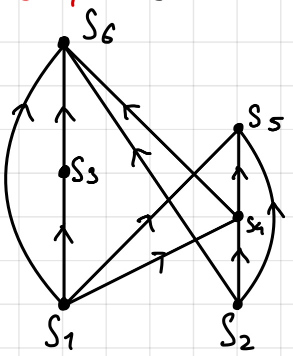
Not: Bir grafın çiziminde kenarlarının çakışması önemsizdir. Önemli olan çakışmada çizilebiliyor olmasıdır.

Etki (Influence) Grafı: Grup davranışlarına ait çalışmalarda, insanların diğerlerinin düşüncelerini etkileyebileceği gözlemlenmiştir. Etki grafı olarak isimlendirilen yönlü graflar, bu davranışı modellemek için kullanılabilir. Grubun her üyesi bir köşe ile gösterilir. a köşesinden b köşesine yönlü bir kenar varsa, bu b köşesindeki insanın a köşesindeki insandan etkilendiğini gösterir. Bu graf döngü içermez.

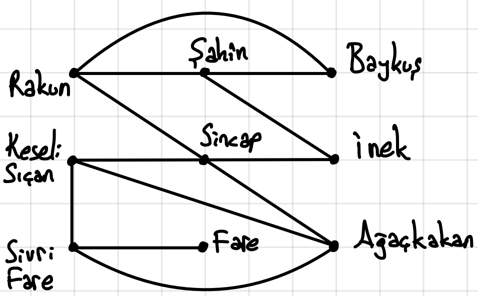
⇒ 

Öncelik (Precedence) Grafı: Bilgisayar programları belirli komutları eşzamanlı yaparsa daha hızlı çalışabilirler. Önemli olan yapılmamış başka bir komutun sonuçlarını kullanması gereken bir komutun yapılmamasıdır. Komutların bir önceki komuta bağlılığı yönlü bir graf ile gösterilebilir. Her komut köşe ile ifade edilir ve bir komuttan ikinci komuta yönlü bir graf ile gösterilebilir. Her komut köşe ile ifade edilir ve bir komuttan ikinci bir komuta yönlü bir kenar varsa ikinci komut birinci komut yapılmadan yapılamamaktadır. Bu grafa Öncelik Grafı denir.

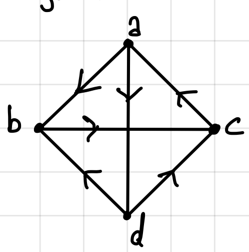
⇒ $S_1 \Rightarrow a = 0$
$S_2 \Rightarrow b = 1$
$S_3 \Rightarrow c = a + 1$
$S_4 \Rightarrow d = b + a$
$S_5 \Rightarrow e = d + 1$
$S_6 \Rightarrow e = c + d$



Niş Örtüşümü (Niche Overlap) Grafı: Graflar hayvanların farklı türlerinin etkileşimlerini içeren birçok modelde kullanılabilirler. Örneğin, bir ekosistemdeki türler arasındaki rekabet niş örtüşümü grafının yardımıyla modellenebilir. Her tür, bir köşe ile gösterilir. Yönsüz bir kenar rekabet eden (bu türlerin kullandıkları bazı yiyecek kaynakları aynıdır) iki türü birleştirmektedir. Niş örtüşümü grafı bir basit graftır çünkü bu modelde döngü ve paralel kenar yoktur.

⇒ 

Round-Robin Turnuva (Round-Robin Tournament) Grafı: Bu grafa göre turnuvada her takım diğer her takımla tam olarak bir defa oynamaktadır ve eşitlik durumuna izin verilmemektedir. Bu tür turnuvalar köşelerin takımları gösterdiği yönlü graf ile ifade edilebilir. (a,b) kenarı a takımının b takımını yendiğini göstermektedir. Bu graf döngü ve paralel kenar içermeyen basit yönlü grafdır.

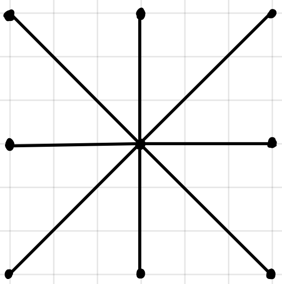
⇒ 

– Özel graflarda düğüm sayısı ile kenar sayısını veren formüller şu şekildedir:

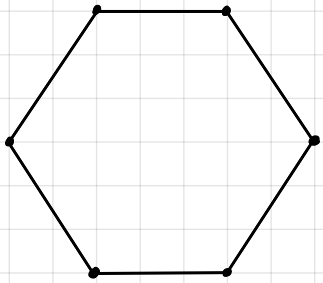
Graf Türü	Düğüm Sayısı	Kenar Sayısı
K_n	n	$\frac{n(n-1)}{2}$
C_n	n	n
W_n	$n+1$	$2n$
$K_{m,n}$	$m+n$	$m.n$
Q_n	2^n	$n.2^{n-1}$

– Graflar Bilgisayar Mühendisliğinde veri iletişimi, paralel veri işleme, internet ağları vs. gibi alanlarda kullanılır. Örneğin internet ağlarında şu graflar kullanılır:

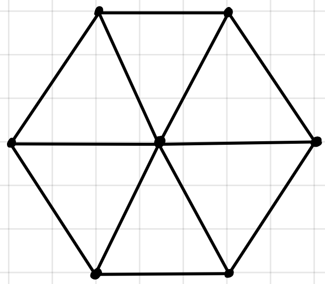
Star Topoloji



Ring Topoloji



Hibrit Topoloji

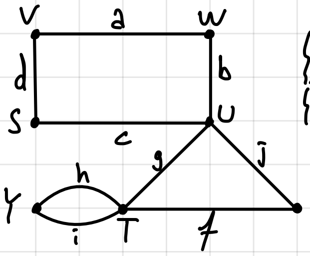


10. Hafta

– **Euler Halkası Algoritması:** Eğer bir grafın tüm düğümleri çift ise bu algoritma ile o graftaki Euler Halkasını bulur. Algoritma şu şekildedir:

1) E, A, B, P ve C olmak üzere 4 sütun oluşturulur.
2) İlk başta E sütunun tüm kenarlar, diğer sütunlara ise herhangi bir düğüm yazılır.
3) Sonra B'de yazılı olan düğüme bağlı olan herhangi bir düğüm seçilir. B'ye bu düğüm yazılır. P'ye ise o düğüme giderkenki kenar ve o düğüm eklenir. E'den de P'ye eklenen kenar çıkarılır. A ve C sütunları değişmez. Bu adım, B sütunu A sütunu ile aynı olana kadar tekrar edilir.
4) Daha sonra C sütununda A sütununda yer alan düğümün yerine P sütununda oluşmuş olan yol yazılır.
5) En sonda E sütunu boş mu diye kontrol edilir. Eğer boş ise C sütunu Euler yoludur, boş değilse C sütununda bulunan düğümlerden, E sütunundaki kenarlardan biriyle bağlantılı olan düğüm bulunur. Bulunan düğüm A, B ve P sütunlarına yazılır. Sonra 3. Adıma tekrar gidilir.

⇒



E	A	B	P	C
$\{\cancel{a},b,c,d,g,h,i,j,f\}$	V	V	V	V
$\{\cancel{b},c,d,g,h,i,j,f\}$	V	W	VaW	V
$\{\cancel{c},d,g,h,i,j,f\}$	V	U	VaWbU	V
$\{\cancel{d},g,h,i,j,f\}$	V	S	VaWbUcS	V
$\{g,h,i,j,f\}$	V	V	VaWbUcSdV	V
$\{\cancel{g},h,i,j,f\}$	U	U	U	VaWbUcSdV

E	A	B	P	C
$\{\cancel{h},i,j,f\}$	U	T	UgT	VaWbUcSdV
$\{\cancel{i},j,f\}$	U	Y	UgThY	VaWbUcSdV
$\{j,\cancel{f}\}$	U	T	UgThYiT	VaWbUcSdV
$\{\cancel{j}\}$	U	X	UgThYiTfX	VaWbUcSdV
$\{\emptyset\}$	U	U	UgThYiTfXjU	VaWb<u>U</u>cSdV

Euler Yolu ⇐ VaWbUgThYiTfXjUcSdV