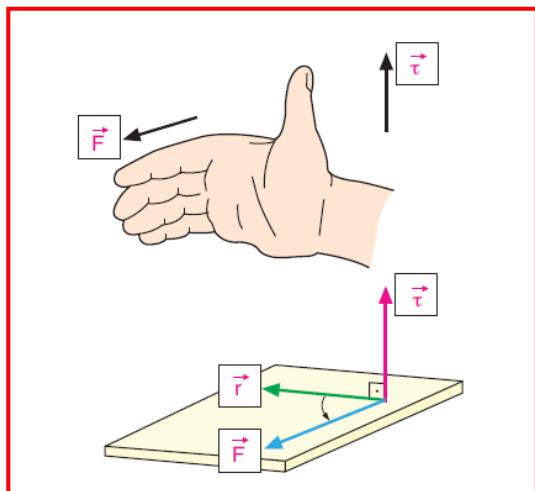


TORK VE DENGE 01

Torkun Tanımı ve Yönü



Kuvvetin döndürme etkisine **tork ya da moment** denir.

Bir kuvvetin bir noktaya göre torku;

kuvvet ile dönme noktasının kuvvete dik uzaklığının çarpımına eşittir.

Moment $\vec{\tau}$ ile gösterilir, vektörel bir büyüklüktür.

Yön kavramı \otimes (sayfa düzleminin içine doğru) ve

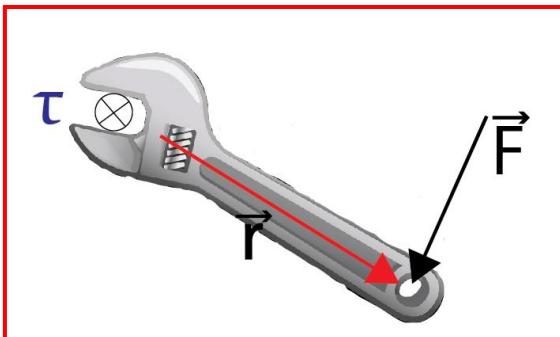
\odot (sayfa düzleminin dışına doğru)

olmak üzere iki şekilde gösterilir.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

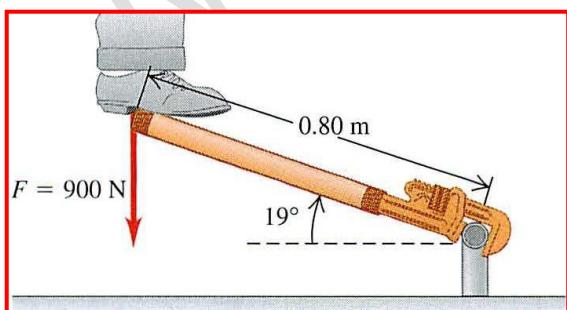
Torku üçüncü boyutu göstermektedir.

Bir ingiliz anahtarına uyguladığımız kuvvet uyguladığımızda oluşan tork(üstten görünüş)



Döndürme noktasından gelen r konum vektörü ile kuvvetin vektörel çarpımı bize torkun yönünü verecektir.

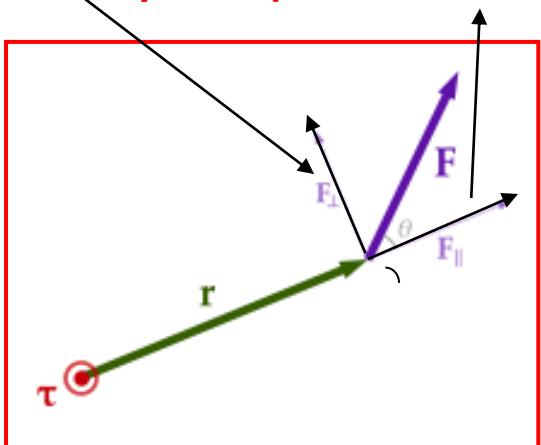
Yon bulunurken vektörlerin başlangıç noktalarını birleştiriyoruz. Sonuca anahtar boruyu sıkıştıracaktır.



Dönme etkisi ile vida gevşeyecektir.

Tork bize doğrudur. Sayfa düzlemine diktir. \odot

Dönmeye sebep olur



Dönmeye sebep olmaz

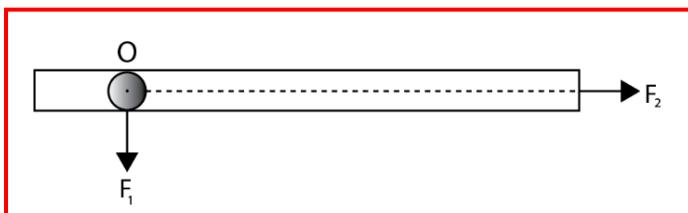
Bu bağıntıda kuvvetin birimi Newton,

uzaklığın birimi metre, torkun birimi de N.m dir.

Bir kapının ya da bir pencerenin koluna bir kuvvet uygulandığında

kapı ya da pencere menteşeler etrafında saat yönünde ya da saat yönünün zitti yönünde döner.

Bu yönlerden biri (+) alınırsa diğer (-) alınır.



O noktasından sabitlenmiş halde bulunan çubuğa iki ayrı kuvvet F_1 ve F_2 uygulanmaktadır.

Eğer bu kuvvetlerin uzantıları döndürme ekseninden geçmekteyse döndürücü etki yaratmayacaktır.

Bir başka deyişle bu kuvvetler herhangi bir tork oluşturmayacak ve de çubuğu döndüremeyecektir. Yani bu kuvvetlerin döndürme ekseni göre torkları(momentleri) sıfır olacaktır.

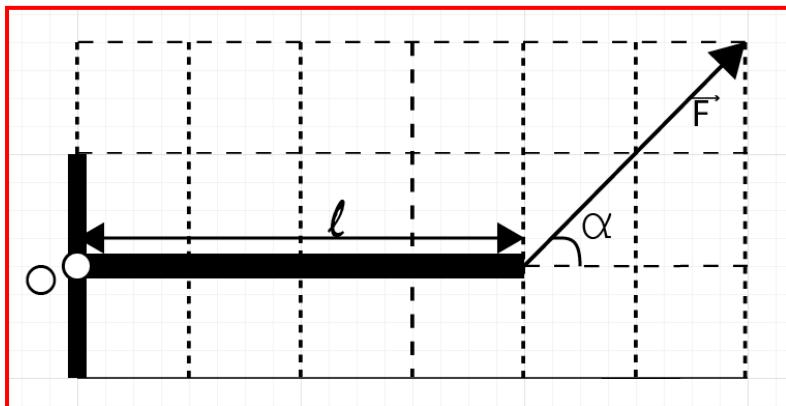
Torkun Büyüklüğü

$$M = F \cdot d(\perp)$$

Kuvvet ve Dik kuvvetin dönüş eksenine dik uzaklı ğı birbirlerine dik olmalıdır.

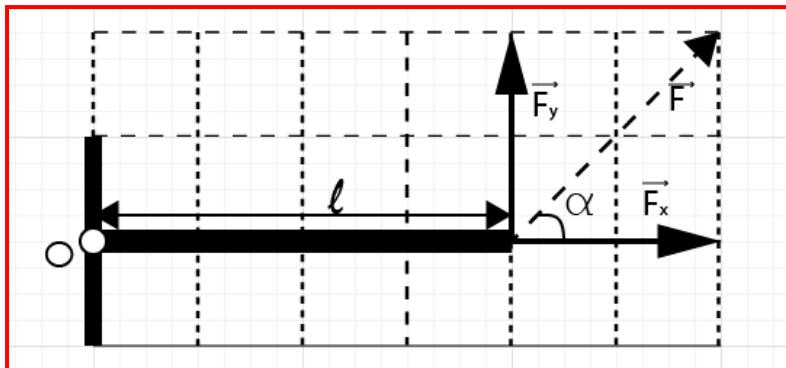
Tork Bulurken İzlenen Yöntemler

Çubuğa Uygulanan Kuvvet Dik Değilse



Yatay düzleme α açısı yapmakta olan F kuvvetinin oluşturduğu torku bulmak istediğimizde iki yöntem izleyebiliriz.

1) Kuvveti bileşenlerine ayırma yöntemi



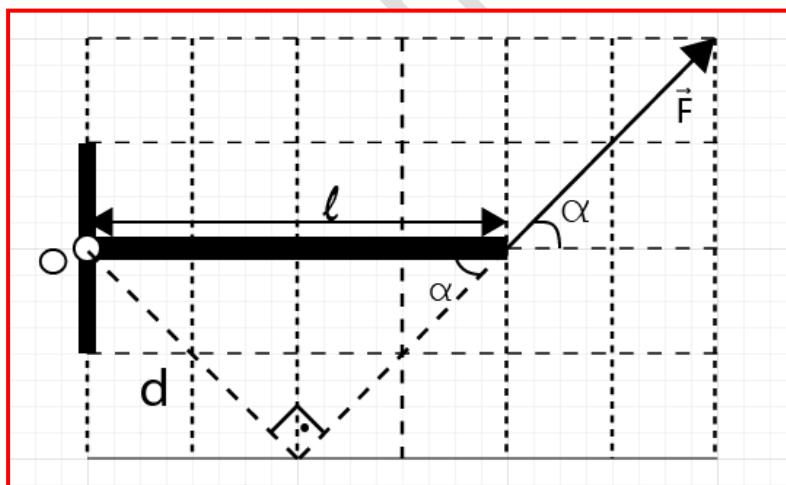
\vec{F} kuvveti yatay ve dikey bileşenlerine ayrılır. Yatay bileşenin uzantısı döndürme ekseninden geçtiğinden tork oluşturmaz. Dikey bileşenin değeri aşağıdaki gibidir.

$$\vec{F}_y = \vec{F} \cdot \sin \alpha$$

$$M = F_y \cdot l$$

$$M = F \cdot \sin \alpha \cdot l$$

2) Çubuğun kuvvetin uzantısına dik olduğu yöntem



Bu yöntemde tork bulunurken dik uzaklık olarak dönme ekseninden F'in doğrultusuna olan uzaklık kullanılmalıdır.

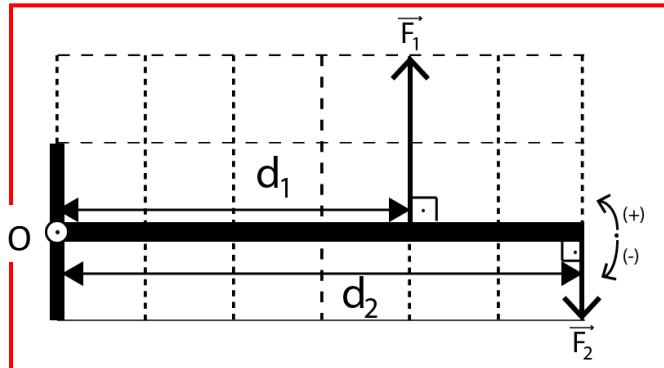
$$M = F \cdot d$$

$$d = l \cdot \sin \alpha$$

$$M = F \cdot l \cdot \sin \alpha$$

Kural: Bir doğruya bir noktadan sadece bir adet dik doğru çizilebilir.

Toplam Tork ve Dönme Yönü



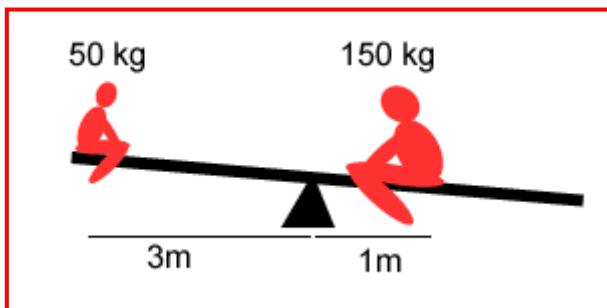
Cisimler üzerine etki eden birden fazla kuvvet varsa, **toplam torku** belli bir eksene göre, her kuvvetin oluşturduğu torkun dönme yönü dikkate alınarak vektörel olarak toplanması ile buluyoruz.

Yandaki şekilde hareketli bir çubuk O noktasından bağlı olmak üzere aşağı ve yukarı yönde hareket edebilmektedir.

Yukarıda ki çubuğa şekilde görüldüğü gibi iki ayrı noktadan F_1 ve F_2 kuvvetleri etki etmektedir.

F_1 (+) yönde F_2 (-) yönde döndürmeye çalışmaktadır.

$$\vec{\tau}_1 = +F_1 \cdot d_1 \quad \sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 \quad \sum \tau = F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 \quad \text{olacaktır.}$$
$$\vec{\tau}_2 = -F_2 \cdot d_2$$

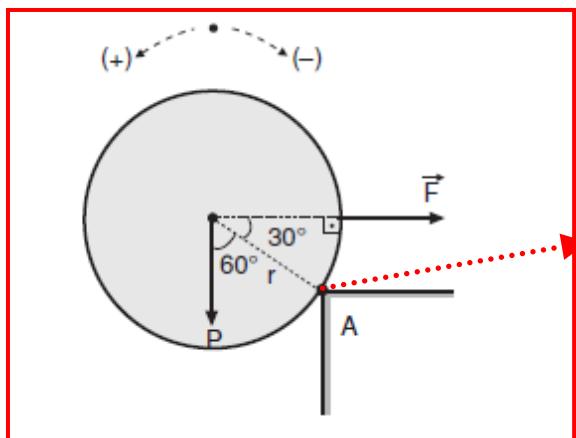


Bir denge durumudur.

Torklar eşittir.

Örnek 01: $F_1 = 20 \text{ N}$ $d_1 = 20\text{m}$ $F_2 = 30 \text{ N}$ $d_2 = 30\text{m}$ ise toplam torku ve yönünü bulunuz.

Bir Kürenin Basamaktan Çıkarılması İçin Gereken Kuvvet



Örnek 02: 60 N ağırlığındaki bir küreyi basamaktan çıkaracak minimum kuvvet kaç N olmalıdır?

Çözüm:

A döndürme noktasıdır. Kuvvetin bu noktaya dik uzaklığı ile çarpımı, cismin ağırlığının bu noktaya dik uzaklığı çarpımına eşit olmalıdır.

F = Dengeye kalması için uyguladığımız kuvvet

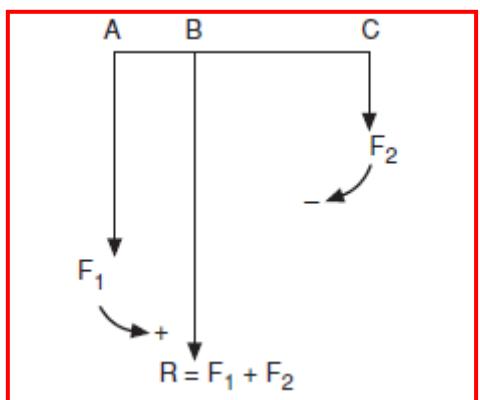
P = Kürenin ağırlığı

$$F \times r \times \sin 30^\circ = P \times r \times \sin 60^\circ$$

(Denge Şartıdır)

PARALEL KUVVETLERDE BİLEŞKE KUVVET

1. Aynı Yönü Paralel İki Kuvvetin Bileşkesi

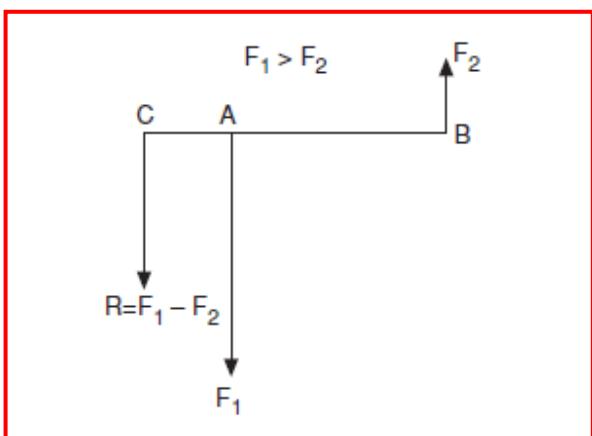


Aynı yönü paralel iki kuvvetin bileşkesi, şekildeki gibi kuvvetlerle aynı yönde olup büyüklüğü, kuvvetlerin büyüklükleri toplamına eşittir.

$$F_1 \cdot \overline{AB} = F_2 \cdot \overline{BC}$$

Bileşke, kuvvetlerin arasında ve büyük kuvvete daha yakındır.

2. Zıt Yönü Paralel İki Kuvvetin Bileşkesi



Zıt yönü paralel iki kuvvetin bileşkesi, büyük kuvvetin yönünde olup büyüklüğü iki kuvvetin büyüklüğünün farkına eşittir.

$$F_1 \cdot \overline{AC} = F_2 \cdot \overline{BC}$$

Bileşke, büyük kuvvetin dışında bulunmaktadır.

Katıların Dengesinde 2 Şart

Katı bir cismin dengede olabilmesi için iki koşulun gerçekleşmesi gereklidir.

1. Denge Koşulu

Cisme etkiyen kuvvetlerin bileşkesi X-Y düzleminde sıfır olmalı ki duran cisim harekete geçip yol almasın ve öteleme hareketi sıfır olsun.

$$\mathbf{R} = \mathbf{0} \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{cases}$$

Örnek03:

2. Denge Koşulu

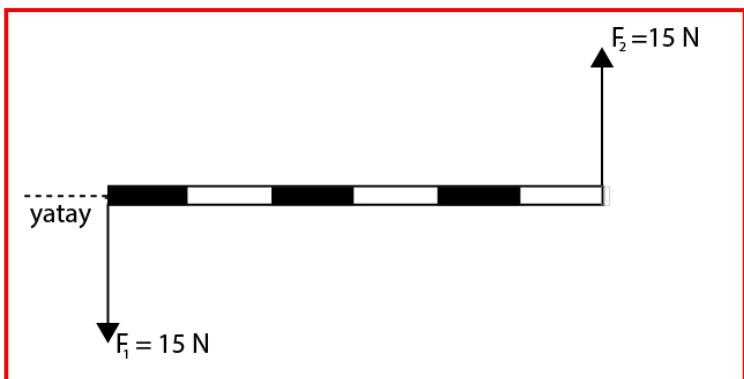
Cisme etkiyen kuvvetlerin herhangi bir noktaya göre toplam momenti sıfır olmalı ki duran cisim dönmeye başlamasın.

Tork toplamları dönme hareketi oluşturmamalıdır.

Oluşan torklarda eşitlik söz konusu ise cisim dönme hareketi yapmayacağıdır. Yani saat yönündeki torkların toplamı ile saat yönünün tersi olan torkların toplamı eşit olmalıdır.

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

Kuvvet Çifti



Örnek 04:

Yandaki şekilde kuvvetlerin yönleri zit olmakla beraber cismi hareketsiz kılamayacaktır.

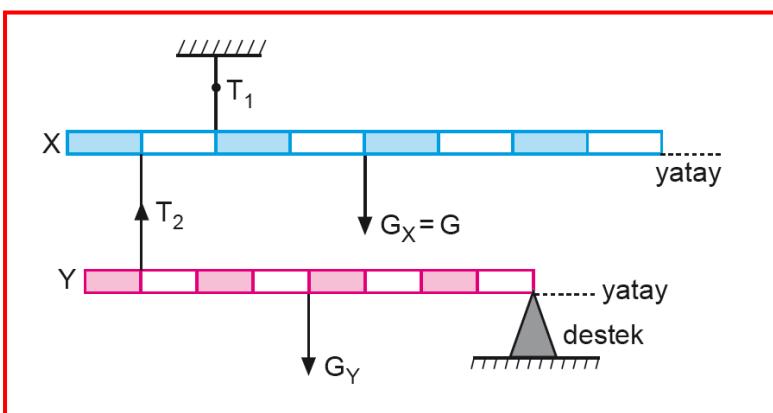
Kuvvetler değerce birbirine eşit olması dengenin 1.ci koşulunu sağlayacaktır.

Ancak torkların eşit olmaması sonucu çubuk dengede kalamayacak 2.ci koşul sağlanmayacaktır.

Örnek: Direksiyonlar, fışkiyeler v.b.

Yukarıda ki 15 N luk iki kuvvet birbirini dengeleyecektir. Ancak her iki kuvvette saat yönünün tersi yönünde olduklarından tork dengesi oluşmayacak, cisim sürekli olarak dönme hareketi yapacaktır.

Tork Bulmada Yok Etme Yöntemi



Örnek 05: Düzgün ve türdeş X ve Y çubukları birbirlerine ve yer düzlemine paralel durmaktadır.

X çubuğuunun ağırlığı G olduğuna göre Y çubuğuunun ağırlığı kaç G dir?

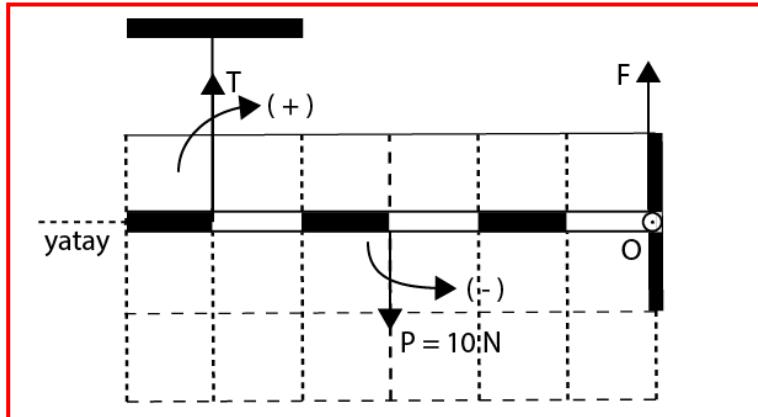
(Esen Yayınlarından)

Sorulan sorularda bilinmeyen kuvvetleri azaltarak problem çözümüne başlamalıyız.

Adım 1: İlk önce T_2 noktasına göre tork alınarak T_1 bulunur.

Adım 2: Y ekseni doğrultusunda vektörel toplam gereği T_2 bulunur.

Adım 3: T_2 bulunduktan sonra, destek noktasına tork alınarak G_Y bulunur.



Örnek 06: Ağırlığı 10 N olan O noktasından duvara monteli düzgün türdeş çubuk aynı zamanda esnemeyen bir iple tavana bağlanmıştır.

İpteki gerilme kuvvetini ve menteşede oluşan F tepki kuvvetini bulunuz.

Adım 1: İlk önce O noktasına göre tork alınarak T bulunur.

Adım 2: Y ekseni doğrultusunda vektörel toplam gereği duvarın tepki kuvveti T'de bulunacaktır.

Örnek .. 4

İki ucundan iplle asılan çubuk üzerindeki cisim v hızı ile atıldığından, S_2 ipine yaklaşırken, iplerdeki T_1 ve T_2 gerilme kuvvetleri için ne söylenebilir?

Çözüm

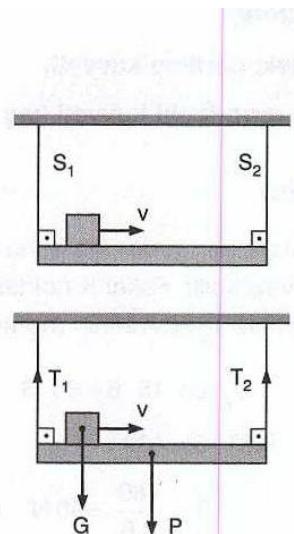
İplerdeki gerilme kuvvetlerinin büyüklüğü, bileşke kuvvetin iplere olan uzaklığı ile ters orantılıdır.

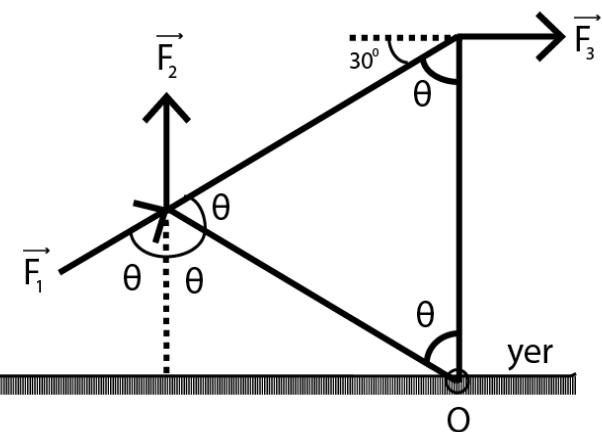
Bileşke kuvvetin iplere olan uzaklığı eşit ise, iplerdeki gerilme kuvvetleri eşit olur. Şekilde cisim S_2 ipine yaklaşıkça, bileşke kuvvet te S_2 ipine yaklaşır. Dolayısıyla T_2 gerilme kuvveti artar.

Dengenin şartına göre,

$$T_1 + T_2 = G + P \text{ dir.}$$

İp gerilmelerinin toplamı sabit olduğuna göre, T_2 artıyorsa, T_1 azalmak zorundadır.



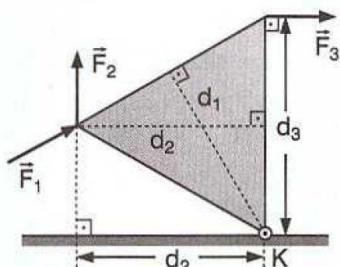


Örnek 07: O noktasından oynar bir menteşe ile sabitlenmiş bulunan eşkenar üçgen şeklindeki bir cisim şekilde görüldüğü gibi aynı düzlemden bulunan üç ayrı kuvvet farklı zamanlarda etki etmektedir.

Kuvvetlerin etkisindeki cisim uygulanan denge pozisyonunu koruduğuna göre kuvvetler arasındaki sıralama nasıl olmalıdır?

(Güvender Yayınları)

Çözüm :



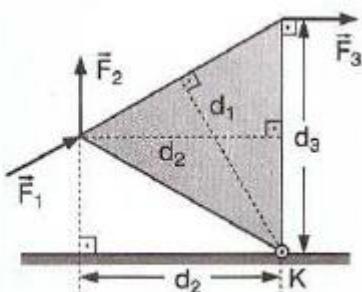
Eşkenar üçgen levhanın ağırlık kuvvetinin K noktasına göre momenti sabittir. Levha dengede olduğuna göre herbir kuvvetin K noktasına göre momenti, levhanın ağırlık kuvvetinin momentine eşittir.

$$M = F \cdot d$$

bağıntısına göre, moment sabit iken d uzaklığı ile F kuvveti ters orantılıdır.

Eşkenar üçgenin özelliği gereğince $d_1 = d_2 < d_3$ ilişkisi vardır. O halde kuvvetlerin büyüklükleri arasında $F_1 = F_2 > F_3$ ilişkisi vardır.

Cevap C



Örnek .. 6

K ucundan duvara menteşelenmiş 30 N ağırlığındaki türdeş ve eşit bölmeli çubuk, ağırlığı 15 N olan cisim ile şekildeki gibi yatay olarak dengededir.

Buna göre;

- İpteki gerilme kuvveti,**
- Duvarın tepki kuvveti kaç N'dur?** ($\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$)

Çözüm

- Çubuk dengede olduğuna göre, istenilen noktaya göre moment eşitliği yazılabilir. Fakat K noktasına göre moment alınırsa, F_x , F_y duvar tepkileri ile T_x kuvvetinin momenti sıfır olur.

$$T_y \cdot 6 = 15 \cdot 6 + 30 \cdot 3$$

$$0,6T \cdot 6 = 180$$

$$T = \frac{180}{3,6} = 50 \text{ N} \quad (T_y = 30 \text{ N})$$

- Duvarın yatay tepki kuvveti;

$$\Sigma F_x = 0 \text{ dan}$$

$$T_x = F_x = T \cdot \cos 37^\circ$$

$$F_x = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ N}$$

Duvarın düşey tepki kuvveti;

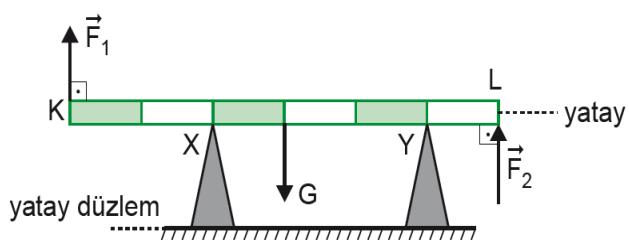
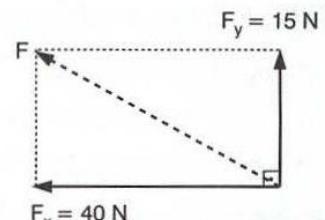
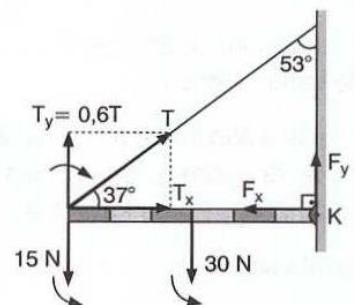
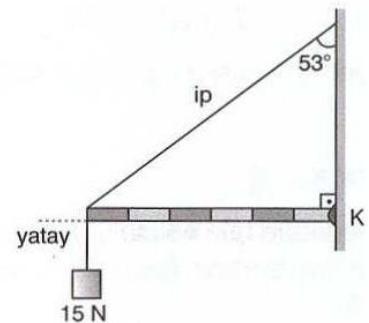
$$\Sigma F_y = 0 \text{ dan}$$

$$T_y + F_y = 15 + 30$$

$$30 + F_y = 45$$

$$F_y = 15 \text{ N} \text{ dur.}$$

Duvarın tepki kuvveti ise yatay ve düşey tepkilerin bileşkesidir. Pisagor bağıntısına göre, $F = 5\sqrt{73} \text{ N}$ olur.

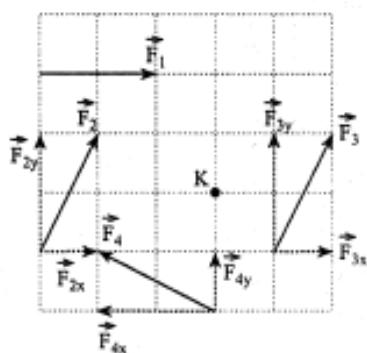


Örnek 08: X ve Y destekleri üzerinde durmakta olan G ağırlığındaki düzgün türdeş çubuğa dik doğrultuda F_1 ve F_2 kuvvetleri etki etmektedir.

Çubuğun yatay dengesinin bozulmaması için uygulanması gereken en küçük F_1 ve F_2 kuvvetlerinin oranı ne olmalıdır?

(Esen Yayınlarından)

açıklamalı çözüm



Kareler üzerinde verilmiş kuvvetlerin momentleri, kuvvetleri dik bileşenlerine ayırarak kolayca bulunabilir:

Önce kuvvetlerin K ya göre döndürme yönlerini bulalım:

\vec{F}_1 , \vec{F}_2 ve \vec{F}_4 saat yönünde, \vec{F}_3 ise saatin ters yönünde döndürmektedir.

$$\vec{F}_1 \text{ in momenti} : M_1 = 2.2 = 4 \text{ birim (saat yönü)}$$

$$\vec{F}_2 \text{ nin momenti} : F_{2y} \text{ nin} : M_{2y} = 2.3 = 6 \text{ birim (saat yönü)}$$

$$F_{2x} \text{ in} : M_{2x} = 1.1 = 1 \text{ birim (ters yön)}$$

$$M_2 = 6 - 1 = 5 \text{ birim (saat yönü)}$$

$$\vec{F}_4 \text{ ün momenti} : F_{4y} \text{ nin momenti sıfırdır.}$$

$$F_{4x} \text{ in momenti} M_{4x} = 2.2 = 4 \text{ birim (saat yönü)}$$

$$M_4 = 4 \text{ birim (saat yönü)}$$

$$\vec{F}_3 \text{ ün momenti} : F_{3y} \text{ nin momenti} : M_{3y} = 2.1 = 2 \text{ birim (ters yön)}$$

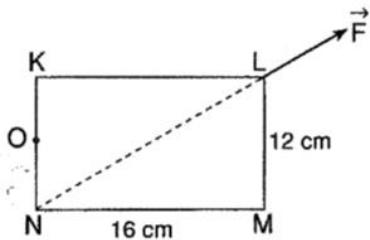
$$F_{3x} \text{ in momenti} : M_{3x} = 1.1 = 1 \text{ birim (ters yön)}$$

$$M_3 = 2 + 1 = 3 \text{ birim (saatin ters yönü)}$$

$$\text{Toplam moment} : \Sigma M = (M_1 + M_2 + M_4) - M_3$$

$$\Sigma M = (4 + 5 + 4) - 3 \Rightarrow \Sigma M = 10 \text{ birim (saat yönü) bulunur.}$$

Örnek 09:



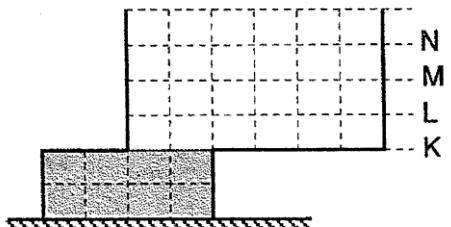
Boyları 12 cm ve 16 cm olan dikdörtgen biçimindeki levhaya, büyüklüğü 20 newton olan \vec{F} kuvveti şekildeki gibi uygulanıyor.

$|KO| = |ON|$ olduğuna göre,

Kuvvetin O noktasına göre momenti kaç newtonxsantimetre dir?

- A) 192 B) 120 C) 96 D) 48 E) 24

Örnek 10:



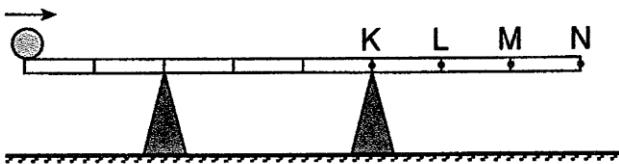
Şekildeki eşit bölmelere ayrılmış kap, K düzeyine kadar su ile doludur.

Buna göre, kaba, denge bozulmadan hangi düzeye kadar su konulabilir?

(Kabin ağırlığını önemsemeyiniz.)

- A) K–L arasına B) L düzeyine
C) L–M arasına D) M düzeyine
E) M–N arasına

Örnek 11:



Ağırlığı $2P$ olan bilye, ağırlığı $3P$ olan eşit bölmeli düzgün ve türdeş çubuğu üzerinde sağa doğru yuvarlanıyor.

Buna göre, bilye, çubuğu devirmeden nereye kadar ilerleyebilir?

- A) K ile L nin ortasına
- B) L noktasına
- C) L ile M nin ortasına
- D) M noktasına
- E) M ile N nin ortasına