

Contrôle continu du 23 novembre 2018

NOM Prénom :

Durée : 1h00

Pages : 6

* Le barème est indicatif. Les documents sont interdits.

* Les réponses doivent *obligatoirement* être fournies dans les cadres prévus. Elles doivent être justifiées, précises et concises.

* Les algorithmes du cours, s'ils ne sont pas modifiés, peuvent être utilisés en les appelant juste par leur nom.

Exercice 1.

[10pts]

1. Est-ce que les étiquettes des arcs du graphe G_1 de la Figure 1 peuvent représenter un flot ou non ? Expliquer pourquoi.

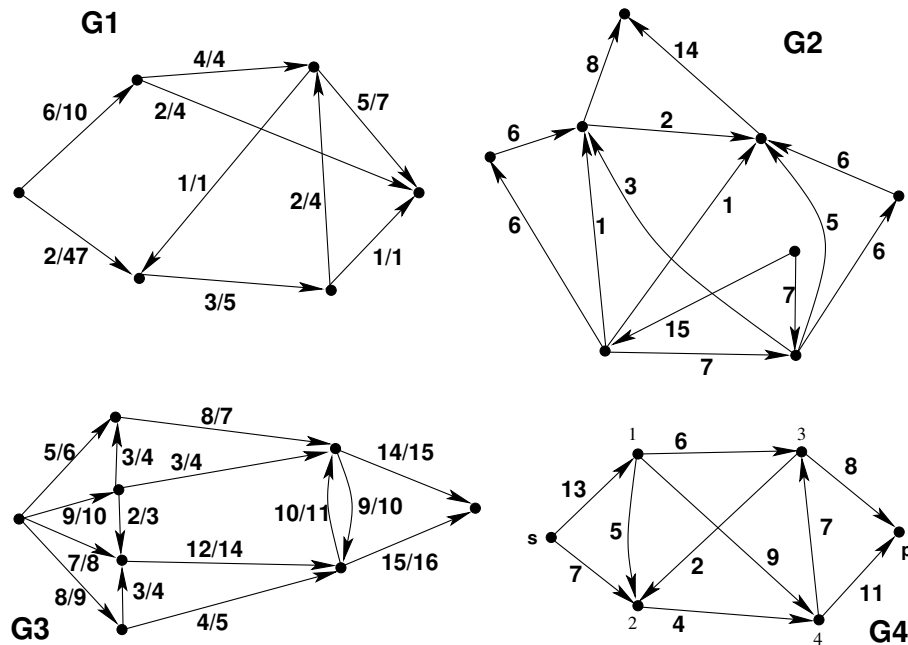
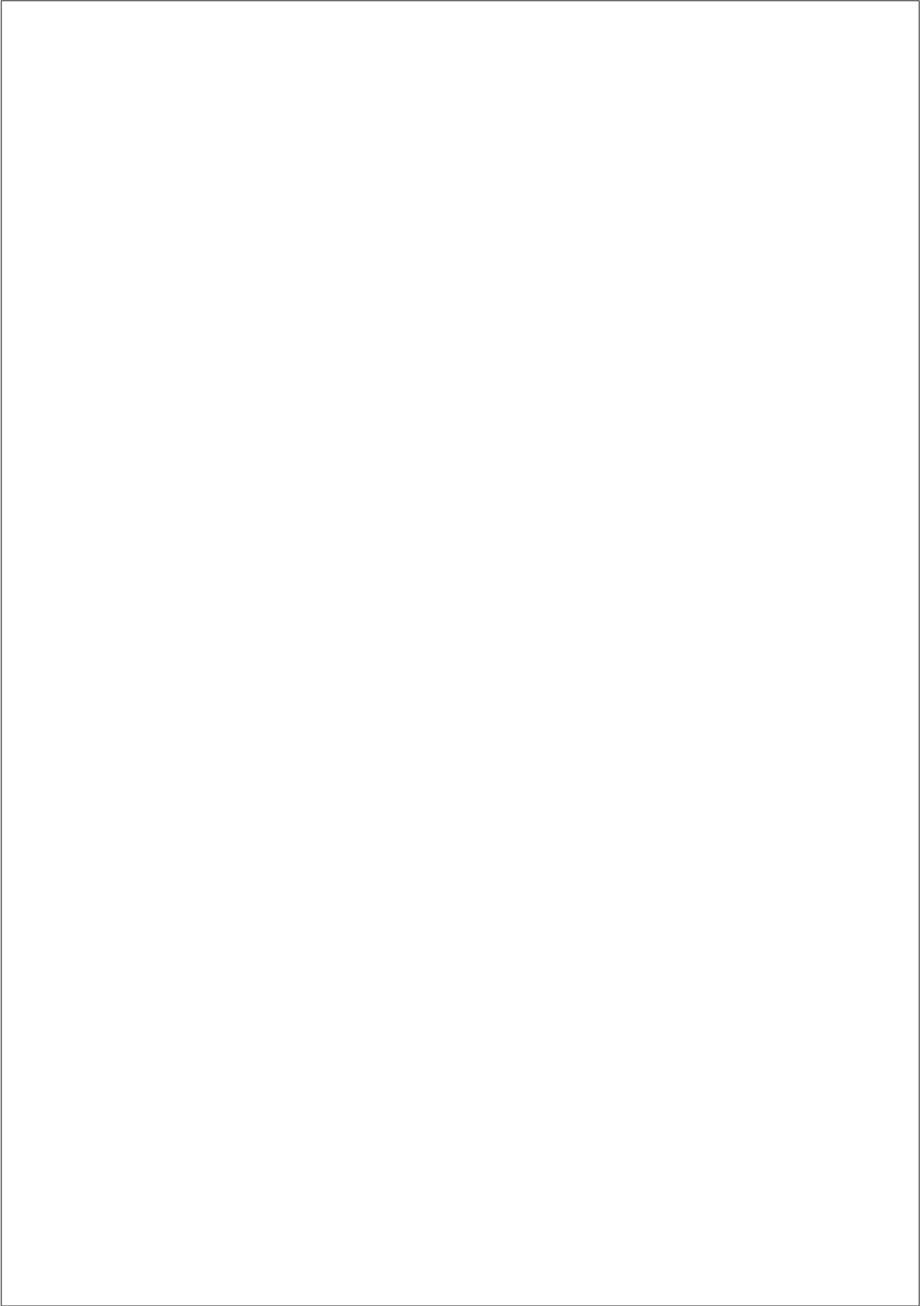


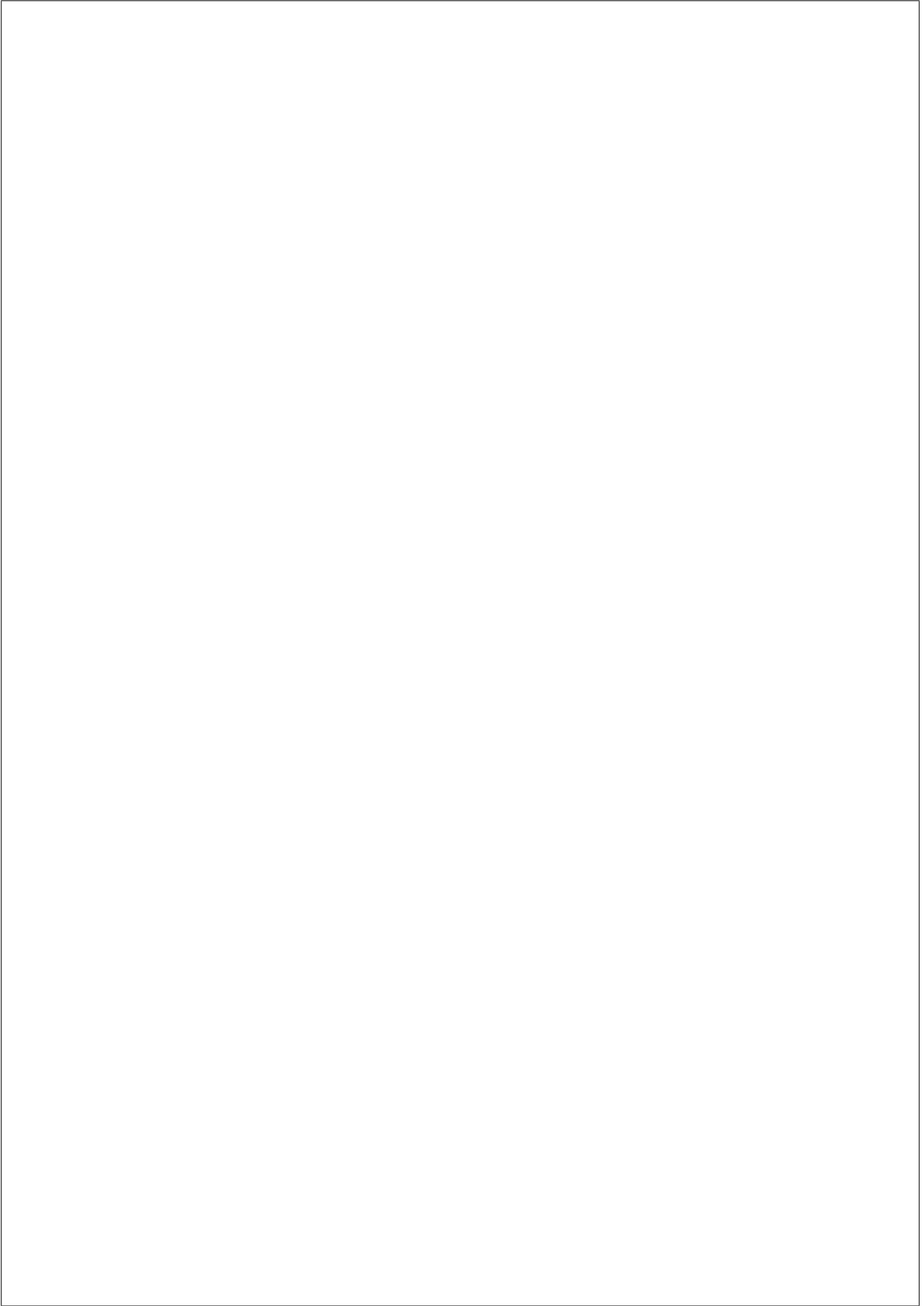
FIGURE 1 – 4 graphes

2. Les étiquettes des arcs du graphe G_2 de la Figure 1 représentent un flot possible. Indiquer la source, le puits, ainsi que la valeur du flot.

3. Les étiquettes des arcs du graphe G_3 de la Figure 1 ne représentent pas un flot. Indiquer *toutes* les raisons pour lesquelles ce graphe n'est pas un flot.

4. Déterminer la valeur du flot maximal entre s et p dans le graphe G_4 de la Figure 1, sachant que les valeurs sur les arcs représentent les capacités. On prendra soin de bien détailler toutes les étapes de l'algorithme (la notation tiendra largement compte de cet élément). On appliquera la convention utilisée en TD, à savoir que le chemin choisi à chaque étape est le plus petit par ordre lexicographique, selon l'ordre croissant donné par $s, 1, 2, 3, 4, p$.





Exercice 2.**[10 pts]**

Considérons n étudiants E_1, E_2, \dots, E_n et m cours C_1, C_2, \dots, C_m proposés par la formation dans laquelle ils sont inscrits. Dans chaque cours C_i on peut inscrire jusqu'à c_i étudiants (comme les indices l'indiquent, chaque cours a sa propre capacité maximum en termes d'inscrits). Chaque étudiant doit être inscrit à 8 de ces cours, mais il n'a que partiellement le choix. Plus précisément, chaque étudiant fait une liste de 10 cours auxquels il voudrait être inscrit, et l'université décide dans quels cours il pourra être inscrit. Le but de l'université est donc de trouver une répartition des étudiants qui respecte la capacité de chaque cours et qui attribue exactement 8 cours à chaque étudiant.

1. Modéliser à l'aide de flots le problème que l'université devra résoudre.

2. Supposons que le problème de flots que vous avez proposé a été résolu, et que vous connaissez le flot sur chaque arc. Dans quelles conditions décide-t-on que la répartition souhaitée est possible ? Justifier.

3. Si une solution existe, expliquer quelle est la répartition des étudiants dans les cours, selon le résultat obtenu.

4. Supposons maintenant que les étudiants ont classé leurs 10 choix par ordre décroissant de préférence. Proposez une modélisation du problème qui consiste à répartir les étudiants dans les cours (sans dépasser la capacité de chaque cours) de sorte à maximiser le contentement des étudiants.