Tomasz Indeka

Modelowanie i identyfikacja

Projekt 1, zadanie 11 – Sprawozdanie

Równania stanu modelu:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -\frac{T_1 + T_2}{T_1T_2}x_1(t) + x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{1}{T_1T_2}x_1(t) + \frac{K}{T_1T_2}(\alpha_1 u(t) + \alpha_2 u^2(t) + \alpha_3 u^3(t) + \alpha_4 u^4(t))$$

$$y(t) = x_1(t)$$

Stałe:

K = 5, T1 = 10, T2 = 6, α_1 = -0.9, α_2 = 1.37, α_3 = -1.95, α_4 = 0.05.
Sygnał sterujący spełnia warunek: $-1 \leq u \leq 1$

1. Reprezentacja graficzna w pliku: dynamiczny_ciagly.slx
2. Aby otrzymać model dyskretny w pierwszej kolejności należy podstawić do równań za t chwilę k-1, a za pochodną zastąpić różnicą między próbkami przez okres, otrzymujemy wtedy:

$$\frac{x_1(k) - x_1(k-1)}{T} = -\frac{T_1 + T_2}{T_1T_2}x_1(k-1) + x_2(k-1)$$

$$\frac{x_2(k) - x_2(k-1)}{T} = -\frac{1}{T_1T_2}x_1(k-1) + \frac{K}{T_1T_2}(\alpha_1 u(k-1) + \alpha_2 u^2(k-1) + \alpha_3 u^3(k-1) + \alpha_4 u^4(k-1))$$

$$y(k-1) = x_1(k-1)$$

   Co po przekształceniu daje nam:

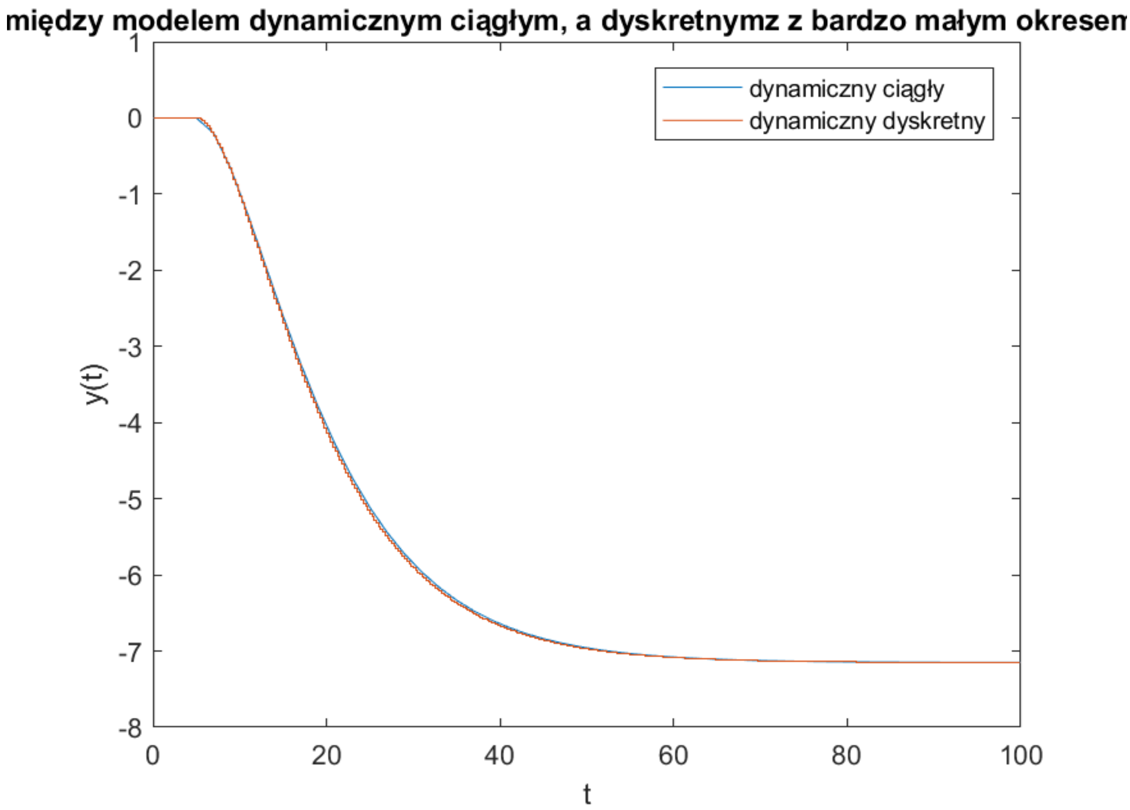
$$x_1(k) = x_1(k-1) - T(\frac{T_1 + T_2}{T_1T_2}x_1(k-1) + x_2(k-1))$$

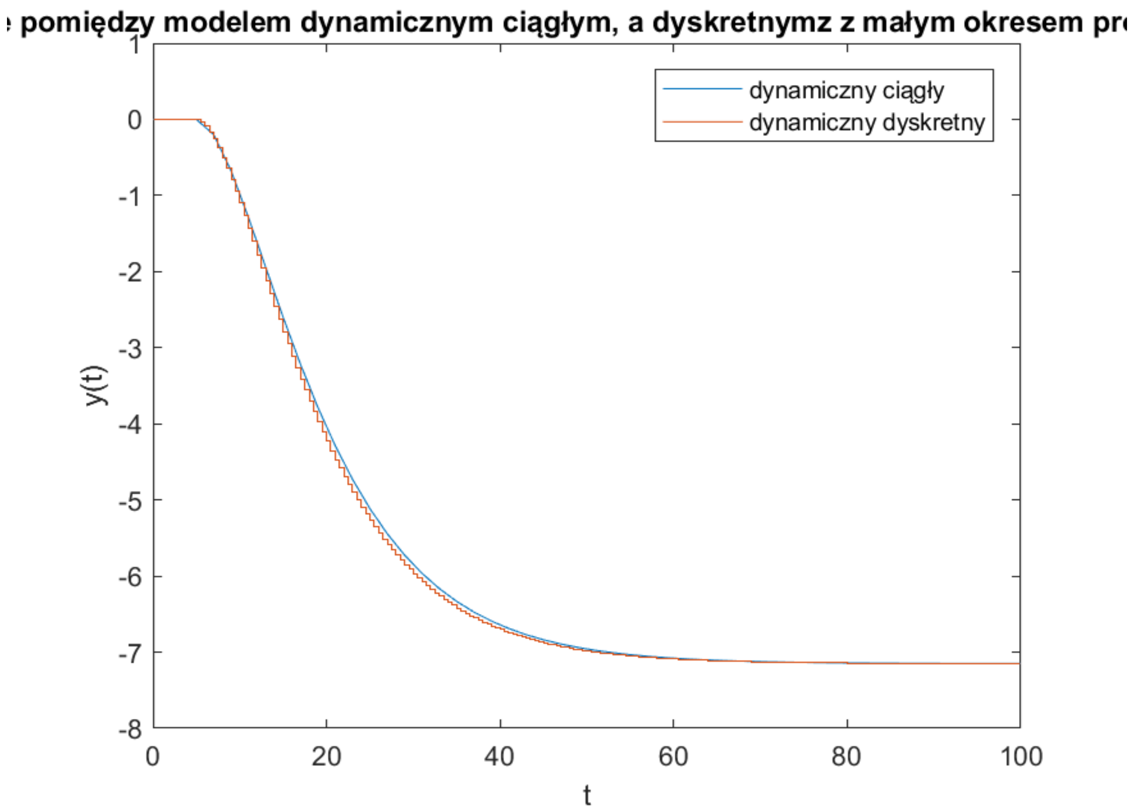
$$x_2(k) = x_2(k-1) - T(\frac{1}{T_1T_2}x_1(k-1) + \frac{K}{T_1T_2}\left(\alpha_1 u(k-1) + \alpha_2 u^2(k-1) + \alpha_3 u^3(k-1) + \alpha_4 u^4(k-1)\right))$$

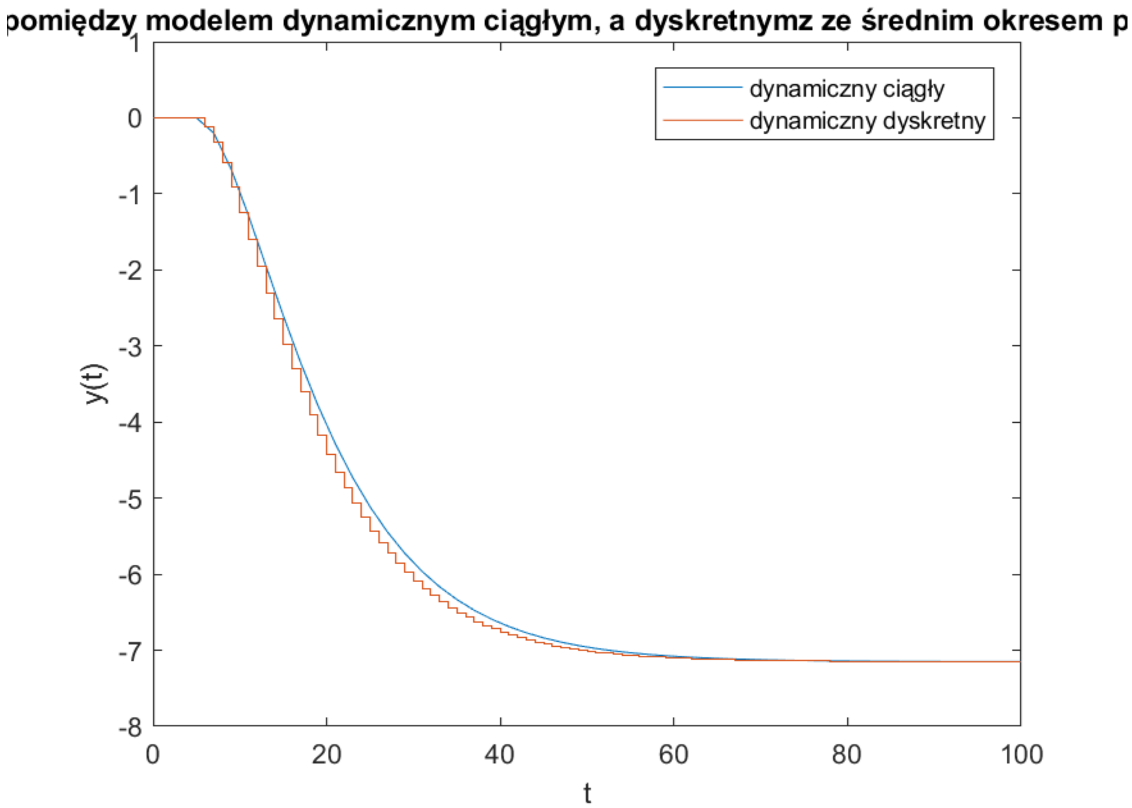
$$y(k-1) = x_1(k-1)$$

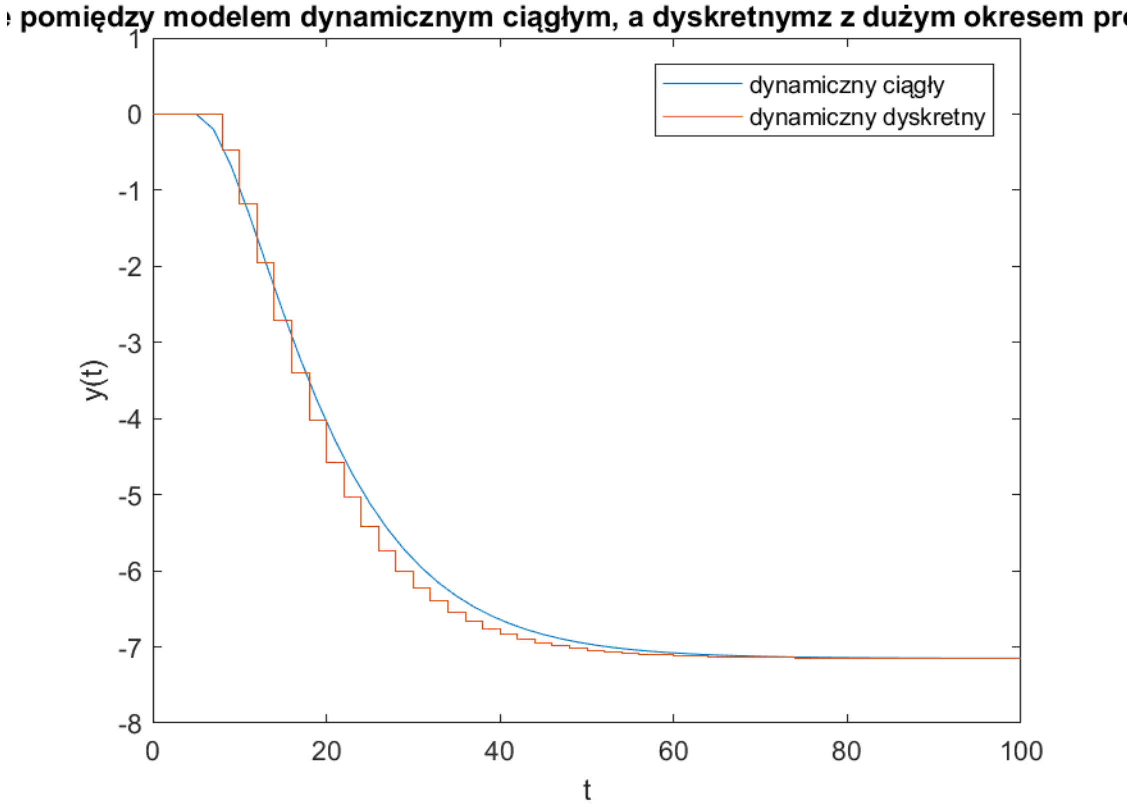
   Schemat tych równań został narysowany w pliku: dynamiczny_dyskretny.slx

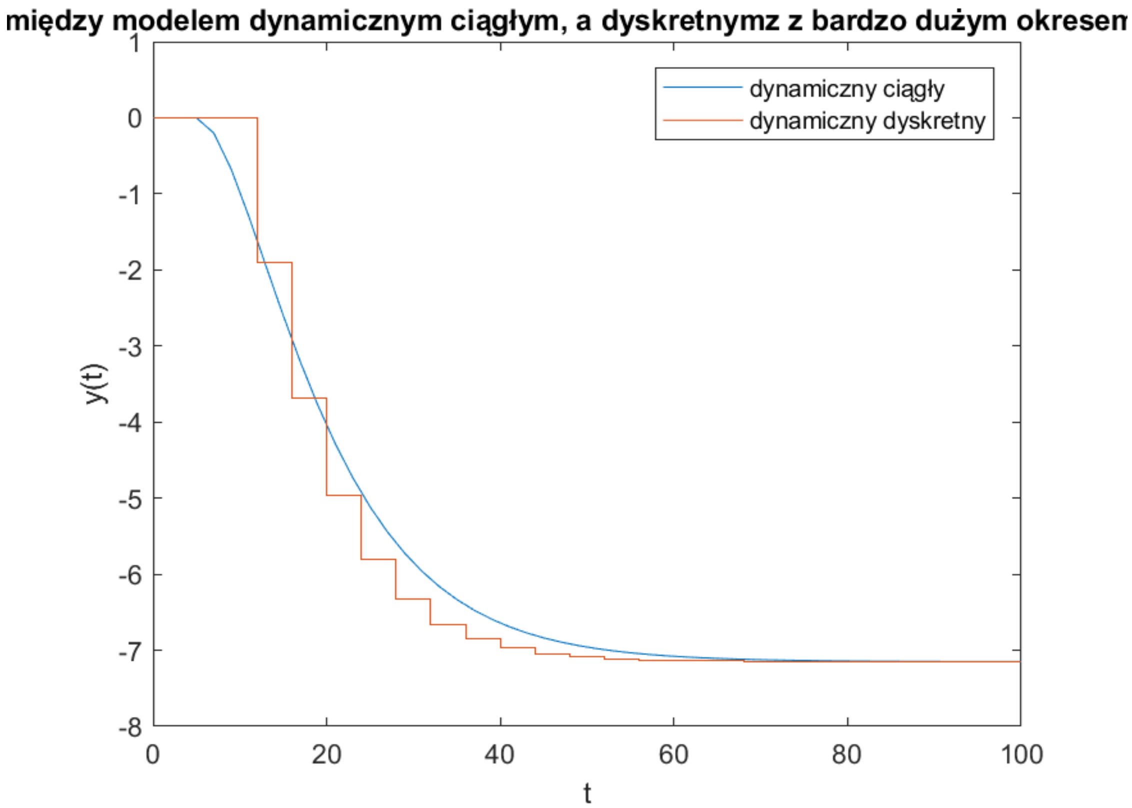
3. Układ podlegał symulacji dla wartości początkowej = 0, która przybierała wartość = 1, w chwili t = 5. Okresy próbkowania wynosiły kolejno: 0.1s, 0.5s , 1s, 2s, 4s.


między modelem dynamicznym ciągłym, a dyskretnymz z bardzo małym okresem
dynamiczny ciągły
dynamiczny dyskretny
y(t)
t
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
0
20
40
60
80
100


pomiędzy modelem dynamicznym ciągłym, a dyskretnymz z małym okresem pr
dynamiczny ciągły
dynamiczny dyskretny
y(t)
t
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
0
20
40
60
80
100


pomiędzy modelem dynamicznym ciągłym, a dyskretnymz ze średnim okresem p
dynamiczny ciągły
dynamiczny dyskretny
y(t)
t


pomiędzy modelem dynamicznym ciągłym, a dyskretnymz z dużym okresem pr
dynamiczny ciągły
dynamiczny dyskretny
y(t)
t



4. Wzór charakterystyki statycznej został wyznaczony przez przyrównanie $\frac{x_x(k)-x_x(k-1)}{T}$ do 0 i usunięcie zależności od opóźnienia:

$$0 = -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} x_1 + x_2$$

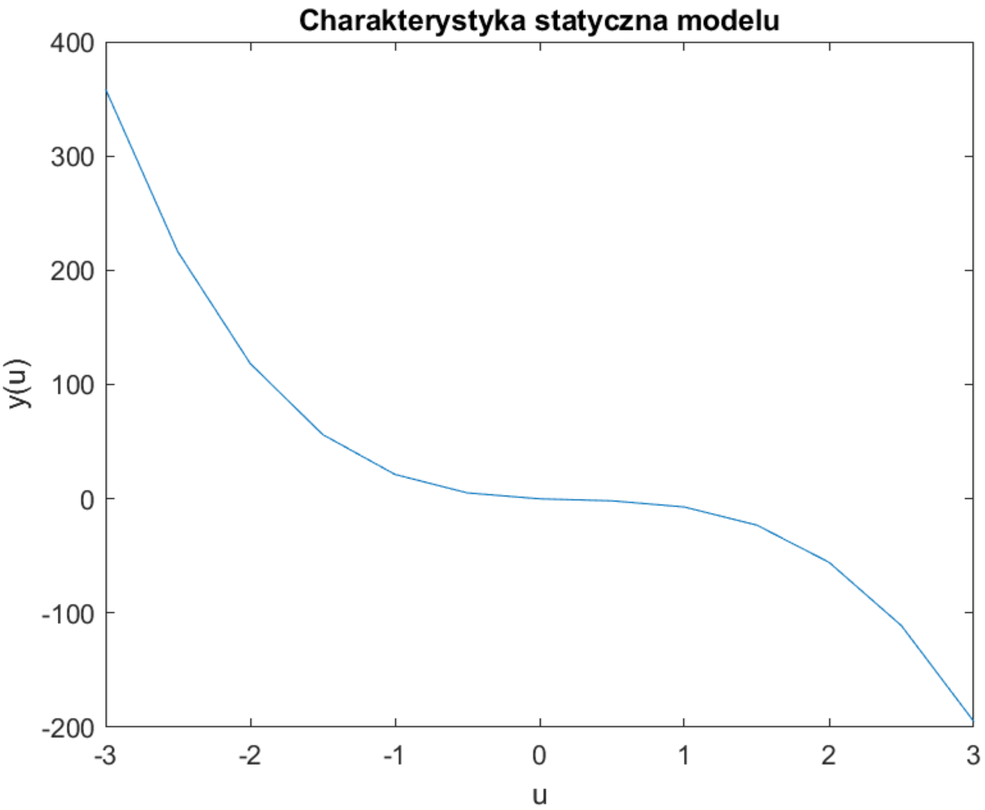
$$0 = -\frac{1}{T_1 T_2} x_1 + \frac{K}{T_1 T_2}(\alpha_1 u + \alpha_2 u^2 + \alpha_3 u^3 + \alpha_4 u^4)$$

$$y = x_1$$

Po przekształceniu otrzymujemy:

$$y = K(\alpha_1 u + \alpha_2 u^2 + \alpha_3 u^3 + \alpha_4 u^4)$$

Wykres charakterystyki statycznej prezentuje się następująco:

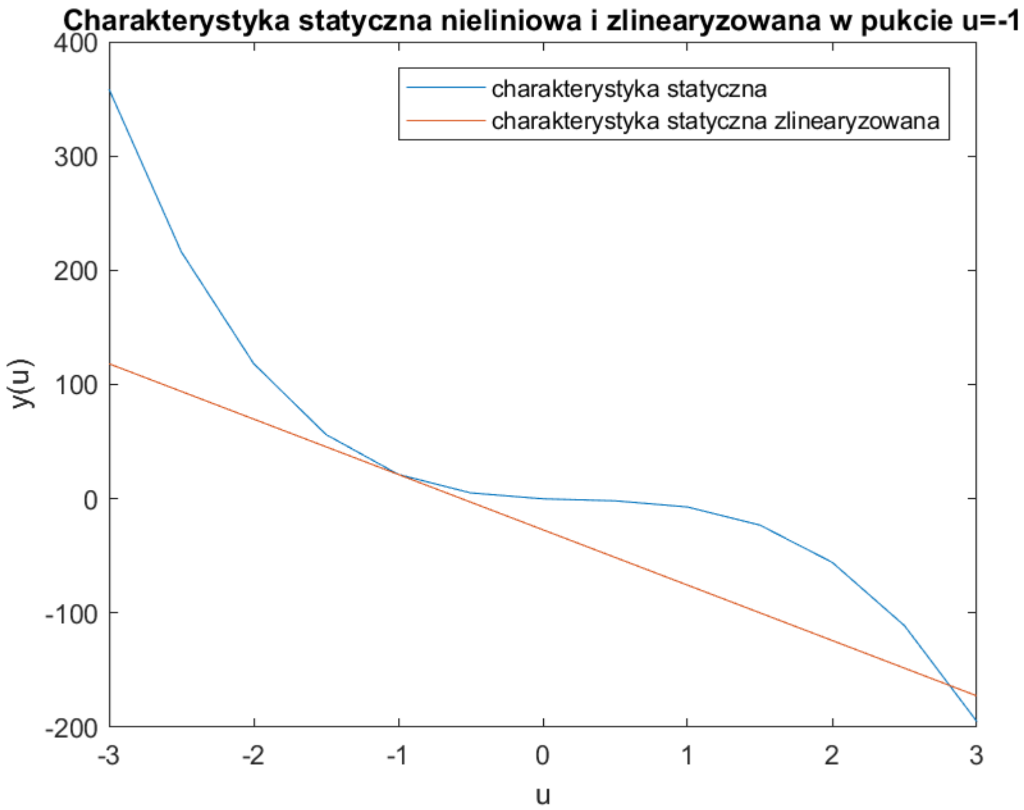


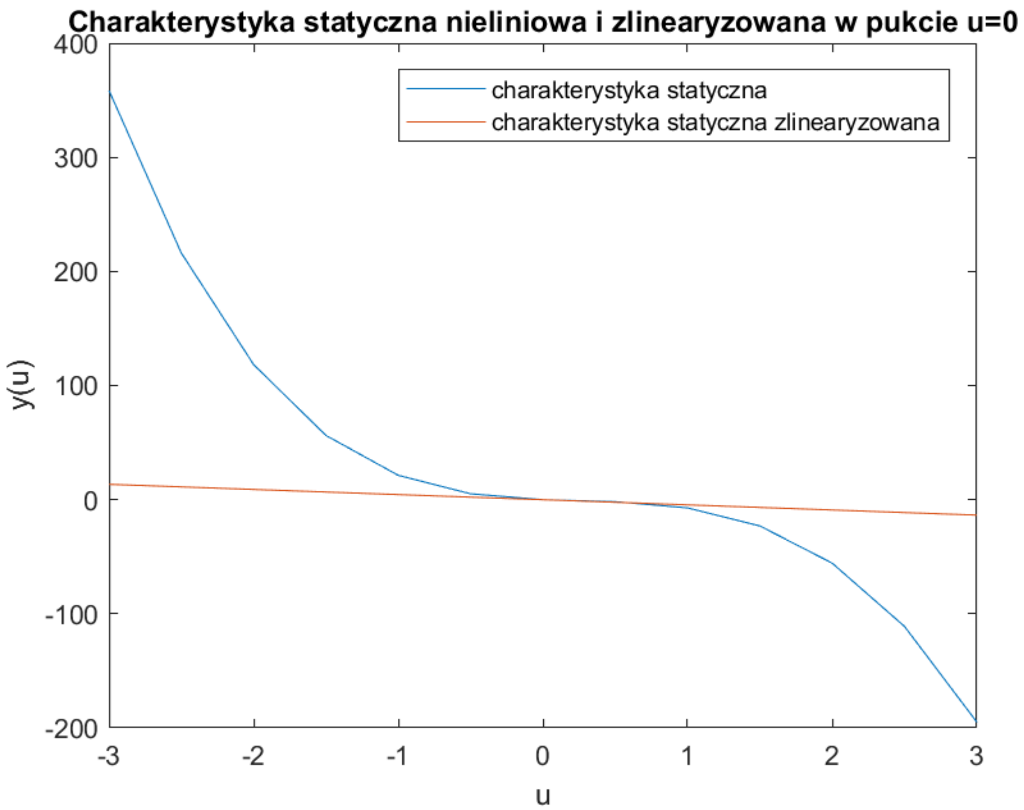
5. Charakterystykę statyczną zlinearyzowaną wyznaczyłem podstawiając za elementy nieliniowe ich zlinearyzowane odpowiedniki:
   $u^2 \approx \bar{u}^2 + 2\bar{u}(u - \bar{u})$
   $u^3 \approx \bar{u}^3 + 3\bar{u}^2(u - \bar{u})$
   $u^4 \approx \bar{u}^4 + 4\bar{u}^3(u - \bar{u})$

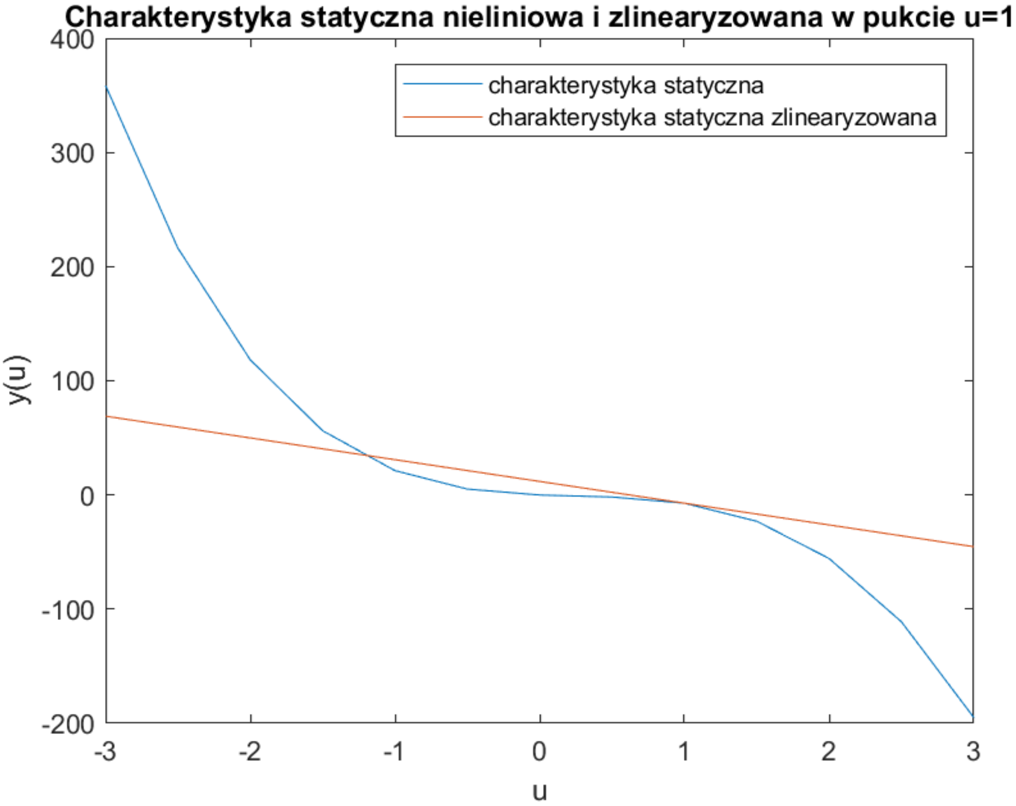
   Po tych operacjach otrzymałem:

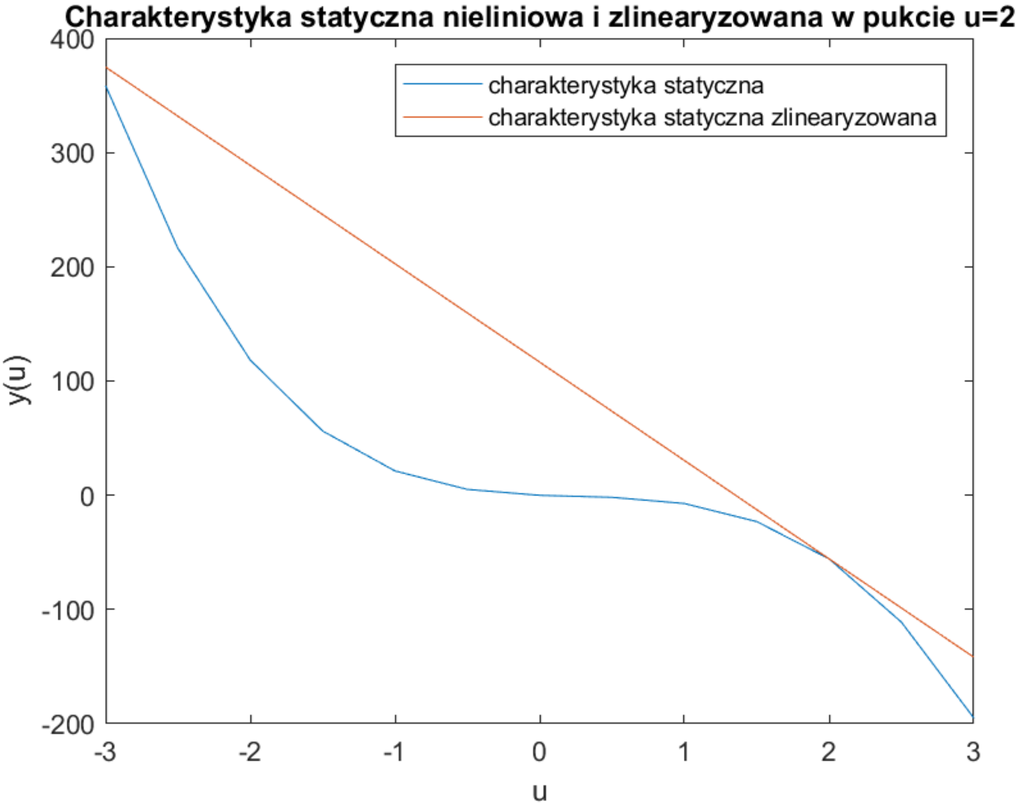
   $y = K(\alpha_1 u + \alpha_2\left(\bar{u}^2 + 2\bar{u}(u - \bar{u})\right) + \alpha_3\left(\bar{u}^3 + 3\bar{u}^2(u - \bar{u})\right) + \alpha_4(\bar{u}^4 + 4\bar{u}^3(u - \bar{u})))$

6. Charakterystyka zlinearyzowana na tle nieliniowej prezentuje się następująco:


Charakterystyka statyczna nieliniowa i zlinearyzowana w pukcie u=-1
charakterystyka statyczna
charakterystyka statyczna zlinearyzowana
y(u)
u
400
300
200
100
0
-100
-200
-3
-2
-1
0
1
2
3


Charakterystyka statyczna nieliniowa i zlinearyzowana w pukcie u=0
charakterystyka statyczna
charakterystyka statyczna zlinearyzowana
y(u)
u
400
300
200
100
0
-100
-200
-3
-2
-1
0
1
2
3





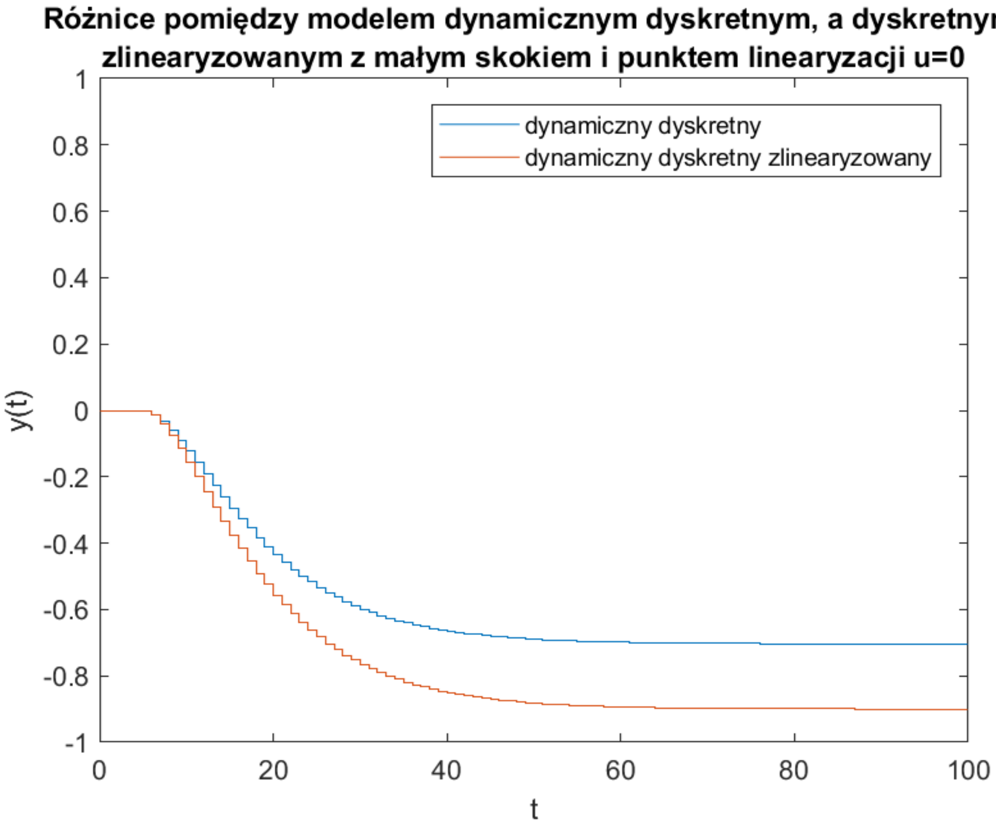
7. Aby obliczyć model dynamiczny dyskretny zlinearyzowany należy za elementy nieliniowe w modelu dynamicznym dyskretnym podstawić obliczone powyżej zlinearyzowany odpowiedniki:

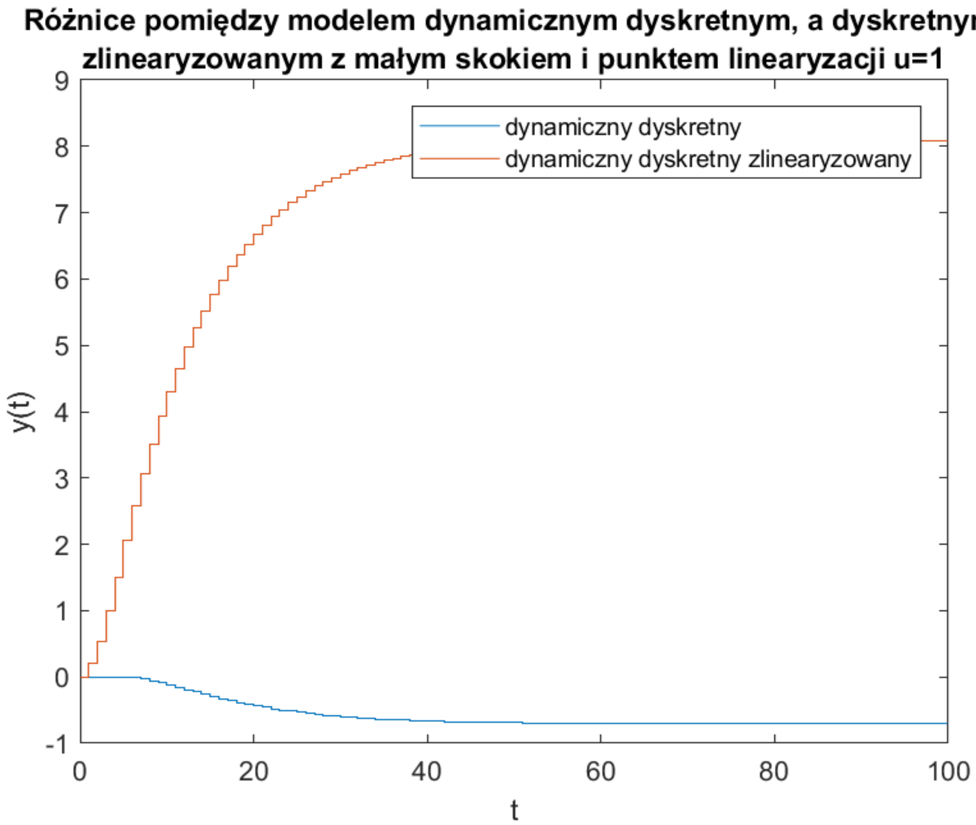
$$x_1(k) = x_1(k-1) - T(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} x_1(k-1) + x_2(k-1))$$

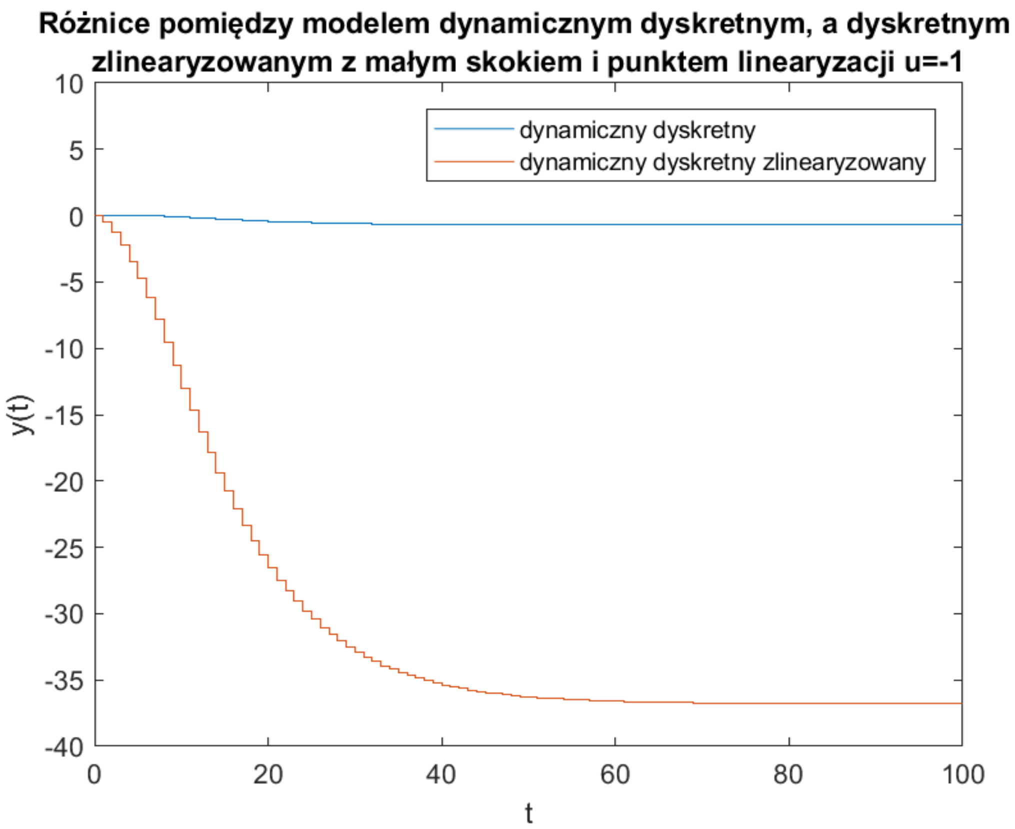
$$\begin{aligned} x_2(k) = x_2(k-1) - T\frac{1}{T_1 T_2} x_1(k-1) \\ + \frac{K}{T_1 T_2}(\alpha_1 u(k-1) + \alpha_2(\bar{u}^2 + 2\bar{u}(u(k-1) - \bar{u})) + \alpha_3(\bar{u}^3 + 3\bar{u}^2(u(k-1) - \bar{u})) \\ + \alpha_4(\bar{u}^4 + 4\bar{u}^3(u(k-1) - \bar{u})))) \end{aligned}$$

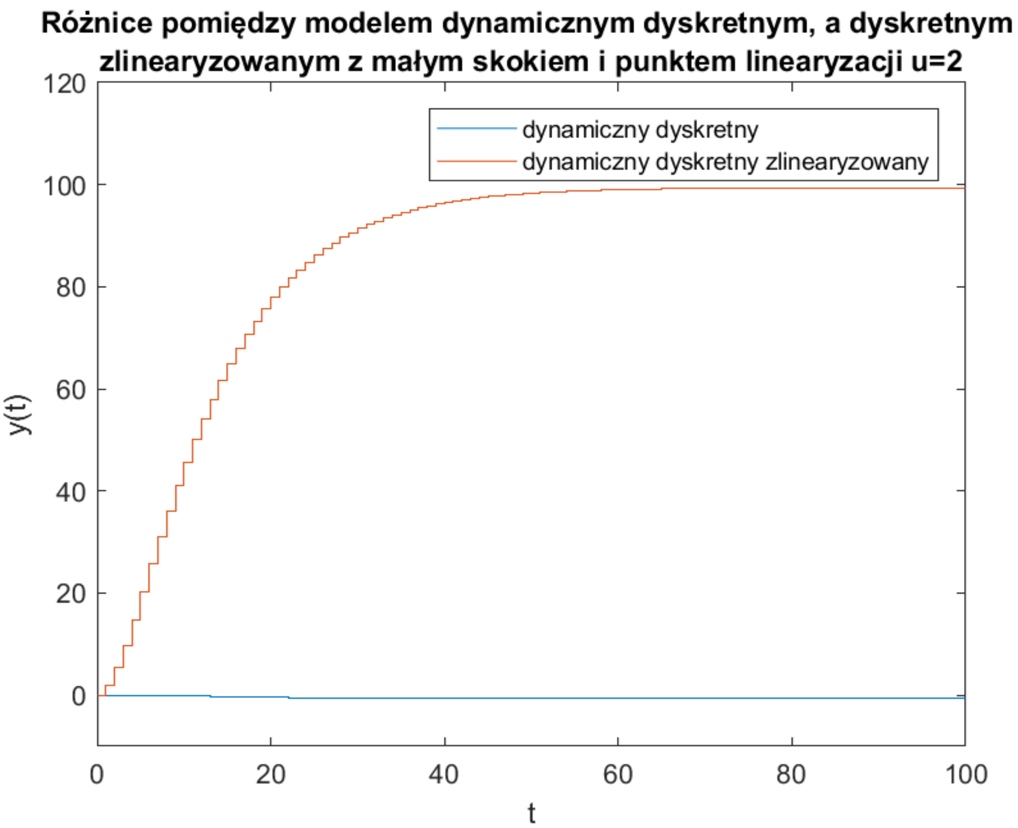
$$y(k-1) = x_1(k-1)$$

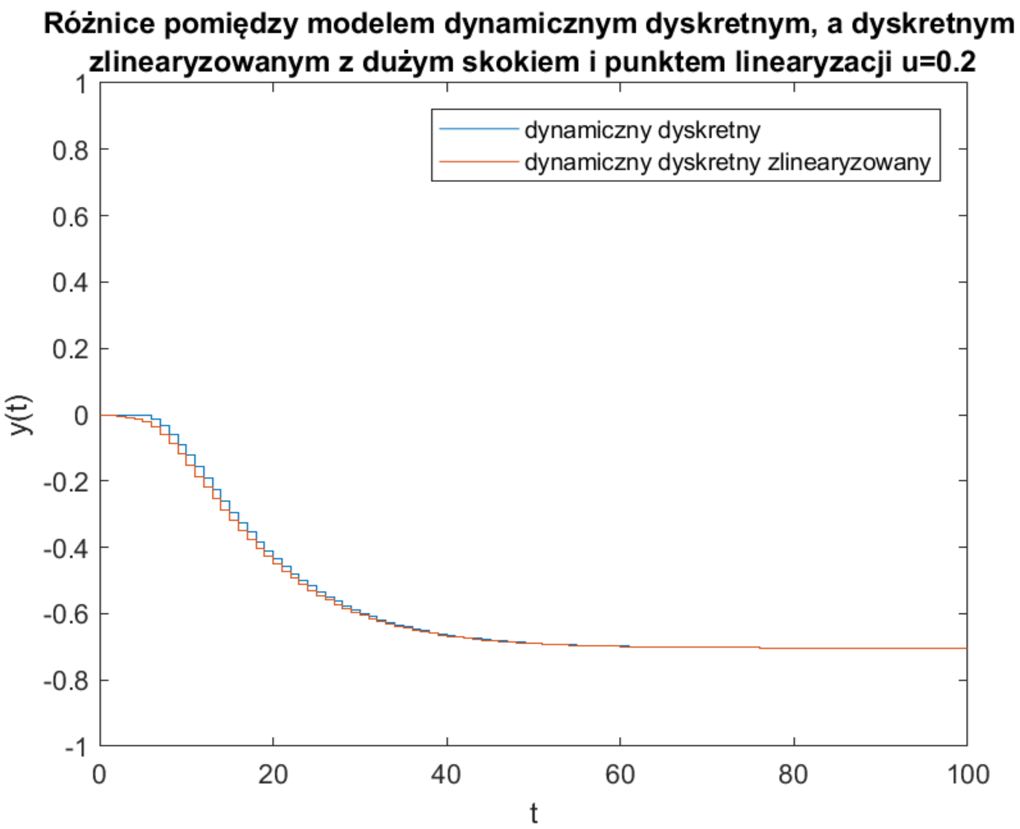
8. Reprezentacja graficzna powyższych równań jest przedstawiona w pliku: [dynamiczny_dyskretny_zlinearyzowany.slx]
9. Porównanie charakterystyki zlinearyzowanej można zauważyć tutaj. Testy były wykonywane dla skoków sygnału równych: 0.2, 1, 2 i dla punktów linearyzacji równych: -1, 0, 1, 2. Wyniki można zobaczyć poniżej, warto zauważyć, że wykonałem również test dla skoku 0.2 i pkt linearyzacji = 0.2.

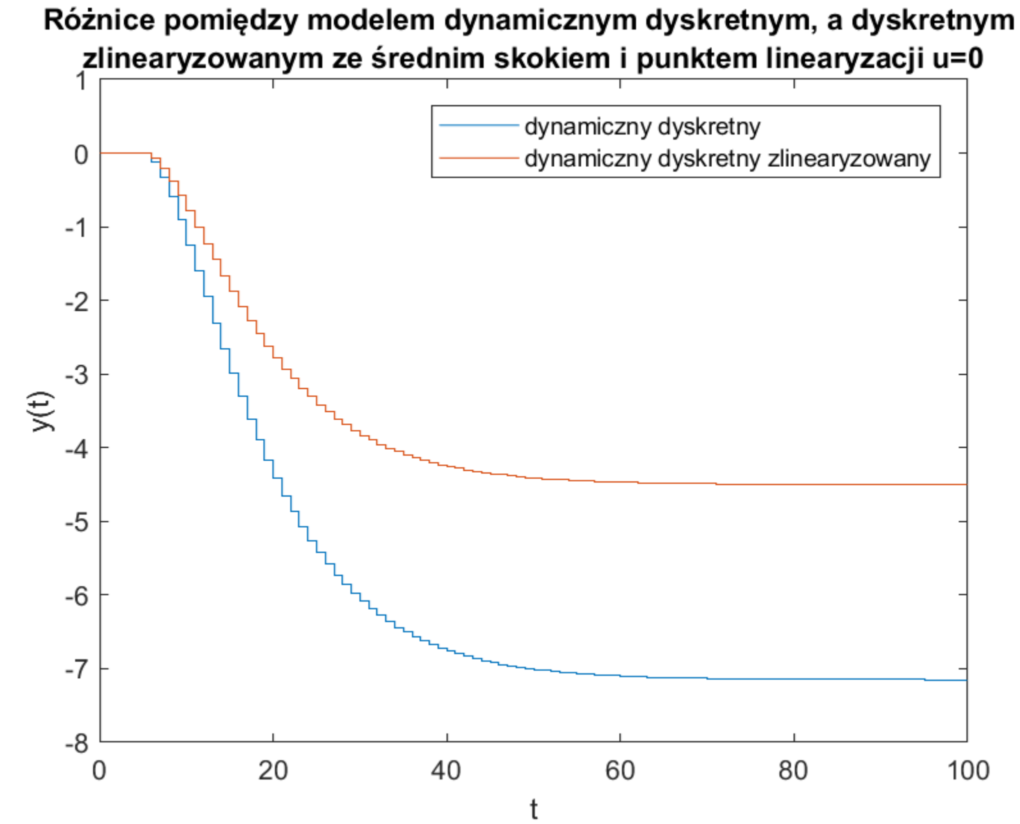


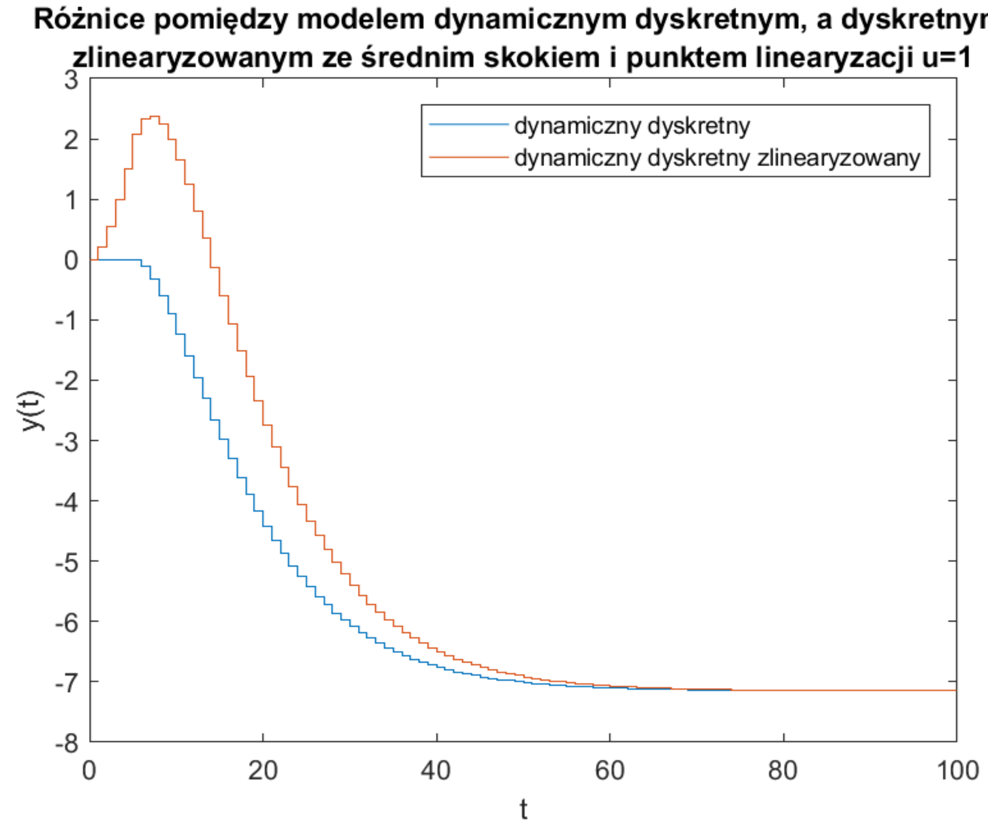


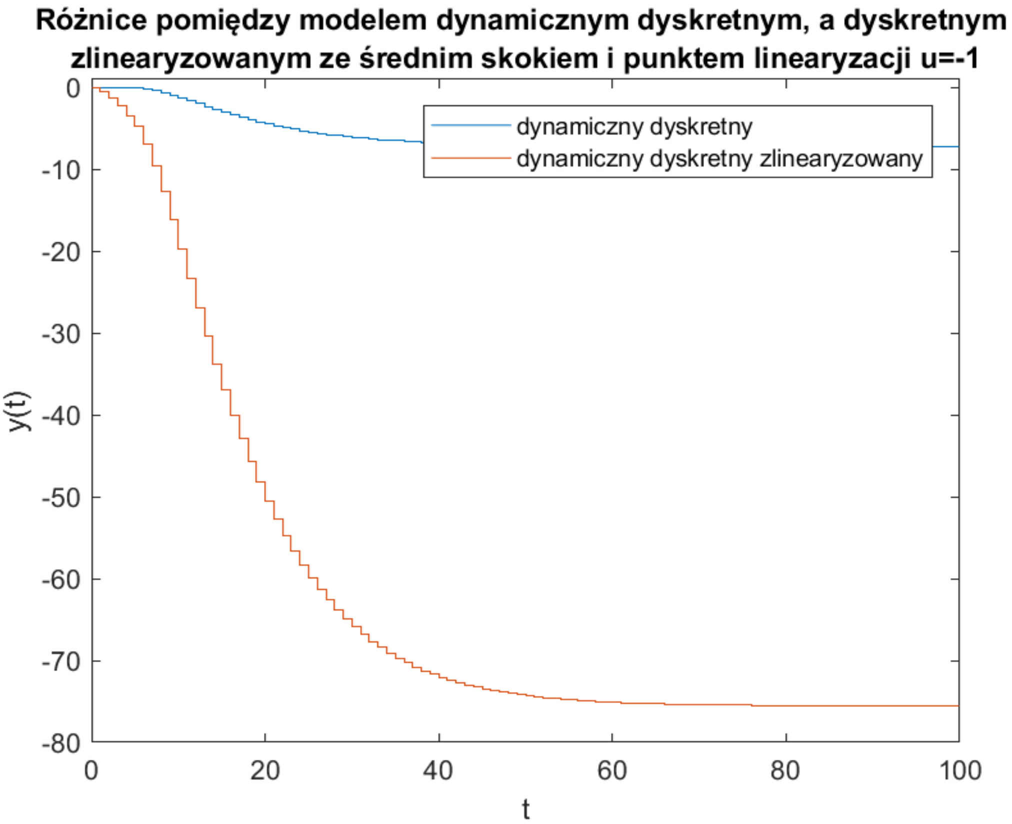

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym z małym skokiem i punktem linearyzacji u=-1
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30
-35
-40
0
20
40
60
80
100

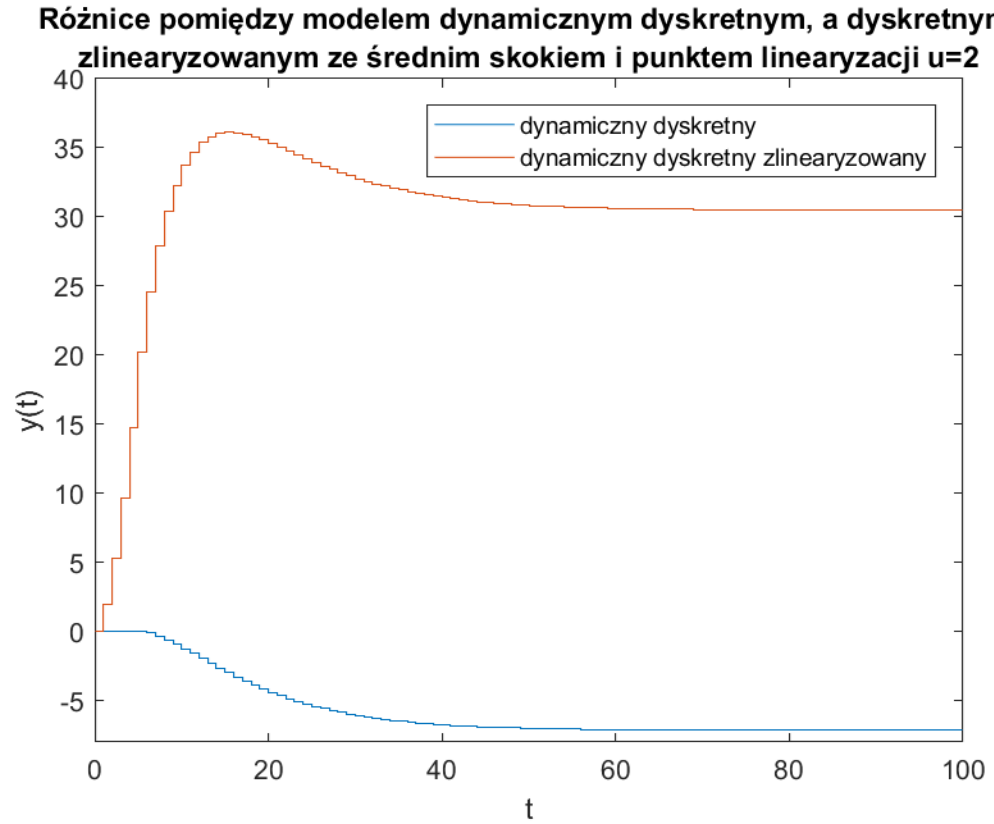

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym z małym skokiem i punktem linearyzacji u=2
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
120
100
80
60
40
20
0
0
20
40
60
80
100

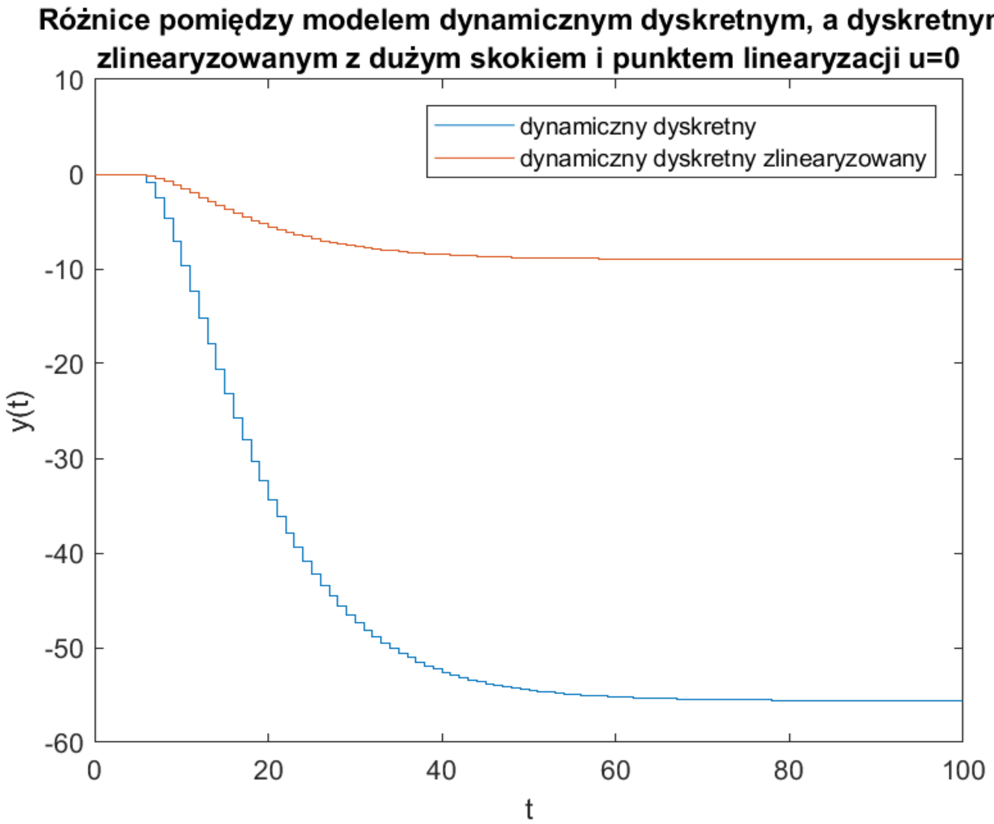

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym z dużym skokiem i punktem linearyzacji u=0.2
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100


Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym ze średnim skokiem i punktem linearyzacji u=0
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
0
20
40
60
80
100

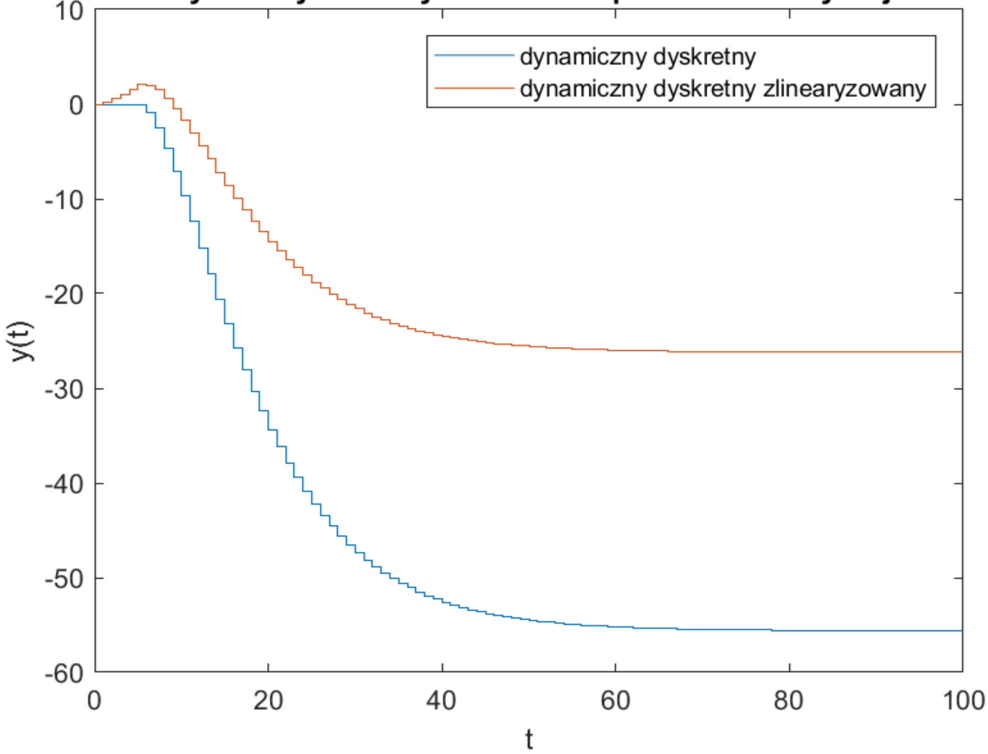

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym ze średnim skokiem i punktem linearyzacji u=1
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
0
20
40
60
80
100


Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym ze średnim skokiem i punktem linearyzacji u=-1
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
0
20
40
60
80
100

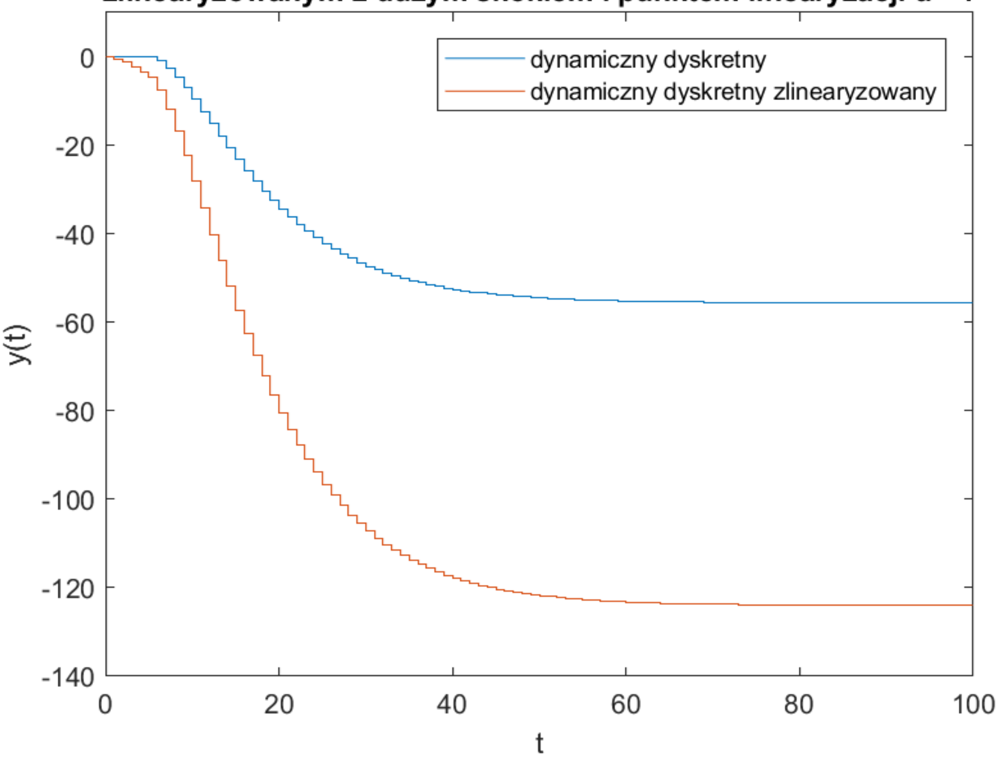

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym ze średnim skokiem i punktem linearyzacji u=2
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
20
40
60
80
100

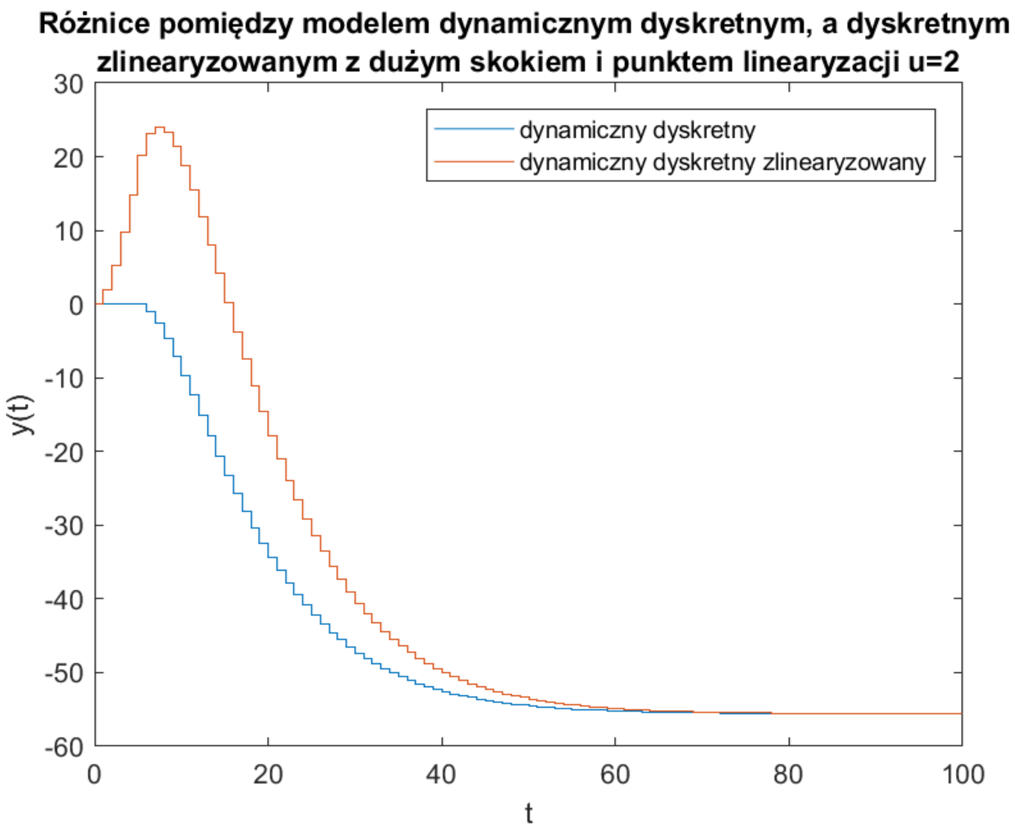

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym z dużym skokiem i punktem linearyzacji u=0
dynamiczny dyskretny
dynamiczny dyskretny zlinearyzowany
y(t)
t
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0
20
40
60
80
100

Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym z dużym skokiem i punktem linearyzacji u=1

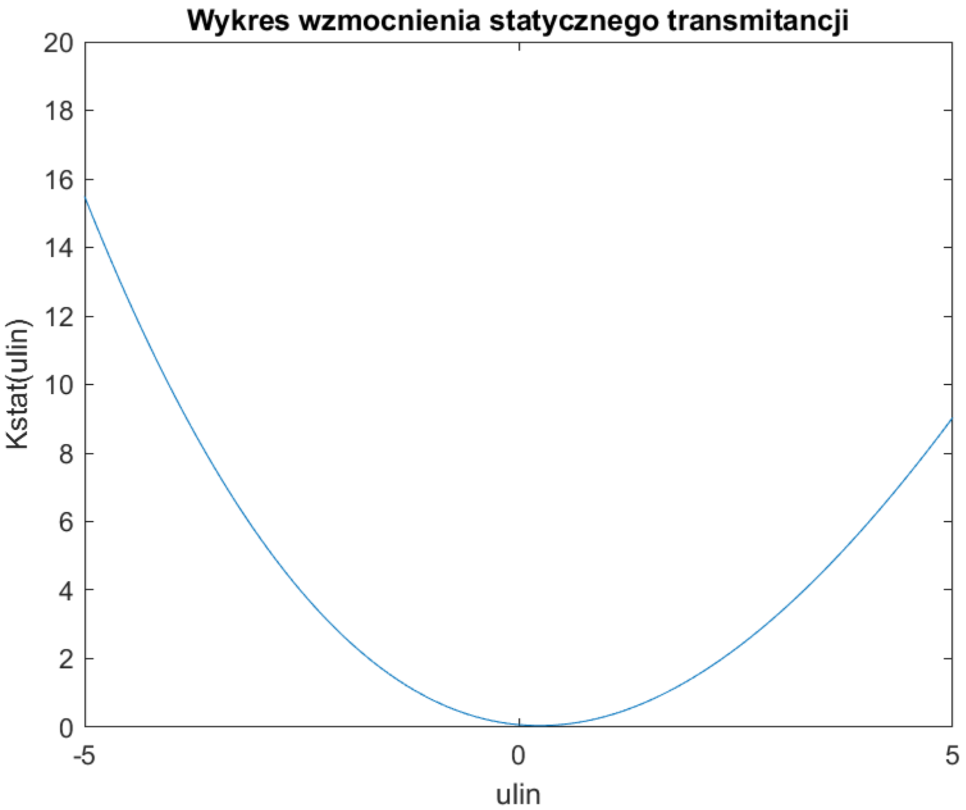


Różnice pomiędzy modelem dynamicznym dyskretnym, a dyskretnym zlinearyzowanym z dużym skokiem i punktem linearyzacji u=-1





10. Do obliczenia transmitancji użyłem wzoru: $G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$, gdzie:
    $X(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1)$
    $Y(k-1) = Cx(k-1) + Du(k-1)$
    Wyzerowałem również składową stałą i wyeliminowałem warunek początkowy. Otrzymałem:
    $A = \begin{bmatrix} 1 - T(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}) & 1 \\ -T\frac{1}{T_1 T_2} & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T_1 T_2}(\alpha_1 + \alpha_2 2\bar{u} + \alpha_3 3\bar{u}^2 + \alpha_4 4\bar{u}^3) \end{bmatrix}$, $C = [1 \quad 0]$, $D = [0]$
    $$G(z) =$$
    $$G(z) = \frac{1}{(z-1)\left(z - 1 + T\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}\right) + \frac{T}{T_1 T_2}}(-\frac{T}{T_1 T_2} * \frac{K}{T_1 T_2}(\alpha_1 + \alpha_2 2\bar{u} + \alpha_3 3\bar{u}^2 + \alpha_4 4\bar{u}^3))$$
11. Wzmocnienie statyczne wyznaczyłem obliczając: $K_{stat} = \lim_{z \to 1} G(z)$. Otrzymałem:
    $K_{stat} = -\frac{K}{T_1 T_2}(\alpha_1 + \alpha_2 2\bar{u} + \alpha_3 3\bar{u}^2 + \alpha_4 4\bar{u}^3)$. Co finalnie wygląda tak:


Wykres wzmocnienia statycznego transmitancji
Kstat(ulin)
ulin
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-5
0
5