

# STP projekt 2, zadanie 13

Tomasz Indeka

## 1 Transmitancja ciągła i dyskretna

### 1.1 Transmitancja ciągła

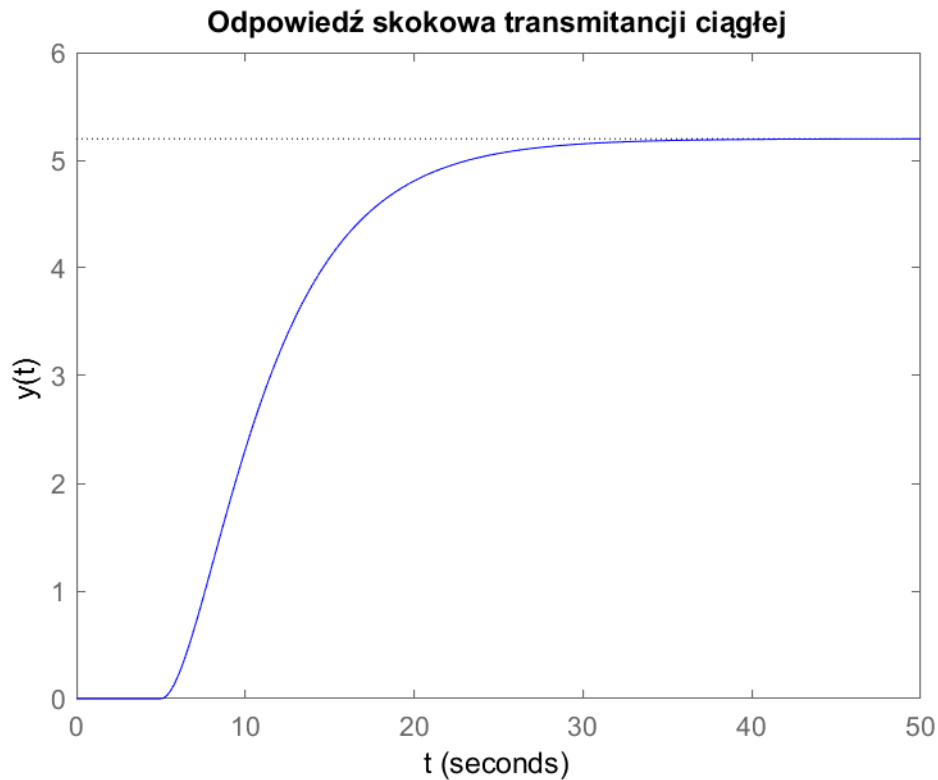
Transmitancja ciągła obiektu regulacji ma postać:

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-T_0 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

, a współczynniki mają wartość:  $K_0 = 5.2$ ,  $T_0 = 5$ ,  $T_1 = 2.16$ ,  $T_2 = 4.7$ . Po podstawieniu otrzymujemy:

$$G(s) = \frac{5.2 * e^{-5s}}{(2.16s + 1)(4.7s + 1)} = \frac{5.2 * e^{-5s}}{10.15s^2 + 6.86s + 1}$$

Odpowiedź skokowa transmitancji ciągłej prezentuje się następująco:

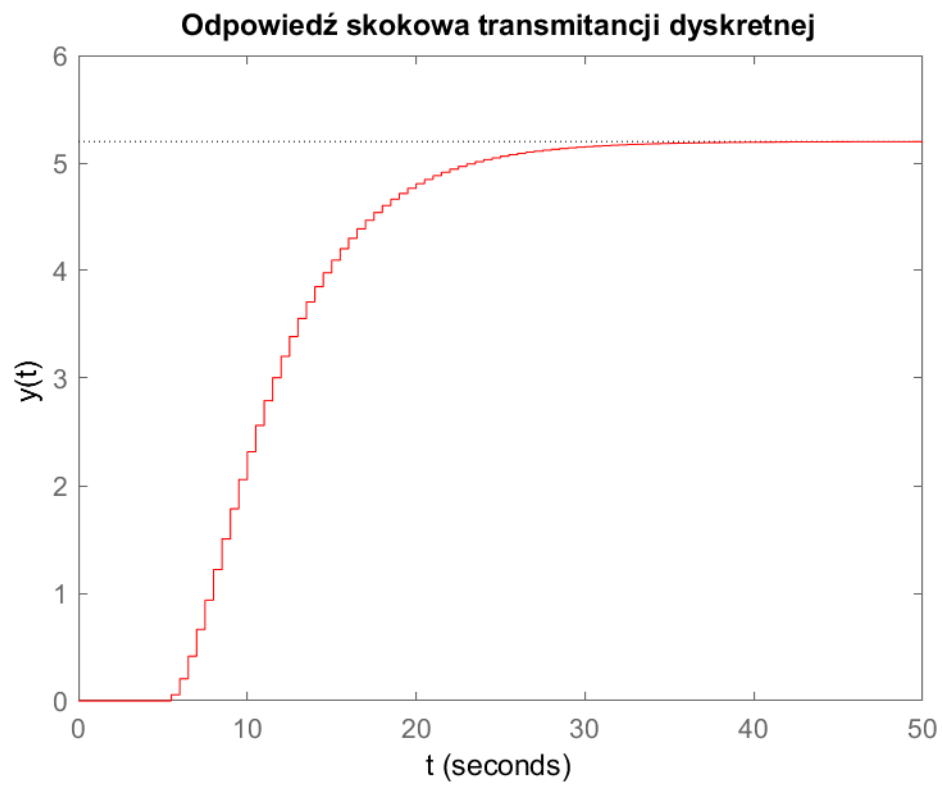


### 1.2 Transmitancja dyskretna

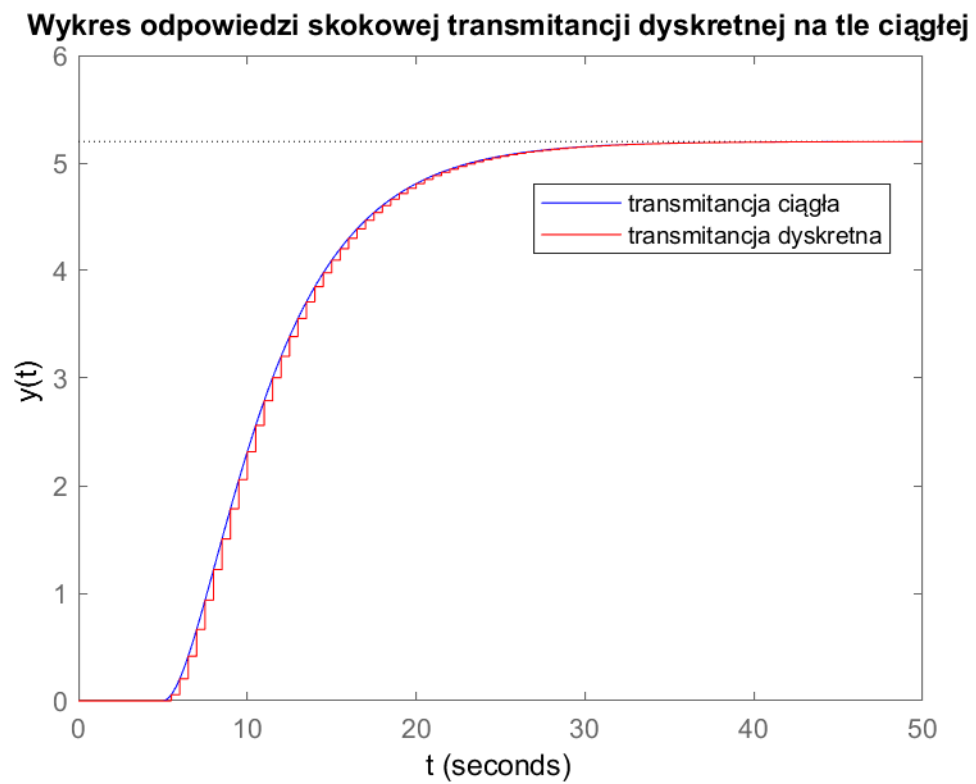
Transmitancja dyskretna obiektu z ekstrapolatorem zerowego rzędu i częstotliwości próbkowania  $T_p = 0.5s$  ma postać:

$$G(z) = z^{-10} \frac{0.05727z + 0.05117}{z^2 - 1.692z + 0.7133}$$

Odpowiedź skokowa transmitancji dyskretnnej prezentuje się następująco:



### 1.3 Porównanie transmitancji ciągłej i dyskretnej



Jak można zauważyć transmitancje ciągła i dyskretna pokrywają się ze sobą z dokładnością do próbkowania wykonywanego przez transmitancję dyskretną. Na wykresach można zauważyć, że wzmocnienie statyczne obu transmitancji jest sobie równe i wynosi  $K = 5.2$ .

## 2 Równania różnicowe modelu

Równanie różnicowe zostały wyznaczone z zależności:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

Otrzymujemy wtedy:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-10} \frac{0.05727z + 0.05117}{z^2 - 1.692z + 0.7133}$$

$$Y(z) * (z^2 - 1.692z + 0.7133) = z^{-10} * U(z) * (0.05727z + 0.05117)$$

$$Y(z) * z^2 - Y(z) * 1.692z + Y(z) * 0.7133 = U(z) * 0.05727z^{-9} + U(z) * 0.05117z^{-10}$$

$$y(k+2) - 1.692 * y(k+1) + 0.7133 * y = 0.05727 * u(k-9) + 0.05117 * u(k-10)$$

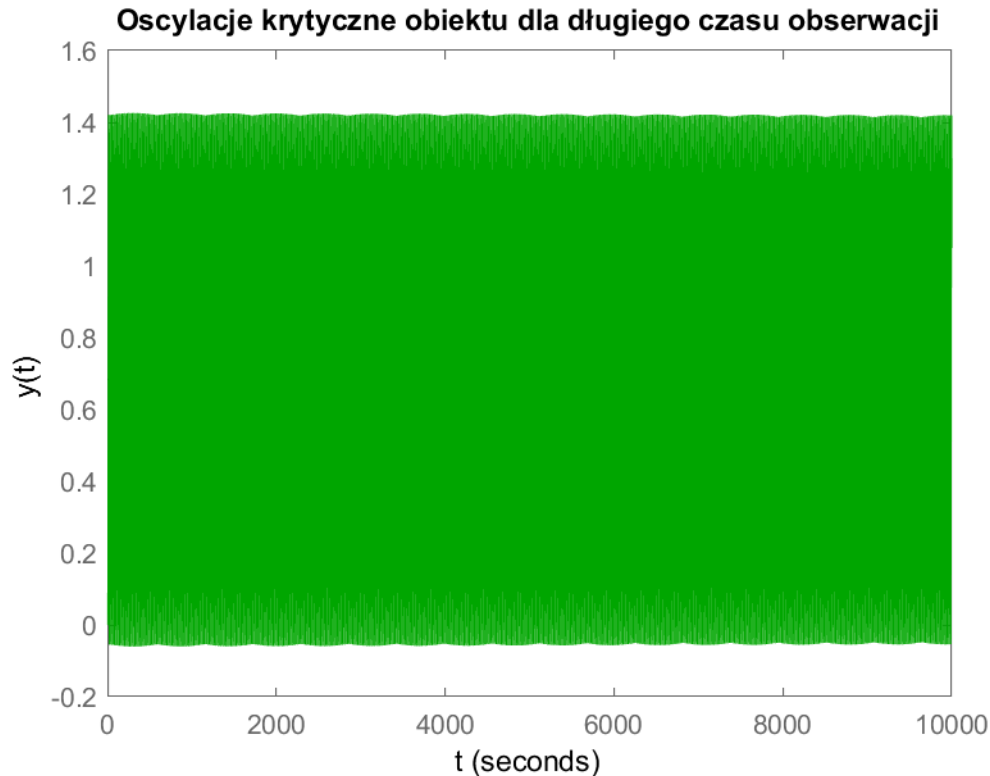
$$y(k) - 1.692 * y(k-1) + 0.7133 * y(k-2) = 0.05727 * u(k-11) + 0.05117 * u(k-12)$$

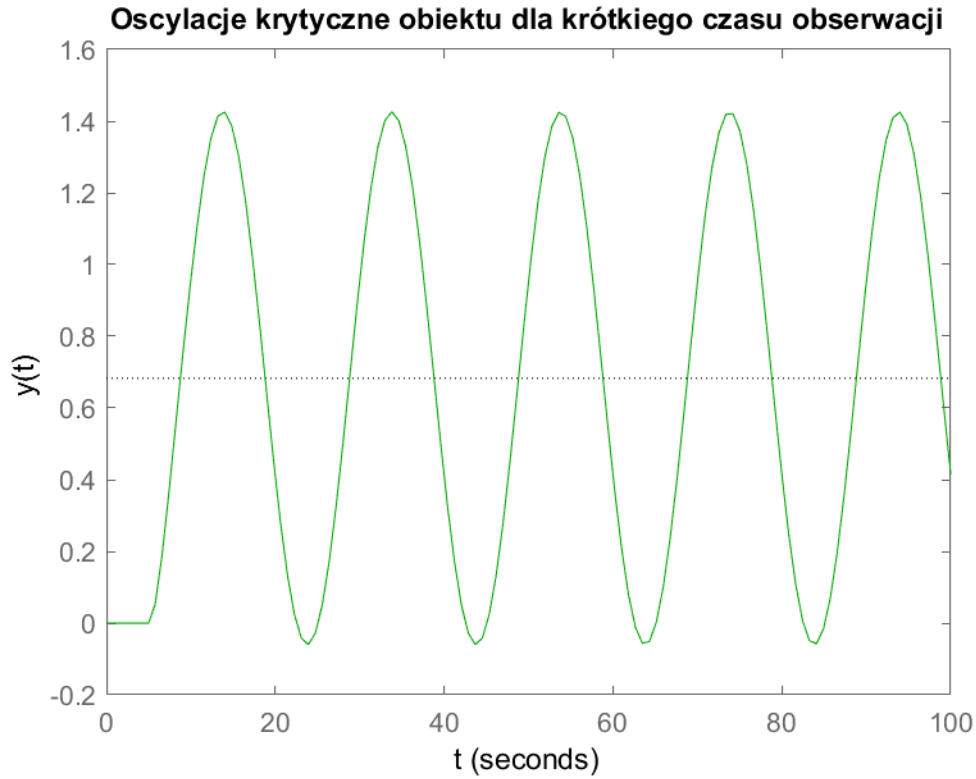
$$y(k) = 1.692 * y(k-1) - 0.7133 * y(k-2) + 0.05727 * u(k-11) + 0.05117 * u(k-12)$$

## 3 Regulator PID

### 3.1 Wzmocnienie krytyczne

Do wyznaczenia parametrów regulatora PID metoda Zieglera-Nicholsa należy obiekt wprowadzić w niegasnące oscylacje krytyczne. W tym celu należy doświadczalnie wyznaczyć wzmocnienie krytyczne, przy którym obiekt wpada w oscylacje krytyczne.





Powyższe wykresy otrzymałem dla  $K_k = 0.4144$ . Okres oscylacji wynosi  $T_k = 20.08$ . Dzięki temu mogłem wyznaczyć nastawy regulatora PID, które wynoszą odpowiednio:

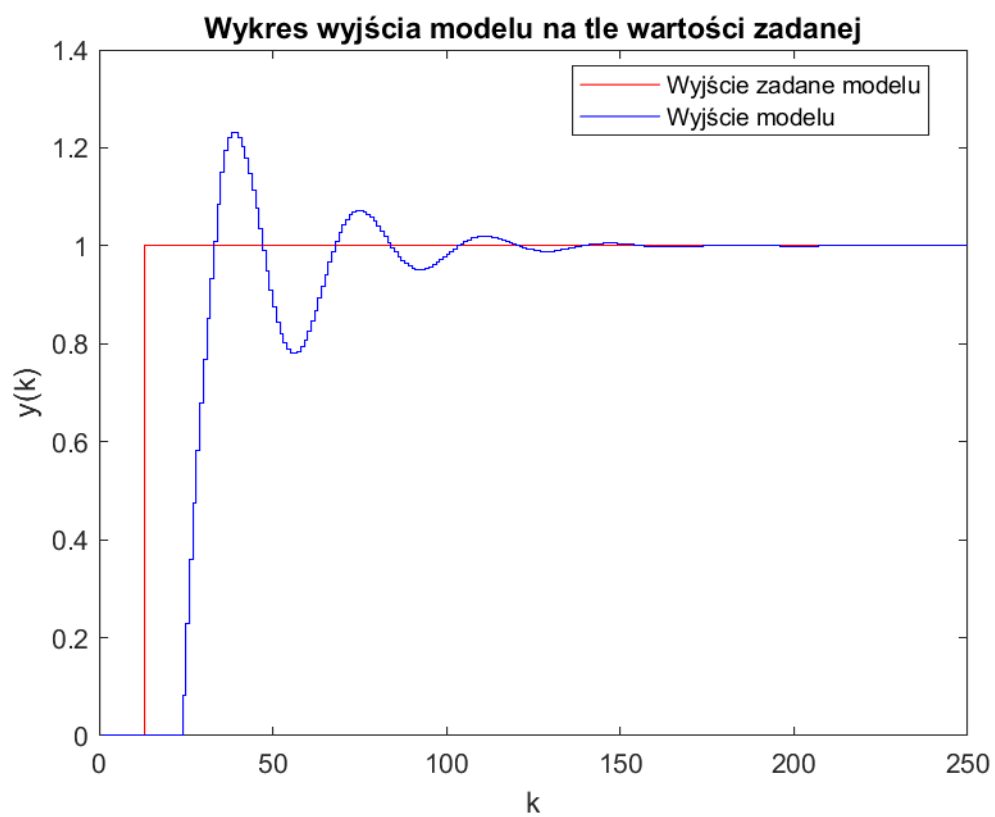
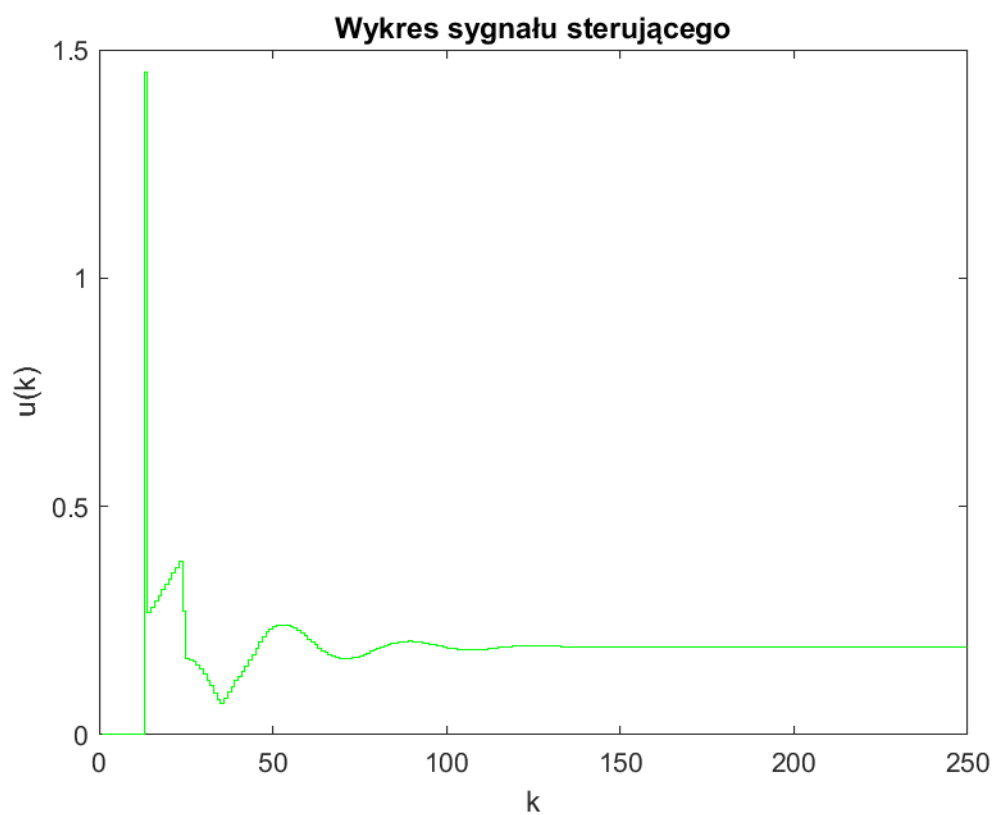
- $K_r = 0.6 * K_K = 0.2487$
- $T_i = 0.5 * T_k = 10.0200$
- $T_d = 0.12 * T_k = 2.4048$

Co dla regulatora dyskretnego daje nam:

- $r_0 = K(\frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} + 1) = 1.4508$
- $r_1 = K(\frac{T}{2T_i} - 2\frac{T_d}{T} - 1) = -2.6343$
- $r_2 = \frac{KT_d}{T} = 1.1959$

## 4 Symulacja algorytmu PID

Do symulacji zostały użyte współczynniki obliczone w poprzednich podpunktach. Do symulacji użyto skoku o wartości 1.

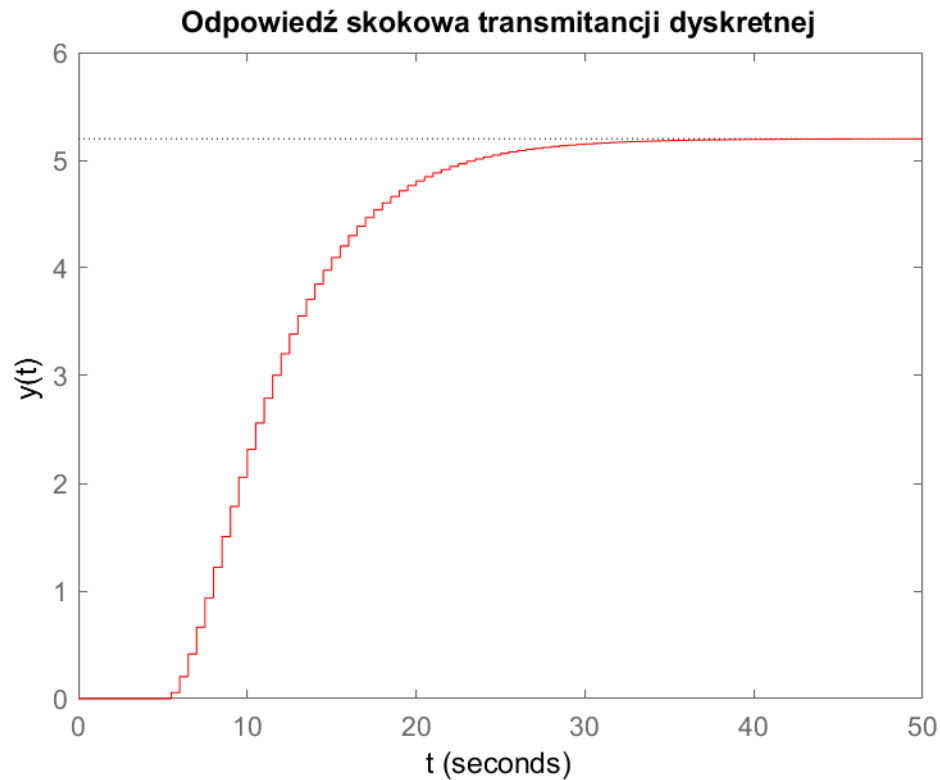


## 5 Dobieranie parametrów algorytmu DMC

### 5.1 D - horyzont dynamiki

Horyzont dynamiki może zostać określony na podstawie wzmocnienia statycznego i okresu próbkowania, ze wzoru:

$$D = \frac{K}{T_p}$$

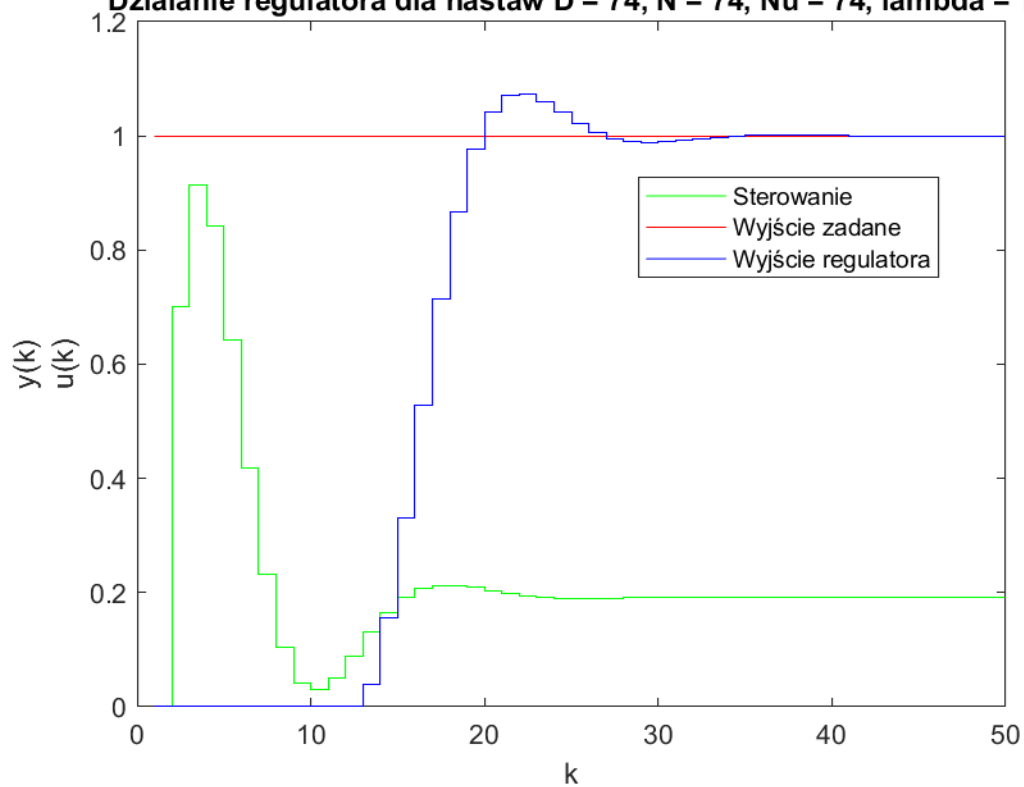


Możemy zauważyć, że w chwili  $t = 37$ s odpowiedź skokowa praktycznie przestaje się zmieniać. Dlatego po wyznaczeniu wyszło mi  $D = 74$ .

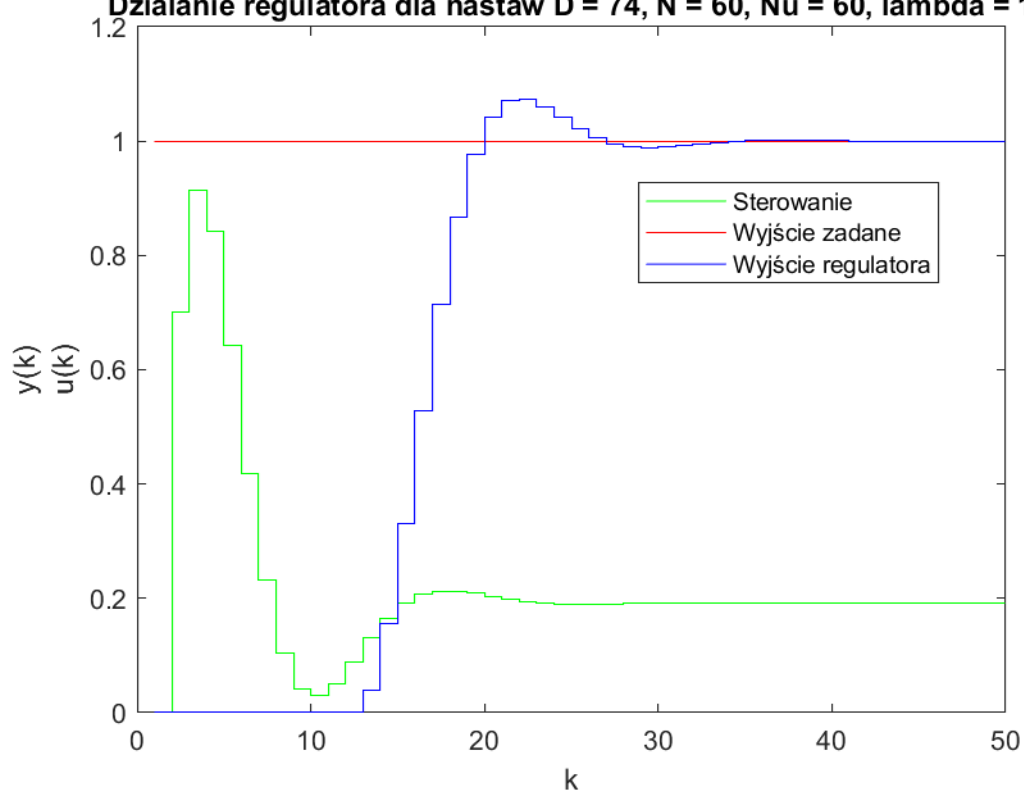
### 5.2 N - horyzont predykcji

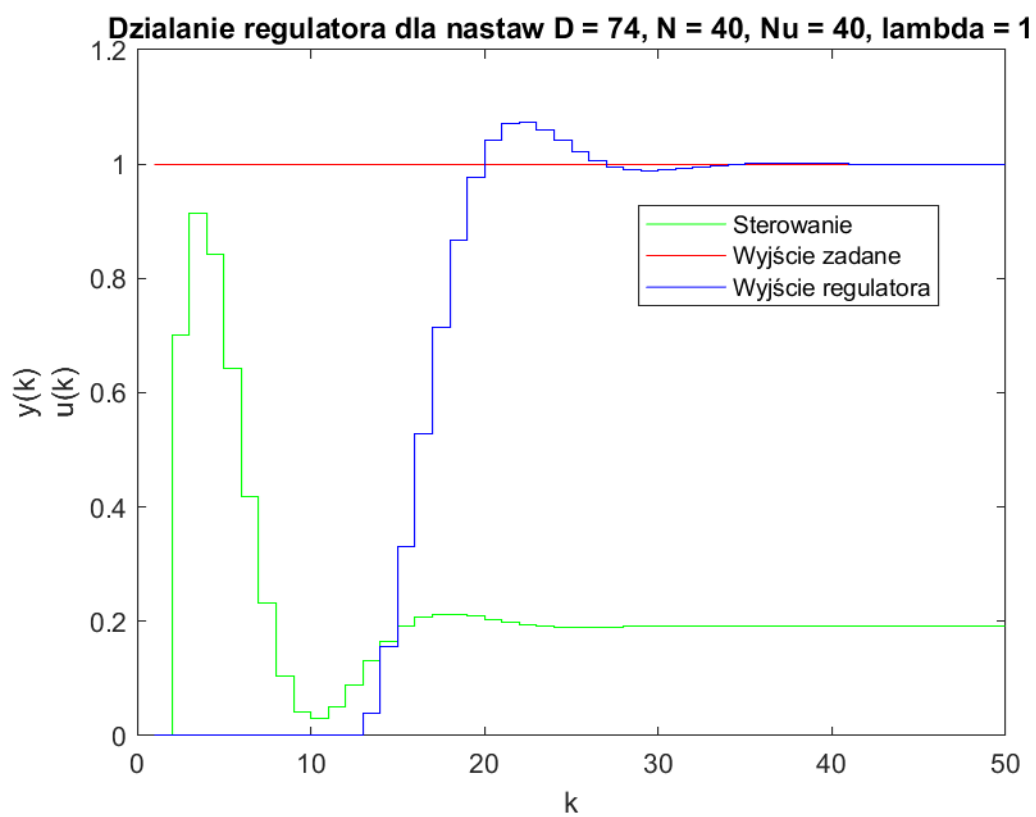
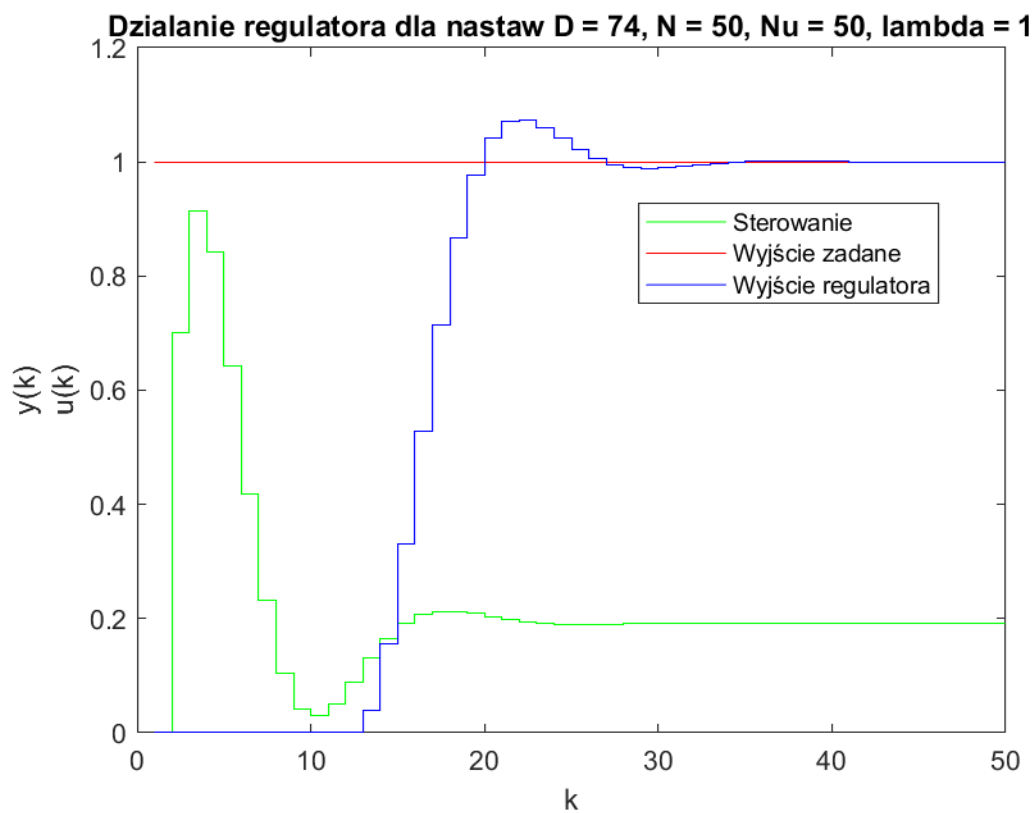
Do wyznaczenia optymalnego horyzontu predykcji zmniejszałem jego wartość od wartości  $D$  aż do wartości powodującej oscylacje. Jako wartość horyzontu wybrałem najmniejszy horyzont niepowodujący znaczących oznak oscylacji.

**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 74$ ,  $Nu = 74$ ,  $\lambda = 1$**



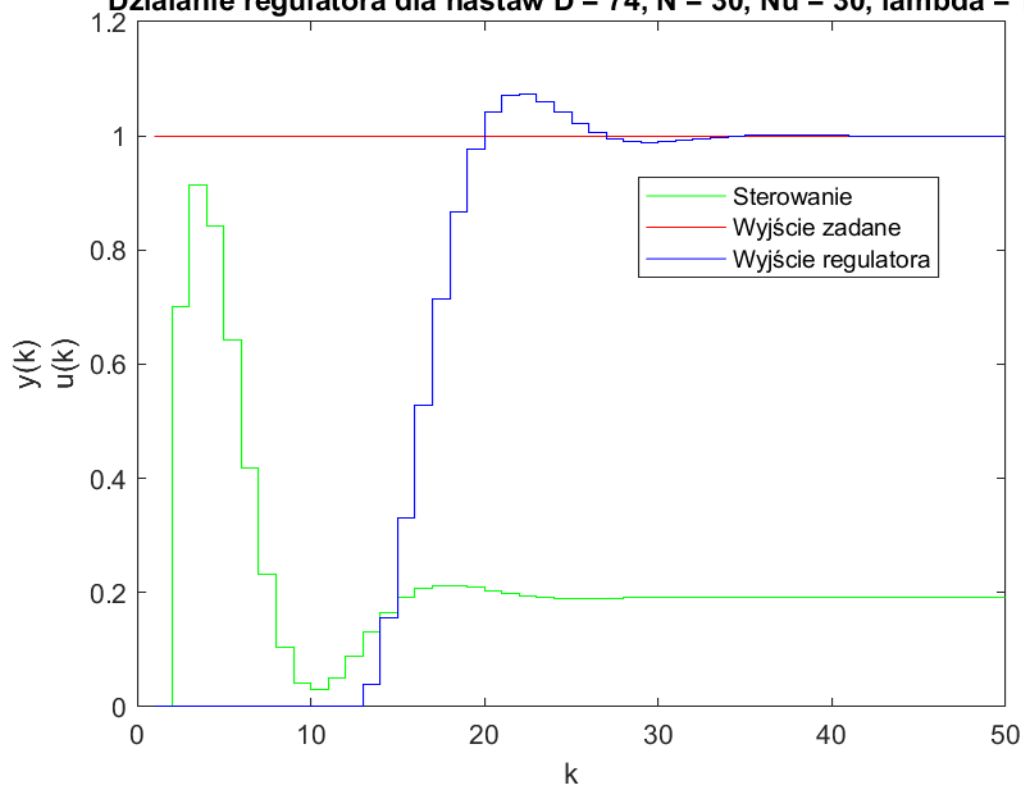
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 60$ ,  $Nu = 60$ ,  $\lambda = 1$**



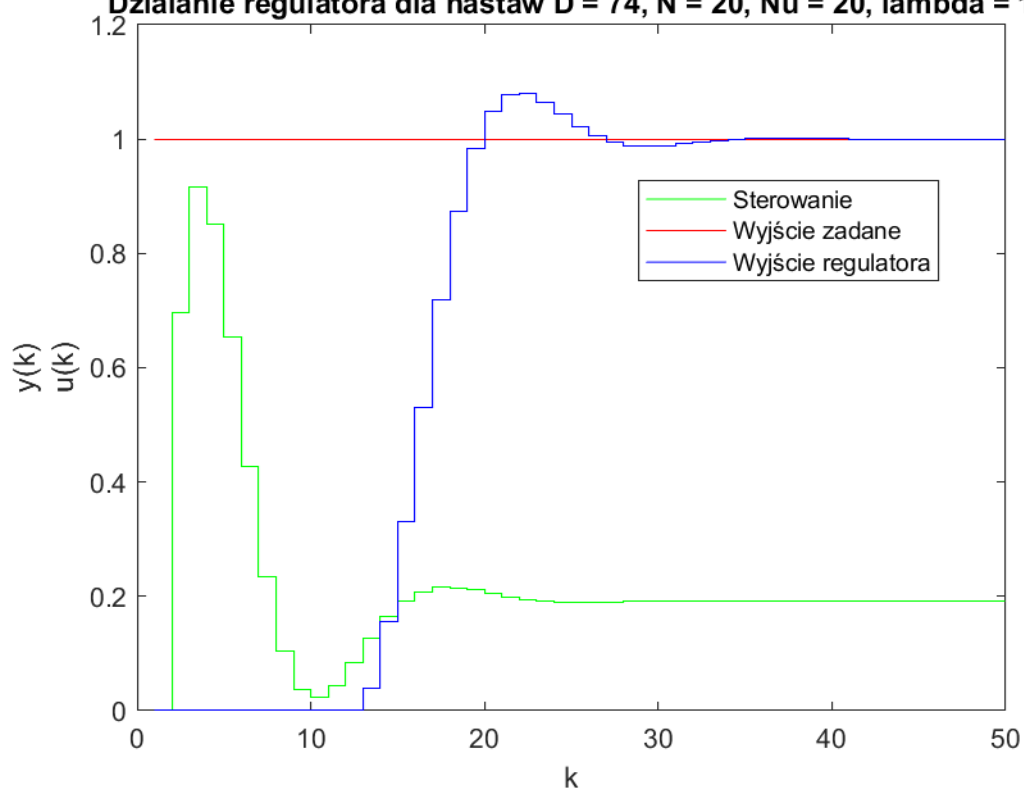




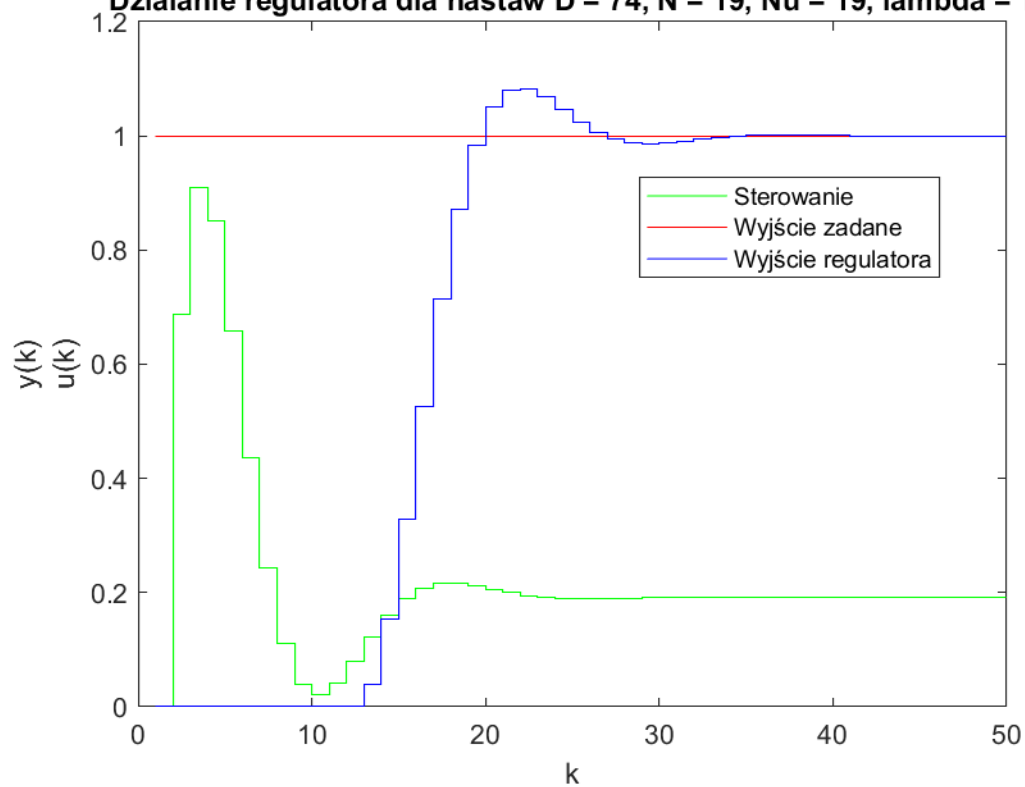
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 30$ ,  $Nu = 30$ ,  $\lambda = 1$**



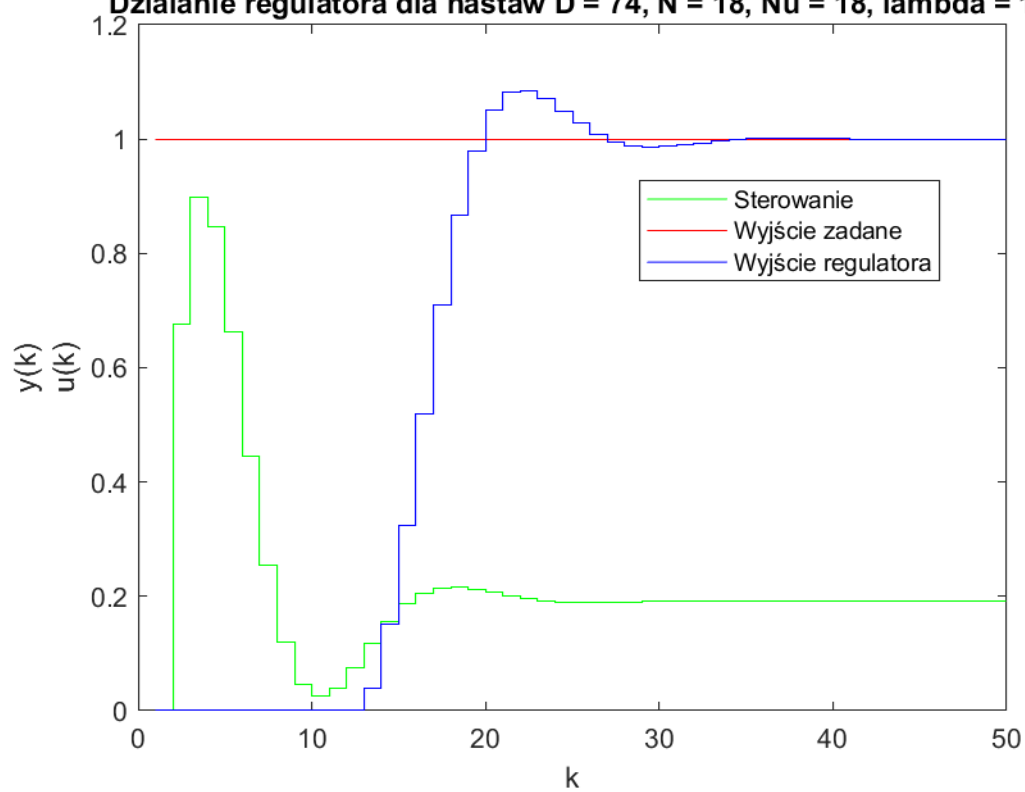
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 20$ ,  $Nu = 20$ ,  $\lambda = 1$**



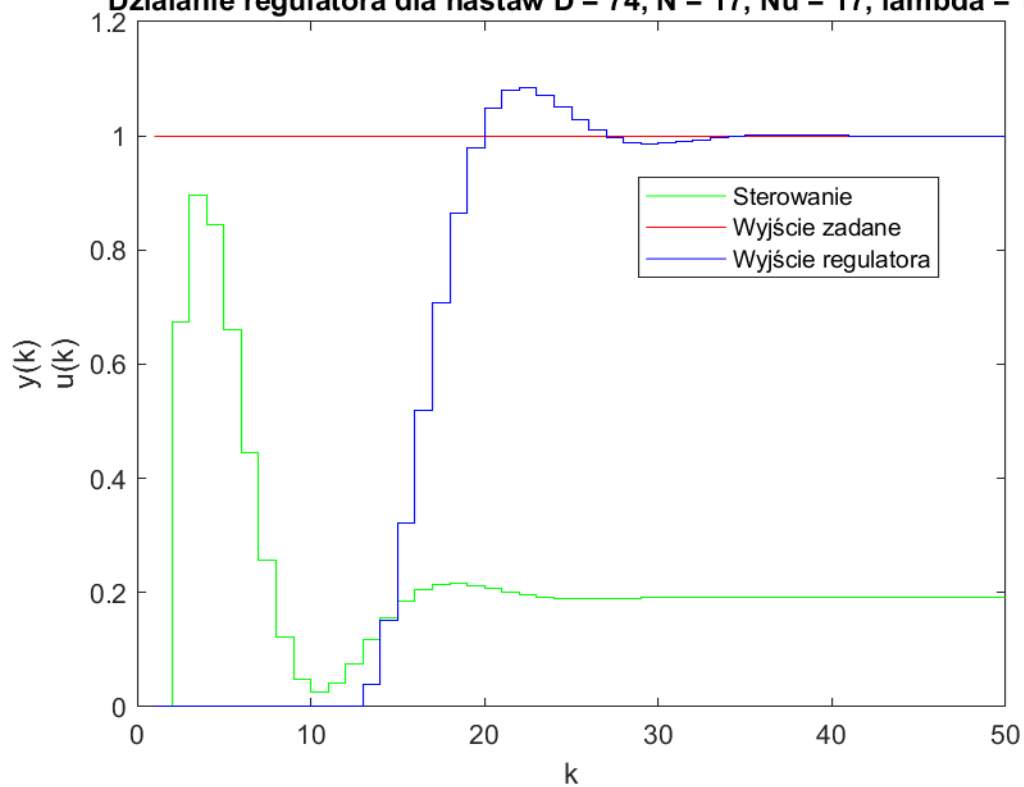
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 19$ ,  $Nu = 19$ ,  $\lambda = 1$**



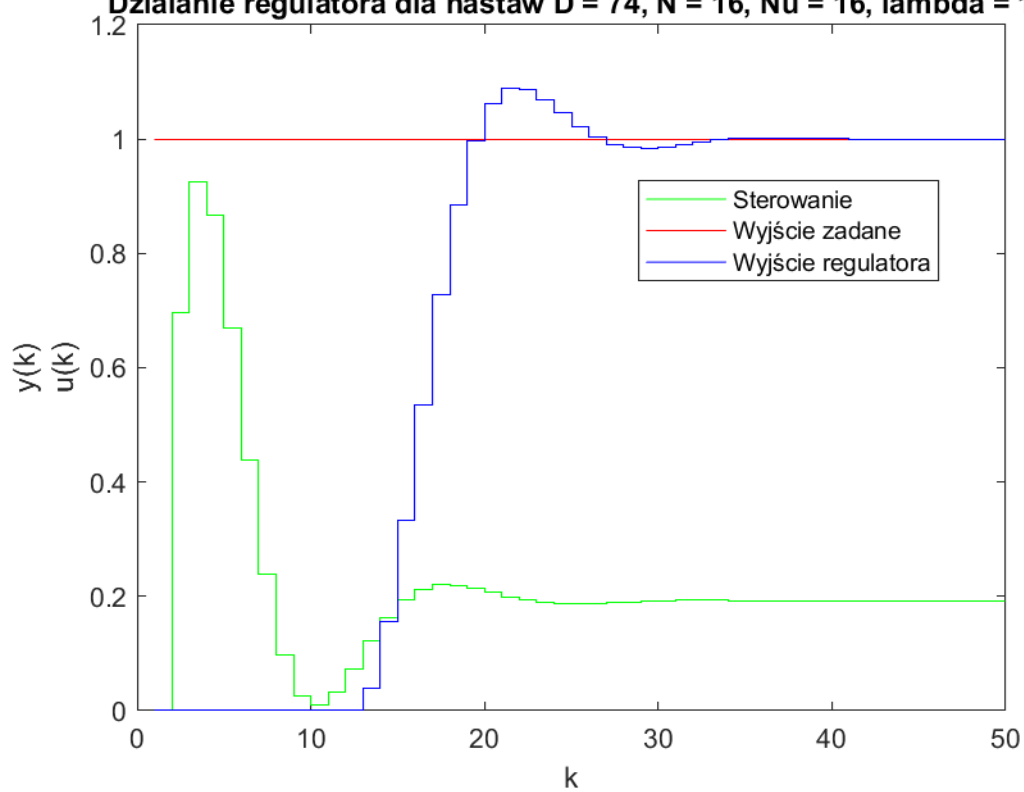
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 18$ ,  $Nu = 18$ ,  $\lambda = 1$**



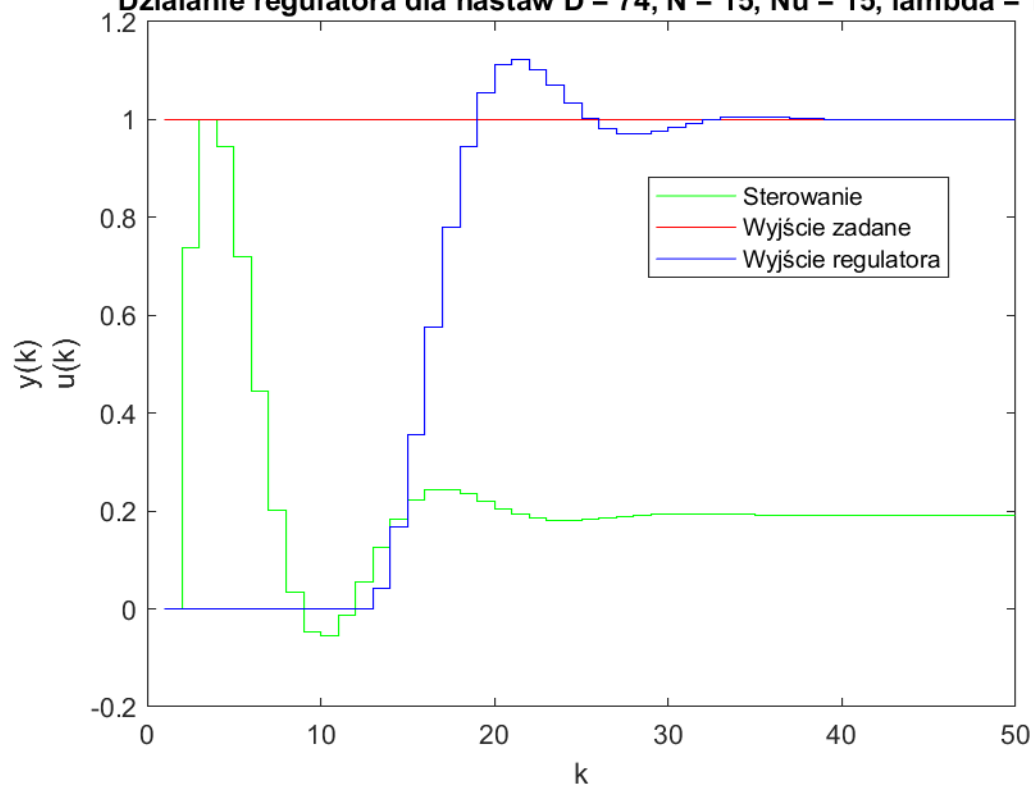
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 17$ ,  $Nu = 17$ ,  $\lambda = 1$**



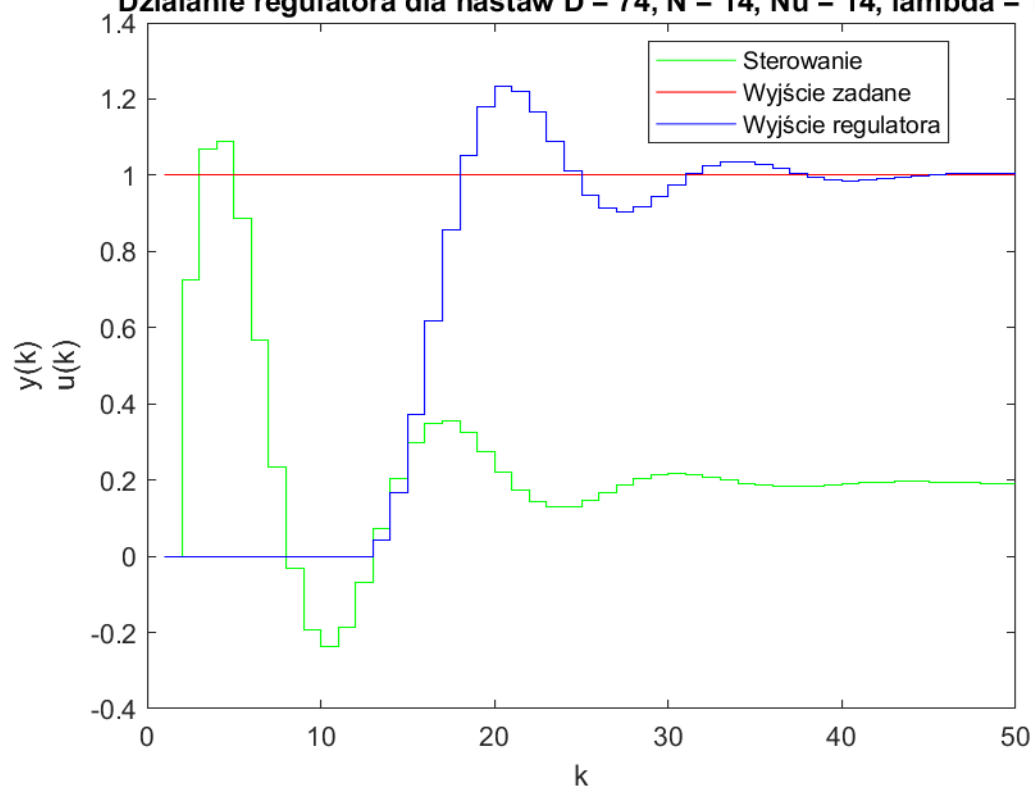
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 16$ ,  $\lambda = 1$**



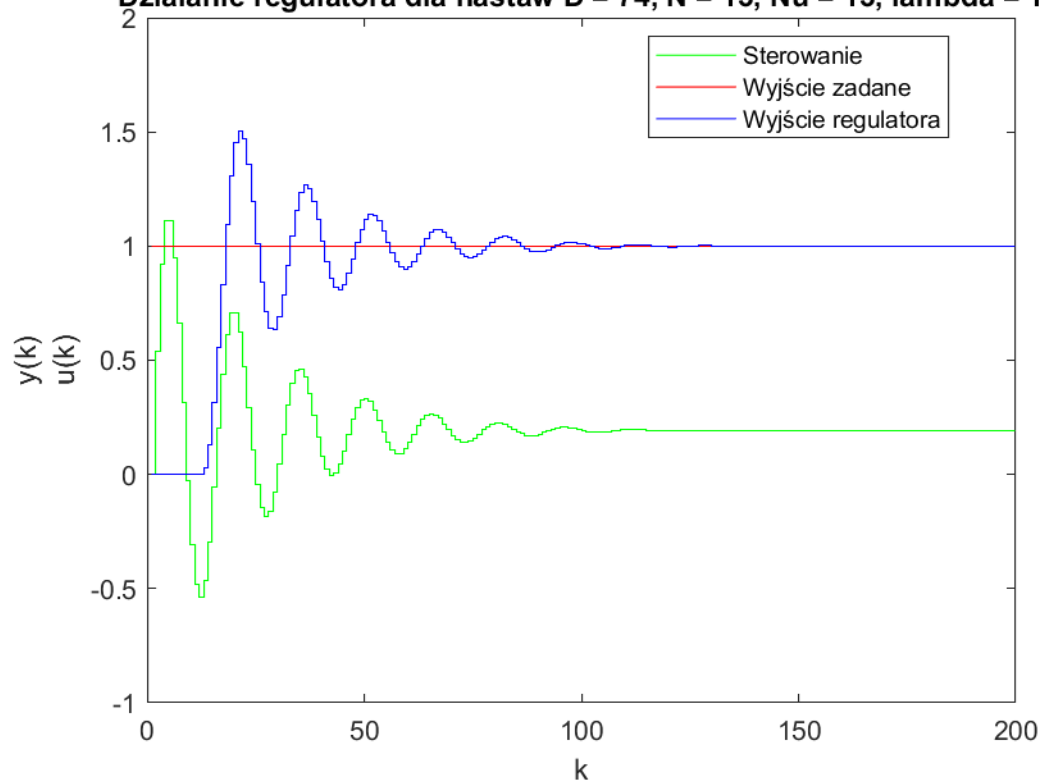
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 15$ ,  $Nu = 15$ ,  $\lambda = 1$**



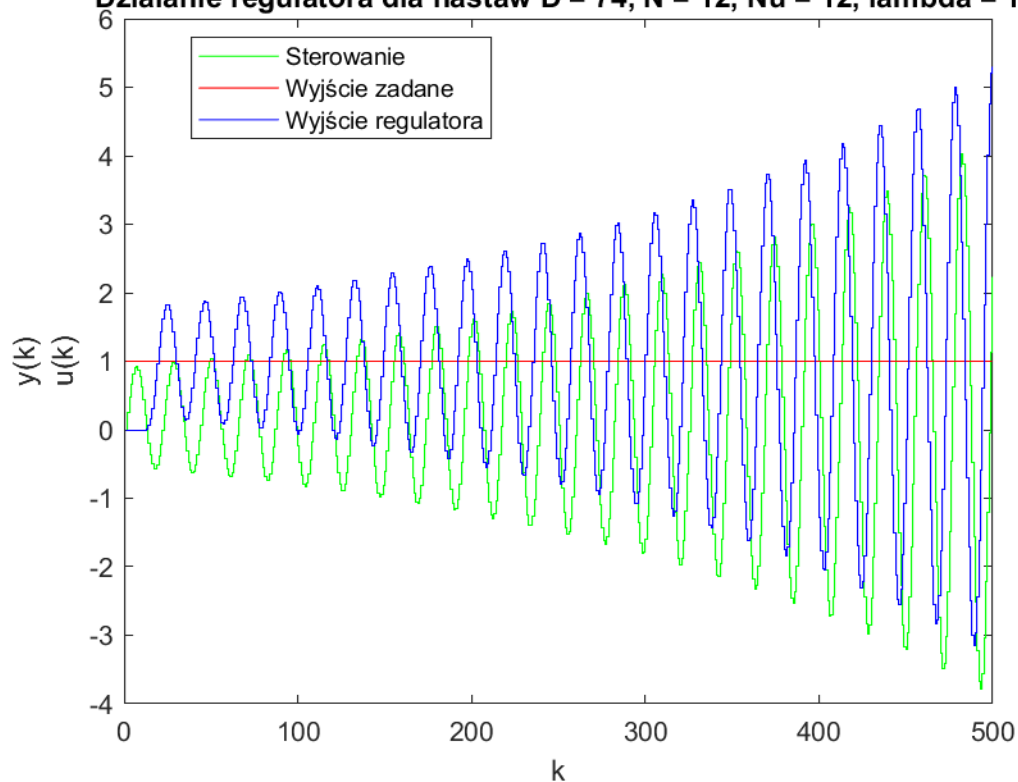
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 14$ ,  $Nu = 14$ ,  $\lambda = 1$**



**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 13$ ,  $Nu = 13$ ,  $\lambda = 1$**



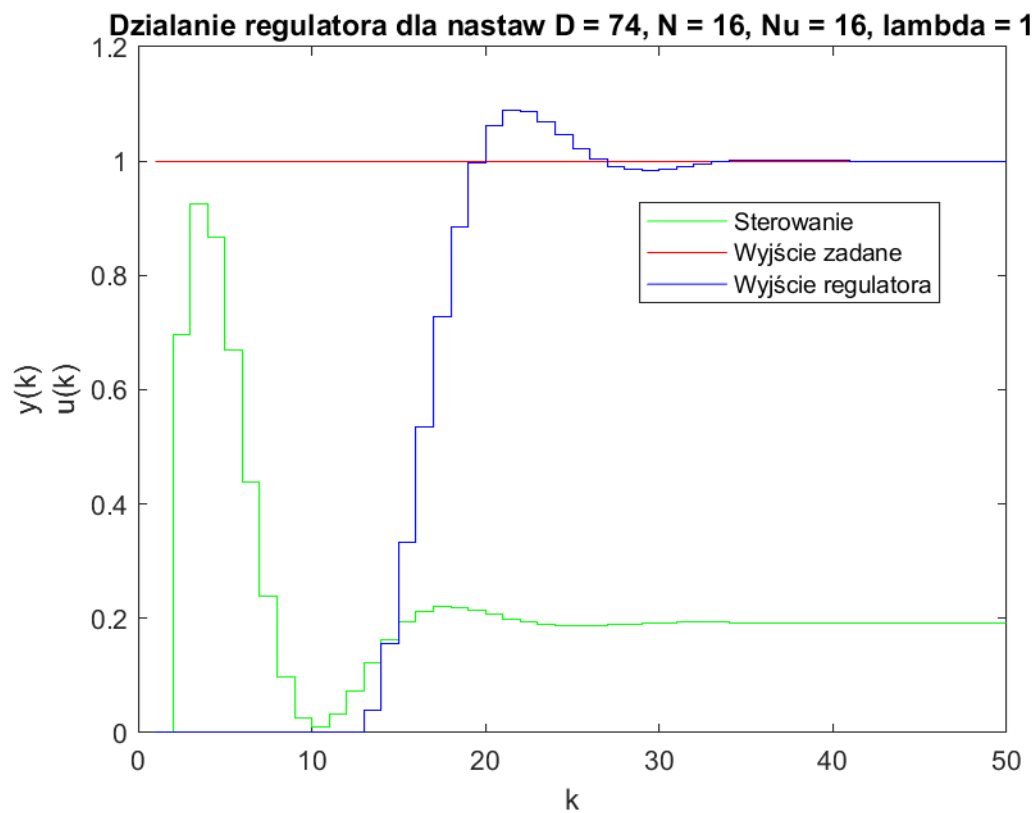
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 12$ ,  $Nu = 12$ ,  $\lambda = 1$**



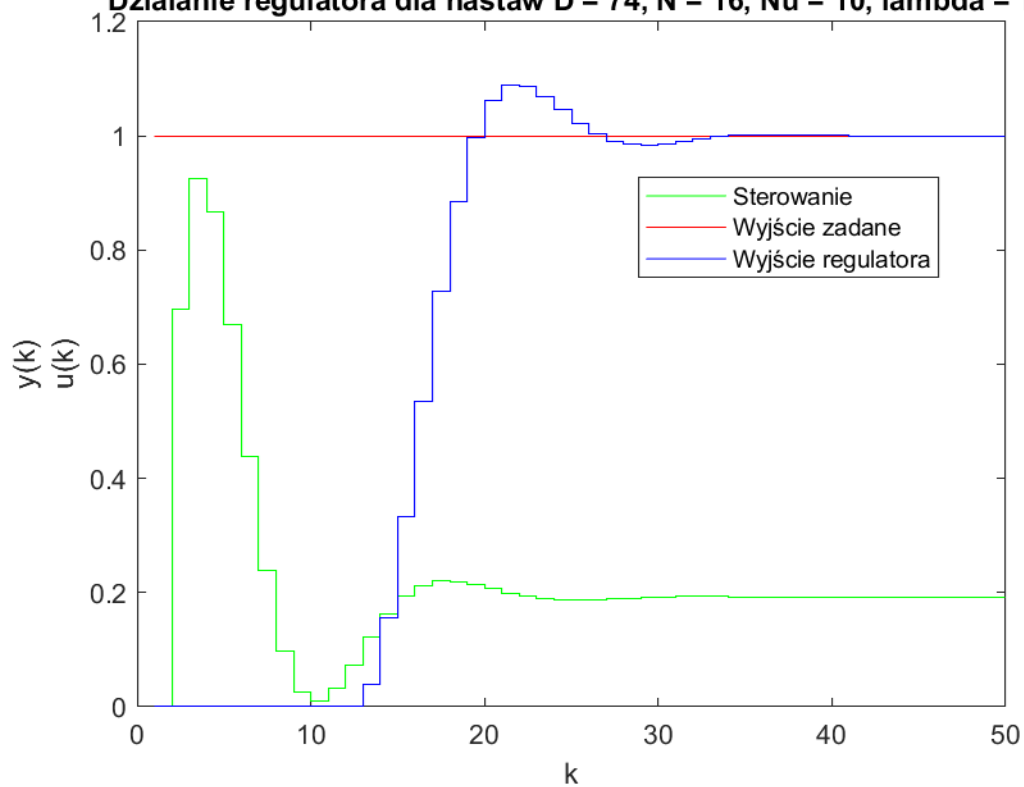
Ostatecznie postanowiłem wybrać  $N = 16$ , jest możliwie niski i nie wprowadza oscylacji do działania regulatora. Dla coraz niższych horyzontów oscylacje narastają, aż przy  $N = 12$  stają się one niegasnące.

### 5.3 $N_u$ - horyzont sterowania

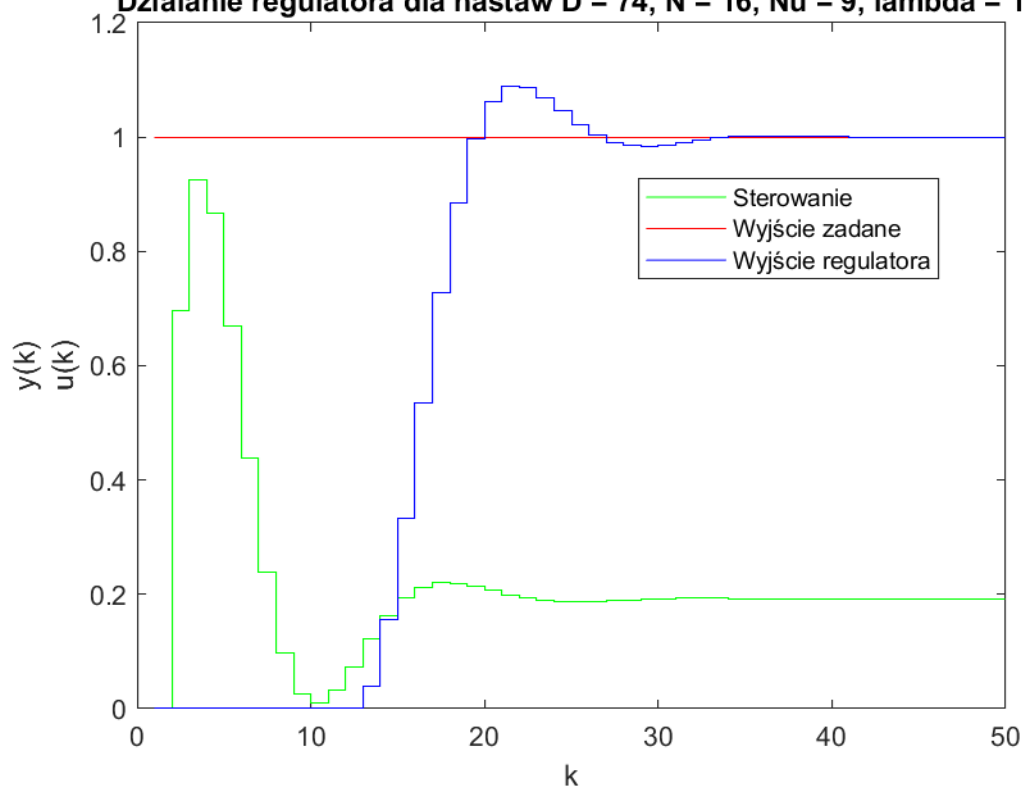
Do wyznaczenia optymalnego horyzontu sterowania zmniejszałem jego wartość do momentu, kiedy zaczął nie zaczął pogarszać działania regulatora.

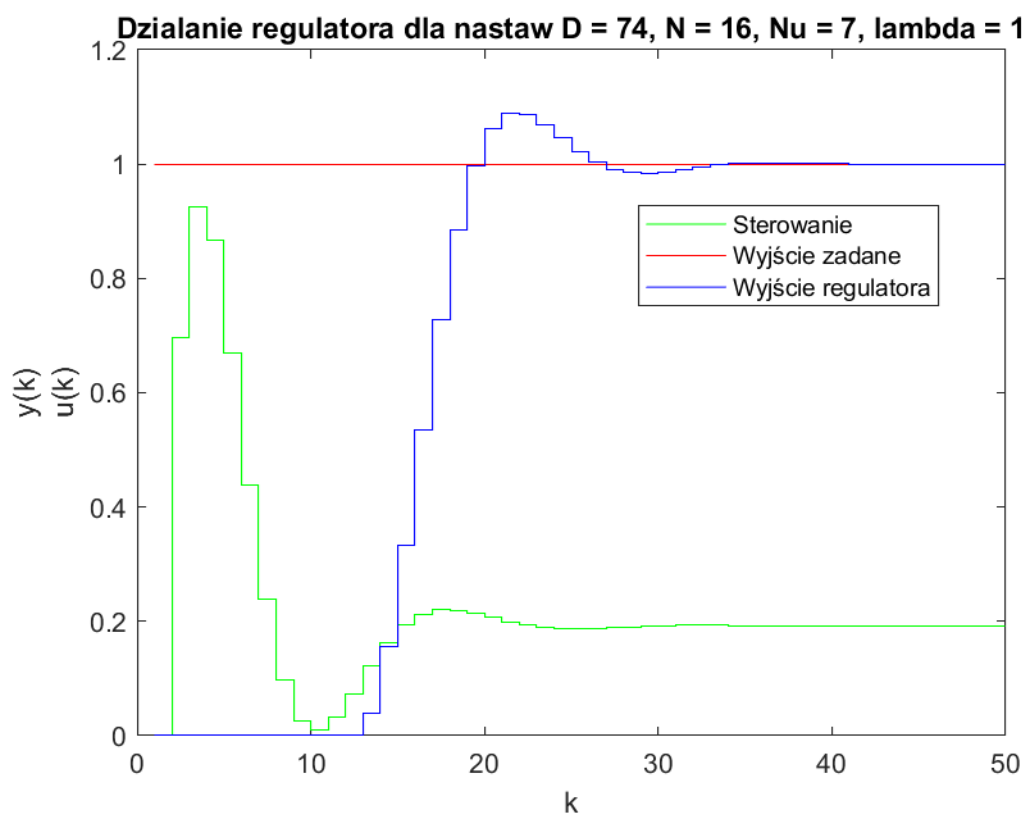
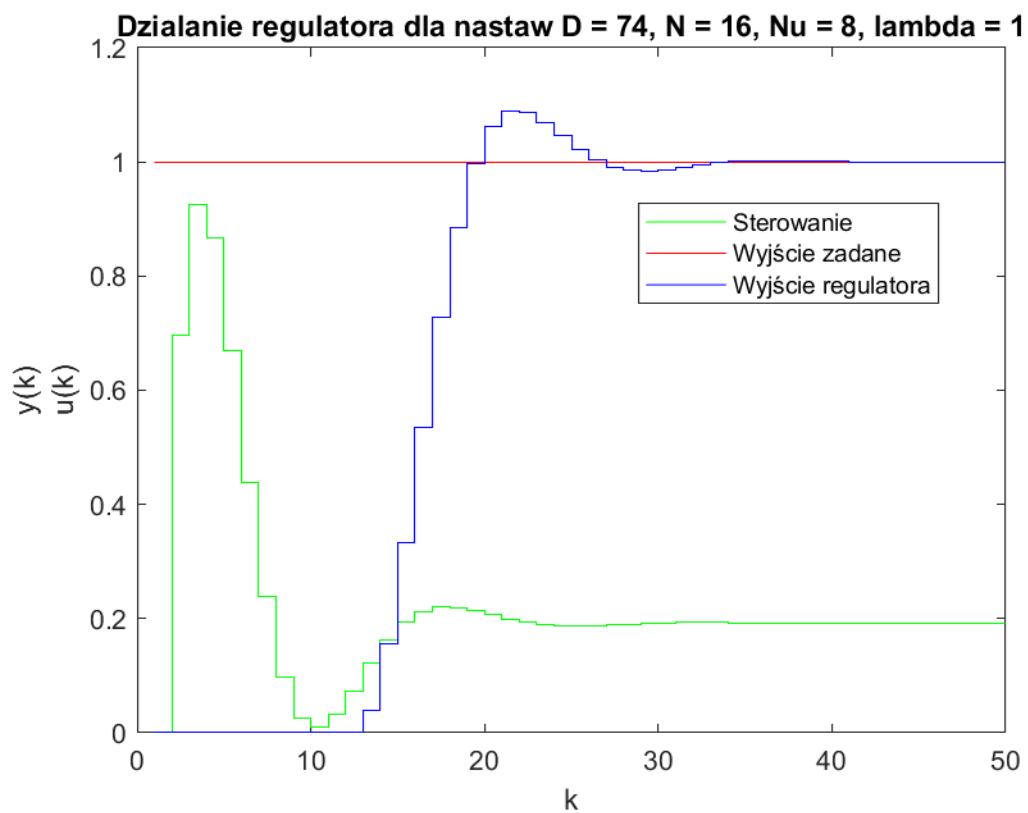


**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 10$ ,  $\lambda = 1$**

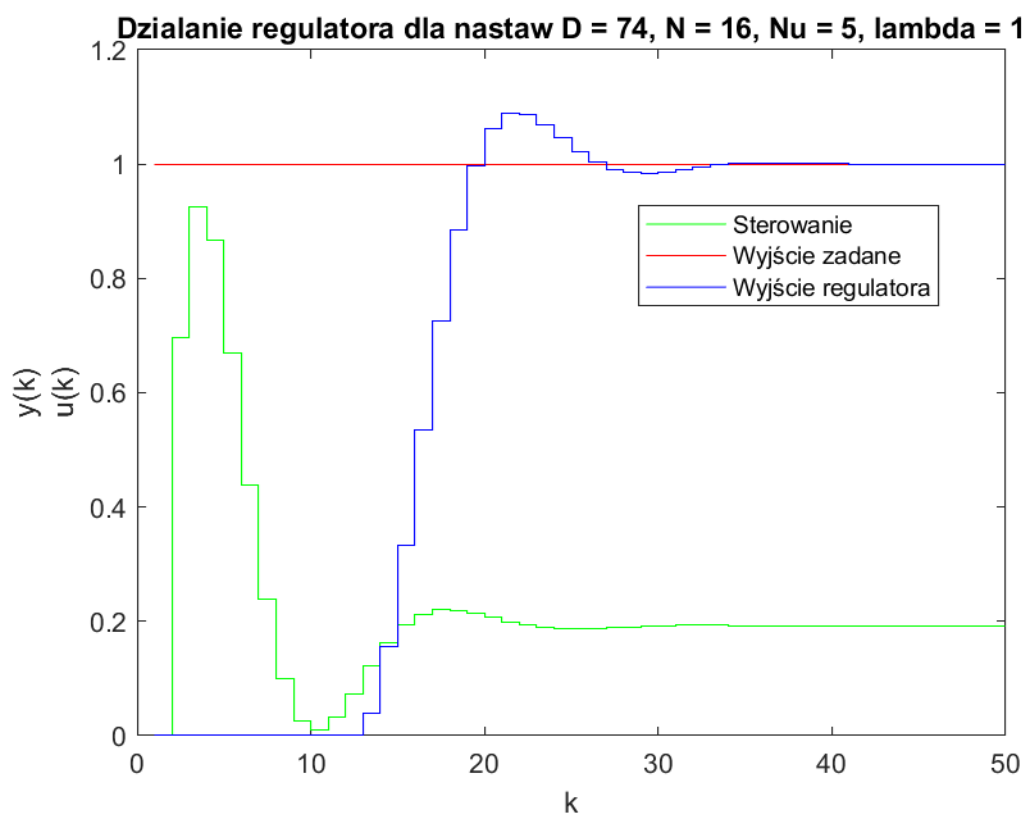
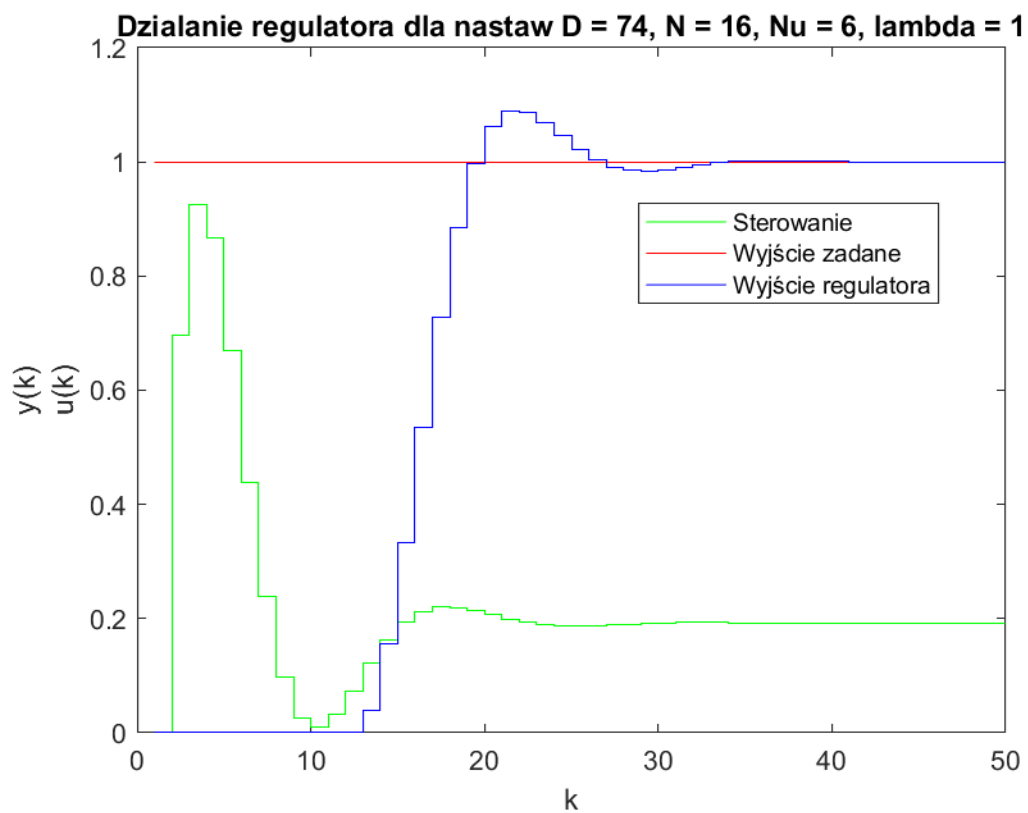


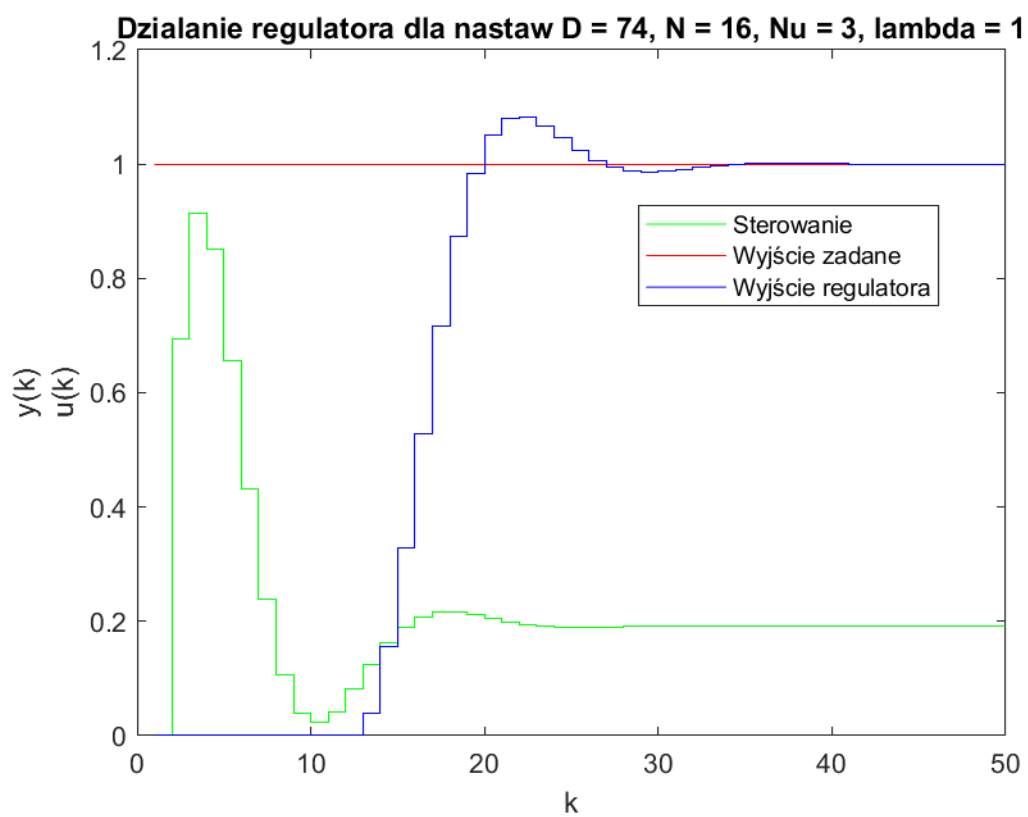
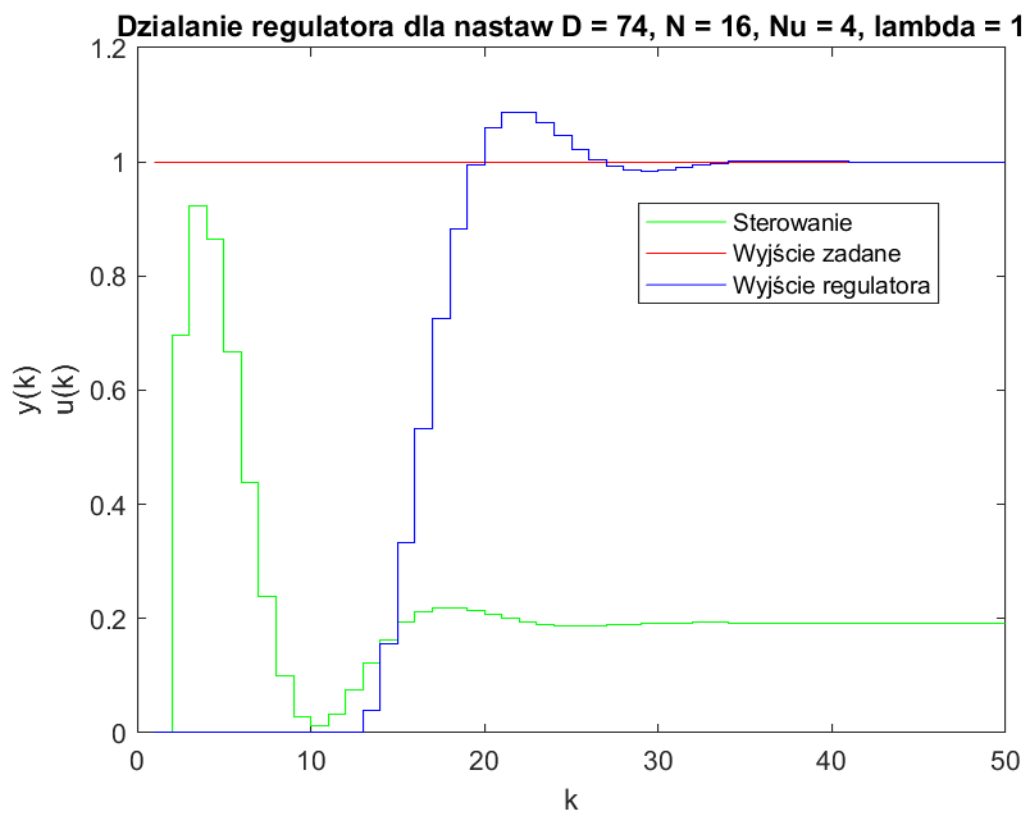
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 9$ ,  $\lambda = 1$**

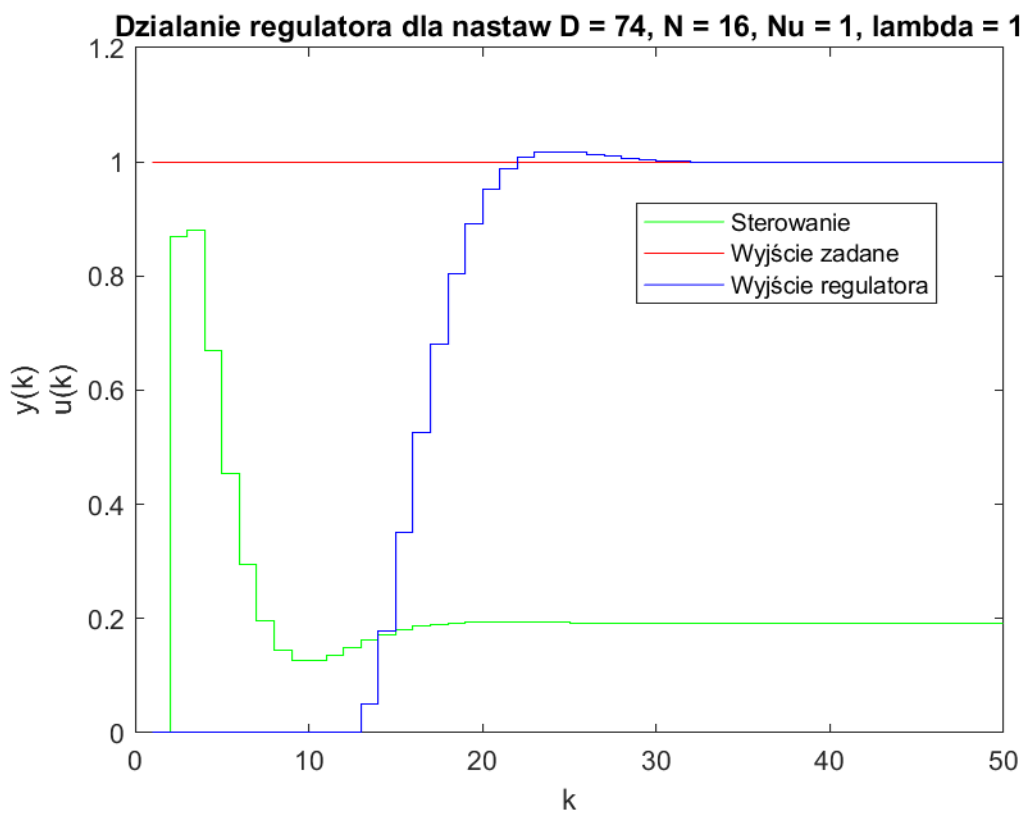
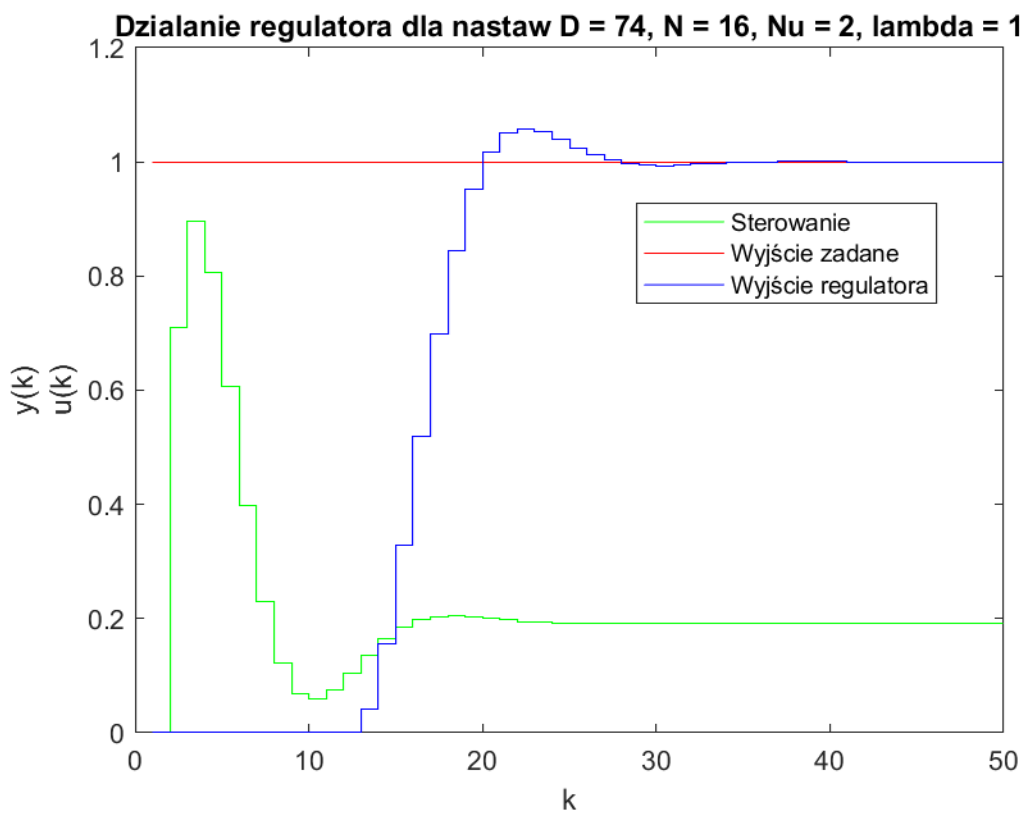






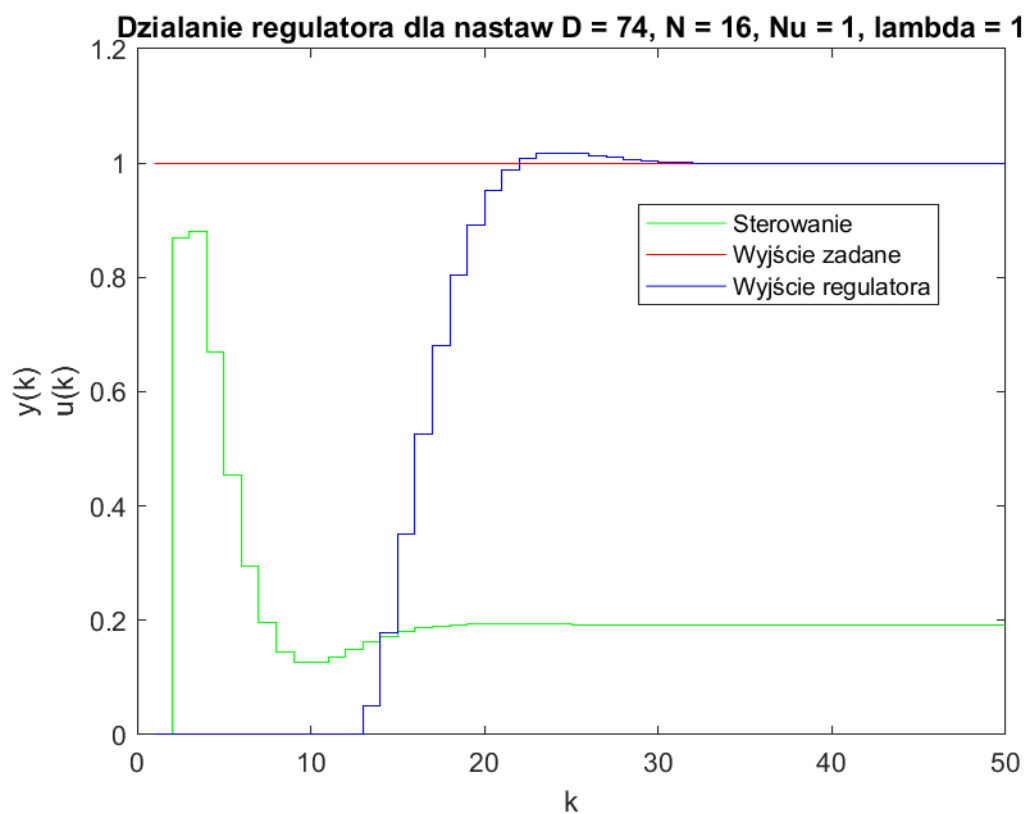
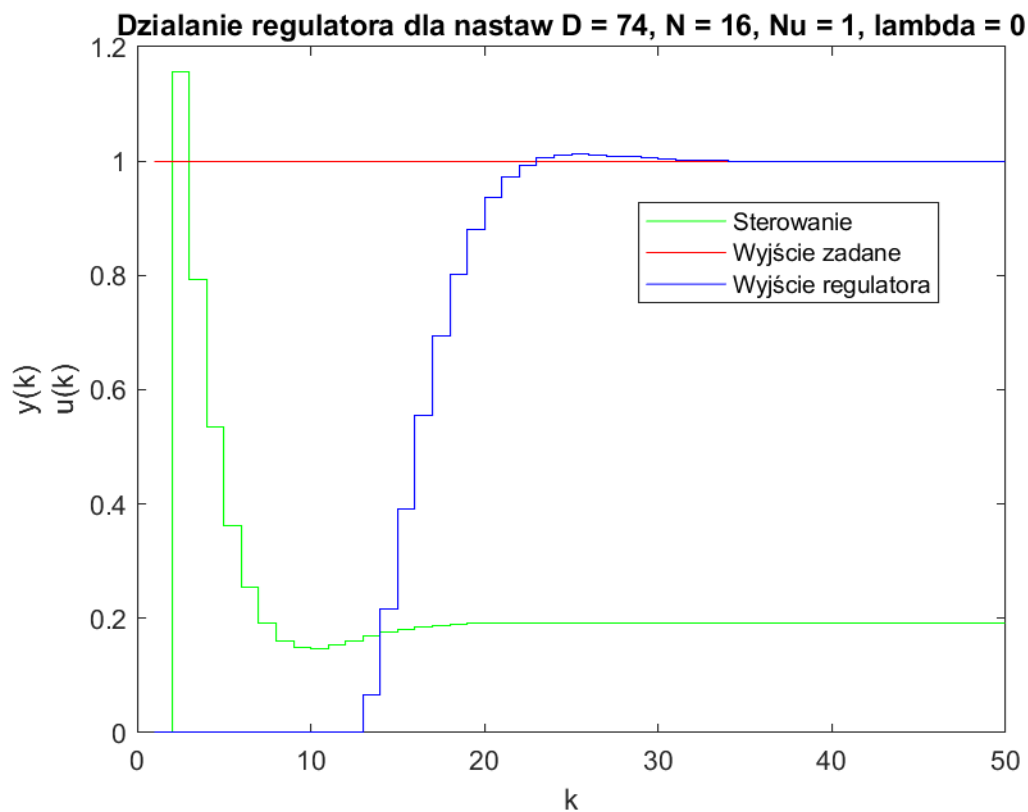


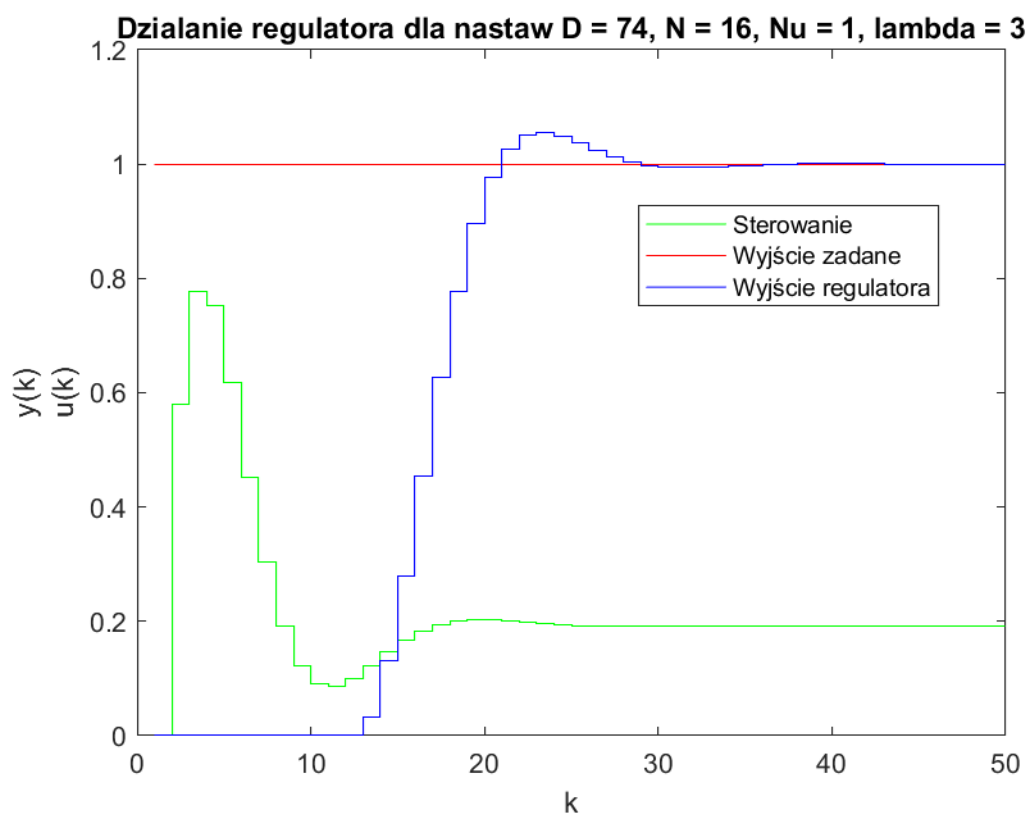
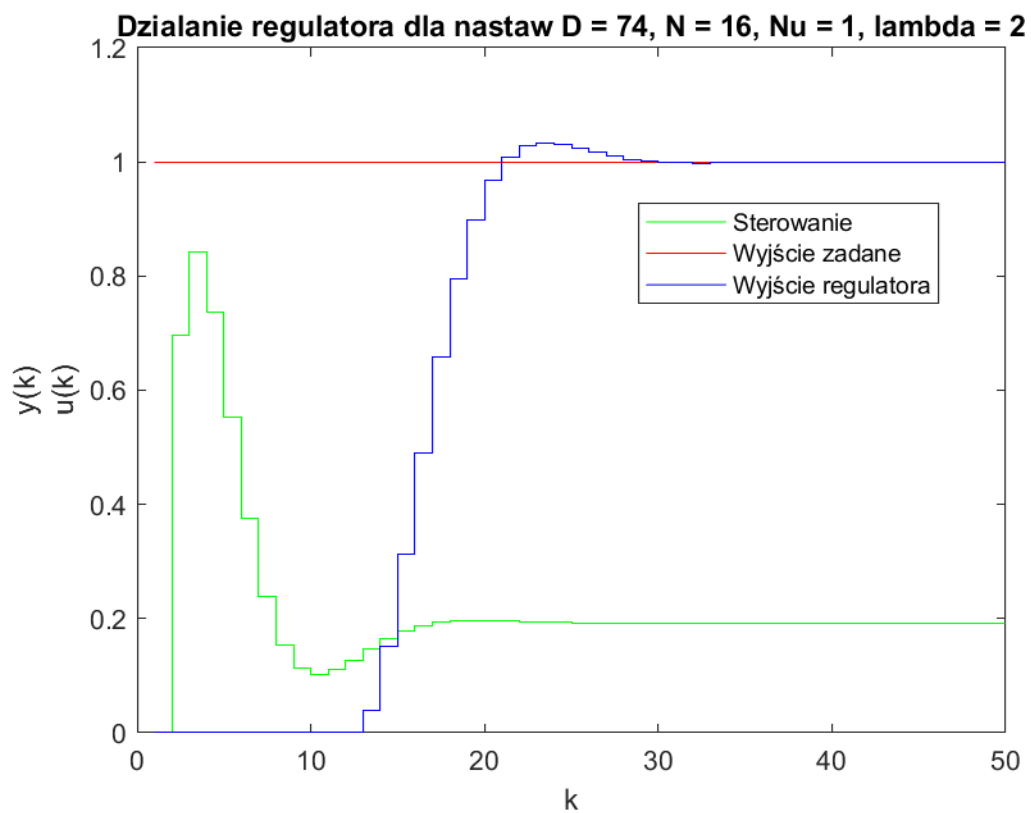


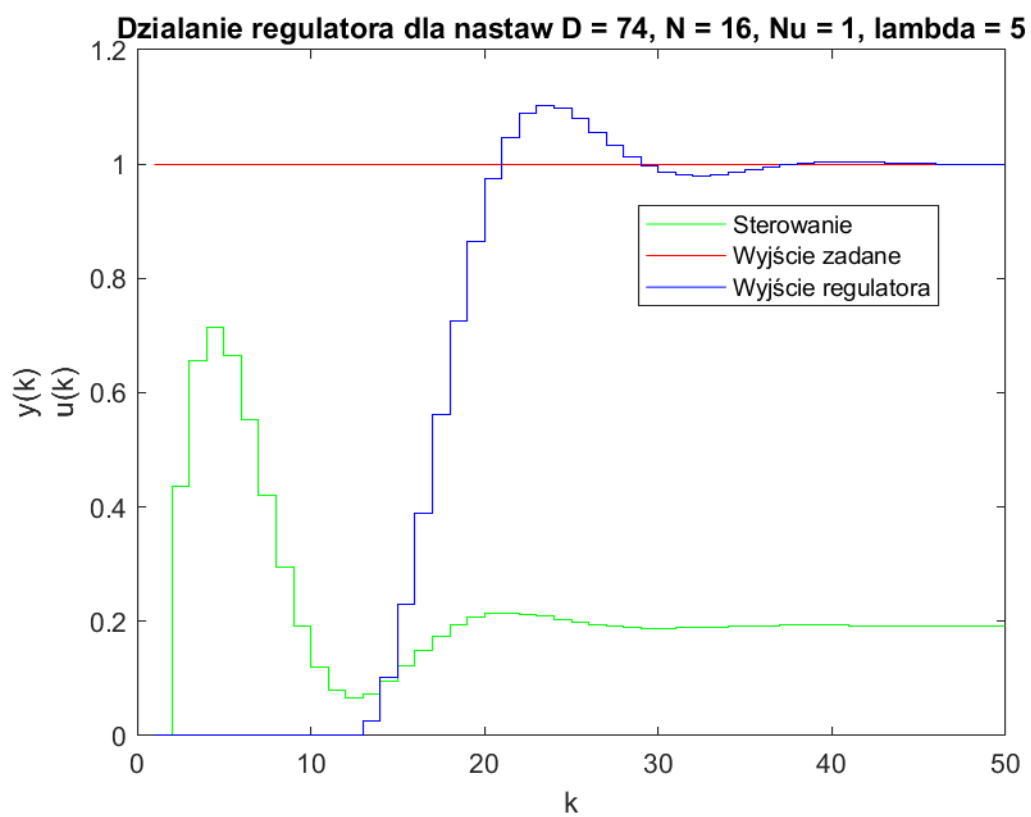
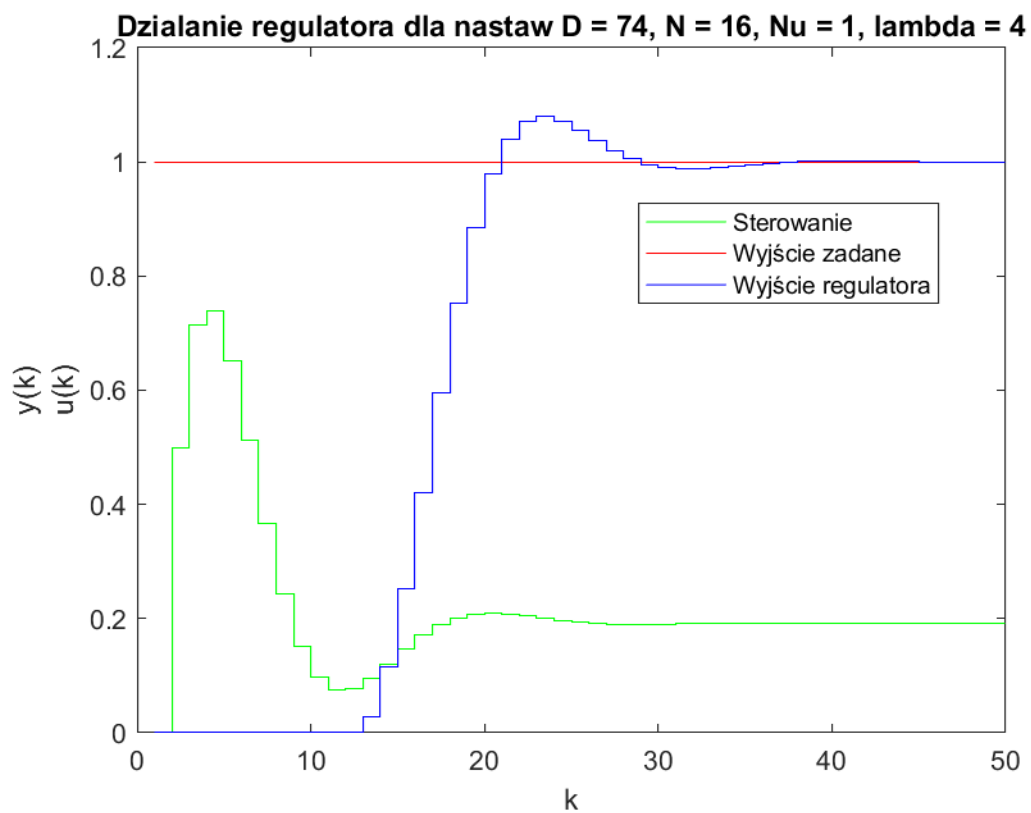


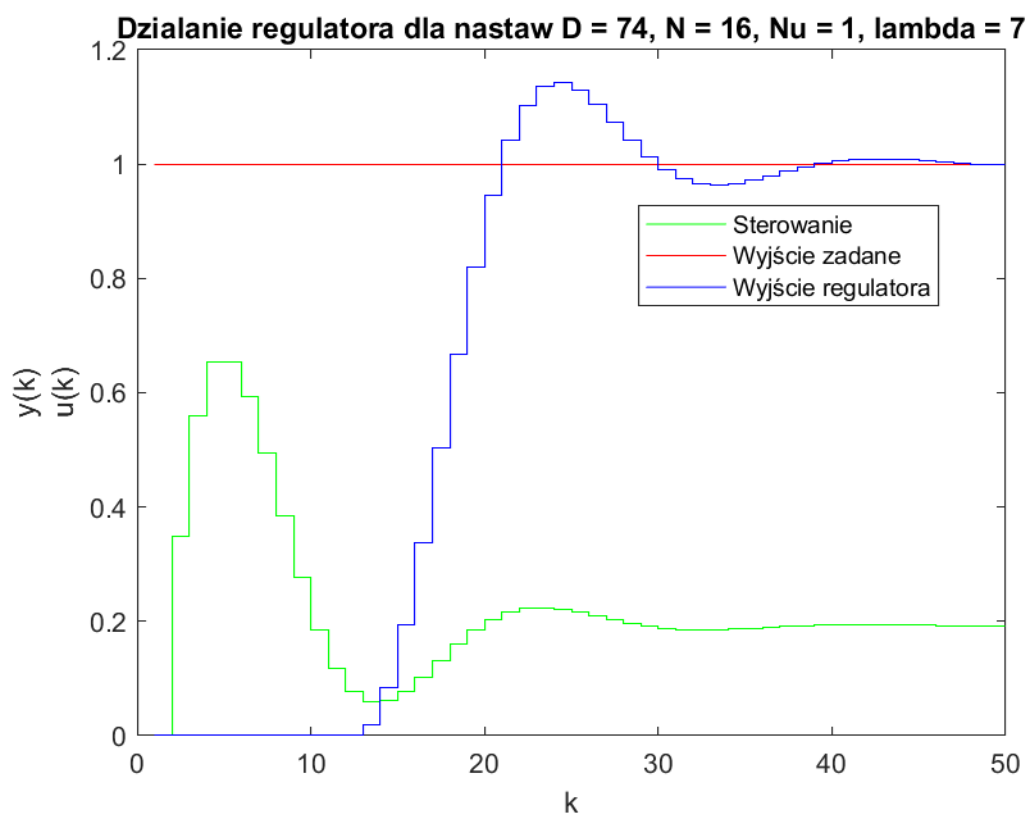
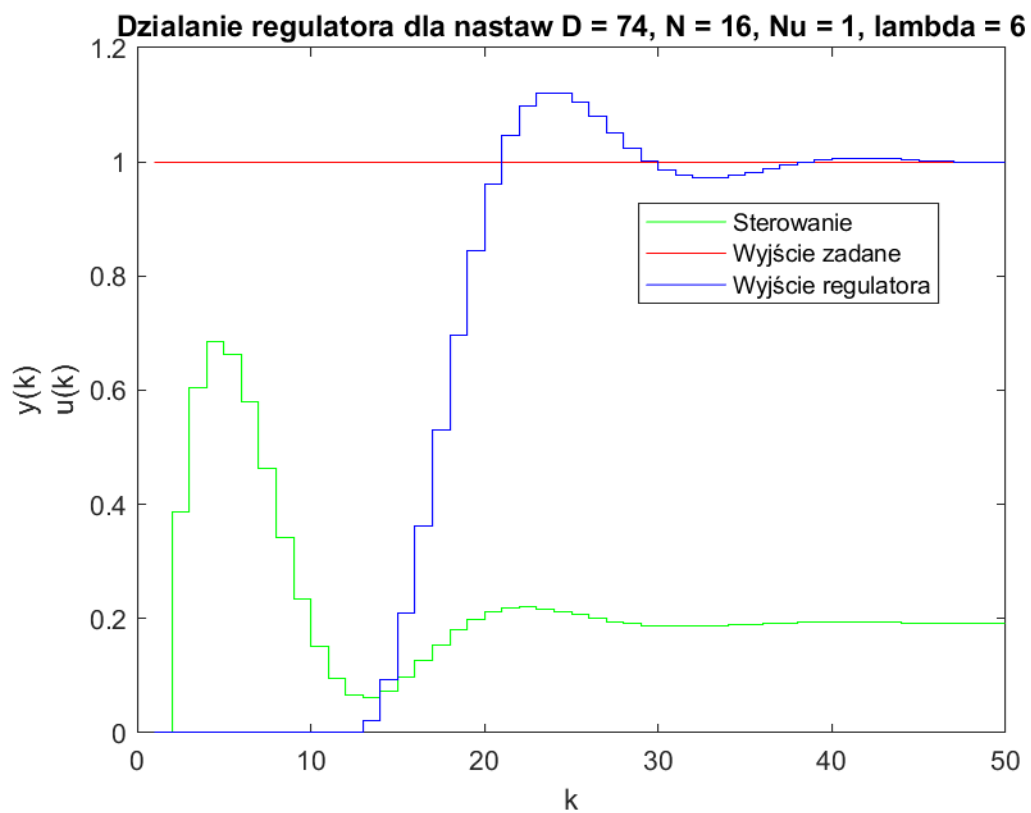
Jak można zauważyć zmniejszanie horyzontu sterowania nie tylko nie pogarsza, a nawet poprawia właściwości regulatora. Sprawia, że szybciej stabilizuje się na wartości zadanej. Najlepszymi właściwościami charakteryzuje się  $N_u = 1$ .

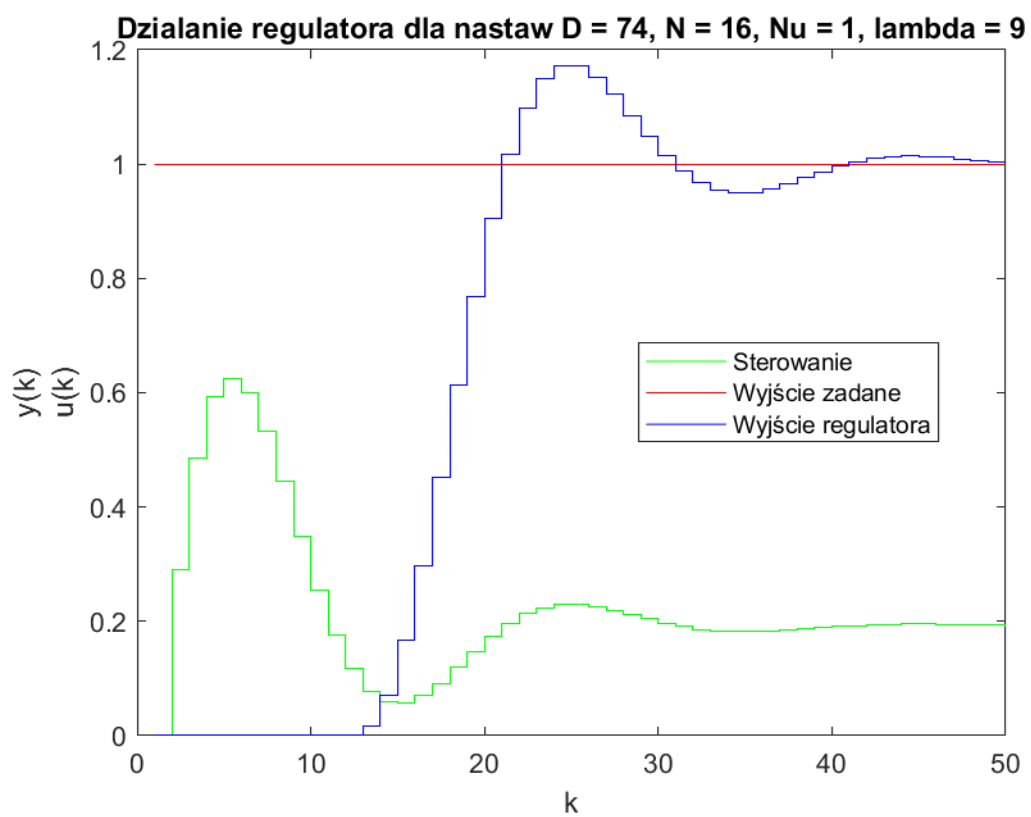
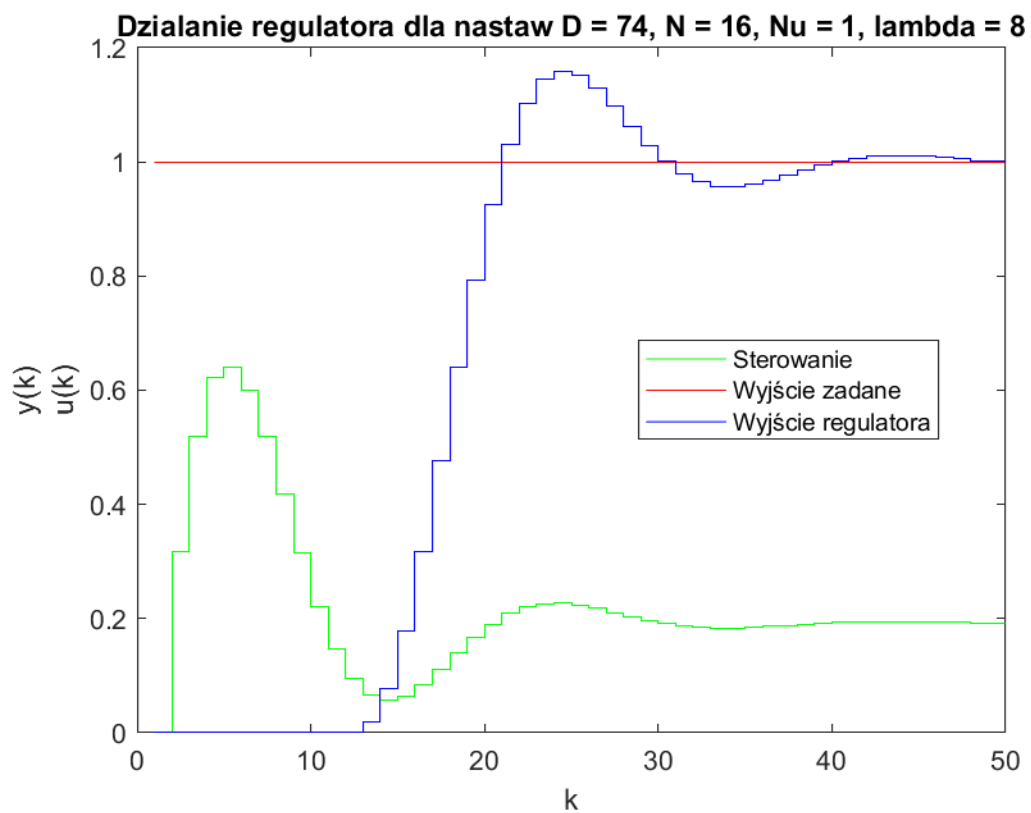
#### 5.4 $\lambda$ - współczynnik kary za szybkość zmian sterowania



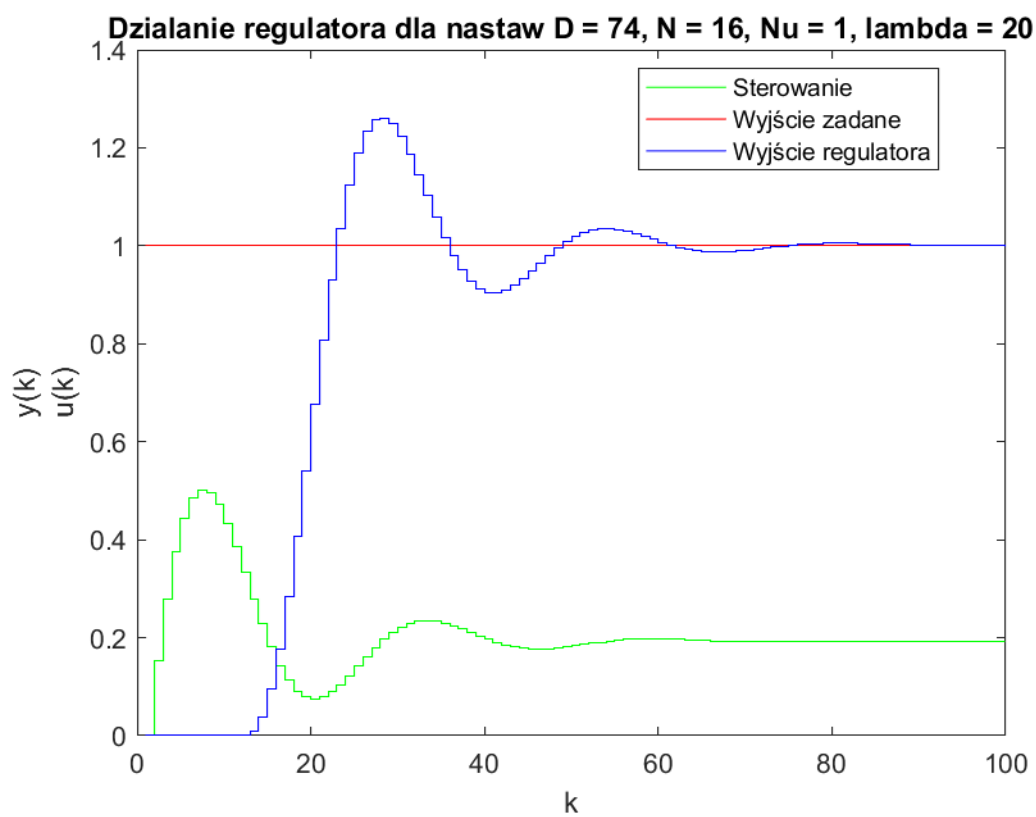
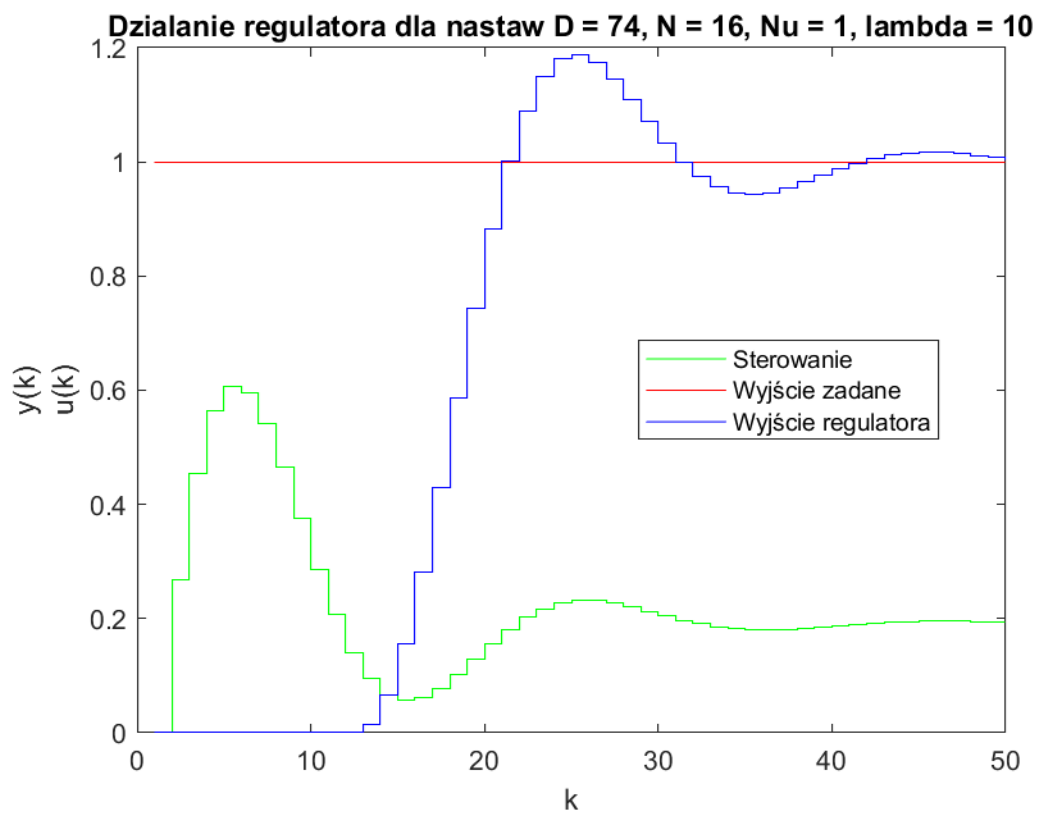




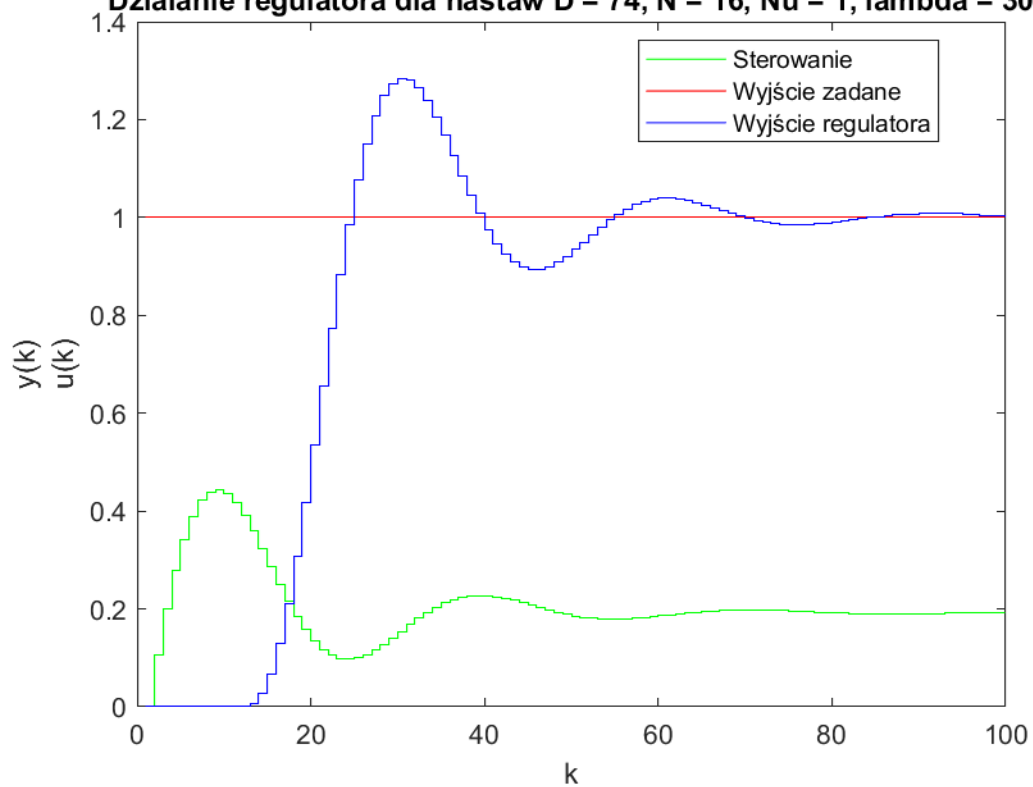




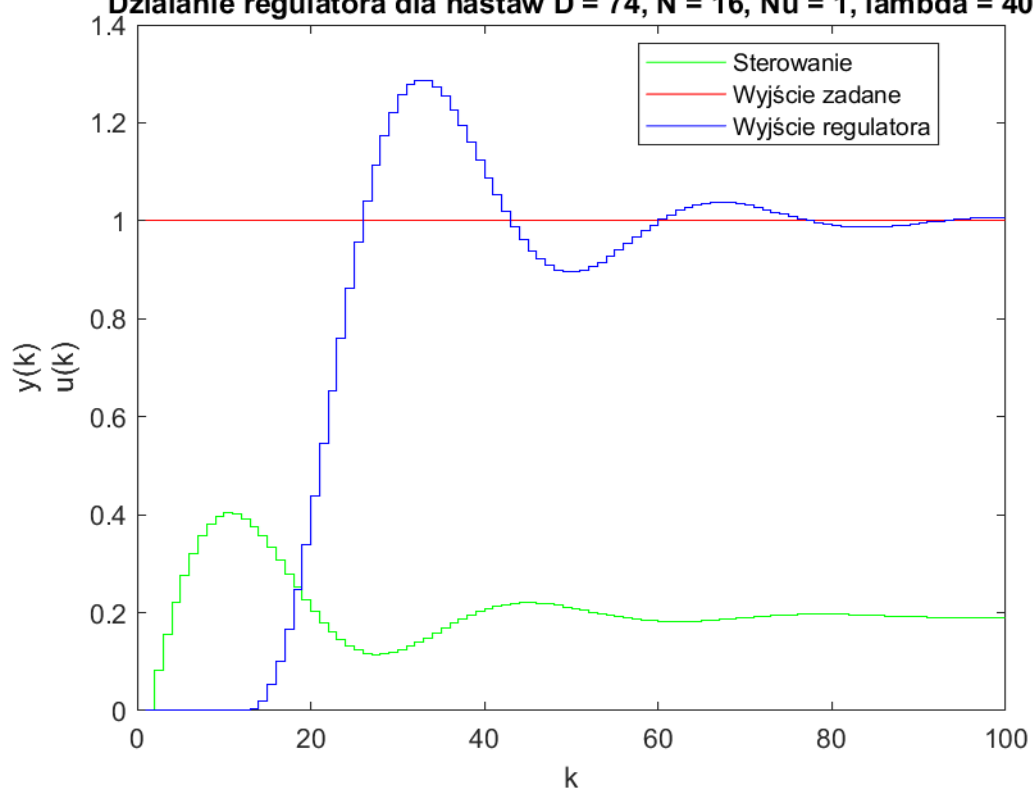




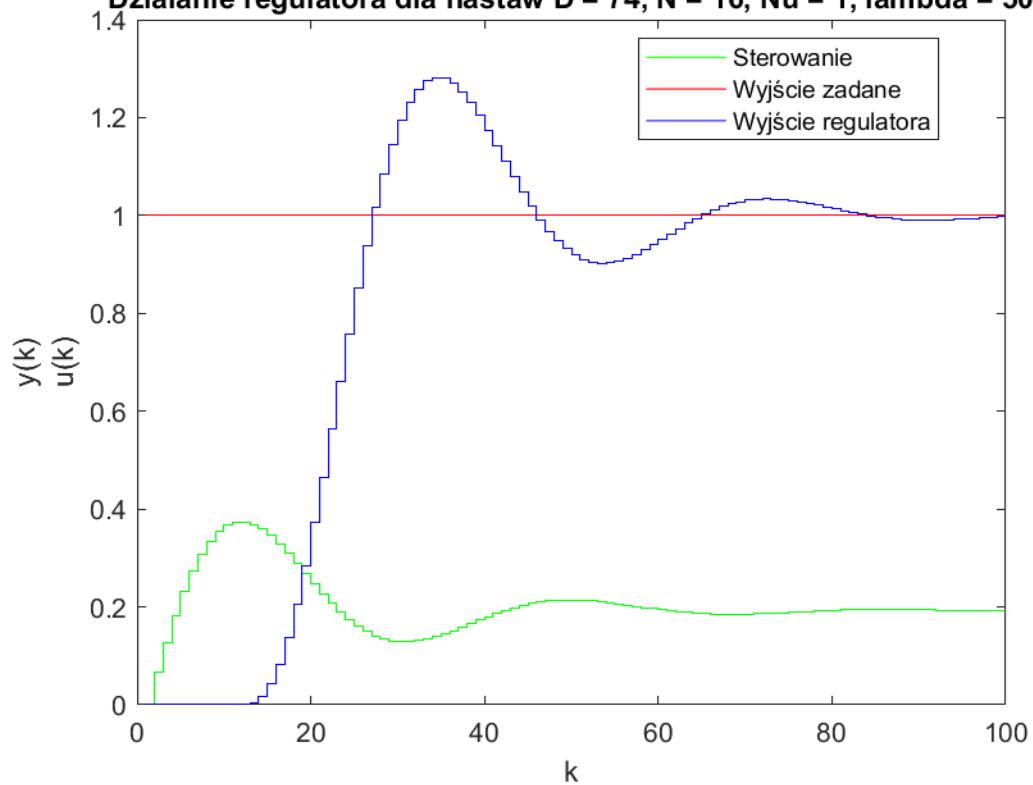
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 1$ ,  $\lambda = 30$**



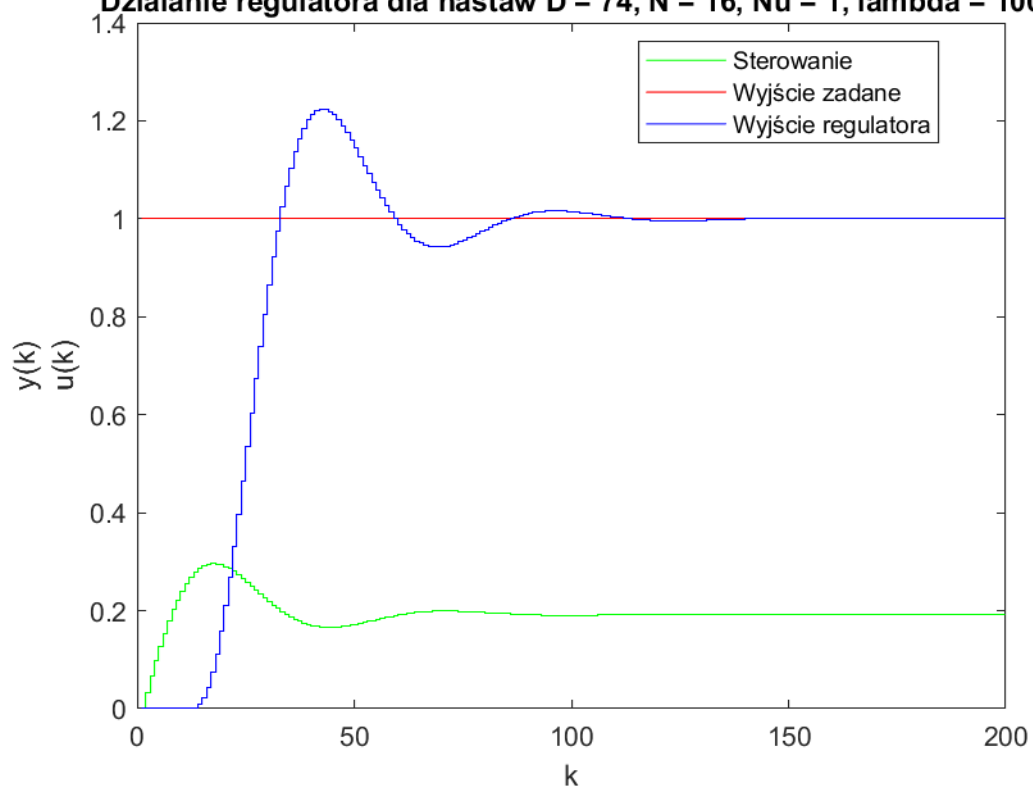
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 1$ ,  $\lambda = 40$**



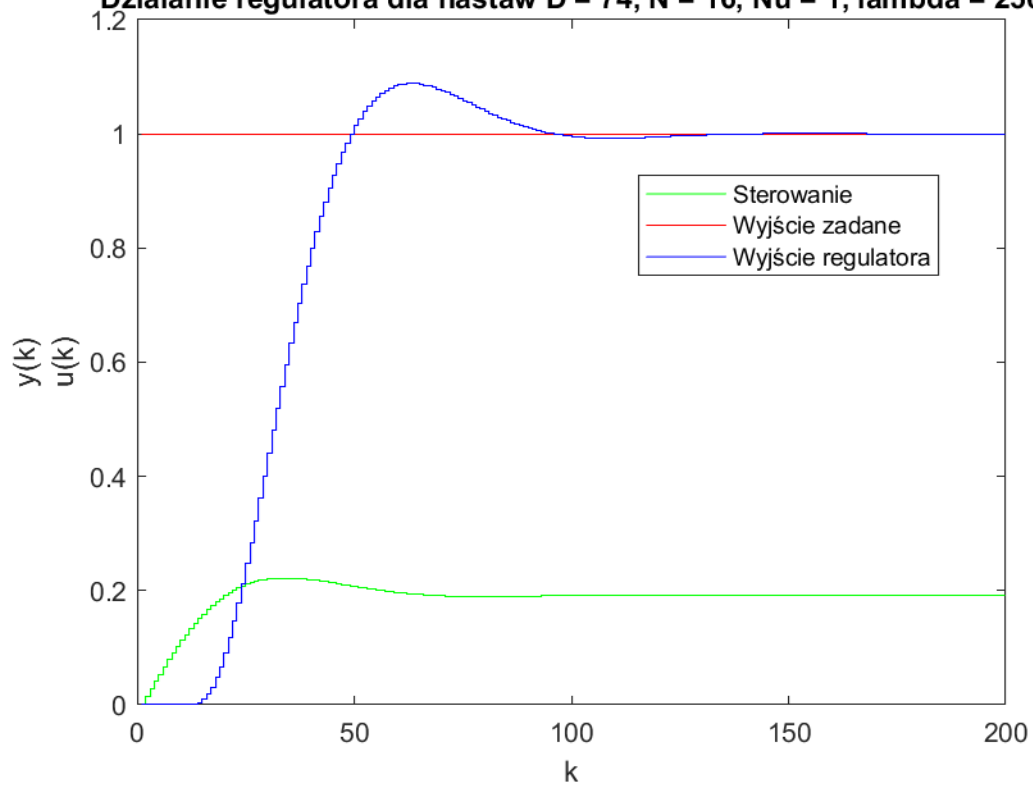
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 1$ ,  $\lambda = 50$**



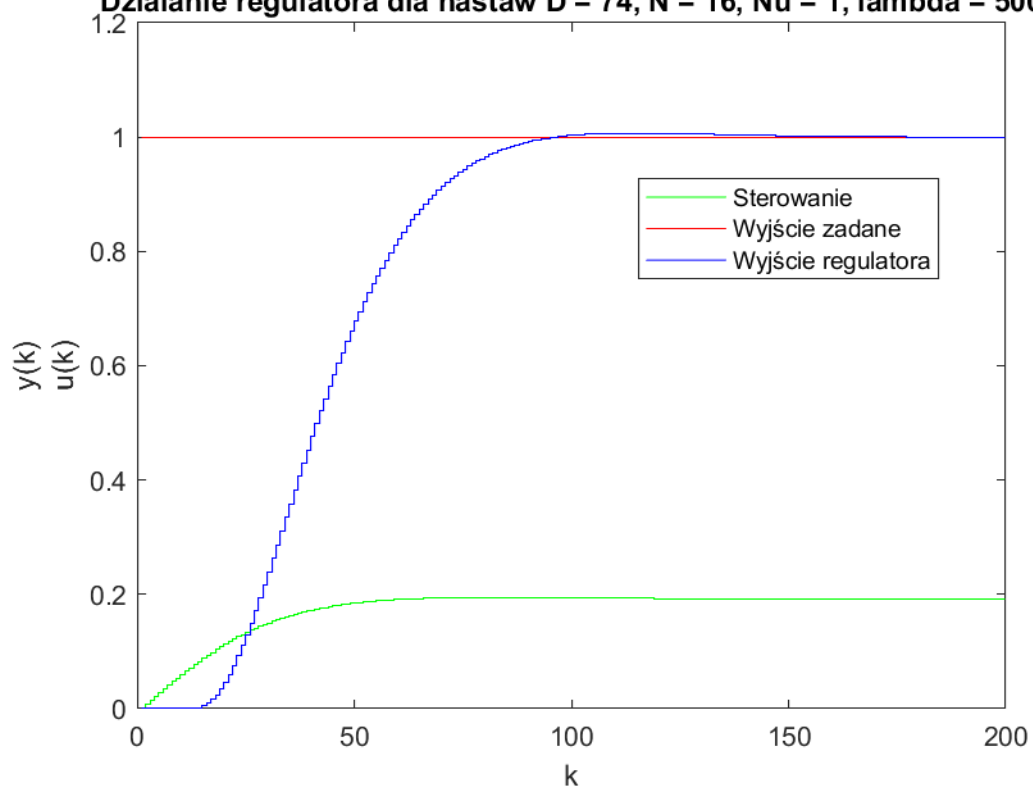
**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 1$ ,  $\lambda = 100$**

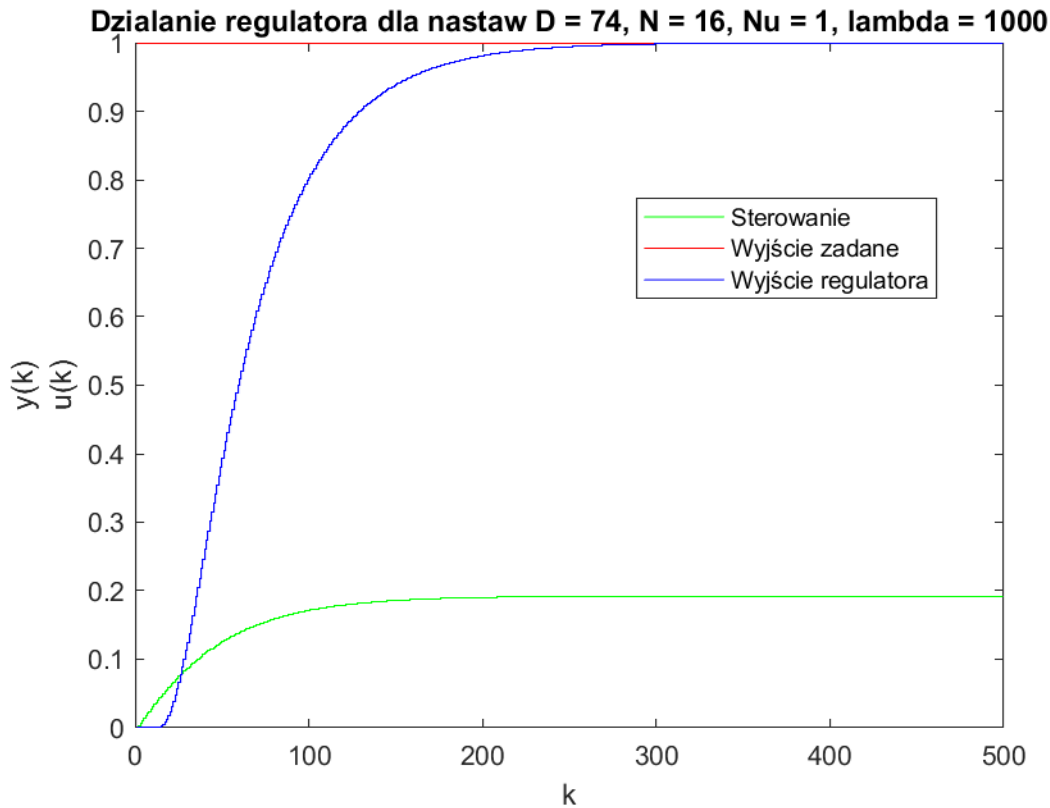


**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 1$ ,  $\lambda = 250$**



**Działanie regulatora dla nastaw  $D = 74$ ,  $N = 16$ ,  $Nu = 1$ ,  $\lambda = 500$**





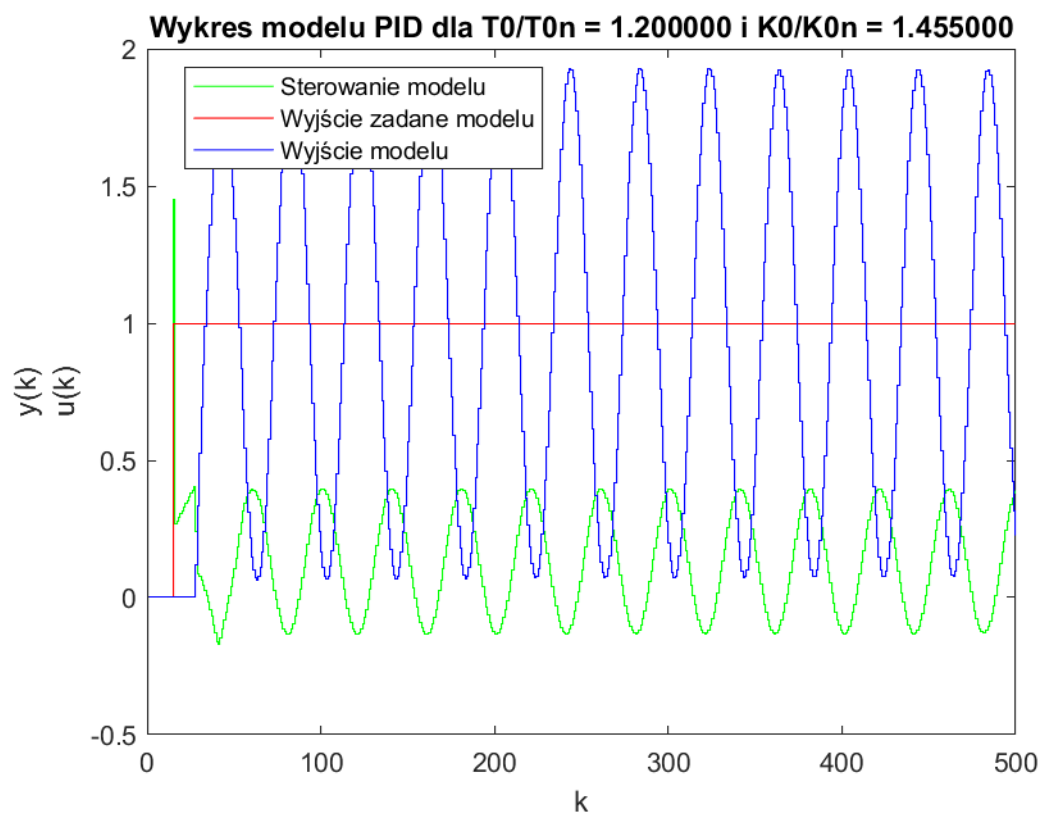
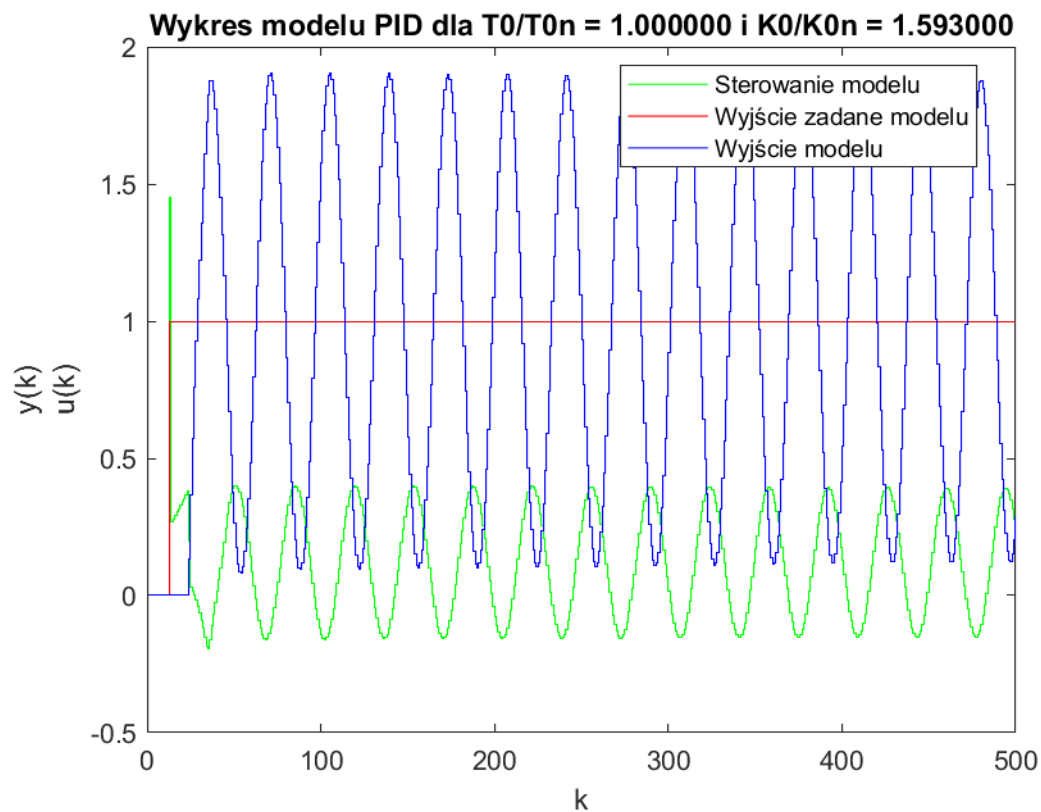
Jak jasno wynika z powyższych wykresów  $\lambda$  wpływa na szybkość zmian sterowania. Bezpośrednio oddziałuje to również na czas stabilizacji regulatora, a także początkowe oscylacje wyjścia regulatora, szczególnie przy niewysokich wartościach ( $\lambda < 100$ ). Za pomocą  $\lambda$  możemy ograniczyć zmiany sygnału sterującego co może być przydatne, ponieważ zbyt gwałtowne zmiany sterowania mogą uszkodzić fizyczne części układu elektronicznego sterującego regulatorem.

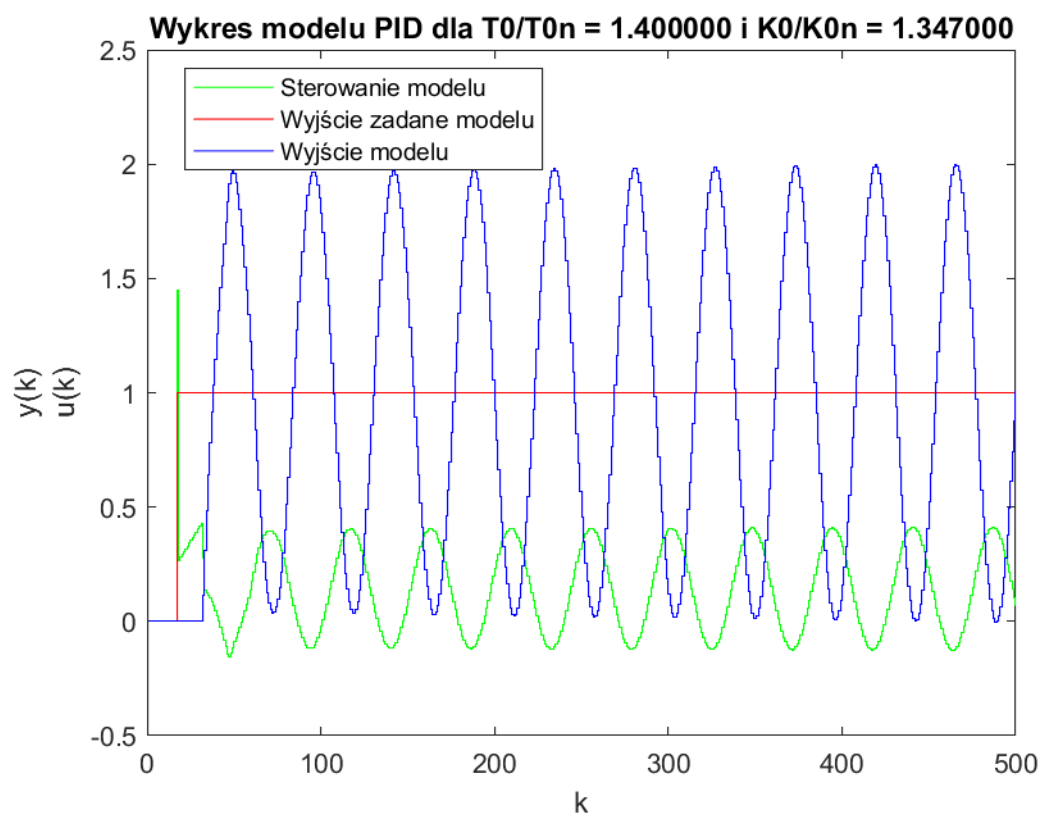
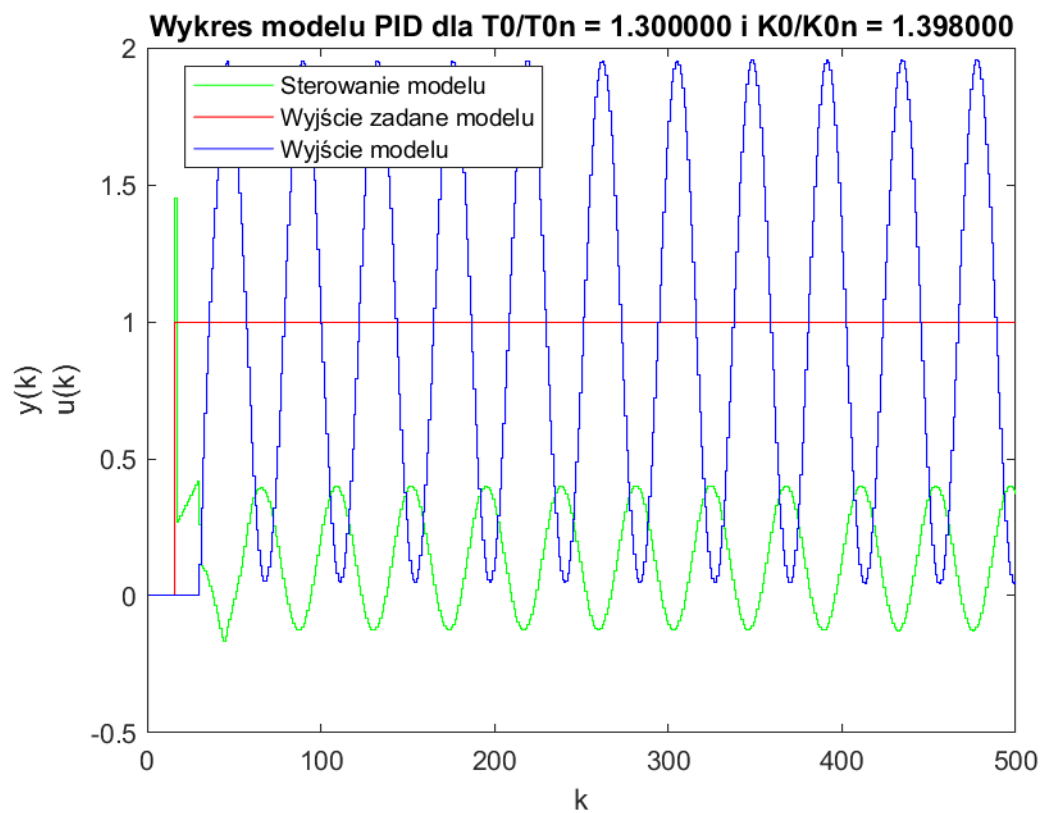
Jak możemy zauważyć dla  $\lambda = 0$  sterowanie w ciągu jednej chwili od wartości 0 osiąga wartość ponad 1, tylko po to, aby w kolejnych chwilach gwałtownie opadać. Natomiast dla wartości  $\lambda = 1000$  zmiany sygnału sterującego są małe i w ogóle nie oscylują, znacznie zwiększa się też czas stabilizacji regulatora. Do dalszych badań wybrałem  $\lambda = 50$ , ponieważ uważam że jest to idealny kompromis pomiędzy gwałtownością zmian sterowania, a czasem stabilizacji regulatora. Zdaję sobie sprawę, że nie jest to najszybszy regulator, ale za to zapewnia niskie i łagodne skoki sygnału sterującego.

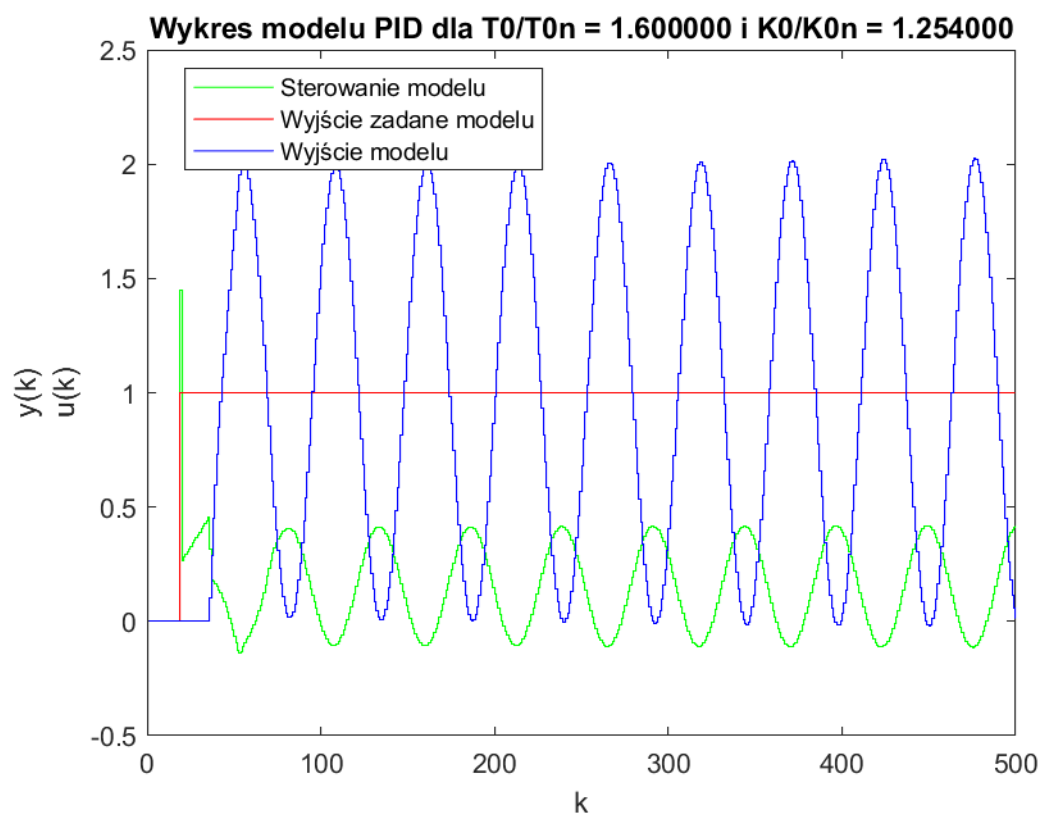
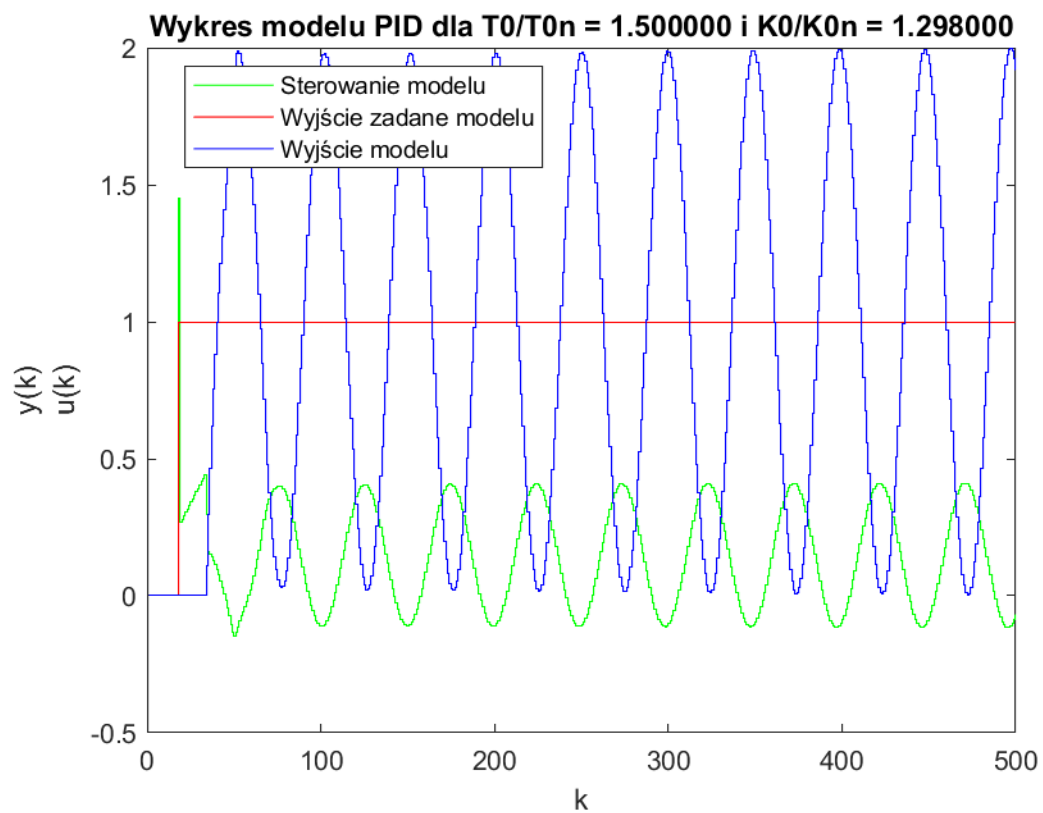
## 6 Stabilność regulatorów PID i DMC

Aby zbadać to kryterium należy dla kolejnych opóźnień modelu, doprowadzić regulator do oscylacji krytycznych modyfikując wzmocnienie tego modelu.

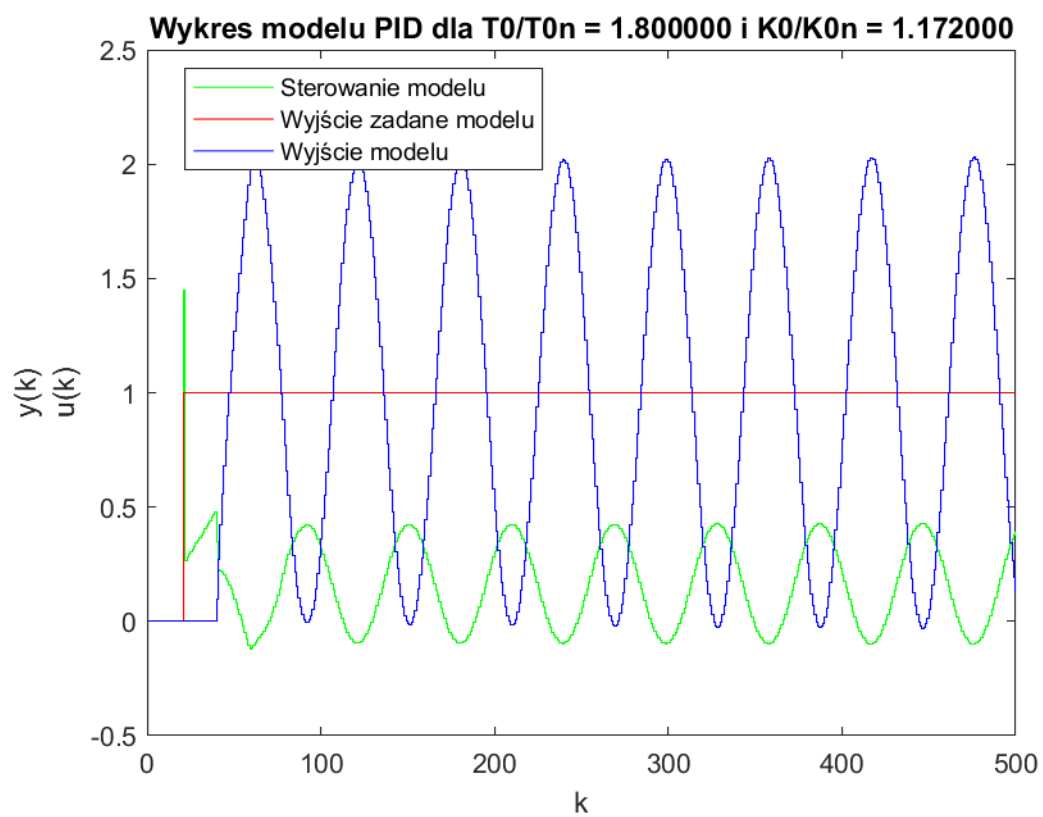
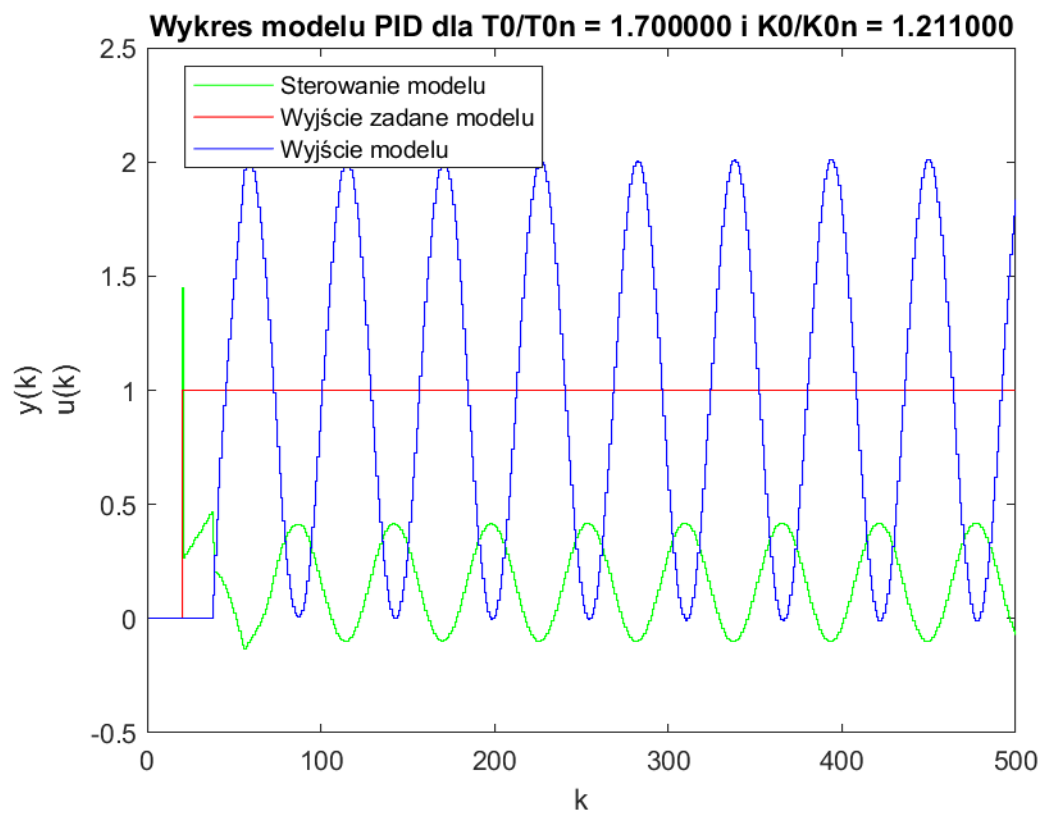
## 6.1 Regulator PID

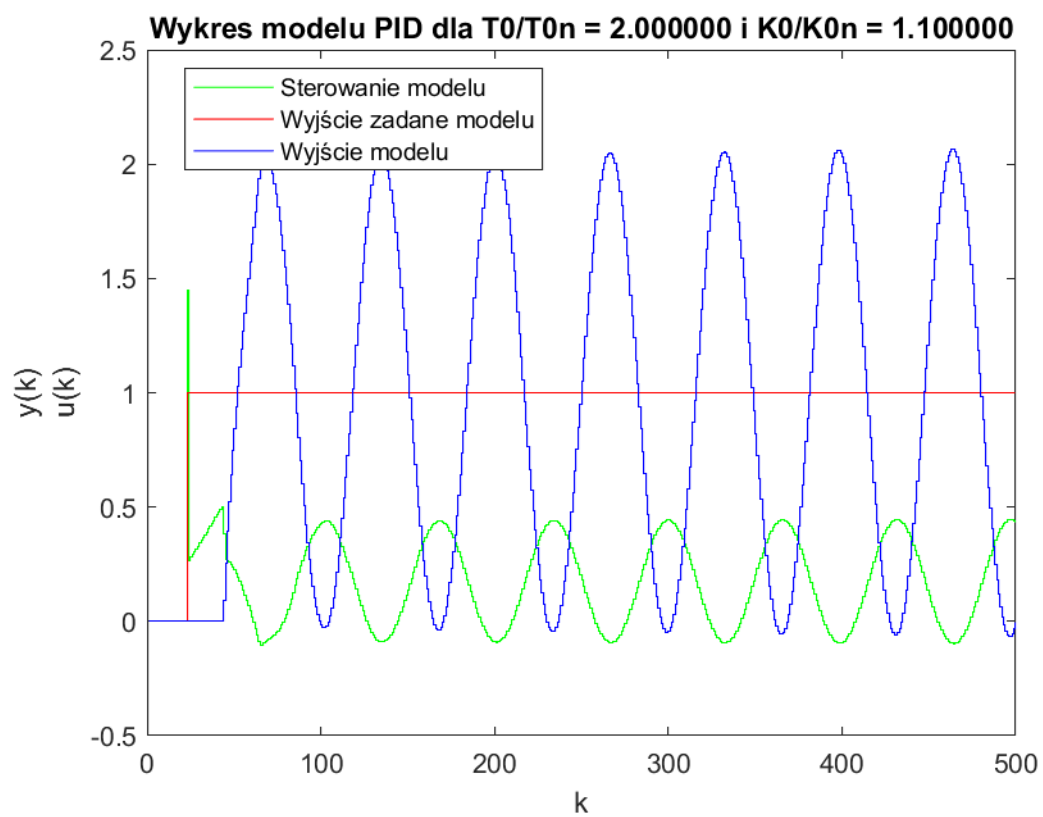
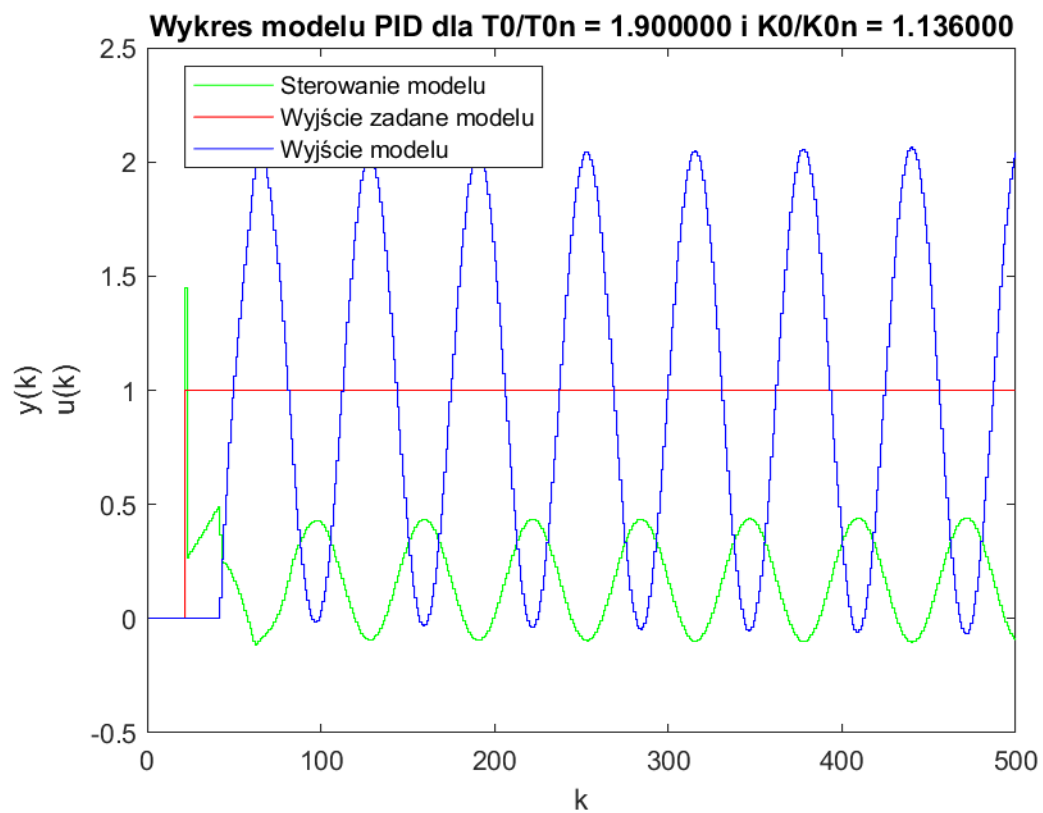




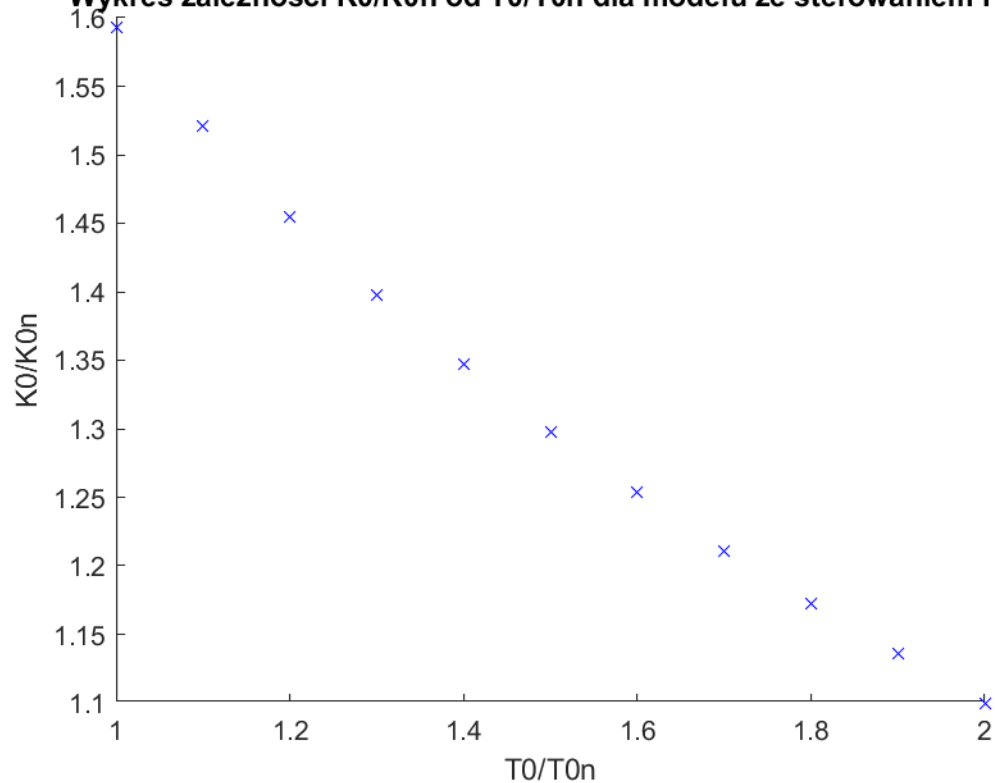






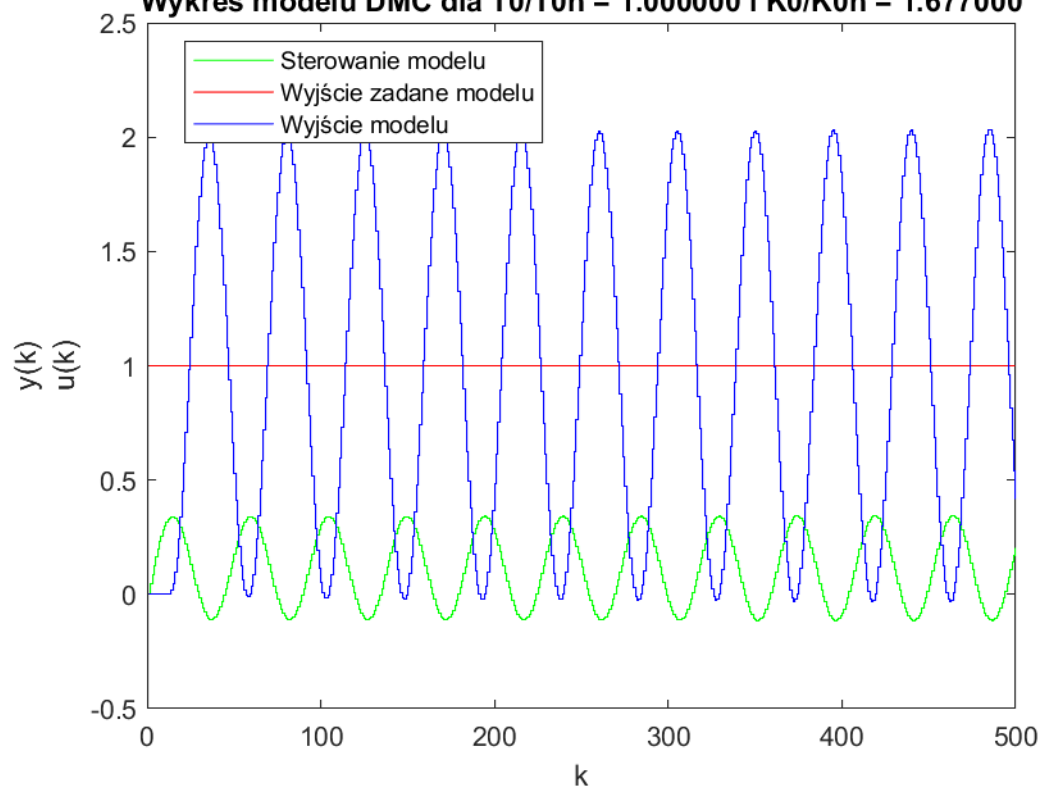


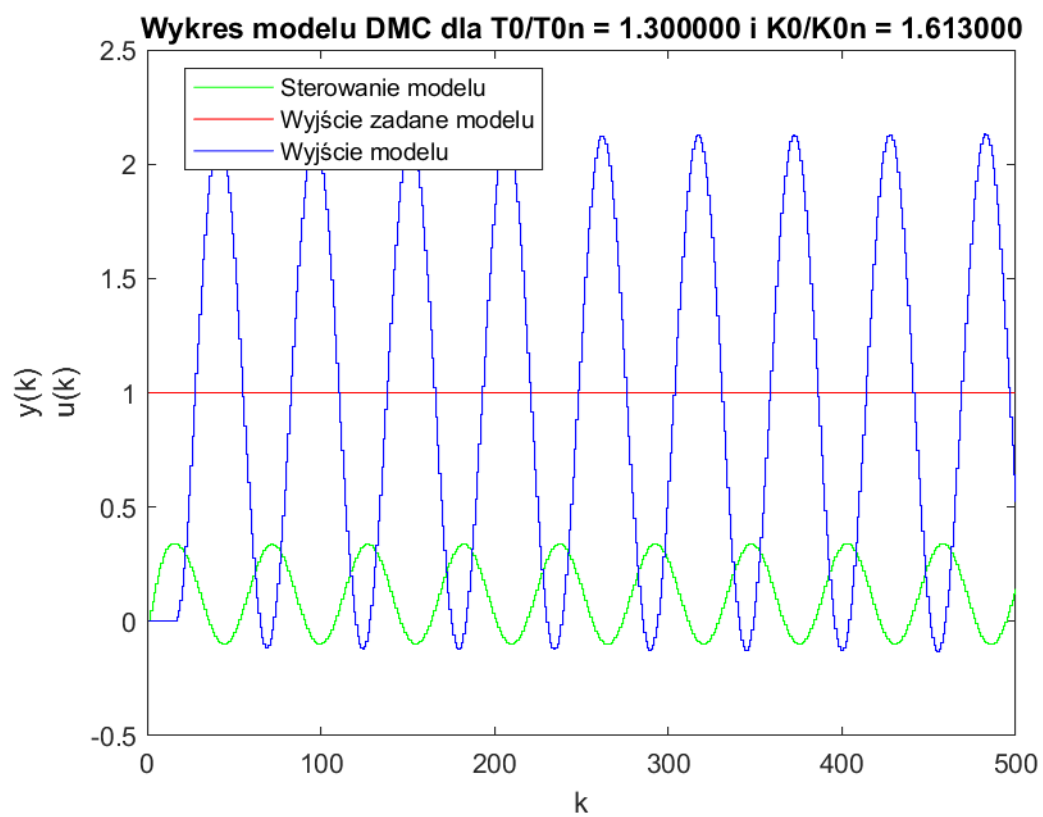
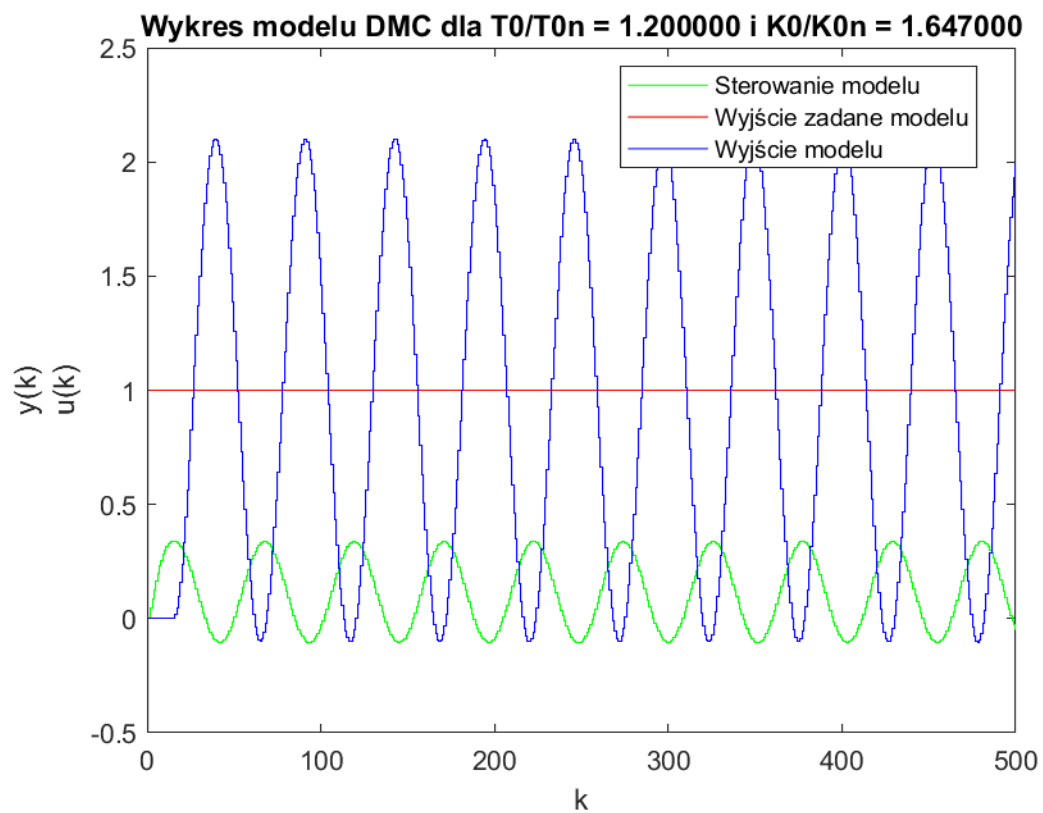
**Wykres zależności  $K_0/K_{0n}$  od  $T_0/T_{0n}$  dla modelu ze sterowaniem PID**

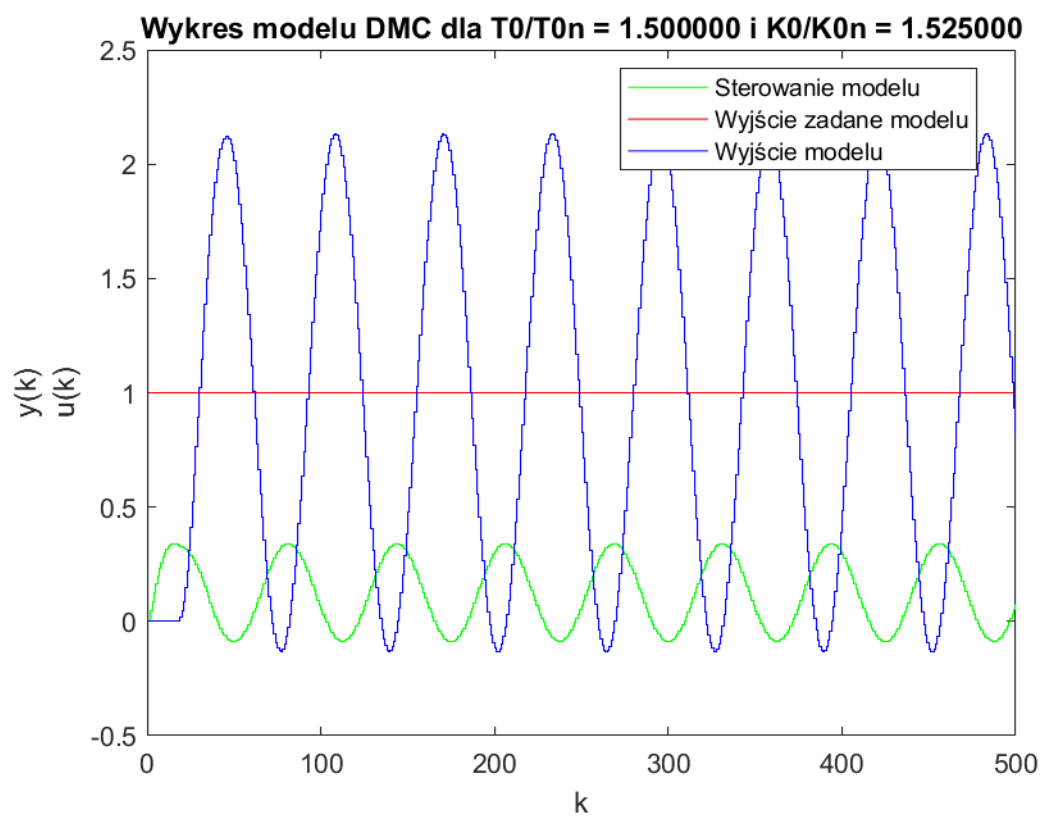
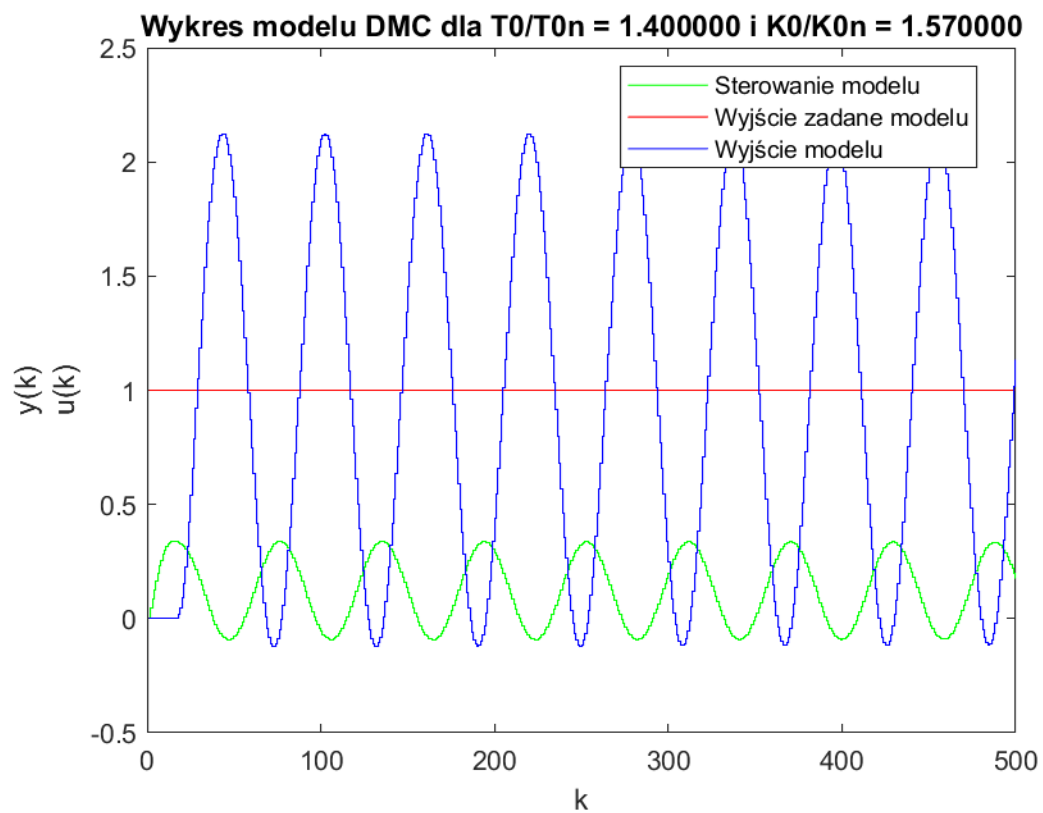


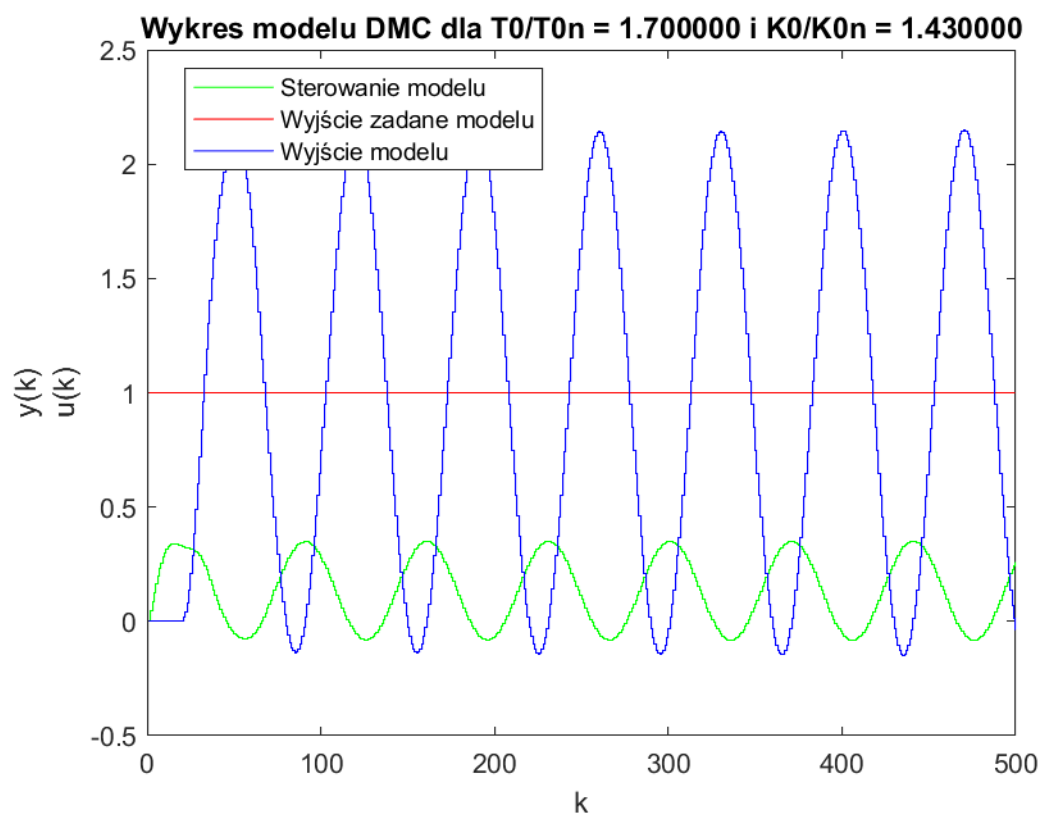
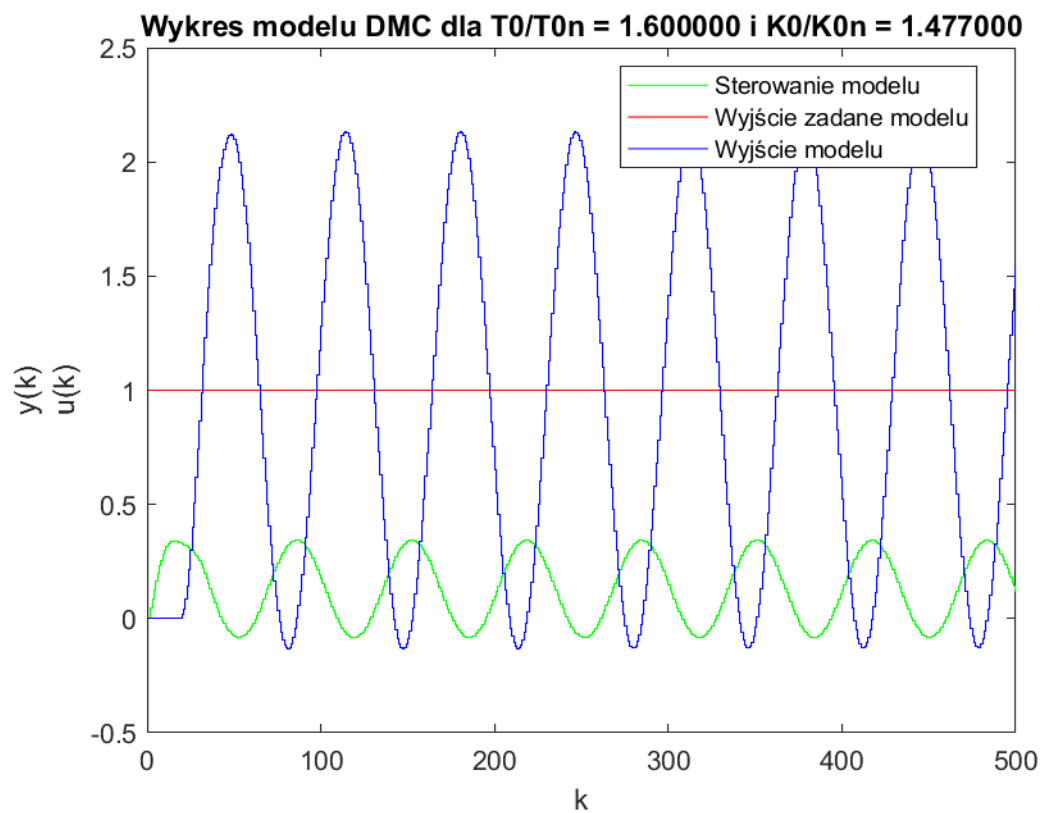
## 6.2 Regulator DMC

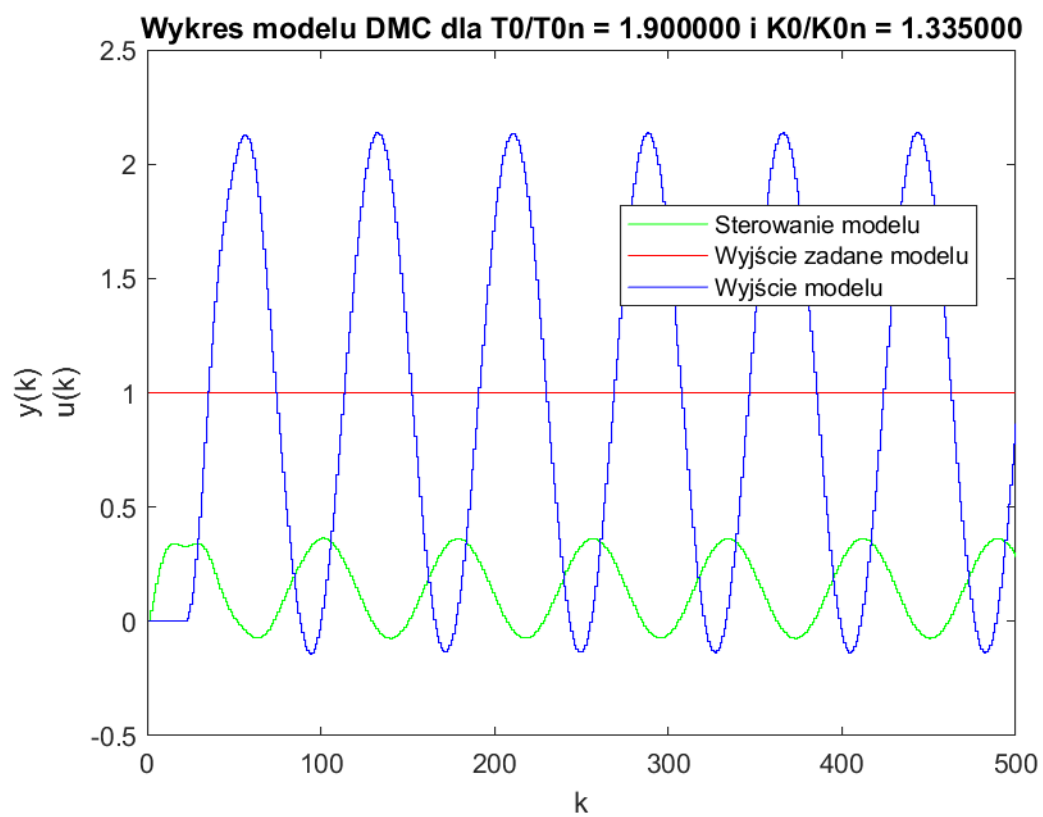
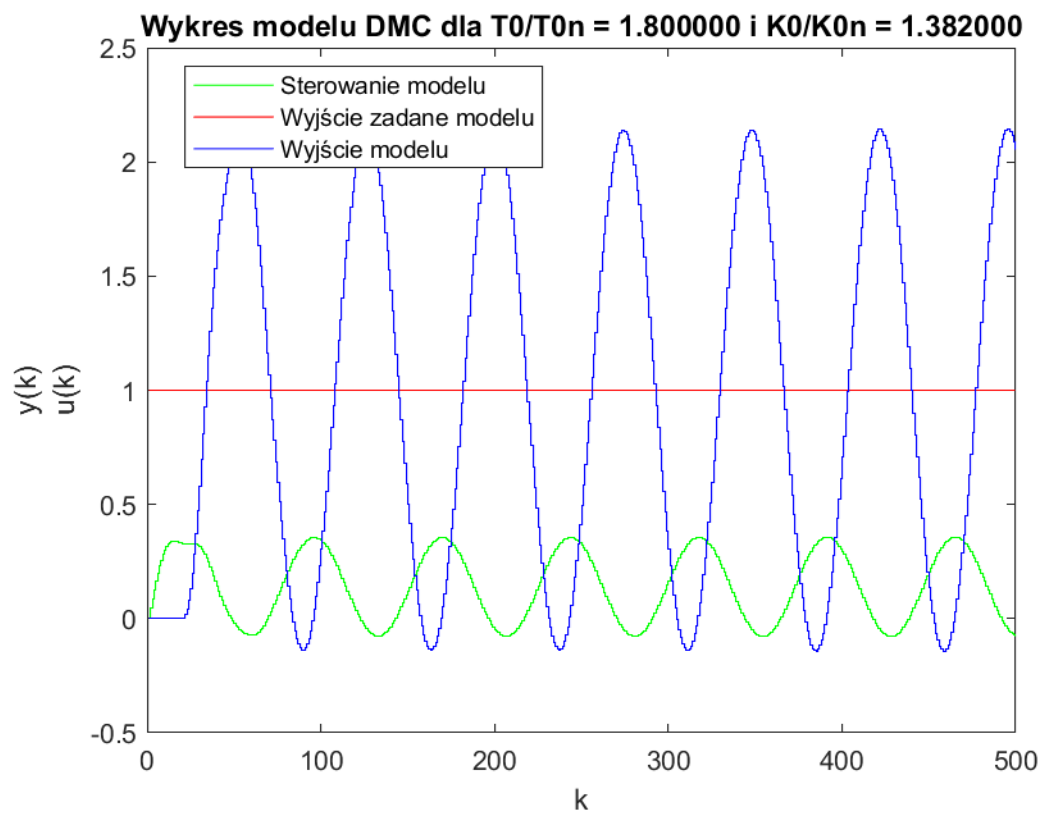
**Wykres modelu DMC dla  $T_0/T_{0n} = 1.000000$  i  $K_0/K_{0n} = 1.677000$**

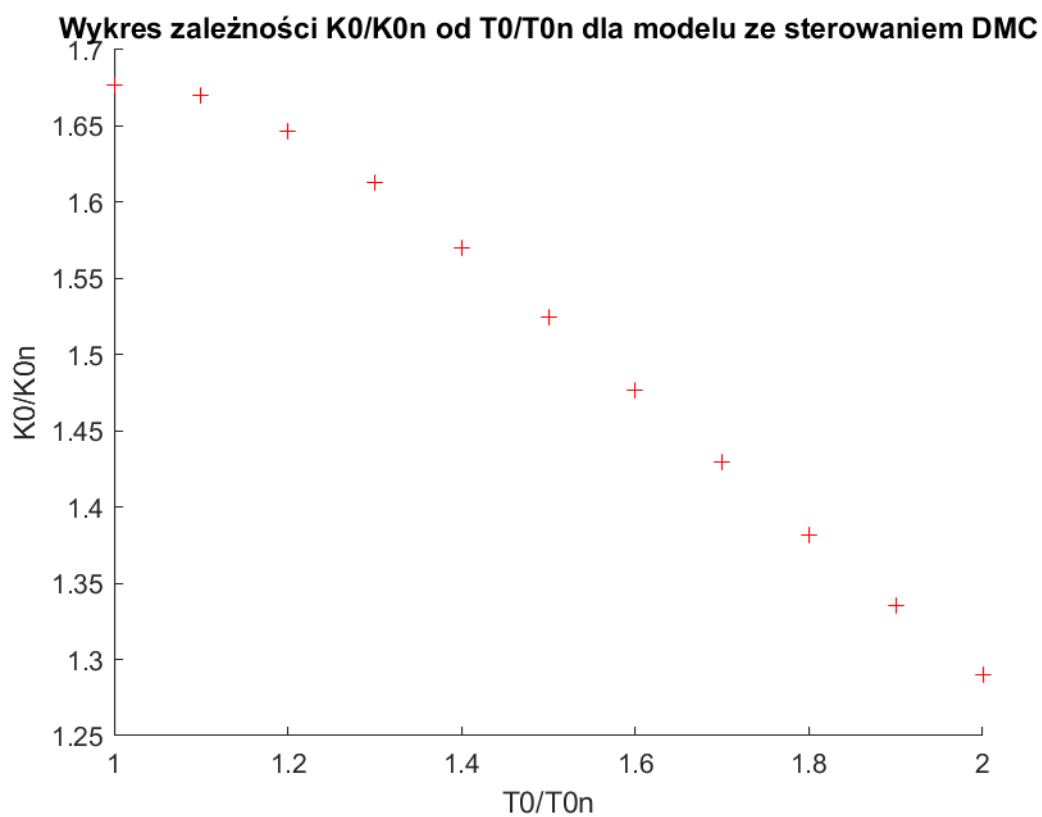
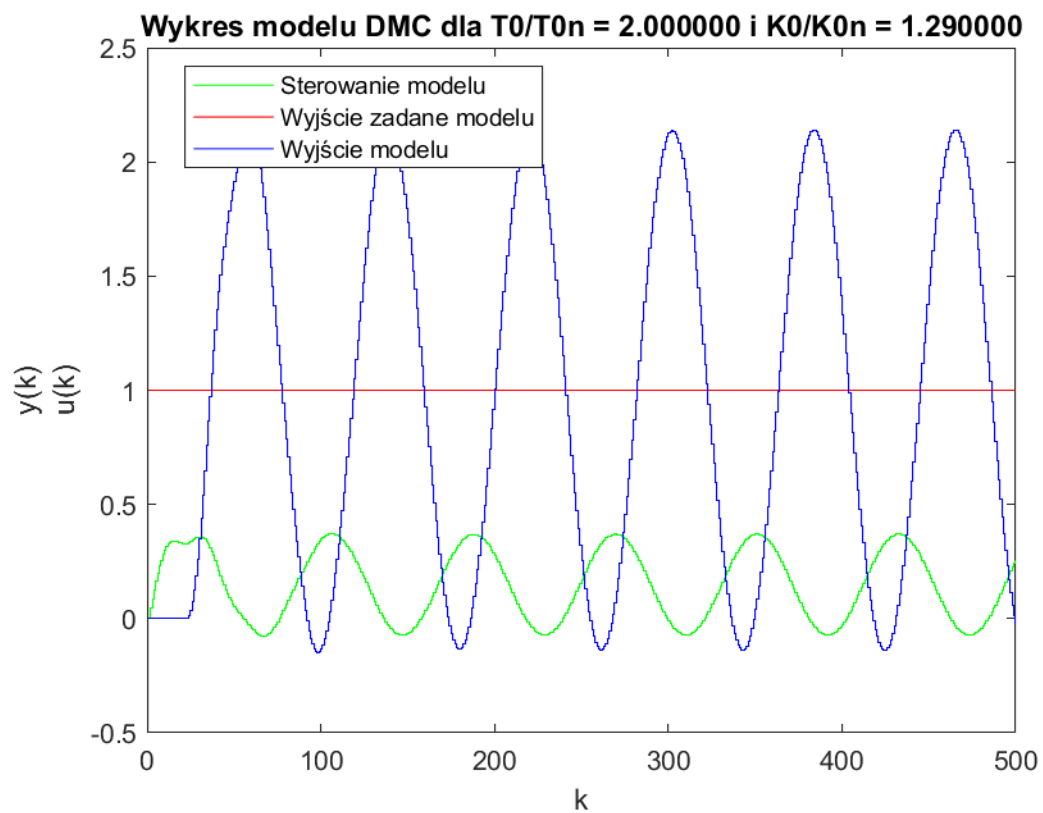






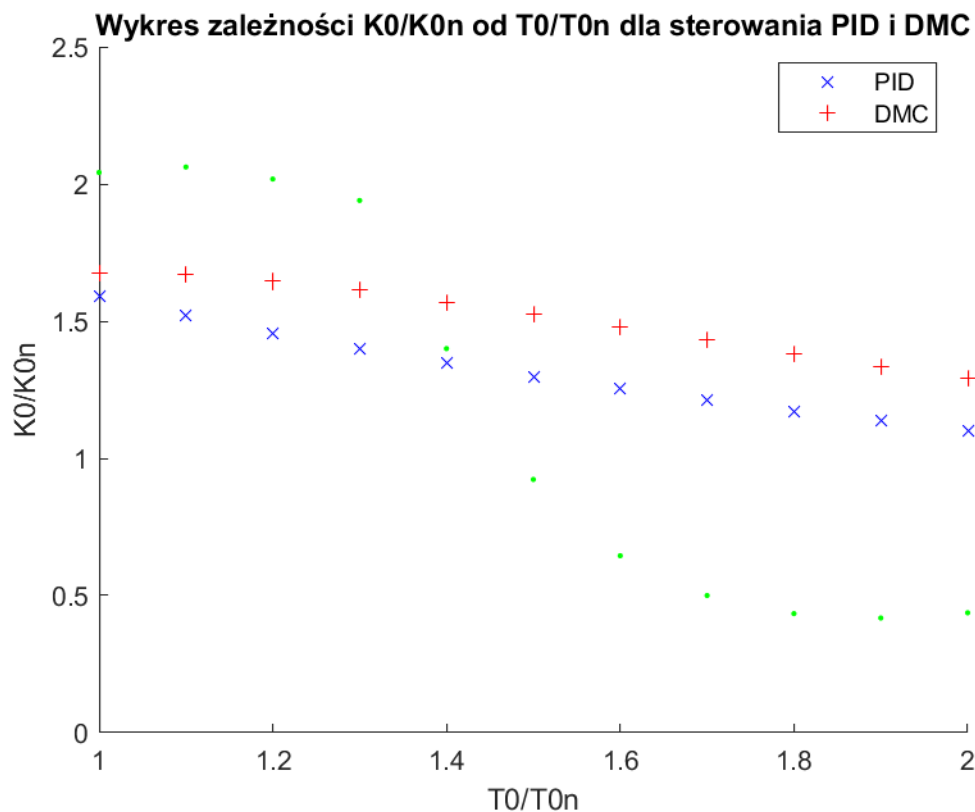








### 6.3 Porównanie stabilności regulatorów



Na powyższym wykresie możemy zauważyć, że dla dobranych parametrów stabilność algorytmu PID i DMC jest bardzo podobna. Niewiele stabilniejszy jest mimo wszystko regulator DMC, co może świadczyć o rozsądnym dobraniu wszystkich jego parametrów.

Na wykresie można też zaobserwować zielone punkty, które pomyłkowo wygenerowałem podstawiając w algorytmie DMC  $\lambda = 0$ . Postanowiłem umieścić te wyniki na ostatecznym porównaniu, ponieważ prezentują one zupełnie inną krzywą niż regulatory właściwe. Pozwala to określić jak duży wpływ ma współczynnik  $\lambda$  na jakość regulacji cyfrowego algorytmu DMC.