

Raport analizy plagiatu

Analizowany plik: test2.tex
Baza porównawcza: bazalO[test]
Poziom trudności: niski
Tryb analizy: all
Data analizy: 2025-12-09 11:03

Wyniki:

Plagiat tekstu: 100.00%
Plagiat równań: 100.00%

Wykryte fragmenty podobne:

W niniejszym dokumencie przedstawiono analizę zagadnienia własnego dla operatora Laplace'a na prostokątnym obszarze z jednorodnymi warunkami brzegowymi Dirichleta. Przedstawiono analityczne rozwiązanie problemu oraz dyskusję na temat ortogonalności funkcji własnych w przestrzeni. Równanie Helmholtza, wynikające z poszukiwania stacjonarnych rozwiązań równania falowego lub dyfuzji, prowadzi do następującego zagadnienia własnego: $-u = \lambda u$ w R z warunkami brzegowymi Dirichleta na. Operatorem Laplace'a, w dwóch wymiarach jest: $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$. Poszukujemy rozwiązania w postaci iloczynu funkcji jednowymiarowych. Podstawienie tej formy do równania własnego daje: $-(X''(x)Y(y) + X(x)Y''(y)) = \lambda X(x)Y(y)$. Po podzieleniu przez $X(x)Y(y)$ i przegrupowaniu otrzymujemy separację zmiennych: $\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} = -\lambda$, gdzie λ jest stałą separacji. Równanie (*) prowadzi do dwóch niezależnych zagadnień własnych (Sturm-Liouville'a): Rozwiązania są znane. Wartości własne i funkcje własne dla $-u'' = \lambda u$ na $[0, a]$ to: $\lambda_m = (\frac{m\pi}{a})^2$, $X_m(x) = \sin(\frac{m\pi x}{a})$, $m = 1, 2, 3, \dots$. Analogicznie, dla $-u'' = \lambda u$ na $[0, b]$, stała musi być wartością własną, którą oznaczamy jako: $\lambda_n = (\frac{n\pi}{b})^2$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Łączna wartość własna jest sumą $\lambda_{m,n}$: $\lambda_{m,n} = (\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2$. Odpowiadające im funkcje własne są iloczynami funkcji jednowymiarowych: $u_{m,n}(x, y) = \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b})$. Funkcje własne tworzą pełny zbiór ortogonalny w przestrzeni Hilberta. Oznacza to, że dowolną funkcję można rozłożyć w szereg: $f(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{m,n} u_{m,n}(x, y)$. Poniższa tabela przedstawia kilka pierwszych wartości własnych dla $a=1$ i $b=1$ (przybliżone):

$m \backslash n$	1	2	3
1	9.8696	39.4784	88.8264
2	39.4784	157.9796	354.9886
3	88.8264	354.9886	795.7598

Wartości własne operatora Laplace'a na prostokącie są w pełni określone analitycznie, a ich charakterystyka jest kluczowa dla analizy drgań membran czy rozkładów temperatur. Rozkład w szereg jest uogólnieniem teorii Fouriera.[1]

Źródła podobieństw:

[1] test2.tex

Porównane pliki:

test.tex
test2.tex