Tugas Kecil 2 IF2211 Strategi Algoritma Semester II tahun 2022/2023

Mencari Pasangan Titik Terdekat 3D dengan Algoritma Divide and Conquer

Disusun oleh:

Kenneth Dave Bahana 13521145 Yobel Dean Christoper 13521067



PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

Landasan Teori

1.1 Penjelasan Algoritma Divide and Conquer

Algoritma Divide and Conquer dari kata *Divide* yang berarti membagi dan *Conquer* yang berarti menaklukan, merupakan algoritma yang membagi suatu persoalan dengan membagi - bagi persoalan tersebut menjadi beberapa upa-persoalan yang memiliki kemiripan dalam ukuran yang lebih kecil, kemudian setiap upa-persoalan tersebut diselesaikan masalahnya (*Conquer*) dan setiap solusi dari upa-persoalan tersebut digabung kembali dalam tahap *Combine* hingga akhirnya dengan menyelesaikan setiap upa-persoalan tersebut dapat menyelesaikan persoalan utamanya.

Pendekatan dari algoritma *Divide and Conquer* ini merupakan sebuah strategi memperkecilkan masalah kemudian diselesaikan secara "*brute force*" untuk setiap upa-persoalan yang telah dibagi-bagikan yang akan digabungkan lagi untuk mendapatkan jarak euclidean terdekat global.

1.2 Penjelasan Algoritma Brute Force

Algoritma *brute force* merupakan algoritma dengan pendekatan yang lempang(*straightforward*) untuk memecahkan suatu persoalan. Algoritma ini bersifat luas karena dapat berupa berbagai algoritma yang sifatnya sederhana dan caranya bersifat jelas dipahami manusia karena ide pembentukan algoritma ini didasarkan apa yang terlintas dalam pemikiran ketika suatu program ingin dibuat.

Pendekatan utama dari algoritma *brute force* adalah dengan menguji seluruh kemungkinan dalam mendapatkan hasil yang memenuhi syarat sebagai solusi dari suatu permasalahan. Pendekatan ini yang menyebabkan algoritma *brute force* seringkali bersifat tidak efisien dikarenakan algoritmanya tidak mengutamakan efisiensi dan kecepatan eksekusi program, namun mengutamakan program dapat berjalan dengan cara yang secara *straightforward* dan optimal sehingga algoritma ini dapat juga disebut algoritma naif (naïve algorithm) dikarenakan menggunakan usaha untuk menguji segala kemungkinan dalam

pembentukkan algoritmanya, dibandingkan dengan memikirkan pengujian cara yang efisien atau membutuhkan jumlah tahapan yang lebih sedikit dalam algoritmanya sehingga tidak perlu menguji setiap kemungkinan.

Implementasi

2.1 Algoritma Program

```
def quickSort(list, key):
    if len(list) <= 1:</pre>
        return list
        pivot = list.pop()
    greaterPivot = []
    lesserPivot = []
    for titik in list:
        if titik[key] > pivot[key]:
            greaterPivot.append(titik)
            lesserPivot.append(titik)
    return quickSort(lesserPivot, key) + [pivot] + quickSort(greaterPivot,
key)
def dist(p1, p2):
   distance = 0
    for i in range(len(p1)):
        distance += (p1[i] - p2[i])**2
    return math.sqrt(distance)
def bruteForce(P, n):
    for i in range(n):
            if dist(P[i], P[j]) < min dist:</pre>
```

```
min dist = dist(P[i], P[j])
                closest pair = (P[i], P[j])
    return closest pair
def min(x, y):
   if x < y:
def stripClosest(strip, size, d, closest pair):
   for i in range(size):
        for j in range(i+1, size):
            if (strip[j][0] - strip[i][0]) >= min dist:
            if dist(strip[i], strip[j]) < min dist:</pre>
                min dist = dist(strip[i], strip[j])
                closest_pair = (strip[i], strip[j])
   return closest pair
def closestDots(P, n):
        return bruteForce(P, n)
   mid = n//2
   midPoint = P[mid]
   left pair = closestDots(P[:mid], mid)
   right pair = closestDots(P[mid:], n - mid)
   left closest = dist(*left pair)
   right closest = dist(*right pair)
   d = min(left closest, right closest)
   if left closest < right closest:</pre>
       closest pair = left pair
       closest pair = right pair
   strip = []
   for i in range(n):
        if abs(P[i][0] - midPoint[0]) < d:</pre>
            strip.append(P[i])
```

```
if len(strip) != 0:
        closest pair in strip = stripClosest(strip, len(strip), d,
closest pair)
        if dist(*closest pair) < dist(*closest pair in strip):</pre>
            return closest pair
            return closest pair in strip
       return closest pair
def DivAndConq(P, n):
   P = quickSort(P, 0)
   return closestDots(P, n)
def createRandomPoints(n, dimension):
   points = []
   for i in range(n):
            p.append(round(random.uniform(1, 100), 2))
        points.append(p)
   return points
def printPoints(points):
   print("The randomize points are,")
   for point in points:
       print("(", end='')
        for i in range(len(points[0])):
            print(point[i], end= '')
            if i < len(points[0])-1:</pre>
                print(", ")
       print(")")
def printPointPair(pair):
   p1, p2 = pair
   print("Point 1: (", end='')
   for j in range(len(p1)):
        print (p1[j], end= '')
        if (j < len(p1)-1):
```

```
print (', ', end ='')
   print(")")
   print("Point 2: (", end= '')
   for j in range(len(p2)):
       print (p2[j], end='')
       if (j < len(p2)-1):
           print (', ', end= '')
   print(")")
def visualizePoints(points, closest pair=None):
   fig = plt.figure()
   if len(points[0]) == 3:
        ax = fig.add subplot(111, projection='3d')
   elif len(points[0]) == 2:
       ax = fig.add subplot(111)
       ax = fig.add subplot(111)
   for i in range(len(points[0])):
        x.append([point[i] for point in points])
   if closest pair:
       p1, p2 = closest pair
       if (len(p1) == 3):
            ax.scatter(p1[0], p1[1], p1[2], color='r', s=100)
            ax.scatter(p2[0], p2[1], p2[2], color='r', s=100)
       elif (len(p1) == 2):
            ax.scatter(p1[0], p1[1], color='r', s=100)
           ax.scatter(p2[0], p2[1], color='r', s=100)
           ax.plot (p1[0], 0.0, color='r')
            ax.plot(p2[0], 0.0, color='r')
   if (len(p1) == 3):
        ax.plot([p1[0], p2[0]], [p1[1], p2[1]], [p1[2], p2[2]], color =
        ax.scatter(x[0], x[1], x[2])
       ax.set xlabel('X')
       ax.set ylabel('Y')
```

```
ax.set zlabel('Z')
    elif (len(p1) == 2):
        ax.plot([p1[0], p2[0]], [p1[1], p2[1]], color = 'r', linewidth = 'r'
5)
        ax.scatter(x[0], x[1])
        ax.set xlabel('X')
        ax.set ylabel('Y')
        y = [0 \text{ for i in range(len(x[0]))}]
        ax.plot([p1[0], p2[0]], [0, 0], color = 'r', linewidth = 5)
        ax.scatter(x[0], y)
        ax.set xlabel('X')
        ax.set ylabel('Y')
   plt.show()
print()
print("Mencari Pasangan Titik Terdekat 3D dengan Algoritma Divide and
Conquer")
print()
n titik = int(input("Jumlah titik: "))
while n titik <= 1:
   print("Jumlah titik untuk diuji tidak valid. Silahkan input ulang
dengan jumlah titik lebih dari 1!")
    n titik = int(input("Jumlah titik: "))
dimens = int(input("Dimensi: "))
while dimens <= 0:
   print("Dimensi tersebut tidak valid. Silahkan input ulang dimensi
dengan nilai 1 atau ke atas.")
   dimens = int(input("Dimensi: "))
P = createRandomPoints(n_titik, dimens)
P2 = P.copy()
print()
```

```
start bf = time.time()
closest pair2 = bruteForce(P2, n titik)
end bf = time.time()
euclid count bf = euclid count
start time = time.time()
closest pair = DivAndConq(P, n titik)
end time = time.time()
print()
print("Pasangan titik terdekat dengan algoritma Divide & Conquer:")
printPointPair(closest pair)
print()
print("Pasangan titik terdekat dengan algoritma BruteForce:")
printPointPair(closest pair2)
print()
print("Jarak pasangan titik terdekat Divide & Conquer: ",
dist(*closest pair)) #round(dist(*closest_pair), 2))
print()
print("Jarak pasangan titik terdekat Brute Force: ", dist(*closest_pair2))
print()
print("Jumlah operasi euclidean algoritma Divide & Conquer: ",
euclid count-euclid count bf)
print("Jumlah operasi euclidean algoritma Brute Force: ", euclid count bf)
print("Waktu Eksekusi Divide & Conquer ", 1000*(end time - start time),
"miliseconds")
print("Waktu Eksekusi Brute Force ", 1000*(end bf - start bf), "
miliseconds")
print()
if dimens <= 3 & dimens > 0:
        visualize = input("Apakah ingin ditampilkan visualisasinya? (Y /
N)")
            print("Input tidak valid. Silahkan input ulang!")
```

2.2 Penjelasan Algoritma

Pertama, diimplementasikan fungsi *quicksort*. *Quicksort* yang diimplementasikan dimulai dengan memilih pivot pada akhir list dan di pop (dikeluarkan dari *list*) dan kemudian setiap nilai dalam list dikomparasikan dengan pivot. Apabila lebih besar, dimasukkan ke dalam list baru yang berisi nilai - nilai lebih besar dari pivot dan apabila lebih kecil atau sama dengan, masuk ke dalam list baru berisi nilai - nilai lebih kecil dari pivot. Kemudian kedua list tersebut secara rekursif akan dilakukan *quicksort* lagi serta nilai pivot ditambahkan di antara kedua *list* tersebut.

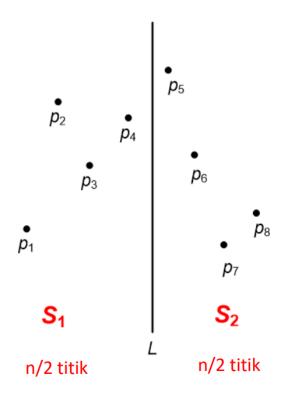
Dua fungsi utama yang digunakan adalah fungsi *bruteForce* dan *DivAndConq*. Fungsi *bruteForce* melakukan iterasi untuk n titik sebanyak n(n-1)/2 perhitungan untuk jarak setiap titik yang ada dengan lainnya. Hasil perhitungan tersebut kemudian selalu dibandingkan apakah nilainya merupakan jarak terpendek. Apabila iya, akan digunakan sebagai perbandingan untuk pengujian titik - titik lainnya. Setiap perhitungan ini berdasarkan besar dimensi titik yang dipilih, semakin banyak dimensinya, maka ditambahkan lagi berdasarkan selisih jarak untuk setiap nilai pada setiap sumbu atau setiap dimensinya.

Untuk fungsi *DivAndConq*, fungsi ini merupakan implementasi dari algoritma *Divide and Conquer* itu sendiri. Pertama, akan dilakukan *Quicksort* pada list acak keseluruhan titik, kemudian pada algoritma ini, dilakukan pembagian list hingga dapat diselesaikan secara *brute force* dan kemudian dikomparasikan lagi masing - masing jarak yang didapatkan dan disimpan jarak terkecil yang didapatkan. Setelah didapatkan jarang terkecil, dilakukan pengecekkan pada daerah *strip* yang membagi dua list tersebut, untuk setiap titik apabila jarak absis titik tersebut dengan titik tengah yang digunakan sebagai pembagi list menjadi dua lebih dekat dari jarak terdekat yang telah ditemukan, maka data tersebut akan ditampung terlebih dahulu ke dalam sebuah array. Hasil seluruh titik yang dimasukkan dalam sebuah array *strip* tersebut kemudian untuk sejumlah titik tersebut, dengan cara *bruteforce* dihitung kembali apabila ada jarak antar titik yang lebih dekat dari hasil pembagian, maka

Strategi

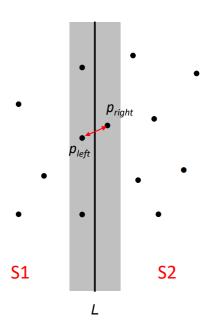
3.1 Strategi Algoritma Divide and Conquer

Strategi yang digunakan dalam mencari titik terdekat dari sekumpulan titik sembarang pada bidang tiga dimensi ini menggunakan pendekatan *divide and conquer* dengan cara membagi partisi titik berdasarkan salah satu sumbu pada bidang kartesius Sebelum pembagian ini, pertama kumpulan titik yang acak dalam *list* of titik tersebut diurutkan berdasarkan salah satu sumbu supaya bisa dipartisi menggunakan *quick sort* pada sumbu x terurut membesar, sehingga titik tengah dari *list* tersebut merupakan nilai titik tengah yang membagi dua list tersebut secara merata. Kemudian, secara rekursif, *list* tersebut dibagi dan dicari jarak terdekat dari setiap *list*. Pada setiap pembagian dibagi menjadi *list* kiri dan *list* kanan yang kemudian pasangan titik dengan jarak euclidean terdekatnya dihitung dan dibandingkan jarak euclidean dari kedua pasangan titik hasil dari *list* kiri dan *list* kanan untuk mendapatkan jarak terkecilnya.



Gambar 1 Hasil Pembagian Daerah setelah Quicksort

Setelah dihitung jarak terkecil dari *list* of titik, dilakukan pengecekkan jarak tersebut pada sumbu yang dipilih dalam partisi, yaitu nilai x (yang telah di *quick sort*) dari titik tengah dengan jarak euclidean terdekat. Pengecekkan jarak ini dilakukan pada daerah *strip*, dimana partisi dalam strip itu sendiri dilakukan *quick sort* lagi pada sumbu yang berbeda misalkan sumbu y (kecuali untuk dimensi 1), dan dikomparasikan ulang jarak titik - titik dalam daerah strip dan apabila ditemukan pasangan titik dengan jarak lebih dekat dari daerah diluar strip, yaitu *min distance* yang sudah ditemukan, maka jarak terdekat ini yang akan dipakai sebagai hasil jarak euclidean terdekatnya.



Gambar 2 Pengukuran Jarak Pasangan Titik dalam Daerah Strip

3.2 Analisis Kompleksitas

Pada algoritma divide and conquer ini, pertama, dilakukan *quicksort* untuk partisi titik - titik yang ada dalam bidang dan kemudian setiap pasangan titik dilakukan pengukuran euclidean dan dikomparasikan ke seluruh jumlah titik yang ada misalkan sebanyak n, maka pembagian partisi dari n titik tersebut dibagi menjadi n/2 titik pada dua bagian. Apabila titik - titik hanya berjumlah 2, maka dapat langsung dihitung jaraknya dan disimpulkan. Namun, untuk kasus berjumlah n atau banyak, diasumsikan jumlah titik $n = 2^k$, maka jumlah pembagian hingga bisa dilakukan *conquer* atau perhitungannya sendiri adalah 2 log n dengan jumlah perhitungan totalnya menjadi n/2 (yaitu jarak pasangan - pasangan titik yang terbentuk dari hasil *divide*) dan pada

setiap pembagian tersebut, dilakukan perhitungan titik - titik pada daerah *strip* apabila lebih dekat sebanyak en dimana e merupakan jumlah pasangan yang mungkin lebih dekat. Kompleksitasnya:

$$(n/2)$$
. $^{2}\log n \rightarrow T(n) = 2T(n/2) + cn = O(n^{2}\log n)$

Sedangkan, pada algoritma brute force, perhitungan untuk n titik, diperlukan sejumlah n(n-1)/2 operasi perhitungan untuk menguji setiap pasangan titik yang mungkin. Maka, kompleksitas untuk algoritma *brute force* adalah O(n²). Dari hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa secara *divide* dan *conquer* algoritma memiliki kompleksitas yang lebih sedikit. Namun, kompleksitas pada *divide and conquer* tersebut didasarkan oleh pasangan titik berdimensi 2. Hal itu disebabkan oleh perhitungan jarak pada setiap pasangan titik. Sehingga, perhitungan pada setiap pembagian sejumlah pasangan ²log n dihitung sebanyak d-1 kali dimana d merupakan dimensi dari titik. Jumlah dimensi ini juga berdampak pada iterasi perhitungan jarak pada daerah *strip*. Sehingga, kompleksitas algoritma ini untuk setiap dimensi yang mungkin sebagai berikut.

$$(n/2)$$
. ${}^{2}log^{d-1} n \rightarrow T(n) = 2T(n/2, d-1) + U(n, d) = O(n ({}^{2}log n)^{d-1}).$

Berdasarkan perhitungan kompleksitas tersebut, algoritma ini juga memiliki keterbatasan untuk efisiensi pada dimensi yang cukup besar. Dalam implementasi yang diutamakan, yaitu pada dimensi 3, dimensi masih berdampak sangat amat kecil sehingga masih lebih efisien dibandingkan dengan algoritma brute force (perpangkatan 2). Namun, untuk dimensi yang besar, algoritma *bruteForce* memungkinkan untuk lebih efisien.

Testcase

```
Closest Pair of Points in 3D Using DIVIDE AND CONQUER Algorithm

Jumlah titik: 16
Dimensi: 3

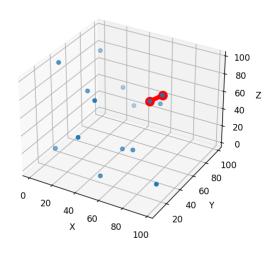
Pasangan titik terdekat: (Divide & Conquer)
Point 1: (70.47, 53.63, 71.08)
Point 2: (79.52, 56.02, 79.51)

Pasangan titik terdekat: (bruteForce)
Point 1: (79.52, 56.02, 79.51)
Point 2: (70.47, 53.63, 71.08)

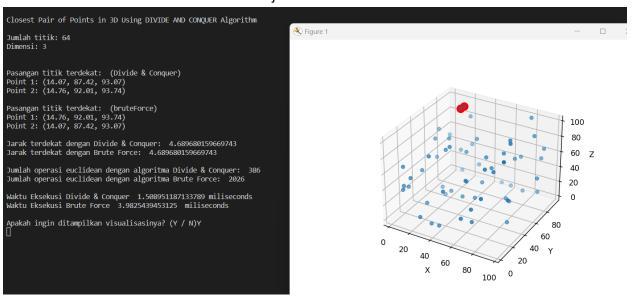
Jarak terdekat dengan Divide & Conquer: 12.596805150513367

Jumlah operasi euclidean dengan algoritma Divide & Conquer: 76
Jumlah operasi euclidean dengan algoritma Brute Force: 125

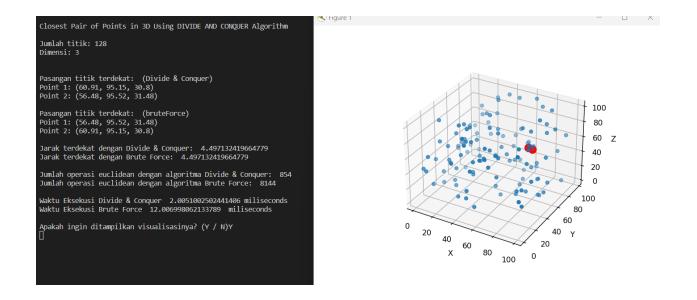
Waktu Eksekusi Divide & Conquer 0.0 miliseconds
Waktu Eksekusi Brute Force 0.0 miliseconds
Apakah ingin ditampilkan visualisasinya? (Y / N)Y
```



Gambar 3 Uji Kasus 1 Jumlah titik 16

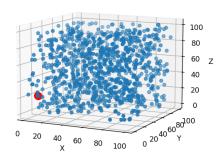


Gambar 4 Uji Kasus 2 Jumlah titik 64

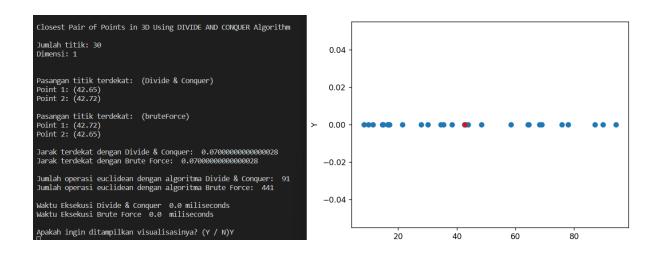


Gambar 5 Uji Kasus 3 Jumlah titik 128

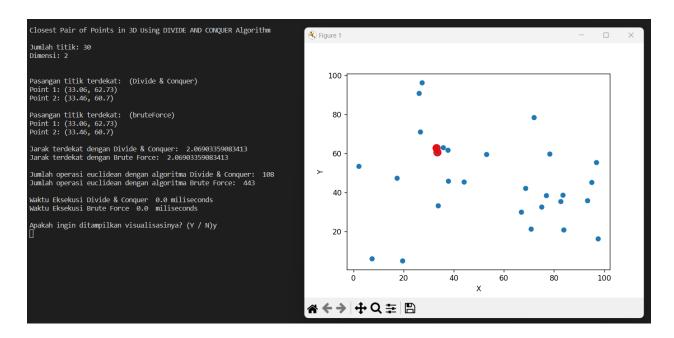




Gambar 6 Uji Kasus 4 Jumlah titik 1000



Gambar 7 Uji Kasus 5 Jumlah titik 30 dimensi 1



Gambar 8 Uji Kasus 6 Jumlah titik 30 dimensi 2

```
Closest Pair of Points in 3D Using DIVIDE AND CONQUER Algorithm
Jumlah titik: 31
Dimensi: 5
Pasangan titik terdekat: (Divide & Conquer)
Point 1: (61.9, 87.03, 5.99, 73.77, 43.49)
Point 2: (64.24, 89.02, 8.62, 66.05, 62.05)
Pasangan titik terdekat: (bruteForce)
Point 1: (61.9, 87.03, 5.99, 73.77, 43.49)
Point 2: (64.24, 89.02, 8.62, 66.05, 62.05)
Jarak terdekat dengan Divide & Conquer: 20.50425809435688
Jarak terdekat dengan Brute Force: 20.50425809435688
Jumlah operasi euclidean dengan algoritma Divide & Conquer: 276
Jumlah operasi euclidean dengan algoritma Brute Force: 471
Waktu Eksekusi Divide & Conquer 0.0 miliseconds
Waktu Eksekusi Brute Force 2.0165443420410156 miliseconds
Maaf, tidak dapat divisualisasikan pada dimensi, 5
PS C:\Users\Dave Bahana\Downloads\Tucil2 13521067 13521145>
```

Gambar 9 Uji Kasus 7 Jumlah titik 31 dimensi 5

```
Closest Pair of Points in 3D Using DIVIDE AND CONQUER Algorithm
Jumlah titik: 37
Dimensi: 6
Pasangan titik terdekat: (Divide & Conquer)
Point 1: (34.16, 85.2, 43.4, 93.43, 64.31, 35.76)
Point 2: (18.44, 85.67, 28.31, 82.02, 56.29, 35.88)
Pasangan titik terdekat: (bruteForce)
Point 1: (18.44, 85.67, 28.31, 82.02, 56.29, 35.88)
Point 2: (34.16, 85.2, 43.4, 93.43, 64.31, 35.76)
Jarak terdekat dengan Divide & Conquer: 25.876056500170193
Jarak terdekat dengan Brute Force: 25.876056500170193
Jumlah operasi euclidean dengan algoritma Divide & Conquer: 578
Jumlah operasi euclidean dengan algoritma Brute Force: 673
Waktu Eksekusi Divide & Conquer 1.5153884887695312 miliseconds
Waktu Eksekusi Brute Force 1.9948482513427734 miliseconds
Maaf, tidak dapat divisualisasikan pada dimensi, 6
PS C:\Users\Dave Bahana\Downloads\Tucil2_13521067_13521145> [
```

Gambar 10 Uji Kasus 8 Jumlah titik 37 dimensi 6

Lampiran

Repository Github: https://github.com/kenndave/Tucil2 13521067 13521145.git