

Planteamiento del problema

Enunciado

En una empresa de cereales se producen y venden tres tipos de productos: granola (x), arroz tostado (y) y cereal endulzado (z).

Se sabe que:

- En el primer trimestre del año se produjeron 16 toneladas de granola, 14 toneladas de arroz tostado y 12 toneladas de cereal endulzado.
- En el segundo trimestre, la producción total de los tres cereales fue de 58 toneladas.
- En el último trimestre, dos veces la cantidad de granola más tres veces la de arroz tostado fue igual a la cantidad de cereal endulzado fabricado.

Instrucciones:

- a. Plantee el sistema de ecuaciones.
- b. Resuelvalo utilizando el método de Gauss-Jordan.

Datos organizados

Resumen de los datos

Trimestre	Produccion	Ecuacion
1er Trimestre	$x = 16, y = 14, z = 12$	–
2do Trimestre	$x + y + z = 58$	$x + y + z = 58$
3er Trimestre	$2x + 3y = z$	$2x + 3y - z = 0$

Parte a: Sistema de ecuaciones

Planteamiento

Diferencia entre el primer y segundo trimestre:

$$\begin{aligned}(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1) &= 58 - (16 + 14 + 12) \\ -x + y + z &= 10 \quad (\text{Ecuación 1})\end{aligned}$$

Sistema completo:

$$\begin{aligned}-x + y + z &= 10 \\ x + y + z &= 58 \\ 2x + 3y - z &= 0\end{aligned}$$

Matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 58 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \end{array} \right]$$

Paso 1: Eliminación de x

Operaciones

$$R_2 \leftarrow R_2 + R_1$$

$$R_3 \leftarrow R_3 + 2R_1$$

Resultado

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 2 & 2 & 68 \\ 0 & 5 & 1 & 20 \end{array} \right]$$

Paso 2: Eliminación de y en R_3

Operaciones

$$R_2 \leftarrow \frac{1}{2}R_2$$

$$R_3 \leftarrow R_3 - 5R_2$$

Resultado

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & 34 \\ 0 & 0 & -4 & -150 \end{array} \right]$$

Paso 3: Eliminación de z

Operaciones

$$R_3 \leftarrow -\frac{1}{4}R_3$$

$$R_1 \leftarrow R_1 - R_3$$

$$R_2 \leftarrow R_2 - R_3$$

Resultado

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 0 & -27,5 \\ 0 & 1 & 0 & -3,5 \\ 0 & 0 & 1 & 37,5 \end{array} \right]$$

Paso 4: Solucion final

Último paso

$$R_1 \leftarrow R_1 - R_2$$

Matriz final

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 0 & -24 \\ 0 & 1 & 0 & -3,5 \\ 0 & 0 & 1 & 37,5 \end{array} \right]$$

Solucion

$$x = 24 \text{ t}$$

$$y = -3,5 \text{ t}$$

$$z = 37,5 \text{ t}$$

Verificación del sistema

Sustitución en las ecuaciones

- $-x + y + z = -24 + (-3,5) + 37,5 = 10 \quad \checkmark$
- $x + y + z = 24 + (-3,5) + 37,5 = 58 \quad \checkmark$
- $2x + 3y - z = 48 + (-10,5) - 37,5 = 0 \quad \checkmark$

Nota importante

El valor negativo de y indica una posible inconsistencia en los datos reportados. Se recomienda verificar el planteamiento original.

Analisis de resultados

Valores finales

- Granola: 24 t
- Arroz tostado: -3.5 t
- Endulzado: 37.5 t

Causas posibles

- Error en los datos
- Deficit real de produccion
- Mala planificacion

Conclusion

- El metodo Gauss-Jordan permite detectar inconsistencias.
- Es fundamental verificar los datos iniciales.
- Resultados negativos deben analizarse cuidadosamente.