

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

• CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Hai phương trình được gọi là tương đương khi

- A. Có cùng tập xác định. B. Có số nghiệm bằng nhau.
C. Có cùng dạng phương trình. D. Có cùng tập hợp nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa sách giáo khoa 10 thì hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 2. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương với phương trình $x-1=0$?

- A. $x+2=0$. B. $x+1=0$. C. $2x-2=0$. D. $(x-1)(x+2)=0$.

Lời giải

Chọn C

Hai phương trình $x-1=0$ và $2x-2=0$ tương đương nhau vì có cùng tập nghiệm là $S=\{1\}$.

Câu 3. Cho phương trình: $x^2+x=0$ (1). Phương trình nào tương đương với phương trình (1)?

- A. $x(x+1)=0$. B. $x+1=0$. C. $x^2+(x+1)^2=0$. D. $x=0$

Lời giải

Chọn A

$$(1) \Leftrightarrow x^2+x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\text{Ý A: } x(x+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

Câu 4. Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai phương trình $x^2+1=0$ và $|x+1|=-3$ là hai phương trình tương đương.
B. Các phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.
C. Các phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.
D. Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.

Lời giải

Chọn A

Ở đáp án A, Dễ thấy hai phương trình đều vô nghiệm nên chúng là hai phương trình tương đương.

Câu 5. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2-3x=0$?

- A. $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$. B. $x^2+\frac{1}{x-3}=3x+\frac{1}{x-3}$.
C. $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$. D. $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2-3x=0$ có hai nghiệm $x=0; x=3$

Phương trình đáp án A không nhận $x = 0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Phương trình đáp án B không nhận $x = 3$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Phương trình đáp án D không nhận $x = 0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Câu 6. Cho phương trình $f(x) = g(x)$ xác định với mọi $x > 0$. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào **không** tương đương với phương trình đã cho?

A. $\sqrt{x^2 + 2x + 3}.f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}.g(x)$. B. $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$.

C. $k.f(x) = k.g(x)$, với mọi số thực $k \neq 0$ D. $(x^2 + 1).f(x) = (x^2 + 1).g(x)$.

Lời giải

Chọn B

$\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$ xác định khi $x < 0$ và $f(x), g(x)$ có nghĩa.

Biến đổi từ phương trình $f(x) = g(x)$ sang phương trình $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$ không là biến đổi tương đương do làm thay đổi TXĐ của phương trình nên hai phương trình này không tương đương.

Câu 7. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2 - 4 = 0$?

A. $(2+x)(-x^2 + 2x + 1) = 0$

B. $(x-2)(x^2 + 3x + 2) = 0$

C. $\sqrt{x^2 - 3} = 1$

D. $x^2 - 4x + 4 = 0$

Lời giải

Ta có phương trình: $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ do đó tập nghiệm của phương trình đã cho là:

$S_0 = \{-2; 2\}$. Xét các đáp án:

- Đáp án A: Giải phương trình: $(2+x)(-x^2 + 2x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ -x^2+2x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Do đó tập nghiệm của phương trình là: $S_1 = \{-2; 1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}\} \neq S_0$

- Đáp án B: Giải phương trình: $(x-2)(x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$

Do đó tập nghiệm của phương trình là: $S_2 = \{-2; -1; 2\} \neq S_0$.

- Đáp án C: Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Do đó tập nghiệm $S_3 = S_0$ nên chọn đáp án **C**.

- Đáp án D: Có $S_4 = \{2\} \neq S_0$.

Đáp án C.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x-1=0$

B. $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = 0$

C. $|x-2|=|x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2$

D. $x^2=1 \Leftrightarrow x=1$

Lời giải

Chọn đáp án D vì $x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Còn các khẳng định khác đều đúng.

Đáp án D.

Câu 9. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$

Lời giải

Xét các đáp án:

- Đáp án A: + Phương trình $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$

+ Phương trình $2x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Do đó cặp phương trình ở đáp án A không tương đương vì không cùng tập nghiệm.

- Đáp án B: + Phương trình $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=0$

+ Phương trình $x=0$

Vậy chọn đáp án **B.**

- Đáp án C: + Phương trình $\sqrt{x+1}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=(2-x)^2 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+3=0 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{5-\sqrt{13}}{2}$

+ Phương trình $x+1=(2-x)^2 \Leftrightarrow x^2-5x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

Do đó hai phương trình trong đáp án C không tương đương.

- Đáp án D: $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow$ Tập nghiệm rỗng.

Do đó phương trình $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$ không phải là hai phương trình tương đương.

Đáp án B.

Câu 10. Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:

A. $\sqrt{x-1}=x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1}=x(2x+1)$

B. $\sqrt{(x+1)(2-x)}=0$ và $\sqrt{1+x}.\sqrt{2-x}=0$

C. $\frac{2x}{(x+1)^2}=\frac{x^2}{x+1}$ và $\frac{2x}{x+1}=x^2$

D. $\sqrt{x^2(x-2)}=0$ và $|x|.\sqrt{x-2}=0$

Lời giải

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: Điều kiện của hai phương trình là $x \geq 1$

Khi đó $2x+1 > 0$ nên ta có thể chia 2 vế của phương trình thứ hai cho $2x+1$ nên hai phương trình tương đương.

- Đáp án B: Hai phương trình có cùng tập nghiệm là $\{-1; 2\}$ nên tương đương.

- Đáp án C: Điều kiện của hai phương trình là $x \neq -1$ nên ta có thể nhân phương trình thứ nhất với $x+1 \neq 0$ ta được phương trình thứ hai.

Vậy hai phương trình tương đương.

- Đáp án D: Phương trình $\sqrt{x^2(x-2)} = 0$ có 2 nghiệm $x = 2$ và $x = 0$ thỏa mãn điều kiện

$$\begin{cases} x = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Còn phương trình $|x| \cdot \sqrt{x-2} = 0$ chỉ có nghiệm $x = 2$ vì $x = 0$ không thỏa mãn điều kiện $x \geq 2$.

Vậy hai phương trình không cùng tập nghiệm nên không tương đương.

Đáp án D.

Câu 11. Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?

A. $x + \sqrt{x^2 - 2} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow x = x^2$.

B. $\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow 2-x = x^2$.

C. $x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2$.

D. $x + \sqrt{x^2 + 3} = x^2 + \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow x = x^2$.

Lời giải

Chọn D

* Xét phương án A:

$$x + \sqrt{x^2 - 2} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án B:

$$\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$2-x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án C:

$$x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án D:

$$x + \sqrt{x^2 + 3} = x^2 + \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3 \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

2 phương trình có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi là tương đương.

Câu 12. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2 - 5} = 2 - x$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$x^2 - 5 = (2 - x)^2 \quad (2)$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $4x = 9$.

$$\text{Bước 3: } (2) \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}.$$

Vậy phương trình có một nghiệm là: $x = \frac{9}{4}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng.

B. Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 2.

D. Sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn D

Bài giải sai ở bước 3 vì HS chưa kiểm tra $x = \frac{9}{4}$ có là nghiệm của phương trình (1) hay không

Câu 13. Phương trình $x^2 = 3x$ tương đương với phương trình:

$$\text{A. } x^2 \sqrt{x-3} = 3x \sqrt{x-3}.$$

$$\text{B. } x^2 + \sqrt{x^2 + 1} = 3x + \sqrt{x^2 + 1}.$$

$$\text{C. } x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}.$$

$$\text{D. } x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}.$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } x^2 + \sqrt{x^2 + 1} = 3x + \sqrt{x^2 + 1} \Leftrightarrow x^2 = 3x, \forall x \in \mathbb{R}$$

Câu 14. Khi giải phương trình $\frac{(x-3)(x-4)}{\sqrt{x-2}} = 0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

$$\text{Bước 1: } (1) \Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}}(x-4) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Bước 2: } \Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}} = 0 \cup x-4 = 0.$$

$$\text{Bước 3: } \Leftrightarrow x = 3 \cup x = 4.$$

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T = \{3; 4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 2.

B. Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 4.

D. Sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn A

Vì nghiệm $x = 4$ không là nghiệm của PT (2)

Câu 15. Khi giải phương trình $\frac{(x-5)(x-4)}{\sqrt{x-3}} = 0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1) \Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}(x-4)=0$ (2)

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}=0 \cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=5 \cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T = \{5; 4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

- A. Sai ở bước 3. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 1. D. Sai ở bước 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Phép biến đổi nào sau đây đúng

A. $5x + \sqrt{x-3} = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x = \sqrt{x-3}$.

B. $\sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x+2 = x^2$.

C. $3x + \sqrt{x-1} = x^2 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 3x = x^2$.

D. $\frac{x+3}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{2-x}{x-1} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì phép biến đổi không làm thay đổi điều kiện của PT, các đáp án còn lại thì phép biến đổi làm thay đổi Đk của PT nên không phải là phép biến đổi tương đương

Câu 17. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x + \frac{1}{x} = 1$?

A. $7 + \sqrt{6x-1} = -18$. B. $|2x-1| + \sqrt{2x+1} = 0$. C. $x\sqrt{x-5} = 0$. D. $x^2 + \sqrt{x} = -1$.

Lời giải

Chọn C

Vì PT $x + \frac{1}{x} = 1$ vô nghiệm còn PT $x\sqrt{x-5} = 0$ có nghiệm

Câu 18. Cho phương trình $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = \frac{2x}{x+1}$. Với điều kiện $x \neq -1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $3x-2-(x+1)=2x$. B. $3x-2-1=2x$.

C. $3x-2-x+1=2x$. D. $3x-2=2x$.

Lời giải

Chọn A

Với Đk $x \neq -1$, $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = \frac{2x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{3x-2-(x+1)}{x+1} = \frac{2x}{x+1} \Leftrightarrow 3x-2-(x+1)=2x$

Câu 19. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x\sqrt{3-2x}+x^2=x^2+x$ và $x\sqrt{3-2x}=x$. B. $3x\sqrt{x+1}=8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1}=16\sqrt{3-x}$.

C. $x+1=x^2-2x$ và $x+2=(x-1)^2$.

D. $\sqrt{x+2}=2x$ và $x=\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Vì tập nghiệm của 2 PT là không bằng nhau

Câu 20. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $x^2+1=0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$.

B. $x^2=1 \Leftrightarrow x=1$.

C. $|x-2|=|x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2$.

D. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Vì hai PT $x^2=1$ và $x=1$ là không tương đương

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x=x^2$.

B. $\frac{2x-3}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1} \Leftrightarrow 2x-3=(x-1)^2$.

C. $3x+\sqrt{x-2}=x^2 \Leftrightarrow 3x=x^2-\sqrt{x-2}$.

D. $\sqrt{x-1}=3x \Leftrightarrow x-1=9x^2$.

Lời giải

Chọn C

Vì khi cộng hai vế của PT với cùng một biểu thức mà không làm thay đổi Đk của PT đã cho ta được một PT tương đương

Câu 22. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$.

B. $x(x+2)=x$ và $x+2=1$.

C. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

D. $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì hai PT $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$ có cùng tập nghiệm

Câu 23. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$.

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$.

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$.

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Vì hai PT $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$ có cùng tập nghiệm

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2}=1$ là

A. $x=\pi+k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x=k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x=\pi+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Phương trình tương đương $\sin \frac{x}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pi+k4\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 25. Phương trình $\sin \left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

B. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$.

C. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$.

D. $x=\frac{\pi}{3}+2\pi$.

Lời giải

$\sin \left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 26. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x=1$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$.

D. $x=\frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 27. Tìm nghiệm của phương trình $2\sin x - 3 = 0$.

- A.** $x \in \emptyset$. **B.** $\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** $\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = -\arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{3}{2} > 1$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 28. Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

- A.** $x = \pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{2}$. **C.** $x = \frac{\pi}{2}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm của phương trình $\sin x = 1$.

Câu 29. Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30^\circ$ là

- A.** $S = \{30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
B. $S = \{\pm 30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{\pm 30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $S = \{30^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Ta có $\sin x = \sin 30^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - 30^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = 150^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 31. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 32. Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có: $2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ k \in \mathbb{Z}.$

Câu 33. Phương trình $2\sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 34. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 35. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 36. Giải phương trình $\cos x = 1$.

- A.** $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn

D.

$$\text{Ta có } \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 37. Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là:

- A.** $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 38. Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo công thức nghiệm đặc biệt thì } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \text{ Do đó Chọn \#A.}$$

Câu 39. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 40. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$\cos \frac{x}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 3k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 41. Phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

$2\cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 42. Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.**
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.**
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}.$ Ta có $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 43. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Phương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 44. Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình tương đương với $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi$

Câu 45. Tìm công thức nghiệm của phương trình $2\cos(x + \alpha) = 1$.

A. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$2\cos(x + \alpha) = 1 \Leftrightarrow \cos(x + \alpha) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x + \alpha = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 46. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m, (m \in \mathbb{R})$.

A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \arctan m + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 47. Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** \emptyset . **C.** $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 48. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **C.** $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Trình bày lại

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (*)$$

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$ Kết hợp điều kiện (*) suy ra $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 49. Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$ **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi.$ **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$ **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$$

Câu 50. Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$ **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$ **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi.$ **D.** vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C

$$\tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 51. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi.$ **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$ **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$ **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{3} + 3 \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 52. Giải phương trình $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0.$

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$
C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 53. Phương trình lượng giác $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. Vô nghiệm.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 54. Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \arccot \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \arccot \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 55. Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\cot(3x-1) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(3x-1) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

$\Leftrightarrow 3x-1 = \frac{-\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18}$.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $3 \sin x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 7

B. 6

C. 3

D. 5

Lời giải

$3 \sin x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1-m}{3}$, để có nghiệm ta có $-1 \leq \frac{1-m}{3} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4$

Nên có 7 giá trị nguyên từ -2; đến 4.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq -1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

Lời giải

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta luôn có $-1 \leq \sin x \leq 1$.

Do đó, phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m \in [-1; 1]$.

D. $m \in (-\infty; -1)$.

Lời giải

Áp dụng điều kiện có nghiệm của phương trình $\cos x = a$.

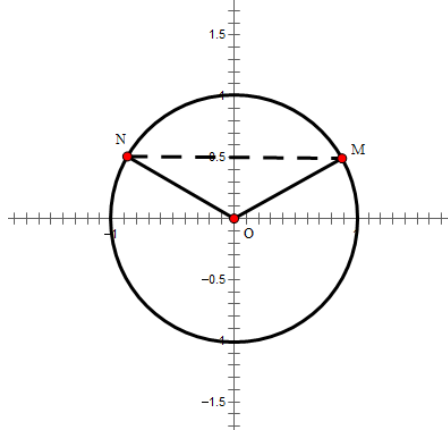
● Phương trình có nghiệm khi $|a| \leq 1$.

● Phương trình vô nghiệm khi $|a| > 1$.

Phương trình $\cos x - m = 0 \Leftrightarrow \cos x = m$.

Do đó, phương trình $\cos x = m$ vô nghiệm $\Leftrightarrow |m| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 59. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 2 điểm M, N ?



A. $2 \sin 2x = 1$.

B. $2 \cos 2x = 1$.

C. $2 \sin x = 1$.

D. $2 \cos x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy 2 điểm M và N là các giao điểm của đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm $\frac{1}{2}$ với đường tròn lượng giác $\Rightarrow M$ và N là các điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \sin x = 1 \Rightarrow$ Đáp án. **C.**

Câu 60. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3 \sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x = \frac{m^2 - 5}{3}$

Vì $\sin 2x \in [-1; 1]$ nên $\frac{m^2 - 5}{3} \in [-1; 1] \Leftrightarrow m^2 \in [2; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq m \leq -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị.

Câu 61. Cho phương trình $\cos 5x = 3m - 5$. Gọi đoạn $[a; b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Tính $3a + b$.

A. 5.

B. -2.

C. $\frac{19}{3}$.

D. 6.

Lời giải

Phương trình đã cho có nghiệm khi $-1 \leq 3m - 5 \leq 1 \Leftrightarrow 4 \leq 3m \leq 6 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \leq m \leq 2$.

Khi đó tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm là $\left[\frac{4}{3}; 2\right]$.

Ta được $a = \frac{4}{3}$; $b = 2$. Suy ra $3a + b = 6$.

- Câu 62.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Áp dụng điều kiện có nghiệm của phương trình $\cos x = a$.

● Phương trình có nghiệm khi $|a| \leq 1$.

● Phương trình vô nghiệm khi $|a| > 1$.

Do đó, phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m + 1| \leq 1$

$$\Leftrightarrow -1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1; 0\}.$$

- Câu 63.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S .
A. $T = 6$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = -2$. **D.** $T = -6$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = m + 2.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow -1 \leq m + 2 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$$

$$\xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} S = \{-3; -2; -1\} \longrightarrow T = (-3) + (-2) + (-1) = -6.$$

- Câu 64.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1 - m}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow -1 \leq \frac{1 - m}{\sqrt{3}} \leq 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{0; 1; 2\}.$$

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên của tham số m .

- Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $m \cos x + 1 = 0$ có nghiệm?
A. 2018. **B.** 2019. **C.** 4036. **D.** 4038.

Lời giải

$$\text{Ta có } m \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{m}.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow -1 \leq -\frac{1}{m} \leq 1 \Leftrightarrow m \geq 1 \xrightarrow[m \in [-2018; 2018]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{1; 2; 3; \dots; 2018\}.$$

Vậy có tất cả 2018 giá trị nguyên của tham số m .

- Câu 66.** Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\sin 2x = \cos x \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 67. Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

A. $x = k\pi$; $x = k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = k2\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = k\pi$; $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Lời giải

$$\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}.$$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0 \quad (1) \text{ và } (m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0 \quad (2).$$

A. $m = -5$.

B. $m = -5$; $m = 4$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử hai phương trình (1) và (2) tương đương

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow (x-1)(mx-m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ mx - m + 2 = 0 \end{cases}$$

Do hai phương trình tương đương nên $x = 1$ là nghiệm của phương trình (2)

Thay $x = 1$ vào phương trình (2) ta được

$$(m-2) - 3 + m^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -5 \end{cases}$$

• Với $m = -5$: Phương trình (1) trở thành $-5x^2 + 12x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{5} \end{cases}$

Phương trình (2) trở thành $-7x^2 - 3x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{10}{7} \end{cases}$

Suy ra hai phương trình không tương đương

• Với $m = 4$: Phương trình (1) trở thành $4x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

Phương trình (2) trở thành $2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Suy ra hai phương trình tương đương

Vậy $m = 4$ thì hai phương trình tương đương.

Câu 69. Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$2x^2 + mx - 2 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad 2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0 \quad (2).$$

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = -2$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử hai phương trình (1) và (2) tương đương

$$\text{Ta có } 2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(2x^2 + mx - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 + mx - 2 = 0 \end{cases} \quad \text{Do hai phương trình tương đương nên } x = -2 \text{ cũng là nghiệm của phương}$$

trình (1) Thay $x = -2$ vào phương trình (1) ta được $2(-2)^2 + m(-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 3$

• Với $m = 3$ phương trình (1) trở thành $2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\text{Phương trình (2) trở thành } 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2(2x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Suy ra phương trình (1) tương đương với phương trình (2)}$$

Vậy $m = 3$.

Câu 70. Cho phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $S_1 = \{m; 2m-1\}$ và phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm $S_2 = [1; 2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x) = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x) = 0$.

- A. $1 < m < \frac{3}{2}$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $m \in \emptyset$. D. $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1, S_2 lần lượt là tập nghiệm của hai phương trình $f(x) = 0$ và $g(x) = 0$.

Ta nói phương trình $g(x) = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x) = 0$ khi $S_1 \subset S_2$.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \\ 1 \leq 2m-1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \\ 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{3}{2}.$$

Câu 71. Xác định m để hai phương trình sau tương đương:

$$x^2 + x + 2 = 0 \quad (1) \text{ và } x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 2 = 0 \quad (2)$$

A. $m < -3$

B. $m \leq -3$

C. $m \leq -6$

D. $m \geq -6$

Lời giải

Để thấy phương trình (1) vô nghiệm.

Để hai phương trình tương đương thì phương trình (2) cũng phải vô nghiệm, tức là:

$$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + m - 2) < 0 \Leftrightarrow m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -3.$$

Đáp án A.

Câu 72. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

+ Xét $x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k .

+ Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có hai giá trị k là: $k = 0; k = 1$.

• Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$.

• Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$.

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 73. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x = \frac{\pi}{12}$ làm nghiệm.

A. $m \neq 2$.

B. $m = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-2}$.

C. $m = -4$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Vì $x = \frac{\pi}{12}$ là một nghiệm của phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nên ta có:

$$(m-2) \cdot \sin \frac{2\pi}{12} = m+1 \Leftrightarrow \frac{m-2}{2} = m+1 \Leftrightarrow m-2 = 2m+2 \Leftrightarrow m = -4.$$

Vậy $m = -4$ là giá trị cần tìm.

Câu 74. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

+) TH1: $x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < k < \frac{13}{12}$. Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$. Suy ra trường hợp này có nghiệm $x = \frac{4\pi}{9}$ thỏa mãn.

+) TH2: $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{4}$. Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$. Suy ra trường hợp này có nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình chỉ có 2 nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 75. Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tự luận

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

- Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{5\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

- Xét $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{2\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Câu 76. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

$$\text{Vì } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ nên } x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 77. Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi, \beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. $-\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \alpha = -\frac{\pi}{6} \text{ và } \beta = -\frac{\pi}{3}. \text{ Khi đó } \alpha + \beta = -\frac{\pi}{2}.$$

Câu 78. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{5\pi}{6}$.

B. $S = \frac{\pi}{3}$.

C. $S = \frac{\pi}{2}$.

D. $S = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ nên } x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow S = \frac{\pi}{6}.$$

Câu 79. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Suy ra số nghiệm thuộc $[\pi; 2\pi]$ của phương trình là 1.

Câu 80. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 20179.

B. 20181.

C. 16144.

D. 16145.

Lời giải

Ta có

$$\sin 5x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + k2\pi \\ 5x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + m\pi & (m \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{6} + n\pi & (n \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \in [-2018\pi; 2018\pi] \text{ nên } \begin{cases} -2018\pi \leq k\frac{\pi}{2} \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{5\pi}{6} + m\pi \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + n\pi \leq 2018\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4036 \leq k \leq 4036 \\ -\frac{12113}{6} \leq m \leq \frac{12103}{6} \\ -\frac{12109}{6} \leq n \leq \frac{12107}{6} \end{cases}.$$

Do đó có 8073 giá trị k , 4036 giá trị m , 4036 giá trị n , suy ra số nghiệm cần tìm là 16145.

Câu 81. Số nghiệm thực của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:

A. 12.

B. 11.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình tương đương: } \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ ta có } -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{-\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq k \leq \frac{61}{12}, k \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow 0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{Z}$. Do đó phương trình có 6 nghiệm.

$$+ \text{ Với } x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ ta có } -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{7\pi}{6} + k2\pi \leq 10\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-4}{3} \leq k \leq \frac{53}{12}, k \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow -1 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$. Do đó, phương trình có 6 nghiệm.

+ Rõ ràng các nghiệm này khác nhau từng đôi một, vì nếu

$$-\frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{7\pi}{6} + k'2\pi \Leftrightarrow k - k' = \frac{2}{3}.$$

Vậy phương trình có 12 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$.

Câu 82. Phương trình: $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.

A. 8.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Vì } x \in (0; 3\pi) \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right\}.$$

Câu 83. Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $4\sin^2 2x - 1 = 0$ bằng:

A. π .

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. 0.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4\sin^2 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - \cos 4x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{12} \\ x_2 = -\frac{\pi}{12} \\ x_3 = -\frac{5\pi}{12} \\ x_4 = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0.$$

Câu 84. Biết các nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có dạng $x = \frac{\pi}{m} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{n} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$; với m, n là các số nguyên dương) Khi đó $m+n$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn

D.

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow m+n = 3+3 = 6.$$

Câu 85. Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình:

$$\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$. Vậy số nghiệm phương trình là 2

Câu 86. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là:

- A. $x = \pi$. B. $x = \frac{11\pi}{12}$. C. $x = \frac{2\pi}{3}$. D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$$

$$\text{Xét } x \in [0; \pi] \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \pi \\ 0 \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \\ \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{7}{6} \end{cases} \text{ mà } k \in \mathbb{Z} \text{ suy ra } \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 87. Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

- A. $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.
C. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do số đo một góc là nghiệm nên $x = \frac{\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tam giác có số đo ba góc là: $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$ hoặc $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.

Câu 88. Số nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ thuộc đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ là?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Ta có $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$, do $x \in [-2\pi; 2\pi]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $-2\pi \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Rightarrow k = -1; k = 0.$

Xét $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$, do $x \in [-2\pi; 2\pi]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $-2\pi \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Rightarrow k = 1; k = 0.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$.

Câu 89. Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Ta có $\cos 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos(\pi + x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Vì $-\pi < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} \end{cases}.$

Câu 90. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ bằng T . Khi đó T có giá trị là:

A. $T = \frac{7\pi}{6}.$

B. $T = 2\pi.$

C. $T = \frac{4\pi}{3}.$

D. $T = \pi.$

Lời giải

Ta có: $\cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3}; (k \in \mathbb{Z}).$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $0 < \frac{k2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow 0 < k < 3.$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2\} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}; x = \frac{4\pi}{3}.$

Vậy $T = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 2\pi.$

Câu 91. Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$2\cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Mà $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$.

Câu 92. Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình: $\tan x = \tan 3x$

- A. 55π . B. $\frac{171\pi}{2}$. C. 45π . D. $\frac{190\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

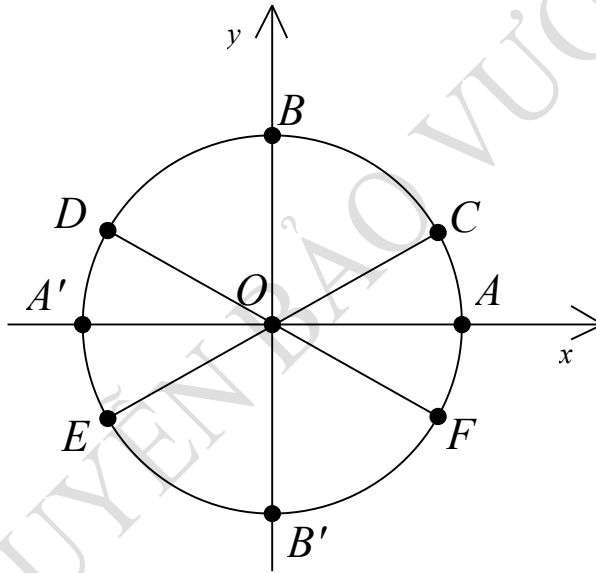
Điều kiện để phương trình có nghĩa $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (*)$

Khi đó, phương trình $3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ so sánh với đk

$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, x \in [0; 30] \Rightarrow k = \{0; \dots; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}$$

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình là: 45π .

Câu 93. Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



- A. Điểm F, điểm D. B. Điểm C, điểm F.
C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F. D. Điểm E, điểm F.

Lời giải

$$\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } 0 < x < 2\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \text{ hoặc } x = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 94. Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$ là?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Chọn C

$$\text{Ta có } \tan x = \tan \frac{3\pi}{11} \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{11} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in \left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right) \rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{11} + k\pi < 2\pi \xrightarrow[\text{approx}]{\text{CASIO}} -0,027 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0; 1\}.$$

Câu 95. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng:

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. 2π .

Lời giải:

Chọn C

$$\text{Ta có: } \tan 5x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan 5x = \tan x \Leftrightarrow 5x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi), \text{ suy ra } 0 \leq \frac{k\pi}{4} < \pi \Leftrightarrow 0 \leq k < 4 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = \{0; 1; 2; 3\}$$

$$\text{Suy ra các nghiệm của phương trình trên } [0; \pi) \text{ là } \left\{0; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right\}$$

$$\text{Suy ra } 0 + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

Câu 96. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng)

- A. 0° . B. -30° . C. 30° . D. -60° .

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Ta có } \tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow 2x - 15^\circ = 45^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in (-90^\circ; 90^\circ) \rightarrow -90^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} k = 1 \rightarrow x = -60^\circ \\ k = 0 \rightarrow x = 30^\circ \end{cases} \rightarrow -60^\circ + 30^\circ = 30^\circ.$$

Câu 97. Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{k}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng

- A. 3. B. 5. C. -3. D. -5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 6 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m - n = 5.$$

Câu 98. Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2018. B. 6340. C. 2017. D. 6339.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Theo giả thiết, ta có $0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \xrightarrow{\text{xấp xỉ}} -\frac{1}{6} \leq k \leq 2017,833$.

$3 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0; 1; \dots; 2017\}$. Vậy có tất cả 2018 giá trị nguyên của k tương ứng với có 2018 nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 99. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là ?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Ta có :

$$\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin(2x - 40^\circ) = \sin 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 40^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ 2x - 40^\circ = 180^\circ - 60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 100^\circ + k360^\circ \\ 2x = 160^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50^\circ + k180^\circ \\ x = 80^\circ + k180^\circ \end{cases}$$

□ Xét nghiệm $x = 50^\circ + k180^\circ$.

$$\text{Ta có : } -180^\circ \leq x \leq 180^\circ \Leftrightarrow -180^\circ \leq 50^\circ + k180^\circ \leq 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{23}{18} \leq k \leq \frac{13}{18}.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } \begin{cases} k = -1 \Rightarrow x = -130^\circ \\ k = 0 \Rightarrow x = 50^\circ \end{cases}.$$

□ Xét nghiệm $x = 80^\circ + k180^\circ$.

$$\text{Ta có : } -180^\circ \leq x \leq 180^\circ \Leftrightarrow -180^\circ \leq 80^\circ + k180^\circ \leq 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{13}{9} \leq k \leq \frac{5}{9}.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } \begin{cases} k = -1 \Rightarrow x = -100^\circ \\ k = 0 \Rightarrow x = 80^\circ \end{cases}.$$

Vậy có tất cả 4 nghiệm thỏa mãn bài toán. **Chọn B**

Cách 2 (CASIO).

$$\text{Ta có : } -180^\circ \leq x \leq 180^\circ \Leftrightarrow -360^\circ \leq x \leq 360^\circ.$$

Chuyển máy về chế độ *DEG*, dùng chức năng *TABLE* nhập hàm $f(X) = \sin(2X - 40) - \frac{\sqrt{3}}{2}$ với các thiết lập $Start = -360$, $END = 360$, $STEP = 40$. Quan sát bảng giá trị của $f(X)$ ta suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 100. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = \frac{7\pi}{24}$.

C. $x = \frac{\pi}{8}$.

D. $x = \frac{\pi}{12}$.

Lời giải

Ta có $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{6}.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 4x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

TH1. Với $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{\text{Cho } > 0} \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{4} \rightarrow k_{\min} = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}.$

TH2. Với $x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{\text{Cho } > 0} \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{7}{12} \rightarrow k_{\min} = 0 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{24}..$

So sánh hai nghiệm ta được $x = \frac{\pi}{8}$ là nghiệm dương nhỏ nhất.

Câu 101. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{(2\cos x - 1)(\sin 2x - \cos x)}{\sin x - 1} = 0$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ta

được kết quả là:

A. $T = \frac{2\pi}{3}.$

B. $T = \frac{\pi}{2}.$

C. $T = \pi.$

D. $T = \frac{\pi}{3}.$

Lời giải

Điều kiện xác định $\sin x \neq 1.$

Phương trình tương đương $(2\cos x - 1)\cos x.(2\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và $\sin x \neq 1$ nên $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} \end{cases}$. Do đó $T = \frac{\pi}{2}.$

Câu 102. Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Trong $[-\pi; \pi]$ phương trình có hai nghiệm

Câu 103. Giải phương trình $\left(2\cos\frac{x}{2} - 1\right)\left(\sin\frac{x}{2} + 2\right) = 0$

A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Vì } -1 \leq \sin \frac{x}{2} \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sin \frac{x}{2} + 2 > 0$$

Vậy phương trình tương đương

$$2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 104. Phương trình $8 \cdot \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{-\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

Ta có:

$$8 \cdot \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 4 \cdot \sin 4x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 2 \cdot \sin 8x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin 8x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm
$$\begin{cases} x = \frac{-\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 105. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Ta có $\sin(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Vì $\cos 2x \in [-1; 1] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k_1\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k_1\frac{\pi}{2} (k_1 \in \mathbb{Z}).$

$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow k_1 \in \{0; 1; 2; 3\}.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm trên $[0; 2\pi]$.

Câu 106. Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là S . Hãy xác định S .

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{10} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}.$

Lời giải

Ta có $\cos 4x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\sin x \Leftrightarrow \cos 4x = \sin(-x) \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{2} - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in (0; \pi)$ nên $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

Câu 107. Phương trình $\cos 3x \cdot \tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị sau của x làm nghiệm

A. $x = \frac{\pi}{2}$. **B.** $x = 10\pi; x = \frac{\pi}{10}$. **C.** $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{10}$. **D.** $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{20}$

Lời giải

Điều kiện $5x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình tương đương $\cos 3x \cdot \sin 5x - \sin 7x \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$.

Ta thấy $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{10}$ không thỏa mãn điều kiện nên loại đáp án **A, B, C**

Vậy đáp án đúng là **D**

Câu 108. Giải phương trình $\frac{1 + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} - \tan^2 x = 4$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

pt $\Leftrightarrow \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 4 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 109. Giải phương trình $\frac{\cos x(1 - 2\sin x)}{2\cos^2 x - \sin x - 1} = \sqrt{3}$.

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Điều kiện:

$$2\cos^2 x - \sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq -1 \\ \sin x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{-\pi}{2} + k2\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}.$$

Ta có $\frac{\cos x(1 - 2\sin x)}{2\cos^2 x - \sin x - 1} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x - \sin 2x = \sqrt{3}(\cos 2x - \sin x)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x = \sin 2x + \sqrt{3} \cos x \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}.$$

Câu 110. Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1$.

- A. Vô nghiệm. B. $x = k2\pi$. C. $x = \frac{k\pi}{2}$. D. $x = k\pi$.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

$$\text{Ta có } \sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1 \Leftrightarrow \sin x \cos x \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x}\right) \left(1 + \frac{\cos x}{\sin x}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 \Leftrightarrow 1 + \sin 2x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \text{ (không thỏa mãn đk).}$$

Câu 111. Phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng

- A. 2π . B. 3π . C. 5π . D. 6π .

Lời giải

$$\sin 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2 \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$x \in (0; 2\pi) \Rightarrow x = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$$

$$\Rightarrow S = 5\pi.$$

Câu 112. Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

$$\square \text{ Trên khoảng } \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \text{ phương trình } 2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \text{ có hai nghiệm là } -\frac{\pi}{6} \text{ và } \frac{7\pi}{6}.$$

$$\square \text{ Cả hai nghiệm này đều thỏa phương trình } 4\cos^2 x - 3 = 0.$$

$$\square \text{ Vậy hai phương trình có 2 nghiệm chung)}$$

Câu 113. Giải phương trình $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x$.

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có: $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x \Leftrightarrow \cos 6x - \cos 8x = \cos 2x - \cos 8x$.

$$\Leftrightarrow \cos 6x = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 2x + k2\pi \\ 6x = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 114. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos 2x$ thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

A. 20.

B. 40.

C. 30.

D. 60.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sin x = \cos 2x \Leftrightarrow \sin x = 1 - 2\sin^2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Xét $x \in [0; 20\pi]$:

$$\text{Với } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, \text{ ta có } 0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{119}{12}, \text{ do } k \in \mathbb{Z} \text{ nên.}$$

$$\text{Với } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, \text{ ta có } 0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{115}{12}, \text{ do } k \in \mathbb{Z} \text{ nên.}$$

$$\text{Với } x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \text{ ta có } 0 \leq -\frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4}, \text{ do } k \in \mathbb{Z} \text{ nên.}$$

Vậy phương trình đã cho có 30 nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

Câu 115. Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

A. 6

B. 5

C. 4

D. 2

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow (\cos 3x + \cos x) + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(2\cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là 6.

Câu 116. Xét phương trình $\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

- A. $(2 \sin x - 1)(2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0$. B. $(2 \sin x - \cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$.
 C. $(2 \sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$. D. $(2 \sin x - 1)(\cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0$.

Lời giải

Ta có: $\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2$

$$\Leftrightarrow (\sin 3x + \sin x - 2 \sin 2x) + (-\sin 2x + 2 \sin x) + (-\cos 2x + 3 \cos x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 2x (\cos x - 1) - 2 \sin x (\cos x - 1) - (\cos x - 1)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - 1)(2 \sin 2x - 2 \sin x - 2 \cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - 1)(2 \cos x - 1)(2 \sin x - 1) = 0.$$

Câu 117. Giải phương trình $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x}$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = k2\pi$. C. Vô nghiệm. D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{pt} \Leftrightarrow \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x \cos x} = \frac{1}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \cos x} = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \text{ (Loại)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 118. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$.

- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{12\pi}{3}$. C. $\frac{9\pi}{4}$. D. 2π .

Lời giải

$$\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} \right)^2 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{4} (1 - \cos 2x) = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mà } x \in (0; 2\pi) \text{ nên } x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}.$$

Khi đó tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình là $x > 0$.

Câu 119. Khẳng định nào sau đây là đúng về phương trình $\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{80}{x^2+32x+332}\right) = 0$?

- A. Số nghiệm của phương trình là 8. B. Tổng các nghiệm của phương trình là 8.
 C. Tổng các nghiệm của phương trình là 48. D. Phương trình có vô số nghiệm thuộc \mathbb{R} .

Lời giải

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } \sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right) = \sin\left(\frac{80}{x^2+32x+332}\right) \quad (*).$$

Ta biết rằng hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Ta chỉ ra rằng các hàm số

$f(x) = \frac{x}{x^2+6}$ và $g(x) = \frac{80}{x^2+32x+332}$ nhận giá trị trong khoảng này.

Thật vậy, ta có $\left|\frac{x}{x^2+6}\right| \leq \left|\frac{x}{2\sqrt{6x^2}}\right| = \frac{1}{2\sqrt{6}}$

và $0 < \frac{80}{x^2+32x+332} = \frac{80}{(x+16)^2+76} \leq \frac{80}{76} < \frac{\pi}{2}$.

Từ các đánh giá trên, (*) xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{x}{x^2+6} = \frac{80}{x^2+32x+332} \Leftrightarrow x^3 - 48x^2 + 332x - 480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \\ x = 40 \end{cases}.$$

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2+6+40=48$.

Câu 120. Phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình)

- A. $\cot x = \sqrt{3}$. B. $\cot 3x = \sqrt{3}$. C. $\tan x = \sqrt{3}$. D. $\tan 3x = \sqrt{3}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \\ \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{pt} &\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin(2x+\pi)}{\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{2\sin 2x}{\cos(2x+\pi) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = 3\sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{4\sin 2x}{1-2\cos 2x} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sin x - 2\sin x \cos 2x - 4\sin 2x \cos x}{\cos x(1-2\cos 2x)} = 3\sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{\sin x - \sin 3x + \sin x - 2\sin 3x - 2\sin x}{\cos x - \cos x - \cos 3x} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow 3\tan 3x = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 3x = \sqrt{3} \end{aligned}$$

Câu 121. Phương trình $2\cot 2x - 3\cot 3x = \tan 2x$ có nghiệm là:

- A. $x = k\frac{\pi}{3}$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Điều kiện của phương trình $\sin 2x \neq 0, \sin 3x \neq 0, \cos 2x \neq 0$.

Phương trình tương đương $2\cot 2x - \tan 2x = 3\cot 3x$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2\frac{\cos 2x}{\sin 2x} - \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 3\frac{\cos 3x}{\sin 3x} \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \\ \sin 3x \neq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \frac{2\cos^2 2x - \sin^2 2x}{\sin 2x \cdot \cos 2x} = 3\frac{\cos 3x}{\sin 3x} \Leftrightarrow \frac{1+3\cos 4x}{\sin 4x} = 3\frac{\cos 3x}{\sin 3x} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x + 3 \sin 3x \cos 4x = 3 \cos 3x \sin 4x \Leftrightarrow \sin 3x = 3 \sin x$$

$$\Leftrightarrow 3 \sin x - 4 \sin^3 x = 3 \sin x \Leftrightarrow \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = k\pi \text{ (loại do } \sin 2x \neq 0 \text{)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 122. Phương trình $\sqrt{(-x^2 + 3x - 2)} \cdot \sin \pi(4x^2 + 2x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 13

B. 5

C. 17

D. 15

Lời giải

$$\text{Phương trình } \sqrt{-x^2 + 3x - 2} \cdot \sin \pi(4x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 3x - 2 = 0 \\ -x^2 + 3x - 2 > 0 \\ \sin \pi(4x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ 1 < x < 2 \\ 4x^2 + 2x = k \end{cases} (*)$$

Ta có hàm số $y = 4x^2 + 2x$ luôn đồng biến $(1; 2)$ và $y(1) = 6, y(2) = 20$.

Có $k \in \mathbb{Z}$ để phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow k \in \{7; 8; 9; \dots; 19\}$ và ứng với mỗi k phương trình

$(*)$ có 1 nghiệm khác nhau và khác nghiệm $\{1; 2\}$. Vậy phương trình có 15 nghiệm thực)

Câu 123. Giải phương trình $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} = 9$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Ta có $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} = 9 \Leftrightarrow \frac{1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x}{1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x} = 9$

$$\Leftrightarrow \frac{(1 - \cos^2 x)^2}{(1 - \sin^2 x)^2} = 9 \Leftrightarrow \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x} = 9 \Leftrightarrow \tan^4 x = 9 \Leftrightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ (thỏa đk)}.$$

Câu 124. Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16} \Leftrightarrow \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = \frac{7}{16}$

$$\Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cos^2 x = \frac{7}{16} \Leftrightarrow \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}.$$

Câu 125. Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là các nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$. Tính tổng $S = 2x_1 + x_2$.

A. $S = -\frac{\pi}{2}$.

B. $S = \frac{\pi}{2}$.

C. $S = \pi$.

D. $S = 2\pi$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$$\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$$

$$\Leftrightarrow 1 = \sin 2x(\sin 2x + \cos 2x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x + \cos^2 2x = \sin 2x(\sin 2x + \cos 2x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin 2x - \cos 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 2x - \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x \in \left\{-\frac{3\pi}{8}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}\right\} \Rightarrow x_1 = -\frac{3\pi}{8}, x_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow S = -\frac{\pi}{2}$

Câu 126. Tìm số nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\sin^3 x + \sin x \cos x = 1 - \cos^3 x$.

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\sin^3 x + \sin x \cos x = 1 - \cos^3 x \Leftrightarrow \sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = 1 - \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 2 \text{ (VN)} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x \in \left\{0; \frac{\pi}{2}\right\}$

Câu 127. Tìm m để phương trình $\tan x + \cot x = 2m$ có nghiệm.

A. $m \geq 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$$\tan x + \cot x = 2m \Leftrightarrow \frac{2}{\sin 2x} = 2m \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{m}$$

PT có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{1}{m} \in [0; 1] \Leftrightarrow m \geq 1$

Câu 128. Tính tổng S các nghiệm trên đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $(2 \sin x - 1)(2 \sin 2x + 1) = 3 - 4 \cos^2 x$.

A. $S = \pi$.

B. $S = 2\pi$.

C. $S = \frac{\pi}{2}$.

D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$(2 \sin x - 1)(2 \sin 2x + 1) = 3 - 4 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(2 \sin 2x + 1) = 4 \sin^2 x - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin x - 1 = 0 \\ \sin 2x = \sin x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vì $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow x \in \left\{ -\pi; -\frac{\pi}{3}; 0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}; \pi \right\} \Leftrightarrow S = \pi$

Câu 129. Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$, phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ có nghiệm dạng $\frac{a\pi}{2}, a \in \mathbb{Z}$. Tính tổng S các giá trị a tìm được)

A. $S = 4$.

B. $S = 1$.

C. $S = 2$.

D. $S = 6$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin 2x \cos x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vì $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow S = 4$.

NGUYỄN BẢO VƯƠNG 0946798489