

CHỦ ĐỀ 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH - HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

- BÀI TOÁN THỰC TẾ TOÁN 10
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

NỘI DUNG CÂU HỎI

Câu 1. Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phi cố định (nghìn đồng/ngày)	Phi tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

- a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.
- b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 2. Anh An là nhân viên bán hàng tại siêu thị điện máy. Anh An kiếm được một khoản hoa hồng 600 nghìn đồng cho mỗi máy giặt và 1,3 triệu đồng cho mỗi tủ lạnh mà anh ấy bán được. Hỏi để nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng thì anh An cần bán bao nhiêu máy giặt và tủ lạnh?

Câu 3. Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá 140 nghìn đồng/kg và loại thứ hai giá 180 nghìn đồng/kg. Cửa hàng trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá 170 nghìn đồng/kg.

- a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện đề bài.
- b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình tìm được ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 4. Bạn Hoa để dành được 420 nghìn đồng. Trong một đợt ủng hộ trẻ em khuyết tật, Hoa đã ủng hộ x tờ tiền loại 10 nghìn đồng, y tờ tiền loại 20 nghìn đồng.

- a) Tính tổng số tiền bạn Hoa đã ủng hộ theo x, y .
- b) Giải thích tại sao ta lại có bất phương trình $10x + 20y \leq 420$.

Câu 5. Cho biết 226 g thịt bò chứa khoảng 59 g protein. Một quả trứng nặng 46 g có chứa khoảng 6 g protein (nguồn: Bộ Nông nghiệp Hoa Kỳ). Giả sử có một người mỗi ngày cần không quá 60 g protein. Gọi số gam thịt bò và số gam trứng mà người đó ăn trong một ngày lần lượt là x, y .

- a) Lập bất phương trình theo x, y diễn tả giới hạn về lượng protein mà người đó cần mỗi ngày.
- b) Dùng bất phương trình ở câu a) để trả lời hai câu hỏi sau:
- Nếu người đó ăn 150 g thịt bò và 2 quả trứng, mỗi quả 46 g, trong một ngày thì có phù hợp không?
 - Nếu người đó ăn 200 g thịt bò và 2 quả trứng, mỗi quả 46 g, trong một ngày thì có phù hợp không?

Câu 6. Bạn Nga muốn pha hai loại nước rửa xe. Để pha một lít loại I cần 600ml dung dịch chất tẩy rửa, còn loại II chỉ cần 400ml. Gọi x và y lần lượt là số lít nước rửa xe loại I và II pha chế được và biết rằng Nga chỉ còn 2400ml chất tẩy rửa, hãy lập các bất phương trình mô tả số lít nước rửa xe loại I và II mà bạn Nga có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của từng bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Câu 7. Bạn Cúc muốn pha hai loại nước cam. Để pha một lít nước cam loại I cần 30 g bột cam, còn một lít nước cam loại II cần 20 g bột cam. Gọi x và y lần lượt là số lít nước cam loại I và II pha chế được. Biết rằng Cúc chỉ có thể dùng không quá 100 gam bột cam. Hãy lập các bất phương trình mô tả lít nước cam loại

I và II mà bạn Cúc có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình đó trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

Câu 8. Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng $60m^2$. Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, một chiếc bàn là $1,2m^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê.

- Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$.
- Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Câu 9. Trong 1 lạng (100 g thịt bò chứa khoảng 26 g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein. (Nguồn: <https://vinmec.com> và <https://thanhnien.vn>) Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày và chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình đó.

Câu 10. Hà, Châu, Liên và Ngân cùng đi mua trà sữa. Cả bốn bạn có tất cả 185 nghìn đồng. Bốn bạn mua 4 cốc trà sữa với giá tiền 35 nghìn đồng một cốc. Các bạn gọi thêm trân châu cho vào trà sữa. Một phần trân châu đen có giá 5 nghìn đồng, một phần trân châu trắng có giá 10 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số phần trân châu đen, trân châu trắng mà bốn bạn định mua thêm.

- Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để thể hiện số tiền các bạn có đủ khả năng chi trả cho phần trân châu đen, trắng.
- Chỉ ra một nghiệm nguyên của bất phương trình đó.

Câu 11. Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300mg. trong 1 lạng đậu nành có 165mg canxi, 1 lạng thịt có 15mg canxi.

(Nguồn: <https://hongngochospital.vn>)

Gọi x, y lần lượt là số lạng đậu nành và số lạng thịt mà một người đang độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày

- Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người trong độ tuổi trưởng thành.
- Chỉ ra một nghiệm $(x_0; y_0)$ với $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ của bất phương trình đó.

Câu 12. Một cửa hàng dành tối đa 10 triệu để nhập x tạ gạo và y tạ mì. Biết mỗi tạ gạo mua hết 1,5 triệu, mỗi tạ mì mua hết 1,2 triệu.

- Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y .
- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a) trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 13. Một cửa hàng bán hai loại gạo, loại I mỗi tạ lãi 200000 đồng, loại II bán mỗi tạ lãi 150000 đồng. Giả sử cửa hàng bán x tạ gạo loại I và y tạ gạo loại II. Hãy viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng đó thu được số lãi lớn hơn 10000000 đồng và biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 14. An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/ 1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần.

- Hãy lập bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y .
- Tìm một cặp số $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình trên và hãy nêu ý nghĩa của nó.

Câu 15. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng.

- a) Hãy lập bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.
b) Tìm ba nghiệm của bất phương trình trên.
c) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã lập được ở câu a) trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 16. Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép.

- a) Lập bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.
b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Câu 17. Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B.

- a) Lập bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng.
b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên (nói rõ số lần chọn được A, B để người chơi chiến thắng).
Nêu ý nghĩa các nghiệm đó.

Câu 18. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilôgam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilôgam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá tiền 1kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn.

- a) Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.
b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .
c) Tìm số kilôgam thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

Câu 19. Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 280kg chất A và 18kg chất B. Với một tấn nguyên liệu loại I, người ta có thể chiết xuất được 40kg chất A và 1,2kg chất B. Với một tấn nguyên liệu loại II, người ta có thể chiết xuất được 20kg chất A và 3kg chất B. Giá mỗi tấn nguyên liệu loại I là 4 triệu đồng và loại II là 3 triệu đồng. Hỏi người ta phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất mà vẫn đạt được mục tiêu đề ra? Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp tối đa 10 tấn nguyên liệu loại I và 9 tấn nguyên liệu loại II.

Câu 20. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 12g hương liệu, 9 lít nước và 315g đường để pha chế hai loại nước A và B. Để pha chế 1 lít nước A cần 45g đường, 1 lít nước và 0,5g hương liệu; để pha chế 1 lít nước B cần 15g đường, 1 lít nước và 2g hương liệu. Mỗi lít nước A nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước B nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước mỗi loại để đội chơi được số điểm thưởng là lớn nhất?

Câu 21. Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lý do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Câu 22. Một công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới trong một tháng trên các đài phát thanh và truyền hình. Biết cùng một thời lượng quảng cáo, số người mới quan tâm đến sản

phẩm trên truyền hình gấp 8 lần trên đài phát thanh, tức là quảng cáo trên truyền hình có hiệu quả gấp 8 lần trên đài phát thanh.

Đài phát thanh chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây với chi phí là 80 nghìn đồng/giây. Đài truyền hình chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 360 giây với chi phí là 400 nghìn đồng/giây.

Công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên các đài phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Gợi ý. Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo x (giây) trên đài phát thanh và y (giây) trên truyền hình là $F(x, y) = x + 8y$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $F(x, y)$ với x, y thoả mãn các điều kiện trong đề bài.

Câu 23. Một hợp tác xã chăn nuôi dự định trộn hai loại thức ăn gia súc X và Y để tạo thành thức ăn hỗn hợp cho gia súc. Giá một bao loại X là 250 nghìn đồng, giá một bao loại Y là 200 nghìn đồng. Mỗi bao loại X chứa 2 đơn vị chất dinh dưỡng A , 2 đơn vị chất dinh dưỡng B và 2 đơn vị chất dinh dưỡng C . Mỗi bao loại Y chứa 1 đơn vị chất dinh dưỡng A , 9 đơn vị chất dinh dưỡng B và 3 đơn vị chất dinh dưỡng C . Tìm chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn gia súc X và Y sao cho hỗn hợp thu được chứa tối thiểu 12 đơn vị chất dinh dưỡng A , 36 đơn vị chất dinh dưỡng B và 24 đơn vị chất dinh dưỡng C .

- A. 1,95 triệu đồng.
- B. 4,5 triệu đồng.
- C. 1,85 triệu đồng.
- D. 1,7 triệu đồng.

Câu 24. Một phân xưởng có hai máy chuyên dụng M_1 và M_2 để sản xuất hai loại sản phẩm A và B theo đơn đặt hàng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại A thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 2 triệu đồng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại B thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại A , người ta phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại B , người ta phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ một ngày và máy M_2 làm việc không quá 4 giờ một ngày. Hỏi số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng này có thể thu được trong một ngày là bao nhiêu?

Câu 25. Giả sử một người ăn kiêng cần được cung cấp ít nhất 300 calo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C mỗi ngày từ hai loại đồ uống I và II. Mỗi cốc đồ uống I cung cấp 60 calo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C

Mỗi cốc đồ uống II cung cấp 60 calo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C . Biết rằng một cốc đồ uống I có giá 12 nghìn đồng và một cốc đồ uống II có giá 15 nghìn đồng.

a) Gọi x và y tương ứng là số cốc đồ uống I và II. Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình và xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x cốc đồ uống I và y cốc đồ uống II. Hãy biểu diễn F theo x và y .

c) Biết rằng F đạt giá trị nhỏ nhất trên miền nghiệm tìm được ở câu a tại một trong các đỉnh của miền nghiệm, tìm giá trị nhỏ nhất đó. Từ đó suy ra người đó cần uống bao nhiêu cốc loại I và loại II để chi phí là nhỏ nhất mà vẫn đáp ứng được yêu cầu hằng ngày.

Câu 26. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Tính số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai trong một ngày mà phân xưởng cần sản xuất để tiền lãi thu được là cao nhất.

Câu 27. Anh Trung có kế hoạch đầu tư 400 triệu đồng vào hai khoản X và Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản X phải đầu tư ít nhất 100 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản Y không nhỏ hơn số tiền cho khoản X . Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để mô tả hai khoản đầu tư đó và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình vừa tìm được.

Câu 28. Một phân xưởng may áo vest và quần âu để chuẩn bị cho dịp cuối năm. Biết may 1 áo vest hết $2m$ vải và cần 20 giờ; 1 quần âu hết $1,5m$ vải và cần 5 giờ. Xí nghiệp được giao sử dụng không quá 900 m vải và số giờ công không vượt quá 6000 giờ. Theo khảo sát thị trường, số lượng quần bán ra không nhỏ hơn số lượng áo và không vượt quá 2 lần số lượng áo. Khi xuất ra thị trường, 1 chiếc áo lãi 350 nghìn đồng, 1 chiếc quần lãi 100 nghìn đồng. Phân xưởng cần may bao nhiêu áo vest và quần âu để thu được tiền lãi cao nhất (biết thị trường tiêu thụ luôn đón nhận sản phẩm của xí nghiệp)?

Câu 29. Bác Ngọc thực hiện chế độ ăn kiêng với yêu cầu tối thiểu hằng ngày qua thức uống là $300ca - lo, 36$ đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ nhất cung cấp 60 $ca - lo$, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ hai cung cấp $60ca - lo, 6$ đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C.

- Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai mà bác Ngọc nên uống mỗi ngày để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số $ca - lo$ và số đơn vị vitamin hấp thụ.
- Chỉ ra hai phương án mà bác Ngọc có thể chọn lựa số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai nhằm đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số $ca - lo$ và số đơn vị vitamin hấp thụ.

Câu 30. Một chuỗi nhà hàng ăn nhanh bán đồ ăn từ 10h00 sáng đến 22h00 mỗi ngày. Nhân viên phục vụ của nhà hàng làm việc theo hai ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 10h00 đến 18h00 và ca II từ 14h00 đến 22h00.

Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ (bảng bên).

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
10h00 – 18h00	20000 đồng
14h00 – 22h00	22000 đồng

Để mỗi nhà hàng hoạt động được thì cần tối thiểu 6 nhân viên trong khoảng 10h00 - 18h00, tối thiểu 24 nhân viên trong thời gian cao điểm 14h00 - 18h00 và không quá 20 nhân viên trong khoảng 18h00 - 22h00. Do lượng khách trong khoảng 14h00 - 22h00 thường đông hơn nên nhà hàng cần số nhân viên ca II ít nhất phải gấp đôi số nhân viên ca I. Em hãy giúp chủ chuỗi nhà hàng chỉ ra cách huy động số lượng nhân viên cho mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất.

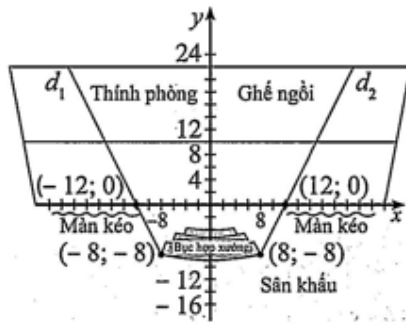
Câu 31. Một trận bóng đá được tổ chức tại một sân vận động có sức chứa 40000 người, ban tổ chức phát hành hai loại vé là 400000 đồng và 200000 đồng. Do điều kiện sân đấu nên số lượng vé có giá 400000 không lớn hơn số lượng vé có giá 200000 đồng. Để an toàn phòng dịch, liên đoàn bóng đá yêu cầu số lượng vé phát hành không được quá 30% sức chứa của sân. Để tổ chức được trận đấu thì số tiền thu được qua bán vé không được ít hơn 3 tỉ đồng. Gọi x, y lần lượt là số vé giá 400000 đồng và 200000 đồng được bán ra.

- Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn số vé mỗi loại được bán ra đảm bảo mục đích của ban tổ chức.
- Chỉ ra hai nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Câu 32. Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện; một chiếc ghế cần 1 giờ lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 nhân công, bộ phận hoàn thiện có 4 nhân công. Biết thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn.

- Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng bàn và ghế mà trong một ngày phân xưởng có thể sản xuất, biết một nhân công làm việc không quá 8 tiếng mỗi ngày.
- Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.
- Biết một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng cần sản xuất bao nhiêu chiếc bàn, bao nhiêu chiếc ghế để thu được tiền lãi cao nhất?

Câu 33. Hình 13 mô tả sơ đồ một sân khấu gắn với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tọa độ là 1 mét). Phần tính phòng giới hạn bởi hai đường thẳng d_1, d_2 là vị trí ngồi của khán giả có thể nhìn thấy dàn hợp xướng. Gọi $(x; y)$ là tọa độ ngồi của khán giả ở thính phòng. Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà khán giả có thể nhìn thấy dàn hợp xướng.



Hình 13

Câu 34. Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B . Cứ sản xuất mỗi thùng loại A thì nhà máy thải ra $0,25 \text{ kg}$ khí carbon dioxide (CO_2) và $0,60 \text{ kg}$ khí sulfur dioxide (SO_2), sản xuất mỗi thùng loại B thì thải ra $0,50 \text{ kg } CO_2$ và $0,20 \text{ kg } SO_2$. Biết rằng, quy định hạn chế sản lượng CO_2 của nhà máy tối đa là 75 kg và SO_2 tối đa là 90 kg mỗi ngày.

- Tìm hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế trên. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.
- Việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?
- Việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?

Câu 35. Bạn Lan thu xếp được không quá 10 giờ để làm hai loại đèn trung thu tặng cho các trẻ em khuyết tật. Loại đèn hình con cá cần 2 giờ để làm xong 1 cái, còn loại đèn ông sao chỉ cần 1 giờ để làm xong 1 cái. Gọi x, y lần lượt là số đèn hình con cá và đèn ông sao bạn Lan sẽ làm. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Câu 36. Một học sinh dự định vẽ các tấm thiệp xuân làm bằng tay để bán trong một hội chợ Tết. Cần 2 giờ để vẽ một tấm thiệp loại nhỏ có giá 10 nghìn đồng và 3 giờ để vẽ một tấm thiệp loại lớn có giá 20 nghìn đồng. Học sinh này chỉ có 30 giờ để vẽ và ban tổ chức hội chợ yêu cầu phải vẽ ít nhất 12 tấm. Hãy cho biết bạn ấy cần vẽ bao nhiêu tấm thiệp mỗi loại để có được nhiều tiền nhất.

Câu 37. Trong một tuần, bạn Mạnh có thể thu xếp được tối đa 12 giờ để tập thể dục giảm cân bằng hai môn: đạp xe và tập cử tạ tại phòng tập. Cho biết mỗi giờ đạp xe sẽ tiêu hao 350 calo và không tốn chi phí, mỗi giờ tập cử tạ sẽ tiêu hao 700 calo với chi phí 50000 đồng/giờ. Mạnh muốn tiêu hao nhiều calo nhưng không được vượt quá 7000 calo một tuần. Hãy giúp bạn Mạnh tính số giờ đạp xe và số giờ tập tạ một tuần trong hai trường hợp sau:

- Mạnh muốn chi phí luyện tập là ít nhất.
- Mạnh muốn số calo tiêu hao là nhiều nhất.

Câu 38. Bác Năm dự định trồng khoai lang và khoai mì trên mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha khoai lang thì cần 10 ngày công và thu được 20 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha khoai mì thì cần 15 ngày công và thu được 25 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng được không quá 90 ngày công cho việc trồng khoai lang và khoai mì.

Câu 39. Một người bán nước giải khát đang có 25 g bột nho và 100 g đường để pha chế hai loại nước nho A và B . Để pha chế 1l nước nho loại A cần 10 g đường và 1 g bột nho; để pha chế 1l nước nho loại B cần 10 g đường và 4 g bột nho. Mỗi lít nước nho loại A khi bán lãi được 30 nghìn đồng, mỗi lít nước nho loại B khi bán lãi được 40 nghìn đồng. Hỏi người đó nên pha chế bao nhiêu lít nước nho mỗi loại để có lợi nhuận cao nhất?

Câu 40. Bạn Bích có 500 g bột gạo để pha hai loại nước hồ tráng bánh đa và bánh xèo. Một lít nước hồ tráng bánh đa cần 200 g bột gạo, còn một lít nước hồ tráng bánh xèo chỉ cần 100 g bột gạo. Gọi x, y lần lượt là số lít nước hồ tráng bánh đa và bánh xèo. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Câu 41. Một bãi đậu xe ban đêm có diện tích đậu xe là $150m^2$ (không tính lối đi cho xe ra vào). Cho biết xe du lịch cần diện tích $3m^2$ /chiếc và phải trả phí 40 nghìn đồng, xe tải cần diện tích $5m^2$ / chiếc và phải trả phí 50 nghìn đồng. Nhân viên quản lý không thể phục vụ quá 40 xe một đêm. Hãy tính số lượng xe mỗi loại mà chủ bãi xe có thể cho đăng ký đậu xe để có doanh thu cao nhất.

Câu 42. Cho biết mỗi kilogram thịt bò giá 250 nghìn đồng, trong đó có chứa khoảng 800 đơn vị protein và 100 đơn vị lipid, mỗi kilogram thịt heo có giá 200 nghìn đồng, trong đó có chứa khoảng 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Một gia đình cần ít nhất 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid trong khẩu phần thức ăn mỗi ngày và họ chỉ có thể mua một ngày không quá 1kg thịt bò và 1,5kg thịt heo. Hỏi gia đình này phải mua bao nhiêu kilogram thịt mỗi loại để chi phí là ít nhất?

Câu 43. Một công ty dự định sản xuất hai loại sản phẩm A và B. Các sản phẩm này được chế tạo từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số kilogram dự trữ từng loại nguyên liệu và số kilogram từng loại nguyên liệu cần dùng để sản xuất ra 1 kg sản phẩm được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilogram nguyên liệu dự trữ	Số kilogram nguyên liệu cần dùng sản xuất 1 kg sản phẩm	
		A	B
I	8	2	1
II	24	4	4
III	8	1	2

Công ty đó nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi loại để tiền lãi thu về lớn nhất? Biết rằng, mỗi kilogram sản phẩm loại A lãi 30 triệu đồng, mỗi kilogram sản phẩm loại B lãi 50 triệu đồng.

Câu 44. Một công ty cần mua các tủ đựng hồ sơ. Có hai loại tủ: Tủ loại A chiếm $3m^2$ sàn, loại này có sức chứa $12m^3$ và có giá 7,5 triệu đồng; tủ loại B chiếm $6m^2$ sàn, loại này có sức chứa $18m^3$ và có giá 5 triệu. Cho biết công ty chỉ thu xếp được nhiều nhất là $60m^2$ mặt bằng cho chỗ đựng hồ sơ và ngân sách mua tủ không quá 60 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch mua sắm để công ty có được thể tích đựng hồ sơ lớn nhất.

Câu 45. Một nông trại thu hoạch được 180 kg cà chua và 15 kg hành tây. Chủ nông trại muốn làm các hũ tương cà để bán. Biết rằng, để làm ra một hũ tương cà loại A cần 10 kg cà chua cùng với 1 kg hành tây và khi bán lãi được 200 nghìn đồng, còn để làm được một hũ tương cà loại B cần 5kg cà chua cùng với 0,25kg hành tây và khi bán lãi được 150 nghìn đồng. Thăm dò thị hiếu của khách hàng cho thấy cần phải làm số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B. Hãy giúp chủ nông trại lập kế hoạch làm tương cà để có được nhiều tiền lãi nhất.

Câu 46. Một xưởng sản xuất có hai máy đặc chủng A, B sản xuất hai loại sản phẩm X, Y. Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng máy A trong 6 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản

phẩm Y cần dùng máy A trong 2 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Cho biết mỗi máy không thể sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày, máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày. Một tấn sản phẩm X lãi 10 triệu đồng và một tấn sản phẩm Y lãi 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất mỗi ngày sao cho tổng số tiền lãi cao nhất.

Câu 47. Bác Dũng dự định quy hoạch x sào đất trồng cà tím và y sào đất trồng cà chua. Bác chỉ có không quá 9 triệu đồng để mua hạt giống. Cho biết tiền mua hạt giống cà tím là 200000 đồng/sào và cà chua là 100000 đồng/sào. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Câu 48. Một phân xưởng lắp ráp máy tính dự định ráp x chiếc máy tính cá nhân và y chiếc máy tính bảng trong một ngày. Do hạn chế về nhân công nên mỗi ngày chỉ có thể xuất xưởng tổng hai loại máy tính trên không quá 150 chiếc. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Câu 49. Bạn Hoàng dự định mua x con cá vàng và y con cá Koi từ một trại cá giống. Cho biết mỗi con cá vàng có giá 35 nghìn đồng còn mỗi con cá Koi có giá 150 nghìn đồng. Hoàng chỉ để dành được 1,7 triệu đồng và trại cá chỉ bán mỗi loại cá từ 10 con trở lên. Hãy viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Câu 50. Một học sinh dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa loại nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng, 90 phút để làm một bình hoa loại lớn và sẽ bán với giá 200 nghìn đồng. Học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất là 12 bình hoa. Hãy cho biết bạn ấy cần làm bao nhiêu bình hoa mỗi loại để gây quỹ được nhiều tiền nhất.

Câu 51. Một xưởng sản xuất có 12 tấn nguyên liệu A và 8 tấn nguyên liệu B để sản xuất hai loại sản phẩm X, Y . Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng 6 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B , khi bán lãi được 10 triệu đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng 2 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B , khi bán lãi được 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xưởng nói trên sao cho có tổng số tiền lãi cao nhất.

Câu 52. Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để mô tả hai khoản đầu tư đó và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình vừa tìm được.

Câu 53. Trong 1 lạng thịt bò chứa 26 g protein, 1 lạng cá chứa 22 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến 91 g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày.

- Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông.
- Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.
- Chỉ ra một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình đó với x_0, y_0 là số nguyên.

Câu 54. Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 cốc nước lọc và 210 g đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, 30 g đường và 1 g hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, 10 g đường và 4 g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế bao nhiêu cốc đồ uống mỗi loại?

Câu 55. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá 1 kg thịt bò là 200000 đồng, 1 kg thịt lợn là 160000 đồng. Hỏi gia đình đó cần mua bao nhiêu ki-lô-gam thịt mỗi loại để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất?

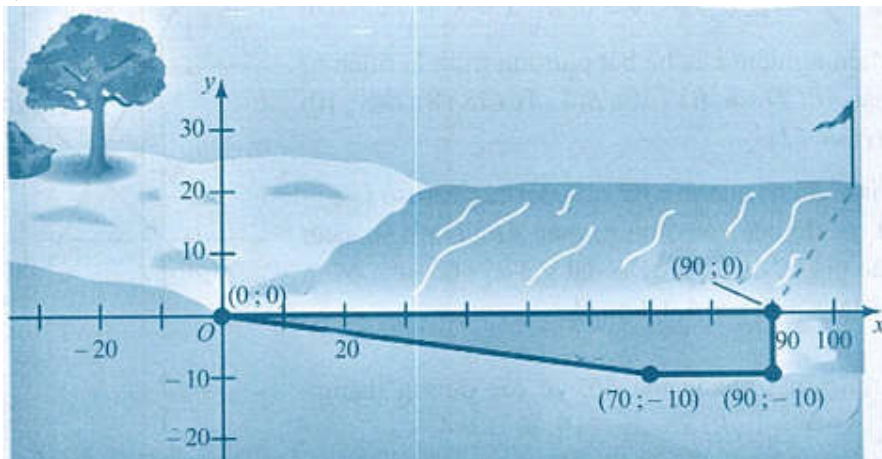
Câu 56. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi

gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại.

- Viết hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B .
- Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.
- Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Hỏi một ngày, bà Lan cần dùng mỗi loại thực phẩm bao nhiêu gói để chi phí mua là ít nhất?

Câu 57. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xưởng,... Xí nghiệp đã nhập về 600 kg bột mì và 240 kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120 g bột mì, 60 g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160 g bột mì và 40 g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất.

Câu 58. Hình mô tả mặt cắt ngang của một khu vực dành cho bơi lội ở bãi biển (vị trí giăng dây giới hạn khu vực bơi dành cho du khách). Gọi $(x; y)$ là tọa độ của một điểm nằm trên mặt cắt ngang. Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn mô tả mặt cắt ngang của bãi tắm. (Đơn vị trên các trục tọa độ là foot, 1 foot = 30,48 cm)



Câu 59. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi ki-lô-gam sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ làm, đem lại lợi nhuận 50000 đồng. Mỗi ki-lô-gam sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ làm, đem lại lợi nhuận 40000 đồng. Xưởng có 200 kg nguyên liệu, 1500 giờ làm và cần tính số sản phẩm mỗi loại nên sản xuất để thu về lợi nhuận cao nhất. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam sản phẩm loại I, loại II cần sản xuất. Thiết lập hệ bất phương trình hai ẩn x, y thỏa mãn các điều kiện trên và phát biểu bài toán cần giải quyết.

Câu 60. Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B . Cứ một thùng loại A thì nhà máy thải ra 0,25 kg khí carbon monoxide (CO) và 0,60 kg sulfur dioxide (SO_2); cứ hạn chế lượng CO của nhà máy ở mức tối đa là 75 kg và SO_2 tối đa là 90 kg mỗi ngày.

- Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình.
- Việc nhà máy sản xuất 100 thùng A và 80 thùng B mỗi ngày có hợp pháp không?
- Việc nhà máy sản xuất 60 thùng A và 160 thùng B mỗi ngày có hợp pháp không?

Câu 61. Một cặp vợ chồng có 2 tỉ đồng đầu tư để có thu nhập cố định. Chuyên gia tài chính gợi ý suất 7%/năm. Sau khi cân nhắc cẩn thận, cặp vợ chồng quyết định đầu tư ít nhất 1 tỉ đồng vào cổ phiếu A và gửi ít nhất 500 triệu đồng vào ngân hàng B . Hỏi chuyên gia tài chính nên tiến hành như thế nào để tối đa hoá lợi nhuận đầu tư của họ?

Câu 62. Một trung tâm tiệc cưới cung cấp hai loại bàn cho thuê: bàn hình chữ nhật cho 6 người với chi phí 0,5 triệu đồng/chiếc và bàn tròn 10 người với chi phí 1 triệu đồng/chiếc. Anh Tú muốn thuê hội trường để tổ chức tiệc cưới và cần bàn cho 250 người. Hội trường có thể kê tối đa 35 bàn và chỉ kê được tối đa 15 bàn hình chữ nhật. Hỏi anh Tú nên thuê mỗi loại bao nhiêu bàn để chi phí ít nhất?

Câu 63. Một cửa hàng bánh mì kết hợp thịt bò xay và thịt lợn xay để làm nhân ổ bánh mì. Thịt bò xay có 75% nạc (75% thịt nạc, 25% thịt mỡ) và giá thị trường là 200 nghìn đồng/kg. Thịt lợn xay có 60% nạc (60% thịt nạc, 40% thịt mỡ) và giá thị trường là 60 nghìn đồng/kg. Nhân bánh phải có ít nhất 70% nạc. Nếu cửa hàng muốn sử dụng ít nhất 50kg thịt lợn có sẵn và không quá 200kg thịt bò thì cửa hàng nên trộn bao nhiêu kilôgam thịt bò xay với thịt lợn xay sao cho chi phí ít nhất?

Câu 64. Một chuỗi cửa hàng đồ điện lạnh có bán mặt hàng tủ lạnh S . Chuỗi có các cửa hàng ở Hà Nội và Thanh Hoá và các nhà kho ở Hà Nam và Ninh Bình. Để đáp ứng các đơn đặt hàng trong ngày, 15 tủ lạnh phải được chuyển từ kho đến cửa hàng ở Hà Nội và 19 tủ lạnh phải được chuyển từ kho đến cửa hàng ở Thanh Hoá. Chi phí vận chuyển một tủ lạnh là 110 nghìn đồng từ Hà Nam đến Hà Nội, 130 nghìn đồng từ Hà Nam đến Thanh Hoá, 90 nghìn đồng từ Ninh Bình đến Hà Nội và 120 nghìn đồng từ Ninh Bình đến Thanh Hoá. Hỏi nếu kho Hà Nam có 25 tủ lạnh và kho Ninh Bình có 18 tủ lạnh thì cần vận chuyển bao nhiêu tủ lạnh từ mỗi kho đến mỗi cửa hàng để đáp ứng các đơn đặt hàng với chi phí vận chuyển ít nhất?

Câu 65. Một xưởng sản xuất nước mắm, mỗi lít nước mắm loại I cần 3kg cá và 2 giờ công lao động, đem lại mức lãi là 50000 đồng; mỗi lít nước mắm loại II cần 2kg cá và 3 giờ công lao động, đem lại mức lãi là 40000 đồng. Xưởng có 230kg cá và cần làm việc trong 220 giờ. Hỏi xưởng đó nên sản xuất mỗi loại nước mắm bao nhiêu lít để có mức lãi cao nhất?

Câu 66. Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

Câu 67. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:
- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Câu 68. Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

Câu 69. Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

Câu 70. Một gia đình cần ít nhất 900g chất protein và 400g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600g thịt bò, 1100g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

- a) Lập hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán rồi biểu diễn hình học miền nghiệm (S) của hệ đó.
- b) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Hãy biểu diễn T theo x, y .
- c) Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kilogram thịt mỗi loại để chi phí là ít nhất?

Câu 71. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị Prôtêin và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn, giá tiền mỗi kg thịt bò là 250.000 đồng, giá tiền mỗi kg thịt lợn là 85.000 đồng. Hỏi chi phí ít nhất để mua thịt mỗi ngày của gia đình đó là bao nhiêu?

Câu 72. Một công ty X có 2 phân xưởng A, B cùng sản xuất 2 loại sản phẩm M, N . Số đơn vị sản phẩm các loại được sản xuất ra và chi phí mỗi giờ hoạt động của A, B như sau:

	Phân xưởng 1	Phân xưởng 2
Sản phẩm M	250	250
Sản phẩm N	100	200
Chi phí	600.000	1.000.000

Công ty nhận được yêu cầu đặt hàng là 5000 đơn vị sản phẩm M và 3000 đơn vị sản phẩm N .

Hãy tìm cách phân phối thời gian cho mỗi phân xưởng hoạt động thỏa mãn yêu cầu đơn đặt hàng và chi phí thấp nhất.

Câu 73. Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilogram nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilogram nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilogram từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilogram nguyên liệu đang có	Số kilogram từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Biết 1kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phi cố định (nghìn đồng/ngày)	Phi tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

- a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

- b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a)

Ta có 14 triệu = 14000 (nghìn đồng)

Số tiền ông An đi x km trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu là $8x$ (nghìn đồng)

Số tiền ông An đi y km trong 2 cuối tuần là $10y$ (nghìn đồng)

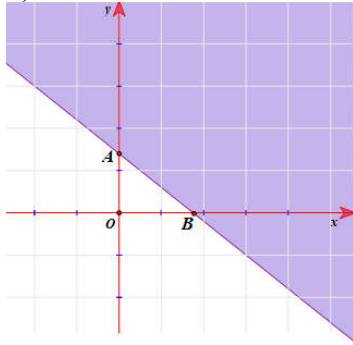
Số tiền ông An đi trong một tuần là $8x+10y$ (nghìn đồng)

Vì số tiền không quá 14 triệu đồng nên ta có:

$$8x+10y \leq 14000 \Leftrightarrow 4x+5y \leq 7000$$

Vậy bất phương trình cần tìm là $4x+5y \leq 7000$

b)



Bước 1: Vẽ đường thẳng $4x+5y=7000$ (nét liền)

Bước 2: Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào biểu thức $4x+5y$ ta được:

$$4.0+5.0=0 < 7000$$

\Rightarrow Điểm O thuộc miền nghiệm

\Rightarrow Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $4x+5y=7000$ và chứa gốc tọa độ và $(x;y)$ nằm trong miền tam giác OAB kể cả đoạn AB .

Chú ý

Khi bài cho số ki lô mét thì ta cần tính theo quãng đường di chuyển.

Câu 2. Anh An là nhân viên bán hàng tại siêu thị điện máy. Anh An kiếm được một khoản hoa hồng 600 nghìn đồng cho mỗi máy giặt và 1,3 triệu đồng cho mỗi tủ lạnh mà anh ấy bán được. Hỏi để nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng thì anh An cần bán bao nhiêu máy giặt và tủ lạnh?

Lời giải.

Gọi x và y lần lượt là số máy giặt và số tủ lạnh anh An bán được. Khi đó số tiền hoa hồng mà anh An nhận được là $0,6x+1,3y$ (triệu đồng). Theo đề bài, ta có:

$$0,6x+1,3y \geq 10$$

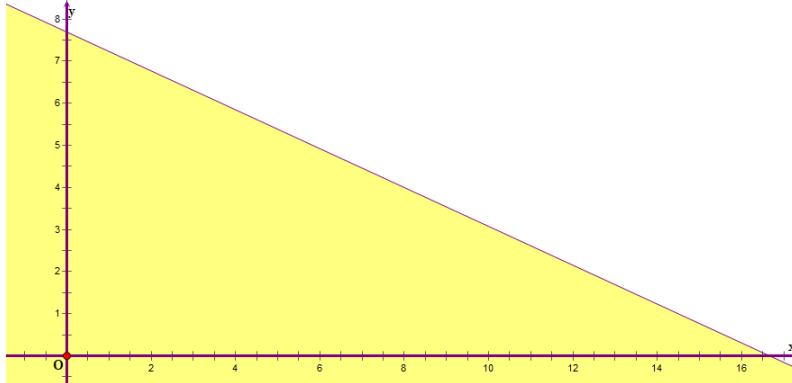
Tiếp theo ta xác định miền nghiệm của bất phương trình $0,6x+1,3y \geq 10$ như sau:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: 0,6x+1,3y=10$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bước 2. Lấy điểm $O(0;0)$ không thuộc d và thay vào biểu thức $0,6x+1,3y$ ta được:

$$0,6 \cdot 0 + 1,3 \cdot 0 = 0 < 10.$$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ (miền không bị tô màu).



Vậy nếu anh An bán được số máy giặt là $x(x \in \mathbb{N})$ và số tủ lạnh là $y(y \in \mathbb{N})$ sao cho điểm $(x;y)$ nằm trong nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ thì anh An nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng.

Câu 3. Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá 140 nghìn đồng/kg và loại thứ hai giá 180 nghìn đồng/kg. Cửa hàng trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá 170 nghìn đồng/kg.

- a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện đề bài.
b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình tìm được ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a) Theo đề bài, ta có: $140x + 180y \leq 170(x + y)$.

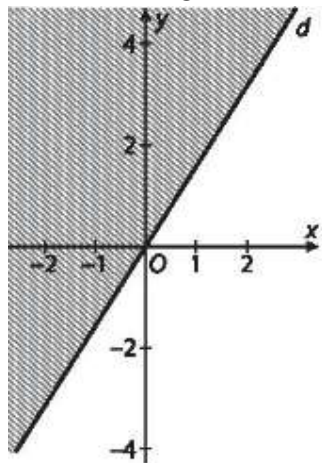
Bằng cách chuyển vế ta được bất phương trình bậc nhất hai ẩn $30x - 10y \geq 0$ hay $3x - y \geq 0$.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $3x - y \geq 0$.

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: 3x - y = 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2. Lấy điểm $M(1; 0)$ không thuộc d và điểm M thỏa mãn $3 \cdot 1 - 0 = 3 > 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm $M(1; 0)$.



Câu 4. Bạn Hoa đã dành được 420 nghìn đồng. Trong một đợt ủng hộ trẻ em khuyết tật, Hoa đã ủng hộ x tờ tiền loại 10 nghìn đồng, y tờ tiền loại 20 nghìn đồng.

- a) Tính tổng số tiền bạn Hoa đã ủng hộ theo x, y .
b) Giải thích tại sao ta lại có bất phương trình $10x + 20y \leq 420$.

Lời giải

a) Tổng số tiền bạn Hoa đã ủng hộ là $10x + 20y$.

b) Vì bạn Hoa chỉ có tất cả là 420 nghìn đồng, nên tổng số tiền bạn Hoa đã ủng hộ không thể vượt quá 420 nghìn đồng. Vậy ta có $10x + 20y \leq 420$.

Câu 5. Cho biết 226 g thịt bò chứa khoảng 59 g protein. Một quả trứng nặng 46 g có chứa khoảng 6 g protein (nguồn: Bộ Nông nghiệp Hoa Kỳ). Giả sử có một người mỗi ngày cần không quá 60 g protein. Gọi số gam thịt bò và số gam trứng mà người đó ăn trong một ngày lần lượt là x, y .

- a) Lập bất phương trình theo x, y diễn tả giới hạn về lượng protein mà người đó cần mỗi ngày.
b) Dùng bất phương trình ở câu a) để trả lời hai câu hỏi sau:
- Nếu người đó ăn 150 g thịt bò và 2 quả trứng, mỗi quả 46 g, trong một ngày thì có phù hợp không?
- Nếu người đó ăn 200 g thịt bò và 2 quả trứng, mỗi quả 46 g, trong một ngày thì có phù hợp không?

Lời giải

a) Bất phương trình theo x, y diễn tả giới hạn về lượng protein mà người đó cần mỗi ngày là:

$$\frac{59}{226}x + \frac{6}{46}y = \frac{59}{226}x + \frac{3}{23}y \leq 60.$$

b) Ta có: $\frac{59}{226} \cdot 150 + \frac{3}{23} \cdot 2 \cdot 46 \approx 51,16 < 60$ $\frac{59}{226} \cdot 200 + \frac{3}{23} \cdot 2 \cdot 46 \approx 64,21 > 60$.

Suy ra:

- Nếu người đó ăn 150 g thịt bò và 2 quả trứng trong một ngày thì phù hợp.
- Nếu người đó ăn 200 g thịt bò và 2 quả trứng trong một ngày thì không phù hợp.

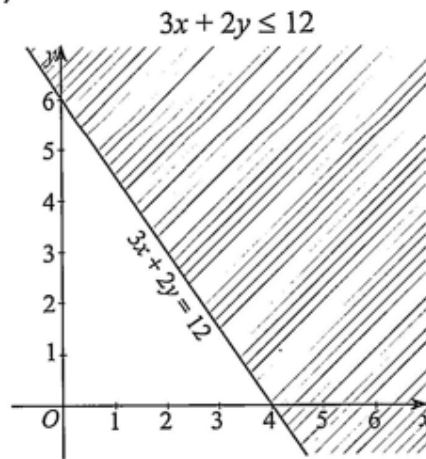
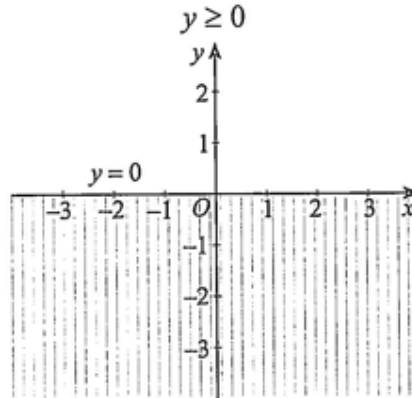
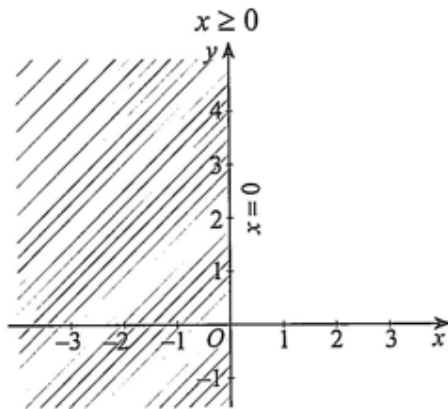
Câu 6. Bạn Nga muốn pha hai loại nước rửa xe. Để pha một lít loại I cần 600ml dung dịch chất tẩy rửa, còn loại II chỉ cần 400ml. Gọi x và y lần lượt là số lít nước rửa xe loại I và II pha chế được và biết rằng Nga chỉ còn 2400ml chất tẩy rửa, hãy lập các bất phương trình mô tả số lít nước rửa xe loại I và II mà bạn Nga có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của từng bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Lời giải

Các bất phương trình mô tả số lít nước rửa xe loại I và II mà bạn Nga có thể pha chế được:
 $x \geq 0; y \geq 0$;

$$600x + 400y \leq 2400 \Leftrightarrow 3x + 2y \leq 12.$$

Biểu diễn miền nghiệm của từng bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ Oxy :



Câu 7. Bạn Cúc muốn pha hai loại nước cam. Để pha một lít nước cam loại I cần 30 g bột cam, còn một lít nước cam loại II cần 20 g bột cam. Gọi x và y lần lượt là số lít nước cam loại I và II pha chế được. Biết rằng Cúc chỉ có thể dùng không quá 100 gam bột cam. Hãy lập các bất phương trình mô tả lít nước cam loại I và II mà bạn Cúc có thể pha chế được và biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình đó trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

Lời giải

Để pha x lít nước cam loại I cần $30x$ g bột cam,

Để pha y lít nước cam loại II cần $20y$ g bột cam,

Vì Cúc chỉ có thể dùng không quá 100 gam bột cam nên ta có bất phương trình $30x + 20y \leq 100$

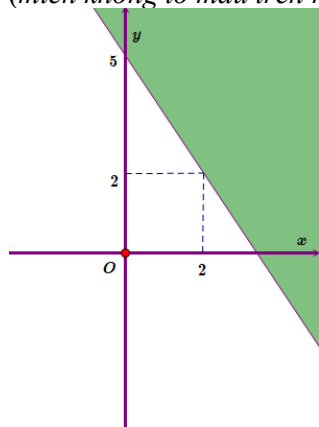
$$\Leftrightarrow 3x + 2y - 10 \leq 0$$

Vẽ đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 10 = 0$ đi qua hai điểm $A(0;5)$ và $B(2;2)$

Xét gốc tọa độ $O(0;0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và

$$3.0 + 2.0 - 10 = -10 < 0$$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng kể cả bờ Δ , chứa gốc tọa độ O (miền không tô màu trên hình)



Câu 8. Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng $60m^2$. Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, một chiếc bàn là $1,2m^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê.

- Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$.
- Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Lời giải

a)

Bước 1: Biểu diễn diện tích x chiếc ghế và y chiếc bàn.

Diện tích của x chiếc ghế là $0,5x(m^2)$ và y chiếc bàn là $1,2y(m^2)$

Bước 2: Biểu diễn diện tích lưu thông và cho lớn hơn hoặc bằng $12m^2$.

Tổng diện tích x chiếc ghế và y chiếc bàn là $0,5x + 1,2y(m^2)$

Diện tích lưu thông là $60 - 0,5x - 1,2y(m^2)$

Bất phương trình cần tìm là

$$60 - 0,5x - 1,2y \geq 12 \Leftrightarrow 0,5x + 1,2y \leq 48$$

b)

+) Thay $x = 10, y = 10$ ta được

$$0,5.10 + 1,2.10 = 17 \leq 48$$

$\Rightarrow (10; 10)$ là nghiệm của bất phương trình

+) Thay $x = 10, y = 20$ ta được

$$0,5.10 + 1,2.20 = 29 \leq 48$$

$\Rightarrow (10; 20)$ là nghiệm của bất phương trình

+) Thay $x = 20, y = 10$ ta được

$$0,5.20 + 1,2.10 = 22 \leq 48$$

$\Rightarrow (20; 10)$ là nghiệm của bất phương trình

Câu 9. Trong 1 lạng (100 g thịt bò chứa khoảng 26 g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein. (Nguồn: <https://vinmec.com> và <https://thanhnien.vn>) Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày và chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải

Bước 1: Biểu diễn lượng protein có trong x lạng thịt bò và y lạng cá rô phi.

Lượng protein trong x lạng thịt bò là $26x$ (g)

Lượng protein trong y lạng cá rô phi là $20y$ (g)

Lượng protein trong x lạng thịt bò và y lạng cá rô phi là $26x + 20y$ (g).

Bước 2: Biểu diễn bất phương trình.

Vì lượng protein tối thiểu là 46 g nên ta có bất phương trình:

$$26x + 20y \geq 46$$

Bước 3: Tìm nghiệm của bất phương trình

Thay $x = 1, y = 1$ vào bất phương trình ta được

Thay $x = 2, y = 1$ vào bất phương trình ta được

Thay $x = 1, y = 2$ vào bất phương trình ta được

Vậy $(1;1), (2;1), (1;2)$ là các nghiệm cần tìm.

Chú ý

Có thể chọn các nghiệm khác, miễn là nghiệm nguyên.

Câu 10. Hà, Châu, Liên và Ngân cùng đi mua trà sữa. Cả bốn bạn có tất cả 185 nghìn đồng. Bốn bạn mua 4 cốc trà sữa với giá tiền 35 nghìn đồng một cốc. Các bạn gọi thêm trân châu cho vào trà sữa. Một phần trân châu đen có giá 5 nghìn đồng, một phần trân châu trắng có giá 10 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số phần trân châu đen, trân châu trắng mà bốn bạn định mua thêm.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để thể hiện số tiền các bạn có đủ khả năng chi trả cho phần trân châu đen, trắng.

b) Chỉ ra một nghiệm nguyên của bất phương trình đó.

Lời giải

a) $5x + 10y \leq 45$ hay $x + 2y \leq 9$. b) $(4;2)$.

Câu 11. Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300mg. trong 1 lạng đậu nành có 165mg canxi, 1 lạng thịt có 15mg canxi.

(Nguồn: <https://hongngochospital.vn>)

Gọi x, y lần lượt là số lạng đậu nành và số lạng thịt mà một người đang độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người trong độ tuổi trưởng thành.

b) Chỉ ra một nghiệm $(x_0; y_0)$ với $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ của bất phương trình đó.

Lời giải

a) Lượng canxi có trong x lạng đậu nành là $165x$ (mg)

Lượng canxi có trong y lạng thịt là $15y$ (mg)

Bất phương trình là $165x + 15y \geq 1300$

b) Thay cặp số $(10;10)$ vào bất phương trình ta được:

$$165 \cdot 10 + 15 \cdot 10 = 1650 + 150 = 1800 > 1300$$

Vậy $(10;10)$ là một nghiệm của bất phương trình.

Câu 12. Một cửa hàng dành tối đa 10 triệu để nhập x tạ gạo và y tạ mì. Biết mỗi tạ gạo mua hết 1,5 triệu, mỗi tạ mì mua hết 1,2 triệu.

a) Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y .

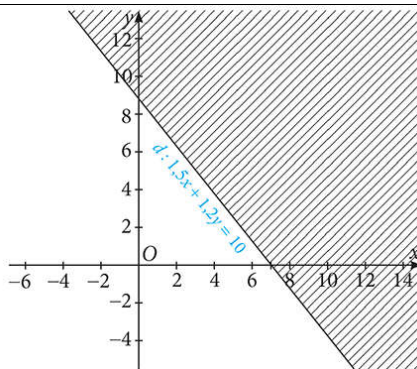
b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a) trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a) Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y là: $1,5x + 1,2y \leq 10$.

b) Miền nghiệm của bất phương trình $1,5x + 1,2y \leq 10$ là nửa mặt phẳng bờ

là đường thẳng $d: 1,5x + 1,2y = 10$ chứa điểm $O(0;0)$, được biểu diễn là miền không bị gạch chéo, tính cả bờ $d: 1,5x + 1,2y = 10$.

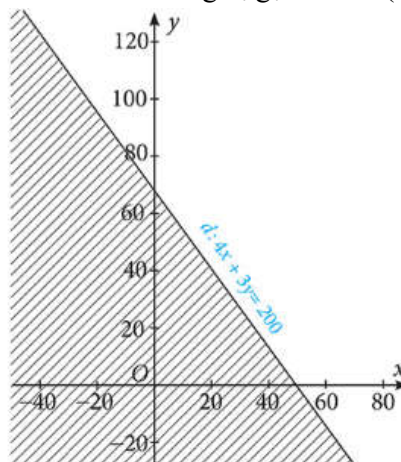


Câu 13. Một cửa hàng bán hai loại gạo, loại I mỗi tạ lãi 200000 đồng, loại II bán mỗi tạ lãi 150000 đồng. Giả sử cửa hàng bán x tạ gạo loại I và y tạ gạo loại II. Hãy viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng đó thu được số lãi lớn hơn 10000000 đồng và biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

Bất phương trình biểu diễn mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng thu được số lãi lớn hơn 10000000 đồng là:
 $200000x + 150000y > 10000000 \Leftrightarrow 4x + 3y > 200$.

Miền nghiệm của bất phương trình $4x + 3y > 200$ là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d: 4x + 3y = 200$ không chứa điểm $O(0;0)$ được biểu diễn là miền không bị gạch chéo (không tính bờ).



Câu 14. An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/ 1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần.

- Hãy lập bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y .
- Tìm một cặp số $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình trên và hãy nêu ý nghĩa của nó.

Lời giải

a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y (x, y > 0)$.

Ta có bất phương trình: $15000x + 30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 3x + 6y \leq 40 (*)$.

b) Xét $x = 5, y = 4$, thay vào bất phương trình: $3 \cdot 5 + 6 \cdot 4 \leq 40$ (đúng) nên $(5; 4)$ là một nghiệm của $(*)$. Điều này tương ứng với việc An có thể mua 5kg cam, 4kg xoài trong tuần.

Câu 15. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng.

- Hãy lập bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.
- Tìm ba nghiệm của bất phương trình trên.
- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã lập được ở câu a) trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

Ta có bất phương trình: $x + 2y < 100$ (*).

b) Xét $x = 50, y = 20$, thay vào (*): $50 + 2.20 < 100$ (đúng), suy ra $(50; 20)$ là một nghiệm của (*).

Xét $x = 49, y = 25$, thay vào (*): $49 + 2.25 < 100$ (đúng), suy ra $(49; 25)$ là một nghiệm của (*).

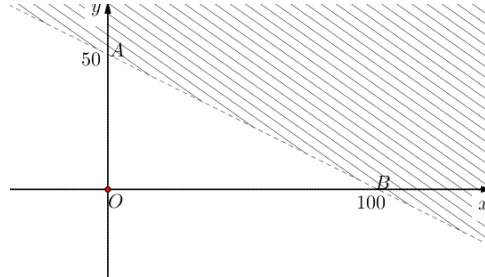
Xét $x = 99, y = 0$, thay vào (*): $99 + 2.0 < 100$ (đúng), suy ra $(99; 0)$ là một nghiệm của (*).

c) Biểu diễn miền nghiệm của (*) trên hệ trục tọa độ: Vẽ đường thẳng $x + 2y = 100$ theo bảng giá trị:

x	0	100
y	50	0

Ta thấy điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của (*) do thay tọa độ O vào (*): $0 < 100$ (đúng).

Vậy miền nghiệm của bất phương trình (*): $x + 2y < 100$ là nửa mặt phẳng (không kể d) có chứa điểm O (phần không gạch chéo trên hình).



Trong thực tế, vì $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$ nên ta chỉ xét miền nghiệm bất phương trình ứng với miền tam giác OAB mà thôi.

Câu 16. Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép.

a) Lập bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.

b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Lời giải

a) Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $3x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $2y$.

Ta có bất phương trình: $3x + 2y \leq 18$ (*), điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$.

b) Thay cặp số $(3; 4)$ vào bất phương trình (*): $3.3 + 2.4 \leq 18$ (đúng), suy ra $(3; 4)$ là một nghiệm của (*).

Thay cặp số $(4; 3)$ vào bất phương trình (*): $3.4 + 2.3 \leq 18$ (đúng), suy ra $(4; 3)$ là một nghiệm của (*).

Thay cặp số $(5; 1)$ vào bất phương trình (*): $3.5 + 2.1 \leq 18$ (đúng), suy ra $(5; 1)$ là một nghiệm của (*).

Câu 17. Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B.

a) Lập bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng.

b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên (nói rõ số lần chọn được A, B để người chơi chiến thắng).

Nêu ý nghĩa các nghiệm đó.

Lời giải

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y . Với $x, y \in \mathbb{N}$, ta có bất phương trình: $3x - y \geq 20$ (*).

b) Thay cặp số $(7; 1)$ vào bất phương trình (*): $3.7 - 1 \geq 20$ (đúng), suy ra $(7; 1)$ là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Thay cặp số $(8; 4)$ vào bất phương trình (*): $3.8 - 4 \geq 20$ (đúng), suy ra $(8; 4)$ là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 4 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Thay cặp số (9;3) vào bất phương trình (*): $3.9 - 3 \geq 20$ (đúng), suy ra (5;1) là một nghiệm của (*).

Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 9 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó dành chiến thắng với điểm số 24.

Câu 18. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá tiền 1kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn.

- Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.
- Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .
- Tìm số kilogram thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

Lời giải

a)

	Thịt bò	Thịt lợn
Protein	800 / 1kg	600 / 1kg
Lipit	200 / 1kg	400 / 1kg

a) Giả sử gia đình đó mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn.

Số lượng thịt bò và thịt lợn phải là một số không âm nên ta có: $x \geq 0, y \geq 0$.

Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein trong thức ăn mỗi ngày nên ta có:
 $800x + 600y \geq 900 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9$

Một gia đình cần ít nhất 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên ta có:
 $200x + 400y \geq 400 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2$

Vì gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn nên ta có:

$x \leq 1,6$ và $y \leq 1,1$

Vậy ta có hệ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \\ x \leq 1,6 \\ y \leq 1,1 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là tứ giác $ABCD$ với

$A(1,6;0,2)$ (giao của d' và đường thẳng $x = 1,6$)

$B(1,6;1,1)$ (giao của đường thẳng $x = 1,6$ và đường thẳng $y = 1,1$)

$C(0,3;1,1)$ (giao của d và đường thẳng $y = 1,1$)

$D(0,6;0,7)$ (giao của d và d')

b) Vì số tiền mỗi kg thịt bò và thịt lợn lần lượt là 250 nghìn đồng và 160 nghìn đồng nên ta có

$F(x; y) = 250x + 160y$ (nghìn đồng)

c)

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \\ x \leq 1,6 \\ y \leq 1,1 \end{cases}$$

Ta có $F(1, 6; 0, 2) = 250.1, 6 + 160.0, 2 = 432$.

$F(1, 6; 1, 1) = 250.1, 6 + 160.1, 1 = 576$

$F(0, 3; 1, 1) = 251$

$F(0, 6; 0, 7) = 262$

Giá trị nhỏ nhất là $F(0, 3; 1, 1) = 251$.

Vậy để chi phí ít nhất thì cần mua 0,3kg thịt bò và 1,1 thịt lợn.

Chú ý

Đơn vị của F phải là nghìn đồng.

Câu 19. Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 280kg chất A và 18kg chất B. Với một tấn nguyên liệu loại I, người ta có thể chiết xuất được 40kg chất A và 1,2kg chất B. Với một tấn nguyên liệu loại II, người ta có thể chiết xuất được 20kg chất A và 3kg chất B. Giá mỗi tấn nguyên liệu loại I là 4 triệu đồng và loại II là 3 triệu đồng. Hỏi người ta phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất mà vẫn đạt được mục tiêu đề ra? Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp tối đa 10 tấn nguyên liệu loại I và 9 tấn nguyên liệu loại II.

Lời giải.

Gọi x và y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II mà người ta cần dùng. Khi đó khối lượng chất A chiết xuất được là $40x + 20y$ (kg). Khối lượng chất B chiết xuất được là $1,2x + 3y$ (kg).

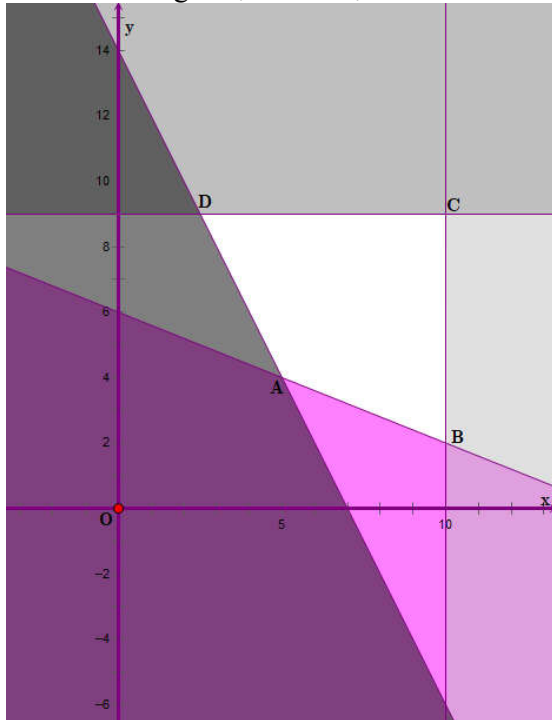
Từ giả thiết ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 40x + 20y \geq 280 \\ 1,2x + 3y \geq 18 \\ x \leq 10 \\ y \leq 9 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 1,2x + 3y \geq 18 \\ x \leq 10 \\ y \leq 9. \end{cases}$$

Hơn nữa, số tiền người ta phải trả để mua nguyên liệu là $F(x; y) = 4x + 3y$ (triệu đồng). Vậy bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ với $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn ở trên.

Bước 1. Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên. Miền nghiệm là miền tứ giác ABCD với $A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D(2, 5; 9)$.

Bước 2. Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác ABCD.



Ta có: $F(5; 4) = 32, F(10; 2) = 46, F(10; 9) = 67, F(2, 5; 9) = 37$.

So sánh các giá trị này ta thấy $F(5;4)$ là nhỏ nhất. Do đó, giá trị nhỏ nhất của $F(x;y)$ với $(x;y)$ thoả mãn hệ bất phương trình trên là $F(5;4) = 32$.

Vậy người ta cần mua 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II để chi phí là nhỏ nhất.

Câu 20. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 12 g hương liệu, 9 lít nước và 315 g đường để pha chế hai loại nước A và B . Để pha chế 1 lít nước A cần 45 g đường, 1 lít nước và 0,5 g hương liệu; để pha chế 1 lít nước B cần 15 g đường, 1 lít nước và 2 g hương liệu. Mỗi lít nước A nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước B nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước mỗi loại để đội chơi được số điểm thưởng là lớn nhất?

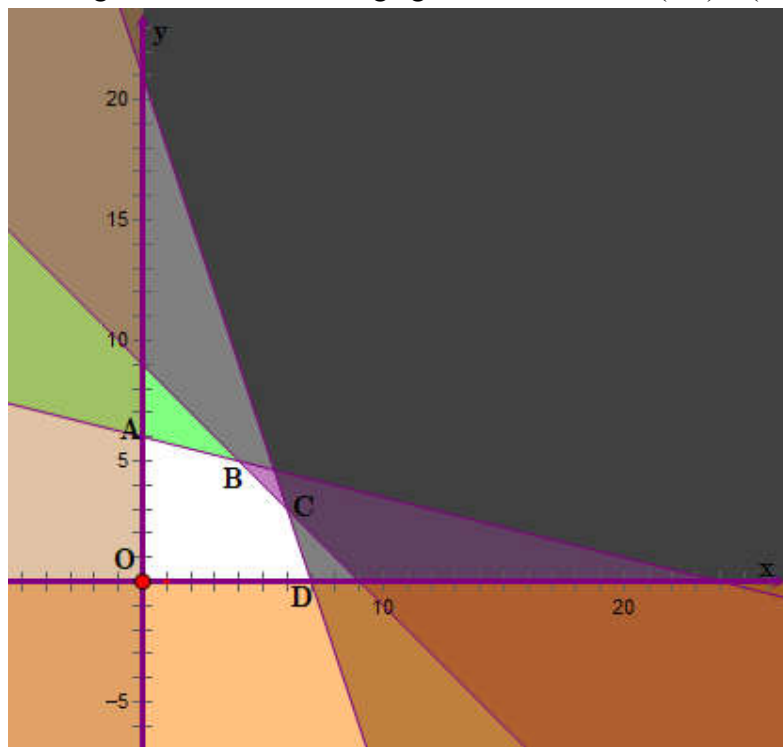
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số lít nước loại A và B cần pha chế. Khi đó, theo đề bài

$$\text{ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 45x + 15y \leq 315 \\ 0,5x + 2y \leq 12. \end{cases}$$

Số điểm thưởng đội chơi nhận được là $F(x;y) = 60x + 80y$ (điểm). Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x;y)$ với $(x;y)$ thoả mãn hệ trên.

Miền nghiệm của hệ là miền ngũ giác $OABCD$ với $A(0;6), B(4;5), C(6;3), D(7;0)$ và $O(0;0)$.



Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác: $F(0;6) = 480, F(4;5) = 640, F(6;3) = 600, F(7;0) = 420$ và $F(0;0) = 0$. So sánh các giá trị đó ta được giá trị lớn nhất cần tìm là $F(4;5) = 640$. Vậy cần pha chế 4 lít nước loại A và 5 lít nước loại B để số điểm thưởng nhận được là lớn nhất.

Câu 21. Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Lời giải

	Trái phiếu chính phủ	Trái phiếu ngân hàng	Trái phiếu doanh nghiệp
Lãi suất	7% / năm	8% / năm	12% / năm

Bước 1:

1,2 tỉ đồng=1200 (triệu đồng)

Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp.

Khi đó $x \geq 0, y \geq 0$.

Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ nên số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ là $1200 - x - y$ (triệu đồng)

Số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng nên ta có:
 $1200 - x - y \geq 3x \Leftrightarrow 4x + y \leq 1200$

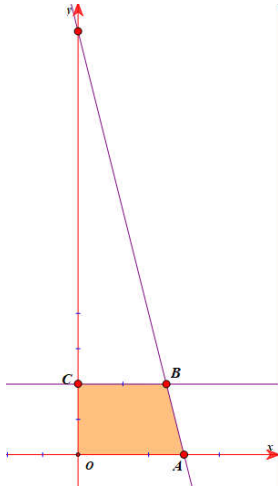
Bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp nên $y \leq 200$

Từ điều kiện của bài toán ta có số tiền bác An đầu tư trái phiếu phải thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

Xác định miền nghiệm là miền tứ giác $OABC$ với:

$O(0;0); A(300;0); B(250;200); C(0;200)$



Bước 2: Lợi nhuận thu được sau một năm là

$$F(x; y) = (1200 - x - y) \cdot 7\% + x \cdot 8\% + y \cdot 12\%$$

$$= 84 + 0,01x + 0,05y$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

Thay tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $F(x; y)$ ta được:

$$F(0; 0) = 80$$

$$F(300; 0) = 84 + 0,01 \cdot 300 + 0,05 \cdot 0 = 87$$

$$F(250; 200) = 84 + 0,01 \cdot 250 + 0,05 \cdot 200 = 96,5$$

$$F(0; 200) = 84 + 0,01 \cdot 0 + 0,05 \cdot 200 = 94$$

$\Rightarrow F$ đạt giá trị lớn nhất là 96,5 nếu $x = 250$ và $y = 200$.

Vậy bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ.

Câu 22. Một công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới trong một tháng trên các đài phát thanh và truyền hình. Biết cùng một thời lượng quảng cáo, số người mới quan tâm đến sản phẩm trên truyền hình gấp 8 lần trên đài phát thanh, tức là quảng cáo trên truyền hình có hiệu quả gấp 8 lần trên đài phát thanh.

Đài phát thanh chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây với chi phí là 80 nghìn đồng/giây. Đài truyền hình chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 360 giây với chi phí là 400 nghìn đồng/giây.

Công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên các đài phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Gợi ý. Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo x (giây) trên đài phát thanh và y (giây) trên truyền hình là $F(x, y) = x + 8y$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $F(x, y)$ với x, y thỏa mãn các điều kiện trong đề bài.

Lời giải

	Đài phát thanh	Truyền hình
Chi phí nhận quảng cáo	80 nghìn đồng /giây	400 nghìn đồng/giây
Hiệu quả quảng cáo	1 (đơn vị)	8 (đơn vị)

Gọi x và y là số giây quảng cáo trên đài phát thanh và trên truyền hình.

Khi đó $x \geq 0; y \geq 0$

160 triệu đồng = 160000 (nghìn đồng)

Chi phí quảng cáo x giây trên đài phát thanh và y giây trên truyền hình là $80x + 400y$ (nghìn đồng)

Vì công ty dự chi tối đa 160 triệu đồng nên ta có

$$80x + 400y \leq 160000 \Leftrightarrow x + 5y \leq 2000$$

Đài phát thanh chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây nên ta có: $x \leq 900$

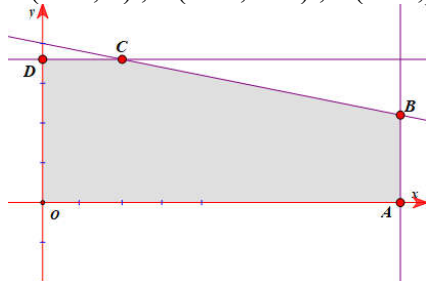
Đài truyền hình chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 360 giây nên ta có: $y \leq 360$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 5y \leq 2000 \\ x \leq 900 \\ y \leq 360 \end{cases}$$

Xác định miền nghiệm là miền ngũ giác $OABCD$ với:

$A(900; 0); B(900; 220); C(200; 360); D(0; 400)$



Hiệu quả quảng cáo là: $F(x, y) = x + 8y$

Ta có:

$$F(0; 0) = 0$$

$$F(900; 0) = 900 + 8.0 = 900$$

$$F(900; 220) = 900 + 8.220 = 2660$$

$$F(200; 360) = 3080$$

$$F(0; 400) = 3200$$

Vậy công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên đài phát thanh là 0 giây và trên truyền hình là 400 giây thì hiệu quả nhất.

Câu 23. Một hợp tác xã chăn nuôi dự định trộn hai loại thức ăn gia súc X và Y để tạo thành thức ăn hỗn hợp cho gia súc. Giá một bao loại X là 250 nghìn đồng, giá một bao loại Y là 200 nghìn đồng. Mỗi bao loại X chứa 2 đơn vị chất dinh dưỡng A , 2 đơn vị chất dinh dưỡng B và 2 đơn vị chất dinh dưỡng C . Mỗi bao loại Y chứa 1 đơn vị chất dinh dưỡng A , 9 đơn vị chất dinh dưỡng B và 3 đơn vị chất dinh dưỡng C . Tìm chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn gia súc X và Y sao cho hỗn hợp thu được chứa tối thiểu 12 đơn vị chất dinh dưỡng A , 36 đơn vị chất dinh dưỡng B và 24 đơn vị chất dinh dưỡng C .

A. 1,95 triệu đồng.

B. 4,5 triệu đồng.

C. 1,85 triệu đồng.

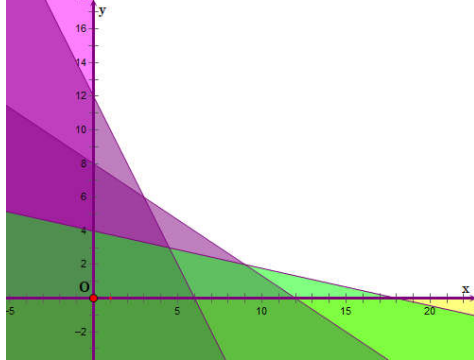
D. 1,7 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x và y tương ứng là số bao loại X và loại Y . Khi đó, theo đề bài ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \geq 12 \\ 2x + 9y \geq 36 \\ 2x + 3y \geq 24 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là miền có các đỉnh là $A(0;12), B(3;6), C(9;2), D(18;0)$ (miền không bị gach).



Chi phí để mua hai loại thức ăn là $F(x; y) = 250x + 200y$ (nghìn đồng).

Thay giá trị tại các đỉnh ta có $F(0;12) = 2400, F(3;6) = 1950, F(9;2) = 2650, F(18;0) = 4500$. Do đó, giá trị nhỏ nhất là $F(3;6) = 1950$. Vậy chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn là 1,95 triệu đồng.

Câu 24. Một phân xưởng có hai máy chuyên dụng M_1 và M_2 để sản xuất hai loại sản phẩm A và B theo đơn đặt hàng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại A thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 2 triệu đồng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại B thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại A , người ta phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại B , người ta phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ một

ngày và máy M_2 làm việc không quá 4 giờ một ngày. Hỏi số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng này có thể thu được trong một ngày là bao nhiêu?

Lời giải

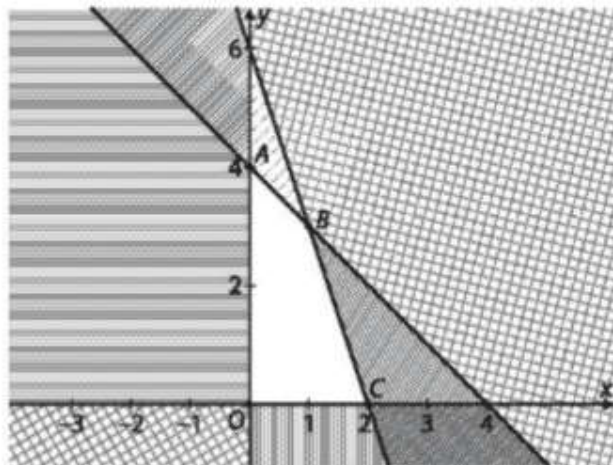
Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm loại A và loại B mà phân xưởng sản

xuất được. Khi đó, theo đề bài ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Số tiền lãi phân xưởng thu được là $F(x; y) = 2x + 1,6y$ (triệu đồng). Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ với $(x; y)$ thoả mãn hệ trên.

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $O(0; 0)$, $A(0; 4)$, $B(1; 3)$ và $C(2; 0)$.



Tính giá trị của F tại các đỉnh ta được $F(0; 4) = \frac{32}{5}$, $F(1; 3) = \frac{34}{5}$, $F(2; 0) = 4$, $F(0; 0) = 0$. Khi đó giá trị lớn nhất cần tìm là $F(1; 3) = \frac{34}{5}$. Vậy số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng có thể thu được là 6,8 triệu đồng.

Câu 25. Giả sử một người ăn kiêng cần được cung cấp ít nhất 300 calo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C mỗi ngày từ hai loại đồ uống I và II. Mỗi cốc đồ uống I cung cấp 60 calo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C

Mỗi cốc đồ uống II cung cấp 60 calo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C . Biết rằng một cốc đồ uống I có giá 12 nghìn đồng và một cốc đồ uống II có giá 15 nghìn đồng.

a) Gọi x và y tương ứng là số cốc đồ uống I và II. Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình và xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x cốc đồ uống I và y cốc đồ uống II. Hãy biểu diễn F theo x và y .

c) Biết rằng F đạt giá trị nhỏ nhất trên miền nghiệm tìm được ở câu a tại một trong các đỉnh của miền nghiệm, tìm giá trị nhỏ nhất đó. Từ đó suy ra người đó cần uống bao nhiêu cốc loại I và loại II để chi phí là nhỏ nhất mà vẫn đáp ứng được yêu cầu hằng ngày.

Lời giải

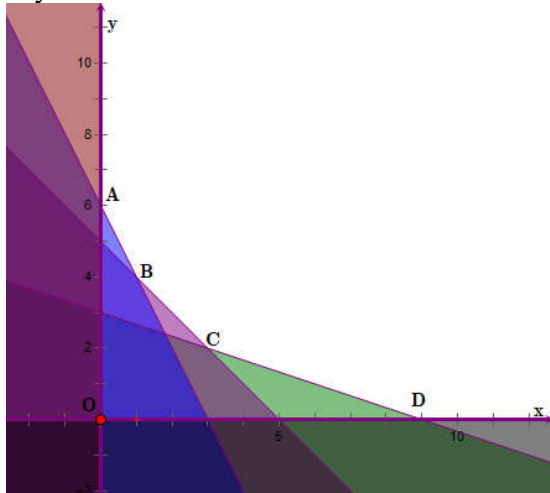
a) Gọi x và y lần lượt là số cốc đồ uống I và II thoả mãn điều kiện đề bài.

Khi đó ta có $x \geq 0$ và $y \geq 0$. Hơn nữa, để người ăn kiêng được cung cấp đủ lượng calo và vitamin thì $60x + 60y \geq 300$, $12x + 6y \geq 36$ và $10x + 30y \geq 90$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 60x + 60y \geq 300 \text{ hay } x + y \geq 5 \\ 12x + 6y \geq 36 \text{ hay } 2x + y \geq 6 \\ 10x + 30y \geq 90 \text{ hay } x + 3y \geq 9 \end{cases}$$

Miền nghiệm là miền không bị gạch với các đỉnh $A(0;6), B(1;4), C(3;2), D(9;0)$ như hình dưới đây.



b) Chi phí cho hai loại đồ uống là $F(x; y) = 12x + 15y$ (nghìn đồng).

c) Ta tính giá trị của F tại các đỉnh: $F(0;6) = 90, F(1;4) = 72, F(3;2) = 66, F(9;0) = 108$. Do đó F nhỏ nhất tại $(x; y) = (3; 2)$.

Vậy người đó cần uống 3 cốc đồ uống I và 2 cốc đồ uống II để đạt được các mục tiêu đề ra.

Câu 26. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Tính số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai trong một ngày mà phân xưởng cần sản xuất để tiền lãi thu được là cao nhất.

Lời giải

Bước 1: Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai trong một ngày mà phân xưởng cần sản xuất lần lượt là x và $y(x, y \in \mathbb{N})$. Biểu diễn các đại lượng khác theo x và y .

Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai trong một ngày mà phân xưởng cần sản xuất lần lượt là x và $y(x, y \in \mathbb{N})$.

Theo giả thiết, thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai nên ta có $0 \leq x \leq 200; 0 \leq y \leq 240$

Thời gian làm y chiếc kiểu 2 trong một ngày là $\frac{y}{60}(h)$

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai nên thời gian làm mũ thứ nhất là 1 giờ làm được 30 chiếc.

Thời gian làm x chiếc kiểu 1 trong một ngày là $\frac{x}{30}(h)$

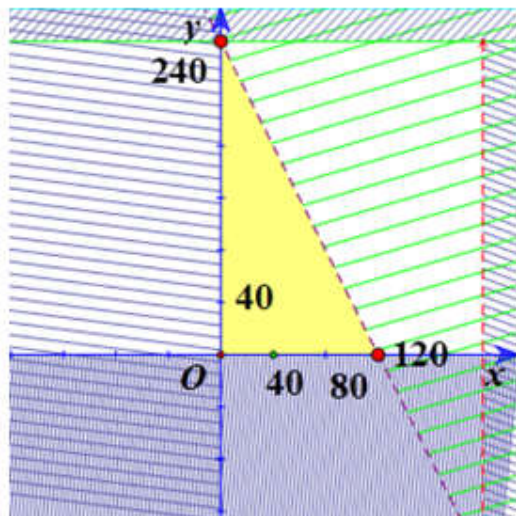
Tổng thời gian làm trong một ngày là $8h$ nên ta có:

$$\frac{x}{30} + \frac{y}{60} = 8$$

Bước 2: Lập hệ bất phương trình.

Bước 3: Biểu diễn miền nghiệm.

Miền biểu diễn miền nghiệm là phần màu vàng:



Bước 4: Tìm x và y để tiền lãi cao nhất.

Từ miền nghiệm ta thấy tiền lãi cao nhất tại khi điểm $(x; y)$ là một trong các đỉnh của tam giác màu vàng:

$$T = 24x + 15y$$

$$T(0; 240) = 15 \cdot 240 = 3600 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(120; 0) = 24 \cdot 120 = 2880 \text{ (nghìn đồng)}$$

Số lượng mũ kiểu 1 là 240 và số lượng mũ kiểu 2 là 0

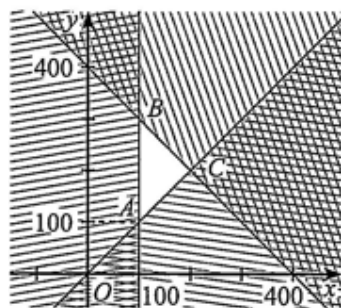
Câu 27. Anh Trung có kế hoạch đầu tư 400 triệu đồng vào hai khoản X và Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản X phải đầu tư ít nhất 100 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản Y không nhỏ hơn số tiền cho khoản X . Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để mô tả hai khoản đầu tư đó và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình vừa tìm được.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số tiền anh Trung đầu tư cho hai khoản X và Y (đơn vị: triệu đồng).

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} x + y \leq 400 \\ x \geq 100 \\ y \geq x. \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(100; 100), B(100; 300), C(200; 200)$ (Hình 15).

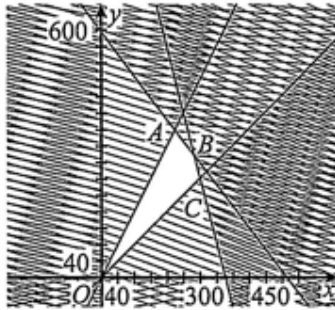


Hình 15

Câu 28. Một phân xưởng may áo vest và quần âu để chuẩn bị cho dịp cuối năm. Biết may 1 áo vest hết $2m$ vải và cần 20 giờ; 1 quần âu hết $1,5m$ vải và cần 5 giờ. Xí nghiệp được giao sử dụng không quá 900 m vải và số giờ công không vượt quá 6000 giờ. Theo khảo sát thị trường, số lượng quần bán ra không nhỏ hơn số lượng áo và không vượt quá 2 lần số lượng áo. Khi xuất ra thị trường, 1 chiếc áo lãi 350 nghìn đồng, 1 chiếc quần lãi 100 nghìn đồng. Phân xưởng cần may bao nhiêu áo vest và quần âu để thu được tiền lãi cao nhất (biết thị trường tiêu thụ luôn đón nhận sản phẩm của xí nghiệp)?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số áo vest và quần âu phân xưởng cần may ($x \geq 0, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z}$). Tiền lãi thu được $T = 350x + 100y$ (nghìn đồng).



Hình 16

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 1,5y \leq 900 \\ 20x + 5y \leq 6000 \\ x \leq y \leq 2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A(180;360), B(225;300), C(240;240)$ (Hình 16).

Ta được T đạt giá trị lớn nhất khi $x = 225, y = 300$ ứng với toạ độ đỉnh B .

Vậy để thu được tiền lãi cao nhất thì phân xưởng cần may 225 chiếc áo vest và 300 quần âu.

Câu 29. Bác Ngọc thực hiện chế độ ăn kiêng với yêu cầu tối thiểu hằng ngày qua thức uống là $300ca - lo, 36$ đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ nhất cung cấp 60 ca-lo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ hai cung cấp $60ca - lo, 6$ đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C.

a) Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai mà bác Ngọc nên uống mỗi ngày để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca-lo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

b) Chỉ ra hai phương án mà bác Ngọc có thể chọn lựa số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai nhằm đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca-lo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

Lời giải

a) Gọi x, y lần lượt là số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai cần tìm.

Lượng calo trong cả 2 đồ uống là: $60x + 60y$

Lượng vitamin A trong 2 đồ uống là: $12x + 6y$

Lượng vitamin C trong 2 đồ uống là: $10x + 30y$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 60x + 60y \geq 300 \\ 12x + 6y \geq 36 \\ 10x + 30y \geq 90 \end{cases}$$

b)

+) Thay cặp số $(2; 4)$ vào hệ ta được:

$$60.2 + 60.2 = 360 > 300$$

$$2.12 + 4.6 = 48 > 36$$

$$2.10 + 4.30 = 140 > 90$$

$\Rightarrow (2; 4)$ là một nghiệm của hệ.

+) Thay cặp số $(1; 5)$ vào hệ ta được:

$$1.60 + 5.60 = 360 > 300$$

$$1.12 + 5.6 = 42 > 36$$

$$1.10 + 5.30 = 160 > 90$$

$\Rightarrow (1; 5)$ là một nghiệm của hệ.

Vậy hai phương án bác Ngọc có thể chọn là:

Phương án 1: 2 cốc loại 1 và 4 cốc loại 2.

Phương án 2: 1 cốc loại 1 và 5 cốc loại 2.

Câu 30. Một chuỗi nhà hàng ăn nhanh bán đồ ăn từ 10h00 sáng đến 22h00 mỗi ngày. Nhân viên phục vụ của nhà hàng làm việc theo hai ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 10h00 đến 18h00 và ca II từ 14h00 đến 22h00.

Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ (bảng bên).

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
10h00 – 18h00	20000 đồng
14h00 – 22h00	22000 đồng

Để mỗi nhà hàng hoạt động được thì cần tối thiểu 6 nhân viên trong khoảng 10h00 - 18h00, tối thiểu 24 nhân viên trong thời gian cao điểm 14h00 - 18h00 và không quá 20 nhân viên trong khoảng 18h00 - 22h00. Do lượng khách trong khoảng 14h00 - 22h00 thường đông hơn nên nhà hàng cần số nhân viên ca II ít nhất phải gấp đôi số nhân viên ca I. Em hãy giúp chủ chuỗi nhà hàng chỉ ra cách huy động số lượng nhân viên cho mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất.

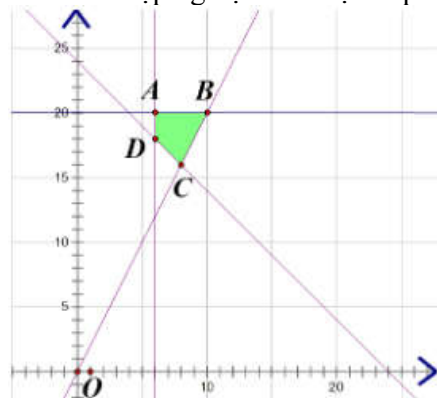
Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số nhân viên ca I và ca II ($x > 0, y > 0$)

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ x + y \geq 24 \\ (x + y) - x \leq 20 \\ y \geq 2x \end{cases}$$

Biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình



Tập nghiệm của bất phương trình giới hạn bởi tứ giác $ABCD$ với:

$$A(6; 20), B(10; 20), C(8; 16), D(6; 18)$$

Tiền lương mỗi ngày của các nhân viên: $T = 20x + 22y$ (nghìn đồng)

$$T(6; 20) = 20.6 + 22.20 = 560 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(10; 20) = 20.10 + 22.20 = 640 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(8; 16) = 20.8 + 22.16 = 512 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(6; 18) = 20.6 + 22.18 = 516 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy để tiền lương mỗi ngày ít nhất thì ca I có 8 nhân viên, ca II có 16 nhân viên.

Câu 31. Một trận bóng đá được tổ chức tại một sân vận động có sức chứa 40000 người, ban tổ chức phát hành hai loại vé là 400000 đồng và 200000 đồng. Do điều kiện sân đấu nên số lượng vé có giá 400000 không lớn hơn số lượng vé có giá 200000 đồng. Để an toàn phòng dịch, liên đoàn bóng đá yêu cầu số lượng vé phát hành không được quá 30% sức chứa của sân. Để tổ chức được trận đấu thì số tiền thu được qua bán vé không được ít hơn 3 tỉ đồng. Gọi x, y lần lượt là số vé giá 400000 đồng và 200000 đồng được bán ra.

- a) Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn số vé mỗi loại được bán ra đảm bảo mục đích của ban tổ chức.
b) Chỉ ra hai nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} x + y \leq 12000 \\ 2x + y \geq 15000 \\ x - y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{b) } (5000; 6000), (3000; 9000)$$

Câu 32. Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện; một chiếc ghế cần 1 giờ lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 nhân công, bộ phận hoàn thiện có 4 nhân công. Biết thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn.

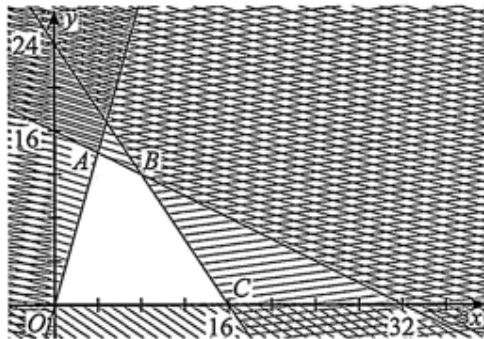
- a) Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng bàn và ghế mà trong một ngày phân xưởng có thể sản xuất, biết một nhân công làm việc không quá 8 tiếng mỗi ngày.
b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.
c) Biết một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng cần sản xuất bao nhiêu chiếc bàn, bao nhiêu chiếc ghế để thu được tiền lãi cao nhất?

Lời giải

- a) Gọi x, y lần lượt là số bàn, số ghế mà xưởng sản xuất trong một ngày ($x \geq 0; y \geq 0; x, y \in \mathbb{Z}$).
Ta có hệ:

$$\begin{cases} 1,5x + y \leq 24 \\ x + 2y \leq 32 \\ 3,5x - y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

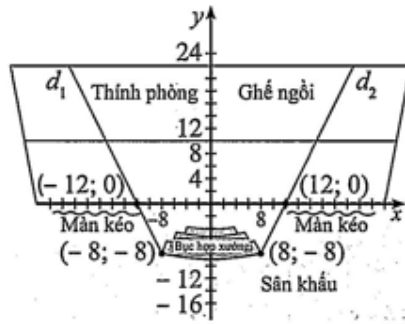
- b) Miền nghiệm của hệ là tứ giác $OABC$ (Hình 18).



Hình 18

- c) Để thu được tiền lãi cao nhất thì một ngày, xưởng sản xuất 8 chiếc bàn và 12 chiếc ghế. Khi đó tiền lãi mỗi ngày là 10200000 đồng.

Câu 33. Hình 13 mô tả sơ đồ một sân khấu gắn với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tọa độ là 1 mét). Phần tính phòng giới hạn bởi hai đường thẳng d_1, d_2 là vị trí ngồi của khán giả có thể nhìn thấy dàn hợp xướng. Gọi $(x; y)$ là tọa độ ngồi của khán giả ở thính phòng. Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà khán giả có thể nhìn thấy dàn hợp xướng.



Hình 13

Lời giải

$$\begin{cases} 2x - y < 24 \\ 2x + y > -24 \\ 10 \leq y \leq 22 \end{cases}$$

Câu 34. Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B . Cứ sản xuất mỗi thùng loại A thì nhà máy thải ra $0,25$ kg khí carbon dioxide (CO_2) và $0,60$ kg khí sulfur dioxide (SO_2), sản xuất mỗi thùng loại B thì thải ra $0,50$ kg CO_2 và $0,20$ kg SO_2 . Biết rằng, quy định hạn chế sản lượng CO_2 của nhà máy tối đa là 75 kg và SO_2 tối đa là 90 kg mỗi ngày.

- Tìm hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế trên. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.
- Việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?
- Việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?

Lời giải

a) Gọi x là số thùng thuốc trừ sâu loại A , y là số thùng thuốc trừ sâu loại B mà nhà máy sản xuất mỗi ngày. Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

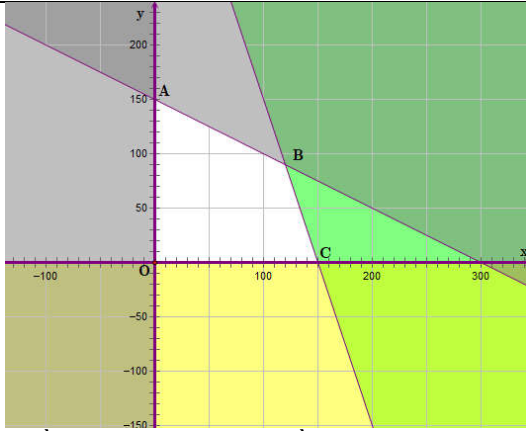
- sản lượng CO_2 tối đa là 75 kg nên $0,25x + 0,5y \leq 75$

- sản lượng SO_2 tối đa là 90 kg nên $0,6x + 0,2y \leq 90$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0,25x + 0,5y \leq 75 \\ 0,6x + 0,2y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình dưới.



Miền không tô màu (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình.

b) Nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày tức là $x = 100, y = 80$.

$$\text{Vị} \begin{cases} 0,25 \cdot 100 + 0,5 \cdot 80 = 65 \leq 75 \\ 0,6 \cdot 100 + 0,2 \cdot 80 = 76 \leq 90 \\ 100 \geq 0 \\ 80 \geq 0 \end{cases} \quad \text{nên cặp số } (100; 80) \text{ là một nghiệm của hệ bất phương trình a).}$$

Do đó việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày là phù hợp với quy định.

c) vì $0,25 \cdot 60 + 0,5 \cdot 160 = 95 > 75$ nên việc sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày vượt quá sản lượng CO_2 tối đa.

Vậy việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày là không phù hợp với quy định.

Câu 35. Bạn Lan thu xếp được không quá 10 giờ để làm hai loại đèn trung thu tặng cho các trẻ em khuyết tật. Loại đèn hình con cá cần 2 giờ để làm xong 1 cái, còn loại đèn ông sao chỉ cần 1 giờ để làm xong 1 cái. Gọi x, y lần lượt là số đèn hình con cá và đèn ông sao bạn Lan sẽ làm. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

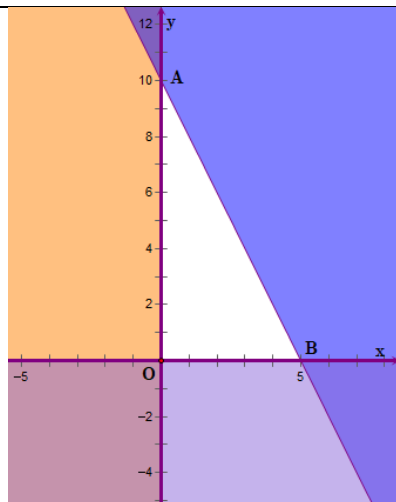
Lời giải

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$
- Tổng số giờ làm không quá 10 giờ nên $2x + y \leq 10$

$$\text{Từ đó ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{N})$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình dưới.



Miền không tô màu (miền tam giác OAB , bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 36. Một học sinh dự định vẽ các tấm thiệp xuân làm bằng tay để bán trong một hội chợ Tết. Cần 2 giờ để vẽ một tấm thiệp loại nhỏ có giá 10 nghìn đồng và 3 giờ để vẽ một tấm thiệp loại lớn có giá 20 nghìn đồng. Học sinh này chỉ có 30 giờ để vẽ và ban tổ chức hội chợ yêu cầu phải vẽ ít nhất 12 tấm. Hãy cho biết bạn ấy cần vẽ bao nhiêu tấm thiệp mỗi loại để có được nhiều tiền nhất.

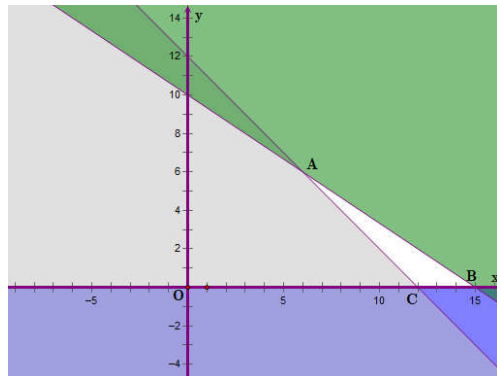
Lời giải

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$
- Tổng số giờ vẽ không quá 30 giờ nên $2x + 3y \leq 30$
- Số tấm thiệp tối thiểu là 12 tấm nên $x + y \geq 12$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 30 \\ x + y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{N})$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như hình dưới.



Miền không tô màu (miền tam giác ABC , bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình.

Với các đỉnh $A(6; 6), B(15; 0), C(12; 0)$.

Gọi F là số tiền (đơn vị: nghìn đồng) thu được, ta có: $F = 10x + 20y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tam giác:

Tại $A(6; 6)$: $F = 10.6 + 20.6 = 180$

Tại $B(15; 0)$: $F = 10.15 + 20.0 = 150$

Tại $C(12; 0)$: $F = 10.12 + 20.0 = 120$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 180 tại $A(6; 6)$.

Vậy bạn học sinh đó cần vẽ 6 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại to để có được nhiều tiền nhất.

Câu 37. Trong một tuần, bạn Mạnh có thể thu xếp được tối đa 12 giờ để tập thể dục giảm cân bằng hai môn: đạp xe và tập cử tạ tại phòng tập. Cho biết mỗi giờ đạp xe sẽ tiêu hao 350 calo và không tốn chi phí, mỗi giờ tập cử tạ sẽ tiêu hao 700 calo với chi phí 50000 đồng/giờ. Mạnh muốn tiêu hao nhiều calo nhưng không được vượt quá 7000 calo một tuần. Hãy giúp bạn Mạnh tính số giờ đạp xe và số giờ tập tạ một tuần trong hai trường hợp sau:

- Mạnh muốn chi phí luyện tập là ít nhất.
- Mạnh muốn số calo tiêu hao là nhiều nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số giờ đạp xe và tập tạ trong một tuần.

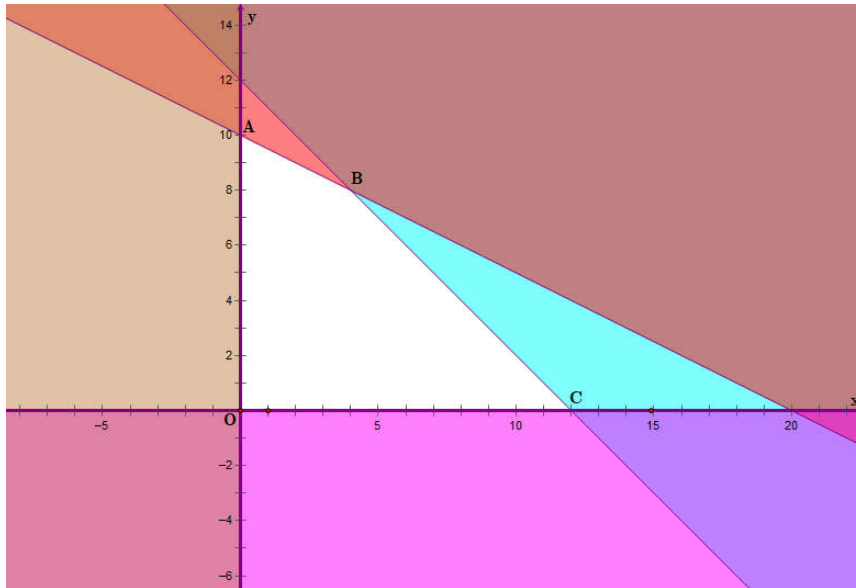
Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$
- Số giờ tập thể dục tối đa là 12 giờ nên $x + y \leq 12$
- Tổng số calo tiêu hao một tuần không quá 7000 calo nên $350x + 700y \leq 7000$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 12 \\ 350x + 700y \leq 7000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như hình dưới.



Miền không tô màu (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình.

Với các đỉnh $O(0;0), A(0;10), B(4;8), C(12;0)$.

a) Gọi F là chi phí luyện tập (đơn vị: nghìn đồng), ta có: $F = 50y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0), F = 50 \cdot 0 = 0$

Tại $A(0;10), F = 50 \cdot 10 = 500$

Tại $B(4;8), F = 50 \cdot 8 = 400$

Tại $C(12;0), F = 50 \cdot 0 = 0$

F đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $O(0;0), C(12;0)$.

Vậy bạn Mạnh cần đạp xe 12 giờ hoặc không tập thể dục..

b) Gọi T là lượng calo tiêu hao (đơn vị: calo), ta có:

$$T = 350x + 700y$$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $T = 350.0 + 700.0 = 0$

Tại $A(0;10)$, $T = 350.0 + 700.10 = 7000$

Tại $B(4;8)$, $T = 350.4 + 700.8 = 7000$

Tại $C(12;0)$, $T = 350.12 + 700.0 = 4200$

T đạt giá trị lớn nhất bằng 7000 tại $A(0;10)$, $B(4;8)$.

Vậy bạn Mạnh có thể chọn một trong hai phương án: Tập tạ 10 giờ hoặc đạp xe 4 tiếng và tập tạ 8 tiếng.

Câu 38. Bác Năm dự định trồng khoai lang và khoai mì trên mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha khoai lang thì cần 10 ngày công và thu được 20 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha khoai mì thì cần 15 ngày công và thu được 25 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng được không quá 90 ngày công cho việc trồng khoai lang và khoai mì.

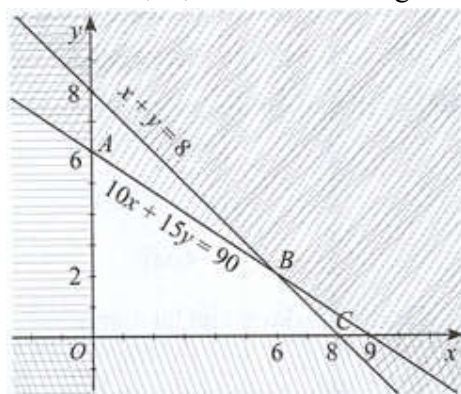
Lời giải

Gọi x là số hecta trồng khoai lang và y là số hecta trồng khoai mì.

Ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 10x + 15y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy ta được miền đa giác $OABC$. Tọa độ các đỉnh của đa giác đó là: $O(0;0)$; $A(0;6)$; $B(6;2)$; $C(8;0)$.



Hình 4

Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 20x + 25y$.

Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của $F = 20x + 25y$ trên miền đa giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0;0)$: $F = 20.0 + 25.0 = 0$;

Tại $A(0;6)$: $F = 20.0 + 25.6 = 150$;

Tại $B(6;2)$: $F = 20.6 + 25.2 = 170$;

Tại $C(8;0)$: $F = 20.8 + 25.0 = 160$.

Ta thấy F đạt giá trị lớn nhất bằng 170 tại $B(6;2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha khoai lang và 2 ha khoai mì.

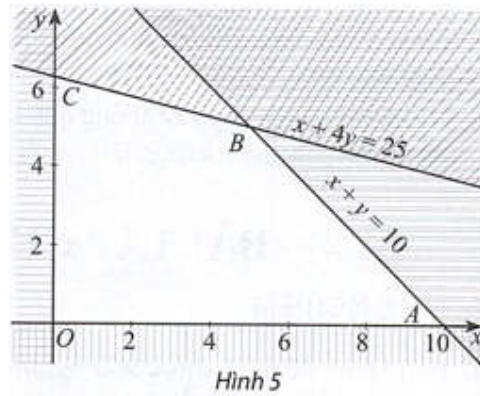
Câu 39. Một người bán nước giải khát đang có 25 g bột nho và 100 g đường để pha chế hai loại nước nho A và B . Để pha chế 1l nước nho loại A cần 10 g đường và 1 g bột nho; để pha chế 1l nước nho loại B cần 10 g đường và 4 g bột nho. Mỗi lít nước nho loại A khi bán lãi được 30 nghìn đồng, mỗi lít nước nho loại B khi bán lãi được 40 nghìn đồng. Hỏi người đó nên pha chế bao nhiêu lít nước nho mỗi loại để có lợi nhuận cao nhất?

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số lít nước nho loại A và B người đó có thể pha chế. Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + 4y \leq 25 \\ x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$, trong đó $O(0;0)$; $A(10;0)$; $B(5;5)$; $C(0;6,25)$.



Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) thu được, ta có: $F = 30x + 40y$.

Ta có: Tại $O(0;0)$: $F = 30.0 + 40.0 = 0$;

Tại $A(10;0)$: $F = 30.10 + 40.0 = 300$;

Tại $B(5;5)$: $F = 30.5 + 40.5 = 350$;

Tại $C(0;6,25)$: $F = 30.0 + 40.6,25 = 250$.

Ta thấy F đạt GTLN bằng 350 tại $B(5;5)$.

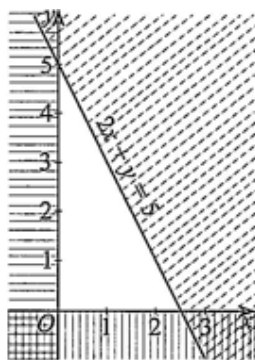
Vậy người đó nên pha chế 5l nước nho mỗi loại để có lợi nhuận cao nhất.

Câu 40. Bạn Bích có 500g bột gạo để pha hai loại nước hồ tráng bánh đa và bánh xèo. Một lít nước hồ tráng bánh đa cần 200g bột gạo, còn một lít nước hồ tráng bánh xèo chỉ cần 100g bột gạo. Gọi x, y lần lượt là số lít nước hồ tráng bánh đa và bánh xèo. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải

Hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y :

$$\begin{cases} 2x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$



Miền không gạch chéo bao gồm cả các cạnh trong Hình 3 là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên

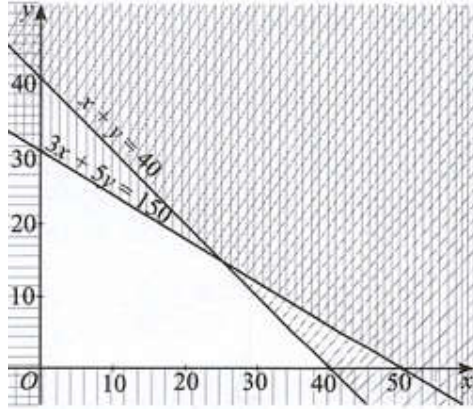
Câu 41. Một bãi đậu xe ban đêm có diện tích đậu xe là $150m^2$ (không tính lối đi cho xe ra vào). Cho biết xe du lịch cần diện tích $3m^2$ /chiếc và phải trả phí 40 nghìn đồng, xe tải cần diện tích $5m^2$ / chiếc và phải trả phí 50 nghìn đồng. Nhân viên quản lý không thể phục vụ quá 40 xe một đêm. Hãy tính số lượng xe mỗi loại mà chủ bãi xe có thể cho đăng kí đậu xe để có doanh thu cao nhất.

Lời giải

Gọi x là số xe du lịch và y là số xe tải mà chủ bãi xe nên cho đậu một đêm. Ta có hệ bất phương

$$\text{trình: } \begin{cases} x + y \leq 40 \\ 3x + 5y \leq 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Miền không gạch chéo bao gồm cả các cạnh trong Hình 4 là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.



Số tiền chủ bãi xe thu được $F = 40x + 50y$ đạt GTLN bằng 1750 nghìn đồng tại $(25; 15)$. Vậy để có doanh thu cao nhất, chủ bãi xe có thể cho đăng kí 25 chiếc xe du lịch và 15 chiếc xe tải.

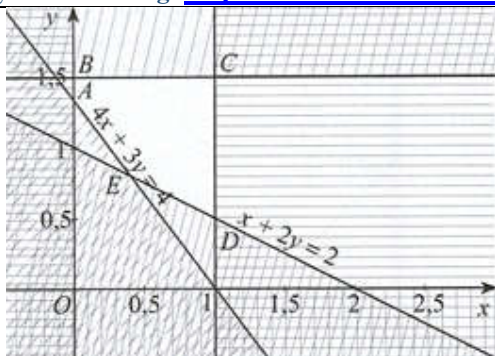
Câu 42. Cho biết mỗi kilôgam thịt bò giá 250 nghìn đồng, trong đó có chứa khoảng 800 đơn vị protein và 100 đơn vị lipit, mỗi kilôgam thịt heo có giá 200 nghìn đồng, trong đó có chứa khoảng 600 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Một gia đình cần ít nhất 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit trong khẩu phần thức ăn mỗi ngày và họ chỉ có thể mua một ngày không quá 1kg thịt bò và 1,5kg thịt heo. Hỏi gia đình này phải mua bao nhiêu kilôgam thịt mỗi loại để chi phí là ít nhất?

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số kilôgam thịt bò và thịt heo có thể mua. Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 4x + 3y \geq 4 \\ x + 2y \geq 2 \\ x \geq 0 \\ x \leq 1 \\ y \geq 0 \\ y \leq 1,5 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền đa giác $ABCDE$ có tọa độ các đỉnh là: $A\left(0; \frac{4}{3}\right); B\left(0; \frac{3}{2}\right); C\left(1; \frac{3}{2}\right); D\left(1; \frac{1}{2}\right); E\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)$. Số tiền người đó thu được $F = 250x + 200y$ đạt GTNN là 260 nghìn đồng tại đỉnh $E\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)$



Vậy gia đình này chỉ cần mua $\frac{2}{5} \text{ kg}$ thịt bò và $\frac{4}{5} \text{ kg}$ thịt heo để đủ đáp ứng yêu cầu về dinh dưỡng mà lại tốn chi phí ít nhất.

Câu 43. Một công ty dự định sản xuất hai loại sản phẩm A và B. Các sản phẩm này được chế tạo từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số kilogram dự trữ từng loại nguyên liệu và số kilogram từng loại nguyên liệu cần dùng để sản xuất ra 1 kg sản phẩm được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilogram nguyên liệu dự trữ	Số kilogram nguyên liệu cần dùng sản xuất 1 kg sản phẩm	
		A	B
I	8	2	1
II	24	4	4
III	8	1	2

Công ty đó nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi loại để tiền lãi thu về lớn nhất? Biết rằng, mỗi kilogram sản phẩm loại A lãi 30 triệu đồng, mỗi kilogram sản phẩm loại B lãi 50 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kilogram sản phẩm loại A, loại B mà công ty đó sản xuất.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

Nguyên liệu loại I có số kilogram dự trữ là 8 kg nên $2x + y \leq 8$

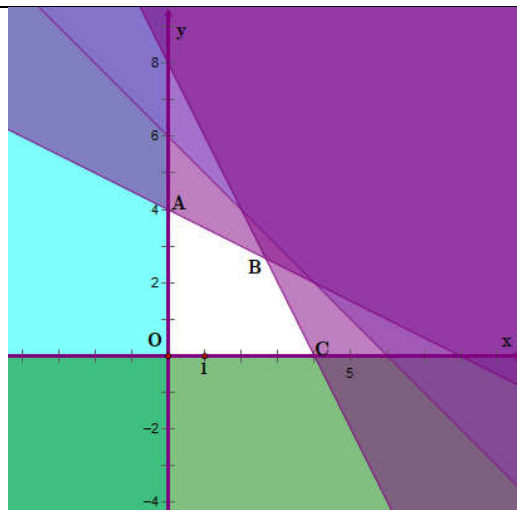
Nguyên liệu loại II có số kilogram dự trữ là 24 kg nên $4x + 4y \leq 24$

Nguyên liệu loại III có số kilogram dự trữ là 8 kg nên $x + 2y \leq 8$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 4x + 4y \leq 24 \\ x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0)$, $A(0;4)$, $B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$, $C(4;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu về, ta có:

$$F = 30x + 50y$$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $F = 30.0 + 50.0 = 0$

Tại $A(0;4)$, $F = 30.0 + 50.4 = 200$

Tại $B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$, $F = 30.\frac{8}{3} + 50.\frac{8}{3} = \frac{640}{3}$

Tại $C(4;0)$: $F = 30.4 + 50.0 = 120$

F đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{640}{3}$ tại $B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Vậy công ty đó nên sản xuất $\frac{8}{3}kg$ sản phẩm mỗi loại để tiền lãi thu về lớn nhất.

Câu 44. Một công ty cần mua các tủ đựng hồ sơ. Có hai loại tủ: Tủ loại A chiếm $3m^2$ sàn, loại này có sức chứa $12m^3$ và có giá 7,5 triệu đồng; tủ loại B chiếm $6m^2$ sàn, loại này có sức chứa $18m^3$ và có giá 5 triệu. Cho biết công ty chỉ thu xếp được nhiều nhất là $60m^2$ mặt bằng cho chỗ đựng hồ sơ và ngân sách mua tủ không quá 60 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch mua sắm để công ty có được thể tích đựng hồ sơ lớn nhất.

Lời giải chi tiết

Gọi x, y lần lượt là số tủ loại A, loại B mà công ty cần mua.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

- Mặt bằng nhiều nhất là $60m^2$ nên $3x + 6y \leq 60$

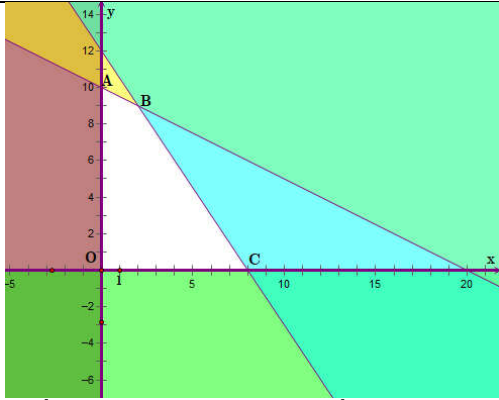
- Ngân sách mua tủ không quá 60 triệu đồng nên

$$7,5x + 5y \leq 60$$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 60 \\ 7,5x + 5y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0)$, $A(0;10)$, $B(2;9)$, $C(8;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu về, ta có: $F = 12x + 18y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $F = 12.0 + 18.0 = 0$

Tại $A(0;10)$: $F = 12.0 + 18.10 = 180$

Tại $B(2;9)$, $F = 12.2 + 18.9 = 186$

Tại $C(8;0)$, $F = 12.8 + 18.0 = 96$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 186 tại $B(2;9)$,

Vậy công ty đó nên mua 2 tủ loại A và 9 tủ loại B để thể tích đựng hồ sơ là lớn nhất.

Câu 45. Một nông trại thu hoạch được 180 kg cà chua và 15 kg hành tây. Chủ nông trại muốn làm các hũ tương cà để bán. Biết rằng, để làm ra một hũ tương cà loại A cần 10 kg cà chua cùng với 1 kg hành tây và khi bán lãi được 200 nghìn đồng, còn để làm được một hũ tương cà loại B cần 5 kg cà chua cùng với 0,25 kg hành tây và khi bán lãi được 150 nghìn đồng. Thăm dò thị hiếu của khách hàng cho thấy cần phải làm số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B . Hãy giúp chủ nông trại lập kế hoạch làm tương cà để có được nhiều tiền lãi nhất.

Lời giải

Gọi x , y lần lượt là số hũ tương cà loại A , loại B mà chủ nông trại cần làm.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x , y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

- Có 180 kg cà chua nên $10x + 5y \leq 180$

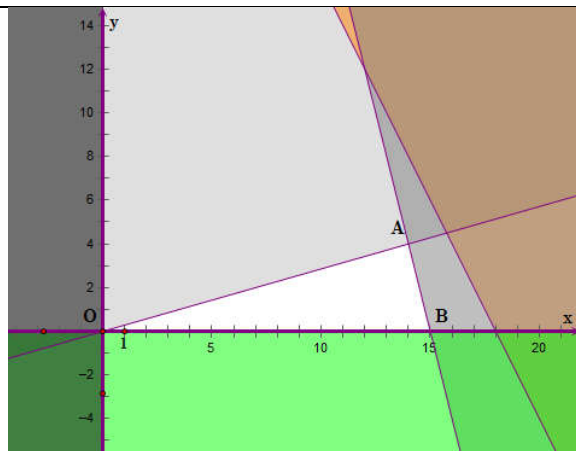
- Có 15 kg hành tây nên $x + 0,25y \leq 15$

- Số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B nên $x \geq 3,5y$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 10x + 5y \leq 180 \\ x + 0,25y \leq 15 \\ x \geq 3,5y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tam giác OAB , bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0)$, $A(14;4)$, $B(15;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) thu được, ta có: $F = 200x + 150y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $F = 200.0 + 150.0 = 0$

Tại $A(14;4)$, $F = 200.14 + 150.4 = 3400$

Tại $B(15;0)$, $F = 200.15 + 150.0 = 3000$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 3400 nghìn đồng tại $A(14;4)$.

Vậy chủ nông trại đó nên làm 14 hũ loại A và 4 hũ loại B để tiền lãi thu được là lớn nhất.

Câu 46. Một xưởng sản xuất có hai máy đặc chủng A, B sản xuất hai loại sản phẩm X, Y . Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng máy A trong 6 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng máy A trong 2 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Cho biết mỗi máy không thể sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày, máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày. Một tấn sản phẩm X lãi 10 triệu đồng và một tấn sản phẩm Y lãi 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất mỗi ngày sao cho tổng số tiền lãi cao nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số tấn sản phẩm X, Y mà xưởng cần sản xuất mỗi ngày.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

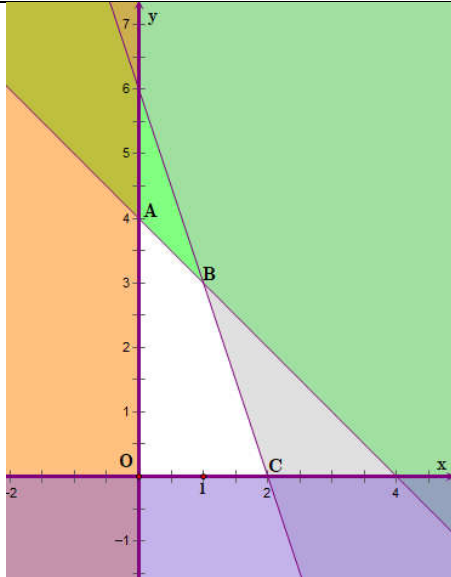
Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày nên $6x + 2y \leq 12$

Máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày nên $2x + 2y \leq 8$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 6x + 2y \leq 12 \\ 2x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0)$, $A(0;4)$, $B(1;3)$, $C(2;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu về, ta có: $F = 10x + 8y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $F = 10.0 + 8.0 = 0$

Tại $A(0;4)$: $F = 10.0 + 8.4 = 32$

Tại $B(1;3)$, $F = 10.1 + 8.3 = 34$

Tại $C(2;0)$: $F = 10.2 + 8.0 = 20$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 34 tại $B(1;3)$.

Vậy xưởng đó nên sản xuất 1 tấn sản phẩm loại X và 3 tấn sản phẩm loại Y để tổng số tiền lãi là lớn nhất.

Câu 47. Bác Dũng dự định quy hoạch x sào đất trồng cà tím và y sào đất trồng cà chua. Bác chỉ có không quá 9 triệu đồng để mua hạt giống. Cho biết tiền mua hạt giống cà tím là 200000 đồng/sào và cà chua là 100000 đồng/sào. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Lời giải

$$\begin{cases} 2x + y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Câu 48. Một phân xưởng lắp ráp máy tính dự định ráp x chiếc máy tính cá nhân và y chiếc máy tính bảng trong một ngày. Do hạn chế về nhân công nên mỗi ngày chỉ có thể xuất xưởng tổng hai loại máy tính trên không quá 150 chiếc. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Lời giải

$$\begin{cases} x + y \leq 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Câu 49. Bạn Hoàng dự định mua x con cá vàng và y con cá Koi từ một trại cá giống. Cho biết mỗi con cá vàng có giá 35 nghìn đồng còn mỗi con cá Koi có giá 150 nghìn đồng. Hoàng chỉ để dành được 1,7 triệu đồng và trại cá chỉ bán mỗi loại cá từ 10 con trở lên. Hãy viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Lời giải

$$\begin{cases} 7x + 30y \leq 340 \\ x \geq 10 \\ y \geq 10. \end{cases}$$

Câu 50. Một học sinh dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa loại nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng, 90 phút để làm một bình hoa loại lớn và sẽ bán với giá 200 nghìn đồng. Học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất là 12 bình hoa. Hãy cho biết bạn ấy cần làm bao nhiêu bình hoa mỗi loại để gây quỹ được nhiều tiền nhất.

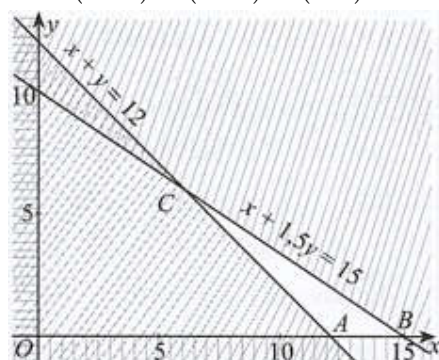
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số bình hoa loại nhỏ và $4y$ loại lớn mà bạn học sinh có thể làm được.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ x + 1,5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là: $A(12;0); B(15;0); C(6;6)$



Hình 1

Số tiền gây quỹ $F = 100x + 200y$ đạt GTLN là 1800 nghìn đồng tại đỉnh $C(6;6)$.

Vậy bạn đó cần làm 6 cái bình hoa mỗi loại để gây quỹ được nhiều tiền nhất.

Câu 51. Một xưởng sản xuất có 12 tấn nguyên liệu A và 8 tấn nguyên liệu B để sản xuất hai loại sản phẩm X, Y . Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng 6 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B , khi bán lãi được 10 triệu đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng 2 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B , khi bán lãi được 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xưởng nói trên sao cho có tổng số tiền lãi cao nhất.

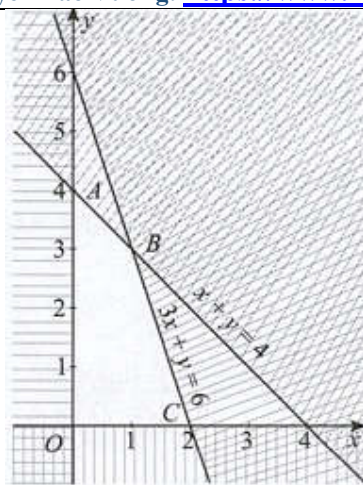
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm X và Y mà xưởng cần sản xuất.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 4 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác $OABC$ có tọa độ các đỉnh là: $O(0;0); A(0;4); B(1;3); C(2;0)$ (Hình 2).



Hình 2

Số tiền lãi $F = 10x + 8y$ đạt GTLN bằng 34 triệu đồng tại đỉnh $B(1;3)$.

Vậy xưởng cần sản xuất 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y thì sẽ có tổng tiền lãi cao nhất.

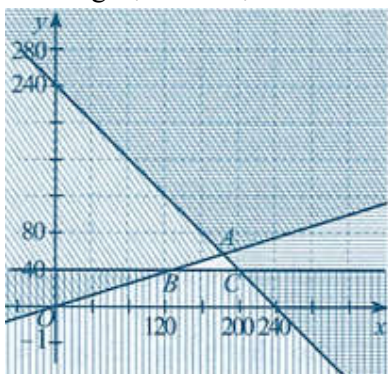
Câu 52. Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để mô tả hai khoản đầu tư đó và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình vừa tìm được.

Lời giải

Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền tam giác ABC với $A(180; 60), B(120; 40), C(200; 40)$ ở Hình.



Câu 53. Trong 1 lạng thịt bò chứa 26 g protein, 1 lạng cá chứa 22 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến 91 g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày.

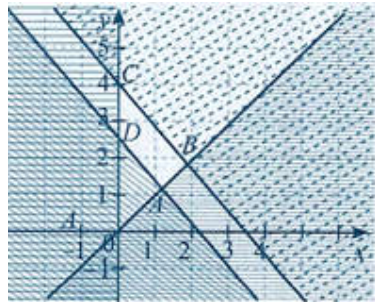
- Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông.
- Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.
- Chỉ ra một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình đó với x_0, y_0 là số nguyên.

Lời giải

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày

$$\text{cho một người đàn ông là: } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A\left(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}\right), B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right), C\left(0; \frac{91}{22}\right), D\left(0; \frac{28}{11}\right)$ ở Hình



c) Một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình với x_0, y_0 là số nguyên: $(x_0; y_0) = (1; 2)$.

Câu 54. Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 cốc nước lọc và 210 g đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, 30 g đường và 1 g hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, 10 g đường và 4 g hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế bao nhiêu cốc đồ uống mỗi loại?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số cốc đồ uống loại A , loại B mà đội chơi cần pha chế với $x \geq 0, y \geq 0$.

Số cốc nước cần dùng là: $x + y$ (cốc).

Lượng đường cần dùng là: $30x + 10y$ (g).

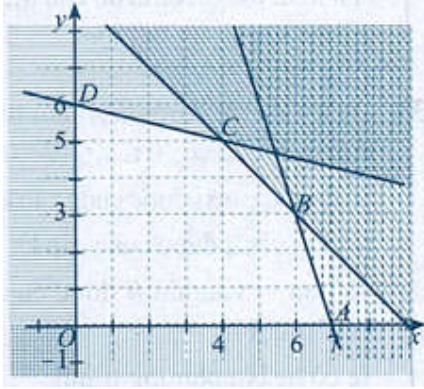
Lượng hương liệu cần dùng là: $x + 4y$ (g).

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (III)$$

Số điểm thưởng nhận được là: $F = 6x + 8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (III).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (III) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0; 0), A(7; 0), B(6; 3), C(4; 5), D(0; 6)$ (hình).



Tính giá trị của $F = 6x + 8y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x = 4; y = 5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A, 5 cốc đồ uống loại B.

Câu 55. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá 1 kg thịt bò là 200000 đồng, 1 kg thịt lợn là 160000 đồng. Hỏi gia đình đó cần mua bao nhiêu ki-lô-gam thịt mỗi loại để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipit cho gia đình và có chi phí là ít nhất?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua trong một ngày với $0 \leq x \leq 1,6, 0 \leq y \leq 1,1$.

Số đơn vị protein gia đình có là: $800x + 600y$.

Số đơn vị lipit gia đình có là: $200x + 400y$. Theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (IV)$$

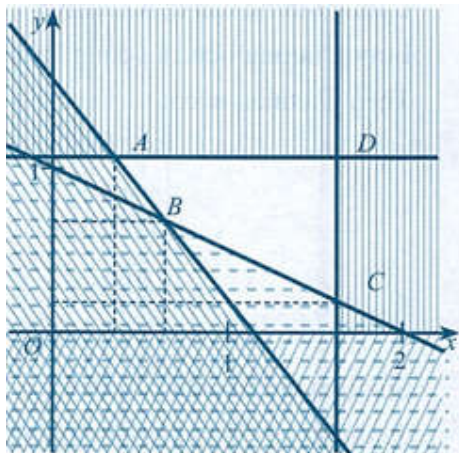
Số tiền gia đình đã dùng để mua thịt bò và thịt lợn là:

$$T = 200000x + 160000y \text{ (đồng)}.$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (IV) để $T = 200000x + 160000y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0,3;1,1), B(0,6;0,7), C(1,6;0,2), D(1,6;1,1)$ (hình)



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 232000 đồng tại $x = 0,6; y = 0,7$

Vậy để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất thì gia đình đó cần mua thêm 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn

Câu 56. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại.

a) Viết hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B .

b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

c) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Hỏi một ngày, bà Lan cần dùng mỗi loại thực phẩm bao nhiêu gói để chi phí mua là ít nhất?

Lời giải

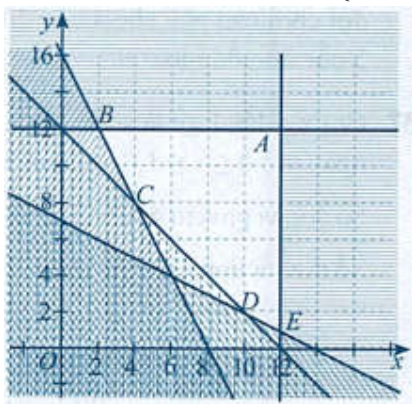
a) Gọi x, y lần lượt là số gói thực phẩm loại X , loại Y mà bà Lan cần dùng trong một ngày. Ta có: $0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 12$.

Số đơn vị canxi được cung cấp là: $20x + 20y$. Ta có: $20x + 20y \geq 240$ hay $x + y \geq 12$.

Số đơn vị sắt được cung cấp là: $20x + 10y$. Ta có: $20x + 10y \geq 160$ hay $2x + y \geq 16$.

Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $10x + 20y$. Ta có: $10x + 20y \geq 140$ hay $x + 2y \geq 14$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$



b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $ABCDE$ với $A(12;12)$, $B(2;12)$, $C(4;8)$, $D(10;2)$, $E(12;1)$

c) Số tiền bà Lan dùng để mua các gói thực phẩm X, Y trong một ngày là: $T = 20x + 25y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 250 nghìn đồng tại $x = 10; y = 2$.

Vậy để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B nhưng với chi phí thấp nhất thì mỗi ngày bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y .

Câu 57. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xường,... Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp

cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120 g bột mì, 60 g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160 g bột mì và 40 g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất.

Lời giải

Gọi x, y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất. Trong đó $0 < x, 0 < y$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Khối lượng bột mì cần dùng là: $0,12x + 0,16y$ (kg).

Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x + 0,04y$ (kg).

Ta có: $0,12x + 0,16y \leq 600$ hay $3x + 4y \leq 15000$;

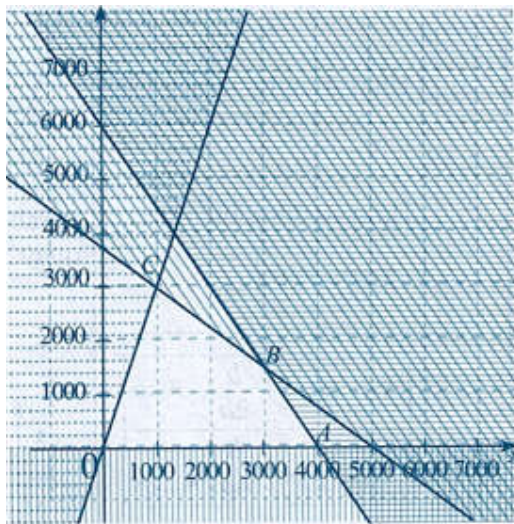
$0,06x + 0,04y \leq 240$ hay $3x + 2y \leq 12000$.

Số tiền lãi thu được là: $T = 8x + 6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x, y là nghiệm của hệ bất

$$\text{phương trình: } \begin{cases} 3x + 4y \leq 15000 \\ 3x + 2y \leq 12000 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (V) \text{ để } T = 8x + 6y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

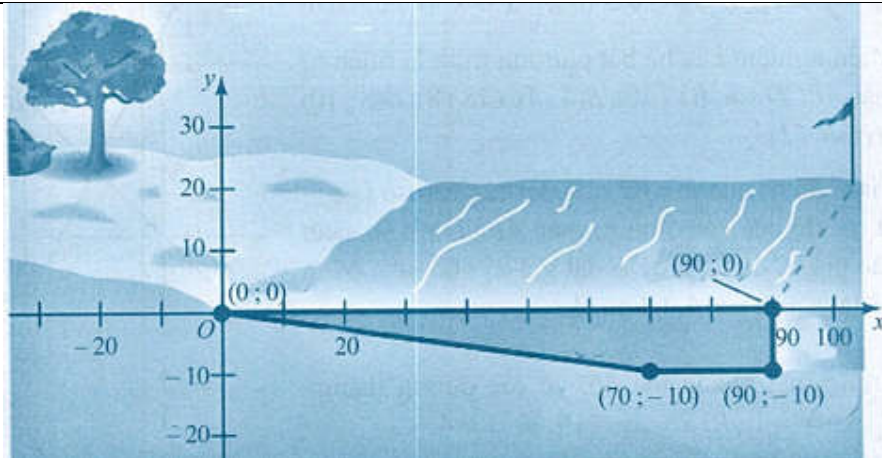
Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A(4000;0), B(3000;1500), C(1000;3000)$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x = 3000; y = 1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Câu 58. Hình mô tả mặt cắt ngang của một khu vực dành cho bơi lội ở bãi biển (vị trí giăng dây giới hạn khu vực bơi dành cho du khách). Gọi $(x; y)$ là tọa độ của một điểm nằm trên mặt cắt ngang. Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn mô tả mặt cắt ngang của bãi tắm. (Đơn vị trên các trục tọa độ là foot, 1 foot = 30,48 cm)



Lời giải

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 90 \\ -10 \leq y \leq 0 \\ x + 7y \geq 0 \end{cases}$$

Câu 59. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi ki-lô-gam sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ làm, đem lại lợi nhuận 50000 đồng. Mỗi ki-lô-gam sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ làm, đem lại lợi nhuận 40000 đồng. Xưởng có 200 kg nguyên liệu, 1500 giờ làm và cần tính số sản phẩm mỗi loại nên sản xuất để thu về lợi nhuận cao nhất. Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam sản phẩm loại I, loại II cần sản xuất. Thiết lập hệ bất phương trình hai ẩn x, y thỏa mãn các điều kiện trên và phát biểu bài toán cần giải quyết.

Lời giải

Theo đề bài, số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$ (kg), số giờ làm là $30x + 15y$ (giờ), lợi nhuận là $50000x + 40000y$ (đồng).

Khi đó, ta có: $2x + 4y \leq 200$ hay $x + 2y - 100 \leq 0$ và $30x + 15y \leq 1500$ hay $2x + y - 100 \leq 0$.

Vậy ta có bài toán:

Tìm giá trị x, y thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 100 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Sao cho $M = 50000x + 40000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 60. Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B . Cứ một thùng loại A thì nhà máy thải ra 0,25kg khí carbon monoxide (CO) và 0,60kg sulfur dioxide (SO_2); cứ hạn chế lượng CO của nhà máy ở mức tối đa là 75kg và SO_2 tối đa là 90kg mỗi ngày.

- Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình.
- Việc nhà máy sản xuất 100 thùng A và 80 thùng B mỗi ngày có hợp pháp không?
- Việc nhà máy sản xuất 60 thùng A và 160 thùng B mỗi ngày có hợp pháp không?

Lời giải

a) Gọi x, y lần lượt là số thùng loại A và loại B mà nhà máy sản xuất mỗi ngày. Số kilôgam khí CO nhà máy thải ra là $0,25x + 0,5y$.

Số kilôgam khí SO_2 nhà máy thải ra là $0,6x + 0,2y$.

Khi đó ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

$$\begin{cases} 0,25x + 0,5y \leq 75 \\ 0,6x + 0,2y \leq 90 \quad (I) \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

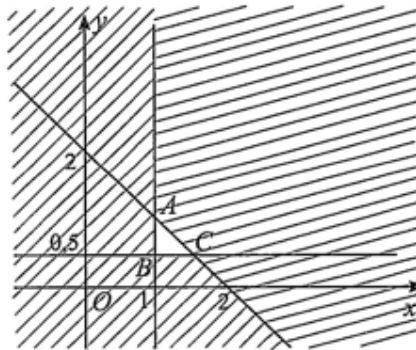
b) Do $x = 100, y = 80$ thoả mãn hệ bất phương trình (I) nên nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày là hợp pháp.

c) Do $x = 60, y = 160$ không thoả mãn hệ bất phương trình (I) nên nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày là không hợp pháp.

Câu 61. Một cặp vợ chồng có 2 tỉ đồng đầu tư để có thu nhập cố định. Chuyên gia tài chính gợi ý suất 7%/năm. Sau khi cân nhắc cẩn thận, cặp vợ chồng quyết định đầu tư ít nhất 1 tỉ đồng vào cổ phiếu A và gửi ít nhất 500 triệu đồng vào ngân hàng B. Hỏi chuyên gia tài chính nên tiến hành như thế nào để tối đa hoá lợi nhuận đầu tư của họ?

Lời giải

Gọi x (tỉ đồng) là số tiền mà cặp vợ chồng đầu tư vào cổ phiếu A. Gọi y (tỉ đồng) là số tiền mà cặp vợ chồng gửi vào ngân hàng B.



Do tổng số tiền cặp vợ chồng có là 2 tỉ nên $x + y \leq 2$. Khi đó ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x \geq 1, y \geq 0,5 \end{cases} (I).$$

Miền nghiệm của hệ (I) là hình tam giác ABC như hình bên, với toạ độ các đỉnh là:

$$A(1;1), B(1;0,5), C(1,5;0,5).$$

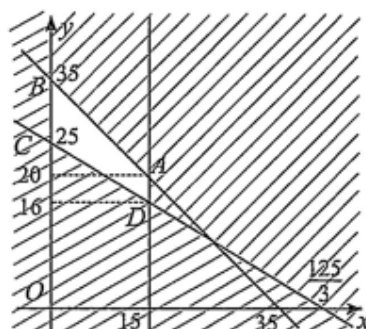
Ta có $F(1;1) = 0,17; F(1;0,5) = 0,125; F(1,5;0,5) = 0,185$.

Do giá trị lớn nhất cần tìm là $F(1,5;0,5) = 0,185$ nên cặp vợ chồng cần đầu tư 1,5 tỉ đồng vào cổ phiếu A và gửi 0,5 tỉ đồng vào ngân hàng B thì lợi nhuận thu được là tối đa.

Câu 62. Một trung tâm tiệc cưới cung cấp hai loại bàn cho thuê: bàn hình chữ nhật cho 6 người với chi phí 0,5 triệu đồng/chiếc và bàn tròn 10 người với chi phí 1 triệu đồng/chiếc. Anh Tú muốn thuê hội trường để tổ chức tiệc cưới và cần bàn cho 250 người. Hội trường có thể kê tối đa 35 bàn và chỉ kê được tối đa 15 bàn hình chữ nhật. Hỏi anh Tú nên thuê mỗi loại bao nhiêu bàn để chi phí ít nhất?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số bàn hình chữ nhật và số bàn hình tròn mà anh Tú muốn thuê. Do tiệc cưới cần bàn cho 250 người nên $6x + 10y \geq 250$.



Hội trường có thể có tối đa 35 bàn và hội trường đó chỉ kê được tối đa 15 bàn hình chữ nhật nên $x + y \leq 35$

$$\text{và } x \leq 15. \text{ Do đó ta thu được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau: } \begin{cases} 6x + 10y \geq 250 \\ x + y \leq 35 \\ x \leq 15 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (I).$$

Chi phí thuê bàn mà anh Tú phải trả là $F(x; y) = 0,5x + y$.

Miền nghiệm của hệ (I) là hình tứ giác ABCD như hình vẽ, với tọa độ các đỉnh là:

$A(15; 20), B(0; 35), C(0; 25), D(15; 16)$.

Ta có $F(15; 20) = 27,5; F(0; 35) = 35; F(0; 25) = 25; F(15; 16) = 23,5$.

Do giá trị nhỏ nhất cần tìm là $F(15; 16) = 23,5$ nên anh Tú cần thuê 15 bàn hình chữ nhật và 16 bàn hình tròn để chi phí thấp nhất.

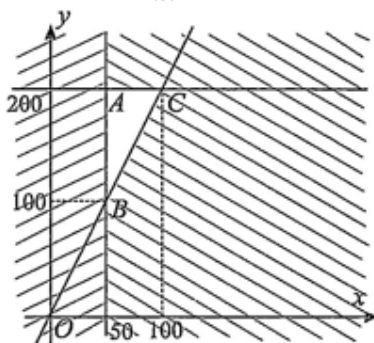
Câu 63. Một cửa hàng bánh mì kết hợp thịt bò xay và thịt lợn xay để làm nhân ổ bánh mì. Thịt bò xay có 75% nạc (75% thịt nạc, 25% thịt mỡ) và giá thị trường là 200 nghìn đồng/kg. Thịt lợn xay có 60% nạc (60% thịt nạc, 40% thịt mỡ) và giá thị trường là 60 nghìn đồng/kg.

Nhân bánh phải có ít nhất 70% nạc. Nếu cửa hàng muốn sử dụng ít nhất 50 kg thịt lợn có sẵn và không quá 200 kg thịt bò thì cửa hàng nên trộn bao nhiêu kilogram thịt bò xay với thịt lợn xay sao cho chi phí ít nhất?

Lời giải

Gọi x là số kilogram thịt lợn cần dùng, ta suy ra số kilogram nạc do thịt lợn cung cấp là $x60\%$. Gọi y là số kilogram thịt bò cần dùng, ta suy ra số kilogram nạc do thịt bò cung cấp là $y75\%$. Tỷ lệ nạc của $(x + y)kg$ thịt là: $\frac{x60\% + y75\%}{x + y}$.

Theo yêu cầu ta có $\frac{x60\% + y75\%}{x + y} \geq 70\% \Leftrightarrow 2x - y \leq 0$.



Do cửa hàng muốn sử dụng ít nhất 50 kg thịt lợn có sẵn và không quá 200 kg thịt bò nên $x \geq 50$ và

$$0 \leq y \leq 200. \text{ Do đó ta thu được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau: } \begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ x \geq 50 \\ 0 \leq y \leq 200 \end{cases} \quad (I).$$

Số tiền cửa hàng bỏ ra để mua thịt là $F(x; y) = 60x + 200y$ (nghìn đồng).

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tam giác ABC như hình vẽ, với tọa độ các đỉnh là:

$A(50; 200), B(50; 100), C(100; 200)$.

Ta có $F(50; 200) = 43000; F(50; 100) = 23000; F(100; 200) = 46000$.

Do giá trị nhỏ nhất cần tìm là $F(50; 100) = 23000$ nên cửa hàng cần dùng 50 kg thịt lợn và 100 kg thịt bò để chi phí là ít nhất.

Câu 64. Một chuỗi cửa hàng đồ điện lạnh có bán mặt hàng tủ lạnh S . Chuỗi có các cửa hàng ở Hà Nội và Thanh Hoá và các nhà kho ở Hà Nam và Ninh Bình. Để đáp ứng các đơn đặt hàng trong ngày, 15 tủ lạnh

phải được chuyển từ kho đến cửa hàng ở Hà Nội và 19 tủ lạnh phải được chuyển từ kho đến cửa hàng ở Thanh Hoá. Chi phí vận chuyển một tủ lạnh là 110 nghìn đồng từ Hà Nam đến Hà Nội, 130 nghìn đồng từ Hà Nam đến Thanh Hoá, 90 nghìn đồng từ Ninh Bình đến Hà Nội và 120 nghìn đồng từ Ninh Bình đến Thanh Hoá. Hỏi nếu kho Hà Nam có 25 tủ lạnh và kho Ninh Bình có 18 tủ lạnh thì cần vận chuyển bao nhiêu tủ lạnh từ mỗi kho đến mỗi cửa hàng để đáp ứng các đơn đặt hàng với chi phí vận chuyển ít nhất?

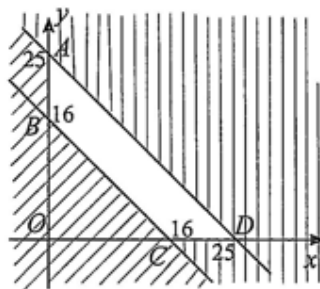
Lời giải

Gọi x là số tủ lạnh cần chuyển từ kho ở Hà Nam đi Hà Nội, ($x \in \mathbb{N}, x \leq 15$) suy ra số tủ lạnh cần chuyển từ kho ở Ninh Bình tới cửa hàng ở Hà Nội là $15 - x$.

Gọi y là số tủ lạnh cần chuyển từ kho ở Hà Nam đi Thanh Hoá ($y \in \mathbb{N}, y \leq 19$), suy ra số tủ lạnh cần chuyển từ kho ở Ninh Bình tới cửa hàng ở Thanh Hoá là $19 - y$.

Do kho ở Hà Nam có 25 tủ lạnh nên $x + y \leq 25$.

Do kho ở Ninh Bình có 18 tủ lạnh nên $15 - x + 19 - y \leq 18 \Leftrightarrow x + y \geq 16$.



Do đó ta thu được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau:
$$\begin{cases} x + y \leq 25 \\ x + y \geq 16(I) \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Tổng chi phí vận chuyển là: $F(x, y) = 110x + 90(15 - x) + 130y + 120(19 - y) = 20x + 10y + 3630$ (nghìn đồng).

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác ABCD như hình bên với tọa độ các đỉnh là

$A(0; 25), B(0; 16), C(16; 0), D(25; 0)$. Ta có

$F(0; 25) = 3880; F(0; 16) = 3790; F(16; 0) = 3950; F(25; 0) = 4130$. Do giá trị nhỏ nhất cần tìm là

$F(0; 16) = 3790$ nên cần chuyển 0 tủ lạnh từ kho ở Hà Nam đi Hà Nội, 15 tủ lạnh cần chuyển từ Ninh Bình tới Hà Nội, 16 tủ lạnh cần chuyển từ kho ở Hà Nam đi Thanh Hóa, 3 tủ lạnh cần chuyển từ kho ở Ninh Bình tới Thanh Hóa.

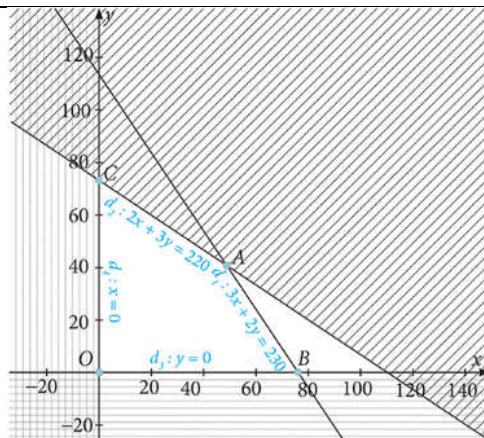
Câu 65. Một xưởng sản xuất nước mắm, mỗi lít nước mắm loại I cần 3kg cá và 2 giờ công lao động, đem lại mức lãi là 50000 đồng; mỗi lít nước mắm loại II cần 2kg cá và 3 giờ công lao động, đem lại mức lãi là 40000 đồng. Xưởng có 230kg cá và cần làm việc trong 220 giờ. Hỏi xưởng đó nên sản xuất mỗi loại nước mắm bao nhiêu lít để có mức lãi cao nhất?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số lít nước mắm loại I, II xưởng đó sản xuất. Theo đề bài ta có

x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 230 \\ 2x + 3y \leq 220 \end{cases}$$

Miền nghiệm trong hệ phương trình được biểu diễn là miền không bị gạch trong hình sau:



Như vậy chúng ta có bài toán tìm giá trị lớn nhất của hàm $F = 50000x + 40000y$ với x, y thỏa mãn hệ bất phương trình trên. Do đó chúng ta xét giá trị của $F = 50000x + 40000y$ tại các đỉnh của tứ giác $ABCD$ và suy ra giá trị lớn nhất của F là 4100000 đồng tại $A(50; 40)$. Vậy để thu được lãi nhiều nhất thì xưởng đó nên sản xuất 50 lít nước mắm loại I và 40 lít nước mắm loại II.

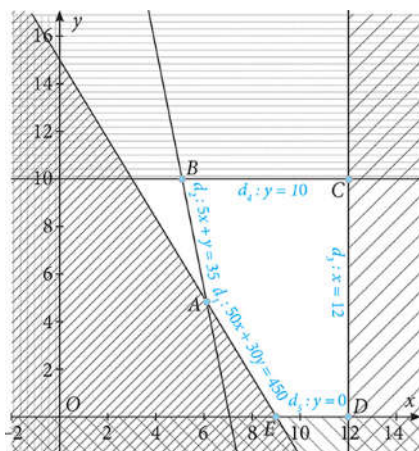
Câu 66. Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

Lời giải

Gọi x, y (chiếc) lần lượt là số xe lớn, bé trang trại đó sẽ thuê. Theo đề ra ta có x, y

$$\text{thỏa mãn hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 50x + 30y \geq 450 \\ 5x + y \geq 35 \end{cases}$$

Miền nghiệm trong hệ phương trình được biểu diễn là miền không bị gạch trong hình sau:



Như vậy chúng ta có bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của hàm $F = 4x + 2y$ với x, y thỏa mãn hệ bất phương trình trên. Do đó chúng ta xét giá trị của $F = 4x + 2y$ tại các điểm A, B, C, D, E và suy ra giá trị nhỏ nhất của F là 34000000 đồng tại $A(6; 5)$. Vậy để chi phí thuê xe thấp nhất thì trang trại đó nên thuê 6 xe lớn và 5 xe nhỏ

Câu 67. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

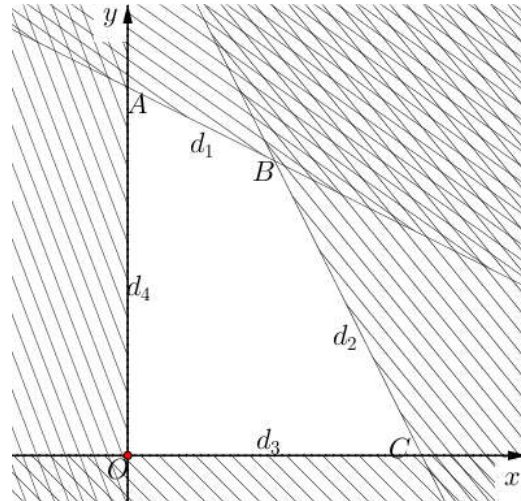
Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y$ (kg); tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ); $x, y \geq 0$.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng $d_1 : x + 2y = 100, d_2 : 2x + y = 80, d_3 : y = 0, d_4 : x = 0$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay tọa độ điểm này vào hệ:

$$\begin{cases} 1 + 2.1 \leq 100 \\ 2.1 + 1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng})$$



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$; tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50) = 1500$; tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40) = 2000$; tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000000 đồng, khi đó $x = 20, y = 40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

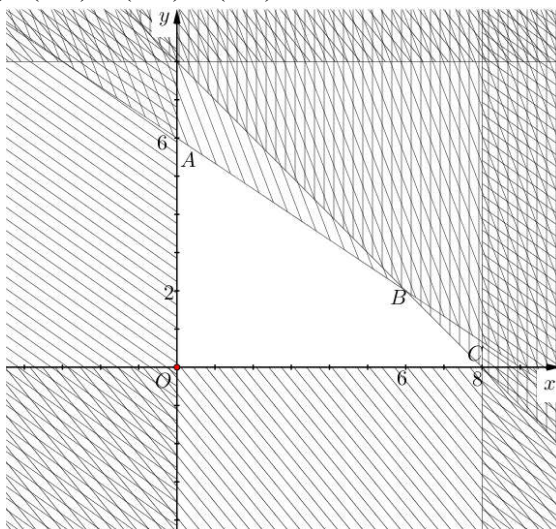
Câu 68. Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu. Điều kiện: $0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 8$. Tổng diện tích trồng là $x + y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x + 30y$ (công). Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$

Ta có hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$
 Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác

$OABC$ (kể cả biên) với $O(0;0), A(0;6), B(6;2), C(8;0)$



Khi đó $T(x,y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0,0) = 0; T(0,6) = 24; T(6,2) = 26; T(8,0) = 24$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T(x,y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x = 6, y = 2$ (tức là hộ nông dân cần trồng 6ha dưa và 2ha củ đậu để có thể thu lại số tiền nhiều nhất).

Câu 69. Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

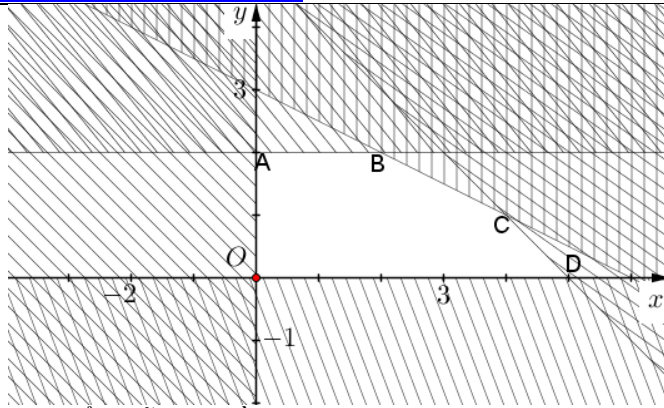
Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

Lời giải

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra. Như vậy tiền lãi có được là $F(x,y) = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết, số máy cần dùng nhóm X: $2x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x + 4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):
$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;2), B(2;2), C(4;1), D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 3.0 + 5.0 = 0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 3.0 + 5.2 = 10$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 3.2 + 5.2 = 16$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 3.4 + 5.1 = 17$;

Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 3.5 + 5.0 = 15$.

Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 17 (ngàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x = 4, y = 1$).

Câu 70. Một gia đình cần ít nhất 900g chất protein và 400g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600g thịt bò, 1100g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45000 đồng, 1kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

a) Lập hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán rồi biểu diễn hình học miền nghiệm (S) của hệ đó.

b) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Hãy biểu diễn T theo x, y .

c) Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kilogram thịt mỗi loại để chi phí là ít nhất?

Lời giải

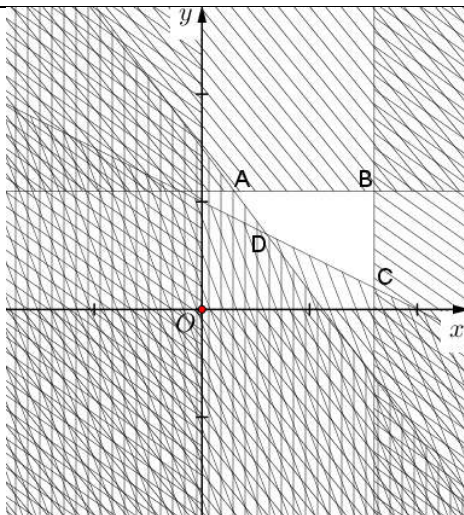
a) Giả sử gia đình đó mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất 0,9kg protein và 0,4kg lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$; $20\%x + 40\%y \geq 0,4$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

b) Chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

c) Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó

$A(0,3;1,1), B(1,6;1,1), C(1,6;0,2), D(0,6;0,7)$.

Xét $A(0,3;1,1)$, ta có $T = 45.0,3 + 35.1,1 = 52$; xét $B(1,6;1,1)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.1,1 = 110,5$; xét

$C(1,6;0,2)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.0,2 = 79$; xét $D(0,6;0,7)$, ta có $T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5$.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 51,5 (nghìn đồng), khi đó $\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$ (tức là gia đình đó mua 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

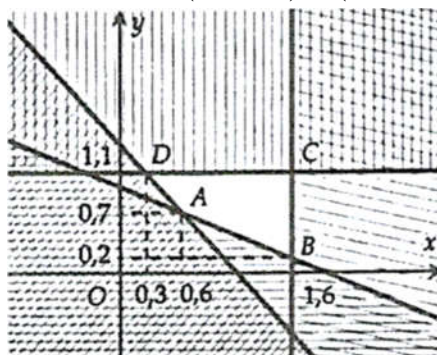
Câu 71. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị Prôtêin và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn, giá tiền mỗi kg thịt bò là 250.000 đồng, giá tiền mỗi kg thịt lợn là 85.000 đồng. Hỏi chi phí ít nhất để mua thịt mỗi ngày của gia đình đó là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua mỗi ngày. Khi đó x và y phải thỏa

$$\text{mãn hệ: } \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ 2x + 4y \geq 4 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases} \text{ . Lượng tiền để mua thịt là: } T = 250x + 85y \text{ (nghìn đồng).}$$

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0,6;0,7), B(1,6;0,2), C(1,6;1,1)$ và $D = (0,3;1,1)$.



Lập bảng:

Đỉnh	$A(0,6;0,7)$	$B(1,6;0,2)$
T	209.500	417.000
Đỉnh	$C(1,6;1,1)$	$D(0,3;1,1)$

T	493.500	168.500
-----	---------	---------

Vậy chi phí mua thịt ít nhất là 168.500 đồng.

Câu 72. Một công ty X có 2 phân xưởng A, B cùng sản xuất 2 loại sản phẩm M, N . Số đơn vị sản phẩm các loại được sản xuất ra và chi phí mỗi giờ hoạt động của A, B như sau:

	Phân xưởng 1	Phân xưởng 2
Sản phẩm M	250	250
Sản phẩm N	100	200
Chi phí	600.000	1.000.000

Công ty nhận được yêu cầu đặt hàng là 5000 đơn vị sản phẩm M và 3000 đơn vị sản phẩm N .

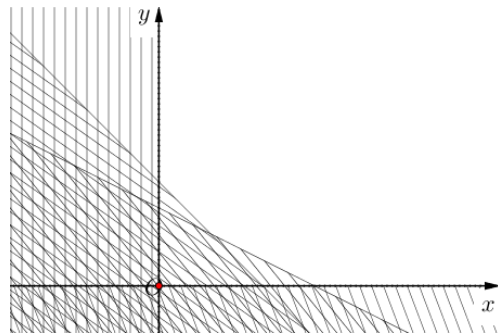
Hãy tìm cách phân phối thời gian cho mỗi phân xưởng hoạt động thỏa mãn yêu cầu đơn đặt hàng và chi phí thấp nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số giờ nên cho phân xưởng A và B . Ta có bài toán $F = 600000x + 1000000y \rightarrow \min F$

$$\text{thỏa} \begin{cases} 250x + 250y \geq 5000 & (1) \\ 100x + 200y \geq 3000 & (2) \\ x \geq 0, y \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Miền ràng buộc D của bài toán được biểu diễn bằng cách vẽ đồ thị bất phương trình (1) và (2) và (3) tạo thành miền kín rồi lấy các điểm giao nhau làm tọa độ điểm đỉnh. Đỉnh nào làm cho F nhỏ nhất thì thỏa yêu cầu bài toán.



Qua vẽ hình ta tìm được phương án tối ưu là $x = 10, y = 10$

Vậy để thỏa mãn yêu cầu đặt hàng với chi phí thấp nhất công ty cần cho phân xưởng A và B hoạt động 10 giờ. Chi phí thấp nhất là 16000000 đồng.

Câu 73. Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

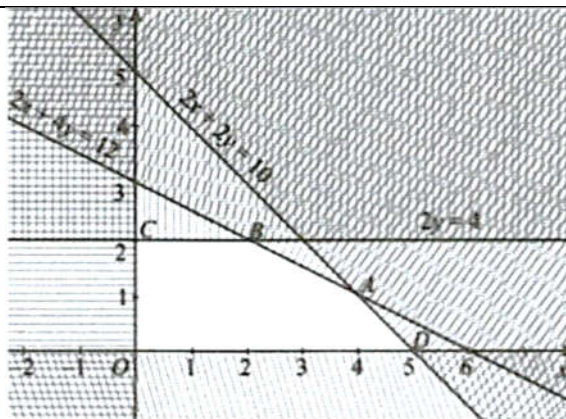
Biết 1kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

Lời giải

Gọi x là số kilôgam sản phẩm P , y là số kilôgam sản phẩm Q cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình:

$$2x + 2y \leq 10; 2y \leq 4; 2x + 4y \leq 12; x \geq 0; y \geq 0.$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình trên.



Miền nghiệm là miền ngũ giác $OCBAD$, các đỉnh: $O(0;0)$; $C(0;2)$; $B(2;2)$; $A(4;1)$; $D(5;0)$

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có: $F = 3x + 5y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác:

Tại $O(0;0)$: $F = 3.0 + 5.0 = 0$; Tại $C(0;2)$: $F = 3.0 + 5.2 = 10$;

Tại $B(2;2)$: $F = 3.2 + 5.2 = 16$; Tại $A(4;1)$: $F = 3.4 + 5.1 = 17$;

Tại $D(5;0)$: $F = 3.5 + 5.0 = 15$. F đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại $A(4;1)$.

Vậy cần sản xuất 4kg sản phẩm P và 1 kg sản phẩm Q để có lãi cao nhất là 17 triệu đồng.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>