

BÀI 4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

• CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG

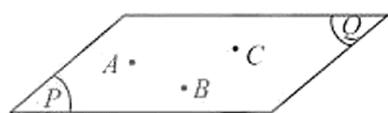
• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Hai mặt phẳng song song

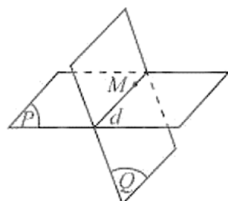
Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) , có thể xảy ra một trong ba trường hợp:

- **Trường hợp 1:** (P) và (Q) có ba điểm chung không thẳng hàng, ta nói hai mặt phẳng (P) và (Q) trùng nhau, kí hiệu $(P) \equiv (Q)$.



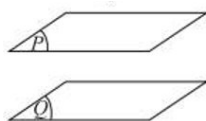
a)

- **Trường hợp 2:** (P) và (Q) phân biệt và có một điểm chung, ta nói (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d đi qua điểm chung, kí hiệu $(P) \cap (Q) = d$.



b)

- **Trường hợp 3:** (P) và (Q) không có bất kì điểm chung nào, nghĩa là $(P) \cap (Q) = \emptyset$, ta nói (P) và (Q) song song với nhau, kí hiệu $(P) // (Q)$ hoặc $(Q) // (P)$.



c)

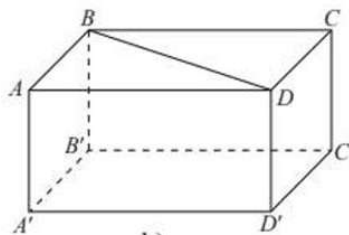
Hình 2

Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

Ví dụ 1. Hộp giấy có các mặt là hình chữ nhật ở Hình 3a được vẽ lại với các đỉnh là $A, B, C, D, A', B', C', D'$ như Hình 3b. Quan sát hộp giấy và chỉ ra các cặp mặt phẳng song song với nhau ở Hình 3b.



a)



b)

Hình 3

Giải

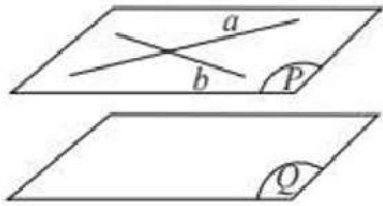
Các cặp mặt phẳng song song với nhau ở Hình 3b là:

$(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$; $(AA'B'B)$ và $(DD'C'C)$; $(AA'D'D)$ và $(BB'C'C)$.

2. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

Định lí 1

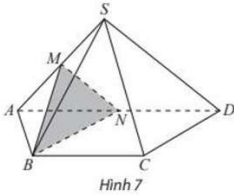
Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q) .



Hình 6

Chú ý: Chẳng hạn nếu A, B, C không thẳng hàng và $AB // MN$ và $AC // MP$ thì $(ABC) // (MNP)$.

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ đáy lớn AD và $AD = 2BC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và AD (Hình 7). Chứng minh rằng hai mặt phẳng (BMN) và (SCD) song song với nhau.



Hình 7

Giải

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD , suy ra $MN // SD$, do đó $MN // (SCD)$ (1).

Tứ giác $BCDN$ có $BC // ND$ và $BC = ND$ nên là hình bình hành, suy ra $BN // CD$, do đó $BN // (SCD)$ (2).

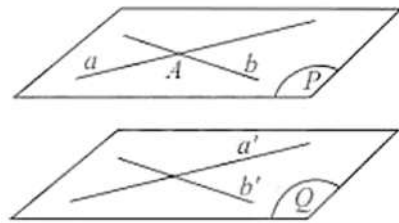
Mặt khác ta có MN và BN cùng chứa trong (BMN) , $MN \cap BN = N$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra $(BMN) // (SCD)$.

3. Tính chất của hai mặt phẳng song song

Định lý 2

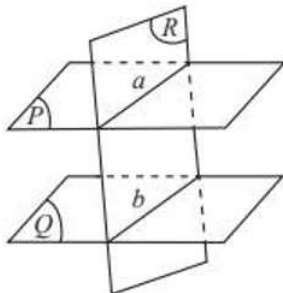
Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.



Hình 8

Định lý 3

Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu (R) cắt (P) thì cắt (Q) và hai giao tuyến của chúng song song với nhau.

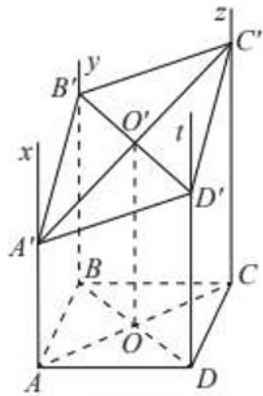


Hình 9

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song với nhau, nằm về một phía đối với (P) và lần lượt đi qua các điểm A, B, C, D . Một mặt phẳng (P') cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D' .

- a) Chứng minh $mp(AA', BB')$ song song với $mp(CC', DD')$.
- b) Chứng minh tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành.
- c) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$.
Chứng minh $OO' // AA'$.

Giải



Hình 10

- a) Ta có $AB // CD, AA' // DD'$, suy ra $mp(AA', BB') // mp(CC', DD')$.
- b) Mặt phẳng (P) cắt hai mặt phẳng song song $mp(AA', BB')$ và $mp(CC', DD')$ theo hai giao tuyến $A'B'$ và $C'D'$, suy ra $A'B' // C'D'$.
Tương tự ta cũng có $A'D' // B'C'$.
Tứ giác $A'B'C'D'$ có các cặp cạnh đối song song nên là hình bình hành.
- c) Hai mặt phẳng $(AA'C'C)$ và $(BB'D'D)$ lần lượt đi qua hai đường thẳng song song AA', DD' và cắt nhau theo giao tuyến OO' , suy ra $OO' // AA'$.

4. Định lý Thalès trong không gian

Định lý 4 (Định lý Thalès)

Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Ví dụ 4. Cho ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ đôi một song song. Hai đường thẳng d và d' cắt ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Cho $AB = 3, BC = 7, A'C' = 20$. Tính các độ dài $A'B', B'C'$.

Giải

Áp dụng định lý Thalès trong không gian đối với ba mặt phẳng song song $(P), (Q), (R)$ và hai cát tuyến d, d' , ta có:

$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{7}, \text{ suy ra } \frac{A'B'}{3} = \frac{B'C'}{7} = \frac{A'B' + B'C'}{3 + 7} = \frac{A'C'}{10} = \frac{20}{10} = 2.$$

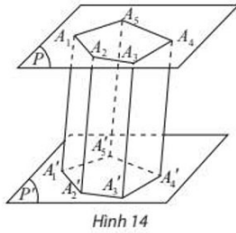
Suy ra $A'B' = 6; B'C' = 14$.

5. Hình lăng trụ và hình hộp

Hình lăng trụ

Cho hai mặt phẳng (P) và (P') song song với nhau. Trên (P) cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$. Qua các đỉnh của đa giác này, ta vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt (P') lần lượt tại A'_1, A'_2, \dots, A'_n . Hình tạo bởi các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ và hai đa giác $A_1A_2 \dots A_n, A'_1A'_2 \dots A'_n$ gọi là hình lăng trụ, kí hiệu $A_1A_2 \dots A_n \cdot A'_1A'_2 \dots A'_n$.

Trong hình lăng trụ $A_1A_2 \dots A_n \cdot A'_1A'_2 \dots A'_n$, ta gọi:



Hình 14

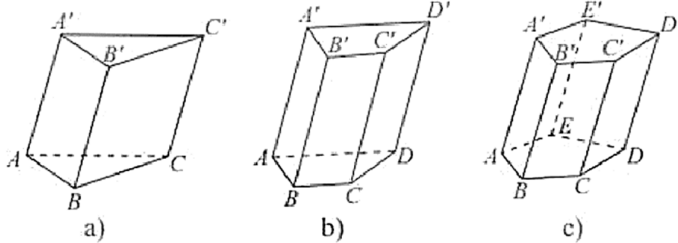
- Hai đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ và $A'_1A'_2 \dots A'_n$ là hai mặt đáy nằm trên hai mặt phẳng song song;
- Các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n, A'_1, A'_2, \dots, A'_n$ là các đỉnh;
- Các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ là các mặt bên;
- Các đoạn thẳng $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$ là các cạnh bên. Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- Các cạnh của hai đa giác đáy là các cạnh đáy. Các cạnh đáy tương ứng song song và bằng nhau.

Chú ý: Hình lăng trụ có đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... tương ứng được gọi là hình lăng trụ tam giác, hình lăng trụ tứ giác, hình lăng trụ ngũ giác, ...

Ví dụ 5.

a) Gọi tên các hình lăng trụ trong Hình 15.

b) Gọi tên các thành phần của hình lăng trụ trong Hình 15a.



Hình 15

Giải

a) Hình 15 a là hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$.

Hình 15b là hình lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

Hình 15 c là hình lăng trụ ngũ giác $ABCDE \cdot A'B'C'D'E'$.

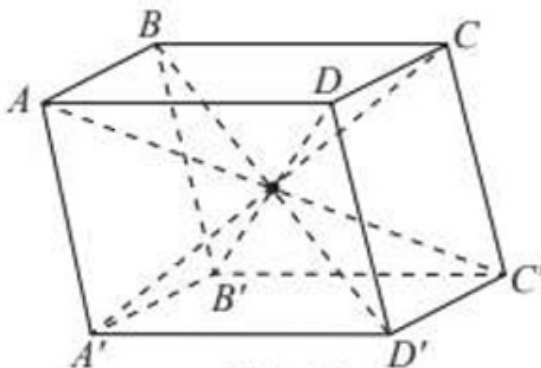
b) Hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ trong Hình 15 a có:

- Hai mặt đáy là các tam giác $ABC, A'B'C'$;
- Sáu đỉnh: A, B, C, A', B', C' ;
- Ba mặt bên là các hình bình hành: $AA'B'B, BB'C'C, CC'A'A$;
- Ba cạnh bên: AA', BB', CC' .

Hình hộp

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

Trong một hình hộp ta có:

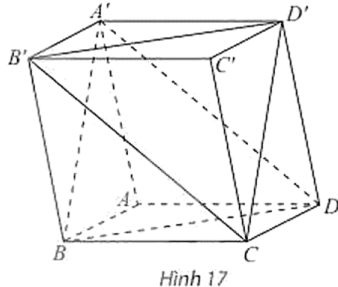


Hình 16

- Sáu mặt là sáu hình bình hành. Mỗi mặt đều có một mặt song song với nó. Hai mặt như thế gọi là hai mặt đối diện;
- Hai đỉnh không cùng nằm trên một mặt gọi là hai đỉnh đối diện;
- Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là đường chéo;
- Bốn đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Ví dụ 6. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh (BDA') và $(B'D'C)$ là các mặt phẳng song song.

Giải



Hình 17

Ta có $BB' \parallel DD'$ và $BB' = DD'$, suy ra $BB'D'D$ là hình bình hành, do đó $BD \parallel B'D'$.

Tương tự ta cũng có $A'B \parallel D'C$.

Từ đó suy ra $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Phương pháp giải: áp dụng định lý

$$\begin{cases} a \cap b = I \\ a, b \subset (\alpha) \\ a \parallel (\beta), b \parallel (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

Nhận xét: Thực chất của việc chứng minh 2 mặt phẳng song song là tìm 2 đường thẳng cắt nhau của mặt phẳng này song song với 2 đường thẳng cắt nhau của mặt phẳng kia. Vậy:

$$\begin{cases} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \not\subset (\beta), b \subset (\beta) \\ a \cap b = I \\ c \subset (\beta), d \subset (\beta) \\ a \parallel c, b \parallel d \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

Chứng minh 2 mặt phẳng đó cùng song song với mặt phẳng khác.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (\gamma) \\ (\beta) \parallel (\gamma) \\ (\alpha) \neq (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$$

Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm một số mặt phẳng song song có trong hình chụp căn phòng ở Hình 4.



Hình 4

Câu 2. (SGK-CTST 11-Tập 1) Chỉ ra các mặt phẳng song song trong mỗi hình sau. Tìm thêm một số ví dụ khác về các mặt phẳng song song trong thực tế.



a)



b)

Hình 20

Câu 3. (SGK-CTST 11-Tập 1) Khi dùng dao cắt các lớp bánh (Hình 11), giả sử bề mặt của các lớp bánh là các mặt phẳng song song và con dao được xem như mặt phẳng (P) , nêu kết luận về các giao tuyến tạo bởi (P) với các bề mặt của các lớp bánh. Giải thích.



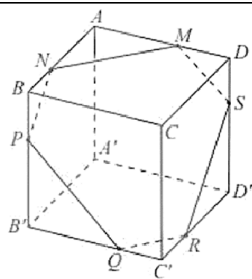
Hình 11

Câu 4. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho tứ diện $ABCD$ có E, F, H lần lượt là trung điểm của AB, AC, AD . Chứng minh $(EFH) \parallel (BCD)$.

Câu 5. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình lăng trụ $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chứng minh rằng:

- Bốn mặt bên và mặt đáy còn lại của hình lăng trụ là các hình bình hành;
- Các mặt $AA'C'C$ và $BB'D'D$ là hình bình hành;
- Bốn đoạn thẳng $AC, AC', B'D, BD'$ có cùng trung điểm.

Câu 6. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ và một mặt phẳng (α) cắt các mặt của hình hộp theo các giao tuyến MN, NP, PQ, QR, RS, SM như Hình 18.



Hình 18

Chứng minh các cặp cạnh đối của lục giác $MNPQRS$ song song với nhau.

Câu 7. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong mặt phẳng (P) cho hình bình hành $ABCD$. Ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với (P) lần lượt đi qua các điểm A, B, C, D . Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D' . Chứng minh rằng:

$$AA' + CC' = BB' + DD'.$$

Câu 8. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

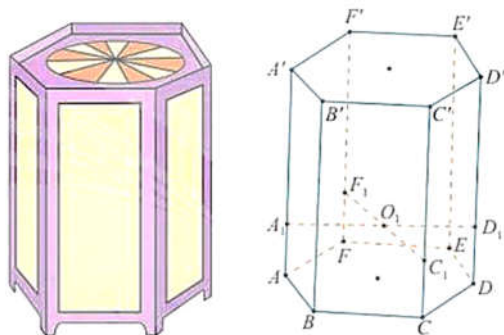
b) Gọi E là trung điểm của AB và F là một điểm thuộc ON . Chứng minh EF song song với (SBC) .

Câu 9. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD, AF tại M', N' .

a) Chứng minh $(CBE) \parallel (ADF)$.

b) Chứng minh $(DEF) \parallel (MNN'M')$.

Câu 10. (SGK-CTST 11-Tập 1) Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác $ABCDEF \cdot A'B'C'D'E'F'$, Bình gắn hai thanh tre A_1D_1, F_1C_1 song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại O_1 (Hình 19).



Hình 19

a) Xác định giao tuyến của $mp(A_1D_1, F_1C_1)$ với các mặt bên của lăng trụ.

b) Cho biết $A'A_1 = 6AA_1$ và $AA' = 70cm$. Tính CC_1 và C_1C' .

Câu 11. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có chung cạnh AB và không đồng phẳng. I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, EF . Chứng minh:

a. $(ADF) \parallel (BCE)$ b. $(DIK) \parallel (JBE)$

Câu 12. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của AB, BC và I, J, K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác ADF, ADC, BCE . Chứng minh $(IJK) \parallel (CDFE)$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC

a) Chứng minh rằng: $(HIK) \parallel (ABCD)$

b) Gọi M là giao điểm của AI và KD , N là giao điểm của DH và CI . Chứng minh rằng $(SMN) \parallel (HIK)$

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC' . Chứng minh rằng:

a) $(EFG) \parallel (ABCD)$ Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và $(C'D'D)$

b) Tìm giao điểm của $A'C$ và $(C'BD)$

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. M, N, P là trung điểm $A'B', BC, DD'$. Chứng minh $(MNP) \parallel (CB'D')$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SAC . Chứng minh $(G_1G_2G_3) \parallel (ABC)$.

Câu 17. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Chứng minh:

a) $(IKG) \parallel (BCC'B')$.

b) $(A'KG) \parallel (AIB')$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB' . Chứng minh $C'I \parallel (ACD')$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , $N \in AC$, điểm E đối xứng với D qua A . Chứng minh $MN \parallel (SEB)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD .

a) Chứng minh $(SBC) \parallel (OMN)$.

b) Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, ON, SB . Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$ và $(OMR) \parallel (SCD)$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, SC .

a) Chứng minh $(MNP) \parallel (ABC)$.

b) Gọi H, G, L lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SAC, SBC . Chứng minh $(HGL) \parallel (MNP)$.

Câu 22. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N' . Chứng minh:

a) $(ADF) \parallel (BCE)$.

b) $(DEF) \parallel (MM'N'N)$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các điểm M, N lần lượt thuộc các

cạnh SB, AC sao cho $\frac{BM}{MS} = \frac{CN}{NA} = x, (0 < x \neq 1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tìm x

để $(MNG) \parallel (SAD)$.

Câu 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác $AA'B, ACD, A'B'D'$. Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (BCC'B')$.

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G, H, K lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, BCD, A'AD'$. Chứng minh rằng $(GHK) \parallel (A'BCD')$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh $AC, AA', A'C', BC$. Chứng minh rằng $(MNQ) \parallel (A'B'C)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn là AD . Gọi M là trọng tâm tam giác SAD , N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho

$PD = \frac{PC}{2}$. Chứng minh rằng $MN \parallel (SBC)$ và $(MNP) \parallel (SBC)$.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA MỘT MẶT PHẪNG VỚI HÌNH CHÓP KHI BIẾT MẶT PHẪNG ĐÓ SONG SONG VỚI MỘT MẶT PHẪNG CHO TRƯỚC.

Để xác định thiết diện trong trường hợp này ta sử dụng các tính chất sau

- Khi $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì (α) sẽ song song với tất cả các đường thẳng trong (β) và ta chuyển về dạng thiết diện song song với đường thẳng.

- Sử dụng $\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\beta) \cap (\gamma) = d \Rightarrow (\alpha) \cap (\gamma) = d' \parallel d, M \in d' \\ M \in (\alpha) \cap (\gamma) \end{cases}$

- Tìm đường thẳng d nằm trong (β) và xét các mặt phẳng có trong hình chóp mà chứa d , khi đó $(\alpha) \parallel d$ nên sẽ cắt các mặt phẳng chứa d (nếu có) theo các giao tuyến song song với d .

Câu 28. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của hai đường chéo, tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) đi động song song với mặt phẳng (SBD) và cắt đoạn thẳng AC . Chứng minh các giao tuyến của (α) với hình chóp tạo thành một tam giác đều.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) .

b) Thiết diện vừa tìm được là hình gì?

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) đi động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ ($0 < x < a$).

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) .

b) Tính diện tích thiết diện theo a , b và x .

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Mặt bên (SAB) là tam giác cân đỉnh S với $SA = 2a$. Trên cạnh AD lấy điểm M .

a) Gọi N , P , Q theo thứ tự là giao điểm của mặt phẳng (α) và các cạnh BC , SC , SD . Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua M và song song với mặt phẳng (SAB) . Thiết diện là hình gì?

b) Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Chứng minh rằng điểm I nằm trên một đường thẳng cố định.

c) Đặt $AM = x$ ($0 < x < a$). Tìm x để $MNPQ$ ngoại tiếp được một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm của SB . Biết tam giác ACE đều và $AC = OD = a$. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (ACE) và đi qua điểm I trên đoạn OD .

a) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) .

b) Tính diện tích của thiết diện theo a và x (với $DI = x$). Tìm x để diện tích thiết diện là lớn nhất.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm giữa hai đường chéo. Tam giác SCD là tam giác đều cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (SCD) . Tính diện tích thiết diện tạo thành bởi mặt phẳng (P) và hình chóp.

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA' , BB' , CC' lần lượt lấy ba điểm M , N , P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$, $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$, $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q . Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (α) qua G và song song với mặt phẳng (SAB) , $(\alpha) \cap SC = P$. Tính tỷ số $\frac{SP}{SC}$.

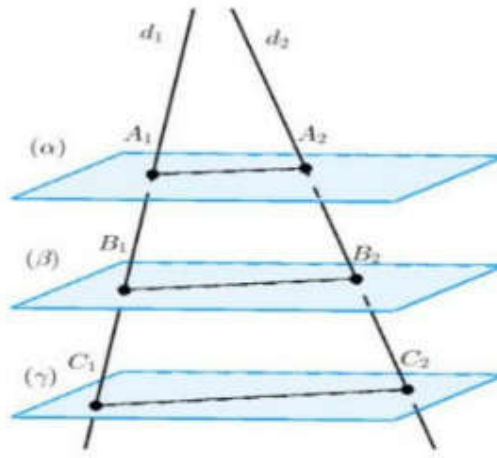
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn CD bằng hai lần đáy nhỏ AB . Gọi $O = AC \cap BD$, mặt phẳng (α) qua O và song song với mặt phẳng (SAB) , $(\alpha) \cap SC = P$.

Tính tỷ số $\frac{SP}{PC}$.

DẠNG 3. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ TA-LÉT

Định lý Ta-let trong không gian

Ba mặt phẳng song song chắn trên hai đường thẳng những đoạn thẳng tỷ lệ.



$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) // (\gamma) \\ d_1 \cap (\alpha) = A_1, d_1 \cap (\beta) = B_1, d_1 \cap (\gamma) = C_1 \\ d_2 \cap (\alpha) = A_2, d_2 \cap (\beta) = B_2, d_2 \cap (\gamma) = C_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{A_1B_1}{B_1C_1} = \frac{A_2B_2}{B_2C_2}$$

Định lý đảo của định lý Thales trong không gian.

Cho hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau và các điểm $A_1, B_1, C_1 \in d_1$ và $A_2, B_2, C_2 \in d_2$ sao cho

$$\frac{A_1B_1}{B_1C_1} = \frac{A_2B_2}{B_2C_2}$$

Khi đó các đường thẳng A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 cùng song song với một mặt phẳng. Hơn nữa, mặt phẳng này không duy nhất

Câu 37. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 9, SB = 12, SC = 15$. Trên cạnh SA lấy các điểm M, N sao cho $SM = 4, MN = 3, NA = 2$. Vẽ hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , lần lượt đi qua M, N , cắt SB theo thứ tự tại M', N' và cắt SC theo thứ tự tại M'', N'' . Tính độ dài các đoạn thẳng $SM', M'N', M''N'', N''C$.

Câu 38. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác BDA' và $B'D'C$. Chứng minh G_1 và G_2 chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

Câu 39. Cho hình chóp cụt tam giác $ABC.A'B'C'$ trong đó ABC là đáy lớn. Gọi S là điểm đồng quy của các đường thẳng AA', BB', CC' . Chứng minh $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O , M là một điểm di động trên SC , (α) là mặt phẳng qua AM và song song với BD . Tìm giao điểm H và K của (α) với SB, SD .

Chứng minh rằng $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SM}$ có giá trị không đổi.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N là các điểm lần lượt di động trên BC, AD sao cho $\frac{BM}{MC} = \frac{AN}{ND}$.

Chứng minh rằng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh bằng a . Các điểm

M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$).

a) Chứng minh rằng khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Chứng minh rằng khi $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ thì $MN \parallel A'C$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên SB, AC lần lượt lấy M, N sao cho $\frac{BM}{MS} = \frac{NC}{NA} = x$, $0 < x < 1$. Gọi G là trọng tâm $\triangle SCD$.

a) Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng cố định khi x thay đổi.

b) Tìm x để $(MNG) \parallel (SAD)$.

c) Tìm x để $NG \parallel (SAB)$.

Câu 44. Cho hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên hai mặt phẳng song song $(P), (Q)$. Tìm tập hợp các điểm I thuộc đoạn MN sao cho $\frac{IM}{IN} = k, k \neq 0$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt thay đổi trên hai cạnh AB và CD . Tìm tập hợp trung điểm I của MN .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) .

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt mặt phẳng (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 2. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó tồn tại duy nhất một đường thẳng a chứa M và song song với (α) .

B. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất mặt phẳng (α) chứa a và song song với b .

C. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α) . Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa điểm M và song song với (α) .

D. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa a và song song với (α) .

Câu 3. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 4. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.
- B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.
- C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
- D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.

Câu 5. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.
- C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .
- D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a // a'; b // b'$ thì $(P) // (Q)$.

Câu 6. Trong không gian, cho đường thẳng a và hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Nếu (P) và (Q) cùng cắt a thì (P) song song với (Q) .
- B. Nếu (P) và (Q) cùng song song với a thì (P) song song với (Q) .
- C. Nếu (P) song song với (Q) và a nằm trong mp (P) thì a song song với (Q) .
- D. Nếu (P) song song với (Q) và a cắt (P) thì a song song với (Q) .

Câu 7. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. Vô số. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 8. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A. mp $(AA'B'B)$ song song với mp $(CC'D'D)$.
- B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.
- C. AA' song song với CC' .
- D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // mp(Q)$. (I)
- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // b$. (II)
- Nếu $a // mp(P)$, $a // mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c // a$. (III)
- A. Chỉ (I). B. (I) và (III).
- C. (I) và (II). D. Cả (I), (II) và (III).

Câu 10. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

- A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
- D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 11. Trong không gian cho 2 mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (Q) .
- C. Nếu đường thẳng a nằm trong (Q) thì $a // (P)$.
- D. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cắt (Q) .

Câu 12. Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ và $b // (\alpha)$.
- B. $a // b \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$.
- C. a và b chéo nhau.
- D. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$.

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ACD') // (A'C'B)$.
- B. $(ABB'A') // (CDD'C')$.
- C. $(BDA') // (D'B'C)$.
- D. $(BA'D') // (ADC)$.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (BCA') .
- B. $(BC'D)$.
- C. $(A'C'C)$.
- D. (BDA') .

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(BA'C')$.
- B. $(C'BD)$.
- C. (BDA') .
- D. (ACD') .

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào **sai**?

- A. $BB'DC$ là một tứ giác đều.
- B. $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.
- C. $A'B'CD$ là hình bình hành.
- D. $(AA'B'B) // (DD'C'C)$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$.
- B. $(AA'B)$.
- C. $(BB'C)$.
- D. $(CC'A)$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $(NMP) // (SBD)$.
- B. (NOM) cắt (OPM) .
- C. $(MON) // (SBC)$.
- D. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) .
- B. (SCD) .
- C. $(ABCD)$.
- D. (SAB) .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. BA' . B. BB' . C. BC . D. CB' .

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 12.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC . Gọi M là trọng tâm tam giác SAD , N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \frac{PC}{2}$.

Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC .
 B. MN cắt (SBC) .
 C. $(MNP) \parallel (SAD)$.
 D. $MN \parallel (SBC)$ và $(MNP) \parallel (SBC)$

Câu 23. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O' , không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB , xét các khẳng định

- (I): $(ADF) \parallel (BCE)$; (II): $(MOO') \parallel (ADF)$; (III): $(MOO') \parallel (BCE)$; (IV): $(ACE) \parallel (BDF)$.

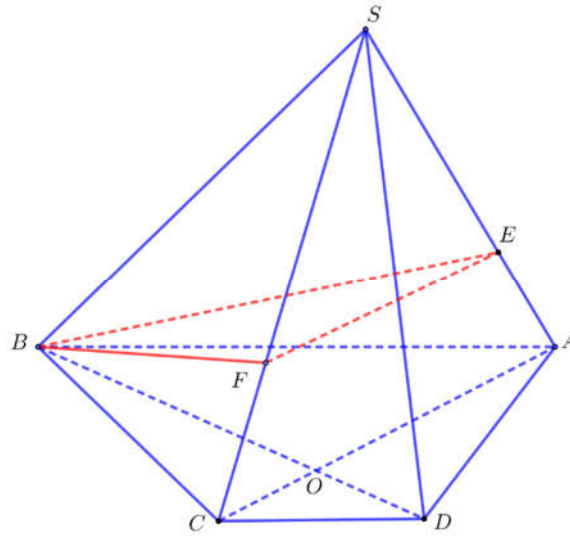
Những khẳng định nào đúng?

- A. (I). B. (I),(II). C. (I),(II),(III). D. (I),(II),(III),(IV).

Câu 24. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA . Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

- A. Đoạn thẳng song song với AB . B. Tập hợp rỗng.
 C. Đường thẳng song song với AB . D. Nửa đường thẳng.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với (α) .

Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

- A. $\frac{SP}{SD} = \frac{3}{7}$. B. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{3}$. C. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{6}$. D. $\frac{SP}{SD} = \frac{6}{7}$.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) chứa BD và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện là.

- A. Một tam giác đều. B. Một tam giác thường.
C. Một hình chữ nhật. D. Một hình bình hành.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Mặt phẳng (α) qua AC và song song với BB' .

Tính chu vi thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) .

- A. $2(1+\sqrt{2})a$. B. a^3 . C. $a^2\sqrt{2}$. D. $(1+\sqrt{2})a$

Câu 27. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là.

- A. hình bình hành. B. tam giác cân tại M . C. tam giác đều. D. hình thoi.

Câu 28. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Hình tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình thang. D. Hình vuông.

Câu 29. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM = x$.

- A. $2x(1+\sqrt{3})$. B. $3x(1+\sqrt{3})$. C. Không tính được. D. $x(1+\sqrt{3})$.

Câu 30. Cho hình chóp cụt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}$ bằng

A. 4.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. $\frac{14}{9}$.C. $\frac{25}{9}$.D. $\frac{16}{9}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

A. Hình thang

B. Hình bình hành

C. Tứ giác

D. Tam giác

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) đi động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ ($0 < x < a$). Thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gì?

A. Hình bình hành

B. Tam giác

C. Tứ giác

D. Hình thang

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

A. Hình thang.

B. Hình ngũ giác.

C. Hình lục giác.

D. Hình tam giác.

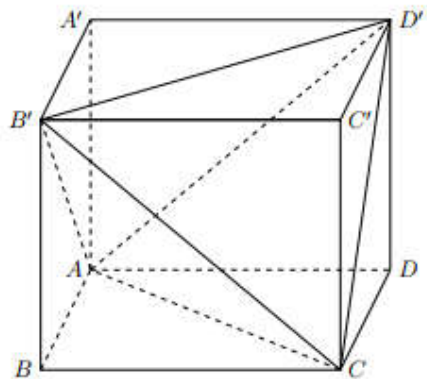
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.

A. $\frac{a^2}{3}$.B. $\frac{2a^2}{3}$.C. $\frac{a^2}{2}$.D. $\frac{3a^2}{4}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A , $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB) . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = b, CC' = c$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O' và song song với hai đường thẳng $A'D$ và $D'O$. Dựng thiết diện của hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) . Tìm điều kiện của a, b, c sao cho thiết diện là hình thoi có một góc bằng 60° .

- A. $a = b = c$. B. $a = b = \frac{1}{3}c$. C. $a = c = \frac{1}{3}b$. D. $b = c = \frac{1}{3}a$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$, với $a > 0$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết hai đường thẳng SD và AC vuông góc nhau, M là điểm thuộc đoạn OD (M khác O và D), $MD = x$, $x > 0$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SD và AC , cắt khối chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện. Tìm x để diện tích thiết diện đó là lớn nhất?

- A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $x = a\sqrt{3}$. C. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $x = a$.