

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

• CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Phương trình tương đương

Hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Ví dụ 1. Phương trình $x^2 - 4 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

a) $2x^2 = 8$;

b) $x^2 - 4 + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-2}$.

Giải

a) Hai phương trình $x^2 - 4 = 0$ và $2x^2 = 8$ có cùng tập nghiệm $\{-2; 2\}$ nên hai phương trình này tương đương.

b) Ta có $x = 2$ là một nghiệm của phương trình $x^2 - 4 = 0$, nhưng không là nghiệm của phương trình $x^2 - 4 + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-2}$. Do đó hai phương trình này không tương đương với nhau.

Chú ý:

a) Để giải phương trình, ta thường biến đổi phương trình đó thành một phương trình tương đương đơn giản hơn. Các phép biến đổi như vậy được gọi là các phép biến đổi tương đương. Ta có một số phép biến đổi tương đương thường sử dụng sau:

- Cộng hoặc trừ hai vế của phương trình với cùng một số hoặc cùng một biểu thức mà không làm thay đổi điều kiện của phương trình.

- Nhân hoặc chia hai vế của phương trình với cùng một số khác 0 hoặc cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 0 mà không làm thay đổi điều kiện của phương trình.

b) Để chỉ sự tương đương của các phương trình, người ta dùng kí hiệu " \Leftrightarrow ".

2. Phương trình $\sin x = m$

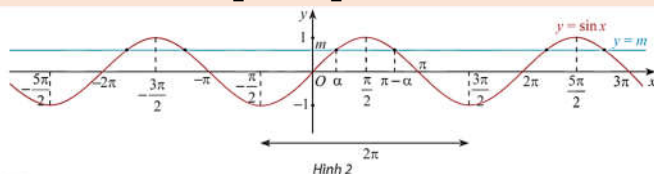
Xét phương trình $\sin x = m$.

- Nếu $|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|m| \leq 1$ thì phương trình có nghiệm:

$$x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ và } x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

với α là góc thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin \alpha = m$.



Chú ý:

a) Một số trường hợp đặc biệt:

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

b) $\sin u = \sin v \Leftrightarrow u = v + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $u = \pi - v + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c) $\sin x = \sin a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = 180^\circ - a^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

- a) $\sin x = \frac{1}{2}$
b) $\sin x = -\frac{3}{2}$;
c) $\sin 2x = \sin 3x$.

Giải

- a) Vì $\frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$ nên phương trình $\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$ có các nghiệm là: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
b) Vì $-\frac{3}{2} < -1$ nên phương trình $\sin x = -\frac{3}{2}$ vô nghiệm.
c) $\sin 2x = \sin 3x \Leftrightarrow 3x = 2x + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $3x = \pi - 2x + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có các nghiệm là: $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

3. Phương trình $\cos x = m$

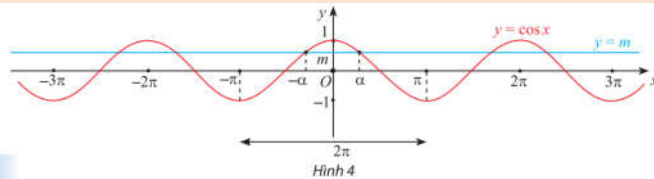
Xét phương trình $\cos x = m$.

- Nếu $|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $|m| \leq 1$ thì phương trình có nghiệm:

$x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

với α là góc thuộc $[0; \pi]$ sao cho $\cos \alpha = m$.



Chú ý: a) Một số trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b) $\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = v + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $u = -v + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c) $\cos x = \cos a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -a^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = -\frac{1}{2}$;

b) $\cos 2x = \cos(x + 60^\circ)$

c) $\cos 3x = \sin x$.

Giải

a) Vì $-\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$ nên phương trình $\cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$ có các nghiệm là $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

và $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b) $\cos 2x = \cos(x + 60^\circ) \Leftrightarrow 2x = x + 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $2x = -(x + 60^\circ) + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 $\Leftrightarrow x = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \vee x = -20^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -20^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

$$c) \cos 3x = \sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \vee 3x = -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

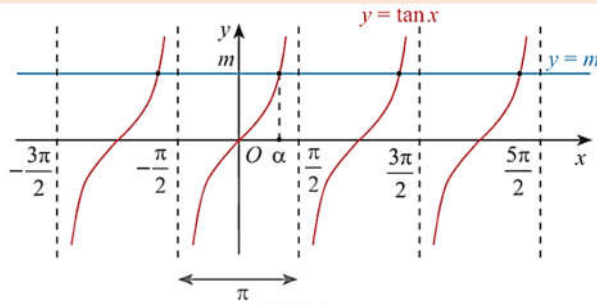
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \vee x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

4. Phương trình $\tan x = m$

Với mọi số thực m , phương trình $\tan x = m$ có nghiệm $x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$,

với α là góc thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan \alpha = m$.



Hình 6

Chú ý: $\tan x = \tan a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

a) $\tan x = \sqrt{3}$

b) $\tan 2x = \tan \frac{\pi}{11}$.

Giải

a) Vì $\sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3}$ nên phương trình $\tan x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3}$ có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

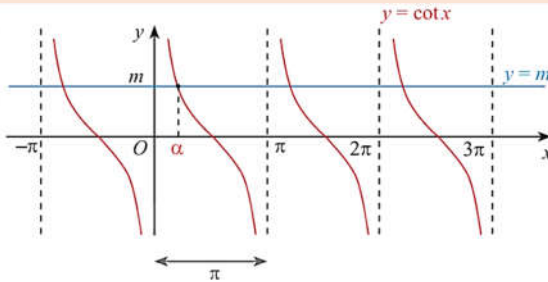
b) $\tan 2x = \tan \frac{\pi}{11} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{11} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{22} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{22} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

5. Phương trình $\cot x = m$

Với mọi số thực m , phương trình $\cot x = m$ có nghiệm $x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$,

với α là góc thuộc $(0; \pi)$ sao cho $\cot \alpha = m$.



Hình 8

Chú ý: $\cot x = \cot a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a) $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\cot 3x = \cot \frac{\pi}{7}$.

Giải

a) Vì $-\frac{\sqrt{3}}{3} = \cot \frac{2\pi}{3}$ nên phương trình $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3} = \cot \frac{2\pi}{3}$ có các nghiệm là $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

b) $\cot 3x = \cot \frac{\pi}{7} \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{7} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{21} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{21} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

6. Giải phương trình lượng giác bằng máy tính cầm tay

Ta có thể giải phương trình lượng giác dạng $\sin x = m, \cos x = m, \tan x = m$ và $\cot x = m$ bằng máy tính cầm tay như trong ví dụ sau:

Ví dụ 6. Sử dụng máy tính cầm tay để giải các phương trình sau:

a) $\sin x = -\frac{1}{2}$. Kết quả ghi theo đơn vị radian.

b) $\cot x = 3$. Kết quả ghi theo đơn vị độ.

Giải

a) Chọn đơn vị đo góc là radian.

Ấn liên tiếp các phím

ta được một góc có sin bằng $-\frac{1}{2}$ là $-\frac{\pi}{6}$.

Do đó, ta có các nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ là

$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b) Chọn đơn vị đo góc là độ.

Ấn liên tiếp các phím

ta được một góc có cotang bằng 3 là $18,43^\circ$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Do đó, ta có các nghiệm của phương trình $\cot x = 3$ là $x \approx 18,43^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Chú ý: Để giải phương trình $\cot x = m (m \neq 0)$, ta giải phương trình $\tan x = \frac{1}{m}$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Chỉ ra lỗi sai trong phép biến đổi phương trình dưới đây:

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow \frac{x^2}{x} = 2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 2. Phương trình $x^2 = 3x$ tương đương với phương trình nào trong bốn phương trình sau ?

$$(1): x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2} \cdot (2): x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}.$$

$$(3): x^2 \sqrt{x-3} = 3x \sqrt{x-3} \cdot (4): x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}.$$

Câu 3. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2)

Câu 4. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $2x^2 + mx - 2 = 0$ (1) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (2)

DẠNG 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 5. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin(x + 30^\circ) = \sin(x + 60^\circ).$

Câu 6. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = -3;$

b) $\cos x = \cos 15^\circ;$

c) $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{3\pi}{12}.$

Câu 7. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\tan x = 0;$

b) $\tan(30^\circ - 3x) = \tan 75^\circ.$

Câu 8. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\cot x = 1;$

b) $\cot(3x + 30^\circ) = \cot 75^\circ.$

Câu 9. (SGK-CTST 11-Tập 1) Sử dụng máy tính cầm tay để giải các phương trình sau:

a) $\cos x = 0,4;$

b) $\tan x = \sqrt{3}.$

Kết quả ghi theo đơn vị radian và làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 10. (SGK-CTST 11-Tập 1) Quay lại bài toán khởi động, phương trình chuyển động của bóng đầu trực ban đạp là $x = 17 \cos 5\pi t (cm)$ với t được đo bằng giây. Xác định các thời điểm t mà tại đó độ dài bóng $|x|$ vừa bằng $10cm$. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Câu 11. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\sin 2x = \frac{1}{2}$

b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{2\pi}{7};$

c) $\sin 4x - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

Câu 12. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2};$

b) $\cos 4x = \cos \frac{5\pi}{12}$;

c) $\cos^2 x = 1$.

Câu 13. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\tan x = \tan 55^\circ$;

b) $\tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

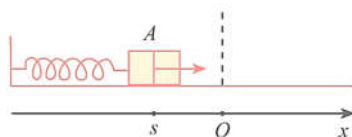
Câu 14. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cot\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$;

b) $\cot 3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tại các giá trị nào của x thì đồ thị hàm số $y = \cos x$ và $y = \sin x$ giao nhau?

Câu 16. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong Hình 9, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Toạ độ $s(\text{cm})$ của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$. Vào các thời điểm nào thì $s = -5\sqrt{3} \text{ cm}$?



Hình 9

(Theo <https://www.britannica.com/science/simple-harmonic-motion>)

Câu 17. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong Hình 10, ngọn đèn trên hải đăng H cách bờ biển yy' một khoảng $HO = 1 \text{ km}$. Đèn xoay ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ $\frac{\pi}{10} \text{ rad/s}$ và chiếu hai luồng ánh sáng về hai phía đối diện nhau. Khi đèn xoay, điểm M mà luồng ánh sáng của hải đăng rơi vào bờ biển chuyển động dọc theo bờ.



Hình 10

(Theo <https://www.mnhs.org/splitrock/learn/technology>)

a) Ban đầu luồng sáng trùng với đường thẳng HO . Viết hàm số biểu thị toạ độ y_M của điểm M trên trục Oy theo thời gian t .

b) Ngôi nhà N nằm trên bờ biển với toạ độ $y_N = -1(\text{km})$. Xác định các thời điểm t mà đèn hải đăng chiếu vào ngôi nhà.

Câu 18. Giải các phương trình sau:

a) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

b) $\sin(3x - 30^\circ) = \sin 45^\circ$

c) $\sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$

d) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ e) $\cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$

f) $\cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{4} - 2x\right)$

g) $\cos(2x + 25^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ h) $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -\frac{1}{4}$

Câu 19. Giải các phương trình sau:

a) $\tan(2x - 1) = \tan\left(-x + \frac{\pi}{3}\right)$

b) $\tan(3x - 10^\circ) = \sqrt{3}$

c) $3 \tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$

d) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

e) $2 \cot(3x) = 3$

f) $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(-2x + \frac{\pi}{6}\right)$

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN CÓ ĐIỀU KIỆN NGHIỆM

Câu 20. 1. Tìm nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) = -1$

b) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

c) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

2. Tìm nghiệm thuộc khoảng $[-\pi; \pi]$

a) $\cot\left(-x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$

b) $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$

c) $\tan(-x) = \tan(2x + 1)$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 21. Giải các phương trình sau:

- a) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$
b) $\tan 3x + \tan x = 0$

Câu 22. Giải các phương trình sau:

- a) $\cos^2\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{4\pi}{5}\right)$
b) $4\cos^2(2x - 1) = 1$

Câu 23. Giải các phương trình sau:

- a) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$
b) $8\sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \sqrt{2}$
c) $\cos 3x - \cos 5x = \sin x$
d) $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$

Câu 24. Giải các phương trình sau:

- a) $\cot\left(\frac{5\pi}{3} - 3x\right) - \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$
b) $\cot x \cdot \cot 2x = -1$

Câu 25. Giải các phương trình sau:

- a) $\tan x = 3 \cot x$
b) $2\sin^2 x + \cos 2x = 2$

Câu 26. Giải các phương trình: $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 3\sin x + \cos x + 2$

Câu 27. Giải các phương trình: $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

Câu 28. Giải các phương trình: $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

Câu 29. Giải các phương trình: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

Câu 30. Tìm m để:

- a) Phương trình $\sin x = m$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.
b) Phương trình $(2\cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Hai phương trình được gọi là tương đương khi

- A. Có cùng tập xác định. B. Có số nghiệm bằng nhau.
C. Có cùng dạng phương trình. D. Có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 2. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $x - 1 = 0$?

- A. $x + 2 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $2x - 2 = 0$. D. $(x - 1)(x + 2) = 0$.

Câu 3. Cho phương trình: $x^2 + x = 0$ (1). Phương trình nào tương đương với phương trình (1)?

- A. $x(x + 1) = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $x^2 + (x + 1)^2 = 0$. D. $x = 0$

- Câu 4.** Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Hai phương trình $x^2 + 1 = 0$ và $|x + 1| = -3$ là hai phương trình tương đương.
 B. Các phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.
 C. Các phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.
 D. Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.
- Câu 5.** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2 - 3x = 0$?
- A. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}$.
 B. $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$.
 C. $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$.
 D. $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}$.
- Câu 6.** Cho phương trình $f(x) = g(x)$ xác định với mọi $x > 0$. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào **không** tương đương với phương trình đã cho?
- A. $\sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot g(x)$.
 B. $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$.
 C. $k \cdot f(x) = k \cdot g(x)$, với mọi số thực $k \neq 0$.
 D. $(x^2 + 1) \cdot f(x) = (x^2 + 1) \cdot g(x)$.
- Câu 7.** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2 - 4 = 0$?
- A. $(2+x)(-x^2 + 2x + 1) = 0$
 B. $(x-2)(x^2 + 3x + 2) = 0$
 C. $\sqrt{x^2 - 3} = 1$
 D. $x^2 - 4x + 4 = 0$
- Câu 8.** Khẳng định nào sau đây là sai?
- A. $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x-1 = 0$
 B. $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = 0$
 C. $|x-2| = |x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2 = (x+1)^2$
 D. $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$
- Câu 9.** Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:
- A. $2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3}$ và $2x = 1$
 B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ và $x = 0$
 C. $\sqrt{x+1} = 2-x$ và $x+1 = (2-x)^2$
 D. $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$
- Câu 10.** Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:
- A. $\sqrt{x-1} = x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} = x(2x+1)$
 B. $\sqrt{(x+1)(2-x)} = 0$ và $\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{2-x} = 0$
 C. $\frac{2x}{(x+1)^2} = \frac{x^2}{x+1}$ và $\frac{2x}{x+1} = x^2$
 D. $\sqrt{x^2(x-2)} = 0$ và $|x| \cdot \sqrt{x-2} = 0$
- Câu 11.** Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?
- A. $x + \sqrt{x^2 - 2} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow x = x^2$.
 B. $\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow 2-x = x^2$.
 C. $x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2$.
 D. $x + \sqrt{x^2 + 3} = x^2 + \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow x = x^2$.
- Câu 12.** Khi giải phương trình $\sqrt{x^2 - 5} = 2 - x$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:
 Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$x^2 - 5 = (2 - x)^2 \quad (2)$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $4x = 9$.

Bước 3: $(2) \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$.

Vậy phương trình có một nghiệm là: $x = \frac{9}{4}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

- A. Đúng. B. Sai ở bước 1. C. Sai ở bước 2. D. Sai ở bước 3.

Câu 13. Phương trình $x^2 = 3x$ tương đương với phương trình:

- A. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}$. B. $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$.
C. $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}$. D. $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$.

Câu 14. Khi giải phương trình $\frac{(x-3)(x-4)}{\sqrt{x}-2} = 0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1) \Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x}-2}(x-4) = 0$ (2)

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x}-2} = 0 \cup x-4 = 0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x = 3 \cup x = 4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T = \{3; 4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

- A. Sai ở bước 2. B. Sai ở bước 1. C. Sai ở bước 4. D. Sai ở bước 3.

Câu 15. Khi giải phương trình $\frac{(x-5)(x-4)}{\sqrt{x}-3} = 0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1) \Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}(x-4) = 0$ (2)

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3} = 0 \cup x-4 = 0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x = 5 \cup x = 4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T = \{5; 4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

- A. Sai ở bước 3. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 1. D. Sai ở bước 4.

Câu 16. Phép biến đổi nào sau đây đúng

- A. $5x + \sqrt{x-3} = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x = \sqrt{x-3}$. B. $\sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x+2 = x^2$.
C. $3x + \sqrt{x-1} = x^2 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 3x = x^2$. D. $\frac{x+3}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{2-x}{x-1} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$.

Câu 17. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x + \frac{1}{x} = 1$?

- A. $7 + \sqrt{6x-1} = -18$. B. $|2x-1| + \sqrt{2x+1} = 0$. C. $x\sqrt{x-5} = 0$. D. $x^2 + \sqrt{x} = -1$.

Câu 18. Cho phương trình $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = \frac{2x}{x+1}$. Với điều kiện $x \neq -1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $3x-2-(x+1)=2x$. B. $3x-2-1=2x$.

C. $3x-2-x+1=2x$. D. $3x-2=2x$.

Câu 19. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x\sqrt{3-2x}+x^2=x^2+x$ và $x\sqrt{3-2x}=x$. B. $3x\sqrt{x+1}=8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1}=16\sqrt{3-x}$.

C. $x+1=x^2-2x$ và $x+2=(x-1)^2$. D. $\sqrt{x+2}=2x$ và $x=\frac{5}{3}$.

Câu 20. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $x^2+1=0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$. B. $x^2=1 \Leftrightarrow x=1$.

C. $|x-2|=|x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2$. D. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1=0$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x=x^2$. B. $\frac{2x-3}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1} \Leftrightarrow 2x-3=(x-1)^2$.

C. $3x+\sqrt{x-2}=x^2 \Leftrightarrow 3x=x^2-\sqrt{x-2}$. D. $\sqrt{x-1}=3x \Leftrightarrow x-1=9x^2$.

Câu 22. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$. B. $x(x+2)=x$ và $x+2=1$.

C. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$. D. $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1$.

Câu 23. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$. B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$.

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$. D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2}=1$ là

A. $x=\pi+k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x=k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x=\pi+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 25. Phương trình $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. B. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. C. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. D. $x=\frac{\pi}{3}+2\pi$.

Câu 26. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x=1$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. D. $x=\frac{k\pi}{2}$.

Câu 27. Tìm nghiệm của phương trình $2\sin x-3=0$.

A. $x \in \emptyset$. B. $\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = -\arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x \in \mathbb{R}$.

Câu 28. Phương trình $\sin x=1$ có một nghiệm là

A. $x=\pi$. B. $x=-\frac{\pi}{2}$. C. $x=\frac{\pi}{2}$. D. $x=\frac{\pi}{3}$.

Câu 29. Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 30. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30^\circ$ là

- A.** $S = \{30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
B. $S = \{\pm 30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{\pm 30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $S = \{30^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 31. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 32. Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là:

- A.** $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $S = \left\{ \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 33. Phương trình $2\sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

- A.** $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Câu 34. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

- A.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$
C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 35. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

Câu 36. Giải phương trình $\cos x = 1$.

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 37. Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 38. Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 39. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 40. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 41. Phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 42. Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 43. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 44. Phương trình lượng giác: $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 45. Tìm công thức nghiệm của phương trình $2 \cos(x + \alpha) = 1$.

A. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 46. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m, (m \in \mathbb{R})$.

A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \arctan m + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 47. Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** \emptyset . **C.** $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 48. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 49. Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 50. Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** vô nghiệm.

Câu 51. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 52. Giải phương trình $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 53. Phương trình lượng giác $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. Vô nghiệm.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 54. Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 55. Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $3 \sin x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 7

B. 6

C. 3

D. 5

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq -1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

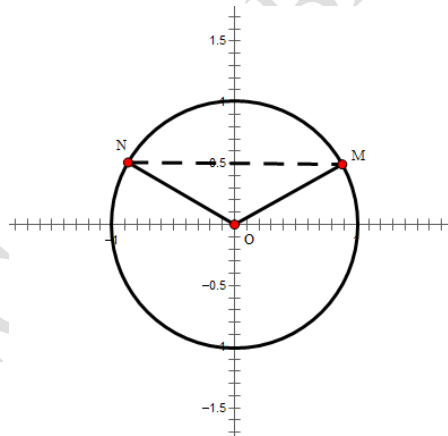
A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m \in [-1; 1]$.

D. $m \in (-\infty; -1)$.

Câu 59. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 2 điểm M, N ?



A. $2 \sin 2x = 1$.

B. $2 \cos 2x = 1$.

C. $2 \sin x = 1$.

D. $2 \cos x = 1$.

Câu 60. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3 \sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 7.

Câu 61. Cho phương trình $\cos 5x = 3m - 5$. Gọi đoạn $[a; b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Tính $3a + b$.

A. 5.

B. -2.

C. $\frac{19}{3}$.

D. 6.

- Câu 62.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 63.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S .
A. $T = 6$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = -2$. **D.** $T = -6$.
- Câu 64.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $m\cos x + 1 = 0$ có nghiệm?
A. 2018. **B.** 2019. **C.** 4036. **D.** 4038.
- Câu 66.** Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là
A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- Câu 67.** Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là
A. $x = k\pi; x = k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.
C. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

- Câu 68.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:
 $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2).
A. $m = -5$. **B.** $m = -5; m = 4$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 5$.
- Câu 69.** Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:
 $2x^2 + mx - 2 = 0$ (1) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (2).
A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.
- Câu 70.** Cho phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $S_1 = \{m; 2m-1\}$ và phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm $S_2 = [1; 2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x) = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x) = 0$.
A. $1 < m < \frac{3}{2}$. **B.** $1 \leq m \leq 2$. **C.** $m \in \emptyset$. **D.** $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.
- Câu 71.** Xác định m để hai phương trình sau tương đương:
 $x^2 + x + 2 = 0$ (1) và $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (2)
A. $m < -3$ **B.** $m \leq -3$ **C.** $m \leq -6$ **D.** $m \geq -6$
- Câu 72.** Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 73. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x = \frac{\pi}{12}$ làm nghiệm.

A. $m \neq 2$.

B. $m = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-2}$.

C. $m = -4$.

D. $m = -1$.

Câu 74. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 75. Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 76. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 77. Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi$, $\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. $-\frac{\pi}{3}$.

Câu 78. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{5\pi}{6}$.

B. $S = \frac{\pi}{3}$.

C. $S = \frac{\pi}{2}$.

D. $S = \frac{\pi}{6}$.

Câu 79. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 80. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 20179.

B. 20181.

C. 16144.

D. 16145.

Câu 81. Số nghiệm thực của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:

A. 12.

B. 11.

C. 20.

D. 21.

Câu 82. Phương trình: $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.

A. 8.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Câu 83. Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $4\sin^2 2x - 1 = 0$ bằng:

A. π .

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. 0.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 84. Biết các nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có dạng $x = \frac{\pi}{m} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{n} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; với m, n là các số nguyên dương) Khi đó $m+n$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Câu 85. Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Câu 86. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là:

A. $x = \pi$.

B. $x = \frac{11\pi}{12}$.

C. $x = \frac{2\pi}{3}$.

D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 87. Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

A. $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.

B. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.

C. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$.

D. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$.

Câu 88. Số nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ thuộc đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ là?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 89. Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 90. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ bằng T . Khi đó T có giá trị là:

A. $T = \frac{7\pi}{6}$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = \frac{4\pi}{3}$.

D. $T = \pi$.

Câu 91. Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 92. Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình: $\tan x = \tan 3x$

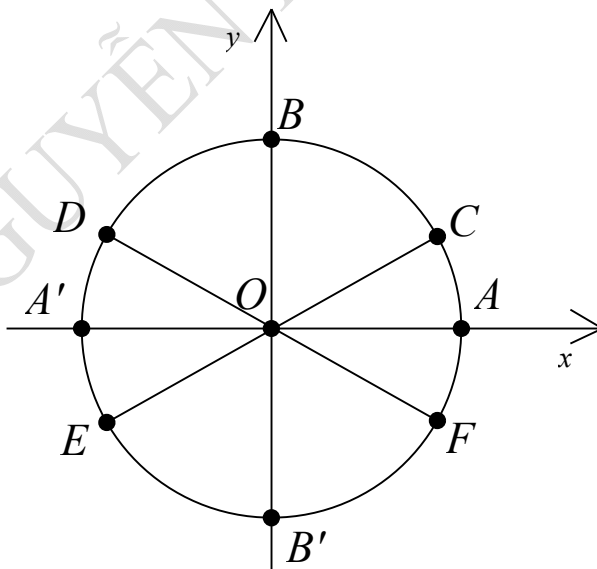
A. 55π .

B. $\frac{171\pi}{2}$.

C. 45π .

D. $\frac{190\pi}{2}$.

Câu 93. Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm F, điểm D. B. Điểm C, điểm F.

C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F.

D. Điểm E, điểm F.

- Câu 94.** Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$ là?
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 95.** Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng:
- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. 2π .
- Câu 96.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng)
- A. 0° . B. -30° . C. 30° . D. -60° .
- Câu 97.** Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{k}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng
- A. 3. B. 5. C. -3. D. -5.
- Câu 98.** Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
- A. 2018. B. 6340. C. 2017. D. 6339.
- Câu 99.** Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là ?
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 7.
- Câu 100.** Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.
- A. $x = \frac{\pi}{4}$. B. $x = \frac{7\pi}{24}$. C. $x = \frac{\pi}{8}$. D. $x = \frac{\pi}{12}$.
- Câu 101.** Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{(2 \cos x - 1)(\sin 2x - \cos x)}{\sin x - 1} = 0$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ta được kết quả là:
- A. $T = \frac{2\pi}{3}$. B. $T = \frac{\pi}{2}$. C. $T = \pi$. D. $T = \frac{\pi}{3}$.
- Câu 102.** Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là:
- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4
- Câu 103.** Giải phương trình $\left(2 \cos \frac{x}{2} - 1\right)\left(\sin \frac{x}{2} + 2\right) = 0$
- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- Câu 104.** Phương trình $8 \cdot \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là
- A. $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- Câu 105.** Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 106. Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là S . Hãy xác định S .

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{10} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

Câu 107. Phương trình $\cos 3x \cdot \tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị sau của x làm nghiệm

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = 10\pi; x = \frac{\pi}{10}$.

C. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{10}$.

D. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{20}$.

Câu 108. Giải phương trình $\frac{1 + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} - \tan^2 x = 4$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 109. Giải phương trình $\frac{\cos x(1 - 2\sin x)}{2\cos^2 x - \sin x - 1} = \sqrt{3}$.

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 110. Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x(1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1$.

A. Vô nghiệm.

B. $x = k2\pi$.

C. $x = \frac{k\pi}{2}$.

D. $x = k\pi$.

Câu 111. Phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng

A. 2π .

B. 3π .

C. 5π .

D. 6π .

Câu 112. Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 113. Giải phương trình $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 114. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos 2x$ thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

A. 20.

B. 40.

C. 30.

D. 60.

Câu 115. Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

A. 6

B. 5

C. 4

D. 2

Câu 116. Xét phương trình $\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

A. $(2\sin x - 1)(2\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$.

B. $(2\sin x - \cos x + 1)(2\cos x - 1) = 0$.

C. $(2\sin x - 1)(2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$.

D. $(2\sin x - 1)(\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0$.

Câu 117. Giải phương trình $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x}$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = k2\pi$.

C. Vô nghiệm.

D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Câu 118. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$.

- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{12\pi}{3}$. C. $\frac{9\pi}{4}$. D. 2π .

Câu 119. Khẳng định nào sau đây là đúng về phương trình $\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{80}{x^2+32x+332}\right) = 0$?

- A. Số nghiệm của phương trình là 8. B. Tổng các nghiệm của phương trình là 8.
C. Tổng các nghiệm của phương trình là 48. D. Phương trình có vô số nghiệm thuộc \mathbb{R} .

Câu 120. Phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình)

- A. $\cot x = \sqrt{3}$. B. $\cot 3x = \sqrt{3}$. C. $\tan x = \sqrt{3}$. D. $\tan 3x = \sqrt{3}$.

Câu 121. Phương trình $2\cot 2x - 3\cot 3x = \tan 2x$ có nghiệm là:

- A. $x = k\frac{\pi}{3}$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. Vô nghiệm.

Câu 122. Phương trình $\sqrt{(-x^2+3x-2)} \cdot \sin \pi(4x^2+2x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 13 B. 5 C. 17 D. 15

Câu 123. Giải phương trình $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} = 9$.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 124. Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \pm \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 125. Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là các nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$. Tính tổng $S = 2x_1 + x_2$.

- A. $S = -\frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{\pi}{2}$. C. $S = \pi$. D. $S = 2\pi$.

Câu 126. Tìm số nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\sin^3 x + \sin x \cos x = 1 - \cos^3 x$.

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 127. Tìm m để phương trình $\tan x + \cot x = 2m$ có nghiệm.

- A. $m \geq 1$. B. $0 < m < 1$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $m < 1$.

Câu 128. Tính tổng S các nghiệm trên đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $(2\sin x - 1)(2\sin 2x + 1) = 3 - 4\cos^2 x$.

- A. $S = \pi$. B. $S = 2\pi$. C. $S = \frac{\pi}{2}$. D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 129. Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$, phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ có nghiệm dạng $\frac{a\pi}{2}, a \in \mathbb{Z}$. Tính tổng S các giá trị a tìm được)

- A. $S = 4$. B. $S = 1$. C. $S = 2$. D. $S = 6$.