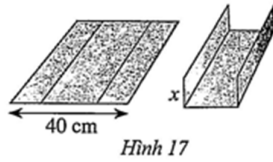


CHỦ ĐỀ 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

- BÀI TOÁN THỰC TẾ TOÁN 10
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

NỘI DUNG CÂU HỎI

- Câu 1.** Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.
- a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .
 - b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15 080000 đồng.
- Câu 2.** Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.
- a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.
 - b) Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hoà vốn?
 - c) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?
- Câu 3.** Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:
- 20 khách đầu tiên có giá là 30USD / người. Nếu có nhiều hơn 20 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1USD / người cho toàn bộ hành khách.
- a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 21 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .
 - b) Số người từ người thứ 21 trở lên của nhóm khách du lịch trong khoảng bao nhiêu thì công ty có lãi? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 400 USD.
- Câu 4.** Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 200Q + 180000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1300 nghìn đồng.
- a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.
 - b) Xí nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ? Biết rằng các sản phẩm được sản xuất ra đều bán hết.
- Câu 5.** Xét hệ toạ độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0; 0,2)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao 8,5m sau 1 giây và đạt độ cao 6 m sau 2 giây.
- a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.
 - b) Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất?
- Câu 6.** Công ty An Bình thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:
- 10 khách đầu tiên có giá là 800000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 10000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.
- a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .
 - b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 700 000 đồng/người.
- Câu 7.** Bác Nam muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 40cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông sao cho độ cao hai thành rãnh bằng nhau (Hình 17).



Hình 17

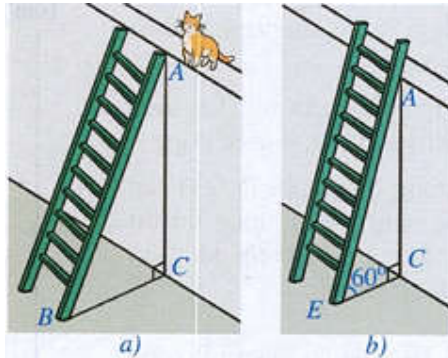
Để đảm bảo kỹ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 150 cm^2 .
Bác Nam cần làm rãnh dẫn nước có độ cao ít

Câu 8. Tổng chi phí T (đơn vị tính: nghìn đồng) để sản xuất Q sản phẩm được cho bởi biểu thức $T = Q^2 + 20Q + 4000$; giá bán của 1 sản phẩm là 150 nghìn đồng. Số sản phẩm cần được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo không bị lỗ (giả thiết các sản phẩm được bán hết)?

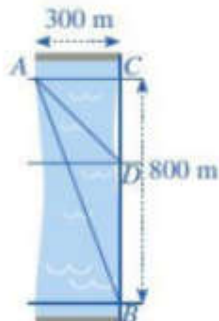
Câu 9. Xét hệ toạ độ Oth trong mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0;0,3)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao 8 m sau 1 giây và đạt độ cao 6 m sau 2 giây. Trong khoảng thời gian nào (tính bằng giây) thì quả bóng ở độ cao lớn hơn 5 m và nhỏ hơn 7 m (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)?

Câu 10. Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy (đơn vị trên hai trục tính theo mét), một viên đạn được bắn từ vị trí $O(0;0)$ theo quỹ đạo là đường parabol $y = -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x$. Tìm khoảng cách theo trục hoành của viên đạn so với vị trí bắn khi viên đạn đang ở độ cao lớn hơn 15 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).

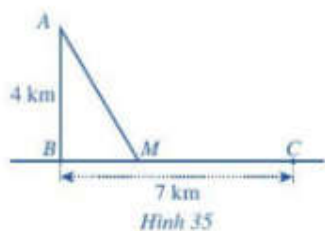
Câu 11. Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó 1 m . Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường (Hình a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5\text{ m}$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 12. Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m , chèo thuyền đến vị trí D, sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m như Hình. Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h , vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến D, biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



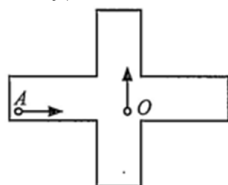
Câu 13. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35

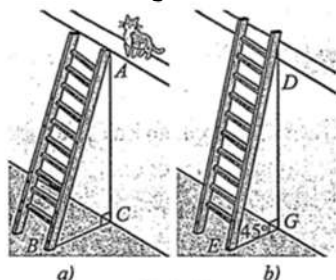
(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Câu 14. Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm từ hai vị trí A và O với vận tốc trung bình lần lượt là 50 km/h và 40 km/h trên hai con đường vuông góc với nhau và giao tại O . Hướng đi của hai xe thể hiện ở Hình 19. Biết $AO = 8 \text{ km}$. Gọi x (giờ) là thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau 5 km (tính theo đường chim bay) trước khi ô tô đi từ A đến vị trí O . Tìm x .



Hình 19

Câu 15. Để leo lên một bức tường, bác Dũng dùng một chiếc thang cao hơn bức tường đó 2 m . Ban đầu, bác Dũng đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào 60



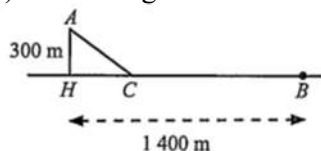
Hình 21

mép trên của bức tường (Hình 21a). Sau đó, bác Dũng dịch chuyển chân thang vào gần chân bức tường thêm 1 m thì bác Dũng nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 45° (Hình 21b). Bức tường cao bao nhiêu mét?

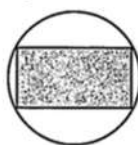
Câu 16. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc 6 km/h để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc 3 km/h . Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300 \text{ m}$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400 \text{ m}$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22).

a) Tính khoảng cách CB .

b) Tính thời gian từ khi hai người xuất phát cho đến khi gặp nhau cùng lúc.



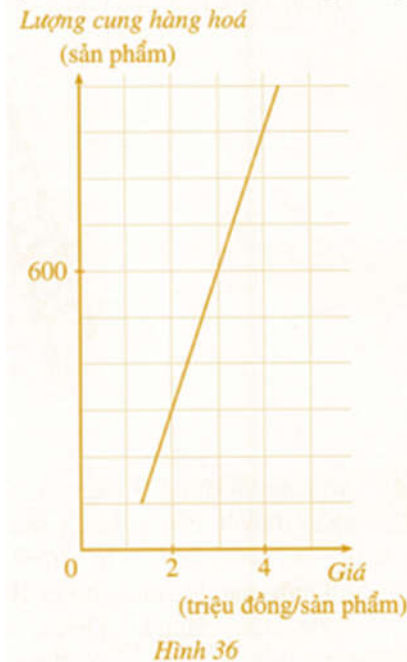
Hình 22



Hình 23

Câu 17. Người ta muốn thiết kế một vườn hoa hình chữ nhật nội tiếp trong một miếng đất hình tròn có đường kính bằng 50 m (Hình 23). Xác định kích thước vườn hoa hình chữ nhật để tổng quãng đường đi xung quanh vườn hoa đó là 140 m .

Câu 18. Đồ thị ở Hình 36 cho thấy sự phụ thuộc của lượng hàng hoá được sản xuất (cung) (đơn vị; sản phẩm) bởi giá bán (đơn vị: triệu đồng/sản phẩm) đối với một loại hàng hoá.



- a) Xác định lượng hàng hoá được sản xuất khi mức giá bán 1 sản phẩm là 2 triệu đồng; 4 triệu đồng.
- b) Biết nhu cầu thị trường đang cần là 600 sản phẩm. Hỏi với mức giá bán là bao nhiêu thì thị trường cân bằng (thị trường cân bằng khi sản lượng cung bằng sản lượng cầu)?

Câu 19. Một nhà cung cấp dịch vụ Internet đưa ra hai gói khuyến mại cho người dùng như sau:

Gói A: Giá cước 190000 đồng/tháng.

Nếu trả tiền cước ngày 6 tháng thì sẽ được tặng thêm 1 tháng.

Nếu trả tiền cước ngày 12 tháng thì sẽ được tặng thêm 2 tháng.

Gói B: Giá cước 189000 đồng/tháng.

Nếu trả tiền cước ngày 7 tháng thì số tiền phải trả cho 7 tháng đó là 1134000 đồng.

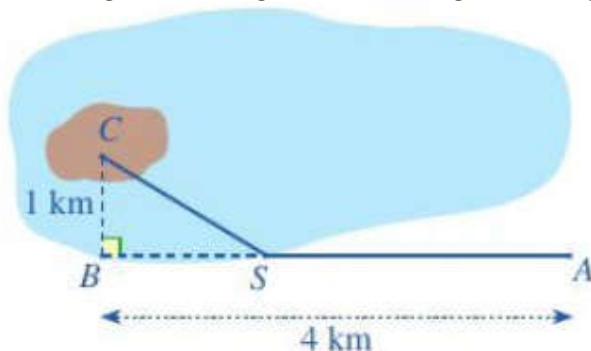
Nếu trả tiền cước ngày 15 tháng thì số tiền phải trả cho 15 tháng đó là 2268000 đồng.

Giả sử số tháng sử dụng Internet là x (1 nguyên dương).

a) Hãy lập các hàm số thể hiện số tiền phải trả ít nhất theo mỗi gói A, B nếu thời gian dùng không quá 15 tháng.

b) Nếu gia đình bạn Minh dùng 15 tháng thì nên chọn gói nào?

Câu 20. Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C trên cù lao như Hình. Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 5 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 16 triệu đồng. Tính tổng số ki-lô-mét đường dây điện đã thiết kế.



Câu 21. Một người vay 100 triệu đồng tại một ngân hàng để mua nhà với lãi suất $r\%$ / năm trong thời hạn 2 năm. Hỏi số tiền người này phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng sau 2 năm?

Câu 22. Quan sát chiếc cầu Cổng Vàng (Golden Gate bridge) ở Hình 26. Độ cao h (feet) tính từ mặt cầu đến các điểm trên dây treo ở phần giữa hai trụ cầu được xác định bởi công thức $h(x) = \frac{1}{9000}x^2 - \frac{7}{15}x + 500$, trong đó x (feet) là khoảng cách từ trụ cầu bên trái đến điểm tương ứng trên dây treo.

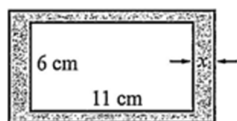
a) Xác định độ cao của trụ cầu so với mặt cầu theo đơn vị feet.

b) Xác định khoảng cách giữa hai trụ cầu theo đơn vị feet, biết rằng hai trụ cầu này có độ cao bằng nhau.



Hình 26

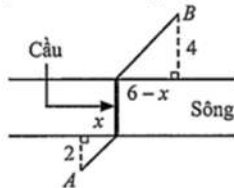
Câu 23. Bác Nam dự định làm một khung ảnh hình chữ nhật sao cho phần trong của khung là hình chữ nhật có kích thước $6\text{ cm} \times 11\text{ cm}$, độ rộng viền xung quanh là $x\text{ cm}$ (Hình 27). Diện tích của viền khung ảnh không vượt quá 38 cm^2 .



Hình 27

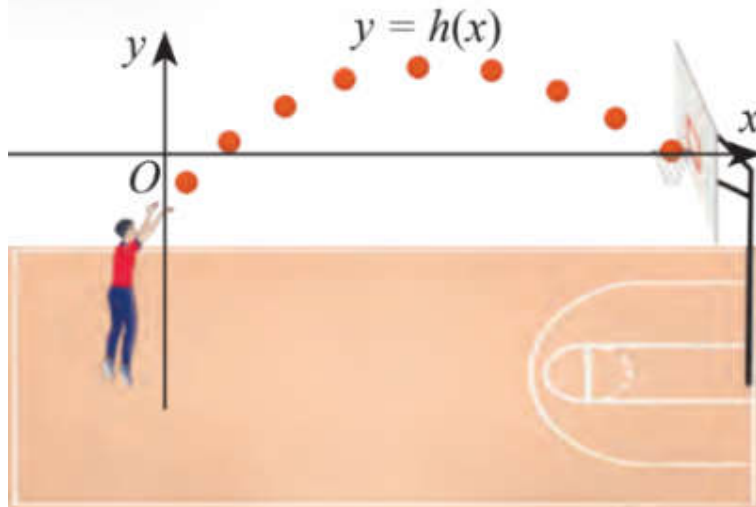
Hỏi độ rộng viền khung ảnh lớn nhất là bao nhiêu xăng-ti-mét?

Câu 24. Hai địa điểm A và B cách nhau bởi một con sông (coi hai bờ sông song song). Người ta muốn xây một chiếc cầu bắc vuông góc với bờ sông để có thể đi từ A đến B . Với các số liệu (tính theo đơn vị ki-lô-mét) cho trên Hình 28, tìm $x(\text{km})$ để xác định vị trí đặt chân cầu sao cho khoảng cách từ B đến chân cầu phía B gấp đôi khoảng cách từ A đến chân cầu phía A .



Hình 28

Câu 25. Độ cao (tính bằng mét) của quả bóng so với vành rổ khi bóng di chuyển được x mét theo phương ngang được mô phỏng theo hàm số $h(x) = -0,1x^2 + x - 1$. Trong các khoảng nào của x thì bóng nằm: cao hơn vành rổ, thấp hơn vành rổ, và ngang vành rổ. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Câu 26. Một khung dây thép hình chữ nhật có chiều dài 20cm và chiều rộng 15cm được uốn lại thành khung hình chữ nhật mới có kích thước $(20+x)$ và $(15-x)\text{cm}$. Với x nằm trong khoảng nào thì diện tích của khung sau khi uốn: tăng lên, không thay đổi, giảm đi.

Câu 27. Kim muốn trồng một vườn hoa trên mảnh đất hình chữ nhật và làm hàng rào bao quanh. Kim chỉ có đủ vật liệu để làm 30m hàng rào nhưng muốn diện tích vườn hoa ít nhất là 50m^2 . Hỏi chiều rộng của vườn hoa nằm trong khoảng nào?

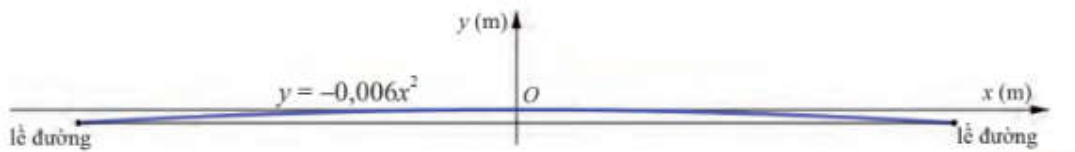
Câu 28. Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao $1,6\text{m}$ so với mặt đất với vận tốc 10m/s . Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng m) sau t giây được cho bởi hàm số

$$h(t) = -4,9t^2 + 10t + 1. \text{ Hỏi:}$$

a. Bóng có thể cao trên 7m không?

b. Bóng ở độ cao trên 5m trong khoảng thời gian bao lâu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm

Câu 29. Mặt cắt ngang của một đường hầm có dạng hình parabol để nước mưa dễ dàng thoát sang hai bên. Mặt cắt ngang của một con đường được mô tả bằng hàm số $y = -0,006x^2$ với gốc tọa độ đặt tại tim đường và đơn vị đo là mét trong hình. Với chiều rộng của đường như thế nào thì tim đường cao hơn lề đường không quá 15cm .



Câu 30. Lợi nhuận thu được từ việc sản xuất và bán x sản phẩm thủ công của một cửa hàng là:

$I(x) = -0,1x^2 + 235x - 70000$, với I được tính bằng nghìn đồng. Với số lượng sản phẩm bán ra là bao nhiêu thì cửa hàng có lãi?

Câu 31. Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao $h_0(m)$ với vận tốc $v_0(m/s)$. Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng mét) sau t (s) được cho bởi hàm số $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$ với $g = 10\text{m/s}^2$ là gia tốc trọng trường.

a) Tính h_0 và v_0 biết độ cao của quả bóng sau $0,5$ giây và 1 giây lần lượt là $4,75\text{m}$ và 5m .

b) Quả bóng có thể đạt được độ cao trên 4m không? Nếu có thì trong thời gian bao lâu?

c) Cũng ném từ độ cao h_0 như trên, nếu muốn độ cao của bóng sau 1 giây trong khoảng từ 2m đến 3m thì vận tốc ném bóng v_0 cần là bao nhiêu?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 32. Từ độ cao y_0 mét, một quả bóng được ném lên xiên một góc α so với phương ngang với vận tốc đầu v_0 có phương trình chuyển động $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x + y_0$; $g = 10\text{m/s}^2$.

a) Viết phương trình chuyển động của quả bóng nếu $\alpha = 30^\circ$, $y_0 = 2\text{m}$ và $v_0 = 7\text{m/s}$.

b) Để ném được quả bóng qua bức tường cao $2,5\text{m}$ thì người ném phải đứng cách tường bao xa?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 33. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 20cm . Để diện tích hình chữ nhật lớn hơn hoặc bằng 15cm^2 thì chiều rộng của hình chữ nhật nằm trong khoảng bao nhiêu?

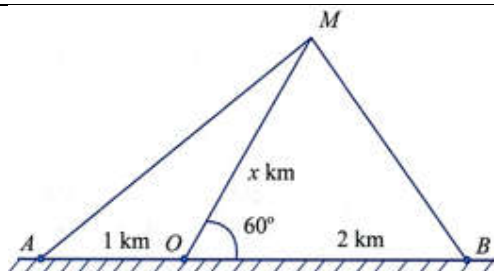
Câu 34. Thiết kế của một chiếc cổng có hình parabol với chiều cao 5m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 4m .

a) Chọn trục hoành là đường thẳng nối hai chân cổng, gốc tọa độ tại một chân cổng, chân cổng còn lại có hoành độ dương, đơn vị là 1m . Hãy viết phương trình của vòm cổng.

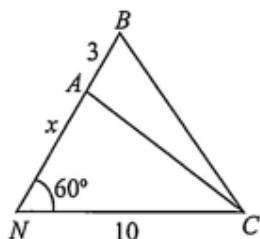
b) Người ta cần chuyển một thùng hàng hình hộp chữ nhật với chiều cao 3m . Chiều rộng của thùng hàng tối đa là bao nhiêu để thùng có thể chuyển lọt qua được cổng?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 35. Một con tàu biển M rời cảng O và chuyển động thẳng theo phương tạo với bờ biển một góc 60° . Trên bờ biển có hai đài quan sát A và B nằm về hai phía so với cảng O và lần lượt cách cảng O khoảng 1km và 2km (Hình).

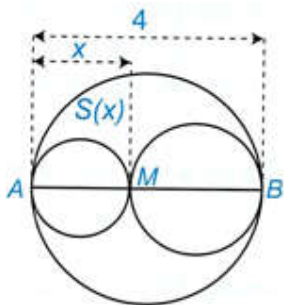


- a. Đặt độ dài của MO là x km. Biểu diễn khoảng cách từ tàu đến A và từ tàu đến B theo x .
- b. Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B bằng $\frac{4}{5}$ khoảng cách từ tàu đến A .
- c. Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B nhỏ hơn khoảng cách từ tàu đến O bằng $500m$. (Lưu ý: Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)
- Câu 36.** Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là $10m$. Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp $3m$ đến vị trí B như Hình 1.



Hình 1

- a) Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x .
- b) Tìm x để $AC = \frac{8}{9}BC$.
- c) Tìm x để khoảng cách $BC = 2AN$.
- Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần mười.
- Câu 37.** Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.
- Câu 38.** Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$. Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.

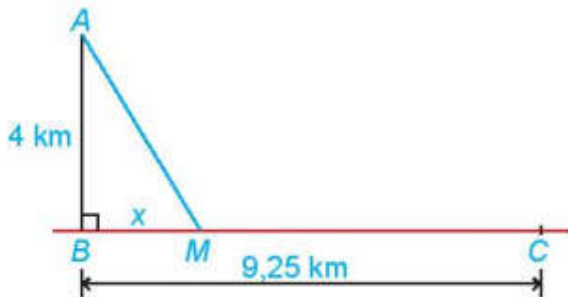


- Câu 39.** Một công ty đồ gia dụng sản xuất bình đựng nước thấy rằng khi đơn giá của bình đựng nước là x nghìn đồng thì doanh thu R (tính theo đơn vị nghìn đồng) sẽ là $R(x) = -560x^2 + 50000x$.
- a) Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá nào là quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua)?
- b) Với khoảng đơn giá nào của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng?

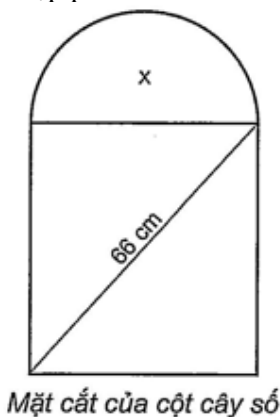
Câu 40. Một viên đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu 500 m/s , hợp với phương ngang một góc bằng 45° . Biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, quỹ đạo chuyển động của một vật ném xiên sẽ tuân theo phương trình: $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$ trong đó x là khoảng cách (tính bằng mét) vật bay được theo phương ngang, vận tốc ban đầu v_0 của vật hợp với phương ngang một góc α và $g = 9,8\text{ m/s}^2$ là gia tốc trọng trường.

- Viết phương trình chuyển động của viên đạn.
- Để viên đạn bay qua một ngọn núi cao 4000 mét thì khẩu pháo phải đặt cách chân núi một khoảng cách bao xa?

Câu 41. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50 m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn 200 m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ Minh là 5 km/h , vận tốc xe đạp của Hùng là 15 km/h . Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



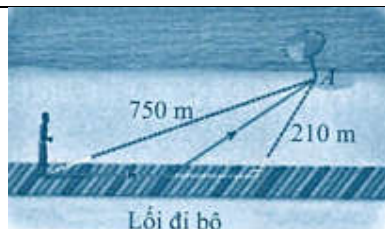
Câu 42. Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm . Tìm kích thước của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.



Câu 43. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 30 khách đầu tiên có giá là 60 USD/người. Nếu có nhiều hơn 30 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1 USD/người cho toàn bộ hành khách.

- Gọi x là số lượng khách từ người thứ 31 trở lên, hãy biểu thị doanh thu của công ty theo x .
- Số người của nhóm khách du lịch trong khoảng bao nhiêu thì công ty có lãi? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 1400 USD.

Câu 44. Một lối đi bộ trên bờ biển được lát gạch song song với bờ biển và cách 210 m đến mép nước biển. Một bãi cát nằm giữa lối đi bộ lát gạch và mép nước. Một người đàn ông đang đứng trên lối đi bộ lát gạch và cách 750 m đến chiếc cờ được cắm sát mép nước biển (Hình).



Người đàn ông đi bộ vận tốc $2m/s$ trên lối đi lát gạch và $1m/s$ khi đi trên cát. Người đàn ông đó nên đi bộ trên lối đi lát gạch bao xa trước khi rẽ vào bãi cát nếu người đó muốn đến được chiếc cò của mình trong đúng 9 phút 10 giây?

Câu 45. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận của xí nghiệp là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

Câu 46. Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một viên đạn được bắn tại vị trí $O(0;0)$ theo quỹ đạo là đường parabol $y = -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x$. Một mục tiêu là bảng có chiều rộng lớn được đặt nằm trong khoảng chiều cao từ $15m$ đến $18m$. Tìm khoảng cách theo trục hoành để viên đạn trúng mục tiêu.

Câu 47. Năm 2003, nhiệt độ ngày tại Death Valley (Thung Lũng Chết), California, được xác định qua hàm số: $t(d) = -0,0018d^2 + 0,657d + 50,95$, trong đó t là nhiệt độ tính theo độ đo Fahrenheit ($^{\circ}F$) và d là ngày trong năm tính từ 1/1/2003. Nhiệt độ cao nhất trong năm đó là bao nhiêu độ F ? Vào ngày nào?

Câu 48. Một nhà hát có sức chứa 2000 chỗ ngồi. Khi giá vé là 450000 đồng, số người tham dự là 1 500. Giám đốc nhà hát nhận thấy: Cứ mỗi lần giảm giá 20000 đồng, lượng khán giả tăng thêm 100 người. Gọi x_0 là giá vé (đơn vị: nghìn đồng) để doanh thu nhà hát đạt được ít nhất 600 triệu đồng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in (250; 500)$.

B. $x_0 \in (150; 200)$.

C. $x_0 \in (200; 210)$.

D. $x_0 \in (210; 230)$.

Câu 49. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường cong parabol trong mặt phẳng tọa độ O thì có phương trình $h = at^2 + bt + c (a < 0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$ và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5m$, sau 2 giây thì nó đạt độ cao $6m$. Hỏi quả bóng bay ở độ cao không thấp hơn $6m$ trong thời gian bao lâu?

A. $\frac{74}{48}$ giây.

B. 3 giây.

C. $\frac{61}{49}$ giây.

D. 2 giây.

Câu 50. Cô Mai có $60m$ lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau. Biết rằng một cạnh là tường (nên không cần rào), cô Mai chỉ cần rào ba cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Để diện tích mảnh vườn không ít hơn $400m^2$ thì chiều rộng của vườn cần có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

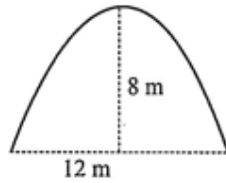
A. $20m$.

B. $15m$.

C. $10m$.

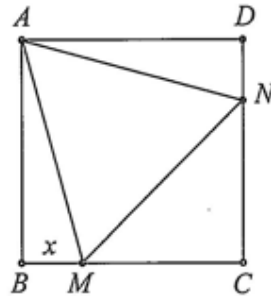
D. $9m$.

Câu 51. Một đường hầm xuyên thẳng qua núi và có mặt cắt là một parabol (thông số như hình bên). Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa miệng hầm. Hỏi chiều cao h của xe tải cần thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cửa hầm mà không chạm tường?



- A. $0 < h < 6$.
- B. $0 < h \leq 6$.
- C. $0 < h < 7$.
- D. $0 < h \leq 7$.

Câu 52. Bác Hương có mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh $10m$. Bác muốn trồng hoa trong khu vườn theo cách sau: chọn điểm M thuộc cạnh BC , điểm N thuộc cạnh CD sao cho AMN là tam giác đều, bác trồng hoa vào hình tam giác đều AMN và trồng cỏ vào phần còn lại. Diện tích trồng hoa của bác Hương là (kết quả làm tròn tới chữ số hàng trăm)



- A. $54,12m^2$.
- B. $46,43m^2$
- C. $46,42m^2$
- D. $46,41m^2$

Câu 53. Cho mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 100m$, $AD = 200m$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Một người đi thẳng từ A tới E thuộc cạnh MN với vận tốc $3m/s$ rồi đi thẳng từ E tới C với vận tốc $4m/s$. Biết thời gian người đó đi từ A tới E bằng thời gian người đó đi từ E tới C . Thời gian người đó đi từ A tới C là (làm tròn tới chữ số hàng trăm)

- A. $33,52s$.
- B. $65,22s$.
- C. $67,04s$.
- D. $63,89s$.

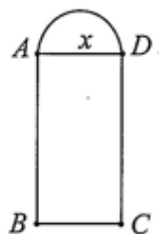
Câu 54. Có ba ngôi làng A, B, C mỗi làng cách nhau $6km$ (ba ngôi làng không cùng nằm trên một đường thẳng). Vào lúc 6 giờ sáng, một người chạy từ A đến B với vận tốc $10km/h$ và cùng lúc đó một người đạp xe từ C đến B với vận tốc $12km/h$. Thời điểm sớm nhất mà hai người cách nhau $1km$ (theo đường chim bay) là

- A. 6 giờ 25 phút.
- B. 6 giờ 30 phút.
- C. 7 giờ kém 25 phút.
- D. 6 giờ 50 phút.

Câu 55. Một cửa hàng bán tất thông báo giá bán như sau: mua một đôi giá 10000 đồng; mua hai đôi thì đôi thứ hai được giảm giá 10%; mua từ đôi thứ ba trở lên thì giá của mỗi đôi từ đôi thứ hai trở lên được giảm 15% so với đôi thứ nhất. Hỏi với 100 nghìn đồng thì mua được tối đa được bao nhiêu đôi tất?

- A. 12 .
- B. 11.
- C. 10 .
- D. 9.

Câu 56. Một cửa sổ có dạng hình chữ nhật và nửa hình tròn có đường kính bằng chiều rộng của hình chữ nhật (hình bên). Biết chu vi của cửa sổ là $5m$. Diện tích lớn nhất có thể của cửa sổ thuộc khoảng



- A. (1,5;1,8) .
- B. (1,8;2) .
- C. (2;2,1) .
- D. (1;1,5) .

Câu 57. Theo một nghiên cứu của trại nuôi cá: với mỗi mét vuông nếu thả n con cá trê thì trọng lượng mỗi con sau 3 tháng sẽ là $16 - 2n(kg)$. Trọng lượng cá trê thu được tối đa sau 3 tháng trên mỗi mét vuông là

- A. $30kg$.
- B. $32kg$.
- C. $16kg$.
- D. $20kg$.

Câu 58. Bác Mai có một khu vườn hình tam giác vuông cần trang trí bằng cách đặt hàng rào gỗ xung quanh khuôn viên khu vườn. Biết cạnh thứ nhất của khu vườn dài hơn cạnh thứ hai của khu vườn là $2m$, cạnh thứ hai dài hơn cạnh thứ ba là $23m$. Hỏi bác Mai cần bao nhiêu tiền để mua hàng rào, biết mỗi mét hàng rào gỗ có giá 250000 đồng?

- A. 3000000 đồng.
- B. 6250000 đồng.
- C. 2000000 đồng.
- D. 21000000 đồng.

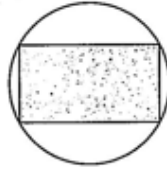
Câu 59. Một ngân hàng A thông báo phí dịch vụ SMS Banking hằng tháng như sau: 9000 đồng với 0 -15 tin nhắn; 30000 đồng với 16 – 50 tin nhắn; 55000 đồng với 51-100 tin nhắn và 7000 đồng với mỗi tin nhắn từ tin nhắn thứ 101 trở lên. Khách hàng B phải trả 125000 đồng tiền SMS Banking trong tháng. Số lượng tin nhắn của khách hàng B trong tháng là

- A. 10 .
- B. 15.
- C. 110 .
- D. 115 .

Câu 60. Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 nghìn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 nghìn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi người chủ khách sạn cần chọn giá phòng mới là bao nhiêu để doanh thu của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

- A. 480 nghìn đồng.
- B. 500 nghìn đồng.
- C. 450 nghìn đồng.
- D. 80 nghìn đồng.

Câu 61. Người ta muốn thiết kế một vườn hoa hình chữ nhật nội tiếp trong một mảnh đất hình tròn đường kính bằng $6m$ (hình bên). Biết hình chữ nhật có chu vi là $12\sqrt{2}m$. Hỏi diện tích của hình chữ nhật bằng bao nhiêu?

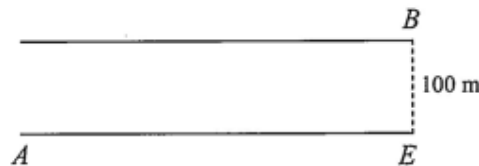


Câu 62. Sau 2 giây kể từ khi thả hòn đá rơi thẳng đứng xuống giếng nước sâu (thả từ miệng giếng) ta nghe thấy tiếng hòn đá rơi vào mặt nước. Giả sử bỏ qua sức cản của không khí, vận tốc của âm thanh trong không khí là 360 m/s , gia tốc trọng trường là $9,8\text{ m/s}^2$. Khoảng cách từ miệng giếng tới mặt nước là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai)?

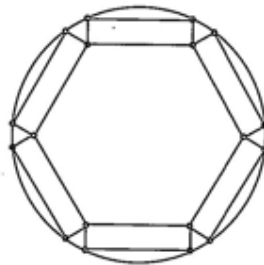


Câu 63. Hai làng A và B cách bờ sông lần lượt là 2 km và 3 km (giả sử bờ sông là đường thẳng), đồng thời hai làng cách nhau 3 km . Để tiết kiệm chi phí, hai làng dự định xây chung bến nước cách đều hai làng. Em hãy xác định vị trí xây bến nước cho hai làng thỏa mãn điều kiện trên. Khi đó tổng độ dài đường đi hai làng phải làm là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai)?

Câu 64. Trong bài thực hành của môn huấn luyện quân sự có tình huống chiến sĩ xuất phát từ A phải bơi qua một con sông để tấn công một mục tiêu B ở phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m , vận tốc bơi của chiến sĩ là 10 km/h và vận tốc chạy trên bộ là 20 km/h . Cho biết điểm E đối diện với B qua sông và độ dài $AE = 1\text{ km}$. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu trong thời gian là 4,2 phút, nếu như dòng sông là thẳng và nước đứng yên (kết quả làm tròn tới chữ số hàng trăm)?



Câu 65. Một ngôi biệt thự định trang trí tiểu cảnh bằng một mảnh đất hình tròn có đường kính 30 m (hình bên). Ta trang trí hình tròn đó bằng cách đặt bể nước trong hình lục giác đều và trồng hoa hồng trong 6 hình chữ nhật (có chiều rộng là 1 m), phần còn lại trồng cỏ. Diện tích trồng cỏ là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai)?

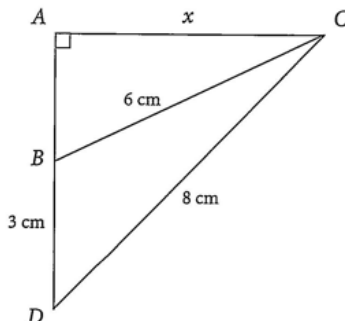


Câu 66. Anh Cường hiện đang bán trà sữa với mức giá 10 nghìn đồng mỗi cốc, lượng khách trung bình mỗi tháng là 6000 lượt. Anh Cường muốn tăng giá bán để tăng thêm doanh thu. Biết rằng nếu giá mỗi cốc trà sữa cứ tăng thêm 1 nghìn đồng thì lượng khách mỗi tháng lại giảm đi 300 lượt. Hỏi anh Cường phải bán với giá bao nhiêu một cốc để đạt doanh thu trong tháng là cao nhất?

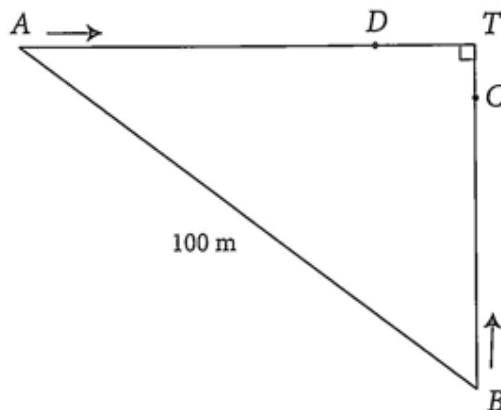
- A. 12 nghìn đồng.
- B. 20 nghìn đồng.
- C. 14 nghìn đồng.
- D. 15 nghìn đồng.

Câu 67. Một chú thỏ đen chạy đuổi theo một chú thỏ trắng ở vị trí cách nó $100m$. Biết rằng, quãng đường chú thỏ đen chạy được biểu thị bởi công thức $s(t) = 8t + 5t^2$ (m), trong đó t (giây) là thời gian tính từ thời điểm chú thỏ đen bắt đầu chạy, và chú thỏ trắng chạy với vận tốc không đổi là $3m/s$. Hỏi tại những thời điểm nào thì chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng?

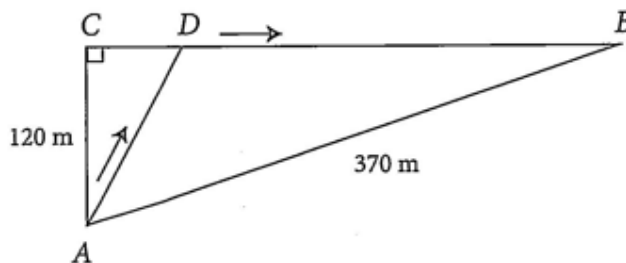
Câu 68. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 6cm$. Điểm D nằm trên tia AB sao cho $DB = 3cm, DC = 8cm$ (xem hình vẽ). Đặt $AC = x$. Hãy thiết lập một phương trình để tìm x , từ đó tính diện tích tam giác BCD (làm tròn kết quả đến hàng phân mười).



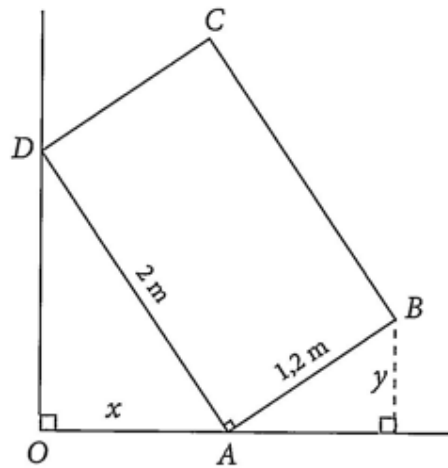
Câu 69. Lúc 8 giờ sáng, hai ô tô cùng xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau $100km$ chạy về thành phố T . Vận tốc của hai ô tô chạy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là $55km/h$ và $45km/h$. Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D cách thành phố T $14km$ thì ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cách thành phố T là $6km$. Hỏi thời điểm đó là mấy giờ?



Câu 70. Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A , cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A $120m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Tính khoảng cách giữa hai vị trí C và D .



Câu 71. Hộp đèn quảng cáo là loại biển hiệu dạng hộp được lắp đèn ở phía trong, chúng có thể chiếu sáng vào ban đêm giúp phục vụ công việc quảng bá, kinh doanh của nhiều cửa hàng, doanh nghiệp. Một hộp đèn quảng cáo có chiều cao $2m$, chiều rộng $1,2m$ được dựa vào tường như hình bên dưới.



a) Gọi khoảng cách từ chân chạm sàn của hộp đèn quảng cáo (điểm A) đến chân tường (điểm O) là $x(m)$ ($0 < x < 2$). Khoảng cách từ chân không chạm sàn của hộp đèn quảng cáo (điểm B) đến mặt sàn là $y(m)$. Hãy thiết lập công thức liên hệ giữa y và x , đồng thời tính khoảng cách từ điểm cao nhất của hộp đèn quảng cáo (điểm C) đến mặt sàn theo x .

b) Tìm khoảng cách từ chân chạm sàn của hộp đèn quảng cáo đến chân tường để khoảng cách từ điểm cao nhất của hộp đèn quảng cáo đến mặt sàn là $2,3m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 72. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 50 khách đầu tiên có giá 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu công ty theo x .

b) Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 15080000 đồng. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Câu 73. Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

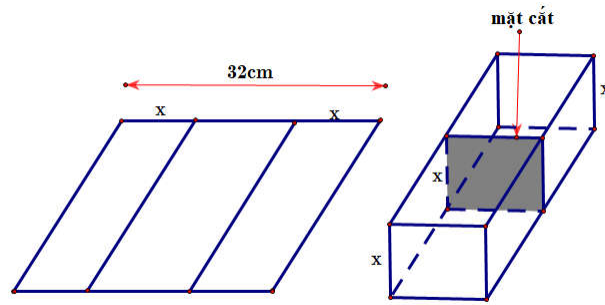
Câu 74. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$.

a) Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn $10m/s$ (biết rằng $t > 0$)?

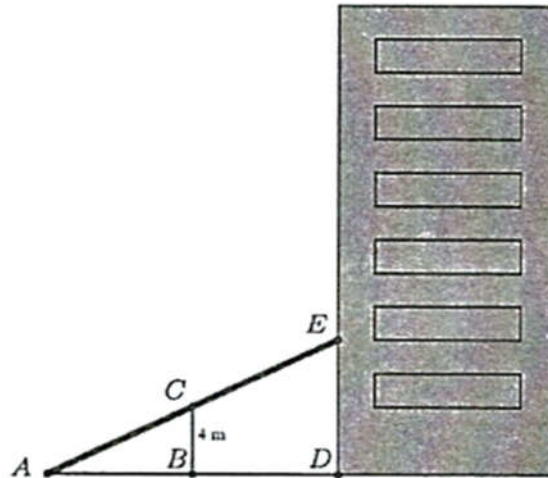
b) Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Câu 75. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

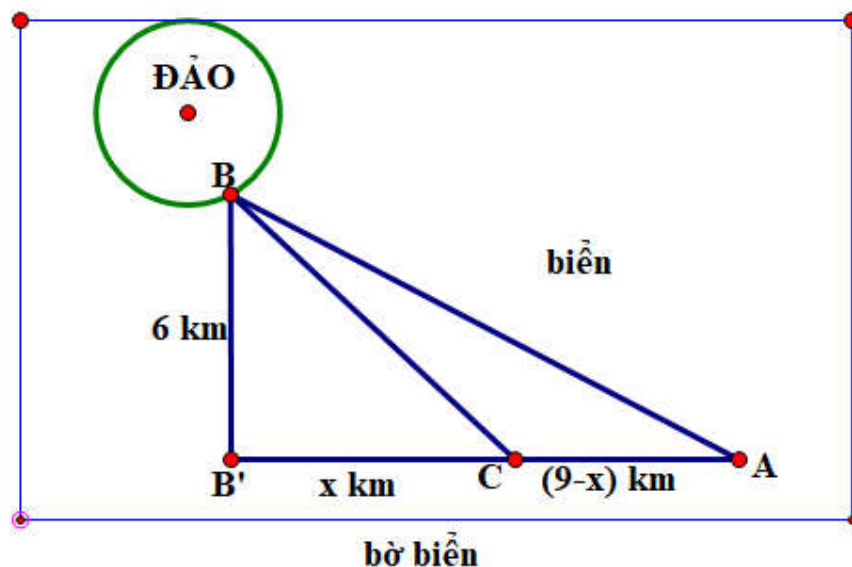
Câu 76. Một người muốn uốn tấm tôn phẳng hình chữ nhật có bề ngang $32cm$, thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông như hình vẽ. Biết rằng diện tích mặt cắt ngang của rãnh nước phải lớn hơn hoặc bằng tổng $120cm^2$. Hỏi độ cao tối thiểu và tối đa của rãnh dẫn nước là bao nhiêu cm ?



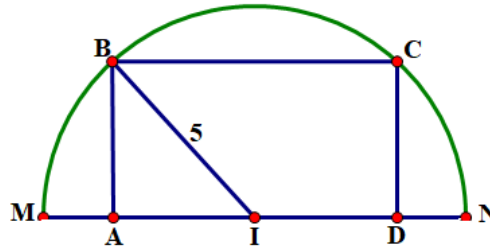
Câu 77. Người ta làm ra một cái thang bắc lên tầng hai của một ngôi nhà (hình vẽ), muốn vậy họ cần làm một thanh đỡ BC có chiều dài bằng $4m$, đồng thời muốn đảm bảo kỹ thuật thì tỉ số độ dài $\frac{CE}{BD} = \frac{5}{3}$. Hỏi vị trí A cách vị trí B bao nhiêu mét?



Câu 78. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển $6km$. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km , giá để xây đường ống dưới nước là 130000 USD mỗi km ; B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là $9km$. Biết rằng chi phí làm đường ống này là 1170000 USD. Hỏi vị trí C cách vị trí A bao nhiêu km ?

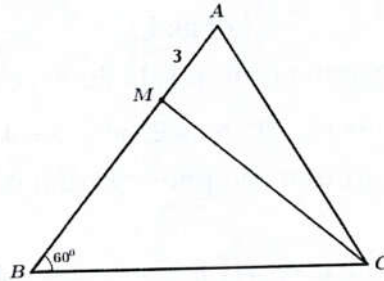


Câu 79. Xét nửa đường tròn đường kính $MN = 10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A , vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22.



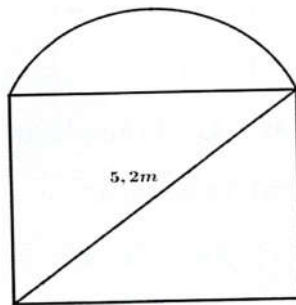
Câu 80. Một khung dây thép hình vuông với cạnh là 25 cm được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(25 - x)\text{ cm}$ và $(25 + x)\text{ cm}$. Với x thuộc khoảng nào thì diện tích của khung sau khi uốn: tăng lên, giảm xuống.

Câu 81. Cho tam giác ABC có cạnh $BC = 10$, góc ABC bằng 60° . Trên cạnh AB ta lấy điểm M sao cho $AM = 3$ (như hình vẽ).



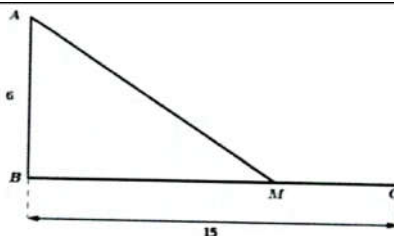
Tính độ dài đoạn thẳng BM biết rằng $CM = \frac{8}{9}CA$ (đáp số gần đúng đến hàng phần trăm).

Câu 82. Ông An muốn làm cái cửa bằng nhôm có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật như hình vẽ. Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài $5,2\text{ m}$; diện tích của nửa hình tròn bằng $\frac{3}{10}$ diện tích của phần hình chữ nhật.



Tính số tiền ông An phải trả cho biết 1 m^2 cửa có giá 1300000 đồng (kết quả lấy gần đúng đến hàng phần mười).

Câu 83. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 6\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 15 km . Để nhận lương thực và các nhu yếu phẩm mỗi tháng người canh hải đăng phải đi xuống máy từ A đến bến tàu M trên bờ biển với vận tốc 10 km/h rồi đi xe gắn máy đến C với vận tốc 30 km/h (xem hình vẽ).



Tính tổng quãng đường người đó phải đi biết rằng thời gian đi từ A đến C là 1h14 phút.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

- Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .
- Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15 080000 đồng.

Lời giải

a)

Do x là số lượng khách thứ 51 trở lên nên $x > 0$.

Cứ thêm 1 người thì giá còn $(300000 - 5000 \cdot 1)$ đồng/người cho toàn bộ hành khách.

Thêm x người thì giá còn $(300000 - 5000 \cdot x)$ đồng/người cho toàn bộ hành khách.

Doanh thu theo x : $(50 + x) \cdot (300000 - 5000x)$ (VNĐ)

b) Do chi phí thực sự cho chuyến đi là 15080000 đồng nên để công ty không bị lỗ thì doanh thu phải lớn hơn hoặc bằng 15080000 đồng

Khi đó:

$$(50 + x) \cdot (300000 - 5000x) \geq 15080000$$

$$\Leftrightarrow (50 + x) \cdot 5000 \cdot (60 - x) \geq 15080000$$

$$\Leftrightarrow (x + 50)(60 - x) \geq 3016$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 10x + 3000 \geq 3016$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 10x - 16 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(8 - x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 8) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 8$$

Vậy số người của nhóm du khách nhiều nhất là 58 người.

Câu 2. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra

thị trường là 1200 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hoà vốn?

c) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

Lời giải

a) Doanh thu khi bán hết Q sản phẩm là $1200Q$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận bán hết Q sản phẩm là:

$$1200Q - (Q^2 + 180Q + 140000) = -Q^2 + 1020Q - 140000$$

b)

Để xí nghiệp hòa vốn thì: Lợi nhuận bằng 0.

$$\Leftrightarrow -Q^2 + 1020Q - 140000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} Q \approx 857 \\ Q \approx 163 \end{cases}$$

Vậy xí nghiệp sản xuất 163 sản phẩm hoặc 857 sản phẩm thì hòa vốn.

c) Để không bị lỗ thì lợi nhuận lớn hơn hoặc bằng 0.

Khi đó:

$$-Q^2 + 1020Q - 140000 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 163,45 \leq Q \leq 857,55 \Rightarrow 164 \leq Q \leq 857$$

Vậy để không bị lỗ thì xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm nằm trong khoảng 164 đến 857.

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:

20 khách đầu tiên có giá là 30USD / người. Nếu có nhiều hơn 20 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1USD / người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 21 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người từ người thứ 21 trở lên của nhóm khách du lịch trong khoảng bao nhiêu thì công ty có lãi? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 400 USD.

Lời giải

a) Nếu có thêm x người thì số khách là $20 + x$. Vì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1USD / người cho toàn bộ hành khách, khi đó giá vé của mỗi người là $30 - x$.

Theo đó, doanh thu là $(20 + x)(30 - x) = -x^2 + 10x + 600$.

b) Lợi nhuận công ty là $(20 + x)(30 - x) - 400 = -x^2 + 10x + 200$.

Xét tam thức $f(x) = -x^2 + 10x + 200$, ta thấy $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = -10, x_2 = 20$.

Áp dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-10	20	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Công ty lãi khi $f(x) > 0$, tức là $-10 < x < 20$. Vì $x \geq 0$ nên ta có: $0 \leq x < 20$.

Vậy số khách từ người thứ 21 trở lên có ít hơn 20 người thì công ty có lãi.

Câu 4. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 200Q + 180000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1300 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ? Biết rằng các sản phẩm được sản xuất ra đều bán hết.

Lời giải

a) Lợi nhuận là:

$$f(Q) = 1300Q - (Q^2 + 200Q + 180000) = -Q^2 + 1100Q - 180000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

b) Xí nghiệp không bị lỗ khi và chỉ khi $f(Q) \geq 0$.

Ta có bảng xét dấu sau:

Theo đó, $f(Q) \geq 0 \Leftrightarrow Q \in [200; 900]$. Vậy xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm trong đoạn $[200; 900]$ để không bị lỗ.

Câu 5. Xét hệ toạ độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0; 0, 2)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao 8,5m sau 1 giây và đạt độ cao 6 m sau 2 giây.

a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.

b) Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất?

Lời giải

a) Đặt phương trình parabol là $(P): h = at^2 + bt + c$

Ta có quả bóng được đá lên từ điểm $A(0;0,2)$ nên $0,2 = c$

Ta có quả bóng đạt độ cao 8,5 m sau 1 giây có nghĩa là tại $t=1$ thì $h = 8,5$. Khi đó

$$8,5 = a + b(1)$$

Ta có quả bóng đạt độ cao 6 m sau 2 giây có nghĩa là tại $t=2$ thì $h = 6$.

$$\Rightarrow 6 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 \Leftrightarrow 4a + 2b = 6(2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được hệ } \begin{cases} a + b = 8,5 \\ 4a + 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5,5 \\ b = 14 \end{cases}$$

$$\text{Vậy (P): } h = -5,5t^2 + 14t$$

b) Để quả bóng không chạm đất thì $h > 0$

$$\Leftrightarrow -5,5t^2 + 14t > 0 \Leftrightarrow t(-5,5t + 14) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < \frac{28}{11}$$

Vậy trong khoảng thời gian từ lúc đá đến thời gian $t = \frac{28}{11}$ thì quả bóng chưa chạm đất.

Câu 6. Công ty An Bình thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:

10 khách đầu tiên có giá là 800000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 10000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 700 000 đồng/người.

Lời giải

a)

Gọi x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm ($x > 0$)

Giá vé khi có thêm x khách là: $800000 - 10000 \cdot x$ (đồng/người)

Doanh thu khi thêm x khách là:

$$(x+10) \cdot (800000 - 10000x) = 10000(x+10)(80-x) \text{ (đồng)}$$

b)

Chi phí thực sau khi thêm x vị khách là: $700000(x+10)$ (đồng)

Lợi nhuận khi thêm x vị khách là:

$$T = 10000(x+10)(80-x) - 700000(x+10)$$

$$= 10000(x+10) \cdot [80-x-70]$$

$$= 10000(x+10)(10-x)$$

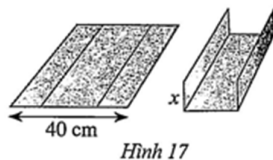
Để công ty không bị lỗ thì lợi nhuận lớn hơn hoặc bằng 0

$$\Leftrightarrow 10000(x+10)(10-x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -10 \leq x \leq 10$$

Khi đó số khách du lịch tối đa là $x+10 = 10+10 = 20$ người thì công ty không bị lỗ.

Câu 7. Bác Nam muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 40 cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông sao cho độ cao hai thành rãnh bằng nhau (Hình 17).



Hình 17

Để đảm bảo kỹ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 150 cm^2 . Bác Nam cần làm rãnh dẫn nước có độ cao ít

Lời giải

Khi chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông như Hình 17 thì mặt cắt ngang là hình chữ nhật có hai kích thước $x(cm)$ và $40-2x(cm)$. Khi đó diện tích mặt cắt ngang là $(40-2x)x(cm^2)$.

Ta thấy: Diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước lớn hơn hoặc bằng $150cm^2$ khi và chỉ khi $(40-2x)x \geq 150 \Leftrightarrow -2x^2 + 40x - 150 \geq 0$.

Tam thức $f(x) = -2x^2 + 40x - 150$ có hai nghiệm $x_1 = 5, x_2 = 15$ và hệ số $a = -2 < 0$. Sử dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai, ta thấy tập hợp những giá trị của x sao cho tam thức $f(x)$ mang dấu "+" là khoảng $(5; 15)$. Do đó tập nghiệm của bất phương trình $-2x^2 + 40x - 150 \geq 0$ là đoạn $[5; 15]$.

Vậy rãnh dẫn nước phải có độ cao ít nhất là $5cm$.

Câu 8. Tổng chi phí T (đơn vị tính: nghìn đồng) để sản xuất Q sản phẩm được cho bởi biểu thức $T = Q^2 + 20Q + 4000$; giá bán của 1 sản phẩm là 150 nghìn đồng. Số sản phẩm cần được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo không bị lỗ (giả thiết các sản phẩm được bán hết)?

Lời giải

Doanh thu khi bán Q sản phẩm là $150Q$.

Lợi nhuận khi bán Q sản phẩm $150Q - (Q^2 + 20Q + 4000) = -Q^2 + 130Q - 4000$.

Để không bị lỗ thì $-Q^2 + 130Q - 4000 \geq 0$.

Tam thức $f(Q) = -Q^2 + 130Q - 4000$ có hai nghiệm $Q_1 = 50, Q_2 = 80$ và hệ số $a = -1 < 0$. Sử dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai, ta thấy tập hợp những giá trị của Q sao cho tam thức $f(Q)$ mang dấu "+" là khoảng $(50; 80)$. Do đó tập nghiệm của bất phương trình $-Q^2 + 130Q - 4000 \geq 0$ là đoạn $[50; 80]$.

Vậy số sản phẩm cần được sản xuất trong đoạn $[50; 80]$ để đảm bảo không bị lỗ.

Câu 9. Xét hệ tọa độ Oth trong mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0; 0,3)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao $8m$ sau 1 giây và đạt độ cao $6m$ sau 2 giây. Trong khoảng thời gian nào (tính bằng giây) thì quả bóng ở độ cao lớn hơn $5m$ và nhỏ hơn $7m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)?

Lời giải

Độ cao h phụ thuộc vào thời gian t theo công thức hàm số sau: $h(t) = -4,85t^2 + 12,55t + 0,3(m)$.

Quả bóng ở độ cao lớn hơn $5m$ và nhỏ hơn $7m$ nên $5 < h(t) < 7$.

Giải bất phương trình $-4,85t^2 + 12,55t + 0,3 > 5$ ta có tập nghiệm với đầu mút xấp xỉ là $(0,454; 2,133)$.

Giải bất phương trình $-4,85t^2 + 12,55t + 0,3 < 7$ ta có tập nghiệm với đầu mút xấp xỉ là $(-\infty; 0,753) \cup (1,835; +\infty)$.

Lấy giao của hai tập nghiệm trên, ta có $t \in (0,454; 0,753) \cup (1,835; 2,133)$.

Vậy trong khoảng thời gian từ $0,454s$ đến $0,753s$ và từ $1,835s$ đến $2,133s$ thì quả bóng ở độ cao lớn hơn $5m$ và nhỏ hơn $7m$.

Câu 10. Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên hai trục tính theo mét), một viên đạn được bắn từ vị trí $O(0; 0)$ theo quỹ đạo là đường parabol

$y = -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x$. Tìm khoảng cách theo trục hoành của viên đạn so với vị trí bắn khi viên đạn đang ở độ cao lớn hơn $15m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).

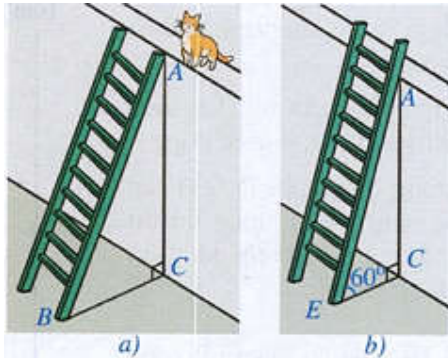
Lời giải

$$\text{Độ cao viên đạn lớn hơn } 15m \text{ nên}$$

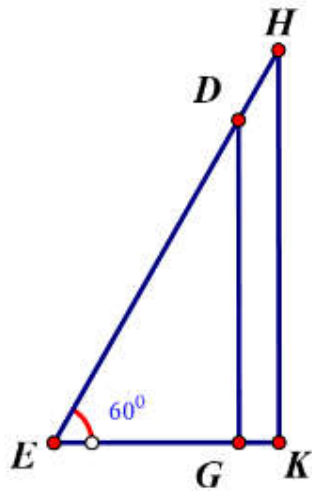
$$-\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x > 15 \Leftrightarrow -3x^2 + 10000x - 5000000 > 0 \Leftrightarrow \frac{5000 - 1000\sqrt{10}}{3} < x < \frac{5000 + 1000\sqrt{10}}{3}$$

Vậy khoảng cách theo trục hoành của viên đạn so với vị trí bắn khi viên đạn đang ở độ cao lớn hơn $15m$ là nằm trong khoảng $\left(\frac{5000 - 1000\sqrt{10}}{3}; \frac{5000 + 1000\sqrt{10}}{3}\right)$.

Câu 11. Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó $1m$. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường (Hình a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải



Gọi chiều cao bức tường DG là $x(m)$ ($x > 0$)

Chiều dài chiếc thang là $x+1(m)$

Khoảng cách từ chân thang sau khi bác Nam điều chỉnh là:

$$EG = \frac{DG}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{3}(m)$$

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác vuông ABC ta có:

$$BC = \sqrt{(x+1)^2 - x^2}(m)$$

Bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ nên ta có:

$$\sqrt{(x+1)^2 - x^2} - 0,5 = \frac{x\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 - x^2} = \frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} = \frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5(*)$$

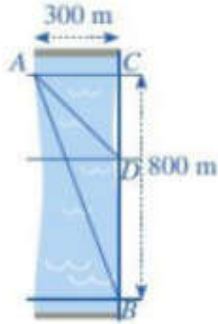
Ta có $\frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{3}} \geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Luôn đúng do $x > 0$)

Ta bình phương hai vế (*) ta được:

$$2x + 1 = \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 0,5 \right)^2 \Leftrightarrow 2x + 1 = \frac{x^2}{3} + \frac{x}{\sqrt{3}} + 0,25 \Leftrightarrow \frac{x^2}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \right)x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 4,7(tm) \\ x \approx -0,5(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều cao của bức tường là 4,7 m.

Câu 12. Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m, chèo thuyền đến vị trí D, sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m như Hình. Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h , vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến D, biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



Lời giải

Đổi $300 \text{ m} = 0,3 \text{ km}$, $800 \text{ m} = 0,8 \text{ km}$

7,2 phút = 0,12(h)

Gọi khoảng cách từ C đến D là $x(\text{km})$ ($0,8 > x > 0$)

Khi đó, $DB = 0,8 - x(\text{km})$

Theo định lý Py-ta-go ta có: $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{0,3^2 + (0,8 - x)^2}(\text{km})$

Thời gian đi từ A đến D là: $\frac{\sqrt{0,3^2 + (0,8 - x)^2}}{6}(\text{h})$

Thời gian đi từ D đến B là: $\frac{0,8 - x}{10}(\text{h})$

Tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{\sqrt{0,3^2 + (0,8 - x)^2}}{6} + \frac{0,8 - x}{10} = 0,12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{0,3^2 + (0,8 - x)^2} \cdot 5 + 3 \cdot (0,8 - x) = 0,12 \cdot 30$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot \sqrt{0,3^2 + (0,8 - x)^2} - 3x - 1,2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot \sqrt{0,3^2 + (0,8 - x)^2} = 3x + 1,2$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot [0,3^2 + (0,8 - x)^2] = (3x + 1,2)^2$$

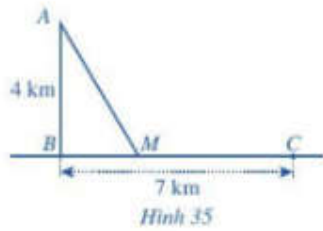
$$\Leftrightarrow 25 \cdot (x^2 - 1,6x + 0,73) = 9x^2 + 7,2x + 1,44$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 47,2x + 16,81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{59 + 30\sqrt{2}}{40} > 0,8(ktm) \\ x = \frac{59 - 30\sqrt{2}}{40} \approx 0,414(tm) \end{cases}$$

Ta bình phương được do $x > 0 \Rightarrow 3x + 1,2 > 0$

Vậy khoảng cách từ vị trí C đến D là 414m.

Câu 13. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Lời giải

Gọi $BM = x\text{ km}$ ($0 < x < 7$)

$\Rightarrow MC = 7 - x\text{ (km)}$

Ta có: $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + x^2}\text{ (km)}$

Thời gian từ A đến M là: $\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3}\text{ (h)}$

Thời gian từ M đến C là: $\frac{7 - x}{5}\text{ (h)}$

Tổng thời gian từ A đến C là 148 phút nên ta có:

$$\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{148}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\sqrt{16 + x^2}}{15} + \frac{3(7 - x)}{15} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} + 3(7 - x) = 37$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} = 16 + 3x$$

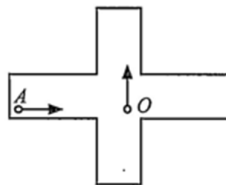
$$\Leftrightarrow 25(16 + x^2) = 9x^2 + 96x + 256$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 96x + 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3\text{ (km)}$$

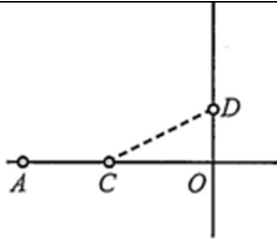
Vậy khoảng cách từ vị trí B đến M là 3 km .

Câu 14. Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm từ hai vị trí A và O với vận tốc trung bình lần lượt là 50 km/h và 40 km/h trên hai con đường vuông góc với nhau và giao tại O . Hướng đi của hai xe thể hiện ở Hình 19. Biết $AO = 8\text{ km}$. Gọi x (giờ) là thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau 5 km (tính theo đường chim bay) trước khi ô tô đi từ A đến vị trí O . Tìm x .



Hình 19

Lời giải.



Hình 20

Quãng đường ô tô xuất phát từ A, O đi được sau x giờ lần lượt là $50x(km)$ và $40x(km)$. Sau x giờ, ô tô xuất phát từ vị trí A đến C cách O một khoảng $OC = 8 - 50x(km)$

Sau x giờ, ô tô xuất phát từ vị trí O đến D cách O một khoảng

Hình 20 $OD = 40x(km)$.

Để $8 - 50x > 0$ thì $0 \leq x < 0,16$. Do tam giác OCD là tam giác vuông nên ta có:

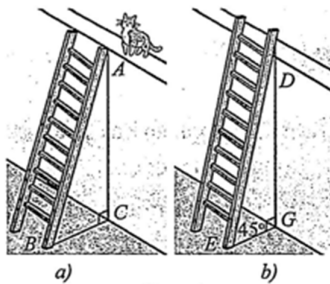
$$CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{(8 - 50x)^2 + (40x)^2}.$$

Ta có phương trình: $\sqrt{(8 - 50x)^2 + (40x)^2} = 5$. Bình phương hai vế ta có: $(8 - 50x)^2 + (40x)^2 = 25 \Leftrightarrow 2500x^2 - 800x + 64 + 1600x^2 = 25 \Leftrightarrow 4100x^2 - 800x + 39 = 0$.

Phương trình có hai nghiệm là $x = 0,1$ và $x = \frac{39}{410}$. Đối chiếu với điều kiện $0 \leq x < 0,16$, ta nhận cả hai giá trị trên của x .

Vậy thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau $5km$ (tính theo đường chim bay) trước khi ô tô đi từ A đến vị trí O là $\frac{39}{410}$ giờ và $0,1$ giờ.

Câu 15. Để leo lên một bức tường, bác Dũng dùng một chiếc thang cao hơn bức tường đó $2m$. Ban đầu, bác Dũng đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang độ vừa chạm đúng vào 60



Hình 21

mép trên của bức tường (Hình 21a). Sau đó, bác Dũng dịch chuyển chân thang vào gần chân bức tường thêm $1m$ thì bác Dũng nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 45° (Hình 21b). Bức tường cao bao nhiêu mét?

Lời giải

Gọi chiều cao bức tường là $x(m)$ ($x > 0$). Khi đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó chạm đúng vào mép trên của bức tường thì khoảng cách chân thang đến chân tường là $\sqrt{(x+2)^2 - x^2}(m)$.

Khi thang tạo với mặt đất một góc 45° thì khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $x(m)$.

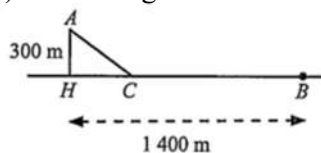
Theo đề bài ta có phương trình: $\sqrt{(x+2)^2 - x^2} = x + 1$.

Giải phương trình trên ta có: $x = 3(m)$ với $x > 0$. Vậy chiều cao bức tường là $3m$.

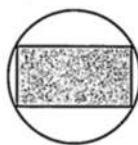
Câu 16. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc $6km/h$ để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc $3km/h$. Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300m$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400m$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22).

a) Tính khoảng cách CB .

b) Tính thời gian từ khi hai người xuất phát cho đến khi gặp nhau cùng lúc.



Hình 22



Hình 23

Lời giải

a) Đặt $CH = x(m)$ ($x > 0$). Ta có: $AC = \sqrt{300^2 + x^2}$, $CB = 1400 - x$.

Vì hai người gặp nhau cùng lúc tại C nên $\frac{\sqrt{300^2 + x^2}}{3000} = \frac{1400 - x}{6000} \Leftrightarrow 2\sqrt{300^2 + x^2} = 1400 - x$.

Giải phương trình trên ta có: $x = 400(m)$ với $x > 0$.

Vậy khoảng cách $CB = 1400 - 400 = 1000(m)$.

b) Thời gian hai người bắt đầu di chuyển cho đến khi tới C là 10 phút.

Câu 17. Người ta muốn thiết kế một vườn hoa hình chữ nhật nội tiếp trong một miếng đất hình tròn có đường kính bằng $50m$ (Hình 23). Xác định kích thước vườn hoa hình chữ nhật để tổng quãng đường đi xung quanh vườn hoa đó là $140m$.

Lời giải

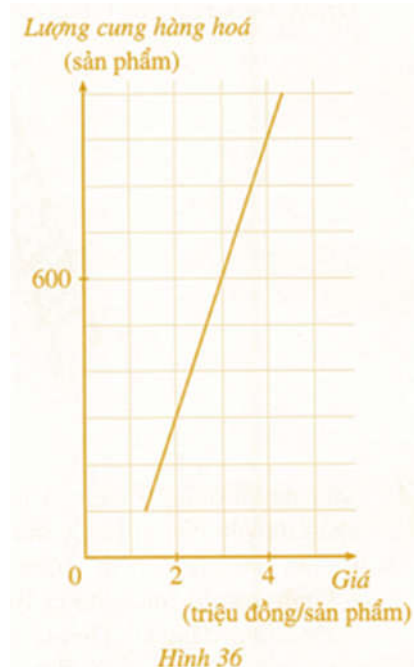
Đặt độ dài một cạnh của hình chữ nhật là $x(m)$ ($0 < x < 50$). Vì độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng đường kính hình tròn nên độ dài cạnh còn lại của hình chữ nhật đó là $\sqrt{2500 - x^2}(m)$.

Khi đó, tổng quãng đường đi xung quanh vườn hoa bằng chu vi hình chữ nhật là:

$$2(\sqrt{2500 - x^2} + x) = 140(m).$$

Giải phương trình trên ta có: $x = 40(m)$ hoặc $x = 30(m)$. Nếu $x = 40(m)$ thì độ dài cạnh còn lại là $30m$ và ngược lại. Vậy kích thước vườn hoa là $30 \times 40m$.

Câu 18. Đồ thị ở Hình 36 cho thấy sự phụ thuộc của lượng hàng hoá được sản xuất (cung) (đơn vị: sản phẩm) bởi giá bán (đơn vị: triệu đồng/sản phẩm) đối với một loại hàng hoá.



Hình 36

a) Xác định lượng hàng hoá được sản xuất khi mức giá bán 1 sản phẩm là 2 triệu đồng; 4 triệu đồng.

Lời giải

Gọi khoảng cách từ A đến S là $x(km)$ ($0 < x < 4$)

$$\Rightarrow BS = 4 - x(km) \Rightarrow CS = \sqrt{CB^2 + BS^2} = \sqrt{1 + (4 - x)^2}(km)$$

Tổng số tiền từ A đến C là:

$$3.SA + 5.SC = 3.x + 5 \cdot \sqrt{1 + (4 - x)^2} \text{ (triệu đồng)}$$

Khi đó ta có phương trình:

$$3.x + 5 \cdot \sqrt{1 + (4 - x)^2} = 16$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{1 + (4 - x)^2} = 16 - 3x$$

$$25 \cdot (x^2 - 8x + 17) = (16 - 3x)^2$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 - 200x + 425 = 256 - 96x + 9x^2$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 104x + 169 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{13}{4}(tm)$$

$$\text{Do } 16 - 3x > 0 \Leftrightarrow \forall 0 < x < 4$$

$$\Rightarrow SC = \sqrt{1 + (4 - x)^2} = 1,25$$

Vậy tổng ki-lô-mét đường dây điện đã thiết kế là

$$SA + SC = 3,25 + 1,25 = 4,5(km)$$

Câu 21. Một người vay 100 triệu đồng tại một ngân hàng để mua nhà với lãi suất $r\%$ / năm trong thời hạn 2 năm. Hỏi số tiền người này phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng sau 2 năm?

Lời giải

$$T = (100r\% + 100)r\% + 100r\% + 100 = 0,01r^2 + 2r + 100 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 22. Quan sát chiếc cầu Cổng Vàng (Golden Gate bridge) ở Hình 26. Độ cao h (feet) tính từ mặt cầu đến các điểm trên dây treo ở phần giữa hai trụ cầu được xác định bởi công thức $h(x) = \frac{1}{9000}x^2 - \frac{7}{15}x + 500$,

trong đó x (feet) là khoảng cách từ trụ cầu bên trái đến điểm tương ứng trên dây treo.

a) Xác định độ cao của trụ cầu so với mặt cầu theo đơn vị feet.

b) Xác định khoảng cách giữa hai trụ cầu theo đơn vị feet, biết rằng hai trụ cầu này có độ cao bằng nhau.



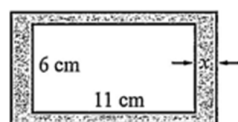
Hình 26

Lời giải

a) 500 feet.

b) 4200 feet.

Câu 23. Bác Nam dự định làm một khung ảnh hình chữ nhật sao cho phần trong của khung là hình chữ nhật có kích thước $6cm \times 11cm$, độ rộng viền xung quanh là xcm (Hình 27). Diện tích của viền khung ảnh không vượt quá $38cm^2$.



Hình 27

Hỏi độ rộng viền khung ảnh lớn nhất là bao nhiêu xăng-ti-mét?

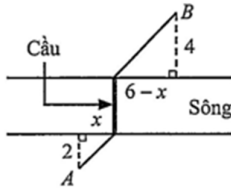
Lời giải

Đặt độ rộng viền khung ảnh là $x(cm)(x > 0)$. Ta có diện tích viền khung ảnh là: $(11 + 2x)(6 + 2x) - 66 = 4x^2 + 34x (cm^2)$.

Theo đề bài ta có: $4x^2 + 34x \leq 38$.

Giải bất phương trình trên ta có: $x \in \left[\frac{-19}{2}; 1 \right]$. Suy ra độ rộng viền khung ảnh lớn nhất là $1cm$.

Câu 24. Hai địa điểm A và B cách nhau bởi một con sông (coi hai bờ sông song song). Người ta muốn xây một chiếc cầu bắc vuông góc với bờ sông để có thể đi từ A đến B . Với các số liệu (tính theo đơn vị ki-lô-mét) cho trên Hình 28, tìm $x(km)$ để xác định vị trí đặt chân cầu sao cho khoảng cách từ B đến chân cầu phía B gấp đôi khoảng cách từ A đến chân cầu phía A .



Hình 28

Lời giải

Gọi chân cầu phía A là M , chân cầu phía B là N . Dựa vào Hình 28, áp dụng định lý Pythagore ta có:

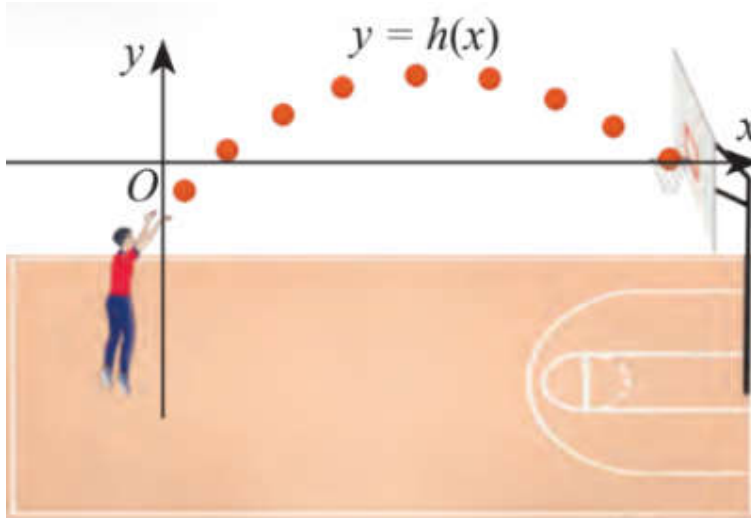
$$AM = \sqrt{x^2 + 2^2} = \sqrt{x^2 + 4}, BN = \sqrt{(6-x)^2 + 4^2} = \sqrt{x^2 - 12x + 52}.$$

Theo đề bài, ta có: $BN = 2AM \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 12x + 52} = 2\sqrt{x^2 + 4}$.

Giải phương trình trên ta có: $x = 2(km)$ với $x > 0$.

Vậy với $x = 2km$ thì khoảng cách từ B đến chân cầu phía B gấp đôi khoảng cách từ A đến chân cầu phía A .

Câu 25. Độ cao (tính bằng mét) của quả bóng so với vành rổ khi bóng di chuyển được x mét theo phương ngang được mô phỏng theo hàm số $h(x) = -0,1x^2 + x - 1$. Trong các khoảng nào của x thì bóng nằm: cao hơn vành rổ, thấp hơn vành rổ, và ngang vành rổ. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Lời giải

Hàm số $h(x)$ có $\Delta = 1^2 - 4(-0,1)(-1) = 0,6 > 0$ nên sẽ có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 9, x_2 = 1$. và $a = -0,1 < 0$

Vậy:

- Bóng nằm cao hơn vành rổ khi bóng nằm trong khoảng $(1; 9)$
- Bóng nằm thấp hơn vành rổ khi bóng nằm trong khoảng $(-\infty; 1)$ và $(9; +\infty)$
- Bóng nằm ngang vành rổ khi bóng ở độ cao $1m$ hoặc $9m$

Câu 26. Một khung dây thép hình chữ nhật có chiều dài 20cm và chiều rộng 15cm được uốn lại thành khung hình chữ nhật mới có kích thước $(20+x)$ và $(15-x)\text{cm}$. Với x nằm trong khoảng nào thì diện tích của khung sau khi uốn: tăng lên, không thay đổi, giảm đi.

Lời giải

Diện tích của khung dây thép khi chưa uốn là: $20.15 = 300 (\text{cm}^2)$

Diện tích của khung dây thép khi đã uốn là:

$(20+x) \cdot (15-x) = 300 - 5x - x^2$. Như vậy diện tích của khung sau khi uốn tùy thuộc vào giá trị của hàm số $f(x) = 5x + x^2$.

Xét hàm số $f(x)$ có $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 25 > 0 \Rightarrow$ có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = -5; x_2 = \frac{-5 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = 0 \text{ và có } a = 1 > 0. \text{ Nên:}$$

- $f(x)$ mang dấu dương khi x thuộc $(-5; 0) \Rightarrow$ Diện tích khung hình sau khi uốn nhỏ hơn trước khi uốn (giảm đi)
- $f(x)$ mang dấu âm khi x thuộc $(-\infty; -5)$ và $(0; +\infty) \Rightarrow$ Diện tích khung hình sau khi uốn lớn hơn trước khi uốn (tăng lên)
- $f(x) = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = -5 \Rightarrow$ Diện tích khung hình sau khi uốn và trước khi uốn là không thay đổi

Câu 27. Kim muốn trồng một vườn hoa trên mảnh đất hình chữ nhật và làm hàng rào bao quanh. Kim chỉ có đủ vật liệu để làm 30m hàng rào nhưng muốn diện tích vườn hoa ít nhất là 50m^2 . Hỏi chiều rộng của vườn hoa nằm trong khoảng nào?

Lời giải

Giả sử chiều rộng của vườn hoa là x và chiều dài là y thì theo dữ liệu đề bài ta có

$$2(x+y) = 30(1) \text{ và } x \cdot y \geq 50(2)$$

Từ (1) $\Rightarrow x+y=15 \Rightarrow y=15-x$. Thay vào (2) ta có: $x \cdot (15-x) \geq 50 \Rightarrow -x^2 + 15x - 50 \geq 0$

Xét tam thức bậc hai một ẩn $f(x) = -x^2 + 15x - 50$ ta có: $\Delta = 15^2 - 4(-1)(-50) = 25 > 0$ nên

$$f(x) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Và có $a = -1 < 0$ nên $f(x) > 0$ khi $x \in (5; 10)$

Vậy chiều rộng của vườn hoa nằm trong khoảng từ 5m đến 10m .

Câu 28. Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao $1,6\text{m}$ so với mặt đất với vận tốc 10m/s . Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng m) sau t giây được cho bởi hàm số

$$h(t) = -4,9t^2 + 10t + 1. \text{ Hỏi:}$$

a. Bóng có thể cao trên 7m không?

b. Bóng ở độ cao trên 5m trong khoảng thời gian bao lâu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm

Lời giải

a. Xét hàm $h(t) = 4,9t^2 + 10t + 1 - 7 = -4,9t^2 + 10t - 6$ Có $\Delta = -17,6 < 0$ và $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ luôn < 0 tức là $-4,9t^2 + 10t + 1 < 7$. Như vậy bóng không thể cao trên 7m

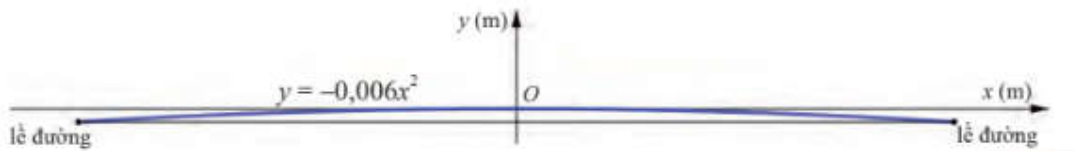
b. Xét hàm $h(t) = -4,9t^2 + 10t + 1 - 5 = -4,9t^2 + 10t - 4$ Có $\Delta = 21,6 > 0$ $h(t)$ có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1,5$ và $x_2 = 0,55$

Và có $a = -4,9 < 0$. nên $f(x) > 0$ khi $x \in (0,55; 1,5)$

Hay bóng ở độ cao trên 5m trong khoảng thời gian từ $0,55$ giây đến $1,5$ giây

Câu 29. Mặt cắt ngang của mặt đường thường có dạng hình parabol để nước mưa dễ dàng thoát sang hai bên. Mặt cắt ngang của một con đường được mô tả bằng hàm số $y = -0,006x^2$ với gốc tọa độ đặt tại tim

đường và đơn vị đo là mét trong hình. Với chiều rộng của đường như thế nào thì tìm đường cao hơn lề đường không quá 15 cm.



Lời giải

Theo dữ liệu của bài ta có: $-0,006x^2 - 0,15 \leq 0$

Ta xét $f(x) = -0,006x^2 - 0,15$. có $\Delta = 0 - 4(-0,006)(-0,15) = 0,0036 > 0$ nên $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-0 - \sqrt{0,0036}}{2 \cdot (-0,006)} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-0 + \sqrt{0,0036}}{2 \cdot (-0,006)} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vì $a = -0,006 < 0$ nên $-0,006x^2 - 0,15 \leq 0$ khi $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

Câu 30. Lợi nhuận thu được từ việc sản xuất và bán x sản phẩm thủ công của một cửa hàng là:

$I(x) = -0,1x^2 + 235x - 70000$, với I được tính bằng nghìn đồng. Với số lượng sản phẩm bán ra là bao nhiêu thì cửa hàng có lãi?

Lời giải

Cửa hàng có lãi khi và chỉ khi $I(x) > 0$ hay $-0,1x^2 + 235x - 70000 > 0$, tức là $350 < x < 2000$.

Vậy khi sản xuất và bán ra từ 351 đến 1999 sản phẩm thì cửa hàng có lãi.

Câu 31. Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao $h_0(m)$ với vận tốc $v_0(m/s)$. Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng mét) sau t (s) được cho bởi hàm số $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$ với $g = 10m/s^2$ là gia tốc trọng trường.

a) Tính h_0 và v_0 biết độ cao của quả bóng sau 0,5 giây và 1 giây lần lượt là 4,75m và 5m.

b) Quả bóng có thể đạt được độ cao trên 4m không? Nếu có thì trong thời gian bao lâu?

c) Cũng ném từ độ cao h_0 như trên, nếu muốn độ cao của bóng sau 1 giây trong khoảng từ 2m đến 3m thì vận tốc ném bóng v_0 cần là bao nhiêu?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

a) Ta có $h(t) = -5t^2 + v_0t + h_0$.

Độ cao của quả bóng tại thời điểm sau khi ném 0,5 giây và 1 giây lần lượt là 4,75m và 5m, ta

được: $\begin{cases} 0,5v_0 + h_0 = 6 \\ v_0 + h_0 = 10 \end{cases}$ tức là $\begin{cases} v_0 = 8 \\ h_0 = 2 \end{cases}$.

Vậy $h(t) = -5t^2 + 8t + 2$.

b) Bóng cao trên 4m khi và chỉ khi $h(t) = -5t^2 + 8t + 2 > 4$, hay $\frac{4 - \sqrt{6}}{5} < t < \frac{4 + \sqrt{6}}{5}$.

Vậy bóng đạt độ cao trên 4m trong khoảng thời gian ít hơn 0,98 giây.

c) Độ cao của quả bóng sau 1 giây trong khoảng từ 2m đến 3m khi và chỉ khi $2 < h(1) = -5 + v_0 + 2 < 3$, tức là $5 < v_0 < 6(m/s)$.

Vậy vận tốc ném cần nằm trong khoảng từ 5m/s đến 6m/s.

Câu 32. Từ độ cao y_0 mét, một quả bóng được ném lên xiên một góc α so với phương ngang với vận tốc

đầu v_0 có phương trình chuyển động $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x + y_0$: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Viết phương trình chuyển động của quả bóng nếu $\alpha = 30^\circ$, $y_0 = 2 \text{ m}$ và $v_0 = 7 \text{ m/s}$.

b) Để ném được quả bóng qua bức tường cao $2,5 \text{ m}$ thì người ném phải đứng cách tường bao xa?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

a) $y = -0,14x^2 + 0,58x + 2$.

b) Với x là khoảng cách từ người ném đến tường thì bóng ném được qua tường khi và chỉ khi $y(x) > 2,5$, hay $-0,14x^2 + 0,58x - 0,5 > 0$, tức là $1,22 < x < 2,92 \text{ (m)}$.

Vậy người ném bóng cần đứng cách tường trong khoảng từ trên $1,22 \text{ m}$ đến dưới $2,92 \text{ m}$.

Câu 33. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 20 cm . Để diện tích hình chữ nhật lớn hơn hoặc bằng 15 cm^2 thì chiều rộng của hình chữ nhật nằm trong khoảng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi $x \text{ (cm)}$ là chiều rộng của hình chữ nhật. Khi đó chiều dài của hình chữ nhật là $10 - x \text{ (cm)}$.

Ta có $0 < x \leq 10 - x$, hay $0 < x \leq 5 \text{ (cm)}$ (1)

Diện tích của hình chữ nhật là $S = x(10 - x)$.

Ta có $x(10 - x) \geq 15$ khi và chỉ khi $x^2 + 10x - 15 \geq 0$, hay $x \leq -5 - 2\sqrt{10}$ hoặc $x \geq -5 + 2\sqrt{10}$.

So với điều kiện (1), ta có $-5 + 2\sqrt{10} \leq x \leq 5$.

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật nằm trong khoảng từ $1,33 \text{ cm}$ đến 5 cm .

Câu 34. Thiết kế của một chiếc cổng có hình parabol với chiều cao 5 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 4 m .

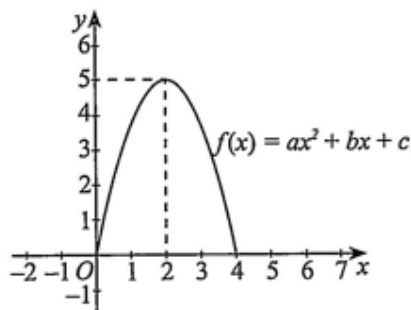
a) Chọn trục hoành là đường thẳng nối hai chân cổng, gốc toạ độ tại một chân cổng, chân cổng còn lại có hoành độ dương, đơn vị là 1 m . Hãy viết phương trình của vòm cổng.

b) Người ta cần chuyển một thùng hàng hình hộp chữ nhật với chiều cao 3 m . Chiều rộng của thùng hàng tối đa là bao nhiêu để thùng có thể chuyển lọt qua được cổng?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

a) Đặt gốc toạ độ tại một chân cổng như hình, ta viết phương trình $y = ax^2 + bx + c$ của đường viền cổng.



Ta có một chân cổng có toạ độ $(0;0)$ nên ta có: $c = 0$ (1).

Ta có một chân cổng có toạ độ $(4;0)$ nên ta có: $16a + 4b + c = 0$ (2).

Ta có đỉnh cổng có toạ độ $(2;5)$ nên ta có: $4a + 2b + c = 5$ (3).

Thay (1) vào (2) và (3) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 16a + 4b = 0 \\ 4a + 2b = 5 \end{cases}$. Do đó $a = -1,25$; $b = 5$ và $c = 0$.

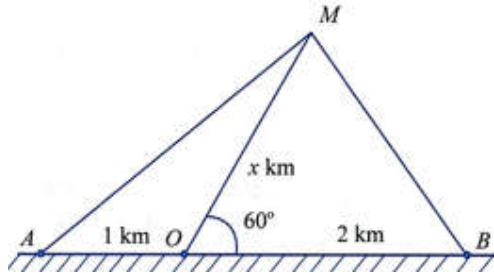
Vậy phương trình của vòm cổng là $y = -1,25x^2 + 5x$.

b) Ta xác định các hoành độ x mà tại đó vòm cổng cao hơn thùng hàng bằng cách giải bất phương trình $y = -1,25x^2 + 5x \geq 3$.

Ta có $-1,25x^2 + 3,2x \geq 3$ khi và chỉ khi $0,74 \leq x \leq 3,26$.

Vậy chiều rộng tối đa của thùng hàng là $3,26 - 0,74 = 2,52(m)$.

Câu 35. Một con tàu biển M rời cảng O và chuyển động thẳng theo phương tạo với bờ biển một góc 60° . Trên bờ biển có hai đài quan sát A và B nằm về hai phía so với cảng O và lần lượt cách cảng O khoảng $1km$ và $2km$ (Hình).



- Đặt độ dài của MO là $x km$. Biểu diễn khoảng cách từ tàu đến A và từ tàu đến B theo x .
- Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B bằng $\frac{4}{5}$ khoảng cách từ tàu đến A .
- Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B nhỏ hơn khoảng cách từ tàu đến O đáng $500m$. (Lưu ý: Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Lời giải

- a. Xét tam giác MOB có:

$$MB^2 = MO^2 + OB^2 - 2OM \cdot OB \cdot \cos 60^\circ$$

$$MB^2 = x^2 + 2^2 - 2 \cdot x \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$MB^2 = x^2 - 2x + 4$$

$$MB = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$$

- Xét tam giác MOA có:

$$MA^2 = MO^2 + OA^2 - 2OM \cdot OA \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ)$$

$$MA^2 = x^2 + 1^2 - 2 \cdot x \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$MA^2 = x^2 + x + 1$$

$$MA = \sqrt{x^2 + x + 1}$$

- b. Theo đề bài ta có:

$$MB = \frac{4}{5} MA$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \frac{4}{5} \cdot \sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$x^2 - 2x + 4 = \frac{16}{25} \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$\frac{9}{25}x^2 - \frac{66}{25}x + \frac{84}{25} = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{37}}{3} \approx 5,7 \\ x = \frac{11 - \sqrt{37}}{3} \approx 1,64 \end{cases}$$

Vậy $x \approx 5,7$ hoặc $x \approx 1,64$ thì thỏa mãn đề bài.

- c. Theo đề ta có

$$OM = MB + 5$$

$$x = \sqrt{x^2 - 2x + 4} + 5$$

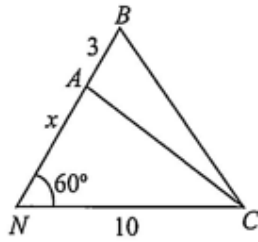
$$x - 5 = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2x + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{8} = 2,625$$

Vậy $x = 2,625$ thì thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 36. Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là $10m$. Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp $3m$ đến vị trí B như Hình 1.



Hình 1

a) Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x .

b) Tìm x để $AC = \frac{8}{9}BC$.

c) Tìm x để khoảng cách $BC = 2AN$.

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

a) Vì x là khoảng cách AN nên $x \geq 0$.

$$AC = \sqrt{AN^2 + NC^2 - 2AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{x^2 + 100 - 10x}$$

$$BC = \sqrt{BN^2 + NC^2 - 2BN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{(x+3)^2 + 100 - 10(x+3)}$$

$$= \sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

b) Ta có $AC = \frac{8}{9}BC$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 100} = \frac{8}{9}\sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

$$\Rightarrow 81(x^2 - 10x + 100) = 64(x^2 - 4x + 79)$$

$$\Rightarrow 17x^2 - 554x + 3044 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \approx 25,6 \\ x \approx 7 \end{cases}$$

Vậy $x \approx 25,6$ hoặc $x \approx 7$.

c) Ta có $BC = 2AN$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 4x + 79} = 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 79 = 4x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 4x - 79 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \approx 4,5 \\ x \approx -5,8 \end{cases}$$

Mà vì $x \geq 0$ nên ta có $x \approx 4,5$.

Câu 37. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

Lời giải

Chọn trục Oy thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ O tại điểm ném và gốc thời gian là lúc ném. Có $y = v_0 t - g \frac{t^2}{2} = 20t + 5t^2$, với g là gia tốc tự do, lấy $g = 10$

Nếu vật cách mặt đất $100m$ thì quãng đường vật đã đi được là $y = 320 - 100 = 220m$

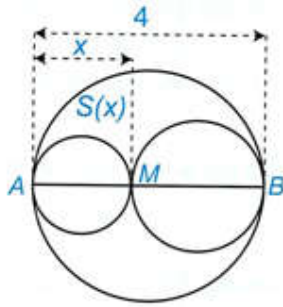
Để vật đó cách mặt đất không quá $100m$, thì quãng đường y đi được của vật phải lớn hơn 220 .

Ta có bất phương trình: $20t + 5t^2 > 220$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 20t - 220 > 0 \Leftrightarrow t > -2 + 4\sqrt{3} \approx 4,93 \text{ hoặc } t < -2 - 4\sqrt{3} \approx -8,93 \text{ (loại)}$$

Vậy sau ít nhất $4,93$ giây thì vật đó cách mặt đất không quá $100m$.

Câu 38. Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$. Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Ký hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Lời giải

- $AM = x, AB = 4 \Rightarrow MB = 4 - x$, nên bán kính đường tròn đường kính AM là $\frac{x}{2}$, bán kính đường tròn đường kính MB là $\frac{4-x}{2}$.

- Diện tích hình tròn đường kính AM là: $S_1 = \pi \frac{x^2}{4}$.

Diện tích hình tròn đường kính MB là: $S_2 = \pi \frac{(4-x)^2}{4}$.

Diện tích hình tròn đường kính AB là: $S = \pi \cdot 16$.

- Diện tích $S(x) = \pi \cdot 16 - \pi \frac{x^2}{4} - \pi \frac{(4-x)^2}{4} = \pi \frac{-2x^2 + 8x + 48}{4}$

- Theo đề bài $S(x) \leq \frac{1}{2}(S_1 + S_2)$

$$\Leftrightarrow \pi \frac{-2x^2 + 8x + 48}{4} \leq \frac{1}{2} \left(\pi \frac{x^2}{4} + \pi \frac{(4-x)^2}{4} \right)$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 8x + 48 \leq \frac{1}{2}(x^2 + (4-x)^2)$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 8x + 48 \leq x^2 - x + 8$$

$$\Leftrightarrow -2,45 \leq x \leq 5,45$$

Mà $x > 0$ nên ta có: $0 < x \leq 5,45$

Câu 39. Một công ty đồ gia dụng sản xuất bình đựng nước thấy rằng khi đơn giá của bình đựng nước là x nghìn đồng thì doanh thu R (tính theo đơn vị nghìn đồng) sẽ là $R(x) = -560x^2 + 50000x$.

- Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá nào là quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua)?
- Với khoảng đơn giá nào của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng?

Lời giải

a) Doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 tức là $R(x) = -560x^2 + 50000x = 0$ hay $x = 0$ hoặc $x \approx 89$.

Vậy theo mô hình đã cho, với đơn giá 89 nghìn đồng thì công ty sẽ không có doanh thu (đơn giá cao quá dẫn đến không có ai mua hàng).

b) Doanh thu vượt mức 1 tỉ đồng tức là $R(x) = -560x^2 + 50000x > 1000000$, hay $56x^2 - 5000x + 100000 < 0$. Giải bất phương trình ta được $30,25 < x < 59,04$. Vậy đơn giá của bình đựng nước từ khoảng 31 nghìn đồng đến 59 nghìn đồng thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng.

Câu 40. Một viên đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $500m/s$, hợp với phương ngang một góc bằng 45° . Biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, quỹ đạo chuyển động của một vật

ném xiên sẽ tuân theo phương trình: $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$ trong đó x là khoảng cách (tính bằng mét)

vật bay được theo phương ngang, vận tốc ban đầu v_0 của vật hợp với phương ngang một góc α và $g = 9,8m/s^2$ là gia tốc trọng trường.

- Viết phương trình chuyển động của viên đạn.
- Để viên đạn bay qua một ngọn núi cao 4000 mét thì khẩu pháo phải đặt cách chân núi một khoảng cách bao xa?

Lời giải

a) Phương trình chuyển động của viên đạn là $y = \left(\frac{-9,8}{2 \cdot 500^2 \cdot \cos^2 45^\circ} \right) x^2 + (\tan 45^\circ) x$ hay

$$y = \frac{-9,8}{250000} x^2 + x$$

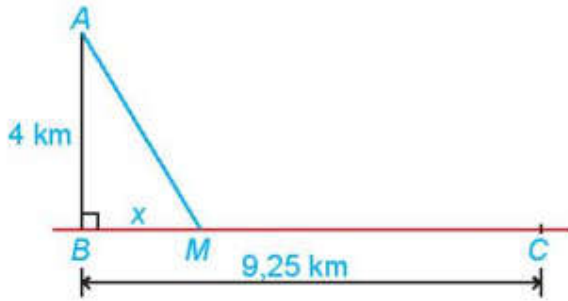
b) Để viên đạn bay qua một ngọn núi cao 4000 mét thì

$$y = \frac{-9,8}{250000} x^2 + x > 4000. \text{ Thu gọn ta được bất phương trình bậc hai}$$

$9,8x^2 - 250000x + 1000000000 < 0$. Giải bất phương trình này ta được $4967,17 < x < 20543,03$.

Vậy khẩu pháo phải đặt cách chân núi trong khoảng từ 4967 m đến 20543 m (tất nhiên là phải tính đến tầm bắn của khẩu pháo nữa) thì viên đạn sẽ bay qua đỉnh núi.

Câu 41. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ Minh là $5 km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15 km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Đặt $CH = x (x > 0)$

Ta có: $AC = \sqrt{x^2 + 50^2} = \sqrt{x^2 + 2500}$

$BH = \sqrt{200^2 - 50^2} = 50\sqrt{15}$

$BC = BH - CH = 50\sqrt{15} - x$

Vì hai bạn gặp nhau tại C, nên thời gian đi từ A đến C bằng thời gian đi từ B đến C, nên ta có phương trình:

$$\frac{50\sqrt{15} - x}{15} = \frac{\sqrt{x^2 + 2500}}{5}$$

$$\Leftrightarrow 50\sqrt{15} - x = 3 \cdot \sqrt{x^2 + 2500}$$

Bình phương hai vế được:

$$37500 - 100\sqrt{15} \cdot x + x^2 = 9 \cdot (x^2 + 2500)$$

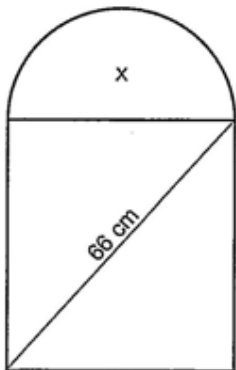
$$\Leftrightarrow 8x^2 + 100\sqrt{15} \cdot x - 15000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \approx 25,4 \text{ hoặc } x \approx -73,8$$

Thử lại phương trình và điều kiện $x > 0$ thì $x = 25,4$ thỏa mãn.

Vậy vị trí điểm C là cách H 1 khoảng 25,4 m.

Câu 42. Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm. Tìm kích thước của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.



Mặt cắt của cột cây số

Lời giải

Gọi đường kính của nửa hình tròn là $x (cm) (x > 0)$. Độ dài cạnh bên của hình chữ nhật là

$\sqrt{66^2 - x^2}$. Diện tích nửa hình tròn là $\frac{3,14x^2}{8}$. Diện tích hình chữ nhật là $x\sqrt{66^2 - x^2}$. Theo giả

thiết ta có: $\frac{3,14x^2}{8} = 0,3x\sqrt{66^2 - x^2} \Leftrightarrow 157x = 120\sqrt{66^2 - x^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{62726400}{39049} \Leftrightarrow x \approx \pm 40,08$.

Vậy kích thước của hình chữ nhật khoảng $40,08\text{cm} \times 52,44\text{cm}$.

Câu 43. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 30 khách đầu tiên có giá là 60 USD/người. Nếu có nhiều hơn 30 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1 USD/người cho toàn bộ hành khách.

- a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 31 trở lên, hãy biểu thị doanh thu của công ty theo x .
b) Số người của nhóm khách du lịch trong khoảng bao nhiêu thì công ty có lãi? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 1400 USD.

Lời giải

a) Nếu có thêm x người thì số khách là $30+x$. Vì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 1 USD/người cho toàn bộ hành khách, khi đó giá tiền mỗi người là $60-x$ (USD). Doanh thu là $(30+x)(60-x) = -x^2 + 30x + 1800$ (USD).

b) Lợi nhuận công ty là $(30+x)(60-x) - 1400 = -x^2 + 30x + 400$ (USD). Xét tam thức $f(x) = -x^2 + 30x + 400$

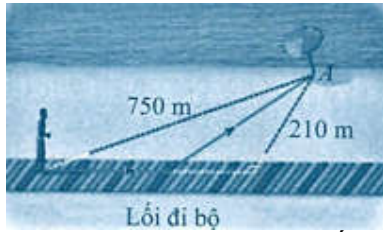
Ta thấy $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = -10, x_2 = 40$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-10	40	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Vì x là số nguyên dương nên công ty lãi khi và chỉ khi $f(x) > 0$, tức là $0 \leq x < 40$. Vậy nếu số khách thêm ít hơn 40 người thì công ty có lãi.

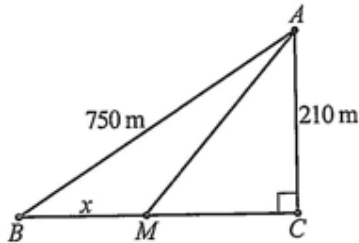
Câu 44. Một lối đi bộ trên bờ biển được lát gạch song song với bờ biển và cách 210m đến mép nước biển. Một bãi cát nằm giữa lối đi bộ lát gạch và mép nước. Một người đàn ông đang đứng trên lối đi bộ lát gạch và cách 750m đến chiếc cờ được cắm sát mép nước biển (Hình).



Người đàn ông đi bộ vận tốc 2m/s trên lối đi lát gạch và 1m/s khi đi trên cát. Người đàn ông đó nên đi bộ trên lối đi lát gạch bao xa trước khi rẽ vào bãi cát nếu người đó muốn đến được chiếc cờ của mình trong đúng 9 phút 10 giây?

Lời giải

Đặt $x(\text{m})$ là độ dài đoạn đường trên lối đi lát gạch ($x \geq 0$). Gọi vị trí người đàn ông đang đứng là B , vị trí tại chiếc cờ mà người đàn ông muốn đến là A , vị trí hạ từ chiếc cờ A vuông góc với lối đi bộ là C , vị trí trên lối đi bộ trước khi người đàn ông rẽ vào bãi cát là M như Hình.



Ta có $BM = x(\text{m})$, độ dài đoạn $BC = \sqrt{750^2 - 210^2} = 720(\text{m})$, $MC = 720 - x(\text{m})$,
 $AM = \sqrt{210^2 + (720 - x)^2}(\text{m})$

Thời gian để người đàn ông đi đoạn BM là $\frac{x}{2}$, thời gian để người đàn ông đi đoạn MA là $\sqrt{210^2 + (720 - x)^2}$. Vì tổng thời gian người đàn ông đi trên đoạn BM và MA bằng tổng thời gian người đàn ông muốn đến chiếc cò của mình là 9 phút 10 giây (550 giây).

$$\text{Do đó } \frac{x}{2} + \sqrt{210^2 + (720 - x)^2} = 550$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{210^2 + (720 - x)^2} = 1100 - x$$

$$\Leftrightarrow 4[210^2 + (720 - x)^2] = (1100 - x)^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 3560x + 1040000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 520 \\ x = \frac{2000}{3} \end{cases}$$

Vậy người đàn ông phải đi $520m$ hoặc $\frac{2000}{3}m$ trên lối đi bộ lát gạch trước khi rẽ vào bãi cát thì đạt được thời gian mong muốn.

Câu 45. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.

- a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận của xí nghiệp là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.
b) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

Lời giải

a) Lợi nhuận của xí nghiệp khi bán hết Q sản phẩm là:
 $1200Q - (Q^2 + 300Q + 200000) = -Q^2 + 900Q - 200000$.

b) Để xí nghiệp không bị lỗ thì $-Q^2 + 900Q - 200000 \geq 0 \Leftrightarrow 400 \leq Q \leq 500$.

Vậy để không bị lỗ, xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

Câu 46. Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ,

một viên đạn được bắn tại vị trí $O(0;0)$ theo quỹ đạo là đường parabol $y = -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x$. Một mục

tiêu là bảng có chiều rộng lớn được đặt nằm trong khoảng chiều cao từ $15m$ đến $18m$. Tìm khoảng cách theo trục hoành để viên đạn trúng mục tiêu.

Lời giải

Để viên đạn trúng mục tiêu thì

$$-\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x < 18 \text{ và } -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x > 15$$

$$\text{Ta có: } -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x - 18 < 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{5000 - 1000\sqrt{7}}{3} \right) \cup \left(\frac{5000 + 1000\sqrt{7}}{3}; +\infty \right)$$

$$\text{Và } -\frac{9}{1000000}x^2 + \frac{3}{100}x - 15 > 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(\frac{5000 - 1000\sqrt{10}}{3}; \frac{5000 + 1000\sqrt{10}}{3} \right)$$

$$\text{Vậy } x \in \left(\frac{5000 - 1000\sqrt{10}}{3}; \frac{5000 - 1000\sqrt{7}}{3} \right) \cup \left(\frac{5000 + 1000\sqrt{7}}{3}; \frac{5000 + 1000\sqrt{10}}{3} \right).$$

Câu 47. Năm 2003, nhiệt độ ngày tại Death Valley (Thung Lũng Chết), California, được xác định qua hàm số: $t(d) = -0,0018d^2 + 0,657d + 50,95$, trong đó t là nhiệt độ tính theo độ đo Fahrenheit ($^{\circ}F$) và d là ngày trong năm tính từ 1/1/2003. Nhiệt độ cao nhất trong năm đó là bao nhiêu độ F ? Vào ngày nào?

Lời giải

$$\text{Ta có: } t(d) = -0,0018d^2 + 0,657d + 50,95 = -0,0018\left(d - \frac{365}{2}\right)^2 + 110,90125 \leq 110,90125.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } d - \frac{365}{2} = 0 \Leftrightarrow d = \frac{365}{2}.$$

Vậy nhiệt độ cao nhất của năm đó là $110,90125(^{\circ}F)$ sau 182,5 ngày kể từ ngày 1/1/2003. Nhiệt độ cao nhất vào giữa ngày 2/7/2003.

Câu 48. Một nhà hát có sức chứa 2000 chỗ ngồi. Khi giá vé là 450000 đồng, số người tham dự là 1500. Giám đốc nhà hát nhận thấy: Cứ mỗi lần giảm giá 20000 đồng, lượng khán giả tăng thêm 100 người. Gọi x_0 là giá vé (đơn vị: nghìn đồng) để doanh thu nhà hát đạt được ít nhất 600 triệu đồng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in (250; 500)$.

B. $x_0 \in (150; 200)$.

C. $x_0 \in (200; 210)$.

D. $x_0 \in (210; 230)$.

Lời giải

Gọi x (nghìn đồng) là giá vé của nhà hát.

$$\text{Số lần giảm giá là } \frac{450 - x}{20}. \text{ Khi đó số khán giả là } 1500 + 100 \cdot \frac{450 - x}{20} = 3750 - 5x.$$

Doanh thu của nhà hát là $y = x(3750 - 5x)$. Giải bất phương trình $x(3750 - 5x) \geq 600000$ ta được $231,39 \leq x \leq 518,61$. Đáp án là A.

Câu 49. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường cong parabol trong mặt phẳng tọa độ O thì có phương trình $h = at^2 + bt + c (a < 0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$ và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5m$, sau 2 giây thì nó đạt độ cao $6m$. Hỏi quả bóng bay ở độ cao không thấp hơn $6m$ trong thời gian bao lâu?

- A. $\frac{74}{48}$ giây.
B. 3 giây.
C. $\frac{61}{49}$ giây.
D. 2 giây.

Lời giải

Tại thời điểm $t=0$ thì $h=1,2$ nên $c=1,2$. (1)

Tại thời điểm $t=1$ thì $h=8,5$ nên $8,5=a+b+c$ (2).

Tại thời điểm $t=2$ thì $h=6$ nên $6=4a+2b+c$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có $a=-4,9; b=12,2$. Vậy $h=-4,9t^2+12,2t+1,2$.

Để quả bóng bay ở độ cao hơn $6m$ tức là $-4,9t^2+12,2t+1,2 \geq 6$.

Suy ra $t \in \left[\frac{24}{49}; 2 \right]$.

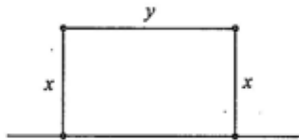
Vậy khoảng thời gian quả bóng bay không thấp hơn $6m$ là $2 - \frac{24}{49} = \frac{74}{48}$ giây.

Câu 50. Cô Mai có $60m$ lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau. Biết rằng một cạnh là tường (nên không cần rào), cô Mai chỉ cần rào ba cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Để diện tích mảnh vườn không ít hơn $400m^2$ thì chiều rộng của vườn cần có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A. $20m$.
B. $15m$.
C. $10m$.
D. $9m$.

Lời giải

Gọi $x, y (0 < x, y < 60)$ lần lượt là độ dài hai cạnh của hình chữ nhật.



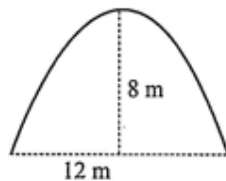
Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

Diện tích hình chữ nhật là $S = xy = x(60 - 2x)$.

Ta xét bất phương trình $x(60 - 2x) \geq 400 \Leftrightarrow 10 \leq x \leq 20$.

Vậy giá trị tối thiểu của chiều rộng là $10m$.

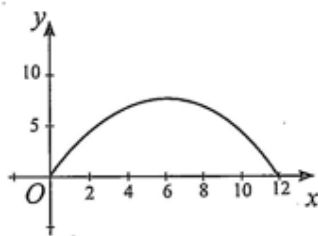
Câu 51. Một đường hầm xuyên thẳng qua núi và có mặt cắt là một parabol (thông số như hình bên). Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa miệng hầm. Hỏi chiều cao h của xe tải cần thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cửa hầm mà không chạm tường?



- A. $0 < h < 6$.
B. $0 < h \leq 6$.
C. $0 < h < 7$.
D. $0 < h \leq 7$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình bên.

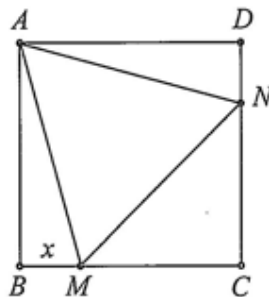


Parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + bx$. Theo đề bài ta có parabol đi qua các điểm $(12;0)$ và $(6;8)$. Suy

$$\text{ra } \begin{cases} 144a + 12b = 0 \\ 36a + 6b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Do đó $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}x$. Do chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa hầm nên xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3;6)$ và điểm $B(9;6)$. Khi đó chiều cao của xe là $6m$. Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào hầm mà không chạm tường là $0 < h < 6$.

Câu 52. Bác Hương có mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh $10m$. Bác muốn trồng hoa trong khu vườn theo cách sau: chọn điểm M thuộc cạnh BC , điểm N thuộc cạnh CD sao cho AMN là tam giác đều, bác trồng hoa vào hình tam giác đều AMN và trồng cỏ vào phần còn lại. Diện tích trồng hoa của bác Hương là (kết quả làm tròn tới chữ số hàng trăm)



A. $54,12m^2$.

B. $46,43m^2$

C. $46,42m^2$

D. $46,41m^2$

Lời giải

Ta mô hình hình hoá bài toán như hình vẽ. Gọi $BM = x \in [0;10]$. Do $\triangle ABM = \triangle ADN$ nên $DN = x$.

Như vậy $CM = CN = 10 - x$. Do $AM = MN$ nên áp dụng định lý Pythagore, ta có

$$\sqrt{10^2 + x^2} = \sqrt{(10-x)^2 + (10-x)^2}.$$

Bình phương hai vế phương trình và rút gọn ta thu được

$$x^2 - 40x + 100 = 0, \text{ suy ra } x = 20 + 10\sqrt{3} \text{ và } x = 20 - 10\sqrt{3}.$$

Thử lại và đối chiếu điều kiện ta có $x = 20 - 10\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy diện tích tam giác } AMN \text{ là } \frac{1}{2} \cdot (10^2 + (20 - 10\sqrt{3})^2) \cdot \sin 60^\circ \approx 46,41.$$

Vậy đáp án là D.

Câu 53. Cho mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 100m$, $AD = 200m$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Một người đi thẳng từ A tới E thuộc cạnh MN với vận tốc $3m/s$ rồi đi thẳng từ E

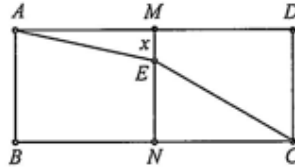
tới C với vận tốc $4m/s$. Biết thời gian người đó đi từ A tới E bằng thời gian người đó đi từ E tới C .

Thời gian người đó đi từ A tới C là (làm tròn tới chữ số hàng trăm)

- A. $33,52s$.
- B. $65,22s$.
- C. $67,04s$.
- D. $63,89s$.

Lời giải

Ta mô hình hóa bài toán bằng hình bên



Ta có $AM = MN = NC = 100$.

Gọi $ME = x \in [0; 100]$ thì $AE = \sqrt{100^2 + x^2}$, $EN = 100 - x$, $EC = \sqrt{(100 - x)^2 + 100^2}$

Theo đề bài ta có $\frac{\sqrt{100^2 + x^2}}{3} = \frac{\sqrt{(100 - x)^2 + 100^2}}{4}$.

Suy ra $7x^2 + 1800x - 20000 = 0$.

Giải phương trình ta được $x \approx 10,6685$ và $x \approx -267,8113$.

Thử lại ta tìm được nghiệm $x \approx 10,6685$.

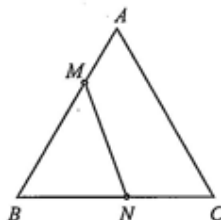
Thời gian người đó đi từ A tới C là $67,04s$.

Câu 54. Có ba ngôi làng A, B, C mỗi làng cách nhau $6km$ (ba ngôi làng không cùng nằm trên một đường thẳng). Vào lúc 6 giờ sáng, một người chạy từ A đến B với vận tốc $10km/h$ và cùng lúc đó một người đạp xe từ C đến B với vận tốc $12km/h$. Thời điểm sớm nhất mà hai người cách nhau $1km$ (theo đường chim bay) là

- A. 6 giờ 25 phút.
- B. 6 giờ 30 phút.
- C. 7 giờ kém 25 phút.
- D. 6 giờ 50 phút.

Lời giải

Ta mô hình hoá bài toán bằng hình bên.



Gọi t (giờ) là thời gian hai người di chuyển, ta có $AM = 10t$, $CN = 12t$.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác BMN : $MN = \sqrt{(6 - 10t)^2 + (6 - 12t)^2 - 2 \cdot (6 - 10t) \cdot (6 - 12t) \cdot \cos 60^\circ} = 1$.

Bình phương và rút gọn ta được $124t^2 - 132t + 35 = 0$.

Giải phương trình ta được $t = 0,5$ và $t = \frac{35}{62}$.

Vậy thời gian sớm nhất hai người cách nhau $1km$ là 6 giờ 30 phút.

Câu 55. Một cửa hàng bán tất thông báo giá bán như sau: mua một đôi giá 10000 đồng; mua hai đôi thì đôi thứ hai được giảm giá 10%; mua từ đôi thứ ba trở lên thì giá của mỗi đôi từ đôi thứ hai trở lên được giảm 15% so với đôi thứ nhất. Hỏi với 100 nghìn đồng thì mua được tối đa được bao nhiêu đôi tất?

- A. 12 .
B. 11.
C. 10 .
D. 9.

Lời giải

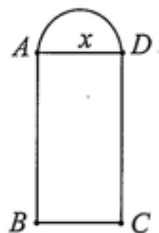
Gọi $x \in \mathbb{N}^*$ là số đôi tất bán ra, $f(x)$ là giá tiền bán x đôi tất, ta có:

$$f(x) = \begin{cases} 10000 & \text{khi } x = 1, \\ 10000 + 10000 \cdot 90\% & \text{khi } x = 2, \\ 10000 + (x-1) \cdot 10000 \cdot 85\% & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$$

Ta có $10000 + (x-1) \cdot 8500 \leq 100000$ suy ra $x \leq \frac{197}{17} \approx 11,59$.

Vậy với 100 nghìn đồng có thể mua tối đa được 11 đôi tất.

Câu 56. Một cửa sổ có dạng hình chữ nhật và nửa hình tròn có đường kính bằng chiều rộng của hình chữ nhật (hình bên). Biết chu vi của cửa sổ là $5m$. Diện tích lớn nhất có thể của cửa sổ thuộc khoảng



- A. (1,5;1,8) .
B. (1,8;2) .
C. (2;2,1) .
D. (1;1,5) .

Lời giải

Gọi x là chiều rộng của hình chữ nhật, d là chiều dài của hình chữ nhật. Chu vi của cửa sổ là

$$2d + x + \frac{\pi x}{2} = 5. \text{ Suy ra } d = \frac{10 - (2 + \pi)x}{4}.$$

Chu vi của cửa sổ là $5m$ nên

$$xd + \frac{\pi x^2}{8} = x \frac{10 - (2 + \pi)x}{4} + \frac{\pi x^2}{8} = -\frac{\pi + 4}{8}x^2 + \frac{5}{2}x.$$

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên ta được diện tích lớn nhất của cửa sổ là $1,75m^2$.

Câu 57. Theo một nghiên cứu của trại nuôi cá: với mỗi mét vuông nếu thả n con cá trê thì trọng lượng mỗi con sau 3 tháng sẽ là $16 - 2n(kg)$. Trọng lượng cá trê thu được tối đa sau 3 tháng trên mỗi mét vuông là

- A. 30kg .
B. 32kg .
C. 16kg .
D. 20kg .

Lời giải

Trọng lượng cá trê thu được cho mỗi mét vuông được biểu diễn dưới một hàm số

$$p(n) = n(16 - 2n) = -2n^2 + 16n.$$

Giá trị lớn nhất của hàm số là 32, có được khi $n = 4$.

Vậy trọng lượng cá trê thu được tối đa trên mỗi mét vuông là 32 kg .

Câu 58. Bác Mai có một khu vườn hình tam giác vuông cần trang trí bằng cách đặt hàng rào gỗ xung quanh khuôn viên khu vườn. Biết cạnh thứ nhất của khu vườn dài hơn cạnh thứ hai của khu vườn là $2m$, cạnh thứ hai dài hơn cạnh thứ ba là $23m$. Hỏi bác Mai cần bao nhiêu tiền để mua hàng rào, biết mỗi mét hàng rào gỗ có giá 250000 đồng?

- A. 3000000 đồng.
- B. 6250000 đồng.
- C. 2000000 đồng.
- D. 21000000 đồng.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh thứ ba của khu vườn là $x(m, x > 0)$.

Suy ra cạnh vuông còn lại có độ dài là $x + 23$. Cạnh huyền là $x + 25$.

Vì khu vườn có hình dạng tam giác vuông nên áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$x^2 + (x + 23)^2 = (x + 25)^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 96 = 0 \Leftrightarrow x = 12; x = -8.$$

Điều kiện điều kiện thì $x = 12$. Suy ra, độ dài cạnh thứ ba của khu vườn là $12m$, độ dài cạnh thứ hai là $35m$, độ dài cạnh thứ nhất là $37m$.

Vậy chu vi của khu vườn là $84m$ và ông A cần số tiền để trang trí là $T = 84 \cdot 250000 = 21000000$ (đồng)

Câu 59. Một ngân hàng A thông báo phí dịch vụ SMS Banking hằng tháng như sau: 9000 đồng với $0 - 15$ tin nhắn; 30000 đồng với $16 - 50$ tin nhắn; 55000 đồng với $51 - 100$ tin nhắn và 7000 đồng với mỗi tin nhắn từ tin nhắn thứ 101 trở lên. Khách hàng B phải trả 125000 đồng tiền SMS Banking trong tháng. Số lượng tin nhắn của khách hàng B trong tháng là

- A. 10 .
- B. 15 .
- C. 110 .
- D. 115 .

Lời giải

Gọi $x \in \mathbb{N}$ là số tin nhắn được dùng, $f(x)$ là giá tiền khi dùng x tin nhắn.

Ta có

$$f(x) = \begin{cases} 9000 & \text{khi } x \in [0; 15], \\ 30000 & \text{khi } x \in [16; 50], \\ 55000 & \text{khi } x \in [51; 100], \\ 55000 + (x - 100) \cdot 7000 & \text{khi } x \geq 101. \end{cases}$$

Do khách hàng B dùng hết 125000 nên khách hàng đã sử dụng tới mức thứ tư của hàm giá, tức là $55000 + (x - 100) \cdot 7000 = 125000$. Suy ra $x = 110$.

Câu 60. Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 nghìn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 nghìn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi người chủ khách sạn cần chọn giá phòng mới là bao nhiêu để doanh thu của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

- A. 480 nghìn đồng.
- B. 500 nghìn đồng.
- C. 450 nghìn đồng.
- D. 80 nghìn đồng.

Lời giải

Gọi x (nghìn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x \geq 400$.

Giá chênh lệch sau khi tăng là $x - 400$.

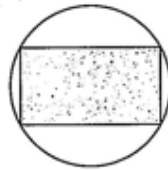
Số phòng được thuê giảm nếu giá x là $\frac{2 \cdot (x - 400)}{20} = \frac{x - 400}{10}$.

Số phòng được thuê với giá x là $50 - \frac{x - 400}{10} = 90 - \frac{x}{10}$.

Tổng doanh thu trong ngày là $f(x) = x \left(90 - \frac{x}{10} \right) = -\frac{x^2}{10} + 90x$.

Đây là tam thức bậc hai có giá trị lớn nhất là 20250 có được khi $x = 450$.

Câu 61. Người ta muốn thiết kế một vườn hoa hình chữ nhật nội tiếp trong một mảnh đất hình tròn đường kính bằng $6m$ (hình bên). Biết hình chữ nhật có chu vi là $12\sqrt{2}m$. Hỏi diện tích của hình chữ nhật bằng bao nhiêu?



Lời giải

Gọi độ dài một cạnh hình chữ nhật cần tìm là x (m), điều kiện $0 < x < 6$. Do đó chu vi hình chữ nhật là $2(x + \sqrt{36 - x^2})$ (m).

Khi đó $2(x + \sqrt{36 - x^2}) = 12\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{36 - x^2} = 6\sqrt{2} - x$.

Bình phương hai vế của phương trình và rút gọn ta có

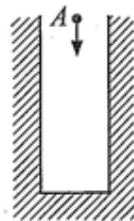
$$2x^2 - 12\sqrt{2}x + 36 = 0 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}.$$

Thử lại ta thấy $x = 3\sqrt{2}$ thỏa mãn.

Do đó các cạnh của hình chữ nhật đều có độ dài là $3\sqrt{2}m$.

Vậy diện tích trồng hoa là $18m^2$.

Câu 62. Sau 2 giây kể từ khi thả hòn đá rơi thẳng đứng xuống giếng nước sâu (thả từ miệng giếng) ta nghe thấy tiếng hòn đá rơi vào mặt nước. Giả sử bỏ qua sức cản của không khí, vận tốc của âm thanh trong không khí là $360m/s$, gia tốc trọng trường là $9,8m/s^2$. Khoảng cách từ miệng giếng tới mặt nước là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai)?



Lời giải

Gọi $S(m)$ là khoảng cách từ miệng giếng tới mặt nước.

Chọn mốc thời gian $t = 0$ lúc bắt đầu thả hòn đá.

Gọi t_1 (giây) là thời gian hòn đá rơi từ miệng giếng tới mặt nước thì

$$S = \frac{1}{2} \cdot 9,8t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{S}{4,9}}.$$

Gọi t_2 (giây) là thời gian âm thanh phát ra từ mặt nước (do va chạm với hòn đá) tới tai người ở miệng

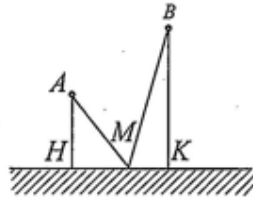
$$\text{giếng, thì } 360t_2 = S \Rightarrow t_2 = \frac{S}{360}.$$

Theo giả thiết $t_1 + t_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{S}{4,9}} + \frac{S}{360} = 2$. Coi phương trình thu được là bậc hai với ẩn $\sqrt{S} > 0$ ta thu được $\sqrt{S} > 0$ ta thu được $\sqrt{S} \approx 4,3128 \Rightarrow S \approx 18,6m$.

Câu 63. Hai làng A và B cách bờ sông lần lượt là $2km$ và $3km$ (giả sử bờ sông là đường thẳng), đồng thời hai làng cách nhau $3km$. Để tiết kiệm chi phí, hai làng dự định xây chung bến nước cách đều hai làng. Em hãy xác định vị trí xây bến nước cho hai làng thỏa mãn điều kiện trên. Khi đó tổng độ dài đường đi hai làng phải làm là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai)?

Lời giải

Xem hình bên: $AB = 3, AH = 2, BK = 3$.



Ta có $HK = \sqrt{AB^2 - (BK - AH)^2} = \sqrt{8}$.

Gọi $HM = x(km)$ thì $KM = \sqrt{8} - x$.

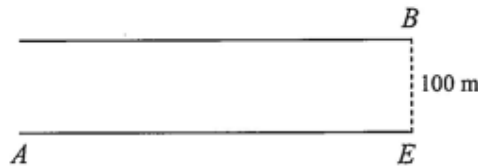
Áp dụng định lý Pythagore cho hai tam giác vuông AHM và BKM , ta có $AM = \sqrt{2^2 + x^2}$ và $BM = \sqrt{(\sqrt{8} - x)^2 + 3^2}$.

Do $AM = BM$ ta có phương trình $\sqrt{4 + x^2} = \sqrt{(\sqrt{8} - x)^2 + 9}$.

Suy ra $4 + x^2 = 8 - 2\sqrt{8}x + x^2 + 9$. Do đó $x = \frac{13\sqrt{2}}{8}$.

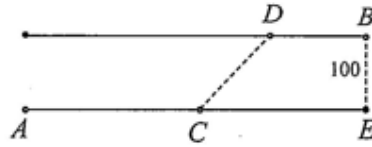
Vậy bến nước phải xây cách điểm H khoảng $2,3km$ (về phía điểm K). Khi đó tổng quãng đường là $AM + BM = 6,09km$.

Câu 64. Trong bài thực hành của môn huấn luyện quân sự có tình huống chiến sĩ xuất phát từ A phải bơi qua một con sông để tấn công một mục tiêu B ở phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng $100m$, vận tốc bơi của chiến sĩ là $10km/h$ và vận tốc chạy trên bộ là $20km/h$. Cho biết điểm E đối diện với B qua sông và độ dài $AE = 1km$. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu trong thời gian là $4,2$ phút, nếu như dòng sông là thẳng và nước đứng yên (kết quả làm tròn tới chữ số hàng trăm)?



Lời giải

Gọi độ dài CD là $x(km)$.



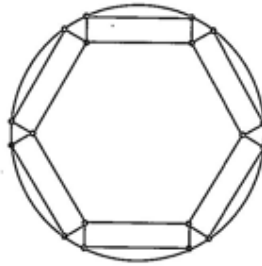
Suy ra quãng đường chạy bộ của chiến sĩ là $1 - \sqrt{x^2 - 0,1^2}$.

Thời gian tới đích của chiến sĩ là 4,2 phút nên ta có $\frac{x}{10} + \frac{1 - \sqrt{x^2 - 0,1^2}}{20} = \frac{7}{100} \Rightarrow 10x - 2 = 5\sqrt{x^2 - 0,01}$.

Suy ra $75x^2 - 40x + 4,25 = 0 \Rightarrow x \approx 0,146; x \approx 0,387$.

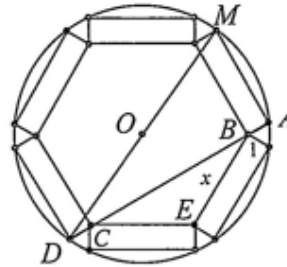
Thử lại thấy $x \approx 0,387$ thỏa mãn. Vậy quãng đường chiến sĩ cần bơi là $387m$.

Câu 65. Một ngôi biệt thự định trang trí tiểu cảnh bằng một mảnh đất hình tròn có đường kính $30m$ (hình bên). Ta trang trí hình tròn đó bằng cách để bể nước trong hình lục giác đều và trồng hoa hồng trong 6 hình chữ nhật (có chiều rộng là $1m$), phần còn lại trồng cỏ. Diện tích trồng cỏ là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai)?



Lời giải

Đặt chiều dài của hình chữ nhật là $x > 0(m)$ cũng là độ dài cạnh của hình lục giác đều.



Theo định lý cosin cho tam giác BEC ta có

$$BC^2 = EB^2 + EC^2 - 2 \cdot EB \cdot EC \cdot \cos 120^\circ = 3x^2$$

$$\Rightarrow BC = x\sqrt{3}.$$

Ta có DM là đường kính của hình tròn nên tam giác MAD vuông tại A nên

$$x^2 + (x\sqrt{3} + 2)^2 = 30^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x\sqrt{3} - 896 = 0 \Leftrightarrow x \approx 14,13; x \approx -15,86.$$

Kết hợp với điều kiện của x suy ra $x \approx 14,13$.

$$\text{Vậy diện tích trồng cỏ là } \pi \cdot 15^2 - \left(6 \cdot x \cdot 1 + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 14,13^2 \right) \approx 103,7 m^2.$$

Câu 66. Anh Cường hiện đang bán trà sữa với mức giá 10 nghìn đồng mỗi cốc, lượng khách trung bình mỗi tháng là 6000 lượt. Anh Cường muốn tăng giá bán để tăng thêm doanh thu. Biết rằng nếu giá mỗi cốc trà sữa cứ tăng thêm 1 nghìn đồng thì lượng khách mỗi tháng lại giảm đi 300 lượt. Hỏi anh Cường phải bán với giá bao nhiêu một cốc để đạt doanh thu trong tháng là cao nhất?

A. 12 nghìn đồng.

- B. 20 nghìn đồng.
C. 14 nghìn đồng.
D. 15 nghìn đồng.

Lời giải

Nếu giá trà sữa tăng thêm x nghìn đồng thì lượng khách giảm đi $300x$ lượt, khi đó doanh thu là:
 $(10+x)(6000-300x) = -300x^2 + 3000x + 60000$ (nghìn đồng).

Như vậy, để đạt doanh thu lớn nhất thì giá tăng thêm là $-\frac{3000}{2 \cdot (-300)} = 5$ (nghìn đồng). Vậy giá bán là 15 nghìn đồng. giá bán là 15 nghìn đồng.

Câu 67. Một chú thỏ đen chạy đuổi theo một chú thỏ trắng ở vị trí cách nó $100m$. Biết rằng, quãng đường chú thỏ đen chạy được biểu thị bởi công thức $s(t) = 8t + 5t^2$ (m), trong đó t (giây) là thời gian tính từ thời điểm chú thỏ đen bắt đầu chạy, và chú thỏ trắng chạy với vận tốc không đổi là $3m/s$. Hỏi tại những thời điểm nào thì chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng?

Lời giải

Giả sử vị trí ban đầu của chú thỏ đen là $s = 0(m)$ và thời điểm ban đầu là $t = 0$ (giây).

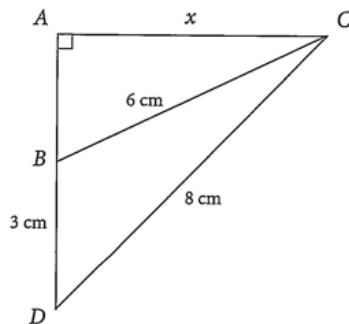
Quãng đường của chú thỏ trắng chạy được tại thời điểm t là $f(t) = 100 + 3t(m)$.

Để chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng thì $s(t) > f(t)$

hay $8t + 5t^2 > 100 + 3t \Rightarrow 5t^2 + 5t - 100 > 0 \Rightarrow t \in (4; +\infty)$ (vì $t > 0$).

Vậy tại những thời điểm $t \in (4; +\infty)$ thì chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng.

Câu 68. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 6cm$. Điểm D nằm trên tia AB sao cho $DB = 3cm, DC = 8cm$ (xem hình vẽ). Đặt $AC = x$. Hãy thiết lập một phương trình để tìm x , từ đó tính diện tích tam giác BCD (làm tròn kết quả đến hàng phân mười).



Lời giải

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABC vuông tại A , ta được: $AC^2 + AB^2 = BC^2$.

Suy ra $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{36 - x^2}$ (cm).

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ACD vuông tại A , ta được: $AC^2 + AD^2 = CD^2$.

Suy ra $AD = \sqrt{CD^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - x^2} = \sqrt{64 - x^2}$ (cm).

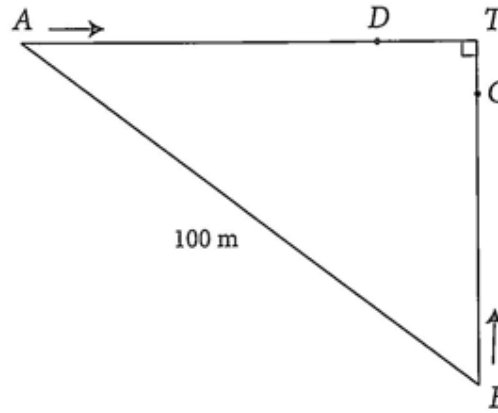
Mà $AB + BD = AD$ nên $\sqrt{36 - x^2} + 3 = \sqrt{64 - x^2}$ (1).

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$$36 - x^2 + 6\sqrt{36 - x^2} + 9 = 64 - x^2 \Rightarrow \sqrt{36 - x^2} = \frac{19}{6} \Rightarrow x^2 = \frac{935}{36} \Rightarrow x \approx 5,1.$$

Diện tích của tam giác BCD là: $\frac{1}{2} \cdot 5,1 \cdot 3 = 7,65 (cm^2)$.

Câu 69. Lúc 8 giờ sáng, hai ô tô cùng xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau $100km$ chạy về thành phố T . Vận tốc của hai ô tô chạy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là $55km/h$ và $45km/h$. Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D cách thành phố T $14km$ thì ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cách thành phố T là $6km$. Hỏi thời điểm đó là mấy giờ?

**Lời giải**

Gọi x (giờ) là thời gian ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D ($x > 0$). Vì hai ô tô xuất phát cùng một lúc nên thời gian ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cũng là x giờ. Do đó, quãng đường AD và BC lần lượt là $55x$ (km) và $45x$ (km). Suy ra khoảng cách từ vị trí A và vị trí B đến thành phố T lần lượt là $55x + 14$ (km) và $45x + 6$ (km).

Vì khoảng cách giữa hai vị trí A và B là 100 km nên ta có phương trình:

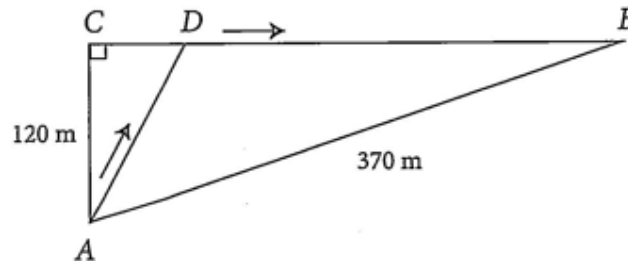
$$\sqrt{(55x + 14)^2 + (45x + 6)^2} = 100 \Rightarrow 5050x^2 + 2080x + 232 = 10000.$$

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $x > 0$, ta nhận $x = \frac{6}{5}$.

Đổi: $\frac{6}{5}$ giờ = 1 giờ 12 phút.

Vậy thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D là:
8 giờ + 1 giờ 12 phút = 9 giờ 12 phút (sáng).

Câu 70. Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A , cách cửa hang của mình tại vị trí B là 370 m để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A 120 m để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là 13 m/s, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là 15 m/s. Tính khoảng cách giữa hai vị trí C và D .

**Lời giải**

Gọi thời gian chú thỏ chạy trên đoạn AD là x ($0 < x < 30$) (giây), khi đó thời gian chú thỏ chạy trên đoạn BD là $30 - x$ (giây). Do đó, quãng đường AD và BD lần lượt là $13x$ (m) và $15(30 - x)$ (m).

Độ dài quãng đường BC là: $\sqrt{370^2 - 120^2} = 350$ (m).

Tam giác ACD vuông tại C nên $CD = \sqrt{(13x)^2 - 120^2}$ (m).

Mặt khác, $CD = BC - BD = 350 - 15(30 - x)$ (m).

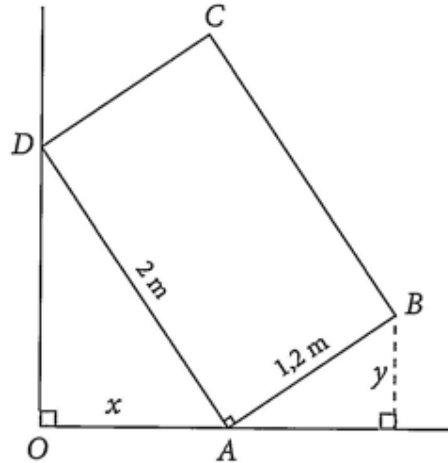
Do đó, ta có: $\sqrt{(13x)^2 - 120^2} = 350 - 15(30 - x)$.

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $0 < x < 30$, ta nhận $x = 10$ (giây).

Vậy khoảng cách giữa vị trí C và vị trí D là: $350 - 15 \cdot (30 - 10) = 50(m)$.

Câu 71. Hộp đèn quảng cáo là loại biển hiệu dạng hộp được lắp đèn ở phía trong, chúng có thể chiếu sáng vào ban đêm giúp phục vụ công việc quảng bá, kinh doanh của nhiều cửa hàng, doanh nghiệp.

Một hộp đèn quảng cáo có chiều cao $2m$, chiều rộng $1,2m$ được dựa vào tường như hình bên dưới.



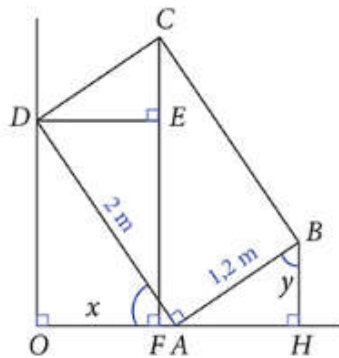
a) Gọi khoảng cách từ chân chạm sàn của hộp đèn quảng cáo (điểm A) đến chân tường (điểm O) là $x(m)$ ($0 < x < 2$). Khoảng cách từ chân không chạm sàn của hộp đèn quảng cáo (điểm B) đến mặt sàn là $y(m)$. Hãy thiết lập công thức liên hệ giữa y và x , đồng thời tính khoảng cách từ điểm cao nhất của hộp đèn quảng cáo (điểm C) đến mặt sàn theo x .

b) Tìm khoảng cách từ chân chạm sàn của hộp đèn quảng cáo đến chân tường để khoảng cách từ điểm cao nhất của hộp đèn quảng cáo đến mặt sàn là $2,3m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Kẻ $CF \perp OA$ ($F \in OA$), $DE \perp CF$ ($E \in CF$). Ta có: $\widehat{DAO} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ với \widehat{BAH}) nên

$$\cos \widehat{DAO} = \cos \widehat{ABH} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{1,2}. \text{ Từ đó suy ra } y = 0,6x.$$



Lại có, $\triangle CDE = \triangle BAH$ (cạnh huyền - góc nhọn) nên $CE = BH = y = 0,6x(m)$.

Ta có $\triangle ODA$ vuông tại O nên $OD^2 + OA^2 = AD^2$ (định lý Pytago)

$$\Rightarrow OD = \sqrt{AD^2 - OA^2} = \sqrt{2^2 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}(m).$$

Mà $ODFF$ là hình chữ nhật nên $EF = OD = \sqrt{4 - x^2}(m)$.

Do đó, khoảng cách từ điểm C xuống mặt sàn là: $CF = CE + EF = 0,6x + \sqrt{4 - x^2}(m)$.

b) Khoảng cách từ điểm cao nhất của hộp đèn quảng cáo đến mặt sàn là $2,3m$ nên

$$CF = 2,3m. \text{ Do đó, ta có: } 0,6x + \sqrt{4 - x^2} = 2,3.$$

Giải phương trình này ta được $x \approx 1,3$ hoặc $x \approx 0,7$. Hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện $0 < x < 2$.

Vậy chân chạm sàn của hộp đèn quảng cáo có thể cách chân tường xấp xỉ $1,3\text{ m}$ hoặc $0,7\text{ m}$ thì khoảng cách từ điểm cao nhất của hộp đèn quảng cáo đến mặt sàn là $2,3\text{ m}$.

Câu 72. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 50 khách đầu tiên có giá 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

- a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu công ty theo x .
b) Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 15080000 đồng. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Lời giải

a) Với số lượng khách là $(50 + x)$ người thì mỗi khách sẽ trả một khoản tiền $(300000 - 5000x)$ đồng.

Vậy tổng số tiền công ty thu được trong chuyến du lịch đó là:

$$T(x) = (50 + x)(300000 - 5000x) = -5000x^2 + 50000x + 15000000 \text{ (đồng)}.$$

b) Xét tam thức bậc hai:

$$f(x) = T(x) - 15080000 = -5000x^2 + 50000x - 80000.$$

$\Delta > 0$, $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là 2 và 8. bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	2	8	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Kết luận: $f(x) \geq 0$ khi $x \in [2; 8]$. Vậy nếu số khách tối đa là 58 người ($x = 8$) thì công ty sẽ không lỗ khi tổ chức chuyến du lịch này.

Câu 73. Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là 21 m và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên 10 m so với mặt đất?

Lời giải

Xét hàm số bậc hai $y = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$).

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 3 \\ 9a + 3b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 6a + b = 0 \\ 9a + 3b = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{7}{3} \\ b = 14 \\ c = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vì vậy } y = -\frac{7}{3}t^2 + 14t.$$

$$\text{Ta cần xét: } y = -\frac{7}{3}t^2 + 14t > 10 \text{ hay } -\frac{7}{3}t^2 + 14t - 10 > 0.$$

$$\text{Đặt } f(t) = -\frac{7}{3}t^2 + 14t - 10; \text{ cho } f(t) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{21 - \sqrt{231}}{7}, t_2 = \frac{21 + \sqrt{231}}{7}.$$

Bảng xét dấu $f(t)$

t	$-\infty$	t_1		t_2	$+\infty$	
$f(t)$		-	0	+	0	-

Kết luận: $f(t) > 0$ khi $t_1 < t < t_2$ hay $\underbrace{\frac{21-\sqrt{231}}{7}}_{\approx 0,83} < t < \underbrace{\frac{21+\sqrt{231}}{7}}_{\approx 5,17}$.

Vì t nguyên nên $t \in [1; 5]$. Do vậy giá trị $t = 5$ thỏa mãn đề bài.

Câu 74. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10.$$

a) Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn 10 m/s (biết rằng $t > 0$)?

b) Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

a) Để vận tốc vật không dưới 10 m/s , ta cần xét:

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10 \geq 10 \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t \geq 0.$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t; f(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(t)$:

t	$-\infty$	0	8	$+\infty$	
f(t)	+	0	-	0	+

$$\text{Ta có: } f(t) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \text{ (l)} \\ t \geq 8 \end{cases}.$$

Vậy, thời gian tối thiểu là 8 giây thì vật sẽ đạt vận tốc không bé hơn 10 m/s .

b) Xét $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$ với $-\frac{b}{2a} = 4, a = \frac{1}{2} > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên. Bảng biến thiên của $v(t)$:

t	$-\infty$	0	4	10	$+\infty$
$v(t)$	$+\infty$		2		$+\infty$

Vậy, ở giây thứ tư thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất là $v(t)_{\min} = 2$.

Câu 75. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức

$P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Lời giải:

Khi bán hết x sản phẩm thì số tiền thu được là: $170x$ (nghìn đồng).

Điều kiện để nhà sản xuất không bị lỗ là

$$170x \geq x^2 + 30x + 3300 \Leftrightarrow x^2 - 140x + 3300 \leq 0.$$

$$\text{Xét } x^2 - 140x + 3300 = 0 \Rightarrow x = 30 \vee x = 110.$$

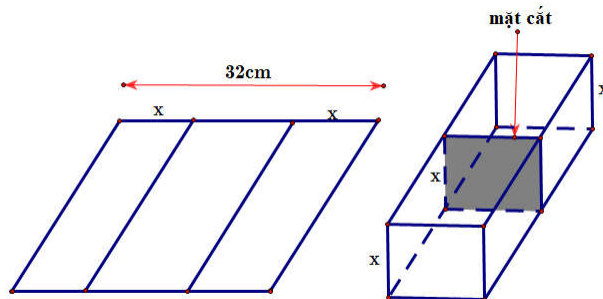
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	30	110	$+\infty$
$x^2 - 140x + 3300$	+	0	0	+

$$\text{Ta có: } x^2 - 140x + 3300 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [30; 110].$$

Vậy nếu nhà sản xuất làm ra từ 30 đến 110 sản phẩm thì họ sẽ không bị lỗ.

Câu 76. Một người muốn uốn tấm tôn phẳng hình chữ nhật có bề ngang 32 cm, thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông như hình vẽ. Biết rằng diện tích mặt cắt ngang của rãnh nước phải lớn hơn hoặc bằng tổng 120cm^2 . Hỏi độ cao tối thiểu và tối đa của rãnh dẫn nước là bao nhiêu cm?



Lời giải:

Bề ngang còn lại của tấm tôn sau khi gấp thành rãnh dẫn nước: $32 - 2x(\text{cm})$.

Diện tích mặt cắt ngang rãnh dẫn nước: $S = x(32 - 2x) = -2x^2 + 32x$.

Theo giả thiết: $S \geq 120 \Leftrightarrow -2x^2 + 32x \geq 120 \Leftrightarrow -2x^2 + 32x - 120 \geq 0$.

Xét $-2x^2 + 32x - 120 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = 10$.

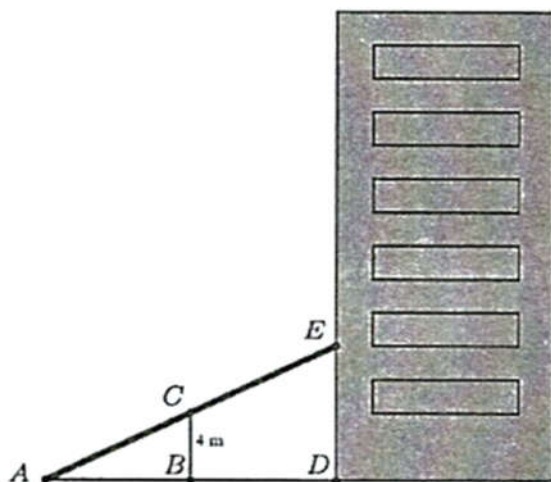
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	6	10	$+\infty$
$-2x^2 + 32x - 120$	—	0	+	—

Ta có: $-2x^2 + 32x - 120 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [6; 10]$.

Vậy rãnh dẫn nước chỉ đạt yêu cầu khi độ cao tối thiểu và tối đa của nó lần lượt bằng 6 cm và 10 cm.

Câu 77. Người ta làm ra một cái thang bắc lên tầng hai của một ngôi nhà (hình vẽ), muốn vậy họ cần làm một thanh đỡ BC có chiều dài bằng 4 m, đồng thời muốn đảm bảo kỹ thuật thì tỉ số độ dài $\frac{CE}{BD} = \frac{5}{3}$. Hỏi vị trí A cách vị trí B bao nhiêu mét?



Lời giải:

Đặt $AB = x > 0$. Xét tam giác ABC vuông tại B có: $AC = \sqrt{x^2 + 4}$.

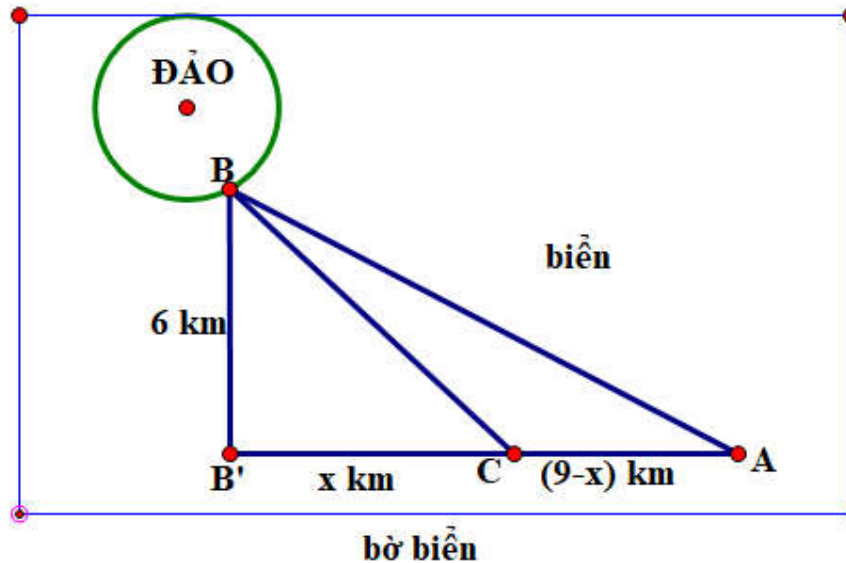
Theo tính chất định lý Ta-lét, ta có: $\frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BD} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 16}}{x} = \frac{5}{3}$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+16} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x \geq 0 \\ 9(x^2+16) = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 16x^2 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy hai vị trí A, B cách nhau $3m$.

Câu 78. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển $6km$. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km , giá để xây đường ống dưới nước là 130000 USD mỗi km ; B' là điểm trên

bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9 km. Biết rằng chi phí làm đường ống này là 1170000 USD. Hỏi vị trí C cách vị trí A bao nhiêu km?



Lời giải

Gọi $x = B'C$ ($0 \leq x \leq 9$), khi đó: $BC = \sqrt{x^2 + 36}$.

Số tiền xây đường ống trên bờ: $(9-x) \times 50000$; số tiền xây đường ống dưới biển: $130000 \times \sqrt{x^2 + 36}$.

Tổng chi phí bỏ ra để làm đường ống là: $(9-x) \times 50000 + 130000 \times \sqrt{x^2 + 36}$.

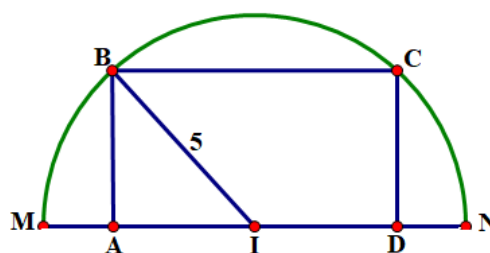
Theo giả thiết: $(9-x) \cdot 50000 + 130000 \sqrt{x^2 + 36} = 1170000$

$$\Leftrightarrow 5(9-x) + 13\sqrt{x^2 + 36} = 117 \Leftrightarrow 13\sqrt{x^2 + 36} = 5x + 72$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 72 \geq 0 \\ 169(x^2 + 36) = 25x^2 + 720x + 5184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{72}{5} \\ 144x^2 - 720x + 900 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}.$$

Ta có $B'C = 2,5km \Rightarrow AC = 9 - 2,5 = 6,5km$. Vậy, vị trí C cách vị trí A một khoảng bằng $6,5km$.

Câu 79. Xét nửa đường tròn đường kính $MN = 10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A , vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 .



Lời giải

Đặt $IA = x \in (0;5) \Rightarrow AD = 2x$.

Xét tam giác IAB vuông tại A , ta có: $AB = \sqrt{5^2 - x^2}$.

Chu vi hình chữ nhật $ABCD$ là:

$$2AB + 2AD = 4x + 2\sqrt{5^2 - x^2} = 22 \Leftrightarrow \sqrt{25 - x^2} = 11 - 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11 - 2x \geq 0 \\ 25 - x^2 = 121 - 44x + 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ 5x^2 - 44x + 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ x = 4 \vee x = \frac{24}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = \frac{24}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm I, A bằng 4 hoặc bằng $\frac{24}{5}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 80. Một khung dây thép hình vuông với cạnh là 25 cm được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(25 - x)\text{ cm}$ và $(25 + x)\text{ cm}$. Với x thuộc khoảng nào thì diện tích của khung sau khi uốn: tăng lên, giảm xuống.

Lời giải

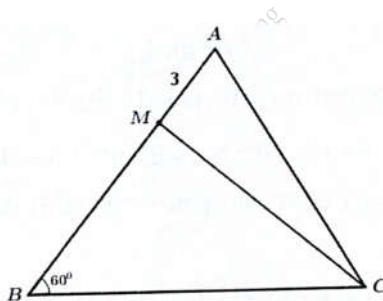
Ta có điều kiện $-25 < x < 25$.

Ta có hiệu diện tích hình chữ nhật lúc sau và lúc đầu là $f(x) = (25 - x) \cdot (25 + x) - 25^2 = -x^2$.

Diện tích của khung sau khi uốn giảm xuống khi $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-25; 25) \setminus \{0\}$.

Diện tích của khung sau khi uốn không thể tăng lên.

Câu 81. Cho tam giác ABC có cạnh $BC = 10$, góc ABC bằng 60° . Trên cạnh AB ta lấy điểm M sao cho $AM = 3$ (như hình vẽ).



Tính độ dài đoạn thẳng BM biết rằng $CM = \frac{8}{9}CA$ (đáp số gần đúng đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đặt $BM = x (x \geq 0)$.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AN^2 + NC^2 - 2AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{x^2 + 100 - 10x}$$

$$CM = \sqrt{BM^2 + BC^2 - 2BM \cdot BC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{(x+3)^2 + 100 - 10(x+3)} \\ = \sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

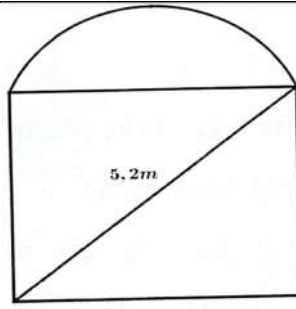
$$\text{Theo đề bài ta có: } AC = \frac{8}{9}BC \Rightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 100} = \frac{8}{9}\sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

$$\Rightarrow 81(x^2 - 10x + 100) = 64(x^2 - 4x + 79)$$

$$\Rightarrow 17x^2 - 554x + 3044 = 0 \Rightarrow x \approx 25,59 \text{ hoặc } x \approx 6,99.$$

Vậy $BM \approx 25,59$ hoặc $BM \approx 6,99$.

Câu 82. Ông An muốn làm cái cửa bằng nhôm có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật như hình vẽ. Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 5,2 mét; diện tích của nửa hình tròn bằng $\frac{3}{10}$ diện tích của phần hình chữ nhật.



Tính số tiền ông An phải trả cho biết $1m^2$ cửa có giá 1300000 đồng (kết quả lấy gần đúng đến hàng phần mười).

Lời giải

Gọi $x(m)$ ($x > 0$) là đường kính của nửa đường tròn.

Khi đó hình chữ nhật có hai kích thước là x và $\sqrt{5,2^2 - x^2}$.

Diện tích nửa hình tròn là $\frac{\pi x^2}{8}$ và diện tích hình chữ nhật là $x\sqrt{5,2^2 - x^2}$.

Theo giả thiết ta có: $\frac{\pi x^2}{8} = \frac{3}{10} x\sqrt{5,2^2 - x^2} \Leftrightarrow \frac{5}{12} \pi x = \sqrt{5,2^2 - x^2}$

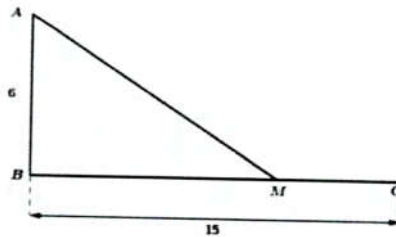
$\Leftrightarrow \frac{25}{144} \pi^2 x^2 = \frac{676}{25} - x^2 \Leftrightarrow x^2 \left(\frac{25}{144} \pi^2 + 1 \right) = \frac{676}{25} \Leftrightarrow x \approx 3,2(m)$.

Diện tích cánh cửa là: $\frac{\pi \cdot 3,2^2}{8} + 3,2\sqrt{5,2^2 - 3,2^2} \approx 17,1(m^2)$.

Do đó số tiền ông An phải trả là: $1300000 \cdot 17,1 = 22230000$ (đồng).

Câu 83. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách . $AB = 6km$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là $15km$.

Để nhận lương thực và các nhu yếu phẩm mỗi tháng người canh hải đăng phải đi xuống máy từ A đến bến tàu M trên bờ biển với vận tốc $10km/h$ rồi đi xe gắn máy đến C với vận tốc $30km/h$ (xem hình vẽ).



Tính tổng quãng đường người đó phải đi biết rằng thời gian đi từ A đến C là 1h14 phút.

Lời giải

Ta có 1h14 phút = $\frac{37}{30}(h)$. Gọi $AM = x(km)$ ($x > 6$) Suy ra thời gian đi từ A đến M là $\frac{x}{10}(h)$. Khi đó

$BM = \sqrt{x^2 - 36}$ và $CM = 15 - \sqrt{x^2 - 36}$.

Thời gian đi từ M đến C là $\frac{15 - \sqrt{x^2 - 36}}{30}$.

Theo giả thiết ta có phương trình: $\frac{x}{10} + \frac{15 - \sqrt{x^2 - 36}}{30} = \frac{37}{30}$.

Giải phương trình ta được $x = 10(km)$

Do đó tổng quãng đường phải đi là $AM + MC = 10 + (15 - \sqrt{10^2 - 36}) = 17(km)$

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Trang 56 Fanpage **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** [👉 https://www.facebook.com/groups/703546230477890/](https://www.facebook.com/groups/703546230477890/)

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
[👉 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

👉 Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương