2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 1. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$.

A. $S=\{3\}$ **B.** $S=\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\}$

C. $S=\{2+\sqrt{5}\}$ **D.** $S=\left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x-1>0\\x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1 \quad (*)$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)-\log_2(x+1)=1$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)=\log_2(x+1)+\log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2=\log_2[2(x+1)]$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=2x+2$

$\Leftrightarrow x^2-4x-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2-\sqrt{5}\,(L)\\x=2+\sqrt{5}\end{array}\right.$. Vậy tập nghiệm phương trình $S=\{2+\sqrt{5}\}$

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+4x)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Viết lại phương trình ta được

$\log_3(x^2+4x)=\log_3(2x+3) \Leftrightarrow \begin{cases}2x+3>0\\x^2+4x=2x+3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\dfrac{3}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Câu 3. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\dfrac{2}{3}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{80}{9}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{82}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$.

Phương trình đã cho tương đương với

$\log_3.\dfrac{1}{2}.\log_3 x.\dfrac{1}{3}\log_3 x.\dfrac{1}{4}\log_3 x=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow(\log_3 x)^4=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=2\\\log_3 x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\x=\dfrac{1}{9}\end{array}\right.$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_4 x=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}$ là

A. $x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $x=\sqrt[3]{3}$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$

Ta có: $\log_2 x+\log_4 x=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}\Leftrightarrow \log_2 x+\frac{1}{2}\log_2 x=-\frac{1}{2}\log_2 3$

$\Leftrightarrow 2\log_2 x+\log_2 x+\log_2 3=0\Leftrightarrow 3\log_2 x+\log_2 3=0$

$\Leftrightarrow \log_2 x^3+\log_2 3=0\Leftrightarrow \log_2\left(3x^3\right)=0\Leftrightarrow 3x^3=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

So với điều kiện, nghiệm phương trình là $x=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 5. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1)=\log_2\left(x^2+2\right)-1$. Số phần tử của tập S là

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

ĐK: $x>-1$

$\log_{\sqrt{2}}(x+1)=\log_2\left(x^2+2\right)-1\Rightarrow (x+1)^2=\frac{x^2+2}{2}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0(TM)\\ x=-4(L)\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm có một phần tử

Câu 6. Số nghiệm thục của phương trình $3\log_3(x-1)-\log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3=3$ là

A. 3 **<u>B</u>.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

<u>Chọn B</u>

Điều kiện: $x>5$

$3\log_3(x-1)-\log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3=3\Leftrightarrow 3\log_3(x-1)+3\log_3(x-5)=3$

$\Leftrightarrow \log_3(x-1)+\log_3(x-5)=1\Leftrightarrow \log_3\left[(x-1)(x-5)\right]=1\Leftrightarrow (x-1)(x-5)=3$

$\Leftrightarrow x^2-6x+2=0\Leftrightarrow x=3\pm\sqrt{7}$

Đối chiếu điều kiện suy ra phương trình có 1 nghiệm $x=3+\sqrt{7}$

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2)+\log_3(x-4)^2=0$ là $S=a+b\sqrt{2}$ (với a,b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q=a.b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 9. **<u>D</u>.** 6.

Lời giải

<u>Chọn D</u>

Điều kiện: $2<x\neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương

$2\log_3(x-2)+2\log_3|x-4|=0\Leftrightarrow \log_3(x-2)|x-4|=0\Leftrightarrow (x-2)|x-4|=1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-2)(x-4)=1\\ (x-2)(x-4)=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-6x+7=0\\ x^2-6x+9=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\pm\sqrt{2}\\ x=3\end{array}\right.$

So lại điều kiện, ta nhận hai nghiệm $x_1=3+\sqrt{2};x_2=3$

Ta được: $S=x_1+x_2=6+\sqrt{2}\Rightarrow a=6;b=1$. Vậy $Q=a.b=6$.

Câu 8. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+\log_2 x=1$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$.

Phương trình tương đương $\log_2\left[(x+1)x\right]=1\Leftrightarrow(x+1)x=2\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\,(\mathrm{N})\\x=-2\,(\mathrm{L})\end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 1.

Câu 9. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\frac{1}{2}\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 8x-\log 4x$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\frac{1}{2}\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 8x-\log 4x$ điều kiện $x>2+\sqrt{5}$

$\Rightarrow\log\left(x^2-4x-1\right)=2\log\left(\frac{8x}{4x}\right)$

$\Leftrightarrow\log\left(x^2-4x-1\right)=\log\left(2^2\right)$

$\Leftrightarrow x^2-4x-1=4$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right.$.

Nghiệm $x=-1$ loại, $x=5$ thỏa mãn.

Suy ra tổng các nghiệm là 5.

Câu 10. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $6+\sqrt{2}$. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l}x>1\\x\neq 3\end{array}\right.$.

$2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2\Leftrightarrow\log_2(2x-2)^2+\log_2(x-3)^2=2$.

$\Leftrightarrow\log_2\left[(2x-2)(x-3)\right]^2=2\Leftrightarrow\left(2x^2-8x+6\right)^2=2^2$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2-8x+6=2\\2x^2-8x+6=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x+2=0\ (1)\\x^2-4x+4=0\ (2)\end{array}\right.$.

+) $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{2}\\x=2-\sqrt{2}\ (l)\end{array}\right.$.

+) $(2)\Leftrightarrow x=2$.

$\Rightarrow S=\left\{2;2+\sqrt{2}\right\}$.

Vậy tổng các nghiệm của S là: $2+2+\sqrt{2}=4+\sqrt{2}$.

Câu 11. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\sqrt{x^2-5x+6}+\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x-2}=\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{81}}(x+3)^4$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** $3\sqrt{10}$. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>3$.

$\log_3\sqrt{x^2-5x+6}+\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x-2}=\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{81}}(x+3)^4$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log_3(x^2-5x+6)-\frac{1}{2}\log_3(x-2)=-\frac{1}{2}\log_3(x+3)$

$\Leftrightarrow\log_3(x^2-5x+6)-\log_3(x-2)+\log_3(x+3)=0$

$\Leftrightarrow\log_3(x^2-9)=0$

$\Leftrightarrow x^2-9=1\Leftrightarrow x=\sqrt{10}$ (do điều kiện).

Câu 12. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2 xy$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x=y$. **B.** $x>y$. **C.** $x<y$. **D.** $x=y^2$.

Lời giải

Chọn A

Với x, $y>0$ ta có:

$\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2 xy\Leftrightarrow\log_2(x^2+y^2)=\log_2 2xy$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2=2xy$.

$\Leftrightarrow x=y$.

Câu 13. Biết phương trình $\log_2(x^2-5x+1)=\log_4 9$ có hai nghiệm thực x_1, x_2. Tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -8. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2(x^2-5x+1)=\log_4 9\Leftrightarrow\log_2(x^2-5x+1)=\log_2 3$

$\Leftrightarrow x^2-5x+1=3>0(\forall x\in\mathbb{R})$

$\Leftrightarrow x^2-5x-2=0(*)$

Phương trình $(*)$ có $a.c=-2<0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy $x_1.x_2=-2$.

Câu 14. Tìm nghiệm phương trình $2\log_4 x+\log_2(x-3)=2$.

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=16$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>3$.

$2\log_4 x+\log_2(x-3)=2$

$\Leftrightarrow \log_2 x+\log_2(x-3)=2$

$\Leftrightarrow \log_2 x(x-3)=2$

$\Leftrightarrow x^2-3x-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện, nghiệm của phương trình là: $x=4$.

Câu 15. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)^2+\log_{\sqrt{3}}(2x-1)=2$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$\log_3(x-1)^2+\log_{\sqrt{3}}(2x-1)=2$, điều kiện $x>\frac{1}{2}$, $x\neq 1$.

$\Leftrightarrow \log_3(x-1)^2+\log_3(2x-1)^2=\log_3 9$

$\Leftrightarrow \log_3\left[(x-1)(2x-1)\right]^2=\log_3 9$

$\Leftrightarrow (2x^2-3x+1)^2=9$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2-3x+1=-3 \\ 2x^2-3x+1=3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=2 \end{array}\right.$

Thử lại ta có một nghiệm $x=2$ thỏa mãn.

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+4x)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+4x>0 \\ 2x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-4 \\ x>0 \end{array}\right. \\ x>-\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>0$

Ta có

$\log_3(x^2+4x)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0 \Leftrightarrow \log_3(x^2+4x)-\log_3(2x+3)=0$

$\Leftrightarrow \log_3(x^2+4x)=\log_3(2x+3) \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3\,(l) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=1.$

Câu 17. Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=1$ là $x=a+b\sqrt{2}$ (a,b là hai số nguyên). Giá trị của $a+2b$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$.

$\log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 1 \Leftrightarrow 2\log_2 x - \log_2(2x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2}{2x-1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$.

Nghiệm lớn nhất của phương trình là $x = 2+\sqrt{2} \Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow a + 2b = 4$.

Câu 18. Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$.

A. $6+\sqrt{2}$. **B.** 6. **C.** $3+\sqrt{2}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0 \Rightarrow \left[(x-2)(x-4)\right]^2 = 1$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-2)(x-4) = 1 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3+\sqrt{2}\ (nhan) \\ x = 3-\sqrt{2}\ (loai) \\ x = 3\ (nhan) \end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ bằng $6+\sqrt{2}$.

Câu 19. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log x^2 + \log(x+10) = 2 - \log 4$. Tính S?

A. $S = -10$. **B.** $S = -15$. **C.** $S = -10+5\sqrt{2}$. **D.** $S = 8-5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện phương trình: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x > -10 \end{cases}$.

Phương trình: $\frac{1}{2}\log x^2 + \log(x+10) = 2 - \log 4 \Leftrightarrow \log|x| + \log(x+10) + \log 4 = 2$

$\Leftrightarrow \log\left[4|x|(x+10)\right] = 2 \Leftrightarrow 4|x|(x+10) = 100 \Leftrightarrow |x|(x+10) = 25\ (*)$.

+ Khi $-10 < x < 0$:

Phương trình $(*) \Leftrightarrow -x(x+10) = 25 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow x = -5\ (\text{t/m})$.

+ Khi $x > 0$:

Phương trình $(*) \Leftrightarrow x(x+10) = 25 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 25 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5+5\sqrt{2}\ (\text{t/m}) \\ x = -5-5\sqrt{2}\ (1) \end{array}\right.$.

Vậy $S = -5 + \left(-5+5\sqrt{2}\right) = -10+5\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho phương trình $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$. Tổng các nghiệm của phương trình trên là

A. $4+2\sqrt{6}$. **B.** -4. **C.** $4-2\sqrt{6}$. **D.** $2-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}(x+1)^2>0\\4-x>0\\4+x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\-4<x<4\end{cases}$.

$$\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3 \Leftrightarrow \log_2|x+1|+\log_2 4=\log_2(4-x)+\log_2(4+x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 4|x+1|=\log_2(16-x^2)\Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4(x+1)=16-x^2\\4(x+1)=-(16-x^2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+4x-12=0\\x^2-4x-20=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-6\\x=2+2\sqrt{6}\\x=2-2\sqrt{6}\end{array}\right..$$

So với điều kiện phương trình trình có 2 nghiệp $x=2;x=2-2\sqrt{6}$. Vậy tổng các nghiệm là $4-2\sqrt{2}$.

Câu 21. Cho $\log_8|x|+\log_4 y^2=5$ và $\log_8|y|+\log_4 x^2=7$. Tìm giá trị của biểu thức $P=|x|-|y|$.

A. $P=56$. **B.** $P=16$. **C.** $P=8$. **D.** $P=64$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\log_8|x|+\log_4 y^2=5\Leftrightarrow\frac{1}{3}\log_2|x|+\frac{1}{2}\log_2 y^2=5$.

$\Leftrightarrow\log_2\sqrt[3]{|x|}+\log_2|y|=5\Leftrightarrow\sqrt[3]{|x|}.|y|=2^5\Leftrightarrow|x|.|y|^3=(2^5)^3=2^{15}$ (1).

Tương tự: $\log_8|y|+\log_4 x^2=7\Leftrightarrow|y|.|x|^3=2^{21}$ (2).

Lấy (1) nhân (2) được $x^4.y^4=2^{36}\Leftrightarrow x^2.y^2=2^{18}$ (3).

Lấy (1) chia (2) được $\frac{y^2}{x^2}=\frac{1}{2^6}\Leftrightarrow x^2=2^6.y^2$ (4).

Thay (4) vào (3) được $2^6.y^4=2^{18}\Leftrightarrow y^4=2^{12}=(2^3)^4\Leftrightarrow|y|=2^3=8$.

Thay $|y|=8$ vào (4) được $x^2=2^6.64=(2^6)^2\Leftrightarrow|x|=2^6=64$. Do đó $P=|x|-|y|=56$.

Câu 22. Cho $a,b,x>0$; $a>b$ và $b,x\neq 1$ thỏa mãn $\log_x\dfrac{a+2b}{3}=\log_x\sqrt{a}+\dfrac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P=\dfrac{2a^2+3ab+b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

A. $P=\dfrac{5}{4}$. **B.** $P=\dfrac{2}{3}$. **C.** $P=\dfrac{16}{15}$. **D.** $P=\dfrac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$\log_x\dfrac{a+2b}{3}=\log_x\sqrt{a}+\dfrac{1}{\log_b x^2}\Leftrightarrow\log_x\dfrac{a+2b}{3}=\log_x\sqrt{a}+\log_x\sqrt{b}$

$\Leftrightarrow a+2b=3\sqrt{ab}\Leftrightarrow a^2-5ab+4b^2=0\Leftrightarrow(a-b)(a-4b)=0\Leftrightarrow a=4b$ (do $a>b$).

$P=\dfrac{2a^2+3ab+b^2}{(a+2b)^2}=\dfrac{32b^2+12b^2+b^2}{36b^2}=\dfrac{5}{4}$.

Câu 23. Cho $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, biết rằng $\log_2(\sin x)+\log_2(\cos x)=-2$ và $\log_2(\sin x+\cos x)=\dfrac{1}{2}(\log_2 n+1)$. Giá trị của n bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x>0$; $\cos x>0$, $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Theo bài ra $\log_2(\sin x)+\log_2(\cos x)=-2\Leftrightarrow\log_2(\sin x.\cos x)=-2\Leftrightarrow\sin x.\cos x=\dfrac{1}{4}$.

Do đó $\log_2(\sin x+\cos x)=\dfrac{1}{2}(\log_2 n+1)$.

$\Leftrightarrow\log_2(\sin x+\cos x)^2=\log_2 n+1$

$\Leftrightarrow\log_2 n+1=\log_2\left(\sin^2 x+2\sin x.\cos x+\cos^2 x\right)$.

$\Leftrightarrow\log_2 n+1=\log_2\dfrac{3}{2}$.

$\Leftrightarrow\log_2 n=\log_2\dfrac{3}{4}$.

$\Leftrightarrow n=\dfrac{3}{4}$.

Câu 24. Biết rằng phương trình $2\ln(x+2)+\ln 4=\ln x+4\ln 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tính $P=\dfrac{x_1}{x_2}$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 64. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x+2>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$ $(*)$.

Phương trình $\Leftrightarrow \ln(x+2)^2+\ln 4=\ln x+\ln 3^4 \Leftrightarrow \ln\left[4(x+2)^2\right]=\ln\left(x.3^4\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x.3^4>0 \\ 4(x+2)^2=81x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=16 \\ x=\frac{1}{4} \end{array}\right. \text{ thỏa mãn } (*) \Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{1}{4} \\ x_2=16 \end{cases} \Rightarrow P=\frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{64}.$$

Câu 25. Phương trình $\log_{49} x^2+\frac{1}{2}\log_7(x-1)^2=\log_7\left(\log_{\sqrt{3}} 3\right)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq 1 \end{cases}$.

$$\log_{49} x^2+\frac{1}{2}\log_7(x-1)^2=\log_7\left(\log_{\sqrt{3}} 3\right) \Leftrightarrow \log_7|x|+\log_7|x-1|=\log_7 2 \Leftrightarrow \log_7|x(x-1)|=\log_7 2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x(x-1)=2 \\ x(x-1)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-2=0 \\ x^2-x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1 \end{array}\right..$$

Câu 26. Phương trình $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm. **B.** Một nghiệm. **C.** Hai nghiệm. **D.** Ba nghiệm.

Lời giải

Điều kiện: $-4<x<4$ và $x\neq -1$.

Ta có $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3 \Leftrightarrow \log_2(4|x+1|)=\log_2\left[(4-x)(4+x)\right]$

$$\Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4(x+1)=16-x^2 \\ 4(x+1)=x^2-16 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+4x-12=0 \\ x^2-4x-20=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-6 \\ x=2+2\sqrt{6} \\ x=2-2\sqrt{6} \end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình đã cho có hai nghiệm $x=2$ và $x=2-2\sqrt{6}$.

Câu 27. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x+2)+\log_4(x-5)^2+\log_{\frac{1}{2}} 8=0$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x>-2 \\ x\neq 5 \end{cases}$ $(*)$.

Ta có $\log_2(x+2)+\log_2|x-5|-\log_2 8=0 \Leftrightarrow \log_2\left[(x+2)|x-5|\right]=\log_2 8$

$$\Leftrightarrow (x+2)|x-5|=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 5 \\ (x+2)(x-5)=8 \end{cases} \\ \begin{cases} -2<x<5 \\ (x+2)(5-x)=8 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \text{ thỏa mãn } (*).$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $6+\frac{3+\sqrt{17}}{2}+\frac{3-\sqrt{17}}{2}=9$.

Câu 28. Cho phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$. Biết phương trình có một nghiệm là 1 và một nghiệm còn lại có dạng $x=\frac{1}{2}\left(a^{\log_b c}+a^{-\log_b c}\right)$ (với a, c là các số nguyên tố và $a>c$). Khi đó giá trị của $a^2-2b+3c$ bằng:

A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}-1\le x\le 1\\ x-\sqrt{x^2-1}>0\end{cases}$ $(*)$

$\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\frac{1}{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)}=\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow -\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6.\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)\left[\log_3 6.\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+1\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=0 & (1)\\ \log_3 6.\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+1=0 & (2)\end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow x-\sqrt{x^2-1}=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ x^2-1=(x-1)^2\end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

$(2)\Leftrightarrow \log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6=-1 \Leftrightarrow \log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6 3$

$\Leftrightarrow x-\sqrt{x^2-1}=2^{\log_6 3} \Leftrightarrow \begin{cases}x\le 2^{\log_6 3}\\ x^2-1=\left(2^{\log_6 3}-x\right)^2\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\left(2^{\log_6 3}+2^{-\log_6 3}\right)$.

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\left(3^{\log_6 2}+3^{-\log_6 2}\right)$. (thỏa mãn $(*)$)

Như vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x=1$, $x=\frac{1}{2}\left(3^{\log_6 2}+3^{-\log_6 2}\right)$.

Khi đó $a=3$, $b=6$, $c=2$. Vậy $a^2-2b+3c=3$.

Câu 29. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(12-2^x\right)=5-x$ bằng

A. 2. **B.** 32. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $12-2^x>0$ (*)

Khi đó $\log_2\left(12-2^x\right)=5-x \Leftrightarrow 12-2^x=2^{5-x} \Leftrightarrow 2^{2x}-12.2^x+32=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=4\\ 2^x=8\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$

Ta thấy cả hai nghiệm đều thoả mãn điều kiện (*), và tích bằng $2.3=6$.

Câu 30. Phương trình $\log_4\left(3.2^x\right)=x-1$ có nghiệm là x_0 thì nghiệm x_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(1;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_4\left(3.2^x\right)=x-1 \Leftrightarrow 3.2^x=4^{x-1} \Leftrightarrow 4^x-12.2^x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=0,(vn)\\2^x=12\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\log_2 12\in(2;4)$.

Câu 31. Phương trình $\log_4\left(3.2^x-1\right)=x-1$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Tính giá trị của $P=x_1+x_2$.

A. $6+4\sqrt{2}$. **B.** 12. **C.** $\log_2\left(6-4\sqrt{2}\right)$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $3.2^x-1>0 \Leftrightarrow 2^x>\dfrac{1}{3}$ $(*)$.

$\log_4\left(3.2^x-1\right)=x-1 \Leftrightarrow 3.2^x-1=4^{x-1} \Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\left(2^x\right)^2-3.2^x+1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=6+4\sqrt{2}\ \ (\text{t/m}(*))\\2^x=6-4\sqrt{2}\ \ (\text{t/m}(*))\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\log_2\left(6+4\sqrt{2}\right)\\x=\log_2\left(6-4\sqrt{2}\right)\end{array}\right.$

Khi đó $P=\log_2\left(6+4\sqrt{2}\right)+\log_2\left(6-4\sqrt{2}\right)=\log_2\left(6+4\sqrt{2}\right)\left(6-4\sqrt{2}\right)=\log_2 4=2$.

Câu 32. Gọi x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) là nghiệm của phương trình $\log_3\left(3^{2x-1}-3^{x-1}+1\right)=x$ khi đó giá trị của biểu thức $\sqrt{3^{x_1}}-\sqrt{3^{x_2}}$ là:

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** $1+\sqrt{3}$. **C.** $2-\sqrt{3}$. **D.** $2-\sqrt{3}$.

Lời giải

$\log_3\left(3^{2x-1}-3^{x-1}+1\right)=x$

$\Leftrightarrow 3^{2x-1}-3^{x-1}+1=3^x$

$\Leftrightarrow 3^{2x}-4.3^x+3=0$

$\Leftrightarrow 3^x=3 \vee 3^x=1$

$\Leftrightarrow x=1 \vee x=0$.

Do $x_1<x_2$ nên $x_1=0,x_2=1$. Ta được đáp án A là đúng.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $2^{\log_5(x+3)}=x$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Đk: $x>-3$

Đặt $t=\log_5(x+3) \Rightarrow x=5^t-3$, phương trình đã cho trở thành

$2^t=5^t-3 \Leftrightarrow 2^t+3=5^t \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{5}\right)^t+3.\left(\dfrac{1}{5}\right)^t=1$ (1)

Dễ thấy hàm số $f(t)=\left(\frac{2}{5}\right)^t+3.\left(\frac{1}{5}\right)^t$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t=1$.

Với $t=1$, ta có $\log_5(x+3)=1 \Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=2$.

Câu 34. Phương trình $\log_2(5-2^x)=2-x$ có hai ngiệm x_1, x_2. Tính $P=x_1+x_2+x_1x_2$.

A. 11. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện**:** $2^x<5$

$$\log_2(5-2^x)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x=\frac{4}{2^x} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

$\Rightarrow P=x_1+x_2+x_1x_2=2$.

Câu 35. Cho phương trình $\log_4(3.2^x-1)=x-1$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tổng x_1+x_2 là:

A. $\log_2(6-4\sqrt{2})$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $6+4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Chọn B

$\log_4(3.2^x-1)=x-1 \Leftrightarrow 3.2^x-1=4^{x-1} \Leftrightarrow \frac{4^x}{4}-3.2^x+1=0\ (1)$.

Đặt $t=2^x\ (t>0)$. PT $(2) \Rightarrow \frac{1}{4}t^2-3t+1=0\ (2)$.

Giả sử 2 nghiệm của PT (2) là $t_1,t_2 \Rightarrow t_1.t_2=4 \Rightarrow 2^{x_1}.2^{x_2}=4 \Rightarrow 2^{x_1+x_2}=4 \Rightarrow x_1+x_2=2.$

Câu 36. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1;\ x=2.$ **B.** $x=1;\ x=-2.$ **C.** $x=1;\ x=2.$ **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1} \Leftrightarrow 5^{-(x^2-2x-3)}=5^{x+1} \Leftrightarrow -x^2+2x+3=x+1 \Leftrightarrow -x^2+x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right..$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1;\ x=2.$

Câu 37. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}=7^{x+1}$ là

A. $\{-1\}$. **B.** $\{-1;2\}$. **C.** $\{-1;4\}$. **D.** $\{2\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}=7^{x+1} \Leftrightarrow 7^{-x^2+2x+3}=7^{x+1} \Leftrightarrow -x^2+2x+3=x+1$.

$$\Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right..$$

Câu 38. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8^{2-x}$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2+2x}=8^{2-x}\Leftrightarrow 2^{x^2+2x}=2^{6-3x}\Leftrightarrow x^2+5x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-6\end{array}\right.$.

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình bằng -5.

Câu 39. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1^2+x_2^2$ bằng:

A. 17. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}\Leftrightarrow 7^{x+1}=7^{-\left(x^2-2x-3\right)}\Leftrightarrow x+1=-x^2+2x+3\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-1\\x_2=2\end{array}\right..$$

Vậy $x_1^2+x_2^2=5$.

Câu 40. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $5^{3x-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}\Leftrightarrow 5^{3x-2}=5^{x^2}\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng 5.

Câu 41. Nghiệm của phương trình $2^{7x-1}=8^{2x-1}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

$2^{7x-1}=8^{2x-1}\Leftrightarrow 2^{7x-1}=2^{3.(2x-1)}\Leftrightarrow 2^{7x-1}=2^{6x-3}\Leftrightarrow 7x-1=6x-3\Leftrightarrow x=-2$.

Câu 42. Giải phương trình $(2,5)^{5x-7}=\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

A. $x\geq 1$. **B.** $x=1$. **C.** $x<1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có $(2,5)^{5x-7}=\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}\Leftrightarrow\left(\frac{5}{2}\right)^{5x-7}=\left(\frac{5}{2}\right)^{-x-1}\Leftrightarrow 5x-7=-x-1\Leftrightarrow x=1$.

Câu 43. Phương trình $3^{x^2-4}=\left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính x_1x_2.

A. -6. **B.** -5. **C.** 6. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $3^{x^2-4}=\left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}\Leftrightarrow x^2-4=2-6x\Leftrightarrow x^2+6x-6=0$.

Áp dụng Vi-ét suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thì $x_1x_2=-6$.

Câu 44. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8^{2-x}$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương: $2^{x^2+2x}=2^{3(2-x)}\Leftrightarrow x^2+2x=6-3x\Leftrightarrow x^2+5x-6=0$.

Do đó tổng các nghiệm của phương trình là: $S=-\frac{b}{a}=-5$.

Câu 45. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $\{0;2\}$. **D.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Ta có $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x\Leftrightarrow 2^{2x-2x^2}=2^{-x}\Leftrightarrow -2x^2+2x=-x\Leftrightarrow -2x^2+3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Câu 46. Tính tổng $S=x_1+x_2$ biết x_1, x_2 là các giá trị thực thỏa mãn đẳng thức $2^{x^2-6x+1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$.

A. $S=-5$. **B.** $S=8$. **C.** $S=4$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Ta có $2^{x^2-6x+1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}\Leftrightarrow 2^{x^2-6x+1}=(2)^{-2(x-3)}\Leftrightarrow x^2-6x+1=-2x+6$

$\Leftrightarrow x^2-4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-1\\x_2=5\end{array}\right.\Rightarrow S=x_1+x_2=4$.

Câu 47. Tích các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}=\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn. A.

ĐKXĐ : $x\neq -1$

Vì $\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)=1$ nên $\left(\sqrt{5}-2\right)=\left(\sqrt{5}+2\right)^{-1}$.

Khi đó phương trình đã cho tương đương $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}=\left(\sqrt{5}+2\right)^{\frac{-x+1}{x+1}}$

$\Leftrightarrow x-1=\frac{-x+1}{x+1}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$. (thỏa điều kiện)

Suy ra tích hai nghiệm là -2.

Câu 48. Giải phương trình $4^{2x+3}=8^{4-x}$.

A. $x=\frac{6}{7}$. **B.** $x=\frac{2}{3}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{4}{5}$.

Lời giải

$4^{2x+3}=8^{4-x} \Leftrightarrow 2^{4x+6}=2^{12-3x} \Leftrightarrow 4x+6=12-3x \Leftrightarrow x=\frac{6}{7}$.

Câu 49. Cho phương trình $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=16^{x^2-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. Nghiệm của phương trình là các số vô tỷ.
B. Tổng các nghiệm của một phương trình là một số nguyên.
C. Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.
D. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải.

Chọn C

$2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=16^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=2^{4x^2-4} \Leftrightarrow \left|\frac{28}{3}x+4\right|=4x^2-4 \ (1)$.

TH1: Nếu $x>-\frac{3}{7}$. PT (1): $\frac{28}{3}x+4=4x^2-4 \Leftrightarrow 4x^2-\frac{28}{3}x-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \ (TM) \\ x=-\frac{2}{3} \ (L) \end{array}\right.$

TH1: Nếu $x\le -\frac{3}{7}$. PT (1): $-\frac{28}{3}x-4=4x^2-4 \Leftrightarrow 4x^2+\frac{28}{3}x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \ (L) \\ x=-\frac{7}{3} \ (TM) \end{array}\right.$

Phương trình có tập nghiệm $S=\left\{-\frac{7}{3};3\right\}$.

Câu 50. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x+2\ln x-3=0$ bằng

A. $\frac{1}{e^3}$. **B.** -2. **C.** -3. **D.** $\frac{1}{e^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln^2 x+2\ln x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ (\ln x-1)(\ln x+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=e \\ x=e^{-3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=e \\ x=e^{-3} \end{array}\right.$

Vậy $x_1.x_2=\frac{1}{e^2}$.

Câu 51. Phương trình $\log_x 2+\log_2 x=\frac{5}{2}$ có hai nghiệm $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$. Khi đó tổng $x^2{}_1+x_2$ bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện phương trình: $x>0, x\neq 1$.

$$\log_x 2+\log_2 x=\frac{5}{2}\Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x}+\log_2 x=\frac{5}{2}\Leftrightarrow (\log_2 x)^2-\frac{5}{2}\log_2 x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=2\\ \log_2 x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\ x=\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Suy ra $x_1=\sqrt{2}, x_2=4$.

Suy ra $x^2{}_1+x_2=6$.

Câu 52. Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2+8\log_2 x+4=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$

$$\log_2^2 x^2+8\log_2 x+4=0\Leftrightarrow 4\log_2^2 x+8\log_2 x+4=0\Leftrightarrow \log_2 x=-1\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\ (TM)$$

Câu 53. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 9. **B.** -7. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$

Đặt $t=\log_3 x$, phương trình trở thành: $t^2-2t-7=0$ (1)

Do $a.c=-7<0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm $t_1;t_2$ phân biệt thỏa mãn $t_1+t_2=2$.

Khi đó, các nghiệm của phương trình ban đầu là: $x_1=3^{t_1}$; $x_2=3^{t_2}$.

$\Rightarrow x_1.x_2=3^{t_1}.3^{t_2}=3^{t_1+t_2}=3^2=9$.

Câu 54. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-\log_2 9.\log_3 x=3$ là

A. 2. **B.** $\frac{17}{2}$. **C.** 8. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2^2 x-\log_2 9.\log_3 x=3\Leftrightarrow \log_2^2 x-2\log_2 x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=-1\\ \log_2 x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\ x=8\end{array}\right.$

Vậy $S=\frac{1}{2}+8=\frac{17}{2}$.

Câu 55. Biết phương trình $\log_2^2(2x)-5\log_2 x=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2. Tính $x_1.x_2$.

A. 8. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$.

Biến đổi phương trình đã cho về phương trình sau: ${\log^2}_2 x - 3\log_2 x + 1 = 0$.

Do $\log_2 x_1$ và $\log_2 x_2$ là hai nghiệm của phương trình $t^2 - 3t + 1 = 0$ nên

$\log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 3$, mà $\log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \log_2 (x_1.x_2)$.

Suy ra $\log_2 (x_1.x_2) = 3$ nên $x_1.x_2 = 8$.

Câu 56. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2. Giá trị của $x_1 x_2$ bằng

A. 128. **B.** 64. **C.** 9. **D.** 512.

Lời giải

Chọn A

+ Điều kiện $x > 0$.

+ $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = \dfrac{7+\sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \dfrac{7-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \\ x = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện $x > 0$).

Vậy $x_1 x_2 = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}.2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} = 128$.

Câu 57. Cho phương trình $\log_2^2 (4x) - \log_{\sqrt{2}} (2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;9)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$.

$\log_2^2 (4x) - \log_{\sqrt{2}} (2x) = 5 \Leftrightarrow (1 + \log_2 (2x))^2 - 2\log_2 (2x) - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 (2x) = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 (2x) = 2 \\ \log_2 (2x) = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \dfrac{1}{8} \end{array}\right.$.

Nghiệm nhỏ nhất là $x = \dfrac{1}{8} \in (0;1)$.

Câu 58. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T.

A. $L = 4$. **B.** $T = -5$. **C.** $T = 84$. **D.** $T = 5$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

$\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 3^4 = 81 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Vậy $T = 3 + 81 = 84$.

Câu 59. Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính tích $x_1.x_2$.

A. 32. **B.** 36. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

$\log_2^2 x-5\log_2 x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=2\\ x_2=16\end{array}\right.$. Vậy tích $x_1.x_2=32$.

Câu 60. Cho các số thực a, b thỏa mã $1<a<b$ và $\log_a b+\log_b a^2=3$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_{ab}\dfrac{a^2+b}{2}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a b+\log_b a^2=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_b a}+2\log_b a=3 \Leftrightarrow$

$2\log^2{}_b a-3\log_b a+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_b a=1\\ \log_b a={}^1\!/_2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}a=b & (L)\\ a=\sqrt{b} & (N)\end{array}\right. \Rightarrow b=a^2$

Vậy $T=\log_{ab}\dfrac{a^2+b}{2}=\log_{a^3}a^2=\dfrac{2}{3}$ nên đáp án D đúng.

Câu 61. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x-\log_2(2018x)-2019=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2. Tích $x_1.x_2$ bằng

A. $\log_2 2018$. **B.** $0,5$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x>0$.

$\log_2^2 x-\log_2(2018x)-2019=0 \Leftrightarrow \log_2^2 x-\log_2 x-\log_2 2018-2019=0$.

Đặt $t=\log_2 x \Rightarrow x=2^t$, ta có $t^2-t-\log_2 2018-2019=0$ $(*)$

Gọi t_1,t_2 là hai nghiệm của $(*)$, ta có $x_1.x_2=2^{t_1+t_2}=2^1=2$.

Câu 62. Cho phương trình $\log_3^2(3x)-\log_3^2 x^2-1=0$. Biết phương trình có 2 nghiệm, tính tích P của hai nghiệm đó.

A. $P=9$. **B.** $P=\dfrac{2}{3}$. **C.** $P=\sqrt[3]{9}$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3^2(3x)-\log_3^2 x^2-1=0$ (điều kiện $x>0$).

$\Leftrightarrow (1+\log_3 x)^2-(2\log_3 x)^2-1=0.$

Đặt $\log_3 x=t$ ta có phương trình $(1+t)^2-(2t)^2-1=0 \Leftrightarrow -3t^2-2t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{2}{3}\\ t=0\end{array}\right.$.

Với $t=0 \Leftrightarrow \log_3 x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Với $t=-\frac{2}{3}\Leftrightarrow \log_3 x=-\frac{2}{3}\Leftrightarrow x=3^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

Vậy $P=1.\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{9}$.

Câu 63. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x=\log_3\frac{x^4}{3}$ có hai nghiệm a và b. Khi đó ab bằng

A. 8. **B.** 81. **C.** 9. **D.** 64.

Lời giải

Đ/K: $x>0$.

Phương trinh $\log_3^2 x=\log_3\frac{x^4}{3}\Leftrightarrow \log_3^2 x-4.\log_3 x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=2-\sqrt{3}\\ \log_3 x=2+\sqrt{3}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3^{2-\sqrt{3}}\\ x=3^{2+\sqrt{3}}\end{array}\right.$. Khi đó $a.b=3^{2-\sqrt{3}}.3^{2+\sqrt{3}}=81$.

Câu 64. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x-5\log_3 x+4=0$. Tính T.

A. $T=4$ **B.** $T=-4$ **C.** $T=84$ **D.** $T=5$

Lời giải

ĐKXĐ: $x>0$

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}^2 x-5\log_3 x+4=0$

$\Leftrightarrow(-\log_3 x)^2-5\log_3 x+4=0$

$\Leftrightarrow \log_3{}^2 x-5\log_3 x+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=3^4\end{array}\right.$

Vậy $T=3+3^4=84$

Câu 65. Cho phương trình $\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(5;9)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(3;5)$.

Lời giải

$\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5\Leftrightarrow[1+\log_2(2x)]^2-2\log_2(2x)=5\Leftrightarrow \log_2^2(2x)=4$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2(2x)=2\\ \log_2(2x)=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=4\\ 2x=\frac{1}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\frac{1}{8}\end{array}\right.$.

Vậy nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng $(0;1)$.

Câu 66. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 9. **B.** -7. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dễ thấy phương trình bậc hai: $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt

Khi đó theo Vi-et, $\log_3 x_1+\log_3 x_2=-\frac{-2}{1}\Leftrightarrow \log_3(x_1.x_2)=2\Leftrightarrow x_1.x_2=9$.

Câu 67. Cho 2 số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4+\log_3 b=8$ và $\log_3 a+\log_{\sqrt[3]{3}} b=9$. Giá trị biểu thức $P=ab+1$ bằng

A. 82. **B.** 27. **C.** 243. **D.** 244.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}\log_9 a^4+\log_3 b=8\\ \log_3 a+\log_{\sqrt[3]{3}} b=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\log_3 a+\log_3 b=8\\ \log_3 a+3\log_3 b=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 a=3\\ \log_3 b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=27\\ b=9\end{cases}$

Nên $P=ab+1=244$

Câu 68. Biết phương trình $\log_2^2 x-7\log_2 x+9=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Giá trị $x_1.x_2$ bằng

A. 128 **B.** 64 **C.** 9 **D.** 512

Lời giải

Chọn A

Đk: $x>0$; $\log_2^2 x-7\log_2 x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=\dfrac{7-\sqrt{13}}{2}\\ \log_2 x=\dfrac{7+\sqrt{13}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}}\\ x=2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}\end{array}\right.$

Vậy $x_1.x_2=2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}}.2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}=2^7=128$

Câu 69. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S=2a+3b$.

A. $S_{\min}=17$ **B.** $S_{\min}=30$ **C.** $S_{\min}=25$ **D.** $S_{\min}=33$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0$, điều kiện mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $b^2>20a$.

Đặt $t=\ln x, u=\log x$ khi đó ta được $at^2+bt+5=0\,(1)$, $5t^2+bt+a=0\,(2)$.

Ta thấy với mỗi một nghiệm t thì có một nghiệm x, một u thì có một x.

Ta có $x_1.x_2=e^{t_1}.e^{t_2}=e^{t_1+t_2}=e^{-\frac{b}{a}}$, $x_3.x_4=10^{u_1+u_2}=10^{-\frac{b}{5}}$, lại có $x_1x_2>x_3x_4\Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}}>10^{-\frac{b}{5}}$

$\Rightarrow -\dfrac{b}{a}>-\dfrac{b}{5}\ln 10\Leftrightarrow a>\dfrac{5}{\ln 10}\Leftrightarrow a\ge 3$ (do a,b nguyên dương), suy ra $b^2>60\Rightarrow b\ge 8$.

Vậy $S=2a+3b\ge 2.3+3.8=30$, suy ra $S_{\min}=30$ đạt được $a=3,b=8$.

Câu 70. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x).\log_{25}^2 x=1$.

A. 630. **B.** $\dfrac{1}{125}$. **C.** $\dfrac{630}{625}$. **D.** $\dfrac{7}{125}$

Lời giải

Điều kiện $x>0; x\ne 1$.

Ta có $\log_x(125x).\log_{25}^2 x=1\Leftrightarrow(\log_x 125+\log_x x)\left(\dfrac{1}{2}\log_5 x\right)^2=1\Leftrightarrow(3.\log_x 5+1)\log_5^2 x=4$

Đặt $\log_5 x=t$ phương trình tương đương:

$$\left(\frac{3}{t}+1\right)t^2=4\Leftrightarrow t^2+3t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_5 x=1\\\log_5 x=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=\dfrac{1}{625}\end{array}\right.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $\frac{1}{125}$.

Câu 71. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x).\log_{25}^2 x=1$.

A. 630. **B.** $\frac{1}{125}$. **C.** $\frac{630}{625}$. **D.** $\frac{7}{125}$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0; x\neq 1$.

Ta có $\log_x(125x).\log_{25}^2 x=1\Leftrightarrow(\log_x 125+\log_x x)\left(\frac{1}{2}\log_5 x\right)^2=1\Leftrightarrow(3.\log_x 5+1)\log_5^2 x=4$

Đặt $\log_5 x=t$ phương trình tương đương:

$$\left(\frac{3}{t}+1\right)t^2=4\Leftrightarrow t^2+3t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_5 x=1\\\log_5 x=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=\dfrac{1}{625}\end{array}\right.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $\frac{1}{125}$.

Câu 72. Xét phương trình $(\log_2 x-1)(\log_3 x+2)=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình trên vô nghiệm.

B. Phương trình trên có nghiệm bé hơn 1.

C. Phương trình trên có nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm bé hơn 1.

D. Phương trình trên chỉ có nghiệm hơn 1.

Lời giải

Chọn C

$(\log_2 x-1)(\log_3 x+2)=3$, điều kiện $x>0$.

$\Leftrightarrow(\log_2 x-1)(\log_3 2.\log_2 x+2)-3=0\Leftrightarrow\log_3 2.(\log_2 x)^2+(2-\log_3 2)\log_2 x-5=0\ (1)$.

Đặt $t=\log_2 x$.

Phương trình (1) trở thành: $(\log_3 2).t^2+(2-\log_3 2)t-5=0\ (2)$.

Phương trình (2) có $ac<0$ nên luôn có hai nghiệm $t_1<0<t_2$.

Suy ra $x_1=2^{t_1}<2^0=1$ và $x_2=2^{t_2}>2^0=1$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm bé hơn 1.

Câu 73. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 2\log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \ge 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

A. 247. **B.** 248. **C.** 229. **D.** 290.

Lời giải

Chọn B

Có $u_{n+1} = 2u_n = 2^n u_1$. Xét $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 2\log u_{10}$ (*)

Đặt $t = \log u_1 - 2\log u_{10}$, điều kiện $t \ge -2$

Pt (*) trở thành $\sqrt{2+t} = -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \le 0 \\ t^2 - t - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1$

Với $t = -1 \Leftrightarrow \log u_1 - 2\log u_{10} = -1$ (với $\log u_{10} = \log\left(2^9.u_1\right) = 9\log 2 + \log u_1$)

$\Leftrightarrow \log u_1 = 1 - 18\log 2 \Leftrightarrow u_1 = 10^{1-18\log 2}$

Mặt khác $u_n = 2^{n-1}u_1 = 2^{n-1}.10^{1-18\log 2} = 2^n.5.10^{-18\log 2} > 5^{100} \Rightarrow n > \log_2\left(5^{99}.10^{18\log 2}\right) \approx 247,87$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 248.

Câu 74. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12}\dfrac{5b-a}{2}$. Tính giá trị $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3+\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a}{b} = 7 + 2\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3-\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

+ Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12}\dfrac{5b-a}{2} = t$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 9^t \\ b = 16^t \\ \dfrac{5b-a}{2} = 12^t \end{cases} \Rightarrow \dfrac{5.16^t - 9^t}{2} = 12^t \Leftrightarrow 9^t + 2.12^t - 5.16^t = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + 2.\left(\frac{3}{4}\right)^t - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^t = -1 + \sqrt{6} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = -1 - \sqrt{6}\,(l) \end{array}\right.$$

+ $\dfrac{a}{b} = \dfrac{9^t}{16^t} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{2t} = \left(-1 + \sqrt{6}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{6}$.

Câu 75. Cho hai số thực dương m, n thỏa mãn $\log_4\left(\dfrac{m}{2}\right) = \log_6 n = \log_9(m+n)$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{m}{n}$.

A. $P = 2$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\log_4\left(\frac{m}{2}\right)=\log_6 n=\log_9(m+n)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{m}{2}=4^t\\ n=6^t\\ m+n=9^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=4^{t+\frac{1}{2}}\\ n=6^t\\ m+n=9^t\end{cases}$

$\Rightarrow 2.4^t+6^t=9^t\Leftrightarrow 2.\left(\frac{2}{3}\right)^{2t}+\left(\frac{2}{3}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^t=-1(VN)\\ \left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{1}{2}\Leftrightarrow t=\log_{\frac{2}{3}}\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\begin{cases}m=2.4^t\\ n=6^t\end{cases}\Rightarrow P=\frac{m}{n}=2.\left(\frac{4}{6}\right)^t=2.\left(\frac{2}{3}\right)^t=2.\left(\frac{2}{3}\right)^{\log_{\frac{2}{3}}\frac{1}{2}}=2.\frac{1}{2}=1$.

Chọn **B.**

Câu 76. Giả sử p,q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16}p=\log_{20}q=\log_{25}(p+q)$. Tính giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$\log_{16}p=\log_{20}q=\log_{25}(p+q)\Leftrightarrow\begin{cases}\log_{16}p=t\\ \log_{20}q=t\\ \log_{25}(p+q)=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}p=16^t\\ q=20^t\\ p+q=25^t\end{cases}\Rightarrow 16^t+20^t=25^t$

$\Leftrightarrow\left(\frac{16}{25}\right)^t+\left(\frac{4}{5}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{4}{5}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (vn)\\ \left(\frac{4}{5}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Suy ra $\frac{p}{q}=\left(\frac{4}{5}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x)\log_{25}^2x=1$ bằng

A. $\frac{7}{25}$. **B.** $\frac{630}{625}$. **C.** $\frac{1}{125}$. **D.** 630.

Lời giải

Điều kiện: $0<x\neq 1$, ta có:

$\log_x(125x)\log_{25}^2x=1\Leftrightarrow\log_{25}^2x+\log_{25}^2x.\log_x 125=1\Leftrightarrow\log_{25}^2x+\frac{3}{2}\log_{25}x-1=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_{25}x=\frac{1}{2}\\ \log_{25}x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\ x=\frac{1}{25^2}\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là: $\frac{1}{125}$.

Câu 78. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\sqrt{\log_2 x+1}=1$

A. $2^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$. **B.** 1. **C.** $2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ \log_2 x+1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\ge \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x\ge \frac{1}{2}$.

Đặt $\sqrt{\log_2 x+1}=t$, $(t\ge 0)\Rightarrow \log_2 x=t^2-1$ ta có phương trình

$(t^2-1)^2+t=1 \Leftrightarrow t^4-2t^2+t=0 \Leftrightarrow t(t^3-2t+1)=0 \Leftrightarrow t(t-1)(t^2-2t+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\ (t/m) \\ t=1\ (t/m) \\ t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (t/m) \\ t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\ (loai) \end{array}\right.$.

Với $t=0$ thì $\log_2 x=-1 \Leftrightarrow x=2^{-1}$.

Với $t=1$ thì $\log_2 x=0 \Leftrightarrow x=2^0$.

Với $t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ thì $\log_2 x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x=2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $2^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$.

Câu 79. Gọi x, y các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y}=\frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T=a^2+b^2$.

A. $T=26$. **B.** $T=29$. **C.** $T=20$. **D.** $T=25$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y)$, ta có $\begin{cases} x=9^t \\ y=6^t \\ x+y=4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t+6^t=4^t$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{2}\right)^t-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}(loai) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $\frac{x}{y}=\left(\frac{9}{6}\right)^t=\left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Mà $\frac{x}{y}=\frac{-a+\sqrt{b}}{2}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow a=1;b=5$.

Vậy $T=a^2+b^2=1^2+5^2=26$.

Câu 80. Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(4a-5b)-1$. Đặt $T=\frac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1<T<2$. **B.** $\frac{1}{2}<T<\frac{2}{3}$. **C.** $-2<T<0$. **D.** $0<T<\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử: $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(4a-5b)-1=t\Rightarrow\begin{cases}a=4^t\\b=6^t\\4a-5b=9^{t+1}\end{cases}$

Khi đó $4.4^t-5.6^t=9.9^t\Leftrightarrow 4.\left(\frac{4}{9}\right)^t-5.\left(\frac{6}{9}\right)^t=9\Leftrightarrow 4.\left(\frac{2}{3}\right)^{2t}-5.\left(\frac{2}{3}\right)^t-9=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{9}{4}\\\left(\frac{2}{3}\right)^t=-1\quad(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow t=\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{9}{4}\right)\Leftrightarrow t=-2$

Vậy $T=\frac{b}{a}=\left(\frac{6}{4}\right)^t=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=\frac{4}{9}\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 81. Biết phương trình $2\log_3 x+2\log_x 3=5$ có ai nghiệm thực phân biệt $x_1<x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T=6x_1^2-x_2+1$.

A. $T=16$.
B. $T=10$
C. $T=8$
D. $T=12$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $0<x\neq 1$.

Phương trình $2\log_3 x+2\log_x 3=5\Leftrightarrow 2\log_3 x+2\frac{1}{\log_3 x}=5$

$\Leftrightarrow 2\log_3^2 x-5\log_3 x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=\frac{1}{2}\\\log_3 x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\sqrt{3}\\x_2=9\end{array}\right.\Rightarrow T=6x_1^2-x_2+1=10.$

Câu 82. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của phương trình là $7-3^x>0 \Leftrightarrow 3^x<7 \Leftrightarrow x<\log_3 7$.

$\log_3\left(7-3^x\right)=2-x \Leftrightarrow 7-3^x=3^{2-x} \Leftrightarrow 7-3^x=\dfrac{9}{3^x}$.

Đặt $t=3^x$, với $0<t<7$, suy ra $x=\log_3 t$.

Ta có phương trình $t^2-7t-9=0$ có hai nghiệm $t_1=\dfrac{7-\sqrt{13}}{2}$ và $t_2=\dfrac{7+\sqrt{13}}{2}$.

Vậy có hai nghiệm x_1,x_2 tương ứng.

Ta có $x_1+x_2=\log_3 t_1+\log_3 t_2=\log_3 t_1.t_2$

Theo định lý Vi-ét ta có $t_1.t_2=9$, nên $x_1+x_2=\log_3 9=2$.

Câu 83. Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2$ bằng

A. 0. **B.** $\log_6 5$. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2 \Leftrightarrow -2\log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2 \Leftrightarrow \log_5\left(6^{x+1}-36^x\right)=1$.

$\Leftrightarrow 6^{x+1}-36^x=5 \Leftrightarrow 6^{2x}-6.6^x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}6^x=1\\6^x=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_6 5\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng: $0.\log_6 5=0$.

Câu 84. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $5-2^x>0$.

$\log_2\left(5-2^x\right)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x=\dfrac{4}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x}-5.2^x+4=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.(tmdk)$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là bằng 2.

Câu 85. Số nghiệm của phương trình $\log_2(4^x+4)=x-\log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1}-3)$

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2^{x+1}-3>0 \Leftrightarrow 2^x>\dfrac{3}{2}$.

Ta có: $\log_2(4^x+4)=x-\log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1}-3) \Leftrightarrow \log_2(4^x+4)=\log_2 2^x-\log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1}-3)$

$\Leftrightarrow \log_2(4^x+4)=\log_2 2^x(2^{x+1}-3)$

$\Leftrightarrow 4^x + 4 = 2^x(2^{x+1} - 3)$

$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 3.2^x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = -1(\text{k t/m}) \\ 2^x = 4(\text{t/m}) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 2$.

Đối chiếu điều kiện ta thấy $x = 2$ thõa mãn. Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 86. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $\log\left(2 - 10^{2x}\right) = x$. Số tập con của S bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\log\left(2 - 10^{2x}\right) = x$, điều kiện $2 - 10^{2x} > 0 \Leftrightarrow 2x < \log 2 \Leftrightarrow x < \log\sqrt{2}$.

Ta có $\log\left(2 - 10^{2x}\right) = x \Leftrightarrow 2 - 10^{2x} = 10^x \Leftrightarrow 10^{2x} + 10^x - 2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10^x = -2 \\ 10^x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow x = \log 1 = 0$.

(Vì $10^x = -2 < 0$ vô nghiệm)

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 0$ thỏa mãn điều kiện. loại

$\Rightarrow$ Số tập con của S là $2^1 = 2$.

Câu 87. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(6 - 2^x\right) = 1 - x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $6 - 2^x > 0 \Leftrightarrow 2^x < 6 \Leftrightarrow x < \log_2 6$

Ta có:

$\log_2\left(6 - 2^x\right) = 1 - x \Leftrightarrow 6 - 2^x = 2^{1-x} \Leftrightarrow 6 - 2^x = \dfrac{2}{2^x} \Leftrightarrow -2^{2x} + 6.2^x - 2 = 0$

Hơn nữa $2^{x_1 + x_2} = 2^{x_1}.2^{x_2} = \dfrac{c}{a} = 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 1$

Câu 88. Phương trình $\log_2\left(5.2^x - 4\right) = 2x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\log_2\left(5.2^x - 4\right) = 2x \Leftrightarrow 2^{2x} - 5.2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 1 \\ 2^x = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có một nghiệm nguyên dương.

Câu 89. Phương trình $\log_2\left(5 - 2^x\right) = 2 - x$ có hai nghiệm thực x_1, x_2. Tính $P = x_1 + x_2 + x_1x_2$

A. 2. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $5-2^x>0 \Leftrightarrow 0<2^x<5 \Leftrightarrow x<\log_2 5$.

Phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2x}-5.2^x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=1 \Rightarrow x=0\ (n)\\ 2^x=4 \Rightarrow x=2\ (n)\end{array}\right.$.

Khi đó $P=x_1+x_2+x_1x_2=2$.

Câu 90. Phương trình $\left(2^x-5\right)\left(\log_2 x-3\right)=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 (với $x_1<x_2$). Tính giá trị của biểu thức $K=x_1+3x_2$.

A. $K=32+\log_3 2$. **B.** $K=18+\log_2 5$. **C.** $K=24+\log_2 5$. **D.** $K=32+\log_2 3$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

$\left(2^x-5\right)\left(\log_2 x-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x-5=0\\ \log_2 x-3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=5\\ \log_2 x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\log_2 5\\ x=8\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x_1=\log_2 5\\ x_2=8\end{array}\right.$.

Vậy $K=x_1+3x_2=\log_2 5+3.8=24+\log_2 5$.

Câu 91. Cho biết phương trình $\log_3(3^{x+1}-1)=2x+\log_{\frac{1}{3}}2$ có hai nghiệm x_1,x_2. Hãy tính tổng $S=27^{x_1}+27^{x_2}$.

A. $S=252$. **B.** $S=45$. **C.** $S=9$. **D.** $S=180$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(3^{x+1}-1)=2x+\log_{\frac{1}{3}}2 \Leftrightarrow \log_3 2(3^{x+1}-1)=2x \Leftrightarrow 2.3^{x+1}-2=3^{2x}$

$\Leftrightarrow 3^{2x}-6.3^x+2=0$.

Đặt $3^x=t,\ (t>0)$, phương trình trở thành $t^2-6.t+2=0$. Phương trình luôn có hai nghiệm dương phân biệt.

Đặt $3^{x_1}=t_1,\ 3^{x_2}=t_2,\ t_1+t_2=6,\ t_1.t_2=2$.

Ta có $S=(t_1^3+t_2^3)=(t_1+t_2)^3-3t_1.t_2(t_1+t_2)=216-3.2.6=180$

Câu 92. Số nghiệm của phương trình $\log_2\dfrac{2^x+4}{2^x+12}=x-3$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $\log_2\dfrac{2^x+4}{2^x+12}=x-3 \Leftrightarrow \dfrac{2^x+4}{2^x+12}=2^{x-3} \Leftrightarrow 2^x+4=\dfrac{2^x}{2^3}\left(2^x+12\right)$

$\Leftrightarrow \left(2^x\right)^2+4.\left(2\right)^x-32=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=4\\ 2^x=-8\end{array}\right.$.

+ Với $2^x=4 \Leftrightarrow x=2$.

+ Với $2^x=-8$ phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 93. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(10\left(\sqrt{2019}\right)^x-2019^x\right)=4$ bằng

A. $\log_{2019}16$. **B.** $2\log_{2019}16$. **C.** $\log_{2019}10$. **D.** $2\log_{2019}10$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2\left(10\left(\sqrt{2019}\right)^x-2019^x\right)=4 \Leftrightarrow 10\left(\sqrt{2019}\right)^x-2019^x=16$ (1)

Đặt $t=2019^{\frac{x}{2}}\,(t>0)$ ta có PT (1) trở thành $10t-t^2=16 \Leftrightarrow t^2-10t+16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=8 \end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có $2019^{\frac{x}{2}}=2 \Leftrightarrow \frac{x}{2}=\log_{2019}2 \Leftrightarrow x=2\log_{2019}2$

Với $t=8$ ta có $2019^{\frac{x}{2}}=8 \Leftrightarrow \frac{x}{2}=\log_{2019}8 \Leftrightarrow x=2\log_{2019}8$. Do đó tổng tất cả các nghiệm bằng

$2\log_{2019}2+2\log_{2019}8=2\left(\log_{2019}2+\log_{2019}8\right)=2\left(\log_{2019}2.8\right)=2\log_{2019}16$.

Câu 94. Phương trình $(4x)^{\log_8 x}+x^{\log_8(4x)}=4$ có tập nghiệm là

A. $\{2;8\}$. **B.** $\left\{\frac{1}{2};8\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{8}\right\}$. **D.** $\left\{2;\frac{1}{8}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

$(4x)^{\log_8 x}+x^{\log_8(4x)}=4$

$\Leftrightarrow (4x)^{\log_8 x}+(4x)^{\log_8 x}=4$

$\Leftrightarrow (4x)^{\log_8 x}=2$

$\Leftrightarrow \log_8 x\log_8(4x)=\log_8 2$

$\Leftrightarrow \log_8 x\left(\frac{2}{3}+\log_8 x\right)=\frac{1}{3}$.

Đặt $\mathrm{t}=\log_8 x$.

Phương trình trở thành: $t\left(\frac{2}{3}+t\right)=\frac{1}{3} \Leftrightarrow t^2+\frac{2}{3}t-\frac{1}{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{3} \\ t=-1 \end{array}\right.$.

$t=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \log_8 x=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x=2$ (nhận).

$t=-1 \Leftrightarrow \log_8 x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{8}$ (nhận).

Vậy tập nghiệm là $\left\{2;\frac{1}{8}\right\}$.

Câu 95. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1)\le\log_2(5-x)+1$ là

A. $[3;5]$ **B.** $(1;3]$ **C.** $[1;3]$ **D.** $(1;5)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $1<x<5$.

Ta có $2\log_2(x-1)\le\log_2(5-x)+1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2\le\log_2\left[2(5-x)\right] \Leftrightarrow (x-1)^2\le 10-2x$

$\Leftrightarrow x^2-9\le 0 \Leftrightarrow -3\le x\le 3$. Vậy tập nghiệm của bpt là $S=(1;3]$.

Câu 96. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3)\le \log_3(18x+27)$.

A. $S=\left[-\frac{3}{8};3\right]$. **B.** $S=\left(\frac{3}{4};3\right]$. **C.** $S=\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$. **D.** $S=[3;+\infty)$.

Lời giải

$2\log_3(4x-3)\le \log_3(18x+27)(*)$.

Điều kiện: $\begin{cases}4x-3>0\\18x+27>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{3}{4}$.

Với điều kiện trên, $(*)\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2\le \log_3(18x+27)$

$\Leftrightarrow (4x-3)^2\le 18x+27$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{8}\le x\le 3$.

Kết hợp điều kiện ta được $S=\left(\frac{3}{4};3\right]$.

Câu 97. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2(2x)+\log_2\frac{x}{4}<9$ chứa tập hợp nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2};6\right)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

+ Điều kiện: $x>0$.

+ Ta có:

$$\log_2^2(2x)+\log_2\frac{x}{4}<9\Leftrightarrow (1+\log_2 x)^2+\log_2 x-2<9\Leftrightarrow \log_2^2 x+3\log_2 x-10<0$$

$$\Leftrightarrow -5<\log_2 x<2\Leftrightarrow \frac{1}{2^5}<x<4$$

.

Vậy $x\in\left(\frac{1}{2^5};4\right)$ chứa tập $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 98. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+\log_3(11-2x)\ge 0$ là:

A. $(-\infty;4]$. **B.** $(1;4]$. **C.** $(1;4)$. **D.** $\left[4;\frac{11}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $\begin{cases}x-1>0\\11-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<\frac{11}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(1;\frac{11}{2}\right)$

Ta có $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+\log_3(11-2x)\ge 0 \Leftrightarrow \log_3\frac{11-2x}{x-1}\ge 0 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1}\ge 0 \Leftrightarrow x\in\left[1;\frac{11}{2}\right]$

Kết luận: $x\in\left(1;\frac{11}{2}\right)$. Vì $x\in\left[4;\frac{11}{2}\right)\subset\left(1;\frac{11}{2}\right)$. Ta chọn đáp án D

Câu 99. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+\log_3(11-2x)\ge 0$ là

A. $(-\infty;4]$ **B.** $(1;4]$ **C.** $(1;4)$ **D.** $\left[4;\frac{11}{2}\right)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $1<x<\frac{11}{2}$.

Khi đó ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+\log_3(11-2x)\ge 0 \Leftrightarrow \log_3(11-2x)\ge\log_3(x-1)\Leftrightarrow 11-2x\ge x-1>0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\le 4\end{cases}\Leftrightarrow x\in(1;4]$.

Câu 100. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+\log_3(11-2x)\ge 0$ là:

A. $S=(-\infty;4]$. **B.** $S=(1;4)$. **C.** $S=(1;4]$. **D.** $S=\left(3;\frac{11}{2}\right)$.

Lời giải

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)+\log_3(11-2x)\ge 0\Leftrightarrow\log_3(11-2x)-\log_3(x-1)\ge 0$

$\Leftrightarrow\log_3(11-2x)\ge\log_3(x-1)\Leftrightarrow\begin{cases}11-2x\ge x-1\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow 1<x\le 4$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;4]$.

Câu 101. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_2\sqrt{x+1}\le 2-\log_2(x-2)$ bằng

A. 12 **B.** 9 **C.** 5 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x+1>0\\x-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x>2\end{cases}\Leftrightarrow x>2$

$2\log_2\sqrt{x+1}\le 2-\log_2(x-2)\Leftrightarrow\log_2(x+1)\le\log_2\frac{4}{(x-2)}\Leftrightarrow x+1\le\frac{4}{(x-2)}$

$\Leftrightarrow\frac{x^2-x-2-4}{x-2}\le 0\Leftrightarrow\frac{x^2-x-6}{x-2}\le 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-2]\cup[2;3]$

Suy ra nghiệm của bất phương trình là: $x\in(2;3]$.

Nghiệm nguyên là: $x=3$. Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên là 3

Câu 102. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\ge 0$.

A. $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$ **B.** $S=[2;16]$

C. $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$ **D.** $(-\infty;2]\cup[16;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x>0$

Bpt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x\ge 4\\ \log_2 x\le 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 16\\ x\le 2\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện ta có $S=\left(0;2\right]\cup\left[16;+\infty\right)$.

Câu 103. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x-6\le 0$ là

A. $S=\left[\frac{1}{2};64\right]$. **B.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]$.

C. $S=\left[64;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left[64;+\infty\right)$.

Lời giải

$\log_2^2 x-5\log_2 x-6\le 0\ (1)$

ĐK: $x>0\ (*)$

Đặt $t=\log_2 x\ (2)$

(1) thành $t^2-5t-6\le 0\Leftrightarrow -1\le t\le 6\overset{(2)}{\Leftrightarrow}-1\le\log_2 x\le 6\Leftrightarrow\frac{1}{2}\le x\le 64$

So với $(*)$: $(1)\Leftrightarrow\frac{1}{2}\le x\le 64$

Vậy $S=\left[\frac{1}{2};64\right]$.

Câu 104. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x\ge 1+\log_2 x.\log_3 x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x>0$.

Ta có: $\log_2 x+\log_3 x\ge 1+\log_2 x.\log_3 x\Leftrightarrow\left(\log_2 x-1\right)\left(\log_3 x-1\right)\le 0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_2 x-1\le 0\\ \log_3 x-1\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}\log_2 x-1\ge 0\\ \log_3 x-1\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}0<x\le 2\\ x\ge 3\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 2\\ 0<x\le 3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 2\le x\le 3.$$

Do đó có 2 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Câu 105. Bất phương trình $\log_2\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}\right)\ge 0$ có tập nghiệm là $\left(a;b\right]$. Tính giá trị $P=3a-b$.

A. $P=5$. **B.** $P=4$. **C.** $P=10$. **D.** $P=7$.

Lời giải

$$\log_2\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}\right)\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \log_{\frac{1}{3}}\frac{3x-7}{x+3}\ge 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \frac{3x-7}{x+3}<1\\ \frac{3x-7}{x+3}\le\frac{1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \frac{3x-7}{x+3}\le\frac{1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{3x-7}{x+3}>0\\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)}\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;-3)\cup\left(\frac{7}{3};+\infty\right)\\ \frac{8(x-3)}{3(x+3)}<0x\in[-3;3]\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(\frac{7}{3};3\right].$$

Suy ra $a=\frac{7}{3}$; $b=3$. Vậy $P=3a-b=3.\frac{7}{3}-3=4$.

Câu 106. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(-\log_2 x)<0$ là

A. $(0;5)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $\left(\frac{1}{4};4\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x>0\\ -\log_2 x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x<1\end{cases} \Rightarrow 0<x<1$

$\log_{\frac{1}{3}}(-\log_2 x)<0 \Leftrightarrow -\log_2 x>1 \Leftrightarrow \log_2 x<-1 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$

So sánh điều kiện, suy ra $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 107. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{5}}^2 x^5-25\log_{\sqrt{5}} x^2-75\le 0$ là

A. 70. **B.** 64. **C.** 62. **D.** 66.

Lời giải

Điều kiện $x>0$.

$\log_{\sqrt{5}}^2 x^5-25\log_{\sqrt{5}} x^2-75\le 0 \Leftrightarrow 4\log_5^2 x-4\log_5 x-3\le 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le\log_5 x\le\frac{3}{2} \Leftrightarrow$

$\frac{1}{\sqrt{5}}\le x\le\sqrt{125}$. Nghiệm nguyên của bất phương trình là: $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11$.

$S=1+2+...+11=\frac{11.(11+1)}{2}=66$.

Câu 108. Cho bất phương trình $(\log x+1)(4-\log x)>0$. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn bất phương trình trên.

A. 10000. **B.** 10001. **C.** 9998. **D.** 9999.

Lời giải

$(\log x+1)(4-\log x)>0$ (1)

Điều kiện: $x>0$.

Khi ấy $(1)\Leftrightarrow -1<\log x<4 \Leftrightarrow \frac{1}{10}<x<10000$. Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{1;2;3;...;9999\}$

Vậy có tất cả 9999 số nguyên x thoả mãn bất phương trình trên.

Câu 109. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-16}{343} < \log_7 \frac{x^2-16}{27}$?

A. 193. **B.** 92. **C.** 186. **D.** 184.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

Ta có:

$\log_3 \frac{x^2-16}{343} < \log_7 \frac{x^2-16}{27}$

$\Leftrightarrow \log_3 7.\left[\log_7\left(x^2-16\right)-3\right] < \log_7\left(x^2-16\right) - 3\log_7 3$

$\Leftrightarrow \left(\log_3 7 - 1\right).\log_7\left(x^2-16\right) < 3\log_3 7 - 3\log_7 3$

$\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right) < \frac{3\left(\log_3 7 - \log_7 3\right)}{\log_3 7 - 1}$

$\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right) < 3\left(1+\log_7 3\right)$

$\Leftrightarrow \log_7\left(x^2-16\right) < \log_7 21^3$

$\Leftrightarrow x^2 - 16 < 21^3$

$\Leftrightarrow -\sqrt{9277} < x < \sqrt{9277}$

Kết hợp điều kiện ta có $x \in \{-96; -95; ...; -5; 5; ...; 95; 96\}$. Vậy có 184 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 110. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27}$?

A. 58.
B. 112.
C. 110.
D. 117.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -3 \end{array}\right.$.

Ta có : $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27} \Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right) - 3\log_3 5 \le \log_5\left(x^2-9\right) - \frac{3}{\log_3 5}$

$\Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right) - \frac{\log_3\left(x^2-9\right)}{\log_3 5} \le 3\log_3 5 - \frac{3}{\log_3 5} \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{\log_3 5}\right)\log_3\left(x^2-9\right) \le 3\log_3 5 - \frac{3}{\log_3 5}$

$\Rightarrow \left(\log_3 5 - 1\right)\log_3\left(x^2-9\right) \le 3\left(\log_3^2 5 - 1\right) \Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right) \le 3\left(\log_3 5 + 1\right) \Rightarrow \log_3\left(x^2-9\right) \le 3\log_3 15$

$\Rightarrow x^2 - 9 \le 15^3 \Rightarrow x^2 - 3384 \le 0 \Rightarrow -6\sqrt{94} \le x \le 6\sqrt{94}$.

Kết hợp với điều kiện và yêu cầu bài toán là x nguyên nên có $x \in \{\pm4; \pm5; \ldots; \pm58\} \Rightarrow$ có 110 giá trị thỏa mãn bài toán.

Câu 111. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5 \frac{x^2-4}{49} < \log_7 \frac{x^2-4}{25}$?

A. 66.
B. 70.
C. 33.

D. 64.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Ta có: $\log_5\left(x^2-4\right)-2\log_5 7<\log_7\left(x^2-4\right)-2\log_7 5$

$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)-2\log_5 7<\dfrac{\log_5\left(x^2-4\right)}{\log_5 7}-2\log_7 5$

$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)\left(1-\log_7 5\right)<2\left[\dfrac{1}{\log_7 5}-\log_7 5\right)$

$\Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)<2\dfrac{1+\log_7 5}{\log_7 5} \Leftrightarrow \log_5\left(x^2-4\right)<2\log_5 35$

$\Leftrightarrow x^2-4<35^2 \Leftrightarrow -\sqrt{1229}<x<\sqrt{1229}$

Kết hợp điều kiện ta được: $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<x<\sqrt{1229} \\ -\sqrt{1229}<x<-2 \end{array}\right.$

Từ đó suy ra có 66 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 112. Tập nghiệm cuia bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Tinh $6a+8b$

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{17}{2}$ **C.** 8 **D.** 9

Lời giải

Chọn C

+ Nếu $x\le 0$ hoặc $x\ge 1$ thì $x^2-x+4\ge 4 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \sqrt{x^2-x+4}+1\ge 3 \\ x^2-x+5\ge 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)\ge 1 \\ 2\log_5\left(x^2-x+5\right)\ge 2 \end{array}\right. \Rightarrow VT\ge 3$ Do đó bất phương trình vô nghiệm

+ Nếu $0<x<1$ thì $\dfrac{15}{4}<x^2-x+4<4 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \dfrac{\sqrt{15}+2}{2}\sqrt{x^2-x+4}+1<3 \\ \dfrac{19}{4}<x^2-x+5<5 \end{array}\right. . = \left\{\begin{array}{l} \log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)<1 \\ 2\log_5\left(x^2-x+5\right)<2 \end{array}\right. \Rightarrow VT<3(TM)$.

Do đó bất phương trình có tập nghiệm $S=(0;1)$

Câu 113. Cho bất phương trình $\log_2(x-1)<\log_5(5x-5)$ có tập nghiệm là $S=(a;b)$. Khi đó $b-a$ gần bằng giá trị nào sau đây

A. 3,17.
B. 3,27.
C. 3,07.
D. 3,37.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>1$.

Ta có: $\log_2(x-1)<\log_5(5x-5)$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < 1+\log_5(x-1)$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < 1+\log_5 2\cdot\log_2(x-1)$

$\Leftrightarrow \left(1-\log_5 2\right)\log_2(x-1) < 1$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < \dfrac{1}{1-\log_5 2}$

$\Leftrightarrow x < 2^{\frac{1}{1-\log_5 2}}+1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(1;2^{\frac{1}{1-\log_5 2}}+1\right) \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2^{\frac{1}{1-\log_5 2}}+1 \end{cases} \Rightarrow b-a\approx 3.37$.

Câu 114. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_4\dfrac{x^2-25}{1331}\le \log_{11}\dfrac{x^2-25}{64}$?

A. 570.
B. 286.
C. 573.
D. 572.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=(-\infty;-5)\cup(5;+\infty)$.

Ta có: $\log_4\dfrac{x^2-25}{1331}\le \log_{11}\dfrac{x^2-25}{64} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\ln 4}\left(\ln\left(x^2-25\right)-\ln 1331\right)\le\dfrac{1}{\ln 11}\left(\ln\left(x^2-25\right)-\ln 64\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\ln 4}\left(\ln\left(x^2-25\right)-3\ln 11\right)\le\dfrac{1}{\ln 11}\left(\ln\left(x^2-25\right)-3\ln 4\right)$

$\Leftrightarrow (\ln 11-\ln 4)\ln\left(x^2-25\right)\le 3\left(\ln^2 11-\ln^2 4\right)$

$\Leftrightarrow \ln\left(x^2-25\right)\le 3(\ln 11+\ln 4)$

$\Leftrightarrow x^2-25\le 44^3 \Leftrightarrow -\sqrt{85209}\le x\le\sqrt{85209}$

Kết hợp điều kiện ta có $x\in\{-291;-292;\ldots;-6;6;..;290;291\}$. Vậy có 572 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 115. Tập nghiệm của bất phương trình: $\left(3^x+2\right)\left(4^{x+1}-8^{2x+1}\right)\le 0$

A. $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right]$. **C.** $(-\infty;4]$ **D.** $[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\left(3^x+2\right)\left(4^{x+1}-8^{2x+1}\right)\le 0 \Leftrightarrow 4^{x+1}-8^{2x+1}\le 0$

$\Leftrightarrow 4.2^{2x}-8.\left(2^{2x}\right)^3\le 0 \Leftrightarrow -2.\left(2^{2x}\right)^3+2^{2x}\le 0(*)$

Đặt $2^{2x}=t,\ t>0$, suy ra bpt (*) trở thành: $-2.t^3+t\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le t\le 0 \\ t\ge\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

Giao với Đk $t>0$ ta được: $t\ge\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2^{2x}\ge\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2^{2x}\ge 2^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2x\ge-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x\ge-\dfrac{1}{4}$

Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $T=\left[-\frac{1}{4};+\infty\right)$.

Câu 116. Bất phương trình $3^{2x+1}-7.3^{x}+2>0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-1)\cup(\log_2 3;+\infty)$.
B. $(-\infty;-2)\cup(\log_2 3;+\infty)$.
C. $(-\infty;-1)\cup(\log_3 2;+\infty)$.
D. $(-\infty;-2)\cup(\log_3 2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x+1}-7.3^{x}+2>0 \Leftrightarrow 3.(3^{x})^{2}-7.3^{x}+2>0$.

Đặt $3^{x}=t>0$ ta được $\begin{cases} t>0 \\ 3t^{2}-7t+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<t<\frac{1}{3} \\ t>2 \end{array}\right.$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} 0<3^{x}<\frac{1}{3} \\ 3^{x}>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<3^{x}<3^{-1} \\ 3^{x}>3^{\log_3 2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>\log_3 2 \end{array}\right.$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $(-\infty;-1)\cup(\log_3 2;+\infty)$.

Câu 117. Biết tập nghiệm của bất phương trình $2^{x}<3-\frac{2}{2^{x}}$ là $(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x}<3-\frac{2}{2^{x}} \Leftrightarrow (2^{x})^{2}-3.(2^{x})+2<0 \Leftrightarrow 1<2^{x}<2 \Leftrightarrow 0<x<1$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(0;1)$.

Suy ra $a=0$ và $b=1$ nên $a+b=1$.

Câu 118. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+1}-9+3^{x+1}-9.3^{2x}>0$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{3x+1}-9+3^{x+1}-9.3^{2x}>0 \Leftrightarrow 3.3^{3x}-9+3.3^{x}-9.3^{2x}>0$

Đặt $3^{x}=t\,(t>0)$.

Ta có bất phương trình $3t^{3}-9+3t-9t^{2}>0$

$\Leftrightarrow 3t^{3}-9t^{2}+3t-9>0$

$\Leftrightarrow 3t^{2}(t-3)+3(t-3)>0$

$\Leftrightarrow (3t^{2}+3)(t-3)>0$

$\Leftrightarrow t-3>0$

$\Leftrightarrow t>3$

Khi đó ta có $3^{x}>3 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;+\infty)$.

Câu 119. Bất phương trình $6.4^{x}-13.6^{x}+6.9^{x}>0$ có tập nghiệm là?

A. $S=(-\infty;-1)\cup[1;+\infty)$.
B. $S=(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $6.4^x-13.6^x+6.9^x>0\Leftrightarrow 6.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-13.\left(\frac{2}{3}\right)^{x}+6>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^{x}>\frac{3}{2}\\ \left(\frac{2}{3}\right)^{x}<\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

.

Câu 120. Cho bất phương trình: $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}-133.\sqrt{10^x}\le 0$ có tập nghiệm là: $S=[a;b]$. Biểu thức $A=1000b-5a$ có giá trị bằng

A. 2021 **B.** 2020 **C.** 2019 **D.** 2018

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}-133.\sqrt{10^x}\le 0\Leftrightarrow 50.\left(5^{\frac{x}{2}}\right)^2-133.5^{\frac{x}{2}}.2^{\frac{x}{2}}+20.\left(2^{\frac{x}{2}}\right)^2\le 0$

$\Leftrightarrow\left(2.5^{\frac{x}{2}}-5.2^{\frac{x}{2}}\right)\left(25.5^{\frac{x}{2}}-4.2^{\frac{x}{2}}\right)\le 0\Leftrightarrow\left(2.5^{\frac{x}{2}}-5.2^{\frac{x}{2}}\right)\left(5^{\frac{x}{2}+2}-2^{\frac{x}{2}+2}\right)\le 0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}2.5^{\frac{x}{2}}-5.2^{\frac{x}{2}}\le 0\\ 25.5^{\frac{x}{2}}-4.2^{\frac{x}{2}}\ge 0\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}2.5^{\frac{x}{2}}-5.2^{\frac{x}{2}}\ge 0\\ 25.5^{\frac{x}{2}}-4.2^{\frac{x}{2}}\le 0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}5^{\frac{x}{2}-1}\le 2^{\frac{x}{2}-1}\\ 5^{\frac{x}{2}+2}\ge 2^{\frac{x}{2}+2}\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}5^{\frac{x}{2}-1}\ge 2^{\frac{x}{2}-1}\\ 5^{\frac{x}{2}+2}\le 2^{\frac{x}{2}+2}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}\le 1\\ \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}+2}\ge 1\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}\ge 1\\ \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}+2}\le 1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\frac{x}{2}-1\le 0\\ \frac{x}{2}+2\ge 0\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}\frac{x}{2}-1\ge 0\\ \frac{x}{2}+2\le 0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\le 2\\ x\ge -4\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le -4\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow -4\le x\le 2$. Suy ra $S=[-4;2]$. Vậy $A=1000b-5a=1000.2-5.(-4)=2020$.

Câu 121. Số nghiệm nguyên của bất phương trình: $\left(17-12\sqrt{2}\right)^x\ge\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\left(17-12\sqrt{2}\right)^x\ge\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}\Leftrightarrow\left(3-\sqrt{8}\right)^{2x}\ge\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$

$\Leftrightarrow\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2+2x}\le 1\Leftrightarrow x^2+2x\le 0\Leftrightarrow x\in[-2;0]$.

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên.

Câu 122. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^x+2^{x+1}\le 3^x+3^{x-1}$.

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $2^x+2^{x+1}\le 3^x+3^{x-1}\Leftrightarrow 3.2^x\le 4.3^{x-1}\Leftrightarrow 2^{x-2}\le 3^{x-2}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}\le 1\Leftrightarrow x-2\ge 0\Leftrightarrow x\ge 2$.

Câu 123. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}}+3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1}>12$ có tập nghiệm $S=(a;b)$. Giá trị của biểu thức $P=3a+10b$ là

A. 5. **B.** -3. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}}\ (t>0)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$t^2+t>12\Leftrightarrow (t-3)(t+4)>0\Leftrightarrow t>3$ (vì $t>0$).

Từ đó suy ra: $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}}>3\Leftrightarrow \frac{1}{x}<-1\Leftrightarrow -1<x<0$. Tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;0)$.

Vậy $a=-1$ và $b=0$. Suy ra $P=3a+10b=-3$.

Câu 124. Bất phương trình sau có bao nhiêu nghiệm nguyên dương $9^x-4.3^x+3<0$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t=3^x>0$.

Bất phương trình đã cho trở thành $t^2-4.t+3<0\Leftrightarrow 1<t<3\Leftrightarrow 1<3^x<3\Leftrightarrow 0<x<1$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=(0,1)$ nên nó không có nghiệm nguyên dương.

Câu 125. Bất phương trình $6.4^x-13.6^x+6.9^x>0$ có tập nghiệm là?

A. $S=(-\infty;-1)\cup[1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $6.4^x-13.6^x+6.9^x>0\Leftrightarrow 6.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-13.\left(\frac{2}{3}\right)^x+6>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^x>\frac{3}{2}\\ \left(\frac{2}{3}\right)^x<\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 126. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+4x-14}\ge 7+4\sqrt{3}$ là:

A. $[-6;2]$. **B.** $(-\infty-6]\cup[2;+\infty)$. **C.** $(-6;2)$. **D.** $(-\infty;-6)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $7+4\sqrt{3}=\left(2+\sqrt{3}\right)^2$, $\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)=1$ và $2+\sqrt{3}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}\Rightarrow 7+4\sqrt{3}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-2}$.

$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+4x-14}\ge 7+4\sqrt{3}\Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+4x-14}\ge\left(2-\sqrt{3}\right)^{-2}$

$\Leftrightarrow x^2+4x-14\le -2\Leftrightarrow x^2+4x-12\le 0\Leftrightarrow -6\le x\le 2$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $[-6;2]$.

Câu 127. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $6^x+4\le 2^{x+1}+2.3^x$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0

Lời giải

Chọn C

$6^x+4\le 2^{x+1}+2.3^x \Leftrightarrow 6^x+4-2.2^x-2.3^x\le 0$

$\Leftrightarrow 2^x\left(3^x-2\right)+2\left(2-3^x\right)\le 0$

$\Leftrightarrow \left(3^x-2\right)\left(2^x-2\right)\le 0$

$\Rightarrow x\in\left[\log_3 2;1\right]$

Câu 128. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right).5^{x+1}<1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$

A. 6. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

$3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right).5^{x+1}<1\ (1)$.

Có $5^{x+1}>0\ \forall x$.

Xét $x^2-9=0$, VT $(1)=3^0+0=1$ (loại).

Xét $x^2-9>0\Rightarrow \left.\begin{array}{l}3^{x^2-9}>3^0=1\\ \left(x^2-9\right).5^{x+1}>0\end{array}\right\}\Rightarrow$ VT $(1)>1$ (loại).

Xét $x^2-9<0\Rightarrow \left.\begin{array}{l}3^{x^2-9}<3^0=1\\ \left(x^2-9\right).5^{x+1}<0\end{array}\right\}\Rightarrow$ VT $(1)<1$ luôn đúng.

Có $x^2-9<0\Leftrightarrow x\in(-3;3)$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là: $(-3;3)\Rightarrow b-a=6$.

Câu 129. Bất phương trình $\dfrac{\sqrt{2+3^{2x}}}{\sqrt{2+3^{2x}}-\sqrt{2-3^{2x}}}+\dfrac{3^{4x}+\sqrt{4-3^{4x}}-7}{3^{2x}}\ge\dfrac{3^{2x}-2}{\sqrt{4-3^{4x}}-2+3^{2x}}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Đặt $t=3^{2x}>0$, bất phương trình đã cho trở thành

$$\frac{\sqrt{2+t}}{\sqrt{2+t}-\sqrt{2-t}}+\frac{t^2+\sqrt{4-t^2}-7}{t}\ge\frac{t-2}{\sqrt{4-t^2}-2+t}\ (1)$$

Điều kiện: $0<t<2$

$$(1)\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2+t}\left(\sqrt{2+t}+\sqrt{2-t}\right)}{2t}+\frac{t^2+\sqrt{4-t^2}-7}{t}\ge\frac{t-2}{\sqrt{4-t^2}-2+t}$$

$$\Leftrightarrow\frac{t+3\sqrt{4-t^2}+2t^2-12}{2t}\ge\frac{t-2}{\sqrt{4-t^2}-2+t}\Leftrightarrow\frac{t+3\sqrt{4-t^2}+2t^2-12}{2t}\ge\frac{(t-2)\left(\sqrt{4-t^2}+2-t\right)}{-2t^2+4t}$$

$$\Leftrightarrow t+3\sqrt{4-t^2}+2t^2-12\ge-\sqrt{4-t^2}-2+t\Leftrightarrow 4\sqrt{4-t^2}+2t^2-10\ge 0$$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{4-t^2}-1\right)^2\le 0\Leftrightarrow t=\sqrt{3}$. Với $t=\sqrt{3}\Rightarrow 3^{2x}=\sqrt{3}\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$.

Vậy bất phương trình có 1 nghiệm duy nhất.

Câu 130. Tập hợp tất cả các số thực x không thỏa mãn bất phương trình $9^{x^2-4}+\left(x^2-4\right).2019^{x-2}\ge 1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 5. **B.** 4. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Xét hai trường hợp: $x^2-4\ge 0$ và $x^2-4<0$

TH1: $x^2-4\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le -2\end{array}\right.$ khi đó ta có:

$\begin{cases}9^{x^2-4}\ge 9^0=1\\ x-2\ge 0\Leftrightarrow 2019^{x-2}\ge 2019^0=1\end{cases}\Rightarrow 9^{x^2-4}+\left(x^2-4\right)2019^{x-2}\ge 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4=0\\ x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2$

TH2: $x^2-4<0\Leftrightarrow -2<x<2$, khi đó ta có:

$\begin{cases}9^{x^2-4}<9^0=1\\ x-2<0\Leftrightarrow 2019^{x-2}<2019^0=1\end{cases}\Rightarrow 9^{x^2-4}+\left(x^2-4\right)2019^{x-2}<1$

$\Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm

Vậy tập hợp tất cả các số thực x không thỏa mãn bất phương trình là

$(-2;2)\Rightarrow a=-2;b=2\Rightarrow b-a=4$

Câu 131. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right).5^{x+1}<1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Với $x^2-9\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -3\\ x\ge 3\end{array}\right.$, ta có $\begin{cases}3^{x^2-9}\ge 3^0=1\\ \left(x^2-9\right).5^{x+1}\ge 0\end{cases}$ nên $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right).5^{x+1}\ge 1$

$\Rightarrow$ không thỏa mãn bất phương trình đã cho, do đó bất phương trình vô nghiệm.

Với $x^2-9<0\Leftrightarrow -3<x<3$, ta có $\begin{cases}3^{x^2-9}<3^0=1\\ \left(x^2-9\right).5^{x+1}<0\end{cases}$ nên $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right).5^{x+1}<1$

$\Rightarrow$ Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=(-3;3)$.

Khi đó, $a=-3;b=3$ nên $b-a=6$.

Câu 132. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2020]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x+25^x+36^x\le 20^x+24^x+30^x$.

A. 3. **B.** 2000. **C.** 1. **D.** 1000.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$16^x+25^x+36^x\le 20^x+24^x+30^x \Leftrightarrow 4^{2x}+5^{2x}+6^{2x}\le 4^x.5^x+4^x.6^x+5^x.6^x$

$\Leftrightarrow 2\left[\left(4^x\right)^2+\left(5^x\right)^2+\left(6^x\right)^2\right]-\left(2.4^x.5^x+2.4^x.6^x+2.5^x.6^x\right)\le 0$

$$\Leftrightarrow \left(4^x-5^x\right)^2+\left(4^x-6^x\right)^2+\left(5^x-6^x\right)^2\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases}4^x-5^x=0\\4^x-6^x=0\\5^x-6^x=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left(\frac{4}{5}\right)^x=1\\\left(\frac{4}{6}\right)^x=1\\\left(\frac{5}{6}\right)^x=1\end{cases}\Leftrightarrow x=0\in[0;2020].$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2020]$ thỏa mãn bất phương trình.

Câu 133. Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x}-9)(3^x-\frac{1}{27})\sqrt{3^{x+1}-1}\le 0$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $3^{x+1}-1\ge 0\Leftrightarrow 3^{x+1}\ge 1\Leftrightarrow x\ge -1$.

Ta có $x=-1$ là một nghiệm của bất phương trình.

Với $x>-1$, bất phương trình tương đương với $(3^{2x}-9)(3^x-\frac{1}{27})\le 0$.

Đặt $t=3^x>0$, ta có $(t^2-9)(t-\frac{1}{27})\le 0\Leftrightarrow (t-3)(t+3)(t-\frac{1}{27})\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t\le -3\\ \frac{1}{27}\le t\le 3\end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện $t=3^x>0$ ta được nghiệm $\frac{1}{27}\le t\le 3\Leftrightarrow \frac{1}{27}\le 3^x\le 3\Leftrightarrow -3\le x\le 1$. Kết hợp điều kiện $x>-1$ ta được $-1<x\le 1$ suy ra trường hợp này bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Vậy bất phương trình đã cho có tất cả 3 nghiệm nguyên.

Câu 134. Số nghiệm nguyên của phương trình $\left(9^x-5.6^x-6.4^x\right)\sqrt{128-2^{\sqrt{x}}}>0$.

A. 45
B. 48
C. 49.
D. 44.

Lời giải

Chọn D

$$\left(9^x-5.6^x-6.4^x\right)\sqrt{128-2^{\sqrt{x}}}>0\Leftrightarrow \begin{cases}9^x-5.6^x-6.4^x>0\\128-2^{\sqrt{x}}>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left(\frac{3}{2}\right)^x>6\\\sqrt{x}<7\end{cases}\Leftrightarrow \log_{1,5}6<x<49$$

$\Rightarrow x\in\{5;6;7;\ldots;48\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 44 nghiệm nguyên.

Câu 135. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2\left(x+14\right)-4\right]\le 0$?

A. 14. **B.** 13. **C.** Vô số. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>-14$.

Bất phương trình tương đương: $\left(2^{x^2}-2^{2x}\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\le 0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2}-2^{2x}\ge 0\\ \log_2(x+14)-4\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2}-2^{2x}\le 0\\ \log_2(x+14)-4\ge 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2}\ge 2^{2x}\\ \log_2(x+14)\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2}\le 2^{2x}\\ \log_2(x+14)\ge 4\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2\ge 2x\\ x+14\le 16\end{cases}\\ \begin{cases}x^2\le 2x\\ x+14\ge 16\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x\le 0\end{array}\right..$$

Kết hợp với điều kiện suy ra có 15 giá trị nguyên của x thỏa yêu cầu.

Câu 136. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\sqrt{3^{x^2+2}-27}\left[-\log_3\left(10-3^{x+1}\right)+1-x\right]\ge 0$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}10-3^{x+1}>0\Leftrightarrow 3.3^x<10\Leftrightarrow x<\log_3\dfrac{10}{3}\\ 3^{2x^2+2}-27\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<\log_3\dfrac{10}{3}\\ \left[\begin{array}{l}x\ge\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ x\le-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\le x<\log_3\dfrac{10}{3}\end{array}\right..$

Trường hợp 1: $3^{2x^2+2}-27=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $3^{2x^2+2}-27>0$, bất phương trình tương đương

$10-3^{x+1}\ge 3^{1-x}\Leftrightarrow 3.3^x+\dfrac{3}{3^x}-10\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 1$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}<x\le 1\end{array}\right..$$

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-1;1\}$. Vậy có 2 giá trị thỏa mãn.

Câu 137. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $\left(4^x-2^{x^3+2}\right)\cdot\left[\log_3(2x+2)-2\right]\ge 0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét bất phương trình: $\left(4^x-2^{x^3+2}\right)\cdot\left[\log_3(2x+2)-2\right]\ge 0$ (1)

Điều kiện: $2x+2>0\Leftrightarrow x>-1$.

Ta giải các phương trình:

+ $4^x-2^{x^3+2}=0 \Leftrightarrow x^3+2=2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$ (loại do điều kiện)

+ $\log_3(2x+2)-2=0 \Leftrightarrow 2x+2=9 \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{2}$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	-1		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$		1		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$4^x-2^{x^3+2}$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	
$\log_3(2x+2)-2$	||	$-$	|	$-$		$-$	0	$+$	
VT (1)	||	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, để $\left(4^x-2^{x^3+2}\right)\cdot\left[\log_3(2x+2)-2\right]\ge 0$ thì ta có

$\left[\begin{array}{l} -1<x\le\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ 1\le x\le\dfrac{7}{2} \end{array}\right. \xrightarrow{x\in\mathbb{Z}^+} x=1, x=2, x=3$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương thỏa mãn.

Câu 138. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x+3)+2}\cdot\left(3^{x^3}-3^{-x}\cdot 9^{4-3x}\right)<0$?

A. 10. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x+3)+2}\cdot\left(3^{x^3}-3^{-x}\cdot 9^{4-3x}\right)<0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(x+3)+2>0 \\ 3^{x^3}-3^{-x}\cdot 9^{4-3x}<0 \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3<4 \\ 3^{x^3}<3^{-x+8-6x} \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x^3<-7x+8 \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x^3+7x-8<0 \\ x>-3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow -3<x<1$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 139. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{2x+1}+2.3^x-1\right)\left(3^x-y\right)\le 0$

A. 9. **B.** 27. **C.** 81. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(3^{2x+1}+2.3^x-1\right)\left(3^x-y\right)\le 0 \Leftrightarrow \left[3.\left(3^x\right)^2+2.3^x-1\right]\left(3^x-y\right)\le 0$

$\Leftrightarrow \left(3^x+1\right)\left(3.3^x-1\right)\left(3^x-y\right)\le 0 \Leftrightarrow \left(3^{x+1}-1\right)\left(3^x-y\right)\le 0$ (do $3^x+1>0,\forall x$).

TH1: $3^{x+1}-1\le 0 \Rightarrow x+1\le 0 \Leftrightarrow x\le -1$ ta có $3^x-y\ge 0 \Rightarrow y\le 3^x\le 3^{-1}=\dfrac{1}{3}$(vô lý vì y là số nguyên dương).

TH2: $3^{x+1}-1\ge 0 \Rightarrow x+1\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -1$ ta có $3^x-y\le 0 \Rightarrow y\ge 3^x\ge 3^{-1}=\dfrac{1}{3}$(luôn đúng vì y là số nguyên dương).

Để ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình nên nghiệm x chỉ nằm trong khoảng $\{-1;0;1;2;3\}$ $\Rightarrow y\le 3^4=81$.

Vậy có 81 số nguyên dương y thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 140. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0$ là

A. 1021. **B.** 7. **C.** 1020. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

- Điều kiện: $10-\log_2 x\ge 0 \Leftrightarrow 0<x\le 2^{10}$.

Ta có: $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{10-\log_2 x}=0\\ \begin{cases}\sqrt{10-\log_2 x}>0\\ 2^x+2^{4-x}-17\ge 0\end{cases}\end{array}\right.$.

- Nếu $10-\log_2 x=0 \Leftrightarrow \log_2 x=10 \Leftrightarrow x=2^{10}$.

- Nếu $\begin{cases}\sqrt{10-\log_2 x}>0\\ 2^x+2^{4-x}-17\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<2^{10}\\ 2^{2x}-17.2^x+16\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<2^{10}\\ \left[\begin{array}{l}2^x\le 1\\ 2^x\ge 16\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<2^{10}\\ \left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 4\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow 4\le x<2^{10}$.

Do $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{4;5;6;\ldots;1024\}$. Vậy phương trình đã cho có 1021 nghiệm nguyên.

Câu 141. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(4^x-5.2^{x+2}+64\right)\sqrt{2-\log(4x)}\ge 0$?

A. 22. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}4x>0\\ 2-\log(4x)\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ \log(4x)\le 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x\le 25\end{cases} \Leftrightarrow 0<x\le 25$.

Khi đó: $\left(4^x-5.2^{x+2}+64\right)\sqrt{2-\log(4x)}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2-\log(4x)=0\\ 4^x-5.2^{x+2}+64\ge 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log(4x)=2\\ \left[\begin{array}{l}2^x\le 4\\ 2^x\ge 16\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=25\\ x\le 2\\ x\ge 4\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta có: $\left[\begin{array}{l}0<x\le 2\\ 4\le x\le 25\end{array}\right.$.

Vậy có 24 số nguyên thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 142. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(3^x+3^{6-x}-246\right)\sqrt{5-\ln\left(x+3\right)}\ge 0$ là

A. 144. **B.** 145. **C.** 146. **D.** 147.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x+3>0 \\ 5-\ln\left(x+3\right)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ \ln\left(x+3\right)\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x+3\le e^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x\le e^5-3 \end{cases} \Leftrightarrow -3<x\le e^5-3$.

Ta có: $\left(3^x+3^{6-x}-246\right)\sqrt{5-\ln\left(x+3\right)}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-\ln\left(x+3\right)=0\ (1) \\ 3^x+3^{6-x}-246\ge 0\ (2) \end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow \ln\left(x+3\right)=5 \Leftrightarrow x+3=e^5 \Leftrightarrow x=e^5-3$ (nhận).

$(2)\Leftrightarrow 3^x+\dfrac{729}{3^x}-246\ge 0 \Leftrightarrow 3^{2x}-246.3^x+729\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x\le 3 \\ 3^x\ge 3^5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x\ge 5 \end{array}\right.$.

So với điều kiện, ta có các giá trị nguyên thoả mãn là $x\in\{-2;-1;0;1\}\cup\{5;6;...;145\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 145 nghiệm nguyên.

Câu 143. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{\log_2\left(x^3\right)-\log_2^2(2x)+13}{1+\sqrt{8+(\sqrt{2})^{x-2}}}\ge 0$ là

A. 16. **B.** 8. **C.** 36. **D.** 136.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ 8+(\sqrt{2})^{x-2}\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x>0$.

Với điều kiện suy ra bất phương trình: $\dfrac{\log_2\left(x^3\right)-\log_2^2(2x)+13}{1+\sqrt{8+(\sqrt{2})^{x-2}}}\ge 0$

$\Leftrightarrow 3\log_2 x-\left(1+\log_2 x\right)^2+13\ge 0 \Leftrightarrow -\left(\log_2 x\right)^2+\log_2 x+12\ge 0 \Leftrightarrow -3\le \log_2 x\le 4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{8}\le x\le 16$

(thoả mãn).

Vi $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1;2;3;\ldots;16\}$.

Do đó tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là $1+2+3+\ldots+16=136$.

Câu 144. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-65.2^x+64\right)\left[2-\log_3(x+3)\right]\ge 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x+3>0 \Leftrightarrow x>-3$.

Ta có: $\left(4^x-65.2^x+64\right)\left[2-\log_3(x+3)\right]\ge 0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}4^x-65.2^x+64>0\\2-\log_3(x+3)>0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}4^x-65.2^x+64<0\\2-\log_3(x+3)<0\end{array}\right.\\4^x-65.2^x+64=0\\2-\log_3(x+3)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}2^x<1\\2^x>64\end{array}\right.\\\log_3(x+3)<2\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}1<2^x<64\\\log_3(x+3)>2\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^x=64\end{array}\right.\\\log_3(x+3)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x<0\\x>6\end{array}\right.\\x<6\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}0<x<6\\x>6\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=6\end{array}\right.\\x=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x=0\\x=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 0\\x=6\end{array}\right..$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-3;0]\cup\{6\}$. Do đó có tất cả 4 số nguyên thoả mãn.

Câu 145. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left[1-\log_3(x+7)\right]\sqrt{2.4^{x+1}-17.2^x+2}\ge 0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l}x+7>0\\2.4^{x+1}-17.2^x+2\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+7>0\\8.2^{2x}-17.2^x+2\ge 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+7>0\\(2^x-2)(8.2^x-1)\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-7<x\le -3\\x\ge 1\end{array}\right.$ (*).

Nếu $2.4^{x+1}-17.2^x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$ (thỏa mãn (*)).

Trường hợp này bất phương trình có nghiệm $x\in\{-3;1\}$.

Nếu $2.4^{x+1}-17.2^x+2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\x>1\end{array}\right.$.

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 1-\log_3(x+7)\ge 0\Leftrightarrow \log_3(x+7)\le 1\Leftrightarrow -7<x\le -4$.

Do $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-6;-5;-4\}$.

Vậy cả 2 trường hợp ta được: $x\in\{-6;-5;-4;-3;-1\}$.

Câu 146. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(4.3^x+2^x-6^x-4)\left[\log(x+2)-2\right]\ge 0$ là

A. 97. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-2$.

$(4.3^x+2^x-6^x-4)\left[\log(x+2)-2\right]\ge 0$

$\Leftrightarrow\left[4(3^x-1)-2^x(3^x-1)\right]\left[\log(x+2)-2\right]\ge 0$

$\Leftrightarrow(3^x-1)(4-2^x)\left[\log(x+2)-2\right]\ge 0\quad(1)$

x	-2		0		2		98		$+\infty$
3^x-1		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$4-2^x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$log(x+2)-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$VT(1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ BXD ta có: $\left(3^x-1\right)\left(4-2^x\right)\left[\log(x+2)-2\right]\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-2;0]\cup[2;98]$.

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-1;0;2;3;4;...;97;98\}$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 99.

Câu 147. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0$?

A. 28. **B.** 27. **C.** Vô số. **D.** 26.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-31$.

$$\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\geq 0\\ 32-2^{x-1}\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\leq 0\\ 32-2^{x-1}\leq 0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_2\left(x^2+1\right)\geq\log_2\left(x+31\right)\\ 2^{x-1}\leq 32\end{cases}\\ \begin{cases}\log_2\left(x^2+1\right)\leq\log_2\left(x+31\right)\\ 2^{x-1}\geq 32\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+1\geq x+31\\ x-1\leq 5\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+1\leq x+31\\ x-1\geq 5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq -5\\ x\geq 6\end{array}\right.\\ x\leq 6\end{cases}\\ \begin{cases}-5\leq x\leq 6\\ x\geq 6\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x\leq -5\\ x=6\end{array}\right.\\ x=6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\leq -5\\ x=6\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l}-31<x\leq -5\\ x=6\end{array}\right.$. Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-30;-29;...;-4;-5;6\}$.

Vậy có 27 số nguyên x thỏa mãn đề bài.

Câu 148. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(3^{x^2-1}-27^{x+1}\right)\left(\log_3(x+8)-2\right)\leq 0$ là:

A. 11.
B. 12.
C. 6.
D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(3^{x^2-1}-27^{x+1}\right)\left(\log_3(x+8)-2\right)\leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2-1}-27^{x+1}\geq 0\\ \log_3(x+8)-2\leq 0\end{cases} \vee \begin{cases}3^{x^2-1}-27^{x+1}\leq 0\\ \log_3(x+8)-2\geq 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-1} \ge 3^{3x+3} \\ \log_3(x+8) \le 2 \end{cases} \vee \begin{cases} 3^{x^2-1} \le 3^{3x+3} \\ \log_3(x+8) \ge 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1 \ge 3x+3 \\ x+8 \le 9 \\ x+8 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2-1 \le 3x+3 \\ x+8 \ge 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-4 \ge 0 \\ x \le 1 \\ x > -8 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2-3x-4 \le 0 \\ x \ge 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le -1 \vee x \ge 4 \\ -8 < x \le 1 \end{cases} \vee \begin{cases} -1 \le x \le 4 \\ x \ge 1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow -8 < x \le -1 \vee 1 \le x \le 4$

Mà $x \in \mathbb{Z}$

Nên $S = \{-7;-6;\ldots;-1;1;2;3;4\}$

Bất phương trình có 11 nghiệm nguyên.

Câu 149. Tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của bất phương trình $\left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}\left(-1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} \ge -\frac{2}{3}x-6$ là

A. 21. **B.** 45. **C.** 55. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x+9>0$.

Ta có, $\left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}\left(-1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} \ge -\frac{2}{3}x-6$

$$\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}\left(\frac{9}{1+\sqrt{10}}\right)^{\log_3(x+9)} \ge -\frac{2}{3}(x+9)$$

$$\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} - \frac{5}{3}\frac{(x+9)^2}{\left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)}} \ge -\frac{2}{3}(x+9)$$

$$\Leftrightarrow 3\left(1+\sqrt{10}\right)^{2\log_3(x+9)} - 5(x+9)^2 \ge -2(x+9)\left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} \quad \left(\text{do } \left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} > 0\right)$$

$$\Leftrightarrow 3\left(1+\sqrt{10}\right)^{2\log_3(x+9)} + 2(x+9)\left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} - 5(x+9)^2 \ge 0.$$

Đặt $t = \left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} > 0$.

Ta có BPT trở thành $3t^2+2(x+9)t-5(x+9)^2 \ge 0 \Leftrightarrow \left[t-(x+9)\right]\left[3t+5(x+9)\right] \ge 0$

$$\Leftrightarrow t-(x+9) \ge 0 \quad \left(\text{vì } \begin{cases} t>0 \\ x+9>0 \end{cases}\right)$$

$\Leftrightarrow t \ge x+9$.

Khi đó, $t = \left(1+\sqrt{10}\right)^{\log_3(x+9)} \ge x+9 \Leftrightarrow \log_3\left(1+\sqrt{10}\right).\log_3(x+9) \ge \log_3(x+9)$

$\Leftrightarrow \log_3(x+9)\left[\log_3\left(1+\sqrt{10}\right)-1\right] \ge 0 \Leftrightarrow \log_3(x+9) \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -8$ mà $x \in [-10;10], x \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow x \in \{-8;-7;\ldots;0;1;2;\ldots;8,9,10\}$.

Vậy tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của bất phương trình đã cho là 19.

Câu 150. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(7^x-49\right)\left(\log_3^2 x-7\log_3 x+6\right)<0$?

A. 728. **B.** 726. **C.** 725. **D.** 729.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Có $7^x-49=0 \Leftrightarrow x=2$

$$\log_3^2 x-7\log_3 x+6=0 \Leftrightarrow \left(\log_3 x-1\right)\left(\log_3 x-6\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=3^6=729 \end{array}\right..$$

Xét dấu:

x	0		2		3		729
VT	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Từ bảng xét dấu $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x<2 \\ 3<x<729 \end{array}\right.$.

Vậy ta có 726 số thỏa mãn. **Chọn B**

Câu 151. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^x-27\right)\left(\log_3^2 x-7\log_3 x+10\right)<0$?

A. 242. **B.** 235. **C.** 233. **D.** 238.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$

TH1: $\left\{\begin{array}{l} 3^x-27>0 \\ \log_3^2 x-7\log_3 x+10<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3^x>27 \\ 2<\log_3 x<5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>3 \\ 9<x<243 \end{array}\right. \Leftrightarrow 9<x<243$

Mà x nguyên nên $x\in\{10;11;...;242\} \Rightarrow$ có 233 số nguyên x.

TH2 : $\left\{\begin{array}{l} 3^x-27<0 \\ \log_3^2 x-7\log_3 x+10>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3^x<27 \\ \left[\begin{array}{l} \log_3 x>5 \\ \log_3 x<2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x<3 \\ \left[\begin{array}{l} x>243 \\ x<9 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow x<3$ mà $x>0$ nên $0<x<3$

Vì x nguyên nên $x\in\{1;2\} \Rightarrow$ có 2 nguyên x.

Vậy tất cả có 235 số nguyên x thỏa mãn bài ra.

Câu 152. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^x-16\right)\left(\log_3^2 x-9\log_3 x+18\right)<0$?

A. 704. **B.** 701. **C.** 707. **D.** 728.

Lời giải

Cách 1:

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\left(2^x-16\right)\left(\log_3^2 x-9\log_3 x+18\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x<16,\ \log_3^2 x-9\log_3 x+18>0 \\ 2^x>16,\ \log_3^2 x-9\log_3 x+18<0 \end{array}\right..$

TH1. $2^x<16,\ \log_3^2 x-9\log_3 x+18>0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x<4 \\ \log_3 x<3 \end{array}\right.$ hoặc $\left\{\begin{array}{l} x<4 \\ \log_3 x>6 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<4 \\ 0<x<27 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x<4 \\ x>3^6 \end{cases}$.

TH này có 3 số thỏa mãn.

TH2. $2^x>16, \log_3^2 x-9\log_3 x+18<0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ 3<\log_3 x<6 \end{cases} \Leftrightarrow 27<x<729$

TH này có 701 số thỏa mãn.

Vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

Cách 2:

Điều kiện: $x>0$.

$\left(2^x-16\right)\left(\log_3^2 x-9\log_3 x+18\right)<0 \Leftrightarrow \left(2^x-16\right)\left(\log_3 x-6\right)\left(\log_3 x-3\right)<0$ (*)

Ta có $\left(2^x-16\right)\left(\log_3 x-6\right)\left(\log_3 x-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x-16=0 \\ \log_3 x-6=0 \\ \log_3 x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=729 \\ x=27 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu vế trái của (*)

x	0		4		27		729		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra (*) có tập nghiệm $S=(0;4)\cup(27;729)$.

Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{1;2;3;28;29;...;728\}$, vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

Câu 153. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(5^x-125\right)\left(\log_3^2 x-8\log_3 x+15\right)<0$?

A. 242. **B.** 217. **C.** 220. **D.** 215.

Lời giải

ĐK: $x>0$.

Ta có: $\left(5^x-125\right)\left(\log_3^2 x-8\log_3 x+15\right)<0$.

$\Leftrightarrow \left(5^x-5^3\right)\left(\log_3 x-3\right)\left(\log_3 x-5\right)<0$.

$\Leftrightarrow \left(5^x-5^3\right)\left(\log_3 x-\log_3 27\right)\left(\log_3 x-\log_3 243\right)<0$.

$\Leftrightarrow (x-3)(x-27)(x-243)<0$.

Kết hợp với điều kiện ta có bảng xét dấu:

x	0		3		27		243		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x<3 \\ 27<x<243 \end{array}\right.$.

Nên số nghiệm nguyên là 217.

Câu 154. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(\log_{2023}\left(x^2+2\right)-\log_{2023}(x+14)\right)\left(729-3^{x-1}\right)\ge 0$

A. Vô số

B. 16.

C. 17.

D. 15.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x+14>0 \Leftrightarrow x>-14$

Xét phương trình:

$\log_{2023}\left(x^2+2\right)-\log_{2023}(x+14)=0 \Leftrightarrow \log_{2023}\left(x^2+2\right)=\log_{2023}(x+14)$

$\Leftrightarrow x^2+2=x+14 \Leftrightarrow x^2-x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-3 \end{array}\right.$

$729-3^{x-1}=0 \Leftrightarrow 3^{x-1}=3^6 \Leftrightarrow x-1=6 \Leftrightarrow x=7$

Lập trục xét dấu vế trái của bất phương trình:

x	-14		-3		4		7		$+\infty$
VT		+	0	-	0	+	0	-	

Nghiệm của bất phương trình: $x \in (-14;-3] \cup [4;7]$

Do $x \in Z$ nên $x \in \{-13,\ldots,-3,4,\ldots,7\}$. Có 15 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 155. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n)=\dfrac{1}{1+49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A. 202. **B.** 203. **C.** 206. **D.** 207.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra ta có $\dfrac{1}{1+49e^{-0,015n}}>0,3$

$\Leftrightarrow 1+49e^{-0,015n}<\dfrac{10}{3}$

$\Leftrightarrow e^{-0,015n}<\dfrac{7}{147}$

$\Leftrightarrow -0,015n<\ln\dfrac{7}{147}$

$\Leftrightarrow n>-\dfrac{1}{0,015}\ln\dfrac{7}{147}\approx 202,97$.

Vậy ít nhất 203 lần quảng cáo.

Câu 156. Một ngân hàng X, quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n)=A(1+8\%)$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng B phải gửi vào ngân hàng X là bao nhiêu để sau ba năm khách hàng đó rút ra được lớn hơn 850 triệu đồng (Kết quả làm tròn đến hàng triệu)?.

A. 675 triệu đồng. **B.** 676 triệu đồng.
C. 677 triệu đồng. **D.** 674 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(n)=A(1+8\%)^n$.

Sau 3 năm số tiền khách hàng rút về lớn hơn 850 triệu đồng là:

$850<A(1+8\%)^3 \Leftrightarrow A>\dfrac{850}{(1+8\%)^3}\approx 674,8$.

Vậy số tiền ít nhất mà khách hàng B phải gửi vào ngân hàng X là 675 triệu đồng.

Câu 157. Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất $1,85\%$ một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

A. 16 quý. **B.** 20 quý. **C.** 19 quý. **D.** 15 quý.

Lời giải

Bài toán lãi kép:

Kí hiệu số tiền gửi ban đầu là A, lãi suất một kì hạn là $r\%$ thì số tiền cả gốc và lãi có được sau n kì hạn là $S_n = A.(1+r\%)^n$.

Anh Bảo nhận được số tiền ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn và lãi nên ta có:

$27(1+1,85\%)^n \geq 36 \Leftrightarrow n \geq 15.693$.

Vậy thời gian tối thiểu để anh Bảo nhận được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi là 16 quý.

Câu 158. Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

A. 36 tháng. **B.** 38 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 40 tháng.

Lời giải

Gọi A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, T là số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n tháng. Ta có $T = A(1+r)^n$.

Theo đề $T = 50.(1,005)^n > 60 \Leftrightarrow n > \log_{1,005}\frac{6}{5} \approx 36,6$.

Vậy sau ít nhất 37 tháng thì ông A thu được số tiền cả gốc lẫn lãi hơn 60 triệu.

Câu 159. Một người gửi 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó nhận được số tiền nhiều hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 9 năm. **B.** 10 năm. **C.** 11 năm. **D.** 12 năm.

Lời giải

Kí hiệu số tiền gửi ban đầu là A, lãi suất một kì hạn là m thì số tiền cả gốc và lãi có được sau n kì hạn là $A.(1+m)^n$.

Do đó, số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được sau n năm là $300.1,07^n$ triệu đồng.

Số tiền cả gốc và lãi nhận được nhiều hơn 600 triệu đồng

$\Leftrightarrow 300.1,07^n > 600 \Leftrightarrow n > \log_{1,07} 2 \approx 10,245$.

Vậy sau ít nhất 11 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi.

Câu 160. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,58\%$ một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?

A. 21 tháng. **B.** 24 tháng. **C.** 22 tháng. **D.** 30 tháng.

Lời giải

Chọn A

Theo hình thức lãi kép, sau n tháng tổng số tiền cả gốc lẫn lãi mà người đó nhận được trong tài khoản là $A = 200(1+0,58\%)^n = 200.(1,0058)^n$ (triệu đồng).

Theo bài ra thì : $A \geq 225 \Leftrightarrow 200.1,0058^n \geq 225 \Leftrightarrow 1,0058^n \geq \frac{9}{8}$.

$\Leftrightarrow n \ge \log_{1,0058}\dfrac{9}{8} \approx 20,37$.

Vì ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn nên phải sau ít nhất 21 tháng người đó mới có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản.

Câu 161. Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

A. 8 (năm). **B.** 9 (năm). **C.** 10 (năm). **D.** 11 (năm).

Lời giải

Chọn B

Số tiền người đó nhận được sau n năm là $A = 200.1,05^n$ (triệu đồng)

Để nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng $\Rightarrow A = 200.1,05^n > 300$

$\Rightarrow 1,05^n > 1,5 \Leftrightarrow n > \log_{1,05}1,5 \Leftrightarrow n > 8,3$ (năm).

Vậy sau ít nhất 9 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

Câu 162. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha ?

A. Năm 2028. **B.** Năm 2047. **C.** Năm 2027. **D.** Năm 2046.

Lời giải

Chọn A.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2019+1$ là $600(1+6\%)^1$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2019+2$ là $600(1+6\%)^2$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2019+n$ là $600(1+6\%)^n$.

Ta có $600(1+6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow (1+6\%)^n > \dfrac{5}{3} \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)}\dfrac{5}{3} \approx 8,76$

Như vậy kể từ năm 2019 thì năm 2028 là năm đầu tiên diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha.

Câu 163. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh *A* là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh *A* có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

A. 2043. **B.** 2025. **C.** 2024. **D.** 2042.

Lời giải

Chọn B

Ta có sau n năm thì diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là: $1000.(1+0.06)^n$

Khi đó, $1000.(1+0.06)^n > 1400 \Rightarrow 1.06^n > 1.4 \Rightarrow n > 5.774$.

Vậy vào năm 2025 thì diện tích rừng trong mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

Câu 164. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2028. **C.** Năm 2048. **D.** Năm 2049.

Lời giải

Chọn A

Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước nên sau n (năm) diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800.(1+6\%)^n$ với $n \in \mathbb{N}$.

Ta có $800.(1+6\%)^n \geq 1400 \Leftrightarrow 1,06^n \geq \frac{7}{4} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,06} \frac{7}{4} \approx 9,60402$.

Vì $n \in \mathbb{N}$ nên giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là $n = 10$.

Vậy: kể từ sau năm 2019, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$ là năm 2029.

Câu 165. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm **B.** 12 năm **C.** 13 năm **D.** 10 năm

Lời giải

Chọn B

Gọi x số tiền gửi ban đầu.

Theo giả thiết $2x = x\left(1+\frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow 2 = \left(1+\frac{6,1}{100}\right)^N$

$\Leftrightarrow 2 = \left(1+\frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow N = \log_{(1,061)} 2 \approx 11,7$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó thu được số tiền thỏa yêu cầu.