

BÀI 3. CẤP SỐ NHÂN

- CHƯƠNG 2. DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

- A. 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ... B. 2; 22; 222; 2222; ...
C. x ; $2x$; $3x$; $4x$; ... D. 1; $-x^2$; x^4 ; $-x^6$; ...

Lời giải

Chọn D.

Dãy số : 1; $-x^2$; x^4 ; $-x^6$; ... là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$; công bội $q = -x^2$.

Câu 2. Xác định x để 3 số $x-2$; $x+1$; $3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A. Không có giá trị nào của x . B. $x = \pm 1$.
C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn A.

Ba số $x-2$; $x+1$; $3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow (x-2)(3-x) = (x+1)^2$
 $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 7 = 0$ (Phương trình vô nghiệm)

Câu 3. Xác định x để 3 số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A. $x = \pm \frac{1}{3}$. B. $x = \pm \sqrt{3}$.
C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. Không có giá trị nào của x .

Lời giải

Chọn C.

Ba số: $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2$
 $\Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 4. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = n^2 + n + 1$. B. $u_n = (n+2) \cdot 3^n$.
C. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{6}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ D. $u_n = (-4)^{2n+1}$.

Lời giải

Chọn đáp án D

A. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2 + 3n + 3}{n^2 + n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, không phải là hằng số. Vậy (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+3) \cdot 3^{n+1}}{(n+2) \cdot 3^n} = \frac{3(n+3)}{n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, không phải là hằng số. Vậy (u_n) không phải là cấp số nhân.

C. Từ công thức truy hồi của dãy số, suy ra $u_1 = 2; u_2 = 3; u_3 = 2; u_4 = 3; \dots$

Vì $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ nên (u_n) không phải là cấp số nhân.

D. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-4)^{2(n+1)+1}}{(-4)^{2n+1}} = 16, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là một cấp số nhân.

Câu 5. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

Lời giải

(u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = qu_n \longrightarrow$ Chọn B.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. $u_1; u_3; u_5; \dots$ B. $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$
- C. $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ D. $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

Lời giải

Giả sử (u_n) là cấp số nhân công bội q , thì

Dãy $u_1; u_3; u_5; \dots$ là cấp số nhân công bội q^2 .

Dãy $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$ là cấp số nhân công bội $2q$.

Dãy $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ là cấp số nhân công bội $\frac{1}{q}$.

Dãy $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$ không phải là cấp số nhân. Chọn D.

Câu 7. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. 128; -64; 32; -16; 8; ... B. $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots$
- C. 5; 6; 7; 8; ... D. $15; 5; 1; \frac{1}{5}; \dots$

Lời giải

Xét đáp án: 128; -64; 32; -16; 8; ... $\longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{2} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3}$.

Câu 8. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?

- A. 2; 4; 8; 16; ... B. 1; -1; 1; -1; ...
- C. $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots$ D. $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$.

Lời giải

Xét đáp án: $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = 4 \neq \frac{9}{4} = \frac{u_3}{u_2}$.

Câu 9. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A. $1; 2; 4; 8; \dots$ B. $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$
 C. $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$ D. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

Lời giải

Xét đáp án $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{\pi} \neq \frac{1}{\pi^2} = \frac{u_3}{u_2}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $-2; 10; 50; -250$. B. $-2; 10; -50; 250$.
 C. $-2; -10; -50; -250$. D. $-2; 10; 50; 250$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_2 = u_1 q = 10 \\ u_3 = u_2 q = -50 \\ u_4 = u_3 q = 250 \end{cases}$$

Câu 11. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. B. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. C. $u_n = n + \frac{1}{3}$. D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Lời giải

Dãy $u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ là cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 12. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = 7 - 3n$. B. $u_n = 7 - 3^n$. C. $u_n = \frac{7}{3n}$. D. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Lời giải

Dãy $u_n = 7 \cdot 3^n$ là cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 = 21 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 13. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
 B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.
 C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Lời giải

Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Ví dụ dãy $-5; -2; 1; 3; \dots$ là dãy số có $d = 3 > 0$ nhưng không phải là dãy số dương.

Câu 14. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = (-1)^n n$. B. $u_n = n^2$. C. $u_n = 2^n$. D. $u_n = \frac{n}{3^n}$.

Lời giải

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n) \text{ là cấp số nhân có công bội bằng } 2.$$

Câu 15. Xác định x dương để $2x-3; x; 2x+3$ lập thành cấp số nhân.

- A. $x=3$. B. $x=\sqrt{3}$.
C. $x=\pm\sqrt{3}$. D. không có giá trị nào của x .

Lời giải

$2x-3; x; 2x+3$ lập thành cấp số nhân

$$\Leftrightarrow x^2 = (2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Vì x dương nên $x = \sqrt{3}$.

Câu 16. Tìm x để các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $x=14$. B. $x=32$. C. $x=64$. D. $x=68$.

Lời giải

Cấp số nhân $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó sẽ là $u_1; u_2; u_3; u_4$, ta có

$$\begin{cases} \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} \\ \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8}{2} = \frac{x}{8} \\ \frac{128}{x} = \frac{x}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=32 \\ x^2=1024 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=32 \\ x=32 \text{ hoặc } x=-32 \end{cases} \Leftrightarrow x=32.$$

Câu 17. Với giá trị x nào dưới đây thì các số $-4; x; -9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

- A. $x=36$. B. $x=-\frac{13}{2}$. C. $x=6$. D. $x=-36$.

Lời giải

Cấp số nhân: q .

Nhận xét: ba số $a; b; c$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow ac = b^2$.

Câu 18. Tìm $b > 0$ để các số $\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $b=-1$. B. $b=1$. C. $b=2$. D. $b=-2$.

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân } \frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{b})^2 \Leftrightarrow b=1.$$

Câu 19. Tìm x để ba số $1+x; 9+x; 33+x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $x=1$. B. $x=3$. C. $x=7$. D. $x=3; x=7$.

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân } 1+x; 9+x; 33+x \longrightarrow (1+x)(33+x) = (9+x)^2 \Leftrightarrow x=3.$$

Câu 20. Với giá trị x, y nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là $-2; x; -18; y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân?

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân: } -2; x; -18; y \longrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} = \frac{-18}{x} \\ \frac{-18}{x} = \frac{y}{-18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ y = \frac{324}{x} = \pm 54 \end{cases} \cdot \text{Vậy}$$

$$(x; y) = (6; 54) \text{ hoặc } (x; y) = (-6; -54).$$

Câu 21. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $x; 12; y; 192$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x = 1; y = 144$.

B. $x = 2; y = 72$.

C. $x = 3; y = 48$.

D. $x = 4; y = 36$.

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân: } x; 12; y; 192 \longrightarrow \begin{cases} \frac{12}{x} = \frac{y}{12} \\ \frac{y}{12} = \frac{192}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{144}{y} \\ y^2 = 2304 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 48 \end{cases}$$

Câu 22. Thêm hai số thực dương x và y vào giữa hai số 5 và 320 để được bốn số 5; x ; y ; 320 theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} x = 25 \\ y = 125 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 15 \\ y = 45 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 30 \\ y = 90 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân: } 5; x; y; 320 \longrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ q = \frac{x}{5} \\ y = u_3 = u_1 q^2 = \frac{x^2}{5} \\ 320 = u_4 = u_1 q^3 = \frac{x^3}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$$

Câu 23. Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là $x-6; x$ và y . Tìm y , biết rằng công bội của cấp số nhân là 6.

A. $y = 216$.

B. $y = \frac{216}{5}$.

C. $y = \frac{1296}{5}$.

D. $y = 12$.

Lời giải

Cấp số nhân $x-6; x$ và y có công bội $q = 6$ nên ta có

$$\begin{cases} u_1 = x-6, q = 6 \\ x = u_2 = u_1 q = 6(x-6) \\ y = u_3 = u_2 q = 6x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{36}{5} \\ y = 6 \cdot \frac{36}{5} = \frac{216}{5} \end{cases}$$

Câu 24. Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là $2x+1$ và $4x^2-1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là:

A. $2x-1$.

B. $2x+1$.

C. $8x^3-4x^2-2x+1$.

D. $8x^3+4x^2-2x-1$.

Lời giải

Công bội của cấp số nhân là: $q = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} = 2x - 1$. Vậy số hạng thứ ba của cấp số nhân là:
 $(4x^2 - 1)(2x - 1) = 8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$.

Câu 25. Cho dãy số: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Dãy số này không phải là cấp số nhân. B. Số hạng tổng quát $u_n = 1^n = 1$.
 C. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1, q = -1$. D. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^{2n}$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có $1 = -1(-1)$; $-1 = 1(-1)$. Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1 = -1$; $q = -1$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

- A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -18$.

Lời giải

Số hạng u_2 là: $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$. B. $u_5 = -\frac{16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases} \longrightarrow u_5 = u_1 q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -3 \cdot \frac{16}{81} = -\frac{16}{27}.$$

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 81$ và $u_{n+1} = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $q = \frac{1}{9}$. B. $q = 9$. C. $q = -9$. D. $q = -\frac{1}{9}$.

Lời giải

$$\text{Công bội } q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}.$$

Câu 29. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $u_7 = u_4 \cdot q^3$. B. $u_7 = u_4 \cdot q^4$. C. $u_7 = u_4 \cdot q^5$. D. $u_7 = u_4 \cdot q^6$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_4 = u_1 q^3 \\ u_7 = u_1 q^6 \end{cases} \longrightarrow u_7 = (u_1 q^3) \cdot q^3 = u_4 \cdot q^3.$$

Câu 30. Cho cấp số nhân $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096}$. Hỏi số $\frac{1}{4096}$ là số hạng thứ mấy trong cấp số nhân đã cho?

- A. 11. B. 12. C. 10. D. 13.

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân: } \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^n}.$$

$$u_n = \frac{1}{4096} \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{12}} \Leftrightarrow n = 12.$$

Câu 31. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (u_n) không phải là cấp số nhân.
 B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.
 C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.
 D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Lời giải

$$u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n \text{ là cấp số nhân công bội } q = 5 \text{ và } u_1 = \frac{15}{2}.$$

Câu 32. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}$. B. $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$. C. $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ba}$. D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } ac = b^2 \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}.$$

Câu 33. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_n = 3^{n-1}$. B. $u_n = 3^n$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3 + 3^n$.

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân } 3; 9; 27; 81; \dots \longrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = \frac{9}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n.$$

Câu 34. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- A. $q = 3$. B. $q = -3$. C. $q = 2$. D. $q = -2$.

Lời giải

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \longrightarrow 486 = u_6 = u_1 q^5 = 2q^5 \Leftrightarrow q^5 = 243 \Leftrightarrow q = 3.$$

Câu 35. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_6 = 130$. B. $u_5 = 256$. C. $S_5 = 256$. D. $q = -4$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = -8 = u_1 q = 2q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -4 \\ S_5 = u_1 \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 2 \cdot \frac{1-(-4)^5}{1+4} = 410. \\ S_6 = 2 \cdot \frac{1-(-4)^6}{1+4} = -1638 \\ u_5 = u_1 q^4 = 2 \cdot (-4)^4 = 512. \end{cases}$$

Câu 36. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 5. B. Số hạng thứ 6.
C. Số hạng thứ 7. D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải

$$192 = u_n = u_1 q^{n-1} = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-1)^{n-1} \cdot 2^{n-1} = 64 = (-1)^6 \cdot 2^6 \Leftrightarrow n = 7.$$

Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 103. B. Số hạng thứ 104.
C. Số hạng thứ 105. D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải

$$\frac{1}{10^{103}} = u_n = u_1 q^{n-1} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} n \text{ chẵn} \\ n-1 = 103 \end{cases} \Leftrightarrow n = 104.$$

Câu 38. Một dãy số được xác định bởi $u_1 = -4$ và $u_n = -\frac{1}{2}u_{n-1}$, $n \geq 2$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số đó là:

- A. $u_n = 2^{n-1}$. B. $u_n = (-2)^{n-1}$. C. $u_n = -4(2^{-n+1})$. D. $u_n = -4\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -4 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = -4 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 q^{n-1} = -4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Câu 39. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = -1025$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = 1023$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ q = -2 \end{cases} \longrightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = -3 \cdot \frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)} = 1023.$$

Câu 40. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_n = 4^{n-1}$. B. $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$. C. $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. D. $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Lời giải

$$\text{Cấp số nhân đã cho có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 4 \end{cases} \longrightarrow S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-4^n}{1-4} = \frac{4^n-1}{3}.$$

Câu 41. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048$. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

- A. $S = 2047,75$. B. $S = 2049,75$. C. $S = 4095,75$. D. $S = 4096,75$.

Lời giải

Cấp số nhân đã cho có

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{4} \\ q = 2 \end{cases} \longrightarrow 2048 = 2^{11} = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{4} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-3} \Leftrightarrow n = 14.$$

Vậy cấp số nhân đã cho có tất cả 14 số hạng. Vậy

$$S_{14} = u_1 \cdot \frac{1-q^{14}}{1-q} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1-2^{14}}{1-2} = 4095,75.$$

Câu 42. Tính tổng $S = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots + (-2)^{n-1} + (-2)^n$ với $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

- A. $S = 2n$. B. $S = 2^n$. C. $S = \frac{-2(1-2^n)}{1-2}$. D. $S = -2 \cdot \frac{1-(-2)^n}{3}$.

Lời giải

Các số hạng $-2; 4; -8; 16; -32; 64; \dots; (-2)^{n-1}; (-2)^n$ trong tổng S gồm có n số hạng theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân có $u_1 = -2, q = -2$. Vậy

$$S = S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = -2 \cdot \frac{1-(-2)^n}{1-(-2)} = -2 \cdot \frac{1-(-2)^n}{3}.$$

Câu 43. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -6$ và $q = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm n .

- A. $n = 9$. B. $n = 10$. C. $n = 11$. D. $n = 12$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2046 = S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = -6 \cdot \frac{1-(-2)^n}{1-(-2)} = 2 \left((-2)^n - 1 \right) \Rightarrow (-2)^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10.$$

Câu 44. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$ và $u_6 = -486$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho, biết rằng $u_3 > 0$.

- A. $q = -3$. B. $q = -\frac{1}{3}$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = 3$.

Lời giải

$$\begin{cases} -6 = u_2 = u_1 q \\ -486 = u_6 = u_1 q^5 = u_1 q \cdot q^4 = -6 \cdot q^4 \end{cases} \Rightarrow q^4 = 81 = 3^4 \Rightarrow q = 3.$$

Câu 45. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $u_n = 2^{n-1}$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = 2^{n+1}$. D. $u_n = 2n$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} 4 = u_2 = u_1 q \\ 64 = u_6 = u_1 q^5 = u_1 q \cdot q^4 = 4q^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 q^{n-1} = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n.$$

Câu 46. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. **B.** $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.
C. $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 999 \dots 9$ **D.** $S = \frac{10^n - 1}{9}$.

Lời giải

$$u_k = u_1 \cdot q^{k-1}.$$

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A.** $u_m = u_k \cdot q^k$. **B.** $u_m = u_k \cdot q^m$. **C.** $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. **D.** $u_m = u_k \cdot q^{m+k}$.

Lời giải

$$u_k = u_1 q^{k-1} \longrightarrow u_m = u_1 q^{m-1} = (u_1 q^{k-1}) \cdot q^{m-k} = u_k q^{m-k}.$$

Câu 48. Cho một cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A.** $u_1 u_{15} = u_2 u_{14}$. **B.** $u_1 u_{15} = u_5 u_{11}$. **C.** $u_1 u_{15} = u_6 u_9$. **D.** $u_1 u_{15} = u_{12} u_4$.

Lời giải

$$u_1 u_{15} = u_1 u_1 q^{14} = (u_1 q^{m-1}) \cdot (u_1 q^{n-1}) = u_m u_n \text{ với } m + n = 16.$$

Câu 49. Cho một cấp số nhân có n số hạng ($n > k > 55$). Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.** $u_1 u_n = u_2 u_{n-1}$. **B.** $u_1 u_n = u_5 u_{n-4}$. **C.** $u_1 u_n = u_{55} u_{n-55}$. **D.** $u_1 u_n = u_k u_{n-k+1}$.

Lời giải

$$u_1 u_n = u_1 u_1 q^{n-1} = (u_1 q^{k-1}) \cdot (u_1 q^{n-1}) = u_k u_m \text{ với } k + m = n + 1.$$

Câu 50. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) có $u_4 - u_2 = 54$ và $u_5 - u_3 = 108$.

- A.** $u_1 = 3$ và $q = 2$. **B.** $u_1 = 9$ và $q = 2$. **C.** $u_1 = 9$ và $q = -2$. **D.** $u_1 = 3$ và $q = -2$.

Lời giải

Gọi số hạng đầu của cấp số nhân là u_1 và công bội là q .

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^3 - u_1 \cdot q = 54 \\ u_1 \cdot q^4 - u_1 \cdot q^2 = 108 \end{cases} \Rightarrow \frac{q(q^2 - 1)}{q^2(q^2 - 1)} = \frac{54}{108} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow q = 2.$$

$$\text{Với } q = 2, \text{ ta có } 8u_1 - 2u_1 = 54 \Leftrightarrow 6u_1 = 54 \Leftrightarrow u_1 = 9.$$

Câu 51. Cho cấp số nhân $(u_n); u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A.** 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 1 \cdot 2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11.$$

Câu 52. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 12$, $\frac{u_3}{u_8} = 243$. Tìm u_9 .

- A.** $u_9 = \frac{2}{2187}$. **B.** $u_9 = \frac{4}{6563}$. **C.** $u_9 = 78732$. **D.** $u_9 = \frac{4}{2187}$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 q^2, u_8 = u_1 q^7 \Rightarrow \frac{u_3}{u_8} = \frac{1}{q^5} = 243 \Rightarrow q = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } u_9 = u_1 q^8 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}.$$

Câu 53. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$ với $n = 1, 2, \dots$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó?

- A. $u_1 = 5, q = 4$. B. $u_1 = 5, q = 6$. C. $u_1 = 4, q = 5$. D. $u_1 = 6, q = 5$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = S_1 = 5 - 1 = 4 \\ u_1 + u_2 = S_2 = 5^2 - 1 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_2 = 24 - u_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4, q = \frac{u_2}{u_1} = 5.$$

Câu 54. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên.

- A. $u_1 = 9; q = 2$. B. $u_1 = 9; q = -2$. C. $u_1 = -9; q = -2$. D. $u_1 = -9; q = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2(q^2 - 1) = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}.$$

Vậy $u_1 = 9; q = 2$.

Câu 55. Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6, u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

- A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. B. $2^{12} - 1$. C. $3 \cdot 2^{12} - 1$. D. $3 \cdot 2^{12}$.

Lời giải

Gọi công bội của CSN bằng q . Suy ra $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$. Do CSN có các số hạng không âm nên $q = 2$.

$$\text{Ta có } S_{12} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{12}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2} = 3(2^{12} - 1).$$

Câu 56. Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{1}{3^n}$ có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công sai $q = \frac{1}{3}$.

$$\text{Do đó } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 57. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 2$, $a_{n+1} = -2a_n$, $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

- A. $\frac{2050}{3}$. B. 2046. C. -682. D. -2046.

Lời giải

Vì $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$ suy ra (a_n) là một cấp số nhân với $\begin{cases} a_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = -682.$$

Câu 58. Cho cấp số nhân $u_1 = -1$, $u_6 = 0,00001$. Khi đó q và số hạng tổng quát là?

- A. $q = \frac{1}{10}$, $u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$. B. $q = \frac{-1}{10}$, $u_n = -10^{n-1}$.
C. $q = \frac{-1}{10}$, $u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$. D. $q = \frac{1}{10}$, $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_6 = u_1 \cdot q^5 = 0,00001 \Leftrightarrow q^5 = \frac{-1}{10^5} \Leftrightarrow q = \frac{-1}{10}.$$

$$\Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}.$$

Câu 59. Cho cấp số nhân u_n có $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_5 = 16$. Tìm công bội q và số hạng đầu u_1 .

- A. $q = \frac{1}{2}$, $u_1 = \frac{1}{2}$. B. $q = -\frac{1}{2}$, $u_1 = -\frac{1}{2}$. C. $q = -4$, $u_1 = -\frac{1}{16}$. D. $q = 4$, $u_1 = \frac{1}{16}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_5 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \\ u_1 \cdot q^4 = 16 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}.$$

$$\text{Chia hai vế của (2) cho (1) ta được } q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{16}.$$

Câu 60. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048?

- A. $\frac{1365}{2}$. B. $\frac{5416}{2}$. C. $\frac{5461}{2}$. D. $\frac{21845}{2}$.

Lời giải

$$\text{Theo bài ra ta có } u_1 = \frac{1}{2}, u_4 = 32 \text{ và } u_n = 2048.$$

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Rightarrow q = 4$$

$$u_n = 2048 \Rightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 2048 \Rightarrow 4^{n-1} = 4^6 \Rightarrow n = 7$$

$$\text{Khi đó tổng của cấp số nhân này là } S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}(1-4^7)}{1-4} = \frac{5461}{2}.$$

Câu 61. Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = -2$, công bội $q = \frac{3}{4}$. Số $-\frac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức cấp số nhân } u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow -\frac{81}{128} = -2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \Leftrightarrow n = 5.$$

Câu 62. Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792. Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) ?

A. 5377.

B. 5737.

C. 3577.

D. 3775.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\Rightarrow 7 \cdot 2^{n-1} = 1792 \Leftrightarrow n = 9 \Rightarrow S_9 = 3577$$

Câu 63. Cho dãy số 4, 12, 36, 108, 324, ... Số hạng thứ 10 của dãy số đó là?

A. 73872.

B. 77832.

C. 72873.

D. 78732.

Lời giải

Xét dãy số 4, 12, 36, 108, 324, ... là cấp số nhân có $u_1 = 4$, $q = 3$.

$$\text{Số hạng thứ 10 của dãy số là } u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 4 \cdot 3^9 = 78732.$$

Câu 64. Tính tổng cấp số nhân lùi vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$ là.

A. -1.

B. $\frac{1}{2}$.C. $-\frac{1}{4}$.D. $-\frac{1}{3}$.**Lời giải**

Cấp số nhân có $u_1 = -\frac{1}{2}$ công bội $q = -\frac{1}{2}$ nên tổng của cấp số nhân lùi vô hạn là.

$$\lim S_n = \lim \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{u_1}{1-q} = -\frac{1}{3}$$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 65. Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

A. $x^2 + y^2 = 40$.B. $x^2 + y^2 = 25$.C. $x^2 + y^2 = 100$.D. $x^2 + y^2 = 10$.**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} (x+6y)+(8x+y)=2(5x+2y) \\ (x-1)(x-3y)=(y+2)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ (3y-1)(3y-3y)=(y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ 0=(y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=-2 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $x^2 + y^2 = 40$.

Câu 66. Ba số $x; y; z$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số $x; 2y; 3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q .

A. $q = \frac{1}{3}$. **B.** $q = \frac{1}{9}$. **C.** $q = -\frac{1}{3}$. **D.** $q = -3$.

Lời giải

$$\begin{cases} y=xq; z=xq^2 \\ x+3z=2(2y) \end{cases} \Rightarrow x+3xq^2=4xq \Rightarrow x(3q^2-4q+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 3q^2-4q+1=0 \end{cases}$$

Nếu $x=0 \Rightarrow y=z=0 \Rightarrow$ công sai của cấp số cộng: $x; 2y; 3z$ bằng 0 (vô lí).

$$\text{Nếu } 3q^2-4q+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} q=1 \\ q=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow q=\frac{1}{3} (q \neq 1).$$

Câu 67. Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q . Tìm q .

A. $q = 2$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = -\frac{3}{2}$. **D.** $q = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Giả sử ba số hạng $a; b; c$ lập thành cấp số cộng thỏa yêu cầu, khi đó $b; a; c$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân công bội q . Ta có

$$\begin{cases} a+c=2b \\ a=bq; c=bq^2 \end{cases} \Rightarrow bq+bq^2=2b \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ q^2+q-2=0 \end{cases}$$

Nếu $b=0 \Rightarrow a=b=c=0$ nên $a; b; c$ là cấp số cộng công sai $d=0$ (vô lí).

Nếu $q^2+q-2=0 \Leftrightarrow q=1$ hoặc $q=-2$. Nếu $q=1 \Rightarrow a=b=c$ (vô lí), do đó $q=-2$.

Câu 68. Cho Cấp số nhân có bốn số hạng: $-2; x; -18; y$. Hãy chọn kết quả đúng:

A. $x=-6; y=54$. **B.** $x=6; y=-54$.
C. $x=-6; y=-54$. **D.** $x=-10; y=-26$.

Lời giải:

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2=(-2)(-18)=36 \Rightarrow x=\pm 6 \\ xy=(-18)^2=324 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=54 \\ x=-6 \\ y=-54 \end{cases}$$

Câu 69. Tìm hai số x và y sao cho $x; 2x-3y; y$ theo thứ tự lập thành CSC, các số $x^2; xy-6; y^2$ lập thành CSN:

A. $\left(\sqrt{7}; \frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$ và $\left(-\sqrt{7}; -\frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$.

B. $\left(-\sqrt{7}; \frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$ và $\left(\sqrt{7}; -\frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$.

C. $\left(2; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(-2; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$.

D. $\left(-2; \frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$ và $\left(2; -\frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$.

Lời giải:

Chọn **A**

Ta có
$$\begin{cases} x + y = 2(2x - 3y) \\ x^2 y^2 = (xy - 6)^2 \end{cases}$$

Với phương trình thứ 2 đặt $t = xy$ ta giải ra được $t = xy = 3$.

Từ phương trình thứ nhất ta rút ra được $x = \frac{7}{3}y$.

Do đó ta có $(x; y) = \left(\sqrt{7}; \frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$ hoặc $(x; y) = \left(-\sqrt{7}; -\frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$.

Câu 70. Tìm x, y biết các số $5x - y; 2x + 3y; x + 2y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y + 1)^2; xy + 1; (x - 1)^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $(0; 0); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right); \left(-\frac{10}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

B. $(0; 0); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

C. $(0; 0); \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

D. $(0; 0); \left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{10}\right); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải:

Chọn **B**

Dãy số $5x - y; 2x + 3y; x + 2y$ lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow 2(x + 3y) = (5x - y) + (x + 2y) \Leftrightarrow y = \frac{2}{5}x(*)$$

Dãy số $(y + 1)^2; xy + 1; (x - 1)^2$ lập thành cấp số nhân

$$\Leftrightarrow (xy + 1)^2 = (y + 1)^2 (x - 1)^2 \Leftrightarrow (xy + 1)^2 = (xy + x - y - 1)^2$$

Trường hợp 1. $xy + 1 = xy + x - y - 1 \Leftrightarrow x - y = 2(**)$. Từ (*) và (**)

$$\Rightarrow x = \frac{10}{3}; y = \frac{4}{3} \Rightarrow \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Trường hợp 2. $xy + 1 = -xy - x + y + 1 \Leftrightarrow 2xy + x - y = 0(**)$. Từ (*) và (**)

$$\Rightarrow \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{5}x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0; y = 0 \\ x = -\frac{3}{4}; y = -\frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow (0; 0); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right).$$

Câu 71. Xác định m để phương trình $x^3 - (3m + 1)x^2 + (5m + 4)x - 8 = 0$ có 3 nghiệm lập thành một cấp số nhân.

- A. $m = 2$. B. $m = 2$ hoặc $m = \frac{-1}{2}$.
C. $m = 0$ hoặc $m = -6$. D. $m = 1$ hoặc $m = -6$.

Lời giải:

Chọn A

Giả sử $x_1; x_2; x_3$ là ba nghiệm của phương trình $x^3 - (3m+1)x^2 + (5m+4)x - 8 = 0$ (1), vì ba nghiệm lập thành một cấp số nhân nên ta có $x_2^2 = x_1x_3 \Rightarrow x_1x_2x_3 = x_2^3$. Áp dụng định lý Vi-et cho phương trình (1) ta có:

$$x_1x_2x_3 = -8 \Rightarrow x_2^3 = -8 \Leftrightarrow x_2 = -2. \text{ Mà } x_2 \text{ là nghiệm của phương trình (1) nên}$$

$$(-2)^3 - (3m+1)(-2)^2 + (5m+4)(-2) - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 2$$

$$\text{Thử lại với } m = 2 \text{ thì phương trình (1) trở thành } x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy chọn $m = 2$.

Câu 72. Số đo bốn góc của một tứ giác lập thành cấp số nhân và góc cuối gấp 9 lần góc thứ hai. Tìm số đo của góc thứ nhất.

- A. 10^0 . B. 9^0 . C. 8^0 . D. 12^0 .

Lời giải:

Chọn B

Gọi A, B, C, D theo thứ tự đó là số đo các góc của tứ giác lập thành csn với công bội q.

$$\Rightarrow B = Aq, C = Aq^2, D = Aq^3$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } D = 9B \Leftrightarrow Aq^3 = 9Aq \Leftrightarrow q^2 = 9 \Leftrightarrow q = \pm 3$$

$$\text{Với } q = -3 \Rightarrow B = -3A < 0 \text{ nên loại}$$

$$\text{Với } q = 3 \text{ ta có } A + B + C + D = 360^0 \Leftrightarrow A + 3A + 9A + 27A = 360^0 \Leftrightarrow A = 9^0.$$

Câu 73. Cho phương trình $x^3 - (2m-1)x^2 + (m^2 + 4m - 2)x - m^2 - 2m = 0$ có nghiệm là một cấp số nhân có công bội $q = -2$ thì giá trị m phải thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải:

Chọn D

Ta nhận được một nghiệm phương trình là $x = 1$ nên nhóm được phương trình về dạng $(x-1)[x^2 - (2m-2)x - (m^2 + 2m)] = 0$. Từ đó ta suy ra 2 nghiệm còn lại là -2 và 4. Thay vào phương trình $x^2 - (2m-2)x - (m^2 + 2m) = 0$ ta được $m = 2$.

Câu 74. Cho phương trình: $x^3 + mx^2 - 9x - 9m = 0$. Để phương trình có ba nghiệm lập thành cấp số nhân thì tất cả các giá trị m phải thỏa mãn phương án nào dưới đây?

- A. $m = 3$. B. $m \in (-9; 0)$. C. $m \in (-5; 5)$. D. $m = -6$.

Lời giải:

chọn C.

Ta nhằm được 2 nghiệm là 3 và -3 do đó nghiệm còn lại chỉ có thể là 3 hoặc -3. Từ đó ta nhóm biến đổi phương trình thành: $(x^2 - 9)(x + m) = 0$, từ đó ta có kết quả $m \in (-5; 5)$.

Câu 75. Cho phương trình $x^3 - (3m + 1)x^2 + (5m + 4)x - 8 = 0$ Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có ba nghiệm lập thành cấp số nhân?

- A. $m = -7$ B. $m \in (0; 9)$ C. $m \in (-9; 0)$ D. $m = 3$.

Lời giải:

Chọn B

Theo định lý Viet cho phương trình bậc 3 ta có $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} \Leftrightarrow x_2^3 = -\frac{d}{a} = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$. Thay vào phương trình tìm được $m = 2$. Thử lại ta có 3 nghiệm của phương trình $x = 1, x = 2, x = 4$, ta được đáp án **B**.

Câu 76. Cho phương trình: $2x^3 + 2mx^2 - 7(m - 1)x - 54 = 0$. Để phương trình có ba nghiệm lập thành cấp số nhân thì tất cả các giá trị m phải thỏa mãn phương án nào dưới đây?

- A. $m = -7$ B. $m \in (0; 9)$ C. $m \in (-9; 0)$ D. $m = 3$.

Lời giải:

Chọn B

Theo định lý Viet cho phương trình bậc 3 ta có $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} \Leftrightarrow x_2^3 = -\frac{d}{a} = 27 \Leftrightarrow x_2 = 3$. Thay vào phương trình tìm được $m = 7$. Thử lại ta được 3 nghiệm của phương trình là $x = -1; x = 3; x = -9$ ta được đáp án **B**.

Câu 77. Tìm m để phương trình: $x^3 + 2x^2 + (m + 1)x + 2(m + 1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân?

- A. $m = 3$ B. $m < -1$ C. $m \neq -5$ D. Không tồn tại m .

Lời giải:

Chọn D

Phương trình $x^3 + 2x^2 + (m + 1)x + 2(m + 1) = 0$ tương đương với $(x + 2)(x^2 + m + 1) = 0$

Nghiệm là $x = -2$ hoặc $x^2 = -m - 1$

Để phương trình có 3 nghiệm thì: $\begin{cases} m < -1 \\ m \neq -5 \end{cases}$. Khi đó hệ có 3 nghiệm là: $x = -2, x = \pm\sqrt{-m-1}$

Xét hai trường hợp:

TH1: $-5 < m < -1$ thì 3 nghiệm theo thứ tự là: $-2, -\sqrt{-m-1}; \sqrt{-m-1}$

Để lập thành cấp số nhân thì trường hợp này không xảy ra

TH2: $m < -5$ thì 3 nghiệm theo thứ tự là: $-\sqrt{-m-1}; -2; \sqrt{-m-1}$

Để lập thành cấp số nhân thì: $4 = -(-m - 1) \Leftrightarrow m = 3$ (loại)

Vậy: Không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 78. Tìm m để phương trình: $16x^4 - ax^3 + (2a + 17)x^2 - ax + 16 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân?

- A. $a = 170$ B. $a \in (0; 170)$ C. $a = \frac{5}{2}$ D. $a = \frac{3}{2}$

Lời giải:

Chọn A

Giả sử phương trình: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ ($a \neq 0$) có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 theo định lý

$$\text{Viết bậc 4 ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Áp dụng vào bài ta có:

*** Điều kiện cần:**

Nếu $x = a$ là 1 nghiệm của phương trình thì $x = \frac{1}{a}$ cũng là một nghiệm của phương trình

Giả sử 4 nghiệm đó là: $a; aq; aq^2; aq^3$ với $a \neq 0; |q| \geq 1 \Rightarrow |a| < |qa| < |q^2a| < |q^3a|$

Do $\frac{1}{a}; \frac{1}{aq}; \frac{1}{q^2a}; \frac{1}{q^3a}$ cũng là nghiệm nên $aq^3 = \frac{1}{a} \Leftrightarrow q = a^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow$ 4 nghiệm là: $a; a^{\frac{1}{3}}; a^{-\frac{1}{3}}; a^{-1}$

$$\text{Theo Viet bậc 4 ta có: } \begin{cases} a + a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} + a^{-1} = \frac{a}{16} \\ a^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{2}{3}} + 1 + 1 + a^{-\frac{2}{3}} + a^{-\frac{4}{3}} = \frac{2a+17}{16} \end{cases}$$

Đặt $t = a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} \geq 2$ ta có:

$$\begin{cases} t^3 - 2t = \frac{a}{16} \\ t^4 - 3t^2 + 2 = \frac{2a+17}{16} \end{cases} \Leftrightarrow (2t-5)(2t-3)(4t^2-4t-1) = 0 \Leftrightarrow (2t-5)(2t-3)[(2t-1)^2 - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 170$$

*** Điều kiện đủ:**

Với $a = 170$ ta có: $16x^4 - 170x^3 + 357x^2 - 170x + 16 = 0$

Giải ra ta được $x_1 = \frac{1}{8}; x_2 = \frac{1}{2}; x_3 = 2; x_4 = 8$

Từ điều kiện cần và đủ suy ra $a = 170$

Câu 79. Giả sử $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$ theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính $\cos 2\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos \alpha \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: $\cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{6} \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow 6 \cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$.

$$\Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha = 0 \Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}.$$

Câu 80. Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

A. 18.

B. 17.

C. 16.

D. 9.

Lời giải

$32805 = u_n = u_1 q^{n-1} = 5 \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Leftrightarrow n = 9$. Vậy u_9 là số hạng chính giữa của cấp số nhân, nên cấp số nhân đã cho có 17 số hạng.

Câu 81. Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối u_6 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_6 = 32$.B. $u_6 = 104$.C. $u_6 = 48$.D. $u_6 = 96$.**Lời giải**

Theo giả thiết:

$$\begin{cases} q = 2 \\ S_6 = 189 = u_1 \frac{1-q^6}{1-q} = u_1 \frac{1-2^6}{1-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 3 \end{cases} \Rightarrow u_6 = u_1 q^5 = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

Câu 82. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_4 = 100$.B. $u_4 = 124$.C. $u_4 = 500$.D. $u_4 = 624$.**Lời giải**

$$\text{Ta có } 5^{n-1} - 1 = S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{u_1}{q-1} (q^n - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = q - 1 \\ q = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ q = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } u_4 = u_1 q^3 = 4 \cdot 5^3 = 500.$$

Câu 83. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \frac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_5 = \frac{2}{3^4}$.

B. $u_5 = \frac{1}{3^5}$.

C. $u_5 = 3^5$.

D. $u_5 = \frac{5}{3^5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{3^n - 1}{3^{n-1}} = 3 \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right) = S_n = \frac{u_1}{1-q} (1-q^n) \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3(1-q) \\ q = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } u_5 = u_1 q^4 = \frac{2}{3^4}.$$

Câu 84. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng của hai số hạng đầu tiên bằng 4, tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 13. Tính tổng của năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho, biết công bội của cấp số nhân là một số dương.

A. $S_5 = \frac{181}{16}$.

B. $S_5 = 141$.

C. $S_5 = 121$.

D. $S_5 = \frac{35}{16}$.

Lời giải

$$\begin{cases} 4 = S_2 = u_1 + u_2 = u_1(1+q) \\ 13 = S_3 = u_1(1+q+q^2) \end{cases} \Leftrightarrow 4(1+q+q^2) = 13(1+q) \Leftrightarrow q = 3 \ (q > 0) \Rightarrow u_1 = 1. \quad \text{Khi đó}$$

$$S_5 = u_1 \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-3^5}{1-3} = 121.$$

Câu 85. Một cấp số nhân có số hạng thứ bảy bằng $\frac{1}{2}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

- A. 4096. B. 2048. C. 1024. D. $\frac{1}{512}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} q = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} = u_7 = u_1 q^6 = \frac{u_1}{4^6} \end{cases} \Rightarrow u_1 = \frac{4^6}{2} = 2048.$$

Câu 86. Cho cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; \dots$ với $u_1 = 1$. Tìm công bội q để $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $q = -\frac{2}{5}$. B. $q = 0$. C. $q = \frac{2}{5}$. D. $q = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4u_2 + 5u_3 = 4u_1 q + 5u_1 q^2 = 5q^2 + 4q = 5\left(q + \frac{2}{5}\right)^2 - \frac{4}{5} \geq -\frac{4}{5}. \text{ Vậy}$$

$$\min(4u_2 + 5u_3) = -\frac{4}{5} \text{ khi } q = -\frac{2}{5}.$$

Câu 87. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) , biết $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases}$.

- A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 3 \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} 192 = u_6 = u_1 q^5 \\ 384 = u_7 = u_1 q^6 = (u_1 q^5) q = 192q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = \frac{192}{q^5} = 6 \end{cases}.$$

Câu 88. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 3 \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} 36 = u_4 - u_2 = u_1 q (q^2 - 1) \\ 72 = u_5 - u_3 = u_1 q^2 (q^2 - 1) = [u_1 q (q^2 - 1)] q = 36q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = \frac{36}{q(q^2 - 1)} = 6 \end{cases}.$$

Câu 89. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $q = 2$.

B. $q = -4$.

C. $q = 4$.

D. $q = -2$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^{19} = 8u_1 q^{16} \\ u_1(1 + q^4) = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 8 \\ u_1 = \frac{272}{1 + q^4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 16 \end{cases}.$$

Câu 90. Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng $\frac{1}{16}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 > 0 \\ u_2 > 0 \\ u_1 u_3 = 1 \\ u_3 u_5 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 > 0 \\ q > 0 \\ u_1^2 q^2 = 1 \\ \frac{1}{16} = u_1^2 q^6 = (u_1^2 q^2) q^4 = q^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = \frac{1}{q} = 2 \end{cases}.$$

Câu 91. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .

A. $u_3 = 10$.

B. $u_3 = 15$.

C. $u_3 = 20$.

D. $u_3 = 25$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - u_1 q^2 + u_1 q^4 = 65 \\ u_1 + u_1 q^6 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \quad (1) \\ u_1(1 + q^6) = 325 \quad (2) \end{cases}$

Lấy (2) chia (1), ta được $\frac{1 + q^6}{1 - q^2 + q^4} = \frac{325}{65} \Leftrightarrow 1 + q^2 = 5 \Leftrightarrow q = \pm 2$.

Vậy $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = -2 \end{cases} \longrightarrow u_3 = u_1 q^2 = 5.4 = 20$.

Câu 92. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 u_2 u_3 = 64 \end{cases}$. Tính u_2 .

A. $u_2 = 4$.

B. $u_2 = 6$.

C. $u_2 = 8$.

D. $u_2 = 10$.

Lời giải

Từ $u_1 u_2 u_3 = 64 \Leftrightarrow u_1 u_1 q u_1 q^2 = 64 \Leftrightarrow (u_1 q)^3 = 64 \Leftrightarrow u_1 q = 4$ hay $u_2 = 4$.

Thay vào hệ ban đầu ta được $\begin{cases} u_1 + 4 + u_3 = 14 \\ u_1.4.u_3 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_1 u_3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \\ u_3 = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_3 = 8 \end{cases}$.

Vậy $\begin{cases} u_1 = 8 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 2 \end{cases} \longrightarrow u_2 = u_1 q = 4$.

Câu 93. Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có $u_1 = 3$. Khi đó u_5 là:

A. 72.

B. -48.

C. ± 48 .

D. 48.

Lời giải

Ta có $u_1 = 3$ và $u_9 = 768$ nên $768 = 3 \cdot q^8 \Rightarrow q^8 = 256 \Rightarrow q = \pm 2$.

Do đó $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Câu 94. Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

A. 215.

B. 315.

C. 415.

D. 515.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}$.

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là: $S = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{\frac{1}{2}} = 315$.

Câu 95. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$.

B. $S_8 = 3820$.

C. $S_8 = 9841$.

D. $S_8 = 3280$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 13 \\ u_1 \cdot q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1 \cdot (q - 1)(1 + q + q^2) = 26 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ q = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}$.

Vậy tổng $S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280$.

Câu 96. Cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Tìm u_1 , biết rằng $u_1 \leq 100$.

A. $u_1 = 16$.

B. $u_1 = 2$.

C. $u_1 = -16$.

D. $u_1 = -2$.

Lời giải

Ta có:

$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8u_1 q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^{16}(q^3 - 8) = 0(1) \\ u_1(1 + q^4) = 272(2) \end{cases}$.

Từ (2) suy ra $u_1 \neq 0$ do đó: (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = 2 \end{cases}$.

Nếu $q = 0$ thì (2) $\Leftrightarrow u_1 = 272$ không thỏa điều kiện $u_1 \leq 100$.

Nếu $q = 2$ thì (2) $\Leftrightarrow u_1 = 16$ thỏa điều kiện $u_1 \leq 100$.

Câu 97. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{1-3^{1000}}{4}$. B. $S_{1000} = \frac{3^{1000}-1}{2}$. C. $S_{1000} = \frac{3^{1000}-1}{6}$. D. $S_{1000} = \frac{1-3^{1000}}{6}$.

Lời giải

Ta có
$$\begin{cases} -2 = u_2 = u_1 q \\ 54 = u_5 = u_1 q^4 = u_1 q \cdot q^3 = -2q^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ q = -3 \end{cases}$$

Khi đó $S_{1000} = u_1 \cdot \frac{1-q^{1000}}{1-q} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1-(-3)^{1000}}{1-(-3)} = \frac{1-3^{1000}}{6}$.

Câu 98. Số hạng đầu và công bội q của CSN với $u_7 = -5, u_{10} = 135$ là:

A. $u_1 = \frac{5}{729}, q = -3$. B. $u_1 = -\frac{5}{729}, q = 3$. C. $u_1 = \frac{5}{729}, q = 3$. D. $u_1 = -\frac{5}{729}, q = -3$.

Lời giải

Vì (u_n) là CSN nên: $u_7 = u_1 \cdot q^6 = -5$, $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 135$

$\Rightarrow \frac{u_{10}}{u_7} = \frac{135}{-5} \Leftrightarrow \frac{u_1 q^9}{u_1 q^6} = -27 \Rightarrow q = -3 \Rightarrow u_1 = \frac{u_7}{q^6} = -\frac{5}{729}$.

Câu 99. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$. Tìm q biết rằng $q > 1$.

A. $q = \frac{5}{4}$. B. $q = 4$. C. $q = \frac{4}{3}$. D. $q = 3$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 26 \\ u_1^2(1+q^2+q^4) = 364 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2(1+q+q^2)^2 = 26^2 & (1) \\ u_1^2(1+q^2+q^4) = 364 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) chia (2), ta được

$$\frac{(1+q+q^2)^2}{1+q^2+q^4} = \frac{26^2}{364} \Leftrightarrow 3q^4 - 7q^3 - 4q^2 - 7q + 3 = 0 \Leftrightarrow 3\left(q^2 + \frac{1}{q^2}\right) - 7\left(q + \frac{1}{q}\right) - 4 = 0.$$

Đặt $t = q + \frac{1}{q}$, $|t| \geq 2$. Phương trình trở thành $3t^2 - 7t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = -\frac{10}{3} \end{cases}$.

Với $t = -\frac{10}{3}$, suy ra $q + \frac{1}{q} = -\frac{10}{3} \Leftrightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Leftrightarrow q = 3$ hoặc $q = \frac{1}{3}$. Vì $q > 1$ nên $q = 3$.

Câu 100. Gọi $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 999\dots 9$ (n số 9) thì S nhận giá trị nào sau đây?

A. $S = \frac{10^n - 1}{9}$. B. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right)$.
C. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) - n$. D. $S = 10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) + n$.

Lời giải

Ta có $S = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots 9}_{n \text{ số } 9} = (10-1) + (10^2-1) + \dots + (10^n-1)$

$$= 10 + 10^2 + \dots + 10^n - n = 10 \cdot \frac{1 - 10^n}{1 - 10} - n.$$

Câu 101. Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

- A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$. B. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$.
C. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$. D. $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$.

Lời giải

Đặt $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng). Ta có:

$$\frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{9}{4}S = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}) - 2018 = A - 2018.$$

Với $A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$ là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu

$$u_1 = 10, \text{ công bội } q = 10 \text{ nên ta có } A = u_1 \frac{1 - q^{2018}}{1 - q} = 10 \frac{1 - 10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{9}{4}S = \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$$

Câu 102. Gọi $S = 1 + 11 + 111 + \dots + 111\dots1$ (n số 1) thì S nhận giá trị nào sau đây?

- A. $S = \frac{10^n - 1}{81}$. B. $S = 10\left(\frac{10^n - 1}{81}\right)$.
C. $S = 10\left(\frac{10^n - 1}{81}\right) - n$. D. $S = \frac{1}{9}\left[10\left(\frac{10^n - 1}{9}\right) - n\right]$.

Lời giải

$$\text{Ta có } S = \frac{1}{9}\left(9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{n \text{ số } 9}\right) = \frac{1}{9}\left[10 \cdot \frac{1 - 10^n}{1 - 10} - n\right].$$

Câu 103. Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

- A. 56° . B. 102° . C. 252° . D. 168° .

Lời giải

Giả sử 4 góc A, B, C, D (với $A < B < C < D$) theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội q . Ta có

$$\begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ D = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ Aq^3 = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ A = 9 \\ D = Aq^3 = 243 \end{cases} \Rightarrow A + D = 252.$$

Câu 104. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A , biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

- A. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$.

Lời giải

Đặt $BC = a$; $AB = AC = b$; $AH = h$. Theo giả thiết ta có a, h, b lập cấp số nhân, suy ra

$$h^2 = ab. \text{ Mặt khác tam giác } ABC \text{ cân tại đỉnh } A \text{ nên } h^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$\text{Do đó } \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4} = ab \Leftrightarrow a^2 + 4ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow a = (2\sqrt{2} - 2)b \text{ (vì } a, b > 0)$$

$$\text{Lại có } b = q^2 a \text{ nên suy ra } q^2 = \frac{b}{a} = \frac{1}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}.$$

Câu 105. Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right)$; $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$. **B.** $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

C. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$. **D.** $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right) = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}.$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left(u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n - \frac{1}{n+1}, \text{ từ (1) ta suy ra: } v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n.$$

$$\text{Do đó } (v_n) \text{ là cấp số nhân với } v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ công bội } q = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Vậy } u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$$

Câu 106. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1-u_n)$ với mọi n nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$.

A. $2^{2016} + 1$.

B. $2^{2017} + 1$.

C. $2^{2018} + 1$.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Do } u_{2018} = 4u_{2017}(1-u_{2017}) \Rightarrow \begin{cases} u_{2017} = 0 \\ u_{2017} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_{2016} = 0 \\ u_{2016} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp } u_1 = u_2 = \dots = u_{2018} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases}$$

Xét phương trình $4x^2 - 4x + m = 0$ với $0 < m < 1$ có $\Delta' = 4 - 4m > 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 1, x_1 x_2 = \frac{m}{4} \Rightarrow x_1, x_2 \in (0; 1)$.

$$\text{Ta có } u_2 = 1 \Rightarrow 4u_1 - 4u_1^2 = 1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{có } 2^0 \text{ nghiệm } u_1.$$

$$u_3 = 1 \Rightarrow u_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_1^2 - 4u_1 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \text{có } 2^1 \text{ nghiệm } u_1.$$

$$u_4 = 1 \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_2^2 - 4u_2 + \frac{1}{2} = 0 \text{ có } 2 \text{ nghiệm } u_2 \in (0;1) \Rightarrow 2^2 \text{ nghiệm } u_1.$$

$$u_{2017} = 1 \text{ có } 2^{2015} \text{ nghiệm } u_1.$$

$$\text{Vậy có } 2 + 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2015} = 2 + \frac{2^{2016} - 1}{2 - 1} = 2^{2016} + 1.$$

Câu 107. Biết

$1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = a.2^{2018} + b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a.b$

- A.** $P = 2017$. **B.** $P = 2018$. **C.** $P = 2019$. **D.** $P = 2020$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = (n-1).2^n$$

$$\text{Với } n = 2018: 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = 2017.2^{2018} + 1$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 2017 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } P = 2017.1 = 2017.$$

Câu 108. Biết rằng $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

- A.** $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.

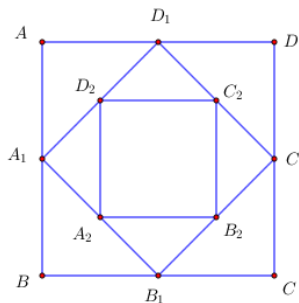
Lời giải

Từ giả thiết suy ra $3S = 3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + 11.3^{11}$. Do đó

$$-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} - 10.3^{11} = \frac{1-3^{11}}{1-3} - 10.3^{11} = -\frac{1}{2} - \frac{21.3^{11}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4}.3^{11}.$$

$$\text{Vì } S = \frac{1}{4} + \frac{21.3^{11}}{4} = a + \frac{21.3^b}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 11 \rightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = 3.$$

Câu 109. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} (tham khảo hình bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



- A.** $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{100}}$. **B.** $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. **C.** $S = \frac{a^2}{2^{100}}$. **D.** $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } S_1 = a^2; S_2 = \frac{1}{2}a^2; S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}.$$

Câu 110. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ bằng

A. $2^{20} - 20$.

B. $2^{21} - 22$.

C. 2^{20} .

D. $2^{21} - 20$.

Lời giải

$$u_n = 2u_{n-1} + 1 \Leftrightarrow u_n + 1 = 2(u_{n-1} + 1)$$

Đặt $v_n = u_n + 1$, ta có $v_n = 2v_{n-1}$ trong đó $v_1 = 2$

Vậy (v_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = 2$ và công bội bằng 2, nên số hạng tổng quát

$$v_n = 2^n \Rightarrow u_n = v_n - 1 = 2^n - 1$$

$$\Rightarrow S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = (2^1 - 1) + (2^2 - 1) + \dots + (2^{20} - 1) = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{20}) - 20$$

$$S = 2 \cdot (2^{20} - 1) - 20 = 2^{21} - 22.$$

Câu 111. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ và $\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases}$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là:

A. $S_{10} = \frac{31(2+\sqrt{2})}{16}$. **B.** $S_{10} = 31(1-\sqrt{2})$.

C. $S_{10} = 31(\sqrt{2}+1)$. **D.** $S_{10} = 31(\sqrt{2}-1)$.

Lời giải:

Chọn C

Gọi công bội của cấp số nhân (u_n) là q

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ (u_1 + u_3)^2 - 2u_1 \cdot u_3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1 \cdot u_3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_3 = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{TH1. } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{u_3}{u_1} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} q = \sqrt{2} \\ q = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } q = \sqrt{2} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1 \cdot (1-2^5)}{1-\sqrt{2}} = 31(\sqrt{2}+1)$$

$$\text{Nếu } q = -\sqrt{2} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1 \cdot (1-2^5)}{1+\sqrt{2}} = 31(1-\sqrt{2})$$

$$\text{TH 2. } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{u_3}{u_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ q = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } q = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{31(2+\sqrt{2})}{16}$$

$$\text{Nếu } q = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1+\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{31(2-\sqrt{2})}{16}.$$

Câu 112. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$

A. $u_1 = 1, u_1 = 2$. **B.** $u_1 = 1, u_1 = 8$.

C. $u_1 = 1, u_1 = 5$. **D.** $u_1 = 1, u_1 = 9$.

Lời giải:

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1(1+q+q^2+q^3) = 15 \\ u_1^2(1+q^2+q^4+q^6) = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \frac{q^4-1}{q-1} = 15 \\ u_1^2 \frac{q^8-1}{q^2-1} = 85 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{q^4-1}{q-1}\right)^2 \left(\frac{q^2-1}{q^8-1}\right) = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{(q^4-1)(q+1)}{(q-1)(q^4+1)} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Từ đó ta tìm được $u_1 = 1, u_1 = 8$.

Câu 113. Có hai cơ sở khoan giếng A và B . Cơ sở A giá mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó. Cơ sở B : Giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó. Một công ty giống cây trồng muốn thuê khoan hai giếng với độ sâu lần lượt là 20 (m) và 25 (m) để phục vụ sản xuất. Giả thiết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Công ty ấy nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí nhất?

A. luôn chọn A .

B. luôn chọn B .

C. giếng 20 (m) chọn A còn giếng 25 (m) chọn B .

D. giếng 20 (m) chọn B còn giếng 25 (m) chọn A .

Lời giải

Cơ sở A giá mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó.

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 20 \text{ (m) hết số tiền là: } S_{20} = \frac{20}{2} [2.8000 + (20-1)500] = 255000 \text{ (đồng).}$$

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 25 \text{ (m) hết số tiền là: } S_{25} = \frac{25}{2} [2.8000 + (25-1)500] = 350000 \text{ (đồng).}$$

Cơ sở B Giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó.

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 20 \text{ (m) hết số tiền là: } S'_{20} = 6000 \frac{1-(1,07)^{20}}{1-1,07} \approx 245973 \text{ (đồng).}$$

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 25 \text{ (m) hết số tiền là: } S'_{25} = 6000 \frac{1-(1,07)^{25}}{1-1,07} \approx 379494 \text{ (đồng).}$$

Ta thấy $S'_{20} < S_{20}$, $S'_{25} > S_{25}$ nên giếng 20 (m) chọn B còn giếng 25 (m) chọn A.

Câu 114. Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

A. 40 m.

B. 70 m.

C. 50m.

D. 80 m.

Lời giải

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 10$ và $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10}{1-\frac{3}{4}} = 40.$$

$$\text{Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn } 2S - 10 = 70 \text{ (m).}$$

Câu 115. Ngày mừng 3/03/2015 anh A vay ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6%/tháng theo thể thức như sau: đúng ngày mừng 3 hàng tháng kể từ một tháng sau khi vay, ngân hàng sẽ tính số tiền nợ của anh bằng số tiền nợ tháng trước cộng với tiền lãi của số tiền nợ đó. Sau khi vay anh A trả nợ như sau: đúng ngày mừng 3 hàng tháng kể từ một tháng sau khi vay anh A đều đến trả ngân hàng 3 triệu đồng. Tính số tháng mà anh A trả được hết nợ ngân hàng, kể từ một tháng sau khi vay. Biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay.

A. 15 tháng.

B. 19 tháng.

C. 16 tháng.

D. 18 tháng.

Lời giải

Gọi số tiền vay ban đầu là N , lãi suất là x , n là số tháng phải trả, A là số tiền trả vào hàng tháng để sau n tháng là hết nợ.

Ta có

$$\text{Số tiền gốc cuối tháng 1: } N + Nx - A = N(x+1) - A$$

$$\text{Cuối tháng 2: } [N(x+1) - A] + [N(x+1) - A]x - A = N(x+1)^2 - A[(x+1)+1]$$

$$\text{Cuối tháng 3: } [N(x+1)^2 - A[(x+1)+1]](1+x) - A = N(x+1)^3 - A[(x+1)^2 + (x+1)+1]$$

.....

$$\text{Cuối tháng } n: N(x+1)^n - A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1)+1].$$

Trả hết nợ thì sau n tháng, số tiền sẽ bằng 0.

$$\Leftrightarrow N(x+1)^n - A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1)+1] = 0$$

$$\Leftrightarrow N(x+1)^n = A \left[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1) + 1 \right]$$

Đặt $y = x+1 = 1,006$ ta được:

$$N \cdot y^n = A(y^{n-1} + y^{n-2} + \dots + y + 1) \Leftrightarrow N \cdot y^n = A \cdot \frac{1(1-y^n)}{1-y} \Leftrightarrow N \cdot x \cdot y^n = A \cdot (y^n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 50 \cdot \frac{0,6}{100} \cdot y^n = 3 \cdot (y^n - 1) \Leftrightarrow y^n = \frac{10}{9} \Leftrightarrow n = \log_y \frac{10}{9} \Rightarrow n = 18.$$

Câu 116. Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

A. 11. B. 12. C. 13. D. 10.

Lời giải

Số tiền anh A cần tiết kiệm là $500 - 500 \cdot 0,12 = 340$ (triệu).

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$ (triệu).

Thì số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \text{ (triệu).}$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \text{ (triệu).}$$

...

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ n là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \text{ (triệu).}$$

Vậy số tiền mà anh A tiết kiệm được sau n năm là

$$12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12 \cdot (u_n - u_1) = 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1].$$

$$\text{Cho } 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] = 340 \Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n = \log_{1,12} \frac{23}{6} + 1 \Rightarrow n = 13.$$

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Câu 117. Trên một bàn cờ vua kích thước 8×8 người ta đặt số hạt thóc theo cách như sau. Ô thứ nhất đặt một hạt thóc, ô thứ hai đặt hai hạt thóc, các ô tiếp theo đặt số hạt thóc gấp đôi ô đứng liền kề trước nó. Hỏi phải tối thiểu từ ô thứ bao nhiêu để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

A. 26 B. 23 C. 24 D. 25

Lời giải

Số thóc ở ô sau gấp đôi ở ô trước, đặt u_n là số thóc ở ô thứ n thì số thóc ở mỗi ô sẽ lập thành một

$$\text{cấp số nhân: } \begin{cases} u_1 = 1 = 2^0 \\ u_{n+1} = 2u_n = 2^n \end{cases}$$

Khi đó tổng số thóc từ ô đầu tới ô thứ k là $S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 1 + 2^1 + \dots + 2^{k-1}$

$$\text{Vậy } S_k = \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 2^k - 1$$

$$\text{Theo đề ta có: } 2^k - 1 > 20172018 \Leftrightarrow 2^k > 20172019 \Leftrightarrow k > \log_2 20172019$$

Vậy phải lấy tối thiểu từ ô thứ 25

Câu 118. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- A. Hòa vốn. B. Thua 20000 đồng.
C. Thắng 20000 đồng. D. Thua 40000 đồng.

Lời giải

Số tiền du khách đặt trong mỗi lần (kể từ lần đầu) là một cấp số nhân có $u_1 = 20\,000$ và công bội $q = 2$.

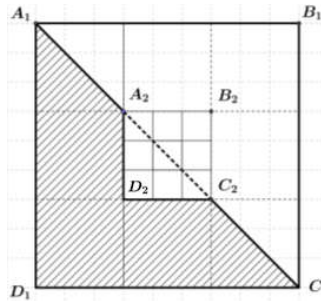
Du khách thua trong 9 lần đầu tiên nên tổng số tiền thua là:

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = \frac{u_1(1-p^9)}{1-p} = 10220000$$

Số tiền mà du khách thắng trong lần thứ 10 là $u_{10} = u_1 \cdot p^9 = 10240000$

Ta có $u_{10} - S_9 = 20\,000 > 0$ nên du khách thắng 20 000.

Câu 119. Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phân gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

- A. 9 bước. B. 4 bước. C. 8 bước. D. 7 bước.

Lời giải

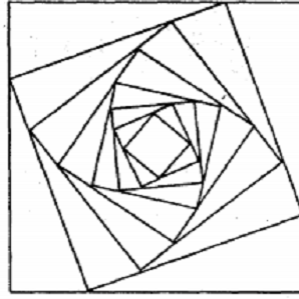
Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 120. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$.

Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết

$$T = \frac{32}{3}, \text{ tính } a?$$

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích $S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1$.

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$. Do đó diện tích

$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2$. Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ tạo thành một dãy cấp số nhân

lũy vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{5}{8}$.

$$T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{8a^2}{3}. \text{ Với } T = \frac{32}{3} \text{ ta có } a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2.$$

Câu 121. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là $12\,288\,m^2$). Tính diện tích mặt trên cùng.

A. $6\,m^2$.

B. $8\,m^2$.

C. $10\,m^2$.

D. $12\,m^2$.

Lời giải

Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ 1) lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$u_1 = \frac{12\,288}{2} = 6\,144. \text{ Khi đó diện tích mặt trên cùng là}$$

$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6\,144}{2^{10}} = 6.$$

Câu 122. Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 20.

B. 42.

C. 21.

D. 17.

Lời giải

Gọi ba số đó là x, y, z . Do ba số là các số hạng thứ 2, thứ 9 và thứ 44 của một cấp số cộng nên ta có: $x; y = x + 7d; z = x + 42d$ (với d là công sai của cấp số cộng).

Theo giả thiết, ta có: $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 217$.

Mặt khác, do x, y, z là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x + 7d)^2 = x(x + 42d) \Leftrightarrow d(-4x + 7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x + 7d = 0 \end{cases}$$

Với $d = 0$, ta có: $x = y = z = \frac{217}{3}$. Suy ra $n = 820 : \frac{217}{3} = \frac{2460}{217} \notin \mathbb{N}$.

Với $-4x + 7d = 0$, ta có: $\begin{cases} -4x + 7d = 0 \\ 3x + 49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ d = 4 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = 7 - 4 = 3$.

$$\text{Do đó, } S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \frac{[2 \cdot 3 + 4(n-1)]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{41}{2} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 123. Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

A. 10.

B. 11.

C. 26.

D. 50.

Lời giải

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 2$.

Ta có:

$$u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000.$$

Sau n phút thì số lượng vi khuẩn là u_{n+1} .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

Câu 124. Đầu mùa thu hoạch xoài, một bác nông dân đã bán cho người thứ nhất, nửa số xoài thu hoạch được và nửa quả, bán cho người thứ hai nửa số còn lại và nửa quả, bán cho người thứ ba nửa số xoài còn lại và nửa quả v.v. Đến lượt người thứ bảy bác cũng bán nửa số xoài còn lại và nửa quả thì không còn quả nào nữa. Hỏi bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu quả xoài đầu mùa?

A. 125.

B. 126.

C. 127.

D. 128.

Lời giải:

Chọn C

Gọi x là số quả Xoài thu hoạch được đầu mùa của người nông dân.

Người khách hàng thứ nhất đã mua: $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$ quả; người thứ 2 mua:

$\frac{1}{2}(x - \frac{x+1}{2}) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^2}$ quả; người khách hàng thứ 3 mua:

$\frac{1}{2}(x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+1}{2^2}) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^3}$ quả; và người khách hàng thứ 7 mua: $\frac{x+1}{2^7}$ quả. Ta có phương trình:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{2^2} + \dots + \frac{x+1}{2^7} = x$$

$$\Leftrightarrow (x+1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7}\right) = x \quad (*)$$

Tính tổng các số hạng của cấp số nhân trong ngoặc ta được:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{1}{2^7}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{127}{128}$$

$$\text{Do đó phương trình } (*) \Leftrightarrow (x+1) \frac{127}{128} = x \Leftrightarrow x = 127$$

Vậy bác nông dân đã thu hoạch được 127 quả Xoài đầu mùa.

Câu 125. Qua điều tra chăn nuôi bò ở huyện X cho thấy ở đây trong nhiều năm qua, tỉ lệ tăng đàn hàng năm là 2%. Tính xem, sau một kế hoạch 3 năm, với số lượng đàn bò thống kê được ở huyện này vào ngày 1/1/2017 là 18.000 con, thì với tỉ lệ tăng đàn trên đây, đàn bò sẽ đạt tới bao nhiêu con?

A. 18.360.

B. 18.727.

C. 19.102.

D. 19.101.

Lời giải:

Chọn C

Thông thường bài toán trên được giải như sau:

Sau một năm đàn bò ở huyện này tăng được: $18.000 \times 2\% = 360$ (con).

Nên tổng số đàn bò sau năm thứ nhất (cuối năm 2006) là:

$$18.000 + 360 = 18.360 \text{ (con).}$$

Sau 2 năm đàn bò lại tăng thêm: $18.360 \times 2\% = 367$ (con).

Nên tổng số bò sau năm thứ 2 (cuối năm 2007) là:

$$18.360 + 367 = 18.727 \text{ (con).}$$

Sau 3 năm đàn bò lại tăng thêm: $18.727 \times 2\% = 375$ (con).

Như vậy tổng đàn bò cuối năm thứ 3 (cuối 2008) là:

$$18.727 + 375 = 19.102 \text{ (con).}$$

Câu 126. Kết quả kiểm kê vào cuối năm 2006, cho biết tổng đàn bò ở vùng Y là 580 con và trong mấy năm qua tỉ lệ tăng đàn đạt 12% mỗi năm. Hãy tính xem vào đầu năm 2004 (cách đó 3 năm về trước) đàn bò ở đây có bao nhiêu con?

A. 410.

B. 412.

C. 413.

D. 415.

Lời giải:

Chọn C

Thông thường bài toán trên được giải như sau:

Coi số bò mẹ đầu năm 2006 là 100%, với tỉ lệ tăng đàn 12%, số 580 bò mẹ cuối năm 2006 so với đầu năm là: $100\% + 12\% = 112\%$.

Nghĩa là 112% số bò ứng với 580 con. Vậy số bò đầu năm 2006 là:

$$\frac{580 \times 100}{112} = \frac{580 \times 100}{(1+0,12) \times 100} = \frac{580}{1+0,12} \text{ (con).}$$

Tương tự như trên, số bò đầu năm 2005 (trước đó 2 năm) là:

$$\frac{580 \times 100}{(1+0,12) \times 112} = \frac{580 \times 100}{(1+0,12)(1+0,12) \times 100} = \frac{580}{(1+0,12)^2} \text{ (con).}$$

Tiếp tục lập luận như trên ta có số bò mẹ đầu năm 2004 (trước đó 3 năm) là:

$$\frac{580 \times 100}{(1+0,12)^2 \times 112} = \frac{580 \times 100}{(1+0,12) \times (1+0,12) \times 100} = \frac{580}{(1+0,12)^3} = 413 \text{ (con)}.$$

Câu 127. Bạn định mua một chiếc xe máy theo phương thức trả góp. Theo phương thức này sau một tháng kể từ khi nhận xe bạn phải trả đều đặn mỗi tháng một lượng tiền nhất định nào đó, liên tiếp trong 24 tháng. Giả sử giá xe máy thời điểm bạn mua là 16 triệu đồng và giả sử lãi suất ngân hàng là 1% một tháng. Với mức phải trả hàng tháng là bao nhiêu thì việc mua trả góp là chấp nhận được?

- A.** 660.883,9 (đồng). **B.** 560.883,9 (đồng). **C.** 661.883,9 (đồng). **D.** 662.883,9 (đồng).

Lời giải:

Chọn A

Gọi khoản tiền phải trả hàng tháng là a đồng. Nếu gửi vào ngân hàng thì giá trị hiện tại của toàn bộ khoản tiền trả góp tại thời điểm nhận hàng là:

$$\begin{aligned} & \frac{a}{1+0,01} + \frac{a}{(1+0,01)^2} + \frac{a}{(1+0,01)^3} + \dots + \frac{a}{(1+0,01)^{24}} \\ &= a \frac{\frac{100}{101} \left[1 - \left(\frac{100}{101} \right)^{24} \right]}{1 - \frac{100}{101}} \approx 21,24a \text{ đồng} \end{aligned}$$

Như vậy, việc mua trả góp sẽ tương đương với mua trả ngay (bằng cách vay ngân hàng) nếu:

$$24,21a = 16.000.000 \text{ (đồng)} \Leftrightarrow a = 660.883,9 \text{ (đồng)}$$

Câu 128. Người ta dự định xây dựng 1 tòa tháp 11 tầng tại một ngôi chùa nọ, theo cấu trúc diện tích của mặt sàn tầng trên bằng nửa diện tích mặt sàn tầng dưới, biết diện tích mặt đáy tháp là $12,28\text{m}^2$. Hãy giúp nhà chùa ước lượng số gạch hoa cần dùng để lát nền nhà. Để cho đồng bộ các nhà chùa yêu cầu nền nhà phải lát gạch hoa cỡ $30 \times 30\text{cm}$.

- A.** 273000 viên. **B.** 272000 viên. **C.** 271000 viên. **D.** 270000 viên.

Lời giải:

Chọn A

Phương án giải quyết:

Nếu gọi S_1 là diện tích của mặt đáy tháp thì $S_1 = 12,28 \text{ m}^2$

S_i là diện tích mặt tròn của tầng thứ $i, i = \overline{1, 11}$

Ta nhận thấy $\{S_i, i = \overline{1, 11}\}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$

Tổng diện tích mặt trên của 11 tầng tháp là tổng của 11 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên.

Ta nhận thấy $\{S_i, i = \overline{1, 11}\}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$

Tổng diện tích mặt trên của 11 tầng tháp là tổng của 11 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên

$$T_{11} = \frac{S_1(1-q^{11})}{1-q} = 12,28 \cdot \frac{1-(\frac{1}{2})^{11}}{1-\frac{1}{2}} = 24564(m^2)$$

Diện tích của mỗi viên gạch là $30 \times 30 = 900\text{cm}^2 = 0,09\text{m}^2$

Vậy số lượng gạch cần dùng là:

$$N = 24564 : 0,09 = 272.934 \text{ (viên)}.$$

Trong quá trình xây dựng có thể viên gạch hoa được cắt ra nên ta nên mua số lượng nhiều hơn số liệu tính toán ra, chẳng hạn mua 273000 viên.

$$T_{11} = \frac{S_1(1-q^{11})}{1-q} = 12,28 \cdot \frac{1-(\frac{1}{2})^{11}}{1-\frac{1}{2}} = 24564(m^2)$$

Diện tích của mỗi viên gạch là $30 \times 30 = 900\text{cm}^2 = 0,09\text{m}^2$

Vậy số lượng gạch cần dùng là:

$$N = 24564 : 0,09 = 272.934 \text{ (viên)}.$$

Trong quá trình xây dựng có thể viên gạch hoa được cắt ra nên ta nên mua số lượng nhiều hơn số liệu tính toán ra, chẳng hạn mua 273000 viên.

Câu 129. Một lọ thủy tinh dung tích 1 000 ml chứa đầy 1 loại dung dịch chất độc nồng độ 10 % đã được chuyển sang bình chứa khác; nhưng dung dịch độc hại sau khi đổ hết vẫn còn dính lọ 0,1 %. Để chất độc còn trong lọ $\leq 0,001 \mu\text{gam}$ (microgam), Người ta dùng nước cất xúc rửa lọ thủy tinh này. Hỏi phải xúc rửa bao nhiêu lần nếu mỗi lần dùng 1000 ml nước cất?

Giả thử rằng mỗi lần xúc rửa, chất độc hòa tan hết trong nước và sau khi đổ đi dung dịch mới cũng vẫn còn dính lọ một lượng như nhau.

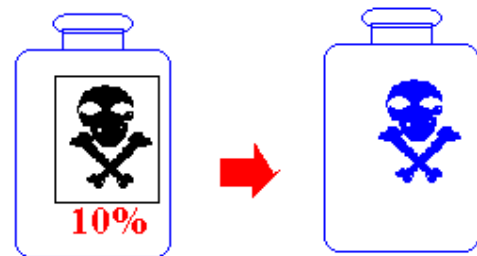
A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:



Chọn B

Giải

$$\text{Lượng chất độc tồn trong lọ lúc đầu là: } (100 \text{ g} : 1000) = \frac{1}{10} \text{ (gam)}$$

$$\text{Lượng chất độc tồn trong lọ theo yêu cầu là: } 0,001 \mu\text{gam} = \frac{1}{1000} \text{ (gam)}$$

Mỗi lần xúc rửa với 1.000 ml nước cất, vẫn còn dính lọ 1 ml (0,1 %) nghĩa là lượng chất độc đã giảm đi 1.000 (10^3) lần. Lập bảng lượng chất độc tồn đọng sau các lần xúc rửa, ta có:

$$\text{Vậy sau 3 lần xúc rửa với 1.000 ml/ lần thì chất độc còn } \frac{1}{10} \times \frac{1}{10^3} \leq \frac{1}{10^6}$$

Câu 130. "Trong 1 bàn cờ gồm có 64 ô. Bắt đầu từ ô thứ nhất, Vua đặt vào 1 hạt gạo. Tiếp tục ở ô thứ hai, Vua đặt vào 2 hạt gạo. Cứ thế với những ô tiếp theo với số gạo gấp đôi số gạo ở ô liền trước nó. Cuối cùng cho đến hết 64 ô của bàn cờ. Tổng số hạt gạo thu được trong 64 ô đó là số gạo mà thần xin bệ hạ ban tặng".

Nhà vua nghĩ "Như thế thì chắc chỉ có 1 bao gạo là cùng". Nhưng sau tính ra với một con số khổng lồ. Vậy số gạo mà Nhà thông thái cần là bao nhiêu?

A. $2^{64} - 1$.

B. 2^{64} .

C. $2^{64} + 1$.

D. $2^{64} + 2$.

Lời giải:

Chọn **A**

Bài Giải:

Ký hiệu số thứ tự các ô lần lượt là từ 1 đến 64, Tổng số hạt gạo trên đó là

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{64}$$

Khi đó, S là một cấp số nhân với công bội là 2, $u_1 = 1$.

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{64} = u_1 \times \frac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1$$

Đáp số của bài toán là một con số gồm 20 chữ số. Số gạo này có thể trải lên toàn bộ bề mặt trái đất với độ dày lên đến 2 mm.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>