# BÀI 3. HAI MẶT PHẨNG VUÔNG GÓC

- CHƯƠNG 8. QUAN HỆ VUÔNG GÓC
- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

# PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

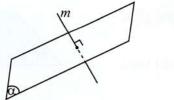
# 1. Góc giữa hai mặt phẳng

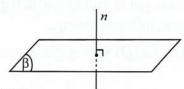
#### Kiến thức trọng tâm

#### Định nghĩa

Góc giữa hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ , kí hiệu  $((\alpha),(\beta))$ .

Ta có:  $((\alpha),(\beta)) = (m,n)$  với  $m \perp (\alpha), n \perp (\beta)$  (Hình 3).

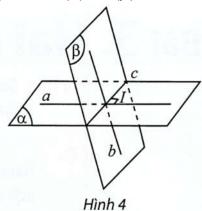




Hình 3 sắng cắt phou bằng :

Người ta chứng minh được góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng.

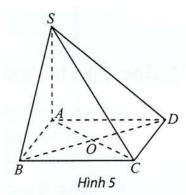
Cho  $c = (\alpha) \cap (\beta) : ((\alpha), (\beta)) = (a,b) \text{ v\'oi } a \subset (\alpha), b \subset (\beta), a \perp c, b \perp c \text{ (Hình 4)}.$ 



**Ví dụ 1**. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông tâm *O*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa hai mặt phẳng:

- a) (SAC) và (SAD);
- b) (SAB) và (SAD).

#### Giải



a) Ta có:  $BO \perp SA$  và  $BO \perp AC$ , suy ra  $BO \perp (SAC)$ ;  $BA \perp SA$  và  $BA \perp AD$ , suy ra  $BA \perp (SAD)$ .

#### Blog: Nguyễn Bảo Vương: <a href="https://www.nbv.edu.vn/">https://www.nbv.edu.vn/</a>

Do đó, nếu gọi góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là  $\alpha$  thì  $\alpha = (BO, BA) = \widehat{ABO} = 45^{\circ}$ .

b) Ta có:  $CB \perp SA$  và  $CB \perp AB$ , suy ra  $CB \perp (SAB)$ ;  $CD \perp SA$  và  $CD \perp AD$ , suy ra  $CD \perp (SAD)$ .

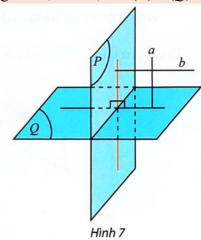
Do đó, nếu gọi góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là  $\beta$  thì  $\beta = (CB, CD) = \widehat{BCD} = 90^{\circ}$ .

### 2. Hai mặt phẳng vuông góc

### Kiến thức trọng tâm

### Định nghĩa

Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là một góc vuông. Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc được kí hiệu là  $(P) \perp (Q)$ .



# Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

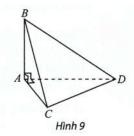
### Kiến thức trọng tâm

#### Đinh lí 1

Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

**Ví dụ 2.** Cho tứ diện *ABCD* có *AB*, *AC*, *AD* đổi một vuông góc với nhau. Chứng minh rằng các mặt phẳng (*ABC*),(*BAD*),(*CAD*) đôi một vuông góc với nhau.

#### Giải



Ta có  $AB \perp AC, AB \perp AD \Rightarrow AB \perp (CAD) \Rightarrow (ABC) \perp (CAD), (BAD) \perp (CAD)$ .

Turong tu ta cũng có  $CA \perp AB, CA \perp AD \Rightarrow CA \perp (BAD) \Rightarrow (CAD) \perp (BAD)$ .

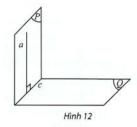
Vậy các mặt phẳng (ABC),(BAD),(CAD) từng đôi một vuông góc với nhau.

#### 3. Tính chất cơ bản về hai mặt phẳng vuông góc

#### Kiến thức trong tâm

#### Định lí 2

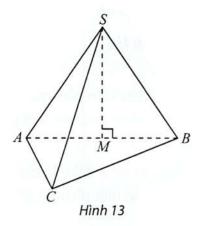
Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.



**Ví dụ 3.** Cho hình chóp S.ABC có SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh  $SM \perp (ABC)$ .

#### Giải

Theo đề bài ta có  $(SAB) \perp (ABC)$ .

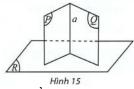


Ta có tam giác SAB đều và M là trung điểm của AB, suy ra  $SM \perp AB$ . Đường thẳng SM nằm trong (SAB) và vuông góc với giao tuyến AB của hai mặt phẳng (SAB) và (ABC). Từ đó suy ra  $SM \perp (ABC)$ .

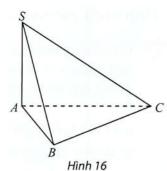
# Kiến thức trọng tâm

#### Định lí 3

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.



**Ví dụ 4.** Cho hình chóp S.ABC có cạnh SA bằng a, đáy ABC là tam giác đều với cạnh bằng a. Cho biết hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC). Tính SB và SC theo a. **Giải** 



#### Blog: Nguyễn Bảo Vương: <a href="https://www.nbv.edu.vn/">https://www.nbv.edu.vn/</a>

Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC), theo Định lí 3, giao tuyến SA của (SAB) và (SAC) vuông góc với (ABC). Từ  $SA \perp (ABC)$  ta có  $SA \perp AB$  và  $SA \perp AC$ , suy ra tam giác SAB và SAC vuông cân tại S, suy ra  $SB = SC = a\sqrt{2}$ .

4. Hình lăng tru đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương

### Kiến thức trọng tâm

# Định nghĩa

Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có mặt đáy là đa giác đều.

Hình hộp đứng là hình hộp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

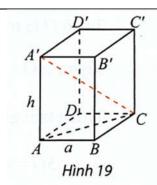
Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có mặt đáy là hình chữ nhật.

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

Sử dụng quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng ta chứng minh được các tính chất sau đây của các hình vừa nêu:

tinn chat sau day cua cac ninn vua neu:		
Tên	Hình vẽ	Tính chất cơ bản
Hình lăng trụ đứng	A E D C	<ul><li>Cạnh bên vuông góc với hai đáy.</li><li>Mặt bên là các hình chữ nhật.</li></ul>
Hình lăng trụ đều	A <sub>1</sub> A <sub>2</sub> A <sub>3</sub> A <sub>4</sub> A <sub>5</sub> A <sub>4</sub> A <sub>5</sub> A <sub>4</sub> A <sub>5</sub> A <sub>5</sub> A <sub>4</sub> A <sub>5</sub> A <sub>4</sub> A <sub>5</sub>	<ul> <li>Hai đáy là hai đa giác đều.</li> <li>Mặt bên là các hình chữ nhật.</li> <li>Cạnh bên và đường nối tâm hai đáy vuông góc với hai đáy.</li> </ul>
Hình hộp đứng		<ul><li>Bốn mặt bên là hình chữ nhật.</li><li>Hai đáy là hình bình hành.</li></ul>
Hình hộp chữ nhật		<ul> <li>Sáu mặt là hình chữ nhật.</li> <li>Độ dài a,b,c của ba cạnh cùng đi qua một đinh gọi là ba kích thước của hình hộp chữ nhật.</li> <li>Độ dài đường chéo d được tính theo ba kích thước:</li> <li>d = √a² + b² + c².</li> </ul>
Hình lập phương		- Sáu mặt là hình vuông. - Độ dài đường chéo $d$ được tính theo độ dài cạnh $a$ : $d = a\sqrt{3}$ .

**Ví dụ 5.** Cho hình lăng trụ đều  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có cạnh đáy AB = a và cạnh bên AA' = h (Hình 19). Tính độ dài đường chéo A'C theo a và h.



#### Giải

Đáy ABCD của lăng trụ đều phải là tứ giác đều, suy ra ABCD là hình vuông, vậy  $AC = a\sqrt{2}$ . Lăng trụ đều có cạnh bên vuông góc với đáy, suy ra  $AA' \perp (ABCD)$ , vậy  $AA' \perp AC$ . Trong tam giác A'AC vuông tại A ta có:  $A'C = \sqrt{A'A^2 + AC^2} = \sqrt{h^2 + 2a^2}$ .

**Chú ý:** Lăng trụ đều có đáy tứ giác thường được gọi là lăng trụ tứ giác đều. Tương tự ta cũng có lăng trụ tam giác đều, lăng trụ lục giác đều, ...

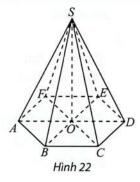
5. Hình chóp đều. Hình chóp cụt đều

# Hình chóp đều

#### Kiến thức trọng tâm

#### Định nghĩa

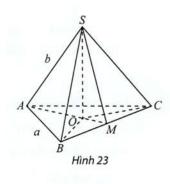
Hinh chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.



# Chú ý: Hình chóp đều có:

- a) Các mặt bên là các tam giác cân tại đỉnh hình chóp và bằng nhau.
- b) Đoạn thẳng nối từ đỉnh hình chóp đến tâm của đáy thì vuông góc với mặt đáy và gọi là đường cao của hình chóp.
- c) Độ dài đường cao gọi là chiều cao của hình chóp đều.

**Ví dụ 6.** Cho hình chóp đều S.ABC có cạnh đáy AB = a và cạnh bên SA = b (Hình 23). Tính độ dài đường cao SO theo a,b.



Giải

Ta có O là trọng tâm của tam giác đều ABC, suy ra  $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

Trong tam giác *SOA* vuông tại *O*, ta có:  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{b^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{\sqrt{9b^2 - 3a^2}}{3}$ .

# Hình chóp cụt đều Kiến thức trọng tâm

### Định nghĩa

Phần của hình chóp đều nằm giữa đáy và một mặt phẳng song song với đáy cắt các cạnh bên của hình chóp đều được gọi là hình chóp cụt đều.



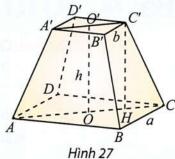
Trong hình chóp cụt đều  $A_1A_2A_3...A_6 \cdot A_1A_2A_3'...A_6'$ , ta gọi:

- Các điểm  $A_1, A_2, A_3, ..., A_6, A_1', A_2', A_3', ..., A_6'$  là các đỉnh.
- Đa giác  $A_1A_2A_3...A_6$  là đáy lón, đa giác  $A_1A_2A_3...A_6'$  là đáy nhỏ. Đáy lớn và đáy nhỏ nằm trên hai mặt phẳng song song.
- Cạnh của hai đa giác đáy là cạnh đáy. Các cạnh đáy tượng ứng song song từng đôi một.
- Các hình thang cân  $A_1A_2A_2'A_1', A_2A_3A_3'A_2', \dots, A_6A_1A_1'A_6'$  là các mặt bên.
- Cạnh bên của mặt bên gọi là cạnh bên của hình chóp cụt đều. Hình chóp cụt đều có các cạnh bên bằng nhau, các mặt bên là những hình thang cấn.
- Đoạn thẳng nối tâm hai đáy là đường cao. Độ dài đường cao là chiều cao.

**Ví dụ 7.** Cho hình chóp cụt tứ giác đều  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ , đáy lớn ABCD có cạnh bằng a, đáy nhỏ A'B'C'D' có cạnh bằng b, chiều cao OO' = h với O,O' lần lượt là tâm của hai đáy. Tính độ dài cạnh bên CC' của hình chóp cụt đó.

#### Giải

Trong hình thang vuông OO'C'C, vẽ đường cao  $C'H(H \in OC')$  (Hình 27).



Ta có 
$$OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, O'C' = \frac{b\sqrt{2}}{2}$$
, suy ra  $HC = \frac{(a-b)\sqrt{2}}{2}$ .

Trong tam giác vuông  $\mathit{CC'H}$ , ta có

$$CC' = \sqrt{C'H^2 + HC^2} = \sqrt{h^2 + \frac{(a-b)^2}{2}}.$$

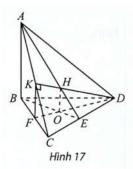
### PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

#### Dạng 1. Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc

**Câu 1.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình chóp *S.ABCD* có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Chứng minh rằng:

- a)  $(SAC) \perp (ABCD)$ ;
- b)  $(SAC) \perp (SBD)$ .

**Câu 2.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Tứ diện ABCD có  $AB \perp (BCD)$ . Trong tam giác BCD vẽ đường cao BE và DF cắt nhau tại O. Trong mặt phẳng (ACD) vẽ DK vuông góc với AC tại K. Gọi H là trực tâm của tam giác ACD.



# Chứng minh rằng:

- a)  $(ADC) \perp (ABE)$  và  $(ADC) \perp (DFK)$ ;
- b)  $OH \perp (ADC)$ .

**Câu 3.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình chóp  $S \cdot ABC$  có đáy là tam giác vuông tại C, mặt bên SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC).

- a) Chứng minh rằng  $(SBC) \perp (SAC)$ .
- b) Gọi I là trung điểm của SC. Chứng minh rằng  $(ABI) \perp (SBC)$ .

**Câu 4.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho tam giác đều ABC cạnh a,I là trung điểm của BC,D là điểm đối xứng với A qua I. Vẽ đoạn thẳng SD có độ dài bằng  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$  và vuông góc với (ABC).

Chứng minh rằng:

- a)  $(SBC) \perp (SAD)$ ;
- b)  $(SAB) \perp (SAC)$ .

**Câu 5.** Cho tứ diên ABCD có AC = BC, AD = BD. Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh rằng  $(CDM) \perp (ABC)$  và  $(CDM) \perp (ABD)$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, cạnh bằng a, góc BAD bằng  $60^{\circ}$ . Kẻ OH vuông góc với SC tại H. Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Chứng minh rằng:

- a)  $(SBD) \perp (SAC)$ ;
- b)  $(SBC) \perp (BDH)$ ;
- c)  $(SBC) \perp (SCD)$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O. Các tam giác SAC và SBD cân tại S. Chứng minh rằng:

- a)  $SO \perp (ABCD)$ ;
- b)  $(SAC) \perp (SBD)$ .

- Câu 8. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và  $SA \perp (ABC)$ .
- a) Chứng minh rằng  $(SBC) \perp (SAB)$ .
- b) Gọi M là trung điểm của AC. Chứng minh rằng  $(SBM) \perp (SAC)$ .
- **Câu 9.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD. Chứng minh rằng:
- a)  $(SBC) \perp (SAB)$ ;
- b)  $(SCD) \perp (SAD)$ ;
- c)  $(SBD) \perp (SAC)$ ;
- d)  $(SAC) \perp (AHK)$ .

# Dạng 2. Góc giữa hai mặt phẳng

**Câu 10.** Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A và AB = a, biết  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính góc giữa mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (SBC).

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có cạnh bằng a. Tính tang của góc giữa mặt phẳng (ABCD) và mặt phẳng (A'BD).

**Câu 12.** Cho tứ diện đều ABCD có độ dài các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CD, kẻ AH vuông góc với BM tại H.

- a) Chứng minh rằng  $AH \perp (BCD)$ .
- b) Tính côsin của góc giữa mặt phẳng (BCD) và mặt phẳng (ACD).

Câu 13. Cho hình chóp đều S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a. Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng sau:

- a) Mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABCD);
- b) Mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SBC).

**Câu 14.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABCD). Gọi H,M lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và AB.

- a) Tính côsin của góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy (ABCD).
- b) Chứng minh rằng  $(SMD) \perp (SHC)$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S \cdot ABC$  có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = a,  $SA = a\sqrt{3}$  và SA vuông góc với đáy. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

**Câu 16.** Cho hình chóp đều S.ABCD có tất cả các canh bằng a. Gọi M là trung điểm SC. Tính góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABCD).

**Câu 17.** Cho tứ diện ABCD có tam giác BCD vuông cân tại B và  $AB \perp (BCD)$ . Cho biết  $BC = a\sqrt{2}$ ,  $AB = \frac{a}{\sqrt{3}}$ . Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD).

**Câu 18.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh 2a. Cho biết SA = a và  $SA \perp (ABCD)$ . Trên BC lấy điểm I sao cho tam giác SDI vuông tại S. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SDI) và (ABCD) là  $60^\circ$ . Tính độ dài SI.

**Câu 19.** Cho hình lăng trụ đều  $ABC \cdot A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng (AB'C') và (ABC), tính  $\cos \alpha$ .

**Câu 20.** Cho hình chóp S.ABCD. Gọi  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  lần lượt là góc giữa các đường thẳng SA, SB, SC, SD và mặt phẳng (ABCD). Chứng minh rằng:

 $SA = SB = SC = SD \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$ .

Dạng 3. Một số bài toán liên quan hình lăng trụ đặc biệt

**Câu 21.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình lăng trụ lục giác đều  $ABCDEF \cdot ABCDEF \cdot$ 

**Câu 22.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình chóp tứ giác đều  $S \cdot ABCD$  có O là tâm của đáy và AB = a, SA = 2a. Tính SO theo a.

**Câu 23.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, AA' = 2a, AD = 2a, AB = BC = a.

- a) Tính độ dài đoạn thẳng AC'.
- b) Tính tổng diện tích các mặt của hình lăng trụ.

**Câu 24.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình hộp đứng  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi. Cho biết AB = BD = a, A'C = 2a.

- a) Tính độ dài đoạn thẳng AA'.
- b) Tính tổng diện tích các mặt của hình hộp.

**Câu 25.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình chóp cụt tứ giác đều có cạnh đáy lớn bằng 2a, cạnh đáy nhỏ và đường nối tâm hai đáy bằng a. Tính độ dài cạnh bên và đường cao của mỗi mặt bên.

**Câu 26.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Kim tự thấp bằng kính tại bảo tàng Louvre ở Paris có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là 21,6m và cạnh đáy dài 34m. Tính độ dài cạnh bên và diện tích xung quanh của kim tự tháp.



(Nguồn: https://en.wikipedia.org/wiki/ Louvre Pyramid)

**Câu 27.** Cho hình lăng trụ đứng lục giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên 2a.

- a) Tính diện tích xung quanh của lăng trụ.
- b) Tính diện tích toàn phần của lăng trụ.

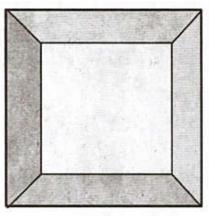
**Câu 28.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh bằng a và có  $\widehat{BAD} = \widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 60^{\circ}$ . Tính tổng diện tích các mặt của hình hộp.

**Câu 29.** Cho hình chóp cụt tứ giác đều  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đáy lớn ABCD có cạnh bằng 2a, đáy nhỏ A'B'C'D' có cạnh bằng a và cạnh bên 2a. Tính đường cao của hình chóp cụt và đường cao của mặt bên.

**Câu 30.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh  $a, SA = a\sqrt{3}$ . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD).

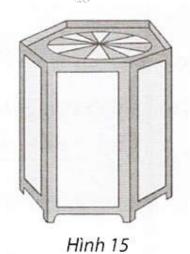
- a) Tìm các giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  với các mặt của hình chóp.
- b) Các giao tuyến ở câu a tạo thành hình gì? Tính diện tích của hình đó.

**Câu 31.** Người ta cần sơn tất cả các mặt của một khối bê tông hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 2m, đáy nhỏ có cạnh bằng 1m và cạnh bên bằng 2m (Hình 14). Tính tổng diện tích các bề mặt cần sơn.



Hình 14

Câu 32. Một hộp đèn treo trên trần có hình dạng lăng trụ đứng lục giác đều (hình 15), cạnh đáy bằng 10cm và cạnh bên bằng 50cm. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích một mặt đáy của hộp đèn.



**Câu 33.** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  '. Chứng minh rằng  $AC \perp (BDD'B')$ .

**Câu 34.** Cho khối chóp tứ giác đều *S.ABCD* có AB = a,  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

- a) Tính chiều cao của khối chóp S.ABCD.
- b) Tính thể tích của khối chóp S.ABCD.
- c) Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABCD).
- d) Tính côsin của số đo góc nhị diện [S,CD,B].
- e) Tính côsin của số đo góc nhị diện [A,SD,C].

**Câu 35.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  cạnh a. Tính:

- a) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABCD) và (A'B'C'D');
- b) Số đo của góc nhị diện  $\left\lceil A,CD,B^{'}\right\rceil$ ;
- c) Tang của góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng (ABCD);
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng C'D và BC;
- e\*) Góc giữa hai đường thẳng BC' và CD'.

### Dạng 4. Ứng dụng

Câu 36. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Mô tả cách kiểm tra một bức tường vuông góc với mặt sàn bằng hai cái êke trong Hình 10.



Hình 10

Câu 37. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Nêu cách đặt một quyển sách lên mặt bàn sao cho tất cả các trang sách đều vuông góc với mặt bàn.

**Câu 38.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Một chiếc lồng đèn kéo quân có dạng hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy bằng 10 cm và cạnh bên bằng 30 cm (Hình 20). Tính tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn đó.



**Câu 39.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho biết kim tự tháp Khafre tại Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 136 m và cạnh đáy dài khoảng 152 m. Tính độ dài đường cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của kim tự tháp.



Hình 24

(nguồn:https://vi.wikipedia.org/wiki/ Kim tự tháp Khafre)

**Câu 40.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hình chóp cụt tam giác đều  $ABC \cdot A'B'C'$  có cạnh đáy lớn a, cạnh đáy nhỏ  $\frac{a}{2}$  và cạnh bên 2a. Tính độ dài đường cao của hình chóp cụt đó.

**Câu 41.** (SGK - CTST 11 - Tập 2) Một người cần sơn tất cả các mặt của một cái bục để đặt tượng có dạng hình chóp cụt lục giác đều có cạnh đáy lớn 1m, cạnh bên và cạnh đáy nhỏ bằng 0,7m. Tính tổng diện tích cần sơn.



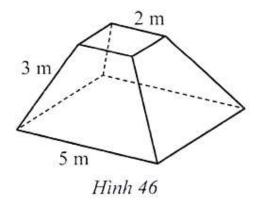
**Câu 42.** Một ngôi nhà có hai mái trước, sau có dạng là các hình chữ nhật ABCD, ABMN, AD = 4m, AN = 3m, DN = 5m. Tính góc giữa hai mặt phẳng chứa hai mái nhà đó (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 43. Một viên bi được thả lăn trên một mặt phẳng nằm nghiêng (so với mặt phẳng nằm ngang). Coi viên bi chịu tác dụng của hai lực chính là lực hút của Trái Đất (theo phương thẳng đứng, hướng xuống dưới) và phản lực, vuông góc với mặt phẳng nằm nghiêng, hướng lên trên. Giải thích vì sao viên bi di chuyển trên một đường thẳng vuông góc với giao tuyến của mặt phẳng nằm nghiêng và mặt phẳng nằm ngang.

**Câu 44.** Hình 19 minh hoạ một cánh cửa và khung cửa. Cánh cửa có dạng hình chữ nhật BCMN và khung cửa có dạng hình chữ nhật ABCD, ở đó AB = BN. Góc mở cửa là góc nhị diện [A, BC, N]. Biết chiều rộng BN của cửa là 1,2m. Khi góc mở cửa có số đo bằng  $60^{\circ}$  thì khoảng cách giữa A và N bằng bao nhiêu?

Câu 45. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cựt tứ giác đều (Hình 46). Cạnh đáy dưới dài 5m, cạnh đáy trên dài 2m, cạnh bên dài 3m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng  $/m^3$ . Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



**Câu 46.** Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (Hình 48) với chiều cao là 4*cm* và cạnh lục giác dài 21,5*cm*. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimét khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

