

BÀI 3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

- CHƯƠNG 3. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Hàm số liên tục tại một điểm

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Nhận xét: Để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì phải có cả ba điều sau:

1. Hàm số xác định tại x_0 ;
2. Tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$;
3. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Chú ý:

Khi hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại điểm x_0 thì ta nói $f(x)$ gián đoạn tại điểm x_0 và x_0 được gọi là điểm gián đoạn của hàm số $f(x)$.

Ví dụ 1. Xét tính liên tục của hàm số:

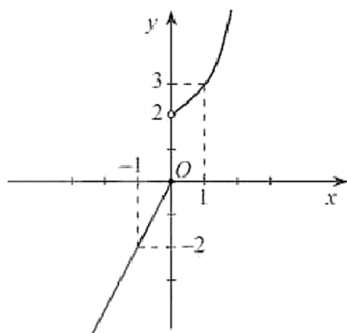
a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$ tại điểm $x_0 = 2$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{khi } x > 0 \\ 2x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 0$.

Giải

a) Ta có $f(2) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 3) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$, suy ra $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.



Hình 2

b) Ta có: $f(0) = 2 \cdot 0 = 0$;

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x) = 2 \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 2 \cdot 0 = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 2) = 0 + 2 = 2.$$

Suy ra không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 0$.

2. Hàm số liên tục trên một khoảng, trên một đoạn

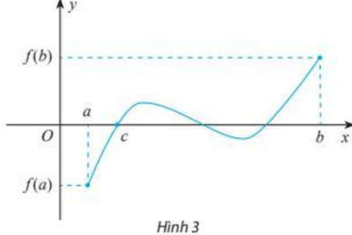
- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên khoảng $(a; b)$ nếu $f(x)$ liên tục tại mọi điểm trong khoảng ấy.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$.

Hàm số $f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Nhận xét: Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ là một đường liên, có điểm đầu, điểm cuối (Hình 3).



Hình 3

Nếu hai điểm này nằm về hai phía so với trục hoành thì đường liên nói trên luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm. Điều này có thể được phát biểu dưới dạng như sau:

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì luôn tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$.

Ví dụ 2. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Giải

Với mọi $x_0 \in (-1; 1)$, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1 - \lim_{x \rightarrow x_0} x^2} = \sqrt{1-x_0^2} = f(x_0).$$

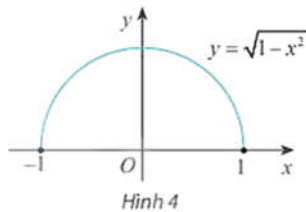
Do đó $f(x)$ liên tục tại mọi điểm $x_0 \in (-1; 1)$.

Ta lại có:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1 - \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2} = \sqrt{1-1} = 0 = f(-1),$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1 - \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2} = \sqrt{1-1} = 0 = f(1).$$

Vậy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ (Hình 4).



Hình 4

3. Tính liên tục của hàm số sơ cấp

- Hàm số đa thức $y = P(x)$, các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$ liên tục trên \mathbb{R} .

- Hàm số phân thức $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, hàm số căn thức $y = \sqrt{P(x)}$, các hàm số lượng giác $y = \tan x$, $y = \cot x$ liên tục trên các khoảng của tập xác định của chúng.

Trong đó $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức.

Nhận xét: Hàm số thuộc những loại trên được gọi chung là hàm số sơ cấp.

Sau đây, khi nói xét tính liên tục của một hàm số mà không nói gì thêm thì ta xét tính liên tục của hàm số đó trên những khoảng của tập xác định của nó.

Ví dụ 3. Xét tính liên tục của các hàm số sau:

a) $y = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 2$

b) $y = \frac{3x^2 + x - 1}{x - 2}$

Giải

a) $y = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 2$ là hàm số đa thức nên nó liên tục trên \mathbb{R} ;

b) $y = \frac{3x^2 + x - 1}{x - 2}$ là hàm số phân thức, có tập xác định $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ nên nó liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$;

4. Tổng, hiệu, tích thương của hàm số liên tục

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . Khi đó:

- Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$ và $y = f(x) \cdot g(x)$ liên tục tại x_0 .

- Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

Ví dụ 4. Xét tính liên tục của hàm số $y = \frac{\sin x}{x+1}$.

Giải

Tập xác định của hàm số: $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Các hàm số $y = \sin x$ và $y = x+1$ liên tục tại mọi điểm $x_0 \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số $y = \frac{\sin x}{x+1}$ liên tục tại mọi điểm $x_0 \neq -1$ (hay liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1: Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm

Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét tính liên tục của hàm số:

a) $f(x) = 1 - x^2$ tại điểm $x_0 = 3$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 1 \\ -x & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 2. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét tính liên tục của hàm số:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 1 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{khi } x \geq 1 \\ x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$.

Câu 3. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ a & \text{khi } x = -2. \end{cases}$

Tìm a để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 4. Xét tính liên tục của hàm số tại điểm x_0 .

a. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & \text{khi } x \neq 5 \\ 9 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$ Tại $x_0 = 5$

b. $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{2x - 3}}{2 - x} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ Tại $x_0 = 2$

c. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x + 2} - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ \frac{3}{4} & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ Tại $x_0 = 2$

$$d. f(x) = \begin{cases} x^4 + x^2 - 1 & \text{khi } x \leq -1 \\ 3x + 2 & \text{khi } x > -1 \end{cases} \text{ Tại } x_0 = -1$$

Câu 5. Tìm a để hàm số liên tục tại điểm x_0 .

$$a. f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases} \text{ Tại } x_0 = 2$$

$$b. f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x-1} & \text{khi } x < 1 \\ a + \frac{4-x}{x+2} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases} \text{ Tại } x_0 = 1$$

$$c. f(x) = \begin{cases} ax^2 + \frac{2}{3} & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{\sqrt[3]{4x-2}}{x^2-3x+2} & \text{khi } x > 2 \end{cases} \text{ Tại } x_0 = 2$$

$$d. f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \end{cases} \text{ Tại } x_0 = 2$$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-5 & \text{khi } x \leq -2 \\ ax-1 & \text{khi } x > -2 \end{cases}$. Với giá trị nào của a thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -2$?

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $x = -2 \in D$.

Ta có: $f(-2) = -11$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (3x-5) = -11$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (ax-1) = -2a-1.$$

Để hàm số liên tục tại $x = -2$ thì $f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \Leftrightarrow -2a-1 = -11 \Leftrightarrow a = 5$.

Vậy hàm số liên tục tại $x = -2$ khi $a = 5$.

Câu 7. Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$?

Câu 8. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{6x-5}-\sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2019m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$?

Dạng 2: Xét tính liên tục của hàm số trên khoảng, nửa khoảng, đoạn

Câu 9. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét tính liên tục của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$ trên $[1; 2]$.

Câu 10. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = 2x - \sin x, g(x) = \sqrt{x-1}$.

Xét tính liên tục hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$ và $y = \frac{f(x)}{g(x)}$.

Câu 11. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét tính liên tục của các hàm số sau:

- a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$
 b) $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$
 c) $h(x) = \cos x + \tan x$.

Câu 12. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của x (kg) bột đá thạch anh được tính theo công thức sau: $P(x) = \begin{cases} 4,5x & \text{khi } 0 < x \leq 400 \\ 4x + k & \text{khi } x > 400 \end{cases}$ (k là một hằng số)

- a) Với $k = 0$, xét tính liên tục của hàm số $P(x)$ trên $(0; +\infty)$.
 b) Với giá trị nào của k thì hàm số $P(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$?

Câu 13. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét tính liên tục của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4}$.

Câu 14. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0. \end{cases}$

Tìm a để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 15. (SGK-CTST 11-Tập 1) Một hãng taxi đưa ra giá cước $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như sau:



Hình 5

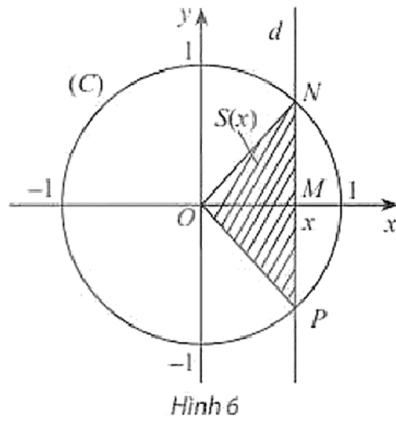
$$T(x) = \begin{cases} 10000 & \text{khi } 0 < x \leq 0,7 \\ 10000 + (x - 0,7) \cdot 14000 & \text{khi } 0,7 < x \leq 20 \\ 280200 + (x - 20) \cdot 12000 & \text{khi } x > 20. \end{cases}$$

Xét tính liên tục của hàm số $T(x)$.

Câu 16. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét tính liên tục của các hàm số:

- a) $y = \sqrt{x^2 + 1} + 3 - x$,
 b) $y = \frac{x^2 - 1}{x} \cdot \cos x$.

Câu 17. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) tâm O , bán kính bằng 1. Một đường thẳng d thay đổi, luôn vuông góc với trục hoành, cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x ($-1 < x < 1$) và cắt đường tròn (C) tại các điểm N và P (xem Hình 6).



- a) Viết biểu thức $S(x)$ biểu thị diện tích của tam giác ONP .
 b) Hàm số $y = S(x)$ có liên tục trên $(-1;1)$ không? Giải thích.
 c) Tìm các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} S(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} S(x)$.

Câu 18. (SGK-CTST 11-Tập 1) Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một đơn vị khối lượng ở

khoảng cách r tính từ tâm của nó là
$$F(r) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3} & \text{khi } 0 < r < R \\ \frac{GM}{r^2} & \text{khi } r \geq R, \end{cases}$$

trong đó M là khối lượng, R là bán kính của Trái Đất, G là hằng số hấp dẫn. Hàm số $F(r)$ có liên tục trên $(0; +\infty)$ không?

Câu 19. (SGK-CTST 11-Tập 1) Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $C(x)$ (đồng) khi thời gian đậu xe là x (giờ) như sau:

$$C(x) = \begin{cases} 60000 & \text{khi } 0 < x \leq 2 \\ 100000 & \text{khi } 2 < x \leq 4 \\ 200000 & \text{khi } 4 < x \leq 24 \end{cases}$$

Xét tính liên tục của hàm số $C(x)$.

Câu 20. Chứng minh rằng hàm số sau liên tục trên \mathbb{R} .

a.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x + 2}{x^3 + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ \frac{4}{3} & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

b.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{x-1} - 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Câu 21. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 22. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 4 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 23. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 24. Tìm a để hàm số liên tục trên \mathbb{R} với $f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{ khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{ khi } x > 1 \end{cases}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-\sqrt{9-x}}{x}, & 0 < x < 9 \\ m, & x = 0 \\ \frac{3}{x}, & x \geq 9 \end{cases}$. Tìm m để $f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$.

Dạng 3: Chứng minh phương trình có nghiệm

Câu 26. Chứng minh rằng các phương trình luôn có nghiệm:

a. $x^4 - 3x + 1 = 0$ b. $x^5 - 10x^3 + 100 = 0$

Câu 27. Chứng minh rằng phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất 2 nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.

Câu 28. Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 5x^3 + 4x - 1 = 0$ có đúng 5 nghiệm.

Câu 29. Chứng minh rằng phương trình $(1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 30. Chứng minh rằng phương trình: $(m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2 = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 31. Chứng minh rằng phương trình $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$ luôn có 3 nghiệm.

Câu 32. Cho 3 số a, b, c thỏa mãn $12a + 15b + 20c = 0$. Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{4}{5}\right]$.

Câu 33. Cho 3 số a, b, c thỏa mãn $5a + 4b + 6c = 0$. Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 34. Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm với mọi m .

a. $m(x^2 - 9) + x(x - 5) = 0$

b. $x^4 + mx^2 - 2mx - 2 = 0$

Câu 35. Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm.

a. $ax^2 + bx + c = 0$ với $a + 2b + 5c = 0$.

b. $a(x-b)(x-c) + b(x-c)(x-a) + c(x-a)(x-b) = 0$ (với a, b, c là các số dương)

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

B. Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

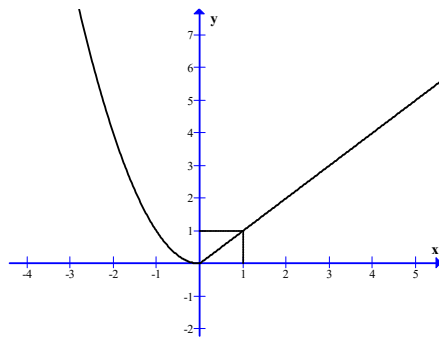
A. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.

B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.

C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Câu 4. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

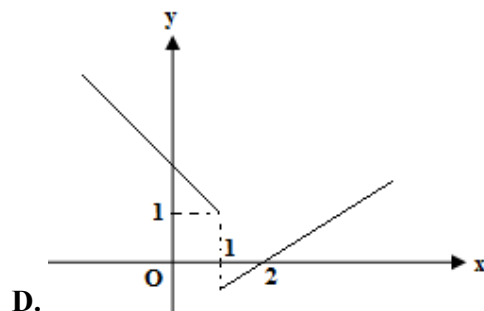
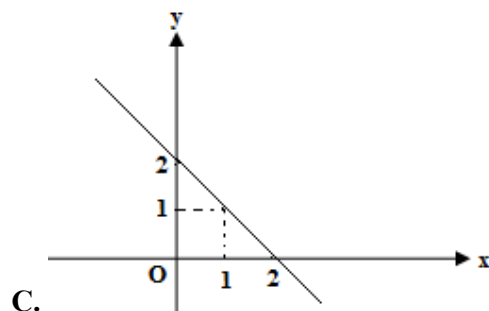
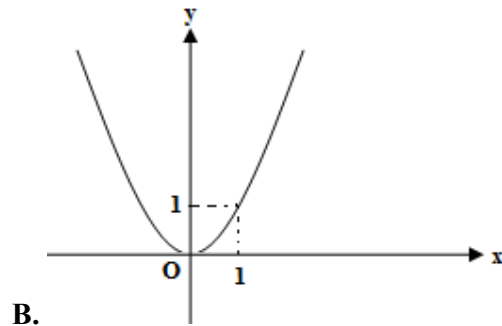
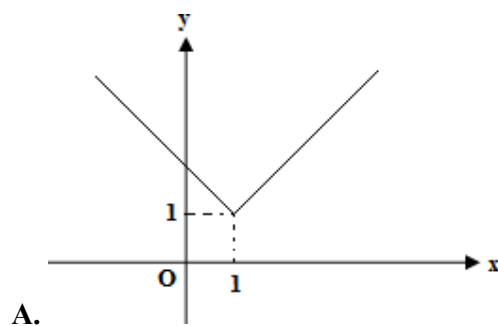
A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng không liên tục tại điểm $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

D. Hàm số $y = f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

Câu 5. Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x = 1$?



A. $y = \frac{3x-4}{x-2}$. B. $y = \sin x$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ D. $y = \tan x$.

Câu 14. Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

A. $x_0 = 2018$. B. $x_0 = 1$. C. $x_0 = 0$ D. $x_0 = -1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x = \pm 1$. B. Hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục tại các điểm $x = -1$. D. Hàm số liên tục tại các điểm $x = 1$.

Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^3 - x$. B. $y = \cot x$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 17. Cho bốn hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$, $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$, $f_3(x) = \cos x + 3$ và $f_4(x) = \log_3 x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập \mathbb{R} ?

A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $f(x) = \tan x + 5$. B. $f(x) = \frac{x^2+3}{5-x}$. C. $f(x) = \sqrt{x-6}$. D. $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$.

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 0$. B. $f(\sqrt{2}) < 0$.
C. $f(x)$ liên tục tại $x = 0$. D. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 0$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x \cos x, & x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x}, & 0 \leq x < 1 \\ x^3, & x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại mọi điểm x thuộc \mathbb{R} .
B. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x = 0$.
C. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x = 1$.
D. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 21. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$

A. $m = -4$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m+1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm

$x_0 = 1$ là:

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 23. Để hàm số $y = \begin{cases} x^2+3x+2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x+a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là

- A. -4 . B. 4 . C. 1 . D. -1 .

Câu 24. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x+m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

- A. $m = 0$. B. $m = 6$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại

$x = 1$.

- A. $k = 2\sqrt{2019}$. B. $k = \frac{2017\sqrt{2018}}{2}$. C. $k = 1$. D. $k = \frac{20016}{2017}\sqrt{2019}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

- A. $a = 0$. B. $a = -\frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 1$.

Câu 27. Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+b & \text{khi } x \leq -1 \\ x+a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b - 2$. B. $a = -2 - b$. C. $a = 2 - b$. D. $a = b + 2$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi $m = ?$

- A. -1 . B. 1 . C. 4 . D. -4 .

Câu 29. Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax-3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$P = a - 4b$.

- A. $P = -4$. B. $P = -5$. C. $P = 5$. D. $P = 4$.

Câu 30. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m-1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$

- A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = 1$ D. $m = 2$.

Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$?

A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 32. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x+a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$?

A. $\frac{15}{4}$. B. $-\frac{15}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 1.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x > 2 \\ m^2x - 4m + 6 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$?

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x - 1} - 2}{x^2 - 1}, x \neq 1 \\ 4 - m & x = 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$ khi

A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $m = 7$. D. $m = -7$.

Câu 35. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x < -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$.

A. $m = \frac{-3}{2}$. B. $m = \frac{-5}{2}$. C. $m = \frac{3}{2}$. D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. $a = -\frac{3}{4}$. B. $a = \frac{4}{3}$. C. $a = -\frac{4}{3}$. D. $a = \frac{3}{4}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi a bằng

A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Hàm số liên tục tại điểm $x = 3$ khi m bằng:

A. -2.

B. 4.

C. -4.

D. 2.

Câu 40. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

A. $m = \frac{7}{4}$.B. $m = 8$.C. $m = -\frac{7}{4}$.D. $m = -8$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx-4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 3$.B. $m = 2$.C. $m = -2$.D. Không tồn tại m .

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì giá trị của biểu

thức $(m+n)$ tương ứng bằng:

A. $\frac{3}{4}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.D. $\frac{9}{4}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm giá trị của m để hàm số liên tục tại

$x = 3$?

A. $m = 1$.B. $m = 2$.C. $m = 3$.D. $m = 0$.

Câu 44. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{x^2}$. Tìm giá trị của m để hàm số liên tục tại $x = 3$?

A. 40.

B. 0.

C. -4.

D. 20.

Câu 45. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ mx-2m^2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$.

A. $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$.B. $m \in \{1\}$.C. $m \in \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.D. $m \in \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 46. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x} & \text{khi } x < 2 \\ mx+m+1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm

$x = 2$.

A. $m = \frac{1}{6}$.B. $m = -\frac{1}{6}$.C. $m = -\frac{1}{2}$.D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a-\frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm các giá trị thực của tham số a để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. $a = -\frac{3}{4}$.

B. $a = \frac{4}{3}$.

C. $a = -\frac{4}{3}$.

D. $a = \frac{3}{4}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R})$. Biết hàm số liên tục tại $x = \frac{1}{2}$.

Tính $S = abc$.

A. $S = -36$.

B. $S = 18$.

C. $S = 36$.

D. $S = -18$.

Câu 49. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $a = 1$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = -1$.

Câu 50. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 0$.

Câu 51. Để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2(x-1)} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$ thì giá trị m bằng

A. 0,5.

B. 1,5.

C. 1.

D. 2.

Câu 52. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

gián đoạn tại $x = 1$.

A. $m \neq 2$.

B. $m \neq 1$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq 3$.

Câu 53. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 0$.

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0 = 0$.

A. $a = 1$.

B. $a = \frac{1}{2}$.

C. $a = -1$.

D. $a = -\frac{1}{2}$.

Câu 55. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8+a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số

liên tục tại $x = 1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 56. Giá trị của tham số a để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a+2x & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $-\frac{15}{4}$. D. 4.

Câu 57. Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x+m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi m nhận giá trị

A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = \frac{5}{2}$. B. $a = -\frac{11}{6}$. C. $a = 3$. D. $a = 2$.

Câu 59. Tìm tham số thực m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-12}{x+4} & \text{khi } x \neq -4 \\ mx+1 & \text{khi } x = -4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = -4$.

A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Câu 60. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 61. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } (x > 1) \\ m^2+m+\frac{1}{4} & \text{khi } (x \leq 1) \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để

hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

A. $m \in \{0; 1\}$.B. $m \in \{0; -1\}$.C. $m \in \{1\}$.D. $m \in \{0\}$.

Câu 62. Tìm a để hàm số liên tục trên \mathbb{R} : $f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x > 1. \end{cases}$

A. $a = -2$.B. $a = 1$.C. $a = 2$.D. $a = -1$.

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = \sqrt{3}$. B. $m = 1$. C. $m = \pm\sqrt{3}$. D. $m = \pm 1$.

Câu 64. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$.

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 4$.

Câu 65. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2m + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{13}{2}$. C. $m = \frac{11}{2}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 66. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + 2x + 8}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 x^2 + 5mx & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ ($m \in \mathbb{R}$). Biết hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -2$.

Số giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 67. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.
 B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
 C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

Câu 68. Hàm số nào sau đây liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $f(x) = \sqrt{x}$. B. $f(x) = x^4 - 4x^2$. C. $f(x) = \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2}{x + 1}}$. D. $f(x) = \frac{x^4 - 4x^2}{x + 1}$.

Câu 69. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng

- A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[0; 1]$.
 B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.
 C. Hàm số liên tục tại mọi điểm thuộc \mathbb{R} .
 D. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$.

Câu 70. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x + 1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Câu 71. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $y = |x|$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Câu 72. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{neu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{neu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số f có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

A. 2018.

B. 1009.

C. 642.

D. 321.

Câu 73. Tìm m để hàm số $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ mx+1 & , x=1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. $m = -\frac{4}{3}$.

B. $m = -\frac{1}{3}$.

C. $m = \frac{4}{3}$.

D. $m = \frac{2}{3}$.

Câu 74. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} & , x \neq 2 \\ ax+3 & , x=2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

A. $a = -1$.

B. $a = \frac{1}{6}$.

C. $a = \frac{4}{3}$.

D. $a = -\frac{4}{3}$.

Câu 75. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m-2 & \text{khi } x=1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Câu 76. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $m = 2; m = 3$.

B. $m = -2; m = -3$.

C. $m = 1; m = 6$.

D. $m = -1; m = -6$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+a-1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} .

A. $a = 1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 4$.

D. $a = 2$.

Câu 78. Cho biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)} & \text{khi } x(x-2) \neq 0 \\ a & \text{khi } x=0 \\ b & \text{khi } x=2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} . Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 2$.

B. $T = 122$.

C. $T = 101$.

D. $T = 145$.

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau liên tục trên \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{khi } x > 1 \\ m.e^{x-1} + 1 - 2mx^2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 0$.

Câu 80. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 81. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Câu 82. Tìm P để hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ 6Px - 3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $P = \frac{5}{6}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 83. Hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + b + 1, & \text{khi } x > 0 \\ a \cos x + b \sin x, & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

- A. $a - b = 1$. B. $a - b = -1$. C. $a + b = 1$ D. $a + b = 1$

Câu 84. Cho hàm số $y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $m = 5$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} - m & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 86. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tập các giá trị của a để hàm số đã cho liên

tục trên \mathbb{R} là:

- A. $\left\{\frac{2}{5}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{5}\right\}$. C. $\{0\}$. D. $\left\{\frac{3}{5}\right\}$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên

\mathbb{R} .

- A. $m = 8$ hoặc $m = -\frac{7}{4}$. B. $m = \frac{7}{4}$.
C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = -8$ hoặc $m = \frac{7}{4}$.

Câu 88. Nếu hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{khi } x < -5 \\ x + 17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ ax + b + 10 & \text{khi } x > 10 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} thì $a + b$ bằng

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 89. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.
 B. Phương trình (1) vô nghiệm.
 C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 90. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$

- A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$. B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.
 C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. D. $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$.

Câu 91. Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 92. Phương trình $3x^5 + 5x^3 + 10 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-10; -2)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 93. Cho phương trình $2x^3 - 8x - 1 = 0$ (1). Khẳng định nào **sai**?

- A. Phương trình không có nghiệm lớn hơn 3.
 B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.
 C. Phương trình có 2 nghiệm lớn hơn 2.
 D. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(-5; -1)$.

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn $f(a) = b$, $f(b) = a$ với $a, b > 0$, $a \neq b$. Khi đó phương trình nào sau đây có nghiệm trên khoảng $(a; b)$.

- A. $f(x) = 0$. B. $f(x) = x$. C. $f(x) = -x$. D. $f(x) = a$.

Câu 95. Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 96. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} a + c > b + 1 \\ a + b + c + 1 < 0 \end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox .

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương