

BÀI 4. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ ĐỒ THỊ

• CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. \mathbb{R} D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Vậy tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = 2 \sin x$ là

- A. $[0; 2]$. B. $[-1; 1]$. C. \mathbb{R} . D. $[-2; 2]$.

Lời giải

Hàm số $y = 2 \sin x$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \cot x + \sin 5x + \cos x$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 4. Chọn khẳng định sai?

- A. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
B. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là \mathbb{R} .
C. Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là \mathbb{R} .
D. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ nên có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hàm số $y = \sin x$ xác định với mọi x nên tập xác định là \mathbb{R} .

Hàm số $y = \cos x$ xác định với mọi x nên tập xác định là \mathbb{R} .

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ nên tập xác định là

$$\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn

C.

+) Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$, suy ra tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số: $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \cot 2x - \tan x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = -\tan x$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = -\tan x$ xác định khi: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{4}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{4} + \pi\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10. Tập $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

A. $y = \cot x$.

B. $y = \cot 2x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \tan 2x$

Lời giải

Hàm số $y = \cot 2x$ xác định khi $2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right)$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Lời giải

Hàm số xác định:

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right) \neq 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2}\cos x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \cos x \neq 1 + 2k \Leftrightarrow \cos x \neq \pm 1 \Leftrightarrow \sin x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi và chỉ khi

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ xác định khi và chỉ khi $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$$\text{Suy ra } x \neq \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

Câu 14. Hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x \neq k\pi$

C. $x \neq k2\pi$

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$

- A. $x \neq k2\pi$. B. $x \neq \frac{k\pi}{2}$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq k\pi$.

Lời giải

$$\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$ là

- A. $(-2; +\infty)$ B. $(2; +\infty)$ C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn D

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $\sin x - 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R}$

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy, tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 18. Hàm số nào có tập xác định là \mathbb{R} :

- A. $y = \frac{\cos^2 x + 2}{\cot^2 x + 1}$ B. $y = \sqrt{2 + 2\cos x}$ C. $y = \cot 3x - \tan x$ D. $y = \sin \sqrt{x+2}$

Lời giải

Chọn B

$y = \sqrt{2 + 2\cos x}$ được xác định $\Leftrightarrow 2 + 2\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq -1$ (luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$).

Vậy tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 + 2\cos x}$ là \mathbb{R} .

Câu 19. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

- A. $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Điều kiện $\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \tan x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$ là

$$\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$.

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 23. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

A. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 24. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{\cos x + 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Đk: $\cos x + 1 \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq -1 \Rightarrow x \neq \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 2x}{\sin 2x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 26. Cho các hàm số: $y = \sin 2x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Câu 27. Chu kỳ của hàm số $y = 3 \sin \frac{x}{2}$ là số nào sau đây?

A. 0. **B.** 2π . **C.** 4π . **D.** π .

Lời giải

Chu kỳ của hàm số $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$.

Câu 28. Chu kỳ của hàm số $y = \sin x$ là

A. $k2\pi$. **B.** π . **C.** 2π . **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn có chu kỳ là 2π .

Câu 29. Trong các hàm số $y = \tan x$; $y = \sin 2x$; $y = \sin x$; $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x + k\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

□ Ta có hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ và hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ nên cả hai hàm số này đều không thỏa yêu cầu.

□ Xét hàm số $y = \sin 2x$: Ta có $\sin 2(x + k\pi) = \sin(2x + k2\pi) = \sin 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

□ Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π nên không thỏa yêu cầu.

Câu 30. Trong bốn hàm số: (1) $y = \cos 2x$, (2) $y = \sin x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Do hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π nên hàm số (1) $y = \cos 2x$ tuần hoàn chu kỳ π .
Hàm số (2) $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Do hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm số (3) $y = \tan 2x$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{\pi}{2}$.

Do hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm số (4) $y = \cot 4x$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{\pi}{4}$.

Câu 31. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không tuần hoàn?

- A.** $y = \cos x$. **B.** $y = \cos 2x$. **C.** $y = x^2 \cos x$. **D.** $y = \frac{1}{\sin 2x}$

Lời giải

Nhận xét: Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π

Hàm số $y = \cos 2x$ và $y = \frac{1}{\sin 2x}$ tuần hoàn với chu kỳ π

Theo phương pháp loại trừ ta có hàm số $y = x^2 \cos x$ không tuần hoàn.

Câu 32. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A.** $T = \frac{2\pi}{5}$. **B.** $T = \frac{5\pi}{2}$. **C.** $T = \frac{\pi}{2}$. **D.** $T = \frac{\pi}{8}$

Lời giải

Hàm số $y = \sin(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 33. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2021\right)$

- A.** $T = 4\pi$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = -2\pi$. **D.** $T = \pi$

Lời giải

Hàm số $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2021\right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.

Câu 34. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = -\frac{1}{2}\sin(100\pi x + 50\pi)$.

- A.** $T = \frac{1}{50}$. **B.** $T = \frac{1}{100}$. **C.** $T = \frac{\pi}{50}$. **D.** $T = 200\pi^2$

Lời giải

Hàm số $y = \sin(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = -\frac{1}{2}\sin(100\pi x + 50\pi)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}$.

Câu 35. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \tan 3\pi x$.

- A.** $T = \frac{\pi}{3}$. **B.** $T = \frac{4}{3}$. **C.** $T = \frac{2\pi}{3}$. **D.** $T = \frac{1}{3}$

Lời giải

Hàm số $y = \tan(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \tan 3\pi x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{1}{3} \dots$

Câu 36. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = 2\cos^2 x + 2020$.

A. $T = 3\pi$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = \pi$.

D. $T = 4\pi$

Lời giải

Ta có $y = 2\cos^2 x + 2020 = \cos 2x + 2021$.

Hàm số $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 37. Hàm số nào sau đây có chu kỳ khác π ?

A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$.

B. $y = \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $y = \tan(-2x + 1)$.

D. $y = \cos x \sin x$

Lời giải

Xét: Hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|-2|} = \pi$

Xét: Hàm số $y = \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

Xét: Hàm số $y = \tan(-2x + 1)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|-2|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ **chọn**

Xét. Hàm số $y = \cos x \sin x = \frac{1}{2} \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$.

Câu 38. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

Lời giải

B sai vì hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 39. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

A. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

B. $y = |\sin x|$

C. $y = 1 - \sin x$

D. $y = \sin x + \cos x$

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$

Và $y(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = |\sin x| = y(x)$

Vậy hàm số trên là hàm số chẵn

Câu 40. Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số chẵn

D. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ là các hàm số lẻ.

Câu 41. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Ta có các kết quả sau:

+ Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

+ Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

+ Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

+ Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 42. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \cot 4x$.

B. $y = \tan 6x$.

C. $y = \sin 2x$.

D. $y = \cos x$.

Lời giải

Xét hàm $y = \cos x$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Khi đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$.

Vậy $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 43. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây.

A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

C. $(-\pi + k2\pi; k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.

D. $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Câu 44. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $y = \tan x$ nghịch biến trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. $y = \cos x$ đồng biến trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

C. $y = \sin x$ đồng biến trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

D. $y = \cot x$ nghịch biến trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y = \tan x$ đồng biến.

Câu 45. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

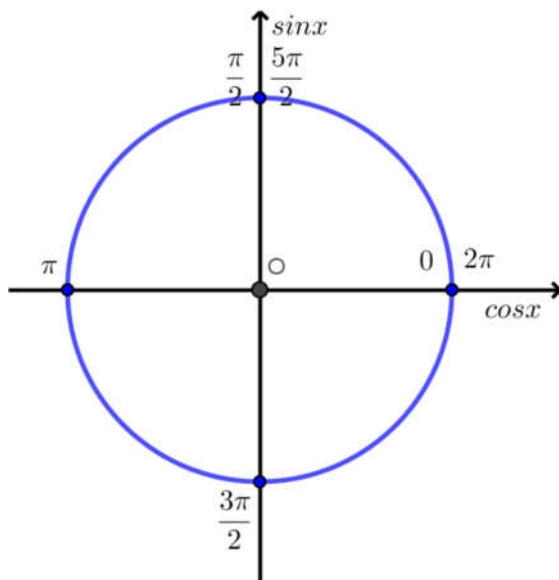
A. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

B. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.

C. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Lời giải



Quan sát đường tròn lượng giác, ta thấy hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Câu 46. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.
- B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.
- D. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

Mệnh đề A sai vì hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Mệnh đề C sai vì hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

Mệnh đề D sai vì hàm số $y = \sin x$ không có tiệm cận ngang.

Mệnh đề B đúng vì hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Câu 47. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$.
- B. $\left(\frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}\right)$.
- C. $\left(\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right)$.
- D. $\left(\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tròn lượng giác ta thấy hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$ đồng biến ở góc phần tư thứ nhất và góc phần tư thứ tư.

Dễ thấy khoảng $\left(\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$ là phần thuộc góc phần tư thứ tư và thứ nhất nên hàm số đồng biến.

Câu 48. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
- C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $\pi \Rightarrow$ đáp án A sai.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $2\pi \Rightarrow$ đáp án B sai.

Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ đáp án D sai.

Câu 49. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \tan 2x$ trên một chu kì tuần hoàn. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn#A.

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kì $\frac{\pi}{2}$, dựa vào các phương án A; B; C; D thì ta sẽ xét tính đơn điệu của hàm số trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}$.

Dựa theo kết quả khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = \tan x$ ở phần lý thuyết ta có thể suy ra với hàm số $y = \tan 2x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 50. Xét sự biến thiên của hàm số $y = 1 - \sin x$ trên một chu kì tuần hoàn của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ 2π và kết hợp với các phương án đề bài thì ta sẽ xét sự biến thiên của hàm số trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ta có hàm số $y = \sin x$:

* Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

* Nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

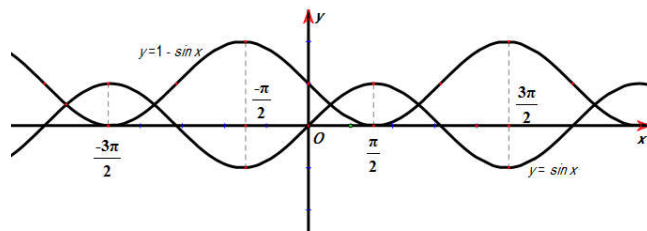
Từ đây suy ra hàm số $y = 1 - \sin x$:

* Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

* Đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Từ đây ta chọn

D.

Dưới đây là đồ thị của hàm số $y = 1 - \sin x$ và hàm số $y = \sin x$ trên \mathbb{R} .



Câu 51. Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.** Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều nghịch biến.
- B.** Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.
- C.** Hàm số $y = -\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ đồng biến.
- D.** Hàm số $y = -\sin 2x$ đồng biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ nghịch biến.

Lời giải

Ta có $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow 2x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thuộc góc phần tư thứ I. Do đó

Hàm số $y = \sin 2x$ đồng biến $\rightarrow y = -\sin 2x$ nghịch biến.

Hàm số $y = \cos 2x$ nghịch biến $\rightarrow y = -1 + \cos 2x$ nghịch biến.

Vậy: Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều nghịch biến, **đúng** \Rightarrow **chọn**.

Câu 52. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A.** $y = \sin x$.
- B.** $y = \cos x$.
- C.** $y = \tan x$.
- D.** $y = -\cot x$.

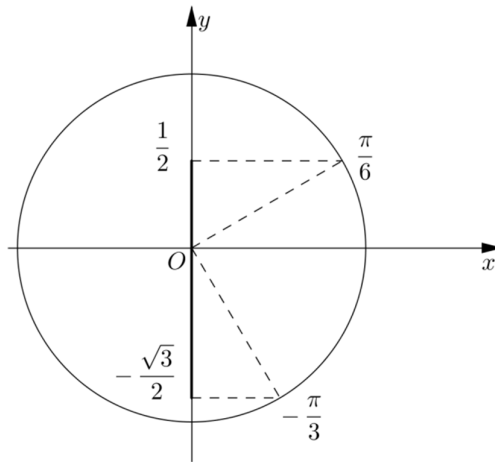
Lời giải

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 53. Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$:

- A.** $y = \cos x$.
- B.** $y = \cot 2x$.
- C.** $y = \sin x$.
- D.** $y = \cos 2x$.

Lời giải



Quan sát trên đường tròn lượng giác,
ta thấy trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$ hàm $y = \sin x$ tăng dần
(tăng từ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ đến $\frac{1}{2}$).

Câu 54. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \sin x - \cos x$. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.
- B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$.
- C.** Hàm số đã cho có tập giá trị là $[-1; 1]$.
- D.** Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn

B.

Ta có $y = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Từ đây ta có thể loại đáp án C, do tập giá trị của hàm số là $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ 2π do vậy ta xét sự biến thiên của hàm số trên đoạn

$$\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right].$$

Ta có:

* Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

* Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$. Từ đây ta chọn **A**.

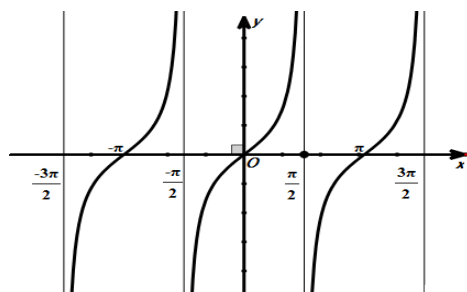
Câu 55. Chọn câu đúng?

- A.** Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng.
B. Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng trên từng khoảng xác định.
C. Hàm số $y = \tan x$ tăng trong các khoảng $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.
D. Hàm số $y = \tan x$ tăng trong các khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B.

Với A ta thấy hàm số $y = \tan x$ không xác định tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$ nên tồn tại các điểm làm



cho hàm số bị gián đoạn nên hàm số không thể luôn tăng.

Với B ta thấy B đúng vì hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Từ đây loại C và **D.**

Câu 56. Xét hai mệnh đề sau:

(I) $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ giảm.

(II) $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ giảm.

Mệnh đề đúng trong hai mệnh đề trên là:

- A.** Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả 2 sai. **D.** Cả 2 đúng.

Lời giải

Chọn B.

Như bài toán xét xem hàm số tăng hay giảm. Ta lấy $x_1 < x_2 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

$$\text{Lúc này ta có } f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{\sin x_2} - \frac{1}{\sin x_1} = \frac{\sin x_1 - \sin x_2}{\sin x_1 \sin x_2}$$

Ta thấy $x_1 < x_2 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ thì $\sin x_1 > \sin x_2 \Rightarrow \sin x_1 - \sin x_2 > 0$

$0 > \sin x_1 > \sin x_2 \Rightarrow \frac{\sin x_1 - \sin x_2}{\sin x_1 \cdot \sin x_2} > 0 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Vậy $y = \frac{1}{\sin x}$ là hàm tăng.

Tương tự ta có $y = \frac{1}{\cos x}$ là hàm giảm. Vậy I sai, II đúng.

Câu 57. Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là:

A.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	-1	1	-1	1	-1

B.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	1	-1	1	-1	1

C.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	-2	2	-2	2	-2

D.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	2	-2	2	-2	2

Lời giải

Đáp án#A.

Ta có thể loại phương án B; C; D luôn do tại $f(0) = \cos 0 = 1$ và $f(\pi) = \cos 2\pi = 1$. Các bảng biến thiên B; C; D đều không thỏa mãn.

Câu 58. Cho hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$. Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y					

B.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y					

C.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y					

D.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y					

Lời giải

Đáp án

C.

Tương tự như câu 70 thì ta có thể loại A và B do $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. tiếp theo xét giá trị

hàm số tại hai đầu mút thì ta loại được **D.**

Câu 59. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 1$ là

- A. -1. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Vì $\sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $y = 2 \sin x + 1 \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$y = 3$ khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 1$ là 3.

Câu 60. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là:

- A. $[-2; 2]$. B. $[0; 2]$. C. $[-1; 1]$. D. $[0; 1]$.

Lời giải

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số đã cho là $[-1; 1]$.

Câu 61. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là?

- A. \mathbb{R} . B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $[-1; 1]$.

Lời giải

Với $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có $\cos x \in [-1; 1]$.

Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là $[-1; 1]$.

Câu 62. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = 1; m = -1$. B. $M = 2; m = 1$. C. $M = 3; m = 0$. D. $M = 3; m = 1$.

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra: $1 \leq 2 - \sin x \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$ hay $1 \leq y \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $M = 3$ và $m = 1$.

Câu 63. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A. 3 ; -5. B. -2; -8. C. 2 ; -5. D. 8; 2.

Lời giải

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -8 \leq 3 \sin 2x - 5 \leq -2 \Rightarrow -8 \leq y \leq -2$.

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là -2; -8.

Câu 64. Gọi m là giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 + 2 \sin 2x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$. Giá trị m thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

- A. $3 < m < 6$. B. $m^2 = 16$. C. $4 < m < 5$. D. $m = 3 + \sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow 2x \in \left[\frac{\pi}{3}; \pi\right] \Rightarrow 0 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2 \sin 2x \leq 2 \Rightarrow 3 \leq 3 + 2 \sin 2x \leq 5$

Vậy $m = \max_{x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]} y = 5$.

Câu 65. Khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ thì $y = \sin x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

B. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right]$

C. $[-1; 1]$.

D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$.

Lời giải

✓ Trong nửa khoảng $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right]$:

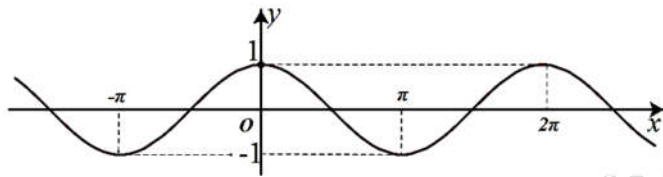
Hàm số $y = \sin x$ giảm nên $\sin \frac{3\pi}{2} \leq \sin x < \sin \frac{5\pi}{4} \Rightarrow -1 \leq \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

✓ Trong nửa khoảng $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right)$:

Hàm số $y = \sin x$ tăng nên $\sin \frac{3\pi}{2} \leq \sin x < \sin \frac{7\pi}{4} \Rightarrow -1 \leq \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

✓ Vậy khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ thì $y = \sin x$ lấy mọi giá trị thuộc $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Câu 66. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = 1 - \sin x$

B. $y = \cos x$

C. $y = \sin x$

D. $y = 1 + \sin x$

Lời giải

Chọn B

+ Chọn $x = \pi$ nhìn vào đồ thị ta được $y = -1$. Thay $x = \pi$ vào lần lượt các phương án ta loại C và D

+ Chọn $x = \frac{3\pi}{2}$ nhìn vào đồ thị ta được $y = 0$. Thay $x = \frac{3\pi}{2}$ vào phương án A ta nhận được $y = 2$

\Rightarrow loại A nên đáp án là **B**.

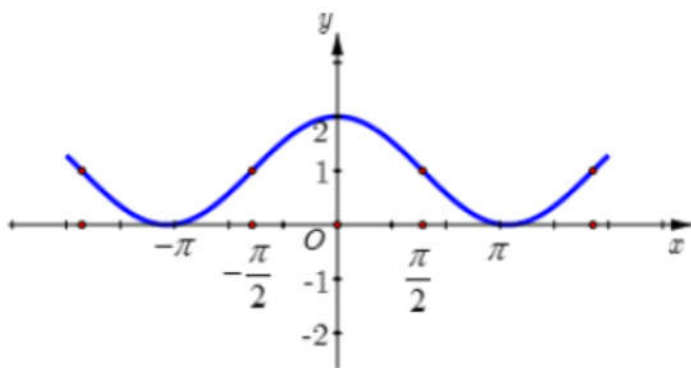
Câu 67. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ có đồ thị (C). Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị **không thể** thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị (C)?

A. $y = \sin x - \cos x$. B. $y = \left|\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2}\right|$. C. $y = -\sin x - \cos x$. D. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Ta có $\max_{x \in \mathbb{R}} (\sin x + \cos x) = \sqrt{2} = M$, $\min_{x \in \mathbb{R}} (\sin x + \cos x) = -\sqrt{2} = m$, $M - m = 2\sqrt{2}$. Vì phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nên chọn đáp án D (chênh lệch giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất bằng 2).

Câu 68. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

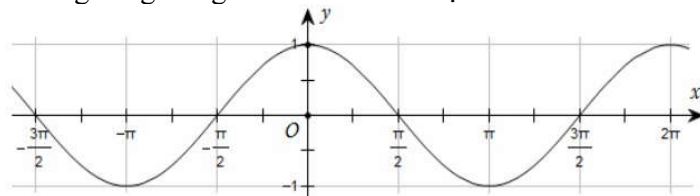


- A. $y = \cos x + 1$. B. $y = 2 - \sin x$. C. $y = 2 \cos x$. D. $y = \cos^2 x + 1$.

Lời giải

Do đồ thị đi qua ba điểm $(-\pi; 0)$, $(0; 2)$, $(\pi; 0)$ nên chọn phương án A

Câu 69. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



- A. $y = 1 + \sin 2x$. B. $y = \cos x$. C. $y = -\sin x$. D. $y = -\cos x$.

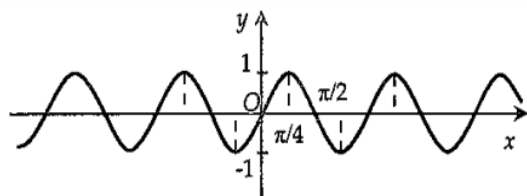
Lời giải

Ta thấy tại $x = 0 \Rightarrow y = 1$. Do đó loại các đáp án C, D.

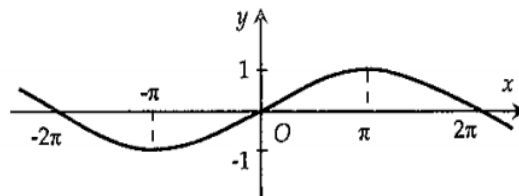
Tại $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 0$. Loại A.

Câu 70. Hình nào dưới đây biểu diễn đồ thị hàm số $y = f(x) = 2 \sin 2x$?

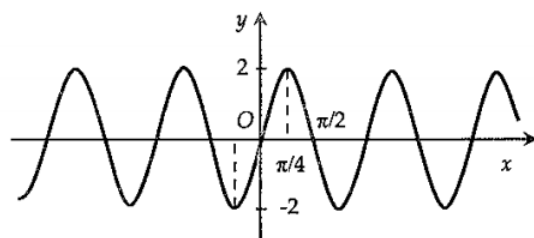
A.



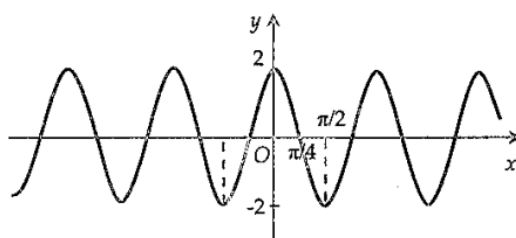
B.



C.



D.



Lời giải

Chọn

C.

Ta thấy $-2 \leq 2 \sin 2x \leq 2$ nên ta có loại A và B.

Tiếp theo với C và D ta có:

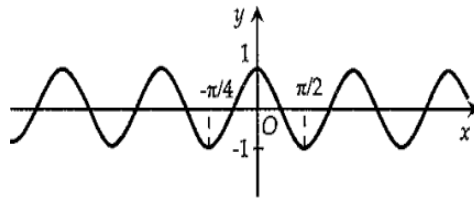
Từ phân lý thuyết ở trên ta có hàm số tuần hoàn với chu kỳ $\frac{2\pi}{|2|} = \pi$.

Ta thấy với $x=0$ thì $y=0$ nên đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ. Từ đây ta chọn đáp án

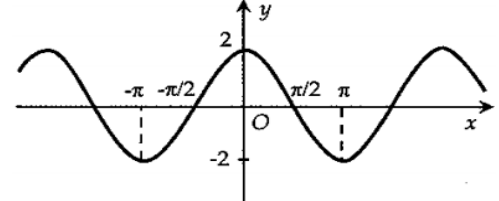
C.

Câu 71. Hình vẽ nào sau đây biểu diễn đồ thị hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$?

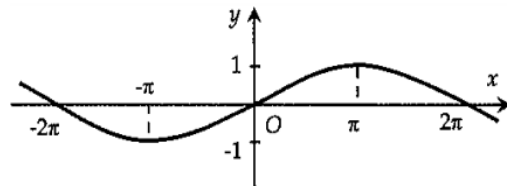
A.



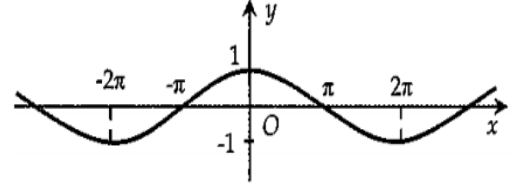
B.



C.



D.



Lời giải

Chọn D

Ta thấy $-1 \leq \cos \frac{x}{2} \leq 1$ nên ta loại

B.

Tiếp theo ta có hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ có chu kỳ tuần hoàn là $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.

Ta thấy với $x=0$ thì $y = \cos \frac{x}{2} = \cos 0 = 1$ nên ta chọn

D.

Câu 72. Đồ thị hàm số $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$ được suy ra từ đồ thị (C) của hàm số $y = \cos x$ bằng cách:

A. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

B. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

C. Tịnh tiến (C) lên trên một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

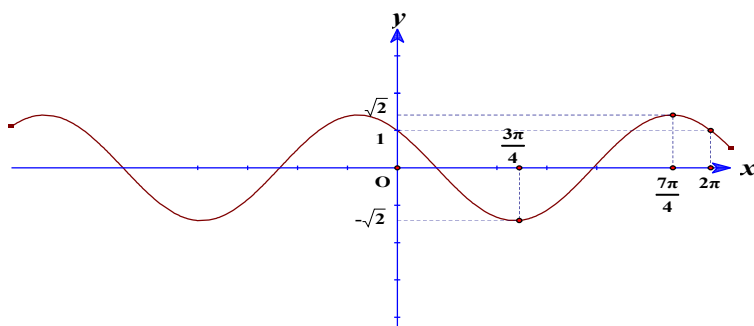
D. Tịnh tiến (C) xuống dưới một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$ được suy ra từ đồ thị (C) của hàm số $y = \cos x$ bằng cách tịnh tiến sang phải 1 đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$.

Câu 73. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



- A.** $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. **B.** $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. **C.** $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. **D.** $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

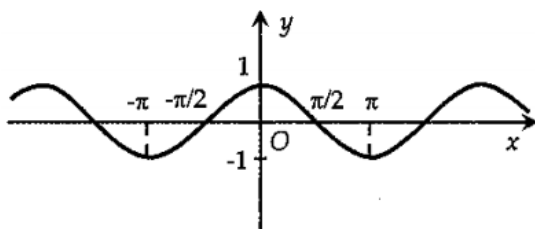
Lời giải

Chọn D

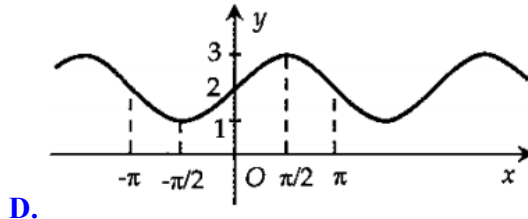
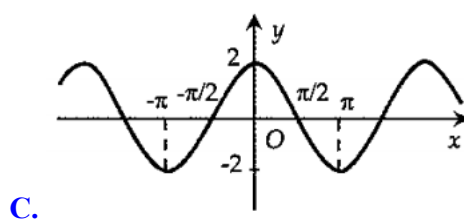
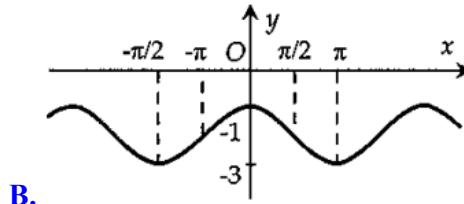
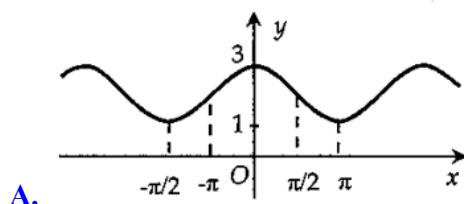
Ta thấy hàm số có GTLN bằng $\sqrt{2}$, GTNN bằng $-\sqrt{2}$ nên loại **A, B**

Tại $x = \frac{3\pi}{4}$ thì $y = -\sqrt{2}$. Thay $x = \frac{3\pi}{4}$ vào hai đáp án còn lại chỉ có **D** thỏa mãn.

Câu 74. Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ như hình vẽ :



Hình vẽ nào sau đây là đồ thị hàm số $y = \cos x + 2$?



Lời giải

Chọn A

Ta thực hiện phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên trục Oy lên trên 2 đơn vị (xem lại sơ đồ biến đổi đồ thị cơ bản ở bên trên).

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 75. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; x \neq k\pi\right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ xác định khi: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq k2\pi \end{cases}$.

Vậy tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 76. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi:

$\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 77. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sin x}{\tan x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + n\pi \end{cases}, m, n \in \mathbb{Z}$.

Vậy Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 78. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{2 \tan x - 1}{3 \sin x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 79. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ -k\pi; k \in \mathbb{Z} \}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \geq 0 \\ 1 + \sin x \geq 0 \end{cases}$.

Hàm số xác định khi $1 + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 80. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{5 + 2 \cot^2 x - \sin x} + \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

Lời giải

Hàm số $y = \sqrt{5 + 2 \cot^2 x - \sin x} + \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ xác định khi và chỉ khi các điều kiện sau thỏa mãn đồng thời.

$+ 5 + 2 \cot^2 x - \sin x \geq 0$, $\cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ xác định và $\cot x$ xác định.

Ta có $\begin{cases} 5 + 2 \cot^2 x - \sin x \geq 0 \\ 1 - \sin 2x \geq 0 \Rightarrow 5 - \sin x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 5 + 2 \cot^2 x - \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$+ \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ xác định $\Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \neq 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$\cot x$ xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do đó hàm số xác định $\begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 81. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos 3x}{\cos x \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3} + x \right)}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Đáp án#A.

Hàm số đã cho xác định khi $\cos 3x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \neq 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

Câu 82. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{5 \sin 2x + 3}{12 \sin x} + \frac{\sqrt{\cos^2 x + 5}}{\cos x}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Đáp án

B.

Hàm số $f(x) = \frac{5 \sin 2x + 3}{12 \sin x} + \frac{\sqrt{\cos^2 x + 5}}{\cos x}$ xác định khi

$$\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 83. Tập xác định của hàm số $\frac{5 - 3 \cos 2x}{\sqrt{1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)}}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Đáp án#A.

Ta có $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ nên $5 - 3 \cos 2x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mặt khác $\left|1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)\right| \geq 0$.

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \neq -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 84. Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7\pi}{6} + k\pi, k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Lời giải

Đáp án

B.

Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $1 + \cos x \geq 0$ và $1 - \cos x \geq 0 \Rightarrow \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \geq 0.$

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \\ 1 - \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq k2\pi \end{cases}$$

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 85. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 + \sin x} - \frac{1}{\tan^2 x - 1}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Lời giải

Đáp án#A.

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $2 + \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + \sin x \geq 0 \\ \tan^2 x - 1 \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq \pm 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 86. Hàm số $y = \frac{1 + \tan\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right)}{\cot^2 x + 1}$ có tập xác định là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi; k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Lời giải

Đáp án

D.

$$\text{Hàm số xác định khi} \begin{cases} \cot^2 x + 1 \neq 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} + 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq k\pi \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 87. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{m - 2 \sin x}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m \geq 2$.

B. $m \leq -2$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $m - 2 \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 2 \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \max_{x \in \mathbb{R}} (2 \sin x) = 2$

Câu 88. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{\sin x - m}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \neq 1$.

D. $m \in [-1; 1]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\sin x - m \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq m$

Mà $\sin x \in [-1; 1]$ nên $m \notin [-1; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

Câu 89. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{3m + \sin x - \sqrt{3} \cos x}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m \geq \frac{2}{3}$.

B. $m \geq \frac{\sqrt{3} + 1}{3}$.

C. $m \leq \frac{\sqrt{3} - 1}{3}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $3m + \sin x - \sqrt{3} \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3m \geq \sqrt{3} \cos x - \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3m \geq \max_{x \in \mathbb{R}} (\sqrt{3} \cos x - \sin x)$

Mà $-2 \leq \sqrt{3} \cos x - \sin x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \leq 2$

Nên $3m \geq 2 \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3}$

Câu 90. Hàm số $y = \frac{2 - \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$ có tập xác định \mathbb{R} khi

A. $m > 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m \neq -1$.

D. $-1 < m < 1$.

Lời giải

Hàm số có tập xác định \mathbb{R} khi $m \cos x + 1 > 0, \forall x (*)$.

Khi $m = 0$ thì $(*)$ luôn đúng nên nhận giá trị $m = 0$.

Khi $m > 0$ thì $m \cos x + 1 \in [-m + 1; m + 1]$ nên $(*)$ đúng khi $-m + 1 > 0 \Rightarrow 0 < m < 1$.

Khi $m < 0$ thì $m \cos x + 1 \in [m + 1; -m + 1]$ nên $(*)$ đúng khi $m + 1 > 0 \Rightarrow -1 < m < 0$.

Vậy giá trị m thỏa $-1 < m < 1$.

Câu 91. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{5 \sin 4x - 6 \cos 4x + 2m - 1}$ xác định với mọi x .

A. $m \geq 1$.

B. $m \geq \frac{\sqrt{61} - 1}{2}$.

C. $m < \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$.

D. $m \geq \frac{\sqrt{61} + 1}{2}$.

Lời giải

Hàm số $y = \sqrt{5 \sin 4x - 6 \cos 4x + 2m - 1}$ xác định với mọi x khi và chỉ khi $5 \sin 4x - 6 \cos 4x + 2m - 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Ta có: $-\sqrt{61} \leq 5 \sin 4x - 6 \cos 4x \leq \sqrt{61} \Rightarrow \min(5 \sin 4x - 6 \cos 4x + 2m - 1) = 2m - 1 - \sqrt{61};$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \geq \frac{\sqrt{61} + 1}{2}.$

Câu 92. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m + 1) \cos x}$ xác định trên \mathbb{R} ?

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Hàm số xác định trên \mathbb{R}

$$\Leftrightarrow 5 - m \sin x - (m + 1) \cos x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x + (m + 1) \cos x \leq 5 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \max_{x \in \mathbb{R}} (m \sin x + (m + 1) \cos x) \leq 5.$$

$$\Leftrightarrow m^2 + (m + 1)^2 \leq 25 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-4; 3].$$

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 93. Cho hàm số $h(x) = \sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x - 2m \sin x \cdot \cos x}$. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số xác định với mọi số thực x (trên toàn trục số) là

A. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}.$

B. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}.$

C. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0.$

D. $m \leq \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn #A.

Xét hàm số $g(x) = (\sin^2 x)^2 + (\cos^2 x)^2 - m \sin 2x$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x - m \sin 2x$$

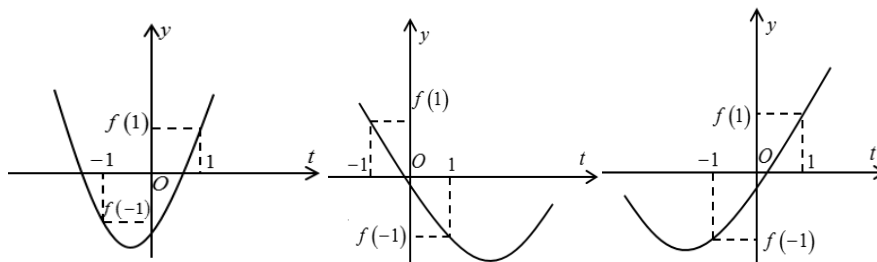
$$= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x - m \sin 2x.$$

Đặt $t = \sin 2x \Rightarrow t \in [-1; 1].$

Hàm số $h(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}t^2 - mt + 1 \geq 0, \forall t \in [-1; 1]$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2mt - 2 \leq 0, \forall t \in [-1; 1].$$

Đặt $f(t) = t^2 + 2mt - 2$ trên $[-1; 1].$



Đồ thị hàm số có thể là một trong ba đồ thị trên.

Ta thấy $\max_{[-1; 1]} f(t) = f(1)$ hoặc $\max_{[-1; 1]} f(t) = f(-1)$

$$\text{Ycbt } f(t) = t^2 + 2mt - 2 \leq 0, \forall t \in [-1; 1] \Leftrightarrow \max_{[-1; 1]} f(t) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 + 2m \leq 0 \\ -1 - 2m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 94. Tìm m để hàm số $y = \frac{3x}{\sqrt{2\sin^2 x - m\sin x + 1}}$ xác định trên \mathbb{R} .

A. $m \in [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$. **B.** $m \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$.

C. $m \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$. **D.** $m \in \{-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $2\sin^2 x - m\sin x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow t \in [-1; 1]$

Lúc này ta đi tìm điều kiện của m để $f(t) = 2t^2 - mt + 1 > 0, \forall t \in [-1; 1]$

Ta có $\Delta_t = m^2 - 8$

TH 1: $\Delta_t < 0 \Leftrightarrow m^2 - 8 < 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$. Khi đó $f(t) > 0, \forall t$ (thỏa mãn).

TH 2: $\Delta_t = 0 \Leftrightarrow m^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2\sqrt{2} \\ m = 2\sqrt{2} \end{cases}$ (thử lại thì cả hai trường hợp đều không thỏa mãn).

TH 3: $\Delta_t > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2\sqrt{2} \\ m > 2\sqrt{2} \end{cases}$ khi đó tam thức $f(t) = 2t^2 - mt + 1$ có hai nghiệm phân biệt $t_1; t_2 (t_1 < t_2)$.

$$\text{Để } f(t) > 0, \forall t \in [-1; 1] \text{ thì } \begin{cases} t_1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{m - \sqrt{m^2 - 8}}{4} \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 8} \geq m - 4 (VN) \\ t_2 \leq -1 \Leftrightarrow \frac{m + \sqrt{m^2 - 8}}{4} \leq -1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 8} \leq -m - 4 (VN) \end{cases}.$$

Vậy $m \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 95. Hàm số nào sau đây có chu kì khác 2π ?

A. $y = \cos^3 x$. **B.** $y = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$. **C.** $y = \sin^2(x + 2)$. **D.** $y = \cos^2\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

Lời giải

Xét: Hàm số $y = \cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3\cos x)$ có chu kì là 2π .

Xét: Hàm số $y = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x$ có chu kì là 2π .

Xét: Hàm số $y = \sin^2(x + 2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x + 4)$ có chu kì là π . \Rightarrow **Chọn**

Xét: Hàm số $y = \cos^2\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(x + 2)$ có chu kì là 2π .

Câu 96. Hai hàm số nào sau đây có chu kì khác nhau?

A. $y = \cos x$ và $y = \cot \frac{x}{2}$. **B.** $y = \sin x$ và $y = \tan 2x$.

C. $y = \sin \frac{x}{2}$ và $y = \cos \frac{x}{2}$.

D. $y = \tan 2x$ và $y = \cot 2x$

Lời giải

Xét: Hai hàm số $y = \cos x$ và $y = \cot \frac{x}{2}$ có cùng chu kỳ là 2π .

Xét: Hai hàm số $y = \sin x$ có chu kỳ là 2π , hàm số $y = \tan 2x$ có chu kỳ là $\frac{\pi}{2}$. \Rightarrow **Chọn**

Xét: Hai hàm số $y = \sin \frac{x}{2}$ và $y = \cos \frac{x}{2}$ có cùng chu kỳ là 4π .

Xét: Hai hàm số $y = \tan 2x$ và $y = \cot 2x$ có cùng chu kỳ là $\frac{\pi}{2}$.

Câu 97. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$.

A. 5π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 4π .

D. 2π

Lời giải

Chu kỳ của $\sin \frac{x}{2}$ là $T_1 = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$ và Chu kỳ của $\cos \frac{3x}{2}$ là $T_2 = \frac{2\pi}{\left|\frac{3}{2}\right|} = \frac{4\pi}{3}$

Chu kỳ của hàm ban đầu là bội chung nhỏ nhất của hai chu kỳ T_1 và T_2 vừa tìm được ở trên.

Chu kỳ của hàm ban đầu $T = 4\pi$

Câu 98. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos 2x + \sin \frac{x}{2}$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{2}$

Lời giải

Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Hàm số $y = \sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.

Suy ra hàm số $y = \cos 2x + \sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.

Nhận xét. T là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

Câu 99. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos 3x + \cos 5x$.

A. $T = \pi$.

B. $T = 3\pi$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = 5\pi$

Lời giải

Hàm số $y = \cos 3x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_1 = \frac{2\pi}{3}$.

Hàm số $y = \cos 5x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{5}$.

Suy ra hàm số $y = \cos 3x + \cos 5x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Câu 100. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = 3 \cos(2x+1) - 2 \sin\left(\frac{x}{2}-3\right)$.

A. $T = 2\pi$.

B. $T = 4\pi$.

C. $T = 6\pi$.

D. $T = \pi$.

Lời giải

Hàm số $y = 3 \cos(2x+1)$ tuần hoàn với chu kì $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Hàm số $y = -2 \sin\left(\frac{x}{2}-3\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.

Suy ra hàm số $y = 3 \cos(2x+1) - 2 \sin\left(\frac{x}{2}-3\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = 4\pi$.

Câu 101. Tìm chu kì T của hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $T = 2\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = 4\pi$

Lời giải

Hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Hàm số $y = 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_2 = \frac{2\pi}{3}$.

Suy ra hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.

Câu 102. Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan 3x + \cot x$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$

Lời giải

Hàm số $y = \cot(ax+b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \tan 3x$ tuần hoàn với chu kì $T_1 = \frac{\pi}{3}$.

Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kì $T_2 = \pi$.

Suy ra hàm số $y = \tan 3x + \cot x$ tuần hoàn với chu kì $T = \pi$.

Nhận xét. T là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

Câu 103. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cot \frac{x}{3} + \sin 2x$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$

Lời giải

Hàm số $y = \cot \frac{x}{3}$ tuần hoàn với chu kì $T_1 = 3\pi$.

Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì $T_2 = \pi$.

Suy ra hàm số $y = \cot \frac{x}{3} + \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì $T = 3\pi$.

Câu 104. Tìm chu kì T của hàm số $y = \sin \frac{x}{2} - \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 3\pi$.

D. $T = 2\pi$

Lời giải

Hàm số $y = \sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kì $T_1 = 4\pi$.

Hàm số $y = -\tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T_2 = \frac{\pi}{2}$.

Suy ra hàm số $y = \sin \frac{x}{2} - \tan \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.

Câu 105. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\cos^2 3x$.

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = 3\pi$. D. $T = \frac{\pi}{3}$

Lời giải

Ta có $y = 2 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} + 3 \cdot \frac{1 + \cos 6x}{2} = \frac{1}{2}(3\cos 6x - 2\cos 2x + 5)$.

Hàm số $y = 3\cos 6x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_1 = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.

Hàm số $y = -2\cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_2 = \pi$.

Suy ra hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 106. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \tan 3x - \cos^2 2x$.

- A. $T = \pi$. B. $T = \frac{\pi}{3}$. C. $T = \frac{\pi}{2}$. D. $T = 2\pi$

Lời giải

Ta có $y = \tan 3x - \frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{1}{2}(2\tan 3x - \cos 4x - 1)$.

Hàm số $y = 2\tan 3x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_1 = \frac{\pi}{3}$.

Hàm số $y = -\cos 4x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

Suy ra hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 107. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin |2016x| + \cos 2017x$. B. $y = 2016\cos x + 2017\sin x$.
C. $y = \cot 2015x - 2016\sin x$. D. $y = \tan 2016x + \cot 2017x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x) = \sin |2016x| + \cos 2017x$. Tập xác định. $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$.

Ta có $f(-x) = \sin |-2016x| + \cos (-2017x) = \sin |2016x| + \cos 2017x = f(x)$.

Vậy $f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 108. Đồ thị hàm số nào sau đây không có trục đối xứng?

- A. $y = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \cos x & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. B. $y = f(x) = \tan^2 3x$.
C. $y = f(x) = \cos 3x$. D. $y = f(x) = x^2 + 5x - 2$.

Lời giải

Các hàm số $y = f(x) = \tan^2 3x$; $y = f(x) = \cos 3x$ thỏa mãn điều kiện $f(-x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó là các hàm số chẵn trên các tập số thực. Do đó, đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

Hàm số $y = f(x) = x^2 + 5x - 2$ có trục đối xứng là $x = -\frac{5}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \cos x & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ không có trục đối xứng.

Câu 109. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = -2\cos x$. B. $y = -2\sin x$. C. $y = 2\sin(-x)$. D. $y = \sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn#A.

Với các kiến thức về tính chẵn lẻ của hàm lượng giác cơ bản ta có thể chọn luôn#A.

Xét A: Do tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f(-x) = -2\cos(-x) = -2\cos x = f(x)$. Vậy hàm số $y = -2\cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 110. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = x \cos x$. C. $y = \cos x \cdot \cot x$. D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$

Lời giải

● Xét hàm số $y = f(x) = \sin 2x$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \sin(-2x) = -\sin 2x = -f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

● Xét hàm số $y = f(x) = x \cos x$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) = -x \cos x = -f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

● Xét hàm số $y = f(x) = \cos x \cot x$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos(-x) \cdot \cot(-x) = -\cos x \cot x = -f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

● Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = \frac{-\tan x}{-\sin x} = \frac{\tan x}{\sin x} = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn \Rightarrow **Chọn.**

Câu 111. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2\cos x - 3}$ thì $y = f(x)$ là

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ.
C. Không chẵn không lẻ. D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn

B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$f(-x) = \frac{\sin(-2x)}{2\cos(-x)-3} = \frac{-\sin 2x}{2\cos x-3} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 112. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- A. $y = \sin x \cos 2x$. B. $y = \sin^3 x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
C. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$. D. $y = \cos x \sin^3 x$

Lời giải

Nhận xét: Hàm số chẵn có đồ thị đối xứng qua trục tung

Xét hàm số $y = \sin x \cos 2x$, $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$ và $y = \cos x \sin^3 x$ là các hàm số có tính lẻ. Nên đồ thị không đối xứng qua trục tung

Xét hàm số $y = f(x) = \sin^3 x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin^3 x \cdot \sin x = \sin^4 x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = (\sin(-x))^4 = \sin^4 x = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn \Rightarrow **Chọn.**

Câu 113. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

A. $y = \cot 4x$. **B.** $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. **C.** $y = \tan^2 x$. **D.** $y = |\cot x|$

Lời giải

Nhận xét: Hàm số lẻ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ

Xét: Hàm số $y = \cot 4x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cot(-4x) = -\cot 4x = -f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ \Rightarrow **Chọn**

Xét: Hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \frac{\sin(-x) + 1}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x + 1}{\cos x} \neq \{f(x), -f(x)\}$ Hàm số không có tính chẵn, lẻ

Xét: Hàm số $y = \tan^2 x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \tan^2(-x) = \tan^2 x = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn

Xét: Hàm số $y = |\cot x|$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = |\cot(-x)| = |\cot x| = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 114. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = 1 - \sin^2 x$. **B.** $y = |\cot x| \cdot \sin^2 x$.
C. $y = x^2 \tan 2x - \cot x$. **D.** $y = 1 + |\cot x + \tan x|$

Lời giải

Xét: Hàm số $y = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos^2(-x) = \cos^2 x = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn

Xét: hàm số $y = |\cot x| \cdot \sin^2 x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = |\cot(-x)| \cdot \sin^2(-x) = |\cot x| \cdot \sin^2 x = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn

Xét: hàm số $y = x^2 \tan 2x - \cot x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = (-x)^2 \tan(-2x) - \cot(-x) = -x^2 \tan 2x + \cot x = -f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ \Rightarrow **Chọn**

Xét: hàm số $y = 1 + |\cot x + \tan x|$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = 1 + |\cot(-x) + \tan(-x)| = 1 + |-\cot x - \tan x| = 1 + |\cot x + \tan x| = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn hàm số

Câu 115. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được $y = f(x)$ là:

A. Hàm số chẵn.

B. Hàm số lẻ.

C. Không chẵn không lẻ.

D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x - \sin 2x) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2x - \cos 2x) = 0.$$

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = 0$ vừa thỏa mãn tính chất của hàm số chẵn, vừa thỏa mãn tính chất của hàm số lẻ, nên đây là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 116. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ và $g(x) = \sin \sqrt{1-x}$. Kết luận nào sau đây đúng về tính chẵn lẻ của hai hàm số này?

A. Hai hàm số $f(x); g(x)$ là hai hàm số lẻ.

B. Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn; hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ; hàm số $g(x)$ là hàm số không chẵn không lẻ.

D. Cả hai hàm số $f(x); g(x)$ đều là hàm số không chẵn không lẻ.

Lời giải

Chọn

D.

a, Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $x = -3 \in D$ nhưng $-x = 3 \notin D$ nên D không có tính đối xứng. Do đó ta có kết luận hàm số $f(x)$ không chẵn không lẻ.

b, Xét hàm số $g(x) = \sin \sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D_2 = [1; +\infty)$. Dễ thấy D_2 không phải là tập đối xứng nên ta kết luận hàm số $g(x)$ không chẵn không lẻ.

Vậy chọn

D.

Câu 117. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $f(x) = \sin^{2007} x + \cos nx$, với $n \in \mathbb{Z}$. Hàm số $y = f(x)$ là:

A. Hàm số chẵn.

B. Hàm số lẻ.

C. Không chẵn không lẻ.

D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn

C.

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = \sin^{2007}(-x) + \cos(-nx) = -\sin^{2007} x + \cos nx \neq \pm f(x).$$

Vậy hàm số đã cho không chẵn không lẻ.

Câu 118. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin^{2004n} x + 2004}{\cos x}$, với $n \in \mathbb{Z}$. Xét các biểu thức sau:

1, Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.

2, Đồ thị hàm số đã cho có trục đối xứng.

3, Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

4, Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.

5, Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

6, Hàm số đã cho là hàm số không chẵn không lẻ.

Số phát biểu đúng trong sáu phát biểu trên là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn

B.

Hàm số đã xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy phát biểu 1 sai.

Ở đây ta cần chú ý : các phát biểu 2; 3; 4; 5; 6 để xác định tính đúng sai ta chỉ cần đi xét tính chẵn lẻ của hàm số đã cho.

Ta có tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{\sin^{2004n}(-x) + 2004}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2004n}x + 2004}{\cos x} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. Suy ra đồ thị hàm số đối xứng qua trục Oy. Vậy chỉ có phát biểu 2 và 3 là phát biểu đúng. Từ đây ta chọn **B**.

Câu 119. Cho hàm số $f(x) = |x|\sin x$. Phát biểu nào sau đây là đúng về hàm số đã cho?

- A. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có trục đối xứng.
- D. Hàm số có tập giá trị là $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho xác định trên tập $D = \mathbb{R}$ nên ta loại A.

Tiếp theo để xét tính đối xứng của đồ thị hàm số ta xét tính chẵn lẻ của hàm số đã cho.

$f(-x) = |-x|\sin(-x) = -|x|\sin x = -f(x)$. Vậy đồ thị hàm số đối xứng qua gốc tọa độ O. Vậy ta chọn đáp án **B**.

Câu 120. Nhận xét nào sau đây là **sai**?

- A. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{3 \cot x}$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- B. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
- C. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}, (n \in \mathbb{Z})$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- D. Đồ thị hàm số $y = \sin^{2009} x + \cos nx, (n \in \mathbb{Z})$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Lời giải

Xét: $y = \frac{\sin x - \tan x}{3 \cot x}$ tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng. Ta

có $f(-x) = \frac{\sin(-x) - \tan(-x)}{3 \cot(-x)} = \frac{-\sin x + \tan x}{-3 \cot x} = \frac{\sin x - \tan x}{3 \cot x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn có đồ thị nhận trục oy làm trục đối xứng.

Suy ra : Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{3 \cot x}$ nhận trục Oy làm trục đối xứng, **đúng** \Rightarrow **loại**

Xét : $y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$, tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \frac{(-x)^2}{\sin(-x) + \tan(-x)} = \frac{x^2}{-\sin x - \tan x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Suy ra : Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$ nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng, **đúng** \Rightarrow **loại**

Xét : $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}, (n \in \mathbb{Z})$ có tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng

Ta có $f(-x) = \frac{\sin^{2008n}(-x) + 2009}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x} = f(x)$ Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn có đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Suy ra : Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}, (n \in \mathbb{Z})$ nhận trục Oy làm trục đối xứng, **đúng** \Rightarrow

loại

Xét : $y = \sin^{2009} x + \cos nx, (n \in \mathbb{Z})$ có tập xác định là \mathbb{R}

Ta có : $f(-x) = \sin^{2009}(-x) + \cos(n(-x)) = -\sin^{2009} x + \cos nx$

Nhận xét : $f(-x) \neq f(x)$ và $f(-x) \neq -f(x)$

Vậy hàm số $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}, (n \in \mathbb{Z})$ không có tính chẵn, lẻ

Suy ra : đồ thị hàm số $y = \sin^{2009} x + \cos nx, (n \in \mathbb{Z})$ nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng. **Sai** \Rightarrow **chọn.**

Câu 121. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có trục đối xứng.

A. $y = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{2012 \sin x}.$

B. $y = \tan x + \cot x.$

C. $y = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15}.$

D. $y = \frac{1}{2 \sin x - 1}.$

Lời giải

Bài toán trở thành tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho phân phương án.

Xét: $y = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{2012 \sin x}$, ta có $f(-x) = \frac{\cos^{2008n}(-x) + 2003}{2012 \sin(-x)} = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{-2012 \sin x} = -f(x)$ Vậy

hàm số đã cho là hàm số lẻ, \Rightarrow **loại**

Xét: $y = \tan x + \cot x$, ta có $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ \Rightarrow **loại**

Xét: $y = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15}$ Ta có

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{6(-x)^6 + 4(-x)^4 + 2(-x)^2 + 15} = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15} = f(x) \Rightarrow \text{chọn}$$

Xét : $y = \frac{1}{2 \sin x - 1}$ có tập xác định không đối xứng nên không thỏa mãn đồ thị đối xứng \Rightarrow **loại.**

Câu 122. Cho hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $f(x)$ lẻ và $g(x)$ chẵn.

B. $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.

C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ. **D.** $f(x)$ và $g(x)$ lẻ.

Lời giải

- Xét hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}.$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có: $f(-x) = \frac{\cos(-2x)}{1 + \sin^2(-3x)} = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x} = f(x) \longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

- Xét $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $g(-x) = \frac{|\sin(-2x)| - \cos(-3x)}{2 + \tan^2(-x)} = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x} = g(x) \longrightarrow g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 123. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = 3m \sin 4x + \cos 2x$ là hàm chẵn.

A. $m > 0$.

B. $m < -1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn

C.

Cách 1:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = 3m \sin 4(-x) + \cos 2(-x) = -3m \sin 4x + \cos 2x$.

Để hàm số đã cho là hàm chẵn thì

$$f(-x) = f(x), \forall x \in D \Leftrightarrow -3m \sin 4x + \cos 2x = 3m \sin 4x + \cos 2x, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow 4m \sin 4x = 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 124. Cho hàm số $y = 4 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - \sin 2x$. Kết luận nào sau đây là **đúng** về sự biến thiên của hàm số đã cho?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4} \right)$ và $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi \right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; \pi)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4} \right)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4} \right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \pi \right)$.

Lời giải

Ta có $y = 4 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - \sin 2x = 2 \left(\sin 2x + \sin \frac{\pi}{3} \right) - \sin 2x = \sin 2x + \sqrt{3}$. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3}$,

Xét: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4} \right)$ và $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi \right)$, **đúng** \Rightarrow **chọn**

Vì: $x \in \left(0; \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow 2x \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right); x \in \left(\frac{3\pi}{4}; \pi \right) \Rightarrow 2x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$ nên hàm số $y = \sin x + \sqrt{3}$ đồng biến

Xét: Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; \pi)$, **sai** \Rightarrow **loại**

Vì: $x \in (0; \pi) \Rightarrow 2x \in (0; 2\pi)$ hàm số không thảo mãn luôn đồng biến

Xét: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4} \right)$, **sai** \Rightarrow **loại**

Vì: $x \in \left(0; \frac{3\pi}{4} \right) \Rightarrow 2x \in \left(0; \frac{3\pi}{2} \right)$ không thảo mãn hàm số luôn nghịch biến

Xét: Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, đúng

Và hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$, sai

Nên mệnh đề trên **sai** \Rightarrow **loại**

Vì: $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \pi\right) \Rightarrow 2x \in (\pi; 2\pi)$ không thỏa mãn hàm số luôn nghịch biến

Câu 125. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2$.

- A. $[-2; \sqrt{3}]$. B. $[-\sqrt{3} - 3; \sqrt{3} - 1]$. C. $[-4; 0]$. D. $[-2; 0]$

Lời giải

$$\text{Xét } y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2 = 2 \left(\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) - 2 = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - 2$$

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \leq 1 \Rightarrow -4 \leq 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - 2 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq y \leq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số là $[-4; 0]$.

Câu 126. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - 5 \sin x)^{2018}$ là M, m . Khi đó giá trị $M + m$ là

- A. $2^{2018} (1 + 2^{4036})$. B. 2^{2018} . C. 2^{4036} . D. 2^{6054} .

Lời giải

$$\text{Vì } -2 \leq 3 - 5 \sin x \leq 8 \text{ nên suy ra } 0 \leq (3 - 5 \sin x)^{2018} \leq 8^{2018} = 2^{6054}.$$

$$\text{Do đó } m = 0 \text{ và } M = 2^{6054}.$$

$$\text{Vậy } M + m = 2^{6054}.$$

Câu 127. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12} \right) + 4$ bằng.

- A. 7. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12} \right) \leq 1 \Rightarrow 3 \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12} \right) \leq 3 \Rightarrow 3 \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12} \right) + 4 \leq 7.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 7.

Câu 128. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 1$ là đoạn $[a; b]$. Tính tổng $T = a + b$.

- A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = 0$. D. $T = -1$.

Lời giải

$$y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 1 = 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + 1$$

$$\text{Do } \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) \in [-1; 1] \text{ nên } 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + 1 \in [-1; 3].$$

$$\text{Vậy } -1 \leq y \leq 3. (\text{Ta thấy } y = -1 \text{ khi } \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = -1, y = 3 \text{ khi } \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = 1).$$

Câu 129. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5$

- A. $\sqrt{2}$. B. $-\sqrt{2}$. C. $6 - \sqrt{2}$. D. $6 + \sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5 = \cos 2x - \sin 2x + 6 = \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 6.$$

Do $-\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$ nên $-\sqrt{2} + 6 \leq \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 6 \leq \sqrt{2} + 6$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^2 x - \sin 2x + 5$ là $6 - \sqrt{2}$.

Câu 130. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos 2x$. Khi đó $M + m$ bằng

- A. $-\frac{7}{8}$. B. $-\frac{8}{7}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{8}{7}$.

Lời giải

Ta có $y = \sin x + \cos 2x = -2\sin^2 x + \sin x + 1 = -2\left(\sin x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$.

Do $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq \sin x - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow 0 \leq \left(\sin x - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{25}{16} \Leftrightarrow -\frac{25}{8} \leq -2\left(\sin x - \frac{1}{4}\right)^2 \leq 0$

$\Leftrightarrow -2 \leq -2\left(\sin x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} \leq \frac{9}{8} \Leftrightarrow -2 \leq y \leq \frac{9}{8}$.

Vậy $M = \frac{9}{8}, m = -2 \Rightarrow M + m = -\frac{7}{8}$.

Câu 131. Hàm số $y = \frac{\sin x - 2\cos x}{\sin x + \cos x + 3}$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 5. B. 1. C. 6. D. 2.

Lời giải

Ta có $y = \frac{\sin x - 2\cos x}{\sin x + \cos x + 3} \Leftrightarrow (y-1)\sin x + (y+2)\cos x = -3y$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow (y-1)^2 + (y+2)^2 \geq (-3y)^2 \Leftrightarrow 7y^2 - 2y - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-5}{7} \leq y \leq 1$

$\xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{0; 1\}$.

Vậy hàm số đã cho có 2 giá trị nguyên.

Câu 132. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sqrt[4]{\sin x} - \sqrt{\cos x}$

- A. $M = 1; m = -1$. B. $M = 0; m = -1$.
C. $M = 2; m = 0$. D. $M = 1; m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} 0 \leq \sqrt[4]{\sin x} \leq 1 \\ 0 \leq \sqrt{\cos x} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq \sqrt[4]{\sin x} \leq 1 \\ -1 \leq \sqrt{\cos x} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq y = \sqrt[4]{\sin x} - \sqrt{\cos x} \leq 1$.

Câu 133. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \sin 3x - \cos 3x + m$ có giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{2}$.

- A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \sin 3x - \cos 3x + m = \sqrt{2} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + m \leq \sqrt{2} + m$. Để hàm số có giá trị lớn nhất bằng

$\sqrt{2}$ thì $\sqrt{2} + m = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 134. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x + \sin x + 1$ bằng

- A. 2. B. $\frac{11}{4}$. C. 1. D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

$$y = \cos^2 x + \sin x + 1 = -\sin^2 x + \sin x + 2.$$

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$.

Khi đó bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -t^2 + t + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Tung độ đỉnh của parabol $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{4}$ là giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt được tại $t = \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow y \leq \sqrt{5+2\sqrt{2}} \Rightarrow y_{\max} = \sqrt{5+2\sqrt{2}}.$$

Câu 135. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 2x + \cos x$. Khi đó $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $M + m = \frac{7}{8}$.

B. $M + m = \frac{8}{7}$.

C. $M + m = \frac{9}{8}$.

D. $M + m = \frac{9}{7}$.

Lời giải

$y = \cos 2x + \cos x$. TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

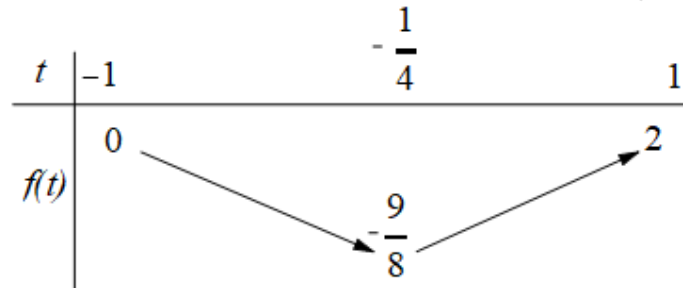
$$y = \cos 2x + \cos x = 2\cos^2 x + \cos x - 1.$$

Đặt: $t = \cos x, t \in [-1; 1]$.

$$f(t) = 2t^2 + t - 1.$$

Đồ thị của hàm số f là parabol có đỉnh $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$.

BBT:



Dựa vào BBT ta có: $M = \max_{[-1;1]} f(t) = 2, m = \min_{[-1;1]} f(t) = -\frac{9}{8}$.

Vậy $M + m = \frac{7}{8}$.

Câu 136. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x - \sin x + 2$.

A. $\min y = \frac{7}{4}; \max y = 4$.

B. $\min y = \frac{7}{4}; \max y = 2$.

C. $\min y = -1; \max y = 1$.

D. $\min y = \frac{1}{2}; \max y = 2$.

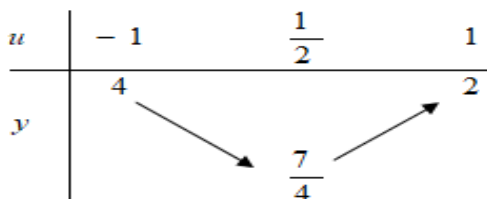
Lời giải

Chọn#A.

Đặt $\sin x = u; u \in [-1; 1]$

Xét hàm số: $y = u^2 - u + 2$ trên $[-1; 1]$.

Ta có: $\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \in [-1; 1]$. Từ đây có bảng biến thiên



Ta kết luận: $\min_{[-1;1]} f(u) = \frac{7}{4}$ và $\max_{[-1;1]} y = 4 \Leftrightarrow u = -1$.

Hay $\min y = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$ và $\max y = 4 \Leftrightarrow \sin x = -1$.

Câu 137. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + 1$ trên đoạn $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$

lần lượt là

A. $\min y = 2; \max y = 3$. **B.** $\min y = 0; \max y = 3$.

C. $\min y = 0; \max y = 4$. **D.** $\min y = 0; \max y = 2$.

Lời giải

Biến đổi $y = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + 1$ thành $y = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$

ta có $y = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$. Đặt $u = 2x + \frac{\pi}{3}$

Từ đề bài ta xét $x \in \left[0; \frac{7\pi}{12}\right] \Rightarrow u \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right]$

Ta lập BBT của hàm số $y = 2\cos u + 2$ trên $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

u	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$2\cos u + 2$	3	0	2

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min_{\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right]} f(u) = 0$ khi $u = \pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$

$\max_{\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right]} f(u) = 3$ khi $u = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = 0$

Hay $\min_{\left[0; \frac{7\pi}{12}\right]} y = 0; \max_{\left[0; \frac{7\pi}{12}\right]} y = 3$.

Câu 138. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn

2.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Ta có $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y \cos x + 2y = m \sin x + 1 \Leftrightarrow m \sin x - y \cos x = 2y - 1$ (*)

$$(*) \text{ có nghiệm khi } m^2 + y^2 \geq (2y-1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1+3m^2}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{1+3m^2}}{3} \Rightarrow y_{\max} = \frac{2 + \sqrt{1+3m^2}}{3} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{1+3m^2} < 4 \Leftrightarrow m^2 < 5$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 2; 1\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa ycbt.

Câu 139. Có bao nhiêu giá trị của tham số thực a để hàm số $y = \frac{\cos x + a \sin x + 1}{\cos x + 2}$ có giá trị lớn nhất $y = 1$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Do $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $\cos x + 2 \geq 1$ với mọi giá trị thực của x , vậy hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{\cos x + a \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow a \sin x + (1-y)\cos x = 2y-1 \quad (1).$$

Điều kiện để (1) có nghiệm là

$$a^2 + (1-y)^2 \geq (2y-1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 2y - a^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{1+3a^2}}{3} \leq y \leq \frac{1 + \sqrt{1+3a^2}}{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của y bằng $\frac{1 + \sqrt{1+3a^2}}{3}$. Theo giả thiết, ta có

$$\frac{1 + \sqrt{1+3a^2}}{3} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+3a^2} = 2 \Leftrightarrow 3a^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}.$$

Vậy có hai giá trị thực của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 140. Hàm số $y = 2 \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là

A. $5 + 2\sqrt{2}$.

B. $5 - 2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$.

D. $\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = 2 \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cos x + \sqrt{2}(\sin x + \cos x) = (2 + \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2} \sin x.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski ta có

$$y^2 = \left[(2 + \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2} \sin x\right]^2 \leq \left[(2 + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2\right] \cdot [\cos^2 x + \sin^2 x] = 5 + 2\sqrt{2}$$

Câu 141. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cos^2 x} + \frac{1}{2} \sqrt{5 + 2 \sin^2 x}$

A. $1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{22}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. $1 + \sqrt{5}$.

Đáp án B

Lời giải

Chọn

B.

Ta có $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2\sin^2 x} \Leftrightarrow y = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + \sqrt{\frac{5}{4} + \frac{1}{2}\sin^2 x}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky cho 4 số: 1; 1; $\sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x}$; $\sqrt{\frac{5}{4} + \frac{1}{2}\sin^2 x}$ ta có:

$$1 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + 1 \cdot \sqrt{\frac{5}{4} + \frac{1}{2}\sin^2 x} \leq \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x + \frac{5}{4} + \frac{1}{2}\sin^2 x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2}$$

Hay $y \leq \frac{\sqrt{22}}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $1 + \frac{1}{2}\cos^2 x = \frac{5}{4} + \frac{1}{2}\sin^2 x \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 142. Cho hàm số $y = \frac{1}{2 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\min y = \frac{4}{3}$ khi $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $\min y = \frac{2}{3}$ khi $x = \frac{\pi}{3}$

C. $\min y = \frac{2}{3}$ khi $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $\min y = \frac{4}{3}$ khi $x = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn

D.

Cách 1: Ta thấy $2 - \cos x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $1 + \cos x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Suy ra $\frac{1}{2 - \cos x}$ và $\frac{1}{1 + \cos x}$ là hai số dương. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương ta có

$$\frac{1}{2 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} \geq \frac{2}{\sqrt{(2 - \cos x)(1 + \cos x)}}$$

Mặt khác tiếp tục áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\sqrt{(2 - \cos x)(1 + \cos x)} \leq \frac{2 - \cos x + 1 + \cos x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y \geq \frac{2}{\sqrt{(2 - \cos x)(1 + \cos x)}} \geq \frac{4}{3}$$

Câu 143. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = a + b\sqrt{\sin x} + c\sqrt{\cos x}, x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right], a^2 + b^2 + c^2 = 3$?

A. $M = \sqrt{3(1 + \sqrt{2})}$.

B. $M = 3(1 + \sqrt{2})$.

C. $M = 3$.

D. $M = \sqrt{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } |y| = |a + b\sqrt{\sin x} + c\sqrt{\cos x}| \leq \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)(1 + \sin x + \cos x)} \leq \sqrt{3 \left[1 + \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right]}$$

$$\text{Theo giả thiết } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \text{ nên } \frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1.$$

$$\text{Do đó } |y| \leq \sqrt{3(1 + \sqrt{2})} \Rightarrow M = \sqrt{3(1 + \sqrt{2})}.$$

Câu 144. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{\cos^2 x + 7\sin^2 x} + \sqrt{\sin^2 x + 7\cos^2 x}$ là

A. $1 + \sqrt{7}$

B. $-1 + \sqrt{7}$

C. 4

D. 14

Lời giải

Đáp án

C.

Ta có $y^2 \leq (1^2 + 1^2)(\cos^2 x + 7 \sin^2 x + \sin^2 x + 7 \cos^2 x) \Leftrightarrow y^2 \leq 2(1+7) = 16 \Rightarrow y \leq 4$. Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 4.

Câu 145. Cho $x, y, z > 0$ và $x + y + z = \frac{\pi}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$y = \sqrt{1 + \tan x \cdot \tan y} + \sqrt{1 + \tan y \cdot \tan z} + \sqrt{1 + \tan z \cdot \tan x}$$

- A.** $y_{\max} = 1 + 2\sqrt{2}$. **B.** $y_{\max} = 3\sqrt{3}$. **C.** $y_{\max} = \sqrt{4}$. **D.** $y_{\max} = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x + y + z = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x + y = \frac{\pi}{2} - z \Rightarrow \tan(x + y) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - z\right) \Leftrightarrow \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{1}{\tan z}$$

$$\Leftrightarrow \tan x \cdot \tan z + \tan y \cdot \tan z = 1 - \tan x \cdot \tan y \Leftrightarrow \tan x \cdot \tan z + \tan y \cdot \tan z + \tan x \cdot \tan y = 1$$

Ta thấy $\tan x \cdot \tan z$; $\tan y \cdot \tan z$; $\tan x \cdot \tan y$ lần lượt xuất hiện trong hàm số đề cho dưới căn thức, áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky cho 6 số ta

$$\text{có: } 1 \cdot \sqrt{1 + \tan x \cdot \tan y} + 1 \cdot \sqrt{1 + \tan y \cdot \tan z} + 1 \cdot \sqrt{1 + \tan z \cdot \tan x} \leq$$

$$\leq \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1 \cdot \tan x \cdot \tan z + 1 \cdot \tan y \cdot \tan z + 1 \cdot \tan x \cdot \tan y} =$$

$$= \sqrt{3} \sqrt{3 + (\tan x \cdot \tan z + \tan y \cdot \tan z + \tan x \cdot \tan y)} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } y_{\max} = 2\sqrt{3}$$

Câu 146. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x \sqrt{\cos x} + \cos x \sqrt{\sin x}$ là

- A.** 0 **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt[4]{2}$ **D.** $\sqrt{6}$

Lời giải

Đáp án#A.

$$\text{Ta có } \sin x \sqrt{\cos x} + \cos x \sqrt{\sin x} \geq 2\sqrt{\sin x \cdot \cos x \sqrt{\sin x \cdot \cos x}} \Leftrightarrow y \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \sin 2x} \sqrt{\frac{1}{2} \sin 2x} \geq 0.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \sin 2x = 0.$$

Câu 147. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{\cos^2 x + 7 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^2 x + 7 \cos^2 x}$ là

- A.** $1 + \sqrt{7}$ **B.** $-1 + \sqrt{7}$ **C.** 4 **D.** 14

Lời giải

Đáp án

C.

$$\text{Ta có } y^2 \leq (1^2 + 1^2)(\cos^2 x + 7 \sin^2 x + \sin^2 x + 7 \cos^2 x) \Leftrightarrow y^2 \leq 2(1+7) = 16 \Rightarrow y \leq 4. \text{ Dấu bằng}$$

$$\text{xảy ra khi } x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 4.}$$

Câu 148. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \cot^4 a + \cot^4 b + 2 \tan^2 a \cdot \tan^2 b + 2$

- A.** $\min y = 2$. **B.** $\min y = 6$.
C. $\min y = 4$. **D.** Không tồn tại GTLN.

Lời giải

$$P = (\cot^2 a - \cot^2 b)^2 + 2 \cot^2 a \cdot \cot^2 b + 2 \tan^2 a \cdot \tan^2 b + 2$$

$$= (\cot^2 a - \cot^2 b)^2 + 2(\cot^2 a \cdot \cot^2 b + \tan^2 a \cdot \tan^2 b - 2) + 6$$

$$= (\cot^2 a - \cot^2 b)^2 + 2(\cot^2 a \cdot \cot^2 b + \tan^2 a \cdot \tan^2 b - 2 \cot a \cdot \cot b \cdot \tan a \cdot \tan b) + 6$$

$$= (\cot^2 a - \cot^2 b)^2 + 2(\cot a \cdot \cot b - \tan a \cdot \tan b)^2 + 6 \geq 6$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \cot^2 a = \cot^2 b \\ \cot a \cdot \cot b = \tan a \cdot \tan b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot^2 a = 1 \\ \cot^2 b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = b = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 149. Cho $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}.$$

A. $\min P = \frac{3}{\pi}$. **B.** $\min P = \frac{2}{\pi}$. **C.** $\min P = \frac{2}{3\pi}$. **D.** $\min P = \frac{5}{\pi}$

Lời giải

Ta có: $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2 \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin^2 y = \sin(x+y)$

Suy ra: $x+y = \frac{\pi}{2}$

Áp dụng bất: $\frac{a^2}{m} + \frac{b^2}{n} \geq \frac{(a+b)^2}{m+n}$

Suy ra: $P \geq \frac{(\sin^2 x + \sin^2 y)^2}{x+y} = \frac{2}{\pi}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{\pi}{4}$.

Do đó: $\min P = \frac{2}{\pi}$.

Câu 150. Số giờ có ánh sáng mặt trời của Thủ đô Hà Nội năm 2018 được cho bởi công thức $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{180}(x+60)\right) + 13$ với $1 \leq x \leq 365$ là số ngày trong năm. Ngày nào sau đây của năm 2018 thì số giờ có ánh sáng mặt trời của Hà Nội lớn nhất.

A. 30/01. **B.** 29/01. **C.** 31/01. **D.** 30/03.

Lời giải

Chọn A

Để số giờ có ánh sáng mặt trời lớn nhất thì hàm số $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{180}(x+60)\right) + 13$ đạt giá trị lớn

nhất. Khi đó $\sin\left(\frac{\pi}{180}(x+60)\right) = 1 \Leftrightarrow x = 30 + k360, k \in \mathbb{Z}$. Vì $1 \leq x \leq 365$ nên ta có

$$1 \leq 30 + k360 \leq 365 \Leftrightarrow -0,08 \leq k \leq 0,93 \Rightarrow k = 0.$$

Do đó $x = 30$ (tháng đầu tiên của năm)

Câu 151. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong

kênh tính theo thời gian t (h) được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t = 22$ (h). **B.** $t = 15$ (h). **C.** $t = 14$ (h). **D.** $t = 10$ (h).

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 9 \leq h \leq 15$. Do đó mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được

khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k$

Vì $t > 0 \Leftrightarrow -2 + 12k > 0 \Leftrightarrow k > \frac{1}{6}$

Chọn số k nguyên dương nhỏ nhất thỏa $k > \frac{1}{6}$ là $k=1 \Rightarrow t=10$.

Câu 152. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:

- A. $t=13$ (giờ). B. $t=14$ (giờ). C. $t=15$ (giờ). D. $t=16$ (giờ).

Lời giải.

Mực nước của kênh cao nhất khi h lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \text{ với } 0 < t \leq 24 \text{ và } k \in \mathbb{Z}.$$

Lần lượt thay các đáp án, ta được đáp án B thỏa mãn.

Vì với $t=14$ thì $\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = 2\pi$ (đúng với $k=1 \in \mathbb{Z}$).

Câu 153. Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi một hàm số $y = 4 \sin\left|\frac{\pi}{178}(t-60)\right| + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

- A. 28 tháng 5. B. 29 tháng 5. C. 30 tháng 5. D. 31 tháng 5.

Lời giải.

$$\text{Vì } \sin\left|\frac{\pi}{178}(t-60)\right| \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin\left|\frac{\pi}{178}(t-60)\right| + 10 \leq 14.$$

Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất

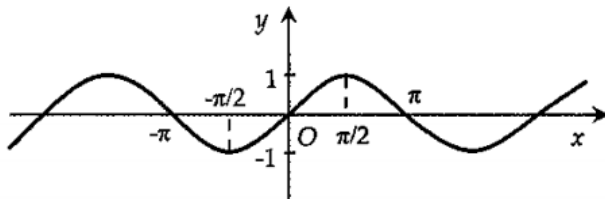
$$\Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin\left|\frac{\pi}{178}(t-60)\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k.$$

$$\text{Mà } 0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89}.$$

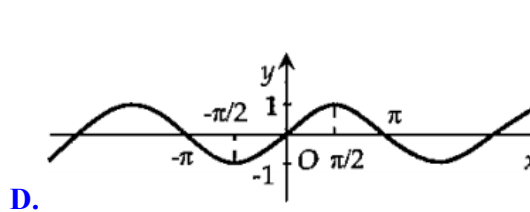
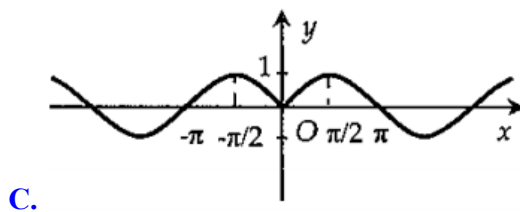
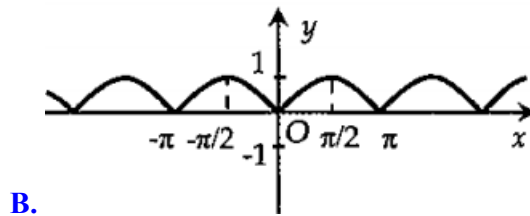
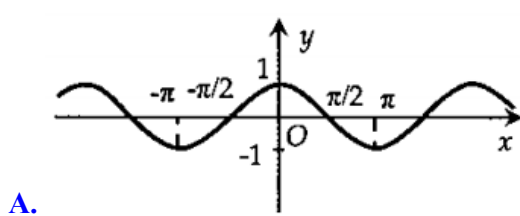
Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k=0$.

Với $k=0 \Rightarrow t=149$ tức rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2017 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $0 < t \leq 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

Câu 154. Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ như hình vẽ:



Hình nào sau đây là đồ thị hàm số $y = \sin|x|$?



Lời giải

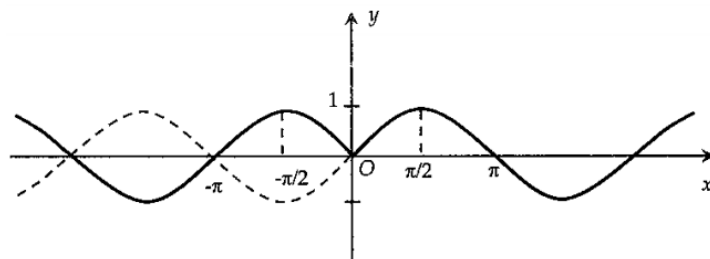
Chọn C

Suy diễn đồ thị hàm số $y = \sin |x|$ từ đồ thị hàm số $y = \sin x$:

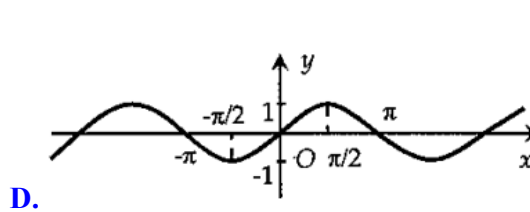
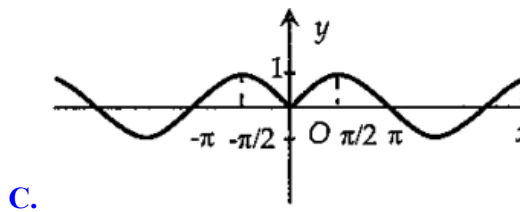
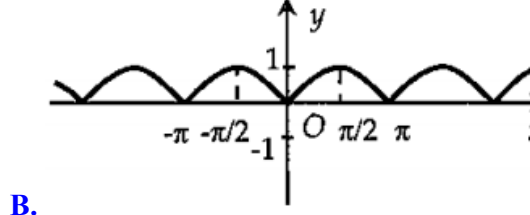
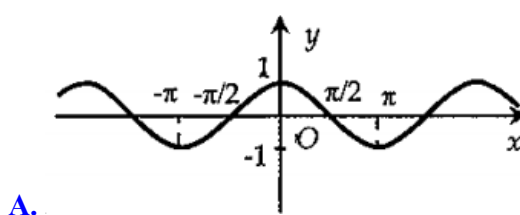
Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y = \sin x$ nằm bên phải trục Oy .

Lấy đối xứng phần đồ thị trên qua trục Oy .

Dưới đây là đồ thị ta thu được sau khi thực hiện các bước suy diễn ở trên. Phần đồ thị nét đứt là phần bỏ đi của đồ thị hàm số $y = \sin x$.



Câu 155. Hình nào sau đây là đồ thị hàm số $y = |\sin x|$?



Lời giải

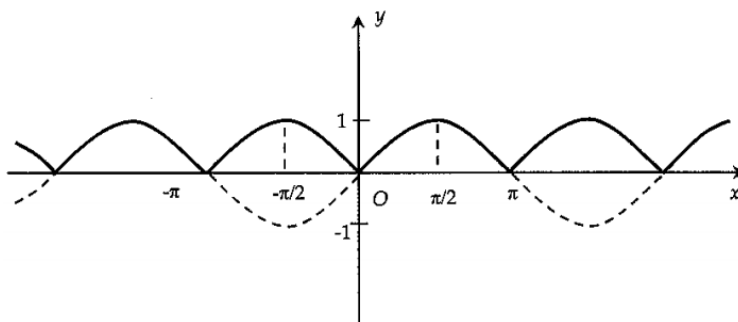
Chọn

B.

Cách 1: Suy diễn đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ từ đồ thị hàm số $y = \sin x$:

Giữ nguyên phần từ trục hoành trở lên của đồ thị $y = \sin x$.

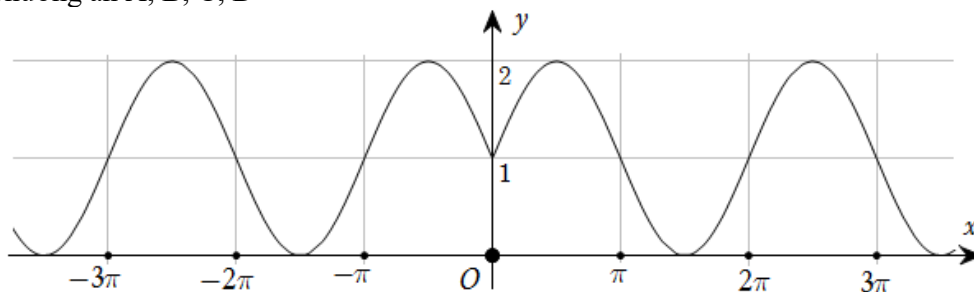
Lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y = \sin x$ phía dưới trục hoành qua trục hoành.



Cách 2: Ta thấy $|\sin x| \geq 0, \forall x$ nên đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ hoàn toàn nằm trên trục Ox .

Từ đây ta chọn **B.**

Câu 156. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 1 + \sin|x|$. **B.** $y = |\sin x|$. **C.** $y = 1 + |\cos x|$. **D.** $y = 1 + |\sin x|$.

Lời giải

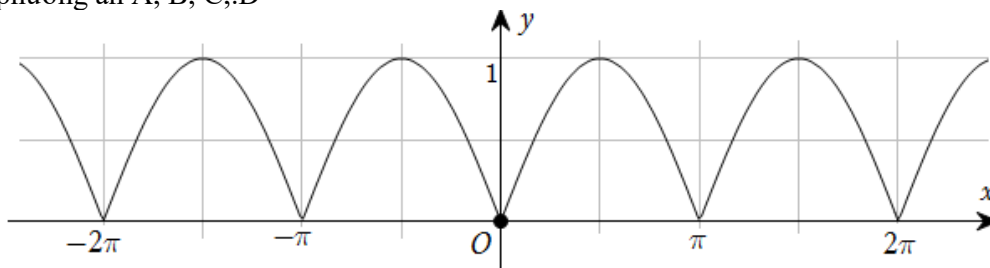
Ta có $y = 1 + |\cos x| \geq 1$ nên bị **loại**

Xét $y = 1 + |\sin x| \geq 1$ nên bị **loại**

Xét $y = |\sin x|$, ta thấy tại $x = 0$ thì $y = 1$ **không thỏa mãn**

Vậy $y = 1 + \sin|x|$ thỏa mãn.

Câu 157. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 1 + \sin|x|$. **B.** $y = |\sin x|$. **C.** $y = 1 + |\cos x|$. **D.** $y = 1 + |\sin x|$.

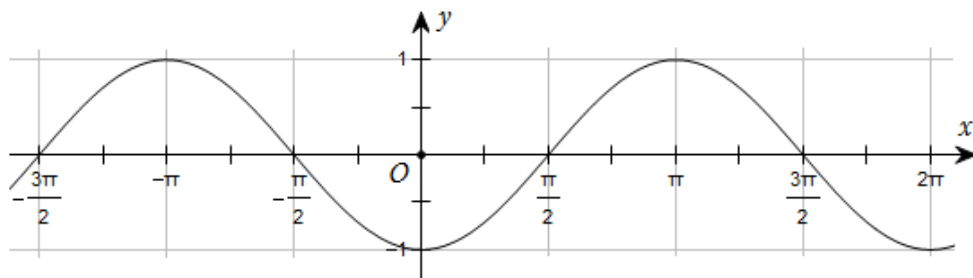
Lời giải

Ta có $y = 1 + |\cos x| \geq 1$ và $y = 1 + |\sin x| \geq 1$ không thỏa mãn

Ta thấy tại $x = \pi$ thì $y = 0$. Thay vào hai $y = 1 + \sin|x|$. không thỏa mãn

Vậy $y = |\sin x|$ thỏa mãn.

Câu 158. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



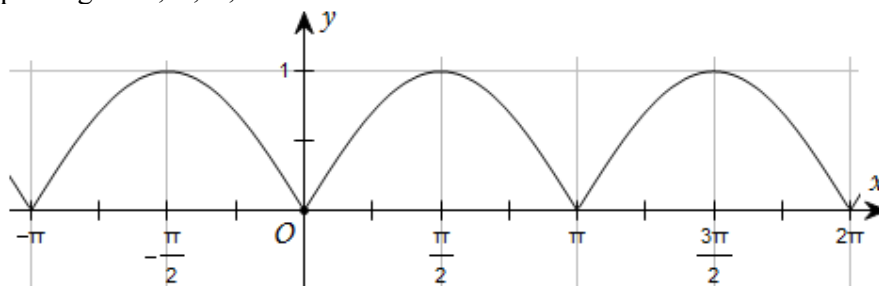
Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \cos x$. B. $y = -\cos x$. C. $y = \cos|x|$. D. $y = |\cos x|$.

Lời giải

Ta thấy tại $x=0$ thì $y=-1$. Do đó chỉ có đáp án B thỏa mãn. **Chọn. B.**

Câu 159. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = |\sin x|$. B. $y = \sin|x|$. C. $y = \cos|x|$. D. $y = |\cos x|$.

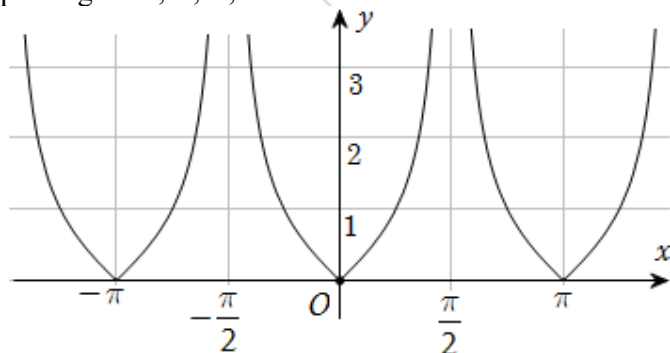
Lời giải

Ta thấy hàm số có GTNN bằng 0. Nên $y = \sin|x|$ và $y = \cos|x|$ không thỏa mãn

Ta thấy tại $x=0$ thì $y=0$. Thay vào $y = |\cos x|$ không thỏa mãn.

Vậy $y = |\sin x|$ thỏa mãn.

Câu 160. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cot x$. C. $y = |\tan x|$. D. $y = |\cot x|$.

Lời giải

Ta thấy hàm số có GTNN bằng 0. Do đó $y = \tan x$ và $y = \cot x$ không thỏa mãn

Hàm số xác định tại $x=\pi$ nên hàm số $y = |\cot x|$ không thỏa mãn

Do đó chỉ có $y = |\tan x|$ thỏa mãn.