

BÀI 2. PHÉP TÍNH LOGARIT

• CHƯƠNG 6. LOGARIT

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của logarit.

Câu 2. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Lời giải

Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$. Ta có: $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\frac{1}{\log_a x}$. Vậy A sai.

Theo các tính chất logarit thì các phương án B, C và D đều đúng.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Lời giải

Chọn A.**Câu 4.** Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$

B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$

C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$

D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Lời giải

Theo tính chất làm Mũ-Log.

Câu 5. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây SAI?

A. $\log_a a = 2a$

B. $\log_a a^\alpha = \alpha$

C. $\log_a 1 = 0$

D. $a^{\log_a b} = b$

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$. B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.
C. $\log(ab) = \log a + \log b$. D. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Lời giải

Ta có $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 7. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ B. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$ C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$

Lời giải

Chọn A.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$. B. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.
C. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$. D. $\log(ab) = \log a + \log b$.

Lời giải

Với các số thực dương a, b bất kì ta có:

+) $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$ nên **B, C** sai.

+) $\log(ab) = \log a + \log b$ nên **A** sai, **D** đúng.

Vậy chọn **D**.

Câu 9. Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a a^c = c$ B. $\log_a a = 1$
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của logarit, mệnh đề sai là $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$.

Câu 10. Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \frac{1}{3} \log_a b$. B. $a^{\log_b a} = b$.
C. $\log_a b = \alpha \log_a b$ ($\alpha \neq 0$). D. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{a^2}(ab^2) = \frac{\log_a(ab^2)}{\log_a a^2} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2\log_a b}{2} = \frac{1 + 2.2}{2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

- A. $1 - \log_7 a$. **B.** $1 + \log_7 a$. C. $1 + a$. D. a .

Lời giải

$$\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$$

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng:

- A. $\ln a$. **B.** $\ln \frac{2}{3}$. C. $\ln(6a^2)$. **D.** $\ln \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \ln(3a) - \ln(2a) = \ln \frac{3a}{2a} = \ln \frac{3}{2}.$$

Câu 14. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. **B.** $\log_2 a + 1$. **C.** $\log_2 a - 1$. D. $\log_2 a - 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1.$$

Câu 15. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a = 4b^3$. **B.** $a = 3b + 4$. C. $a = 3b + 2$. **D.** $a = \frac{4}{b^3}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $a, b > 0$

$$\log_2 a - 3\log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b^3 = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 4 \Leftrightarrow a = 4b^3$$

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2\log a$. **B.** $2\log a$. C. $-4\log a$. D. $8\log a$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Với } a > 0, \text{ ta có } 4\log \sqrt{a} = 4\log \left(a^{\frac{1}{2}}\right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \log a = 2\log a.$$

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-4\log a$. **B.** $8\log a$. **C.** $2\log a$. D. $-2\log a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4 \log \sqrt{a} = 4 \log a^{\frac{1}{2}} = 2 \log a$.

Câu 18. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $1 - \log a$. **B.** $2 + \log a$. C. $2 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

$$\log(100a) = \log(100) + \log a = 2 + \log a$$

Câu 19. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A.** $3 \log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3 \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = -\log_a b^{-3} = 3 \log_a b$$

Câu 20. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $2 - \log a$. **B.** $2 + \log a$. C. $1 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$, ta có

$$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a.$$

Câu 21. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $\log_a b$. B. $-3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} \log_a b$. **D.** $3 \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3 \log_a b.$$

Câu 22. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4. **B.** $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 23. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

Lời giải

Chọn B

$$\log_a \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Câu 24. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. 5 . D. -5

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_a a = \frac{1}{5}.$$

Câu 25. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A. 2 . B. -2 . C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Với } a > 0 \text{ và } a \neq 1, \text{ ta có: } \log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}.$$

Câu 26. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2 \log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = \log_3 3^2 + \log_3 a = 2 + \log_3 a.$$

Câu 27. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 28. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. B. $\frac{1}{2} \log_a b$. C. $2 + \log_a b$. D. $2 \log_a b$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b.$$

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$ B. $3 \log_a b$ C. $\frac{1}{3} + \log_a b$ D. $\frac{1}{3} \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a b = \frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 30. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. **C. $1 + \log_5 a$.** D. $1 - \log_5 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$.

Câu 31. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

- A. $1 + \log_2 a$.** B. $1 - \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$.

Câu 32. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- A. $2 + \log_2 a$. B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$. **C. $2 \log_2 a$.** D. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Với $a > 0$; $b > 0$; $a \neq 1$. Với mọi α . Ta có công thức: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Vậy: $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$.

Câu 33. Với a là hai số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2} \log_2 a$. B. $\frac{1}{3} \log_2 a$. C. $3 + \log_2 a$. **D. $3 \log_2 a$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(a^3) = 3 \log_2 a$.

Câu 34. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

- A. $3 + \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $\frac{1}{3} \log_2 a$. **D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.**

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3 = 3 \log_2 a$.

Câu 35. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_5 a$. B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$. C. $3 + \log_5 a$. D. $3 \log_5 a$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_5 a^3 = 3 \log_5 a$$

Câu 36. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a = \log_a 2$ B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ D. $\log_2 a = -\log_a 2$

Lời giải**Chọn C**

Áp dụng công thức đổi cơ số.

Câu 37. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $2 + \log_2 a$ C. $2 \log_2 a$. D. $\frac{1}{2} + \log_2 a$.

Lời giải**Chọn C**

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$.

Câu 38. Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2(\log a + \log b)$ B. $\log a + \frac{1}{2} \log b$ C. $2 \log a + \log b$ D. $\log a + 2 \log b$

Lời giải**Chọn D**

Có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b$.

Câu 39. Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = \frac{1}{3}$ B. $P = 3$ C. $P = 1$ D. $P = 9$

Lời giải**Chọn D**

$$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} a^3 = 9.$$

Câu 40. Với a là số thực dương tùy ý, bằng $\log_5 a^2$

- A. $\frac{1}{2} \log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $2 \log_5 a$.

Lời giải**Chọn D**

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2 \log_5 a$.

Câu 41. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$ B. $\ln \frac{7}{3}$ C. $\ln(4a)$ D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

Lời giải**Chọn B**

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln \frac{7}{3}.$$

Câu 42. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

- A. $\ln \frac{5}{3}$ B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ D. $\ln(2a)$

Lời giải

Chọn A

$$\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5}{3}.$$

Câu 43. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 \log_3 a$ C. $3 + \log_3 a$ D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn D

Câu 44. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lôgarit: $\forall a > 0, b > 0 : \ln(ab) = \ln a + \ln b$

Câu 45. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $I = -2$. B. $I = 2$ C. $I = \frac{1}{2}$ D. $I = 0$

Lời giải

Chọn B

Với a là số thực dương khác 1 ta được: $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{\frac{1}{a^2}} a = 2 \log_a a = 2$

Câu 46. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_3\left(\frac{3}{a}\right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a.$$

Câu 47. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2 c^3)$.

- A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_a(b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2.2 + 3.3 = 13.$$

Câu 48. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3 \log_2 a + 2 \log_2 b = 5$

Câu 49. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$

B. $P = -1 + \sqrt{3}$

C. $P = -1 - \sqrt{3}$

D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a = 2, b = 2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

Câu 50. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

A. 2.

B. 8.

C. 16.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

Câu 51. Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$

B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$

C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$

D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

Câu 52. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4 \log_2 a + \log_2 b$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$4 \log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 (a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$$

Câu 53. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{4} \log_a b$

B. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

C. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a b$

D. $\log_{a^2} (ab) = 2 + 2 \log_a b$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \cdot \log_a a + \frac{1}{2} \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \log_a b.$$

Câu 54. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 6 \log_a b$ B. $P = 27 \log_a b$ C. $P = 15 \log_a b$ D. $P = 9 \log_a b$

Lời giải

Chọn A

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

Câu 55. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$ B. $\log(3a) = 3 \log a$ C. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$ D. $\log a^3 = 3 \log a$

Lời giải

Chọn D

Câu 56. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = 2$ B. $I = -\frac{1}{2}$ C. $I = -2$ D. $I = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 \right) = 2$$

Câu 57. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 3a + 5b$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3.$$

Câu 58. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3.$$

Câu 59. Cho $P = \sqrt[20]{3^2 \sqrt[7]{27^4 \sqrt[4]{243}}}$. Tính $\log_3 P$?

- A. $\frac{45}{28}$. B. $\frac{9}{112}$. C. $\frac{45}{56}$. D. Đáp án khác.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[20]{3^2 \sqrt[7]{27^4 \sqrt[4]{243}}} \Rightarrow P = 3^{\frac{1}{20}} \cdot 27^{\frac{1}{20 \cdot 7}} \cdot 243^{\frac{1}{20 \cdot 7 \cdot 4}} = 3^{\frac{9}{112}} \Rightarrow \log_3 P = \log_3 3^{\frac{9}{112}} = \frac{9}{112}.$$

Câu 60. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$

B. $\frac{3}{4a}$

C. $\frac{4}{3a}$

D. $\frac{4a}{3}$

lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{16} 27 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4 \cdot \log_3 2} = \frac{3}{4a}$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi**Câu 61.** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

Câu 62. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$

B. $I = 0$

C. $I = 4$

D. $I = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{2^{-2}} b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 63. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$

C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$

D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

Lời giải:

Chọn C

Ta có $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab$

Lấy log cơ số 10 hai vế ta được: $\log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b$

Hay $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$

Câu 64. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = 12$

B. $P = \frac{12}{7}$

C. $P = \frac{7}{12}$

D. $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

Chọn B

$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

Câu 65. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{2}$. B. $M = \frac{1}{3}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

$$\text{Khi đó } M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} (12xy)}{\log_{12} (x + 3y)^2} = \frac{\log_{12} (36y^2)}{\log_{12} (36y^2)} = 1.$$

Câu 66. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_8(ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab) \Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2(ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \end{aligned}$$

Câu 67. Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 2$. B. $4a + 2b = 1$. C. $4ab = 1$. D. $2a + 4b = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3(3^a \cdot 9^b) &= \log_9 3 \Leftrightarrow \log_3(3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3 \\ &\Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1. \end{aligned}$$

Câu 68. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có: $4^{\log_2(ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a)$$

$$\Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3$$

Câu 69. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } 9^{\log_3(ab)} &= 4a \Leftrightarrow 2\log_3(ab) = \log_3(4a) \Leftrightarrow \log_3(a^2b^2) = \log_3(4a) \Rightarrow a^2b^2 = 4a \\ &\Leftrightarrow ab^2 = 4. \end{aligned}$$

Câu 70. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 9b^2$.B. $a = 9b$.C. $a = 6b$.D. $a = 9b^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_3 a - 2\log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a}{b} \right) = 2 \Leftrightarrow a = 9b.$$

Câu 71. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 27b$.B. $a = 9b$.C. $a = 27b^4$.D. $a = 27b^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 27 \Leftrightarrow a = 27b.$$

Câu 72. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 16b^2$.B. $a = 8b$.C. $a = 16b$.D. $a = 16b^4$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2 a - 2\log_4 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2\log_{2^2} b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2^4$$

$$\Leftrightarrow a = 16b$$

Câu 73. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b = 64$.B. $a^3b = 36$.C. $a^3 + b = 64$.D. $a^3 + b = 36$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow a^3b = 2^6 \Leftrightarrow a^3b = 64.$$

Câu 74. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 64$.B. $a^3b = 256$.C. $a^3b = 64$.D. $a^3 + b = 256$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Rightarrow \log_2 (a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 = 256$.

Vậy $a^3 b = 256$.

Câu 75. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $a^3 b = 32$. B. $a^3 b = 25$. C. $a^3 + b = 25$. D. $a^3 + b = 32$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32$.

Câu 76. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 + b = 49$. B. $a^2 b = 128$. C. $a^2 + b = 128$. D. $a^2 b = 49$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 (a^2 b) = 7 \Leftrightarrow a^2 b = 2^7 = 128$

Câu 77. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$

- A. $P = x^2 y^3$ B. $P = 6xy$ C. $P = 3x + 2y$ D. $P = x^2 + y^2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln(a^3 b^2) = \ln a^3 + \ln b^2 = 3 \ln a + 2 \ln b = 3x + 2y$

Câu 78. Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

- A. 48 B. 56 C. 36 D. $8 \log_2 256$

Lời giải

Chọn C

Ta có $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256 = \log_2 (2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 256) = \log_2 (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^8)$
 $= \log_2 (2^{1+2+3+\dots+8}) = (1+2+3+\dots+8) \log_2 2 = 1+2+3+\dots+8 = 36$.

Câu 79. Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định đúng là

- A. $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$. B. $mn = 9$. C. $mn = 9 \log_2 c$. D. $mn = \frac{1}{9}$.

Lời giải

$$mn = \log_8 c \cdot \log_{c^3} 2 = \left(\frac{1}{3} \log_2 c \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \log_c 2 \right) = \frac{1}{9}.$$

Câu 80. Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$

- A. $P = 18$. B. $P = 6$. C. $P = 14$. D. $P = 10$.

Lời giải

Ta có $\log_a (x^2 \cdot y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2 \log_a x + 3 \log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$.

Câu 81. Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2 (a^3 b^4)$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{4}\log_2 b$ **B.** $3\log_2 a + 4\log_2 b$ C. $2(\log_2 a + \log_4 b)$ D. $4\log_2 a + 3\log_2 b$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2(a^3 b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3\log_2 a + 4\log_2 b$ nên **B** đúng.

Câu 82. Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng

A. 1. **B.** 0. C. $\ln\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)$ D. $\ln(abcd)$.

Lời giải

Cách 1:

Ta có $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a}\right) = \ln 1 = 0$.

Cách 2:

Ta có: $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln a - \ln b + \ln b - \ln c + \ln c - \ln d + \ln d - \ln a = 0$.

Câu 83. Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\log_{\frac{1}{27}}\left(\frac{x}{y^3}\right) = \frac{1}{3}a - b$ **B.** $\log_{\frac{1}{27}}\left(\frac{x}{y^3}\right) = \frac{1}{3}a + b$.
C. $\log_{\frac{1}{27}}\left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}a - b$ **D.** $\log_{\frac{1}{27}}\left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}a + b$.

Lời giải

Do x, y là các số thực dương nên ta có:

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{27}}\left(\frac{x}{y^3}\right) &= -\frac{1}{3}\log_3\left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}(\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3}(\log_3 x - 3\log_3 y) \\ &= -\frac{1}{3}\log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b.\end{aligned}$$

Câu 84. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 27\log_a b$ **B.** $P = 15\log_a b$ C. $P = 9\log_a b$ **D.** $P = 6\log_a b$.

Lời giải

Ta có $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2}\log_a b = 6\log_a b$.

Câu 85. Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2\log_a b$ **B.** $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2}\log_a b$.
C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\log_a b$ **D.** $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2\log_a b$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} &= \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 \\ &= \log_a a^{\frac{1}{3}} - 2 \log_a b \\ &= \frac{1}{3} \log_a a - 2 \log_a b = \frac{1}{3} - 2 \log_a b\end{aligned}$$

Câu 86. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{\frac{1}{b^2}} c = 2 \log_a b \cdot 2 \log_b c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c$.

Câu 87. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$ B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$
C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$ D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$

Lời giải

Chọn B

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + \log(ab)^2 \Rightarrow A \text{ đúng}$$

$$1 + \log a + \log b = \log(10ab) \Rightarrow (1 + \log a + \log b)^2 = \log^2(10ab) \neq \log(10ab)^2 \Rightarrow B \text{ sai}$$

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) \Rightarrow C \text{ đúng}$$

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) = 2(1 + \log a + \log b) \Rightarrow D \text{ đúng}$$

Câu 88. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

- A. 13 B. 5 C. 8 D. 10

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 8.$$

Câu 89. Rút gọn biểu thức $M = 3 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6 \log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$.

- A. $M = -\log_3 (3x)$ B. $M = 2 + \log_3 \left(\frac{x}{3}\right)$ C. $M = -\log_3 \left(\frac{x}{3}\right)$ D. $M = 1 + \log_3 x$

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x > 0$.

$$M = 3 \log_3 x - 3(1 + \log_3 x) - \log_3 x + 2 = -1 - \log_3 x = -(1 + \log_3 x) = -\log_3 (3x).$$

Câu 90. Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

- A. $P = 56$. B. $P = 16$. C. $P = 8$. D. $P = 64$.

Lời giải

Điều kiện: $x, y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 |xy| + \log_4 x^2 y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2 |xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512 \quad (1)$$

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 \left| \frac{x}{y} \right| + \log_4 \frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x}{y} \right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y|. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$.

Câu 91. Cho hai số thực dương a, b . Nếu viết $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x \log_2 a + y \log_4 b \quad (x, y \in \mathbb{Q})$ thì biểu thức $P = xy$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{1}{3}$

B. $P = \frac{2}{3}$

C. $P = -\frac{1}{12}$

D. $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} &= \log_2 64^{\frac{1}{6}} + \frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b - \log_2 a - \log_2 b \\ &= 1 - \frac{1}{2} \log_2 a - \frac{4}{3} \log_4 b. \text{ Khi đó } x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{4}{3} \Rightarrow P = xy = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Câu 92. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 7$.

B. $T = 3$.

C. $T = 2$.

D. $T = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2 \log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2 \log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$$

$$\text{Suy ra } a = 2, b = -3, c = 2$$

$$\text{Vậy } T = 1.$$

Câu 93. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $2 \log_2 (a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

C. $2 \log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

D. $2 \log_4 (a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

Lời giải

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 14ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 16ab.$$

$$\text{Suy ra } \log_4 (a+b)^2 = \log_4 (16ab) \Leftrightarrow 2 \log_4 (a+b) = 2 + \log_4 a + \log_4 b.$$

Câu 94. Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a - b$.

B. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a + b$.

C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a - b$.

D. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a + b$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{27}}\left(\frac{x}{y^3}\right) = \log_{3^{-3}}\left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}\log_3\left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}(\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3}\log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b.$$

Câu 95. Cho $\alpha = \log_a x$, $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ bằng.

- A. $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$. B. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. C. $\frac{2}{2\alpha+\beta}$. D. $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_{ab^2} x^2 &= 2\log_{ab^2} x = 2 \cdot \frac{1}{\log_x ab^2} = \frac{2}{\log_x a + \log_x b^2} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a x} + 2 \cdot \frac{1}{\log_b x}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{\beta + 2\alpha}. \end{aligned}$$

Câu 96. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b^{-2})$

(với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b^{-2}) = 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1.$$

Câu 97. Đặt $M = \log_6 56$, $N = a + \frac{\log_3 7 - b}{\log_3 2 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bộ số a, b, c nào dưới đây để có $M = N$?

- A. $a = 3, b = 3, c = 1$. B. $a = 3, b = \sqrt{2}, c = 1$.
C. $a = 1, b = 2, c = 3$. D. $a = 1, b = -3, c = 2$.

Lời giải

Ta có:

$$M = \log_6 56 = \frac{\log_3 56}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2^3 \cdot 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3\log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3(1 + \log_3 2) + \log_3 7 - 3}{1 + \log_3 2} = 3 + \frac{\log_3 7 - 3}{\log_3 2 + 1}$$

$$\text{Vậy } M = N \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

Câu 98. Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$.

- A. $\frac{1}{10}$. B. -2. C. $\frac{1}{100}$. D. 2.

Lời giải

$$T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100} = \log \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2.$$

Câu 99. Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

A. $P = \frac{5}{4}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = \frac{16}{15}$.

D. $P = \frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$

$$\Leftrightarrow a+2b = 3\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a-4b) = 0 \Leftrightarrow a = 4b \text{ (do } a > b \text{)}.$$

$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2 + 12b^2 + b^2}{36b^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 100. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$ **D.** $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \log_2 3 \cdot \log_5 5}{1 + a} = \frac{2a + \frac{\log_2 3}{\log_5 3}}{1 + a} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$$

CASIO: Sto\Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \backslash \text{shift} \backslash \text{Sto} \backslash A$ tương tự B

Thử từng đáp án A: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án C: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 = 0$ (chọn).

Câu 101. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_6 48$ bằng

A. $\frac{3a-1}{a-1}$

B. $\frac{3a+1}{a+1}$

C. $\frac{4a-1}{a-1}$

D. $\frac{4a+1}{a+1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Giải trực tiếp

$$\log_6 48 = \log_6 6 \cdot 8 = \log_6 6 + \log_6 8 = 1 + \frac{1}{\log_8 6} = 1 + \frac{1}{\log_{2^3} 2 \cdot 3} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}(1 + \log_2 3)}$$

$$= \frac{1 + \log_2 3 + 3}{(1 + \log_2 3)} = \frac{4 + \frac{1}{a}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{4a + 1}{a + 1}. \text{ Chọn đáp án D}$$

Cách 2: Dùng máy tính Casio

Ta có $\log_6 48 = 2.1605584217$. Thay $a = \log_3 2 = 0.63092975375$ vào 4 đáp án thì ta chọn đáp

án D vì $\frac{4a+1}{a+1} = 2.1605584217$

Câu 102. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c ?

A. $P = 2a - b + c$. B. $P = 2a + b + c$. C. $P = 2a + b - c$. D. $P = a + 2b - c$.

Lời giải

Ta có $\log_3 6 = b \Leftrightarrow \log_3 2 + 1 = b \Leftrightarrow \log_3 2 = b - 1$,

$\log_3 22 = c \Leftrightarrow \log_3 2 + \log_3 11 = c \Leftrightarrow \log_3 11 = c - \log_3 2 = c - b + 1$.

Khi đó $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 90 - \log_3 11 = 2 + \log_3 2 + \log_3 5 - \log_3 11 = 2b + a - c$.

Câu 103. Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$ B. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$ C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$ D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{27} 5 = a \Rightarrow a = \frac{1}{3} \log_3 5 \Rightarrow 3a = \log_3 5 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{3a}$
 $\log_3 7 = b \Rightarrow \log_7 3 = \frac{1}{b}$; $bc = \log_2 3 \cdot \log_3 7 = \log_2 7 \Rightarrow \log_7 2 = \frac{1}{bc}$;
 $3ac = \log_3 5 \cdot \log_2 3 = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{3ac}$
 $\log_6 35 = \log_6 5 + \log_6 7 = \frac{1}{\log_5 6} + \frac{1}{\log_7 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{\log_7 3 + \log_7 2}$
 $= \frac{1}{\frac{1}{3ac} + \frac{1}{3a}} + \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{bc}} = \frac{(3a+b)c}{c+1}$

Câu 104. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3 B. 4 C. 6 D. -3

Lời giải

Chọn B

$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{a(2b+1)}{b(1+a)}$

Suy ra $m=1, n=2, p=1 \Rightarrow m+n+p=4$

Câu 105. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = x$, $\log_3 b = y$. Tính $P = \log_3 (3a^4b^5)$.

A. $P = 3x^4y^5$ B. $P = 3 + x^4 + y^5$ C. $P = 60xy$ D. $P = 1 + 4x + 5y$

Lời giải

Chọn D

$P = \log_3 (3a^4b^5) = \log_3 3 + \log_3 a^4 + \log_3 b^5 = 1 + 4\log_3 a + 5\log_3 b = 1 + 4x + 5y$.

Câu 106. Biết $\log_6 3 = a, \log_6 5 = b$. Tính $\log_3 5$ theo a, b

A. $\frac{b}{a}$

B. $\frac{b}{1+a}$

C. $\frac{b}{1-a}$

D. $\frac{b}{a-1}$

Lời giải

Chọn A

$$\log_6 3 = a \Leftrightarrow 3 = 6^a, \log_6 5 = b \Leftrightarrow 5 = 6^b \Rightarrow \log_3 5 = \log_{6^a} 6^b = \frac{b}{a}$$

Câu 107. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

A. $\frac{3a-1}{3-a}$

B. $\frac{3a+1}{3-a}$

C. $\frac{3a+1}{3+a}$

D. $\frac{3a-1}{3+a}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } a = \log_{12} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3}{\log_2 (2^2 \cdot 3)} = \frac{\log_2 3}{\log_2 (2^2) + \log_2 3} = \frac{\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}$$

$$\text{Ta có: } \log_{24} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 24} = \frac{\log_2 (2 \cdot 3^2)}{\log_2 (2^3 \cdot 3)} = \frac{1 + 2\log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{3a+1}{3-a}$$

$$\text{Vậy } \log_{24} 18 = \frac{3a+1}{3-a}$$

Câu 108. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \log_6 45 &= \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 3^2 \cdot 5}{\log_3 2 \cdot 3} = \frac{\log_3 3^2 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} \\ &= \frac{2 + \frac{1}{\log_5 3}}{\frac{1}{\log_2 3} + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{\left(\frac{2b+1}{b}\right)}{\left(\frac{a+1}{a}\right)} = \frac{(2b+1)a}{b(a+1)} = \frac{a+2ab}{b+ab} \end{aligned}$$

Câu 109. Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

A. $-2(a+b)$

B. $-2(a-b)$

C. $2(a+b)$

D. $2(a-b)$

Lời giải

$$\begin{aligned} I &= \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100} \\ &= \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \ln \frac{1}{100} = \ln 10^{-2} \\ &= -2 \ln 10 = -2(\ln 2 + \ln 5) = -2(a+b) \end{aligned}$$

Câu 110. Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$ Biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là

A. $\frac{ab+1}{b-2}$. B. $\frac{a+b}{b+2}$. C. $\frac{a+1}{b-2}$. D. $\frac{a+2}{ab+2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{20} 12 = \log_{20} 3 + 2\log_{20} 2 = \frac{1}{2\log_3 2 + \log_3 5} + \frac{2}{\log_2 5 + 2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{a} + b} + \frac{2}{ab+2} = \frac{a+2}{ab+2}.$$

Câu 111. Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng

A. $\frac{a+b}{3}$ B. $\frac{1}{3(a+b)}$ C. $3(a+b)$ D. $\frac{3}{a+b}$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{15} 8 = 3\log_{15} 2 = \frac{3}{\log_2 15} = \frac{3}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{3}{a+b}$$

Câu 112. Giả sử $\log_{27} 5 = a$; $\log_8 7 = b$; $\log_2 3 = c$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a, b, c ?

A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\frac{3b+3ac}{c+1}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\frac{3b+2ac}{c+2}$.

Lời giải

$$\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_3 5 = a \Leftrightarrow \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = 3a \Leftrightarrow \log_2 5 = 3ac.$$

$$\log_8 7 = b \Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_2 7 = b \Leftrightarrow \log_2 7 = 3b.$$

$$\text{Xét } \log_{12} 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 12} = \frac{\log_2 (5 \cdot 7)}{\log_2 (3 \cdot 2^2)} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 3 + 2} = \frac{3ac + 3b}{c+2}.$$

Câu 113. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c .

A. $P = 2a + b - c$. B. $P = a + 2b - c$. C. $P = 2a + b + c$. D. $P = 2a - b + c$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 \left(\frac{180}{22} \right) = \log_3 180 - \log_3 22 = \log_3 (36 \cdot 5) - \log_3 22 = \log_3 36 + \log_3 5 - \log_3 22 \\ &= \log_3 (6^2) + \log_3 5 - \log_3 22 = 2\log_3 6 + \log_3 5 - \log_3 22 = a + 2b - c. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = a + 2b - c.$$

Câu 114. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

A. $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$. B. $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$. C. $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$. D. $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{20} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 20} = \frac{\log_2 4 \cdot 3}{\log_2 4 \cdot 5} = \frac{2 + \log_2 3}{2 + \log_2 5} = \frac{2 + \log_2 3}{2 + \log_2 3 \cdot \log_3 5} = \frac{a+2}{ab+2}.$$

Câu 115. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

A. $\frac{2+a}{3+a}$.

B. $\frac{2+3a}{3+2a}$.

C. $\frac{3+2a}{2+3a}$.

D. $\frac{2+3a}{2+2a}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3^3)}{\log_2 (2^3 \cdot 3^2)} = \frac{2+3\log_2 3}{3+2\log_2 3} = \frac{2+3a}{3+2a}.$$

Câu 116. Cho $\log_{30} 3 = a; \log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b ; $\log_{30} 1350$ bằng

A. $2a+b$

B. $2a+b+1$

C. $2a+b-1$

D. $2a+b-2$

Lời giải

$$\text{Ta có } 1350 = 30 \cdot 45 = 30 \cdot 9 \cdot 5 = 30 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{Nên } \log_{30} 1350 = \log_{30} 30 \cdot 3^2 \cdot 5 = \log_{30} 30 + \log_{30} 3^2 + \log_{30} 5 = 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b$$

Câu 117. Đặt $m = \log 2$ và $n = \log 7$. Hãy biểu diễn $\log 6125\sqrt{7}$ theo m và n .

A. $\frac{6+6m+5n}{2}$.

B. $\frac{1}{2}(6-6n+5m)$.

C. $5m+6n-6$.

D. $\frac{6+5n-6m}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log 6125\sqrt{7} = \log 5^3 7^{\frac{5}{2}} = 3\log 5 + \frac{5}{2}\log 7 = 3\log \frac{10}{2} + \frac{5}{2}\log 7$$

$$= 3(1 - \log 2) + \frac{5}{2}\log 7 = 3(1 - m) + \frac{5}{2}n = \frac{6+5n-6m}{2}.$$

$$\text{Vậy } \log 6125\sqrt{7} = \frac{6+5n-6m}{2}.$$

Câu 118. Cho $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ theo a , b và c .

A. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$.

B. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$.

C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$.

D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = 3a.$$

$$\text{Ta có } \log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = 3ac \text{ và } \log_2 7 = \log_2 3 \cdot \log_3 7 = bc.$$

$$\text{Vậy } \log_6 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3ac + bc}{1+c} = \frac{(3a+b)c}{1+c}.$$

Câu 119. Cho $a = \log_2 m$ và $A = \log_m 16m$, với $0 < m \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A = \frac{4-a}{a}$.

B. $A = \frac{4+a}{a}$.

C. $A = (4+a)a$.

D. $A = (4-a)a$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \log_m 16m = \frac{\log_2 16m}{\log_2 m} = \frac{\log_2 16 + \log_2 m}{\log_2 m} = \frac{4+a}{a}.$$

Câu 120. Biết $\log_3 15 = a$, tính $P = \log_{25} 81$ theo a ta được

A. $P = 2(a+1)$

B. $P = 2(a-1)$

C. $P = \frac{2}{a+1}$

D. $\frac{2}{a-1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 15 = a \Rightarrow 1 + \log_3 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$

$$P = \log_{25} 81 = \frac{\log_3 81}{\log_3 25} = \frac{4}{2\log_3 5} = \frac{4}{2(a-1)} = \frac{2}{a-1}$$

Câu 121. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \frac{90}{11}$ theo a, b, c .

- A. $P = 2a + b - c$ **B.** $P = a + 2b - c$ C. $P = 2a + b + c$ D. $P = 2a - b + c$

Lời giải

Ta có: $P = \log_3 90 - \log_3 11 = \log_3 90 + \log_3 2 - \log_3 11 - \log_3 2$
 $= \log_3 180 - \log_3 2 = \log_3 (5 \cdot 36) - \log_3 2 = \log_3 5 + 2\log_3 6 - \log_3 2 = a + b - 2c$

Câu 122. Nếu $\log_3 5 = a$ thì $\log_{45} 75$ bằng

- A. $\frac{2+a}{1+2a}$ **B.** $\frac{1+a}{2+a}$ **C.** $\frac{1+2a}{2+a}$ D. $\frac{1+2a}{1+a}$

Lời giải

Ta có $\log_{45} 75 = 2 \cdot \log_{45} 5 + \log_{45} 3$.

Và $\log_{45} 5 = \frac{1}{\log_5 45} = \frac{1}{2\log_5 3 + 1} = \frac{1}{\frac{2}{a} + 1} = \frac{a}{a+2}$; $\log_{45} 3 = \frac{1}{\log_3 45} = \frac{1}{2 + \log_3 5} = \frac{1}{a+2}$.

Do đó $\log_{45} 75 = \frac{2a}{a+2} + \frac{1}{a+2} = \frac{1+2a}{2+a}$.

Câu 123. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c .

- A. $P = 2a + b - c$ **B.** $P = a + 2b - c$ C. $P = 2a + b + c$ D. $P = 2a - b + c$

Lời giải.

Ta có $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 \left(\frac{180}{22} \right) = \log_3 \left(\frac{5 \cdot 6^2}{22} \right) = \log_3 5 + 2\log_3 6 - \log_3 22 = a + 2b - c$.

Câu 124. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

- A. $\frac{3a+1}{3-a}$ **B.** $\frac{3a+1}{3+a}$ C. $\frac{3a-1}{3+a}$ D. $\frac{3a-1}{3-a}$

Lời giải

Ta có $a = \log_{12} 3 = \frac{1}{\log_3 12} = \frac{1}{1 + 2\log_3 2} \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}$.

Khi đó: $\log_{24} 18 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 2)}{\log_2 (2^3 \cdot 3)} = \frac{1 + 2\log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{1+3a}{3-a}$.

Câu 125. Đặt $\log_a b = m$, $\log_b c = n$. Khi đó $\log_a (ab^2c^3)$ bằng

- A. $1 + 6mn$ **B.** $1 + 2m + 3n$ C. $6mn$ **D.** $1 + 2m + 3mn$

Lời giải

$\log_a (ab^2c^3) = \log_a a + 2\log_a b + 3\log_a c$

$$= 1 + 2m + 3 \frac{\log_b c}{\log_b a} = 1 + 2m + 3 \log_a b \cdot \log_b c = 1 + 2m + 3mn.$$

Câu 126. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$ **B.** $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$ **C.** $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$ **D.** $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Lời giải

Chọn A

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{2ab + a}{ab + b}$$

Câu 127. Cho $\log_9 5 = a$; $\log_4 7 = b$; $\log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb+nac}{pc+q}$. Tính $A = m + 2n + 3p + 4q$.

A. 27

B. 25

C. 23

D. 29

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_{24} 175 &= \log_{24} 7 \cdot 5^2 = \log_{24} 7 + 2\log_{24} 5^2 = \frac{1}{\log_7 24} + \frac{2}{\log_5 24} = \\ &= \frac{1}{\log_7 3 + \log_7 2^3} + \frac{2}{\log_5 3 + \log_5 2^3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 7} + \frac{3}{\log_2 7}} + \frac{2}{\frac{1}{\log_3 5} + \frac{3}{\log_2 5}} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\log_2 7 \cdot \log_3 2} + \frac{3}{\log_2 7}} + \frac{2}{\frac{1}{\log_3 5} + \frac{3}{\log_2 3 \cdot \log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{2b \cdot \frac{1}{c}} + \frac{3}{2b}} + \frac{2}{\frac{1}{2a} + \frac{3}{c \cdot 2a}} = \\ &= \frac{1}{\frac{c}{2b} + \frac{3}{2b}} + \frac{2}{\frac{c}{2ac} + \frac{3}{2ac}} = \frac{2b}{c+3} + \frac{4ac}{c+3} = \frac{2b+4ac}{c+3}. \\ A &= m + 2n + 3p + 4q = 2 + 8 + 3 + 12 = 25 \end{aligned}$$

Câu 128. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2 (a+b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$. **B.** $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.

C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. **D.** $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 = 6ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 6ab + 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 8ab (*)$$

Do $a, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} ab > 0 \\ a+b > 0 \end{cases}$, lấy logarit cơ số 2 hai vế của (*) ta được:

$$\log_2 (a+b)^2 = \log_2 (8ab) \Leftrightarrow 2\log_2 (a+b) = 3 + \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (a+b) = \frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b).$$

Câu 129. Biết $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$. Giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a và b là

A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$. B. $\frac{ab-1}{a(8+5b)}$. C. $\frac{2ab+1}{8a-5b}$. D. $\frac{2ab+1}{8a+5b}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b \Rightarrow a, b > 0$

- $\log_7 12 = a \Leftrightarrow \log_7 (2^2 \cdot 3) = a \Leftrightarrow 2\log_7 2 + \log_7 3 = a$ (1)
- $\log_{12} 24 = b \Leftrightarrow \frac{\log_7 24}{\log_7 12} = b \Leftrightarrow \frac{3\log_7 2 + \log_7 3}{a} = b \Leftrightarrow 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \\ 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 2 = ab - a \\ \log_7 3 = 3a - 2ab \end{cases}$$

Mặt khác: $\log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 (2^3 \cdot 3 \cdot 7)}{\log_7 (2 \cdot 3^3)} = \frac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3}$

$$\Rightarrow \log_{54} 168 = \frac{3(ab - a) + 3a - 2ab + 1}{ab - a + 3(3a - 2ab)} = \frac{3ab - 3a + 3a - 2ab + 1}{ab - a + 9a - 6ab} = \frac{ab + 1}{8a - 5ab} = \frac{ab + 1}{a(8 - 5b)}$$

Vậy $\log_{54} 168 = \frac{ab + 1}{a(8 - 5b)}$.

Câu 130. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$. Giá trị của biểu thức

$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2014}$. B. $\sqrt{2016}$. C. $\sqrt{2018}$. D. $\sqrt{2020}$.

Lời giải

Chọn B

Do $a > b > 1$ nên $\log_a b > 0$, $\log_b a > 0$ và $\log_b a > \log_a b$.

Ta có: $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$

$$\Leftrightarrow \log_b a + \log_a b = \sqrt{2020}$$

$$\Leftrightarrow \log_b^2 a + \log_a^2 b + 2 = 2020$$

$$\Leftrightarrow \log_b^2 a + \log_a^2 b = 2018 (*)$$

Khi đó, $P = \log_b ab - \log_a ab = \log_b a + \log_b b - \log_a a - \log_a b = \log_b a - \log_a b$

Suy ra: $P^2 = (\log_b a - \log_a b)^2 = \log_b^2 a + \log_a^2 b - 2 = 2018 - 2 = 2016 \Rightarrow P = \sqrt{2016}$

Câu 131. Tìm số nguyên dương n sao cho

$$\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

A. $n = 2021$. B. $n = 2019$. C. $n = 2020$. D. $n = 2018$.

Lời giải

$$\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

$$\Leftrightarrow \log_{2018} 2019 + 2^3 \log_{2018} 2019 + 3^3 \log_{2018} 2019 + \dots + n^3 \log_{2018} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) \log_{2018} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 1010^2 \cdot 2021^2$$

$$\Leftrightarrow (1+2+\dots+n)^2 = 1010^2 \cdot 2021^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 1010^2 \cdot 2021^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 1010 \cdot 2021$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 2020 \cdot 2021 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 2020 \\ n = -2021 \text{ (l)} \end{cases}$$

Câu 132. Cho hàm số $f(x) = \log_2 \left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$. Tính $T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$

A. $T = \frac{2019}{2}$.

B. $T = 2019$.

C. $T = 2018$.

D. $T = 1009$.

Lời giải

Ta có: $f(1-x) = \log_2 \left(1-x - \frac{1}{2} + \sqrt{(1-x)^2 - (1-x) + \frac{17}{4}} \right) = \log_2 \left(\sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} - \left(x - \frac{1}{2}\right) \right)$

$$f(x) + f(1-x) = \log_2 \left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right) + \log_2 \left(\sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} - \left(x - \frac{1}{2}\right) \right)$$

$$= \log_2 \left[\left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right) \left(\sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} - \left(x - \frac{1}{2}\right) \right) \right] = \log_2 4 = 2$$

$$\Rightarrow T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$$

$$= f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2018}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + f\left(\frac{2017}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{1009}{2019}\right) + f\left(\frac{1010}{2019}\right)$$

$$= 1009 \cdot 2 = 2018$$

Câu 133. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 3 \cdot \log_3 4 \dots \log_3 n}{9^n}$ với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$. Hỏi có bao

hiệu giá trị của n để $f(n) = a$.

A. 2

B. 4

C. 1

D. vô số

Lời giải

Chọn A

$$f(n) = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 3 \cdot \log_3 4 \dots \log_3 n}{9^n} = \frac{1}{9} \log_{3^9} 2 \cdot \log_{3^9} 3 \cdot \log_{3^9} 4 \dots \log_{3^9} n$$

Ta có:

- Nếu $2 \leq n \leq 3^8 \Rightarrow 0 < \log_{3^9} k < 1 \Rightarrow f(n) = \frac{1}{9} \log_{3^9} 2 \cdot \log_{3^9} 3 \cdot \log_{3^9} 4 \dots \log_{3^9} n \geq f(3^8)$

- Nếu $n = 3^9 \Rightarrow f(3^9) = f(3^8) \cdot \log_{3^9} 3^9 = f(3^8)$

- Nếu $n > 3^9 \Rightarrow \log_{3^9} n > 1 \Rightarrow f(n) = f(3^9) \cdot \log_{3^9} (3^9 + 1) \dots \log_{3^9} n > f(3^9)$

Từ đó suy ra $\min f(n) = f(3^9) = f(3^8)$.

Câu 134. Cho x, y và z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 24$,

$\log_y w = 40$ và $\log_{xyz} w = 12$. Tính $\log_z w$.

A. 52.

B. -60.

C. 60.

D. -52.

Lời giải

Chọn C

$$\log_x w = 24 \Rightarrow \log_w x = \frac{1}{24}$$

$$\log_y w = 40 \Rightarrow \log_w y = \frac{1}{40}.$$

Lại do

$$\log_{xyz} w = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_w (xyz)} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{40} + \log_w z} = 12 \Leftrightarrow \log_w z = \frac{1}{60} \Rightarrow \log_z w = 60.$$

Câu 135. Cho $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right].$$

A. $T = 9$.

B. $T = 3$.

C. $T = 10$.

D. $T = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } f(1) = 1, f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$$

\Rightarrow

$$f(96) = f(95+1) = f(95) + f(1) + 95 = f(95) + 96 = f(94) + 95 + 96 = \dots = f(1) + 2 + \dots + 95 + 96$$

$$\Rightarrow f(96) = 1 + 2 + \dots + 95 + 96 = \frac{96 \cdot 97}{2} = 4656.$$

$$\text{Tương tự } f(69) = 1 + 2 + \dots + 68 + 69 = \frac{69 \cdot 70}{2} = 2415.$$

$$\text{Vậy } T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right] = \log \left(\frac{4656 - 2415 - 241}{2} \right) = \log 1000 = 3.$$

Câu 136. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 y} + \frac{1}{\log_2 z} = \frac{1}{2020}$ và

$\log_2(xyz) = 2020$. Tính $\log_2(xyz(x+y+z) - xy - yz - zx + 1)$

A. 4040.

B. 1010.

C. 2020.

D. 2020^2 .

Lời giải

Chọn A

Đặt $a = \log_2 x; b = \log_2 y; c = \log_2 z$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2020} \text{ và } a + b + c = 2020$$

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)(a+b+c) = 1 \Leftrightarrow (a+b+c)(ab+ac+bc) = abc$$

$$\Leftrightarrow a^2b + ab^2 + abc + abc + b^2c + bc^2 + a^2c + ac^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 0$$

Vì vai trò a, b, c như nhau nên giả sử $a+b=0 \Rightarrow c=2020 \Rightarrow z=2^{2020}$ và $xy=1$.

$$\log_2(xyz(x+y+z) - xy - yz - zx + 1) = \log_2(z(x+y+z) - 1 - yz - zx + 1)$$

$$= \log_2(z^2) = 2 \log_2 z = 4040$$

Câu 137. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương a ($a \neq 1$) thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu

$$\text{thức } P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}.$$

A. 60.

B. 2019.

C. 4038.

D. $\frac{2019}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: x, y, z là ba số thực dương, theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì $y^2 = x.z$ (1).

Với mỗi số thực a ($a \neq 1$), $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì

$$2 \log_{\sqrt{a}} y = \log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z \Leftrightarrow 4 \log_a y = \log_a x + 3 \log_a z \quad (2).$$

Thay (1) vào (2) ta được $2 \log_a x.z = \log_a x + 3 \log_a z \Leftrightarrow \log_a x = \log_a z \Leftrightarrow x = z$.

Từ (1) ta suy ra $y = x = z$.

Thay vào giả thiết thì $P = 1959 + 2019 + 60 = 4038$.

Câu 138. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$ và hai số thực m, n thuộc khoảng $(0;1)$ sao cho $m+n=1$. Tính

$$f(m) + f(n).$$

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f(m) + f(n) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \cdot \frac{2n}{1-n} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{1-m-n+mn} \right), \text{ vì } m+n=1$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{mn} \right) = \frac{1}{2} \log_2 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

Câu 139. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

A. $P = 32$.

B. $P = 23$.

C. $P = 43$.

D. $P = 41$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} &= \frac{190}{\log_3 x} \\ \Leftrightarrow \log_x 3 + 2 \log_x 3 + 3 \log_x 3 + \dots + n \log_x 3 &= 190 \log_x 3 \\ \Leftrightarrow \log_x 3 (1 + 2 + 3 + \dots + n) &= 190 \log_x 3 \\ \Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n &= 190 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} &= 190 \\ \Leftrightarrow n^2 + n - 380 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -20 \end{cases} \Rightarrow n = 19 \text{ (do } n \text{ nguyên dương)} &\Rightarrow P = 2n + 3 = 41 \end{aligned}$$

Câu 140. Cho x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x}$ là

A. 13.

B. 3.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân nên ta có $xz = y^2$ (1).

$\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng nên:

$$\log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z = 2 \log_{\sqrt{a}} y \Leftrightarrow \log_a x + 3 \log_a z = 4 \log_a y \Leftrightarrow xz^3 = y^4 \text{ (2).}$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $x = y = z$.

$$\text{Vậy } p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x} = 9 + 1 + 3 = 13.$$

Câu 141. Cho $f(1) = 1$; $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[\frac{f(2019) - f(2009) - 145}{2} \right]$$

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(2019) = f(2009 + 10) = f(2009) + f(10) + 20090$

Do đó $f(2019) - f(2009) - 145 = f(10) + 20090 - 145$

$$f(10) = f(9) + f(1) + 9$$

$$f(9) = f(8) + f(1) + 8$$

.....

$$f(3) = f(2) + f(1) + 2$$

$$f(2) = f(1) + f(1) + 1$$

Từ đó cộng vế với vế ta được: $f(10) = 10.f(1) + 1 + 2 + \dots + 8 + 9 = 55$.

$$\text{Vậy } \log \left[\frac{f(2019) - f(2009) - 145}{2} \right] = \log \frac{20090 - 145 + 55}{2} = \log 10000 = 4.$$

Câu 142. Có bao nhiêu số nguyên dương n để $\log_n 256$ là một số nguyên dương?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\log_n 256 = 8 \cdot \log_n 2 = \frac{8}{\log_2 n} \text{ là số nguyên dương}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 n \in \{1; 2; 4; 8\} \Leftrightarrow n \in \{2; 4; 16; 256\}.$$

Vậy có 4 số nguyên dương.

Câu 143. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Nếu a , b , c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

A. $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = (\ln \sin B)^2$.

B. $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = 2 \ln \sin B$.

C. $\ln \sin A + \ln \sin C = 2 \ln \sin B$.

D. $\ln \sin A + \ln \sin C = \ln (2 \sin B)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo định lý sin trong tam giác } ABC \text{ ta có: } \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases} \text{ , với } R \text{ là bán kính đường tròn ngoại}$$

tiếp tam giác ABC .

Vì a , b , c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên ta có:

$$a \cdot c = b^2 \Rightarrow (2R \sin A) \cdot (2R \sin C) = (2R \sin B)^2 \Rightarrow \sin A \cdot \sin C = (\sin B)^2.$$

Do $0^\circ < \sin A, \sin B, \sin C \leq 180^\circ$ nên $\sin A, \sin B, \sin C > 0$.

$$\text{Vì thế ta có thể suy ra } \ln(\sin A \cdot \sin C) = \ln[(\sin B)^2] \Rightarrow \ln \sin A + \ln \sin C = 2 \ln \sin B.$$

Câu 144. Cho $x = 2018!$. Tính $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

A. $A = \frac{1}{2017}$.

B. $A = 2018$.

C. $A = \frac{1}{2018}$.

D. $A = 2017$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x} \\
 &= \log_x 2^{2018} + \log_x 3^{2018} + \dots + \log_x 2017^{2018} + \log_x 2018^{2018} \\
 &= 2018 \cdot \log_x 2 + 2018 \cdot \log_x 3 + \dots + 2018 \cdot \log_x 2017 + 2018 \cdot \log_x 2018 \\
 &= 2018 \cdot (\log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2017 + \log_x 2018) = 2018 \cdot \log_x (2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2017 \cdot 2018)
 \end{aligned}$$

Câu 145. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2018) Tìm bộ ba số nguyên dương $(a; b; c)$ thỏa mãn

$$\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \dots + \log(1+3+5+\dots+19) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$$

- A.** (2; 6; 4). **B.** (1; 3; 2). **C.** (2; 4; 4). **D.** (2; 4; 3).

Lời giải

Ta có

$$\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \dots + \log(1+3+5+\dots+19) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$$

$$\Leftrightarrow \log 1 + \log 2^2 + \log 3^2 + \dots + \log 10^2 - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$$

$$\Leftrightarrow \log(1 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 10^2) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$$

$$\Leftrightarrow \log(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10)^2 - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$$

$$\Leftrightarrow 2 \log(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$$

$$\Leftrightarrow 2(\log 10! - \log 7!) = a + b \log 2 + c \log 3 \Leftrightarrow 2 \log(8 \cdot 9 \cdot 10) = a + b \log 2 + c \log 3$$

$$\Leftrightarrow 2 + 6 \log 2 + 4 \log 3 = a + b \log 2 + c \log 3.$$

$$\text{Vậy } a = 2, b = 6, c = 4.$$

Câu 146. Tổng $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$ dưới đây.

- A.** $1008^2 \cdot 2018^2$. **B.** $1009^2 \cdot 2019^2$. **C.** $1009^2 \cdot 2018^2$. **D.** 2019^2 .

Lời giải

$$\text{Ta có } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}.$$

Mặt khác

$$S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2 = 1 + 2^2 \log_{\frac{1}{2^2}} 2 + 3^2 \log_{\frac{1}{2^3}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\frac{1}{2^{2018}}} 2$$

$$= 1 + 2^3 \log_2 2 + 3^3 \log_2 2 + \dots + 2018^3 \log_2 2 = 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2018^3 = \left[\frac{2018(2018+1)}{2} \right]^2$$

$$= 1009^2 \cdot 2019^2.$$

Câu 147. Số $20172018^{20162017}$ có bao nhiêu chữ số?

- A.** 147278481. **B.** 147278480. **C.** 147347190. **D.** 147347191.

Lời giải

Số chữ số của một số tự nhiên x là: $[\log x] + 1$ ($[\log x]$ là phần nguyên của $\log x$).

Vậy số chữ số của số $20172018^{20162017}$ là

$$[\log 20172018^{20162017}] + 1 = 20162017 \log(20172018) + 1 = 147278481.$$

Câu 148. Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và $\log_{\sqrt{a}} b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$.

Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_a b = x$, $\log_b c = y \Rightarrow \log_a c = xy$. Điều kiện: $x, y > 0$.

Bài toán trở thành:

Cho $4x^2 + y(2y - 1) + 9xy - 4x = 0$. Tính $P = x + 2y$.

Rút $x = P - 2y$ thay vào giả thiết, ta có:

$$4(P - 2y)^2 + y(2y - 1) + 9(P - 2y)y - 4(P - 2y) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4P^2 - 7Py - 4P + 7y = 0.$$

$$\Leftrightarrow (P - 1)(4P - 7y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P = 1 \\ 4P - 7y = 0 \end{cases}$$

Xét TH: $4P - 7y = 0 \Leftrightarrow 4x + y = 0$, loại vì $x, y > 0$.

Vậy $P = 1$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>