

## BÀI 4. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ ĐỒ THỊ

- **CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

## PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

**1. Hàm số lượng giác**

Hàm số sin là quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực  $x$  với số thực  $\sin x$ , kí hiệu  $y = \sin x$ .

Hàm số cosin là quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực  $x$  với số thực  $\cos x$ , kí hiệu  $y = \cos x$ .

Hàm số tang là hàm số được xác định bởi công thức

$$y = \frac{\sin x}{\cos x}; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ kí hiệu } y = \tan x$$

Hàm số cotang là hàm số được xác định bởi công thức

$$y = \frac{\cos x}{\sin x}; x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ kí hiệu } y = \cot x.$$

Như vậy:

- Tập xác định của hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \cos x$  là  $\mathbb{R}$ .

- Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

- Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**2. Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn**

**Hàm số chẵn, hàm số lẻ**

- Hàm số  $y = f(x)$  với tập xác định  $D$  được gọi là hàm số chẵn nếu với mọi  $x \in D$  ta có  $-x \in D$  và  $f(-x) = f(x)$ .

- Hàm số  $y = f(x)$  với tập xác định  $D$  được gọi là hàm số lẻ nếu với mọi  $x \in D$  ta có  $-x \in D$  và  $f(-x) = -f(x)$ .

**Chú ý:** Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

**Ví dụ 1.** Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số lượng giác  $y = \cos x, y = \tan x$ .

**Giải**

a) Hàm số  $y = \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ . Với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ta có  $-x \in \mathbb{R}$  và  $\cos(-x) = \cos x$ .

Do đó hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

b) Hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Với mọi  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  ta có  $-x \neq -\frac{\pi}{2} - k\pi (k \in \mathbb{Z})$ , cũng có nghĩa là  $-x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

hay  $-x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Mặt khác  $\tan(-x) = -\tan x$ . Do đó hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

**Hàm số tuần hoàn**

Hàm số  $y = f(x)$  với tập xác định  $D$  được gọi là hàm số tuần hoàn nếu tồn tại một số  $T$  khác 0 sao cho với mọi  $x \in D$  ta có  $x \pm T \in D$  và  $f(x+T) = f(x)$ .

Số  $T$  dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kì** của hàm số tuần hoàn  $y = f(x)$ .

**Chú ý:** Đồ thị của hàm số tuần hoàn chu kì  $T$  được lặp lại trên từng đoạn giá trị của  $x$  có độ dài  $T$ .

**Ví dụ 2.** Xét tính tuần hoàn của hàm số  $y = \sin x$  và hàm số  $y = \tan x$ .

**Giải**

Ta có:  $\sin x = \sin(x + 2\pi)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ;

$$\tan(x + \pi) = \tan x, \quad \forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Do đó hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \tan x$  là các hàm số tuần hoàn.

Chú ý: Người ta chứng minh được rằng:

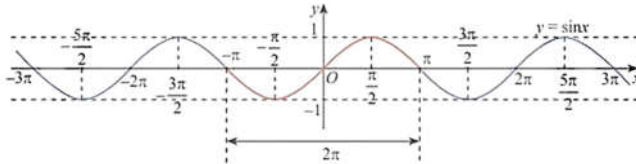
a) Các hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \cos x$  là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ ;

b) Các hàm số  $y = \tan x$  và  $y = \cot x$  là các hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

### 3. Đồ thị của các hàm số lượng giác

**Hàm số**  $y = \sin x$

Ta có đồ thị của hàm số  $y = \sin x$  trên  $\mathbb{R}$  như sau:



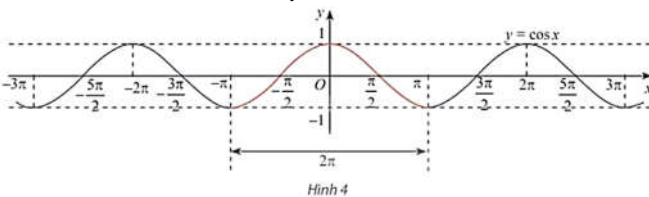
**Chú ý:** Vì  $y = \sin x$  là hàm số lẻ nên để vẽ đồ thị của nó trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ , ta có thể vẽ trên đoạn  $[0; \pi]$ , sau đó lấy đối xứng qua gốc tọa độ.

Từ đồ thị trên, ta thấy hàm số  $y = \sin x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ , tập giá trị là  $[-1; 1]$  và có các tính chất sau:

- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .
- Hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .
- Hàm số đồng biến trên các khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$  và nghịch biến trên các khoảng  $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$ .

**Hàm số**  $y = \cos x$

Ta có đồ thị của hàm số  $y = \cos x$  trên  $\mathbb{R}$  như sau:



**Chú ý:** Vì  $y = \cos x$  là hàm số chẵn nên để vẽ đồ thị của nó trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ , ta có thể vẽ trên đoạn  $[0; \pi]$ , sau đó lấy đối xứng qua trục tung.

Từ đồ thị trên, ta thấy hàm số  $y = \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ , tập giá trị là  $[-1; 1]$  và có các tính chất sau:

- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .
- Hàm số chẵn, có đồ thị đối xứng qua trục  $Oy$ .
- Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\pi + k2\pi; k2\pi) (k \in \mathbb{Z})$  và nghịch biến trên các khoảng  $(k2\pi; \pi + k2\pi) (k \in \mathbb{Z})$ .

**Ví dụ 3.** Nhiệt độ ngoài trời  $T$  (tính bằng  $^{\circ}C$ ) vào thời điểm  $t$  giờ trong một ngày ở một thành phố được tính bởi công thức  $T = 20 + 4 \sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6}\right)$ . Để bảo quản các tác phẩm nghệ thuật, hệ

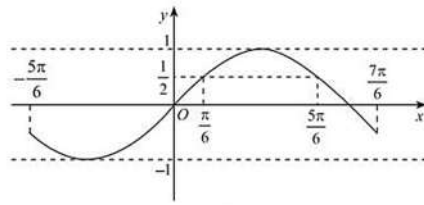
thống điều hoà nhiệt độ của một bảo tàng sẽ được tự động bật khi nhiệt độ ngoài trời từ  $22^{\circ}C$  trở lên. Dựa vào đồ thị của hàm số  $\sin$ , hãy xác định khoảng thời gian  $t$  trong ngày ( $0 \leq t \leq 24$ ) hệ thống điều hoà được bật.

(Theo <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168192385900139>)

**Giải**

Ta có  $T \geq 22$  khi và chỉ khi  $20 + 4 \sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6}\right) \geq 22$  hay  $\sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}$ . Vì  $0 \leq t \leq 24$  nên  $-\frac{5\pi}{6} \leq \frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6}$ .

Xét đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$  (Hình 5).



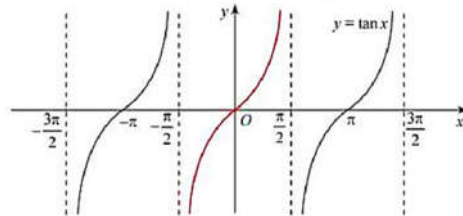
Hình 5

Ta thấy  $\sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}$  khi và chỉ khi  $\frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6}$  hay  $12 \leq t \leq 20$ .

Vậy hệ thống điều hoà được bật trong khoảng thời gian từ 12 giờ đến 20 giờ trong ngày.

**Hàm số**  $y = \tan x$

Ta có đồ thị của hàm số  $y = \tan x$  trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$  như sau:



Hình 7

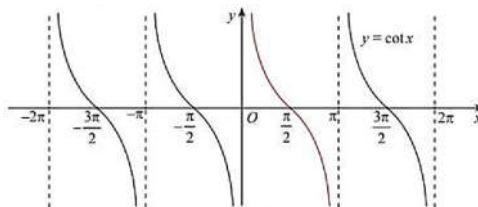
**Chú ý:** Vì  $y = \tan x$  là hàm số lẻ nên để vẽ đồ thị của nó trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ , ta có thể vẽ trên nửa khoảng  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$ , sau đó lấy đối xứng qua gốc tọa độ.

Từ đồ thị trên, ta thấy hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ , tập giá trị là  $\mathbb{R}$  và có các tính chất sau:

- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .
- Hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .
- Hàm số đồng biến trên các khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$ .

**Hàm số**  $y = \cot x$

Ta có đồ thị của hàm số  $y = \cot x$  trên  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$  như sau:



Hình 8

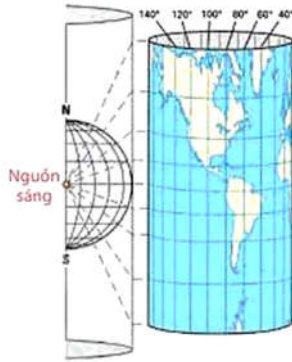
Từ đồ thị trên, ta thấy hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , tập giá trị là  $\mathbb{R}$  và có các tính chất sau:

- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

- Hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(k\pi; \pi + k\pi) (k \in \mathbb{Z})$ .

**Ví dụ 4.** Trong Địa lí, phép chiếu hình trụ được sử dụng để vẽ một bản đồ phẳng như trong Hình 9. Trên bản đồ phẳng lấy đường xích đạo làm trục hoành và kinh tuyến  $0^\circ$  làm trục tung. Khi đó tung độ của một điểm có vĩ độ  $\varphi^\circ (-90 < \varphi < 90)$  được cho bởi hàm số  $y = 20 \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) (cm)$ .

Sử dụng đồ thị hàm số tang, hãy cho biết những điểm ở vĩ độ nào nằm cách xích đạo không quá  $20cm$  trên bản đồ.



Hình 9

(Theo <https://geologyscience.com/geology/types-of-maps/>)

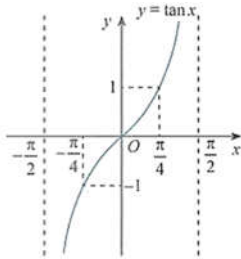
**Giải**

Vì điểm nằm cách xích đạo không quá  $20cm$  trên bản đồ nên ta có  $-20 \leq y \leq 20$ .

Khi đó  $-20 \leq 20 \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 20$  hay  $-1 \leq \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 1$ .

Ta có  $-90 < \varphi < 90$  khi và chỉ khi  $-\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{180}\varphi < \frac{\pi}{2}$ .

Xét đồ thị hàm số  $y = \tan x$  trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  (Hình 10).



Hình 10

Ta thấy  $-1 \leq \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 1$  khi và chỉ khi  $-\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{180}\varphi \leq \frac{\pi}{4}$  hay  $-45 \leq \varphi \leq 45$ .

Vậy trên bản đồ, các điểm cách xích đạo không quá  $20cm$  nằm ở vĩ độ từ  $-45^\circ$  đến  $45^\circ$ .

## PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

### DẠNG 1. TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

**A.** Với hàm số  $f(x)$  cho bởi biểu thức đại số thì ta có:

1.  $f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ , điều kiện: \*  $f_1(x)$  có nghĩa

\*  $f_2(x)$  có nghĩa và  $f_2(x) \neq 0$ .

2.  $f(x) = \sqrt[m]{f_1(x)}$ , ( $m \in \mathbb{N}$ ), điều kiện:  $f_1(x)$  có nghĩa và  $f_1(x) \geq 0$ .

$$3. f(x) = \frac{f_1(x)}{\sqrt[m]{f_2(x)}}, (m \in \mathbb{N}), \text{ điều kiện: } f_1(x), f_2(x) \text{ có nghĩa và } f_2(x) > 0.$$

**B. Hàm số  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$  xác định trên  $\mathbb{R}$ , như vậy**

$y = \sin[u(x)]; y = \cos[u(x)]$  xác định khi và chỉ khi  $u(x)$  xác định.

\*  $y = \tan[u(x)]$  có nghĩa khi và chỉ khi  $u(x)$  xác định và  $u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

\*  $y = \cot[u(x)]$  có nghĩa khi và chỉ khi  $u(x)$  xác định và  $u(x) \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

Chú ý

Ở phần này chúng ta chỉ cần nhớ kĩ điều kiện xác định của các hàm số cơ bản như sau:

1. Hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \cos x$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

2. Hàm số  $y = \tan x$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

3. Hàm số  $y = \cot x$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**C. Dạng chứa tham số trong bài toán liên quan đến tập xác định của hàm số lượng giác.**

Với  $S \subset D_f$  (là tập xác định của hàm số  $f(x)$ ) thì

$$* f(x) \leq m, \forall x \in S \Leftrightarrow \max_S f(x) \leq m. \quad * f(x) \geq m, \forall x \in S \Leftrightarrow \min_S f(x) \geq m.$$

$$* \exists x_0 \in S, f(x_0) \leq m \Leftrightarrow \min_S f(x) \leq m \quad * \exists x_0 \in S, f(x_0) \geq m \Leftrightarrow \max_S f(x) \geq m.$$

**Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1}{\cos x}$ ;

b)  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ;

c)  $y = \frac{1}{2 - \sin^2 x}$ .

**Câu 2.** Tìm tập xác định của các hàm số sau

a)  $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  b)  $y = \cot\left(-2x - \frac{\pi}{3}\right)$

c)  $y = \frac{2}{\sin 2x}$  d)  $y = 2 \cos \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

**Câu 3.** Tìm tập xác định các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1 - 2x^2}{1 - \cos 2x}$  b)  $y = \cos \frac{3x}{\sqrt{x^2 - 1}}$  c)  $y = \sqrt{2 - 2 \sin x}$  d)  $y = \sqrt{\sin x - 1}$

e)  $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$  f)  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  g)  $y = \cot\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) - \frac{2}{1 - \cos x}$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1}{1 - \sin 4x}$  b)  $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right);$   
 c)  $y = \frac{\sin x}{\sqrt{3} \sin x + \cos x}$  d)  $y = \frac{\tan x + \cot x}{\cot^2 x - 1}.$

**Câu 5.** Tìm  $m$  để hàm số sau xác định trên  $\mathbb{R}$ .

a)  $y = \sqrt{2m - 3 \cos x}$  . b)  $y = \frac{2}{\sqrt{\sin^2 x - 2 \sin x + m - 1}}$

**Câu 6.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m + 1) \cos x}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

## DẠNG 2. TÍNH TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

**Định nghĩa:** Hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập  $D$  được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số  $T \neq 0$  sao cho với mọi  $x \in D$  ta có  $x \pm T \in D$  và  $f(x + T) = f(x)$ .

Nếu có số  $T$  **duy nhất nhỏ nhất** thỏa mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là **hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T$** .

\*  $y = \sin(ax + b)$  có chu kỳ  $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

\*  $y = \cos(ax + b)$  có chu kỳ  $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

\*  $y = \tan(ax + b)$  có chu kỳ  $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

\*  $y = \cot(ax + b)$  có chu kỳ  $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

•  $y = f_1(x)$  có chu kỳ  $T_1$ ;  $y = f_2(x)$  có chu kỳ  $T_2$

Thì hàm số  $y = f_1(x) \pm f_2(x)$  có chu kỳ  $T_0$  là bội chung nhỏ nhất của  $T_1$  và  $T_2$ .

**Câu 7. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Xét tính tuần hoàn của hàm số  $y = \cos x$  và hàm số  $y = \cot x$ .

**Câu 8.** Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ (nếu có) của các hàm số sau:

a)  $y = 1 - \sin 5x$ . b)  $y = \cos^2 x - 1$ .

c)  $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$ . d)  $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

**Câu 9.** Tìm chu kỳ của hàm số  $y = \sin 3x + 3 \cos 2x$ .

**Câu 10.** Chứng minh rằng hàm số  $T$  thỏa mãn  $\sin(x + T) = \sin x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  phải có dạng  $T = k2\pi$ ,  $k$  là một số nguyên nào đó. Từ đó suy ra, số  $T$  nhỏ nhất thỏa mãn  $\sin(x + T) = \sin x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  là  $2\pi$ .

**Câu 11.** Chứng minh các hàm số sau đây là hàm số tuần hoàn, tìm chu kỳ và xét tính chẵn lẻ của mỗi hàm số.

a)  $y = \sin^2 2x + 1$

b)  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$

c)  $y = \cos^2 x + \sin^2 x$

**Câu 12.** Chứng minh rằng hàm số sau là hàm số tuần hoàn và tìm chu kỳ của nó:  $y = \frac{1}{\sin x}$ .

## DẠNG 3. TÍNH CHẴN, LẺ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

**Bước 1:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số, khi đó

\* Nếu  $D$  là tập đối xứng (tức  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ ), thì ta thực hiện tiếp bước 2.

\* Nếu  $D$  không phải tập đối xứng (tức là  $\exists x \in D$  mà  $-x \notin D$ ) thì ta kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

**Bước 2:** Xác định  $f(-x)$ :

- \* Nếu  $f(-x) = f(x), \forall x \in D$  thì kết luận hàm số là hàm số chẵn.
- \* Nếu  $f(-x) = -f(x), \forall x \in D$  thì kết luận hàm số là hàm số lẻ.
- \* Nếu không thỏa mãn một trong hai điều kiện trên thì kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

**Các kiến thức đã học về hàm lượng giác cơ bản:**

- 1, Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ trên  $D = \mathbb{R}$ .
- 2, Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn trên  $D = \mathbb{R}$ .
- 3, Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ trên  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- 4, Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ trên  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 13. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Chứng minh rằng hàm số  $y = \sin x$  và hàm số  $y = \cot x$  là các hàm số lẻ.

**Câu 14. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Các hàm số dưới đây có là hàm số chẵn hay hàm số lẻ không?

- a)  $y = 5 \sin^2 x + 1$
- b)  $y = \cos x + \sin x$ ;
- c)  $y = \tan 2x$ .

**Câu 15.** Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

- a)  $y = 2 \cos 3x$  b)  $y = x + \sin x$
- c)  $y = x \cdot \cot x + \cos x$  d)  $y = x^2 + \tan |x|$

**Câu 16.** Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

- a)  $y = 2x \sin x$ . b)  $y = \cos x + \sin 2x$ .
- c)  $y = \frac{\cos 2x}{x}$ . d)  $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$ .

**Câu 17.** Các hàm số sau chẵn hay lẻ, vì sao?

- a)  $y = |x| \sin x$  b)  $y = \frac{\tan x - \sin x}{2 + \cos x + \cot^2 x}$
- c)  $y = \frac{\cos x + x^2 - 1}{\sin^4 x}$  d)  $y = \frac{\sin^4 x + 1}{2 + \cos^6 x}$

**Câu 18.** Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

- a)  $y = f(x) = \tan x + \cot x$  b)  $y = f(x) = \sin \left( 2x + \frac{9\pi}{2} \right)$
- c)  $f(x) = \frac{\sin^{2020} x + 2020}{\cos x}, n \in \mathbb{Z}$

**Câu 19.** Xác định tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x) = 3m \sin 4x + \cos 2x$  là hàm chẵn.

**DẠNG 4. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**

1. Hàm số  $y = \sin x$ :

\* Đồng biến trên các khoảng  $\left( -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi \right), k \in \mathbb{Z}$ .

\* Nghịch biến trên các khoảng  $\left( \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi \right), k \in \mathbb{Z}$ .

2. Hàm số  $y = \cos x$ :

\* Đồng biến trên các khoảng  $(-\pi + k2\pi; k2\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

\* Nghịch biến trên các khoảng  $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

3. Hàm số  $y = \tan x$  đồng biến trên các khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ .

4. Hàm số  $y = \cot x$  nghịch biến trên các khoảng  $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 20.** Khảo sát sự biến thiên của các hàm số sau

a)  $y = \sin x$  trên  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$  b)  $y = \cos x$  trên  $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right)$

c)  $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  trên  $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$  d)  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  trên  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$

### **DẠNG 5. TẬP GIÁ TRỊ, MIN, MAX CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**

\*Các kiến thức về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên miền  $D \subset \mathbb{R}$ .

1. Số thực  $M$  được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $D$  nếu  $\begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$

2. Số thực  $m$  được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $D$  nếu  $\begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$

Một số kiến thức ta sử dụng trong các bài toán này:

1. Tính bị chặn của hàm số lượng giác.

2. Điều kiện có nghiệm của phương trình bậc nhất giữa  $\sin$  và  $\cos$ .

**Lưu ý**

#### **1. Bất đẳng thức AM – GM.**

a. Với hai số:

Cho hai số thực  $a, b$  là hai số dương, ta có  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  dấu bằng xảy ra khi  $a = b$ .

b. Với  $n$  số:

Cho hai số thực  $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$  là các số dương  $n \in \mathbb{N}^*$ , ta có  $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$  dấu bằng xảy ra khi  $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n$ .

#### **2. Bất đẳng thức Bunyakovsky**

a. Bất đẳng thức Bunyakovsky dạng thông thường.

$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$ . Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

b. Bất đẳng thức Bunyakovsky cho bộ hai số

Với hai bộ số  $(a_1; a_2; \dots; a_n)$  và  $(b_1; b_2; \dots; b_n)$  ta có

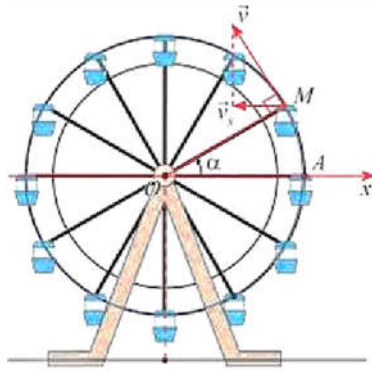
$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$

c. Hệ quả của bất đẳng thức Bunyakovsky ta có  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq 4abcd$

**Câu 21. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Tìm tập giá trị của hàm số  $y = 2 \cos x + 1$ .

**Câu 22. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin  $M$  phụ thuộc vào góc lượng giác  $\alpha = (\text{Ox}, \text{OM})$  theo hàm số  $v_x = 0,3 \sin \alpha (m/s)$  (Hình 11).





Hình 11

a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $v_x$ .

b) Dựa vào đồ thị của hàm số sin, hãy cho biết trong vòng quay đầu tiên ( $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ), góc  $\alpha$  ở trong các khoảng nào thì  $v_x$  tăng.

**Câu 23.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

a)  $y = 2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$  b)  $y = -5 + 2 \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

c)  $y = 2\sqrt{\cos 3x} - 1$  d)  $y = \frac{\sin^2(3x)}{2} - 3 \cos^2(3x)$

**Câu 24.** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau

a)  $y = 4 - 2 \cos 2x$ .

b)  $y = \sqrt{3 + \sin^{2018} x}$ .

c)  $y = \sin x - \cos x + 3$ .

d)  $y = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x + 5$

e)  $y = 4 \cos^2 x - 4 \cos x + 3$  với  $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$

f)  $y = \cos 2x + 5 \sin x + 2$  với  $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$

**Câu 25.** Tìm GTLN và GTNN của các hàm số sau:

a)  $y = \sqrt{1 + \sin x} + 2$  b)  $y = 3 \sin x + 4 \cos x$

c)  $y = (\sin x - 2 \cos x)(2 \sin x + \cos x) - 1$  d)  $y = \frac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x + 3}$ .

**Câu 26.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau.

a)  $y = 3 \sin x - 4 \cos x$

b)  $y = 2(\sin x - \cos x)^2 + 2 \cos 2x + 5 \sin x \cdot \cos x - 3$

c)  $y = \frac{2 \sin x + \cos x + 2}{\sin x + \cos x - 2}$

d)  $y = \frac{2 \cos x + 1}{\sin x - \cos x + 3}$

**Câu 27.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{\sin 3x + 2 \cos 3x + 1}{\sin 3x + \cos 3x + 2}$ . b)  $y = \sin \frac{2x}{1+x^2} + \cos \frac{4x}{1+x^2} + 1$ .

c)  $y = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x - 1$ . d)  $y = 3 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + 4 \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ .

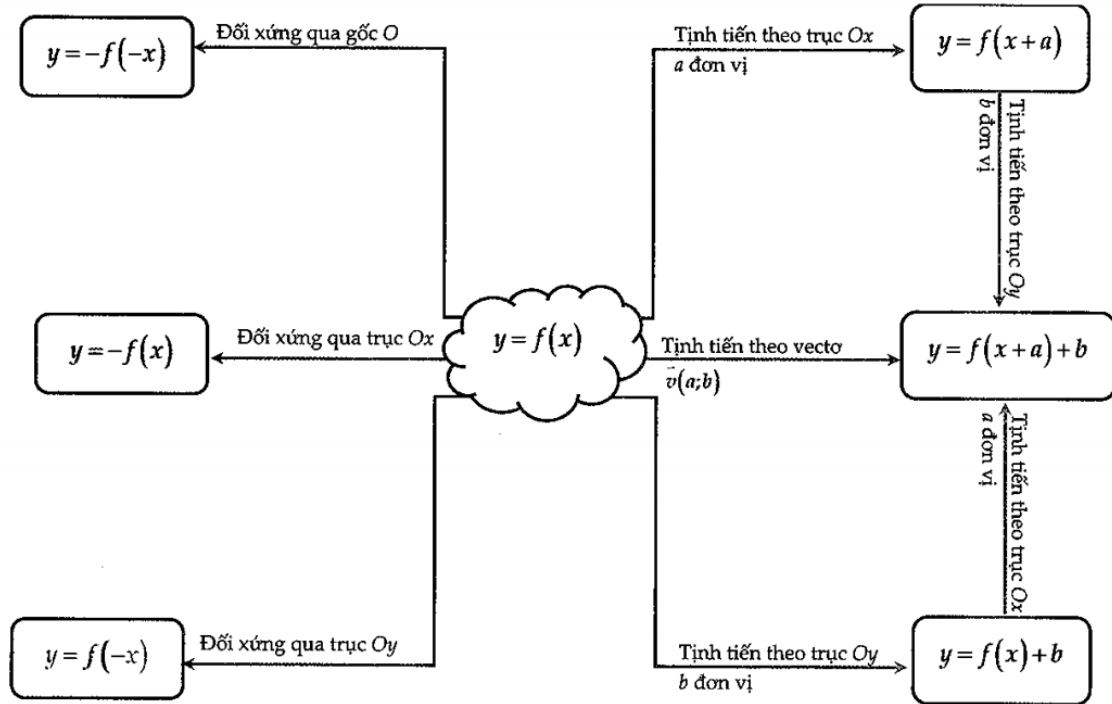
**Câu 28.** Chứng minh rằng với mọi số thực  $x$  ta đều có  $\sin^6 x \cdot \cos^4 x \leq \frac{108}{3125}$ .

## DẠNG 6. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Các kiến thức cơ bản về dạng của hàm số lượng giác được đưa ra ở phần I:

**Lý thuyết cơ bản:** Sau đây ta bổ sung một số kiến thức lý thuyết để giải quyết bài toán nhận dạng đồ thị hàm số lượng giác một cách hiệu quả.

**Sơ đồ biến đổi đồ thị hàm số cơ bản:**



Các kiến thức liên quan đến suy diễn đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối:

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  ta suy diễn:

- Đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  gồm:

\*Đối xứng phần đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  phía dưới trục hoành qua trục hoành.

\*Phần từ trục hoành trở lên của đồ thị  $y = f(x)$ .

- Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  gồm:

\*Đối xứng phần đồ thị trên qua trục Oy.

\*Phần đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  nằm bên phải trục Oy

- Đồ thị hàm số  $y = |u(x)| \cdot v(x)$  với  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  gồm:

\*Đối xứng phần đồ thị  $y = f(x)$  trên miền  $u(x) < 0$  qua trục hoành.

\*Phần đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên miền thỏa mãn  $u(x) \geq 0$

**Câu 29. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Có bao nhiêu giá trị  $x$  trên đoạn  $[-2\pi; 2\pi]$  thỏa mãn điều kiện  $\tan x = 2$ ?

**Câu 30. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = \sin x$ , xác định các giá trị  $x \in [-\pi; \pi]$  thỏa mãn  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 31. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Li độ  $s(\text{cm})$  của một con lắc đồng hồ theo thời gian  $t$  (giây) được cho bởi hàm số  $s = 2 \cos \pi t$ . Dựa vào đồ thị của hàm số cosin, hãy xác định ở các thời điểm  $t$  nào trong 1 giây đầu thì li độ  $s$  nằm trong đoạn  $[-1; 1](\text{cm})$ .



Hình 6

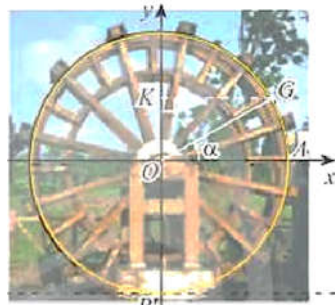
(Theo <https://www.britannica.com/science/simple-harmonic-motion>)

**Câu 32.** Vẽ đồ thị của các hàm số sau

a)  $y = \sin 2x$  b)  $y = |\sin x|$

c)  $y = \tan \frac{x}{2}$  d)  $y = -\cot x$

**Câu 33. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Khoảng cách từ tâm một guồng nước đến mặt nước và bán kính của guồng đều bằng  $3m$ . Xét gàu  $G$  của guồng. Ban đầu gàu  $G$  nằm ở vị trí  $A$  (Hình 12).

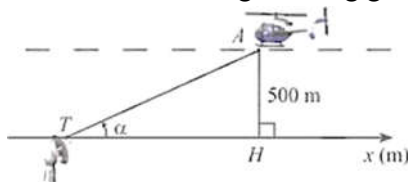


Hình 12

a) Viết hàm số  $h$  biểu diễn chiều cao (tính bằng mét) của gàu  $G$  so với mặt nước theo góc  $\alpha = (\overline{OA}, \overline{OG})$ .

b) Guồng nước quay hết mỗi vòng trong 30 giây. Dựa vào đồ thị của hàm số sin, hãy cho biết ở các thời điểm  $t$  nào trong 1 phút đầu, khoảng cách của gàu đến mặt nước bằng  $1,5m$ .

**Câu 34. (SGK-CTST 11-Tập 1)** Trong Hình 13, một chiếc máy bay  $A$  bay ở độ cao  $500m$  theo một đường thẳng đi ngang qua phía trên trạm quan sát  $T$  ở mặt đất. Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt đất là  $H$ ,  $\alpha$  là góc lượng giác  $(Tx, TA)$  ( $0 < \alpha < \pi$ ).



Hình 13

a) Biểu diễn tọa độ  $x_H$  của điểm  $H$  trên trục  $Tx$  theo  $\alpha$ .

b) Dựa vào đồ thị hàm số cotang, hãy cho biết với  $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$  thì  $x_H$  nằm trong khoảng nào.

Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

## PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

### 1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

**Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$       B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$       C.  $\mathbb{R}$       D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = 2 \sin x$  là

- A.  $[0; 2]$ .      B.  $[-1; 1]$ .      C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $[-2; 2]$ .

**Câu 3.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \cot x + \sin 5x + \cos x$

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$       B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$   
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 4.** Chọn khẳng định **sai**?

- A. Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 B. Tập xác định của hàm số  $y = \sin x$  là  $\mathbb{R}$ .  
 C. Tập xác định của hàm số  $y = \cos x$  là  $\mathbb{R}$ .  
 D. Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .      D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 6.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan 2x$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = \cot 2x - \tan x$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$       B.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$       D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = -\tan x$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 9.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x + \cot x$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ .      C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4} + \pi \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$ .

**Câu 10.** Tập  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$  là tập xác định của hàm số nào sau đây?

- A.  $y = \cot x$ .      B.  $y = \cot 2x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \tan 2x$

**Câu 11.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$ .      C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \right\}$ .      D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ .

**Câu 12.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 13.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 14.** Hàm số  $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$  xác định khi

**A.**  $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

**B.**  $x \neq k\pi$

**C.**  $x \neq k2\pi$

**D.**  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

**Câu 15.** Tìm điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$

**A.**  $x \neq k2\pi$ .

**B.**  $x \neq \frac{k\pi}{2}$ .

**C.**  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ .

**D.**  $x \neq k\pi$ .

**Câu 16.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$  là

**A.**  $(-2; +\infty)$

**B.**  $(2; +\infty)$

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

**D.**  $\mathbb{R}$ .

**Câu 17.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$  là

**A.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**B.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**D.**  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 18.** Hàm số nào có tập xác định là  $\mathbb{R}$ :

**A.**  $y = \frac{\cos^2 x + 2}{\cot^2 x + 1}$

**B.**  $y = \sqrt{2 + 2\cos x}$

**C.**  $y = \cot 3x - \tan x$

**D.**  $y = \sin \sqrt{x+2}$

**Câu 19.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$  là

**A.**  $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**B.**  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**C.**  $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**D.**  $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 20.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$  là:

**A.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$

**B.**  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$ .

**D.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$

**Câu 21.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 22.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$  là tập nào sau đây?

**A.**  $D = \mathbb{R}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 23.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$  là

- A.  $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . B.  $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .  
 C.  $x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . D.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 24.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{5}{\cos x + 1}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 25.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1-2x}{\sin 2x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 26.** Cho các hàm số:  $y = \sin 2x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$ ,  $y = \cot x$ . Có bao nhiêu hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T = \pi$ .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

**Câu 27.** Chu kỳ của hàm số  $y = 3\sin \frac{x}{2}$  là số nào sau đây?

- A. 0. B.  $2\pi$ . C.  $4\pi$ . D.  $\pi$ .

**Câu 28.** Chu kỳ của hàm số  $y = \sin x$  là

- A.  $k2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $2\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 29.** Trong các hàm số  $y = \tan x$ ;  $y = \sin 2x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cot x$ , có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất  $f(x + k\pi) = f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$ .

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

**Câu 30.** Trong bốn hàm số: (1)  $y = \cos 2x$ , (2)  $y = \sin x$ ; (3)  $y = \tan 2x$ ; (4)  $y = \cot 4x$  có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

**Câu 31.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không tuần hoàn?

- A.  $y = \cos x$ . B.  $y = \cos 2x$ . C.  $y = x^2 \cos x$ . D.  $y = \frac{1}{\sin 2x}$

**Câu 32.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

- A.  $T = \frac{2\pi}{5}$ . B.  $T = \frac{5\pi}{2}$ . C.  $T = \frac{\pi}{2}$ . D.  $T = \frac{\pi}{8}$

**Câu 33.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2021\right)$

- A.  $T = 4\pi$ . B.  $T = 2\pi$ . C.  $T = -2\pi$ . D.  $T = \pi$

**Câu 34.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = -\frac{1}{2}\sin(100\pi x + 50\pi)$ .

- A.  $T = \frac{1}{50}$ . B.  $T = \frac{1}{100}$ . C.  $T = \frac{\pi}{50}$ . D.  $T = 200\pi^2$

**Câu 35.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \tan 3\pi x$ .

- A.  $T = \frac{\pi}{3}$ . B.  $T = \frac{4}{3}$ . C.  $T = \frac{2\pi}{3}$ . D.  $T = \frac{1}{3}$

**Câu 36.** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = 2\cos^2 x + 2020$ .

- A.  $T = 3\pi$ . B.  $T = 2\pi$ . C.  $T = \pi$ . D.  $T = 4\pi$

**Câu 37.** Hàm số nào sau đây có chu kì khác  $\pi$ ?

- A.  $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ . B.  $y = \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .  
C.  $y = \tan(-2x + 1)$ . D.  $y = \cos x \sin x$

**Câu 38.** Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ. B. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ. D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.

**Câu 39.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

- A.  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  B.  $y = |\sin x|$  C.  $y = 1 - \sin x$  D.  $y = \sin x + \cos x$

**Câu 40.** Chọn phát biểu **đúng**:

- A. Các hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \cot x$  đều là hàm số chẵn.  
B. Các hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \cot x$  đều là hàm số lẻ.  
C. Các hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \cot x$ ,  $y = \tan x$  đều là hàm số chẵn  
D. Các hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \cot x$ ,  $y = \tan x$  đều là hàm số lẻ.

**Câu 41.** Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ. B. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ. D. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

**Câu 42.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A.  $y = \cot 4x$ . B.  $y = \tan 6x$ . C.  $y = \sin 2x$ . D.  $y = \cos x$ .

**Câu 43.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây.

- A.  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . B.  $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . D.  $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 44.** Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $y = \tan x$  nghịch biến trong  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . B.  $y = \cos x$  đồng biến trong  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .  
C.  $y = \sin x$  đồng biến trong  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ . D.  $y = \cot x$  nghịch biến trong  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 45.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số  $y = \cot x$  đồng biến trên khoảng  $(0; \pi)$ .  
B. Hàm số  $y = \sin x$  nghịch biến trên khoảng  $(\pi; 2\pi)$ .  
C. Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
D. Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ .

**Câu 46.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kỳ  $T = \pi$ .  
B. Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
C. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số chẵn.  
D. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  có tiệm cận ngang.

**Câu 47.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A.  $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ .      B.  $\left(\frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}\right)$ .      C.  $\left(\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right)$ .      D.  $\left(\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$ .

**Câu 48.** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \tan x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .  
B. Hàm số  $y = \cos x$  tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .  
C. Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
D. Hàm số  $y = \cot x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 49.** Xét sự biến thiên của hàm số  $y = \tan 2x$  trên một chu kỳ tuần hoàn. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$  và  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$  và nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
C. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$  và đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 50.** Xét sự biến thiên của hàm số  $y = 1 - \sin x$  trên một chu kỳ tuần hoàn của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .  
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 51.** Với  $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ , mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Cả hai hàm số  $y = -\sin 2x$  và  $y = -1 + \cos 2x$  đều nghịch biến.  
B. Cả hai hàm số  $y = -\sin 2x$  và  $y = -1 + \cos 2x$  đều đồng biến.  
C. Hàm số  $y = -\sin 2x$  nghịch biến, hàm số  $y = -1 + \cos 2x$  đồng biến.  
D. Hàm số  $y = -\sin 2x$  đồng biến, hàm số  $y = -1 + \cos 2x$  nghịch biến.

**Câu 52.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = -\cot x$ .

**Câu 53.** Hàm số nào đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$ :

- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = \cot 2x$ .      C.  $y = \sin x$ .      D.  $y = \cos 2x$ .

**Câu 54.** Xét sự biến thiên của hàm số  $y = \sin x - \cos x$ . Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ .



**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ .

**C.** Hàm số đã cho có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

**D.** Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ .

**Câu 55.** Chọn câu đúng?

**A.** Hàm số  $y = \tan x$  luôn luôn tăng.

**B.** Hàm số  $y = \tan x$  luôn luôn tăng trên từng khoảng xác định.

**C.** Hàm số  $y = \tan x$  tăng trong các khoảng  $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

**D.** Hàm số  $y = \tan x$  tăng trong các khoảng  $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 56.** Xét hai mệnh đề sau:

(I)  $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ : Hàm số  $y = \frac{1}{\sin x}$  giảm.

(II)  $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ : Hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$  giảm.

Mệnh đề đúng trong hai mệnh đề trên là:

**A.** Chỉ (I) đúng.

**B.** Chỉ (II) đúng.

**C.** Cả 2 sai.

**D.** Cả 2 đúng.

**Câu 57.** Bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x) = \cos 2x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

**A.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-1	1	-1	1	-1

**B.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	1	-1	1	-1	1

**C.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	-2	2	-2	2	-2

**D.**

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$y$	2	-2	2	-2	2

**Câu 58.** Cho hàm số  $y = \cos \frac{x}{2}$ . Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn  $[-\pi; \pi]$  là:

**A.**

$x$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$y$	-1	0	1	0	-1

**B.**

$x$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$y$	1	0	-1	0	1

C.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
y			1		
		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
	0				0

D.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
y	1				1
		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
			0		

**Câu 59.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2 \sin x + 1$  là

A. -1.

B. 1.

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D. 3.

**Câu 60.** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2x$  là:

A.  $[-2; 2]$ .

B.  $[0; 2]$ .

C.  $[-1; 1]$ .

D.  $[0; 1]$ .

**Câu 61.** Tập giá trị của hàm số  $y = \cos x$  là?

A.  $\mathbb{R}$ .

B.  $(-\infty; 0]$ .

C.  $[0; +\infty)$ .

D.  $[-1; 1]$ .

**Câu 62.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 - \sin x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $M = 1; m = -1$ .

B.  $M = 2; m = 1$ .

C.  $M = 3; m = 0$ .

D.  $M = 3; m = 1$ .

**Câu 63.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3 \sin 2x - 5$  lần lượt là:

A. 3; -5.

B. -2; -8.

C. 2; -5.

D. 8; 2.

**Câu 64.** Gọi  $m$  là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 3 + 2 \sin 2x$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Giá trị  $m$  thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

A.  $3 < m < 6$ .

B.  $m^2 = 16$ .

C.  $4 < m < 5$ .

D.  $m = 3 + \sqrt{3}$ .

**Câu 65.** Khi  $x$  thay đổi trong khoảng  $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$  thì  $y = \sin x$  lấy mọi giá trị thuộc

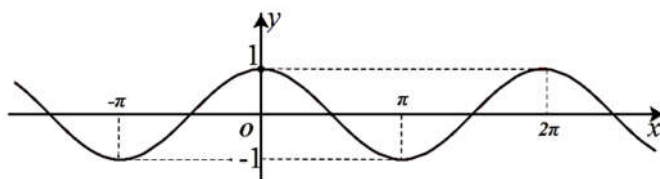
A.  $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

B.  $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right]$ .

C.  $[-1; 1]$ .

D.  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$ .

**Câu 66.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = 1 - \sin x$

B.  $y = \cos x$

C.  $y = \sin x$

D.  $y = 1 + \sin x$

**Câu 67.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  có đồ thị (C). Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị **không thể** thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị (C)?

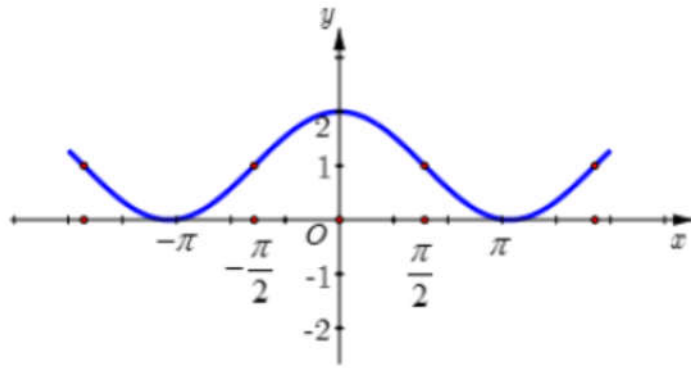
A.  $y = \sin x - \cos x$ .

B.  $y = \left| \sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \right|$ .

C.  $y = -\sin x - \cos x$ .

D.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 68.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \cos x + 1$ .

B.  $y = 2 - \sin x$ .

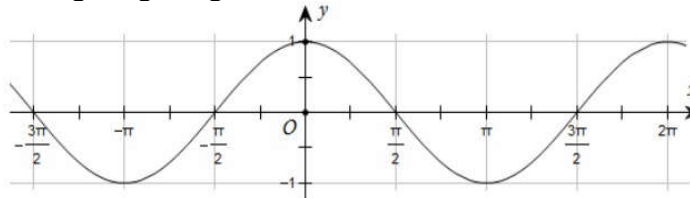
C.  $y = 2 \cos x$ .

D.  $y = \cos^2 x + 1$ .

Lời giải

Do đồ thị đi qua ba điểm  $(-\pi; 0)$ ,  $(0; 2)$ ,  $(\pi; 0)$  nên chọn phương án A

**Câu 69.** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A.  $y = 1 + \sin 2x$ .

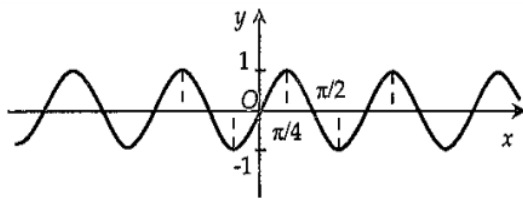
B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = -\sin x$ .

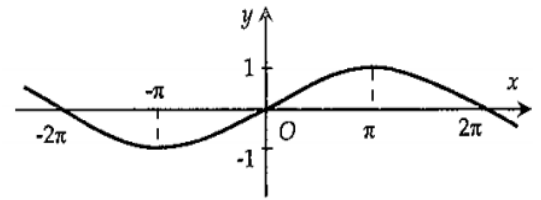
D.  $y = -\cos x$ .

**Câu 70.** Hình nào dưới đây biểu diễn đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2 \sin 2x$ ?

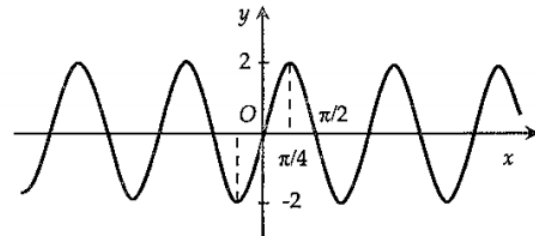
A.



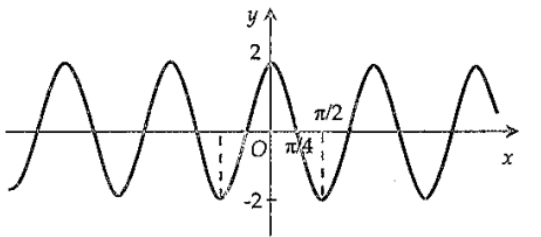
B.



C.

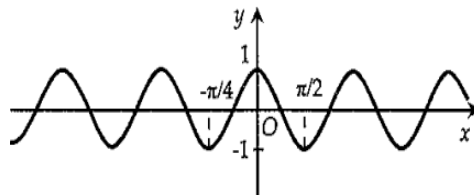


D.

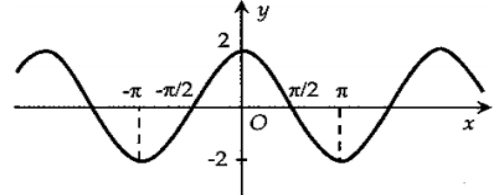


**Câu 71.** Hình vẽ nào sau đây biểu diễn đồ thị hàm số  $y = \cos \frac{x}{2}$ ?

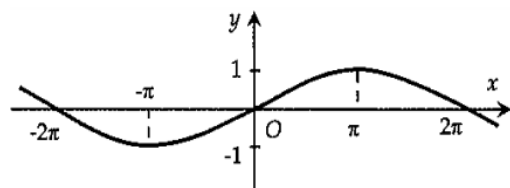
A.



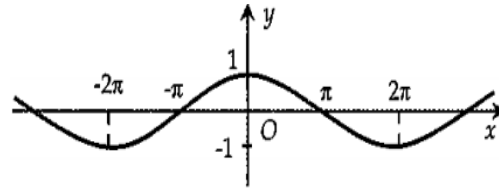
B.



C.



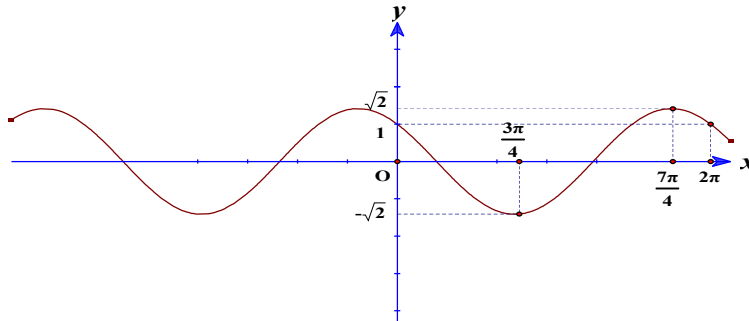
D.



**Câu 72.** Đồ thị hàm số  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  được suy ra từ đồ thị (C) của hàm số  $y = \cos x$  bằng cách:

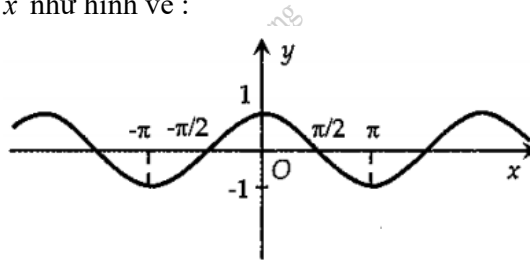
- A. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là  $\frac{\pi}{2}$ .
- B. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là  $\frac{\pi}{2}$ .
- C. Tịnh tiến (C) lên trên một đoạn có độ dài là  $\frac{\pi}{2}$ .
- D. Tịnh tiến (C) xuống dưới một đoạn có độ dài là  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 73.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

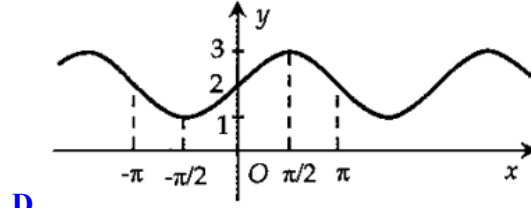
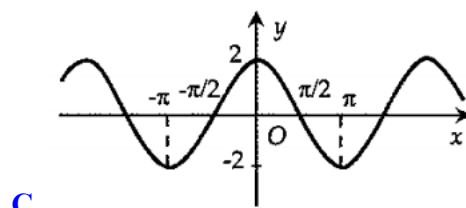
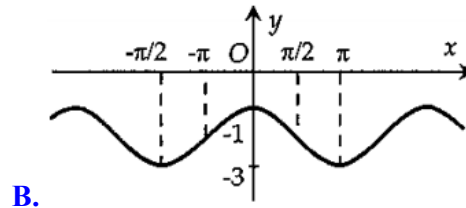
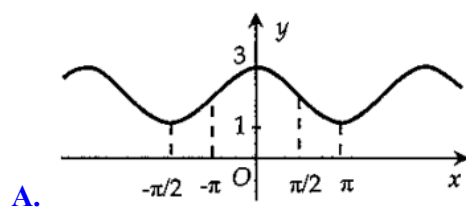


- A.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .
- B.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .
- C.  $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .
- D.  $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 74.** Cho đồ thị hàm số  $y = \cos x$  như hình vẽ :



Hình vẽ nào sau đây là đồ thị hàm số  $y = \cos x + 2$ ?



## 2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

**Câu 75.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi\right\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; x \neq k\pi\right\}$ .

**Câu 76.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 77.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{\sin x}{\tan x - 1}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z}\right\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 78.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{2 \tan x - 1}{3 \sin x}$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 79.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{-k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 80.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{5 + 2 \cot^2 x - \sin x} + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 81.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cos 3x}{\cos x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)}$  là:

**A.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **B.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . **D.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 82.** Tập xác định của hàm số  $f(x) = \frac{5 \sin 2x + 3}{12 \sin x} + \frac{\sqrt{\cos^2 x + 5}}{\cos x}$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 83.** Tập xác định của hàm số  $\sqrt{\frac{5-3\cos 2x}{1+\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)}}$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . **B.**  $D = \mathbb{R}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 84.** Tập xác định của hàm số  $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7\pi}{6} + k\pi, k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 85.** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{2+\sin x} - \frac{1}{\tan^2 x - 1}$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 86.** Hàm số  $y = \frac{1+\tan\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)}{\cot^2 x + 1}$  có tập xác định là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi; k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 87.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{m-2\sin x}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $m \geq 2$ .

**B.**  $m \leq -2$ .

**C.**  $m \geq 0$ .

**D.**  $m \in \mathbb{R}$ .

**Câu 88.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - m}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

**B.**  $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ .

**C.**  $m \neq 1$ .

**D.**  $m \in [-1; 1]$ .

**Câu 89.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{3m + \sin x - \sqrt{3}\cos x}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $m \geq \frac{2}{3}$ .

**B.**  $m \geq \frac{\sqrt{3}+1}{3}$ .

**C.**  $m \leq \frac{\sqrt{3}-1}{3}$ .

**D.**  $m \in \mathbb{R}$ .

**Câu 90.** Hàm số  $y = \frac{2-\sin 2x}{\sqrt{m\cos x+1}}$  có tập xác định  $\mathbb{R}$  khi

**A.**  $m > 0$ .

**B.**  $0 < m < 1$ .

**C.**  $m \neq -1$ .

**D.**  $-1 < m < 1$ .

**Câu 91.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{5\sin 4x - 6\cos 4x + 2m - 1}$  xác định với mọi  $x$ .

- A.**  $m \geq 1$ . **B.**  $m \geq \frac{\sqrt{61}-1}{2}$ .
- C.**  $m < \frac{\sqrt{61}+1}{2}$ . **D.**  $m \geq \frac{\sqrt{61}+1}{2}$ .
- Câu 92.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{5-m \sin x - (m+1) \cos x}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.** 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.
- Câu 93.** Cho hàm số  $h(x) = \sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x - 2m \sin x \cdot \cos x}$ . Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số xác định với mọi số thực  $x$  (trên toàn trục số) là
- A.**  $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ . **B.**  $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$ . **C.**  $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$ . **D.**  $m \leq \frac{1}{2}$ .
- Câu 94.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{3x}{\sqrt{2 \sin^2 x - m \sin x + 1}}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .
- A.**  $m \in [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$ . **B.**  $m \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ .
- C.**  $m \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$ . **D.**  $m \in \{-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\}$ .
- Câu 95.** Hàm số nào sau đây có chu kỳ khác  $2\pi$ ?
- A.**  $y = \cos^3 x$ . **B.**  $y = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ . **C.**  $y = \sin^2(x+2)$ . **D.**  $y = \cos^2\left(\frac{x}{2}+1\right)$
- Câu 96.** Hai hàm số nào sau đây có chu kỳ khác nhau?
- A.**  $y = \cos x$  và  $y = \cot \frac{x}{2}$ . **B.**  $y = \sin x$  và  $y = \tan 2x$ .
- C.**  $y = \sin \frac{x}{2}$  và  $y = \cos \frac{x}{2}$ . **D.**  $y = \tan 2x$  và  $y = \cot 2x$
- Câu 97.** Tìm chu kỳ của hàm số  $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$ .
- A.**  $5\pi$ . **B.**  $\frac{\pi}{2}$ . **C.**  $4\pi$ . **D.**  $2\pi$
- Câu 98.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \cos 2x + \sin \frac{x}{2}$ .
- A.**  $T = 4\pi$ . **B.**  $T = \pi$ . **C.**  $T = 2\pi$ . **D.**  $T = \frac{\pi}{2}$
- Câu 99.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \cos 3x + \cos 5x$ .
- A.**  $T = \pi$ . **B.**  $T = 3\pi$ . **C.**  $T = 2\pi$ . **D.**  $T = 5\pi$
- Câu 100.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = 3 \cos(2x+1) - 2 \sin\left(\frac{x}{2}-3\right)$ .
- A.**  $T = 2\pi$ . **B.**  $T = 4\pi$ . **C.**  $T = 6\pi$ . **D.**  $T = \pi$ .
- Câu 101.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ .
- A.**  $T = 2\pi$ . **B.**  $T = \pi$ . **C.**  $T = 3\pi$ . **D.**  $T = 4\pi$
- Câu 102.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \tan 3x + \cot x$ .
- A.**  $T = 4\pi$ . **B.**  $T = \pi$ . **C.**  $T = 3\pi$ . **D.**  $T = \frac{\pi}{3}$
- Câu 103.** Tìm chu kỳ  $T$  của hàm số  $y = \cot \frac{x}{3} + \sin 2x$ .
- A.**  $T = 4\pi$ . **B.**  $T = \pi$ . **C.**  $T = 3\pi$ . **D.**  $T = \frac{\pi}{3}$

**Câu 104.** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = \sin \frac{x}{2} - \tan \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$ .

- A.  $T = 4\pi$ . B.  $T = \pi$ . C.  $T = 3\pi$ . D.  $T = 2\pi$

**Câu 105.** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = 2\sin^2 x + 3\cos^2 3x$ .

- A.  $T = \pi$ . B.  $T = 2\pi$ . C.  $T = 3\pi$ . D.  $T = \frac{\pi}{3}$

**Câu 106.** Tìm chu kì  $T$  của hàm số  $y = \tan 3x - \cos^2 2x$ .

- A.  $T = \pi$ . B.  $T = \frac{\pi}{3}$ . C.  $T = \frac{\pi}{2}$ . D.  $T = 2\pi$

**Câu 107.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \sin |2016x| + \cos 2017x$ . B.  $y = 2016 \cos x + 2017 \sin x$ .  
C.  $y = \cot 2015x - 2016 \sin x$ . D.  $y = \tan 2016x + \cot 2017x$ .

**Câu 108.** Đồ thị hàm số nào sau đây không có trục đối xứng?

- A.  $y = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ khi } x \leq 0 \\ \cos x & \text{ khi } x > 0 \end{cases}$ . B.  $y = f(x) = \tan^2 3x$ .  
C.  $y = f(x) = \cos 3x$ . D.  $y = f(x) = x^2 + 5x - 2$ .

**Câu 109.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A.  $y = -2 \cos x$ . B.  $y = -2 \sin x$ . C.  $y = 2 \sin(-x)$ . D.  $y = \sin x - \cos x$ .

**Câu 110.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \sin 2x$ . B.  $y = x \cos x$ . C.  $y = \cos x \cdot \cot x$ . D.  $y = \frac{\tan x}{\sin x}$

**Câu 111.** Xét tính chẵn lẻ của hàm số  $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$  thì  $y = f(x)$  là

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ.  
C. Không chẵn không lẻ. D. Vừa chẵn vừa lẻ.

**Câu 112.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- A.  $y = \sin x \cos 2x$ . B.  $y = \sin^3 x \cdot \cos \left( x - \frac{\pi}{2} \right)$ .  
C.  $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$ . D.  $y = \cos x \sin^3 x$

**Câu 113.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A.  $y = \cot 4x$ . B.  $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$ . C.  $y = \tan^2 x$ . D.  $y = |\cot x|$

**Câu 114.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A.  $y = 1 - \sin^2 x$ . B.  $y = |\cot x| \cdot \sin^2 x$ .  
C.  $y = x^2 \tan 2x - \cot x$ . D.  $y = 1 + |\cot x + \tan x|$

**Câu 115.** Xét tính chẵn lẻ của hàm số  $y = f(x) = \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right)$ , ta được  $y = f(x)$  là:

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ.  
C. Không chẵn không lẻ. D. Vừa chẵn vừa lẻ.

**Câu 116.** Cho hai hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$  và  $g(x) = \sin \sqrt{1-x}$ . Kết luận nào sau đây đúng về tính chẵn lẻ của hai hàm số này?

- A. Hai hàm số  $f(x); g(x)$  là hai hàm số lẻ.  
B. Hàm số  $f(x)$  là hàm số chẵn; hàm số  $g(x)$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ; hàm số  $g(x)$  là hàm số không chẵn không lẻ.



**D.** Cả hai hàm số  $f(x); g(x)$  đều là hàm số không chẵn không lẻ.

**Câu 117.** Xét tính chẵn lẻ của hàm số  $f(x) = \sin^{2007} x + \cos nx$ , với  $n \in \mathbb{Z}$ . Hàm số  $y = f(x)$  là:

- A.** Hàm số chẵn. **B.** Hàm số lẻ.  
**C.** Không chẵn không lẻ. **D.** Vừa chẵn vừa lẻ.

**Câu 118.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sin^{2004n} x + 2004}{\cos x}$ , với  $n \in \mathbb{Z}$ . Xét các biểu thức sau:

- 1, Hàm số đã cho xác định trên  $D = \mathbb{R}$ .
  - 2, Đồ thị hàm số đã cho có trục đối xứng.
  - 3, Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
  - 4, Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.
  - 5, Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
  - 6, Hàm số đã cho là hàm số không chẵn không lẻ.
- Số phát biểu đúng trong sáu phát biểu trên là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 119.** Cho hàm số  $f(x) = |x| \sin x$ . Phát biểu nào sau đây là đúng về hàm số đã cho?

- A.** Hàm số đã cho có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .  
**B.** Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.  
**C.** Đồ thị hàm số đã cho có trục đối xứng.  
**D.** Hàm số có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

**Câu 120.** Nhận xét nào sau đây là **sai**?

- A.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sin x - \tan x}{3 \cot x}$  nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng.  
**B.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$  nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng.  
**C.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}, (n \in \mathbb{Z})$  nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng.  
**D.** Đồ thị hàm số  $y = \sin^{2009} x + \cos nx, (n \in \mathbb{Z})$  nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng.

**Câu 121.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có trục đối xứng.

- A.**  $y = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{2012 \sin x}$ . **B.**  $y = \tan x + \cot x$ .  
**C.**  $y = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15}$ . **D.**  $y = \frac{1}{2 \sin x - 1}$ .

**Câu 122.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$  và  $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$ . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.**  $f(x)$  lẻ và  $g(x)$  chẵn. **B.**  $f(x)$  và  $g(x)$  chẵn.  
**C.**  $f(x)$  chẵn,  $g(x)$  lẻ. **D.**  $f(x)$  và  $g(x)$  lẻ.

**Câu 123.** Xác định tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x) = 3m \sin 4x + \cos 2x$  là hàm chẵn.

- A.**  $m > 0$ . **B.**  $m < -1$ . **C.**  $m = 0$ . **D.**  $m = 2$ .

**Câu 124.** Cho hàm số  $y = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin 2x$ . Kết luận nào sau đây là **đúng** về sự biến thiên của hàm số đã cho?

- A.** Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$  và  $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$ .  
**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên  $(0; \pi)$ .  
**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{3\pi}{4}\right)$ .

**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$  và nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ .

**Câu 125.** Tìm tập giá trị của hàm số  $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2$ .

- A.**  $[-2; \sqrt{3}]$ . **B.**  $[-\sqrt{3} - 3; \sqrt{3} - 1]$ . **C.**  $[-4; 0]$ . **D.**  $[-2; 0]$

**Câu 126.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = (3 - 5 \sin x)^{2018}$  là  $M, m$ . Khi đó giá trị  $M + m$  là

- A.**  $2^{2018}(1 + 2^{4036})$ . **B.**  $2^{2018}$ . **C.**  $2^{4036}$ . **D.**  $2^{6054}$ .

**Câu 127.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 3 \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{12}\right) + 4$  bằng.

- A.** 7. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 128.** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 1$  là đoạn  $[a; b]$ . Tính tổng  $T = a + b$ .

- A.**  $T = 1$ . **B.**  $T = 2$ . **C.**  $T = 0$ . **D.**  $T = -1$ .

**Câu 129.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5$

- A.**  $\sqrt{2}$ . **B.**  $-\sqrt{2}$ . **C.**  $6 - \sqrt{2}$ . **D.**  $6 + \sqrt{2}$ .

**Câu 130.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \cos 2x$ . Khi đó  $M + m$  bằng

- A.**  $-\frac{7}{8}$ . **B.**  $-\frac{8}{7}$ . **C.**  $\frac{7}{8}$ . **D.**  $\frac{8}{7}$ .

**Câu 131.** Hàm số  $y = \frac{\sin x - 2 \cos x}{\sin x + \cos x + 3}$  có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A.** 5. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 2.

**Câu 132.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = \sqrt[4]{\sin x} - \sqrt{\cos x}$

- A.**  $M = 1; m = -1$ . **B.**  $M = 0; m = -1$ .  
**C.**  $M = 2; m = 0$ . **D.**  $M = 1; m = 0$ .

**Câu 133.** Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \sin 3x - \cos 3x + m$  có giá trị lớn nhất bằng  $\sqrt{2}$ .

- A.**  $m = \sqrt{2}$ . **B.**  $m = 1$ . **C.**  $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . **D.**  $m = 0$ .

**Câu 134.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \cos^2 x + \sin x + 1$  bằng

- A.** 2. **B.**  $\frac{11}{4}$ . **C.** 1. **D.**  $\frac{9}{4}$ .

**Câu 135.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \cos 2x + \cos x$ . Khi đó  $M + m$  bằng bao nhiêu?

- A.**  $M + m = \frac{7}{8}$ . **B.**  $M + m = \frac{8}{7}$ . **C.**  $M + m = \frac{9}{8}$ . **D.**  $M + m = \frac{9}{7}$ .

**Câu 136.** Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sin^2 x - \sin x + 2$ .

- A.**  $\min y = \frac{7}{4}; \max y = 4$ . **B.**  $\min y = \frac{7}{4}; \max y = 2$ .  
**C.**  $\min y = -1; \max y = 1$ . **D.**  $\min y = \frac{1}{2}; \max y = 2$ .

**Câu 137.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 1$  trên đoạn  $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$  lần lượt là

- A.**  $\min y = 2; \max y = 3$ . **B.**  $\min y = 0; \max y = 3$ .  
 $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$   $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$   $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$   $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$

C.  $\min y = 0; \max y = 4$ . D.  $\min y = 0; \max y = 2$ .

$\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$        $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$        $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$        $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$

**Câu 138.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$  nhỏ hơn 2.

A. 5.      B. 3.      C. 4.      D. 6.

**Câu 139.** Có bao nhiêu giá trị của tham số thực  $a$  để hàm số  $y = \frac{\cos x + a \sin x + 1}{\cos x + 2}$  có giá trị lớn nhất  $y = 1$ .

A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 140.** Hàm số  $y = 2 \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  đạt giá trị lớn nhất là

A.  $5 + 2\sqrt{2}$ .      B.  $5 - 2\sqrt{2}$ .      C.  $\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$ .      D.  $\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$ .

**Câu 141.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cos^2 x} + \frac{1}{2} \sqrt{5 + 2 \sin^2 x}$

A.  $1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{22}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{11}}{2}$ .      D.  $1 + \sqrt{5}$ .

**Câu 142.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{2 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$  với  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A.  $\min y = \frac{4}{3}$  khi  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$       B.  $\min y = \frac{2}{3}$  khi  $x = \frac{\pi}{3}$

$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$        $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

C.  $\min y = \frac{2}{3}$  khi  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$       D.  $\min y = \frac{4}{3}$  khi  $x = \frac{\pi}{3}$ .

$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$        $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

**Câu 143.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = a + b\sqrt{\sin x} + c\sqrt{\cos x}$ ,  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ ?

A.  $M = \sqrt{3(1 + \sqrt{2})}$ .      B.  $M = 3(1 + \sqrt{2})$ .      C.  $M = 3$ .      D.  $M = \sqrt{3}$ .

**Câu 144.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{\cos^2 x + 7 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^2 x + 7 \cos^2 x}$  là

A.  $1 + \sqrt{7}$       B.  $-1 + \sqrt{7}$       C. 4      D. 14

**Câu 145.** Cho  $x, y, z > 0$  và  $x + y + z = \frac{\pi}{2}$ . Tìm giá trị lớn nhất của

$y = \sqrt{1 + \tan x \cdot \tan y} + \sqrt{1 + \tan y \cdot \tan z} + \sqrt{1 + \tan z \cdot \tan x}$

A.  $y_{\max} = 1 + 2\sqrt{2}$ .      B.  $y_{\max} = 3\sqrt{3}$ .      C.  $y_{\max} = \sqrt{4}$ .      D.  $y_{\max} = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 146.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x \sqrt{\cos x} + \cos x \sqrt{\sin x}$  là

A. 0      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt[4]{2}$       D.  $\sqrt{6}$

**Câu 147.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{\cos^2 x + 7 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^2 x + 7 \cos^2 x}$  là

A.  $1 + \sqrt{7}$       B.  $-1 + \sqrt{7}$       C. 4      D. 14

**Câu 148.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \cot^4 a + \cot^4 b + 2 \tan^2 a \cdot \tan^2 b + 2$

A.  $\min y = 2$ .      B.  $\min y = 6$ .

C.  $\min y = 4$ .      D. Không tồn tại GTLN.

**Câu 149.** Cho  $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  thỏa  $\cos 2x + \cos 2y + 2 \sin(x + y) = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}$ .

A.  $\min P = \frac{3}{\pi}$ .      B.  $\min P = \frac{2}{\pi}$ .      C.  $\min P = \frac{2}{3\pi}$ .      D.  $\min P = \frac{5}{\pi}$

**Câu 150.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của Thủ đô Hà Nội năm 2018 được cho bởi công thức  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{180}(x+60)\right) + 13$  với  $1 \leq x \leq 365$  là số ngày trong năm. Ngày nào sau đây của năm 2018 thì số giờ có ánh sáng mặt trời của Hà Nội lớn nhất.

A. 30/01.      B. 29/01.      C. 31/01.      D. 30/03.

**Câu 151.** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (h) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$ .

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A.  $t = 22$  (h).      B.  $t = 15$  (h).      C.  $t = 14$  (h).      D.  $t = 10$  (h).

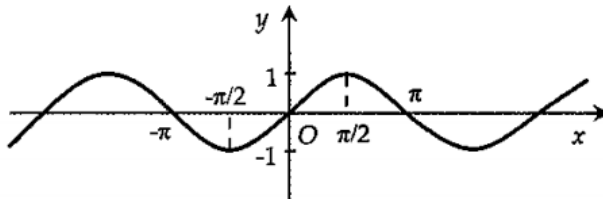
**Câu 152.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm  $t$  (giờ) trong một ngày bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$ . Mực nước của kênh cao nhất khi:

A.  $t = 13$  (giờ).      B.  $t = 14$  (giờ).      C.  $t = 15$  (giờ).      D.  $t = 16$  (giờ).

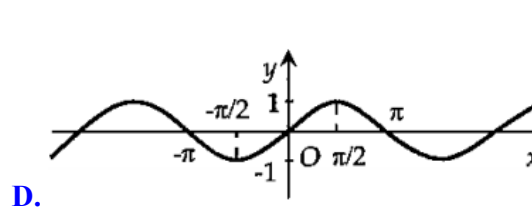
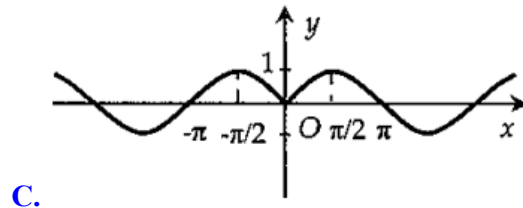
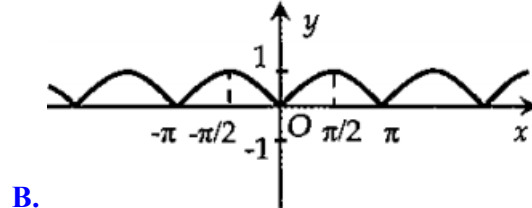
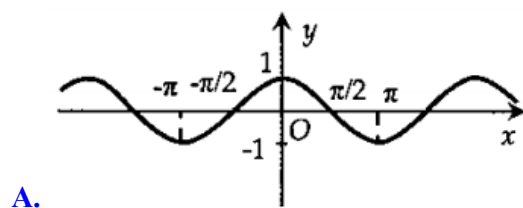
**Câu 153.** Số giờ có ánh sáng của một thành phố  $A$  trong ngày thứ  $t$  của năm 2017 được cho bởi một hàm số  $y = 4 \sin\left|\frac{\pi}{178}(t-60)\right| + 10$ , với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố  $A$  có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

A. 28 tháng 5.      B. 29 tháng 5.      C. 30 tháng 5.      D. 31 tháng 5.

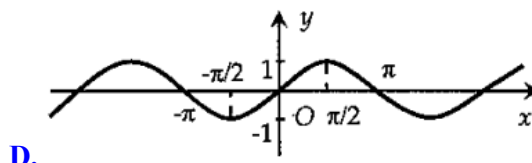
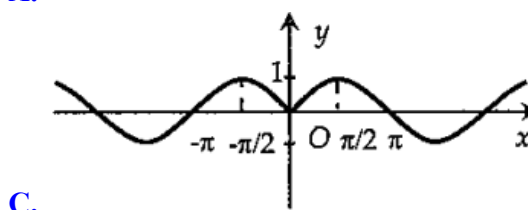
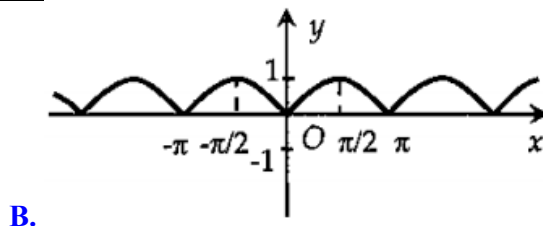
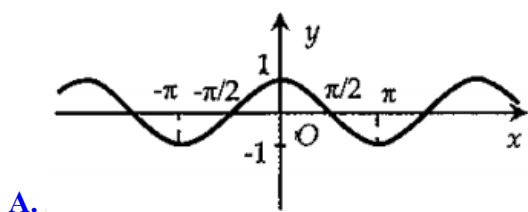
**Câu 154.** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  như hình vẽ:



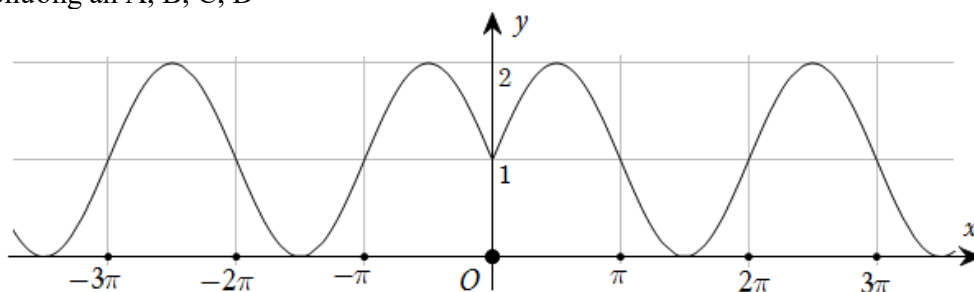
Hình nào sau đây là đồ thị hàm số  $y = \sin|x|$ ?



**Câu 155.** Hình nào sau đây là đồ thị hàm số  $y = |\sin x|$ ?



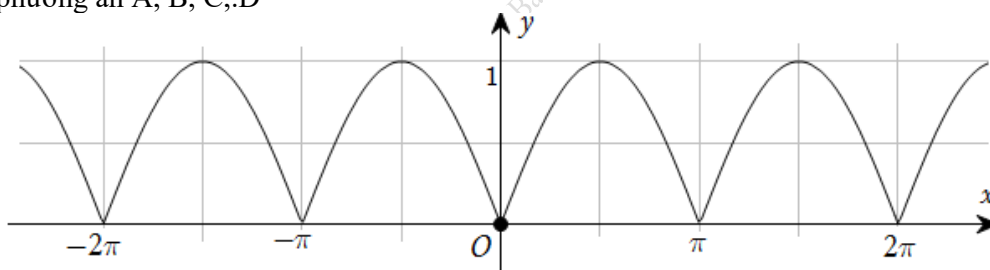
**Câu 156.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = 1 + \sin|x|$ .      B.  $y = |\sin x|$ .      C.  $y = 1 + |\cos x|$ .      D.  $y = 1 + |\sin x|$ .

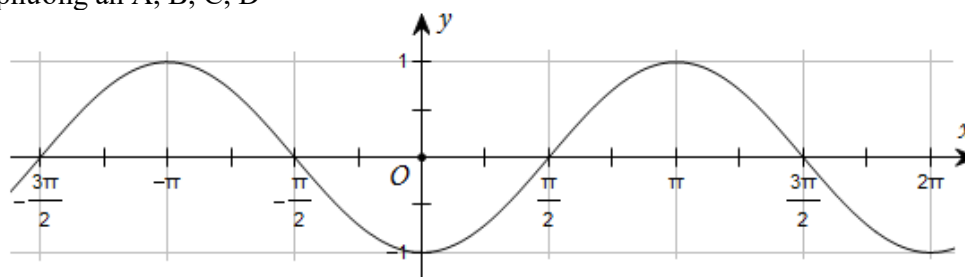
**Câu 157.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = 1 + \sin|x|$ .      B.  $y = |\sin x|$ .      C.  $y = 1 + |\cos x|$ .      D.  $y = 1 + |\sin x|$ .

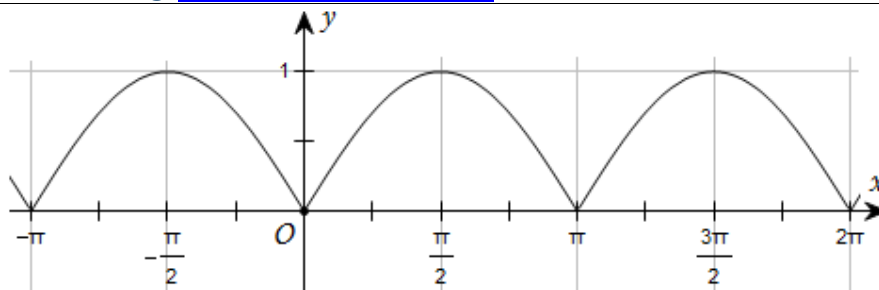
**Câu 158.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = -\cos x$ .      C.  $y = \cos|x|$ .      D.  $y = |\cos x|$ .

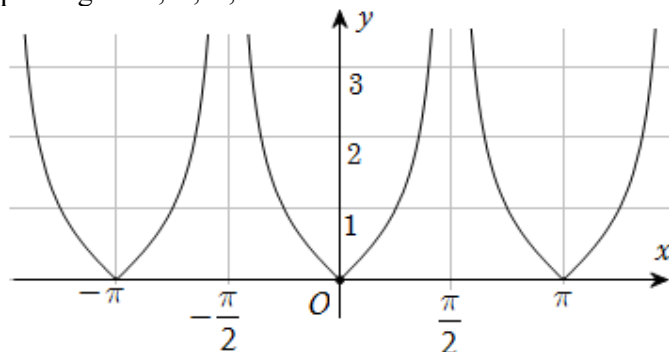
**Câu 159.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = |\sin x|$ . B.  $y = \sin|x|$ . C.  $y = \cos|x|$ . D.  $y = |\cos x|$ .

**Câu 160.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = \tan x$ . B.  $y = \cot x$ . C.  $y = |\tan x|$ . D.  $y = |\cot x|$ .

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

☞ [https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

☞ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>