

## BÀI 3. CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

- **CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

### PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

#### 1. Công thức cộng

Từ đây, khi không nói gì thêm, chỉ xét các góc lượng giác mà tại đó các giá trị lượng giác được đề cập có nghĩa.

##### Công thức cộng

$$\begin{aligned} \cdot \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta & \cdot \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ \cdot \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & \cdot \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cdot \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} & \cdot \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

**Ví dụ 1.** Tính giá trị của  $\cos \frac{\pi}{12}$ .

**Giải**

$$\cos \frac{\pi}{12} = \cos \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}.$$

#### 2. Công thức góc nhân đôi

Công thức tính các giá trị lượng giác của góc  $2\alpha$  qua các giá trị lượng giác của góc  $\alpha$  được gọi là **công thức góc nhân đôi**.

$$\begin{aligned} - \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha \\ - \sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cos \alpha \\ - \tan 2\alpha &= \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

**Ví dụ 2.** Tính  $\sin \frac{\pi}{8}$ .

**Giải**

$$\text{Ta có } \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} = \cos \left( 2 \cdot \frac{\pi}{8} \right) = 1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{8}. \text{ Suy ra } \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vì } 0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \sin \frac{\pi}{8} > 0. \text{ Suy ra } \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}.$$

#### 3. Công thức biến đổi tích thành tổng

Từ công thức cộng, ta suy ra được công thức biến đổi tích thành tổng sau đây:

$$\begin{aligned} - \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)] \\ - \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \\ - \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)] \end{aligned}$$

**Ví dụ 3.** Tính giá trị của biểu thức  $\cos \frac{11\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}$ .

**Giải**

$$\cos \frac{11\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = \frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{11\pi}{12} - \frac{7\pi}{12} \right) + \cos \left( \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} \right) \right] = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{3\pi}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

#### 4. Công thức biến đổi tổng thành tích

Các công thức dưới đây được gọi là **công thức biến đổi tổng thành tích**.

$$\begin{aligned} \cdot \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} & \cdot \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \cdot \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} & \cdot \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

**Ví dụ 4.** Tính  $\sin \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}$ .

**Giải**

$$\sin \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} = 2 \sin \frac{\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12}}{2} \cos \frac{\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{12}}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

## PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

### Dạng 1. Công thức cộng

**Câu 1. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính  $\sin \frac{\pi}{12}$  và  $\tan \frac{\pi}{12}$ .

**Câu 2. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Không dùng máy tính cầm tay, tính các giá trị lượng giác của các góc:

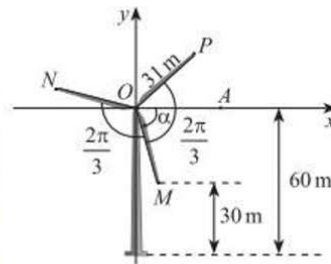
- $\frac{5\pi}{12}$
- $-555^\circ$ .

**Câu 3. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$  biết  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

**Câu 4. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Trong Hình 5, ba điểm  $M, N, P$  nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài  $31m$ , độ cao của điểm  $M$  so với mặt đất là  $30m$ , góc giữa các cánh quạt là  $\frac{2\pi}{3}$  và số đo góc  $(OA, OM)$  là  $\alpha$ .



Hình 5



- Tính  $\sin \alpha$  và  $\cos \alpha$ .
- Tính  $\sin$  của các góc lượng giác  $(OA, ON)$  và  $(OA, OP)$ , từ đó tính chiều cao của các điểm  $N$  và  $P$  so với mặt đất (theo đơn vị mét). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

**Câu 5.** Tính các giá trị lượng giác sau:

- $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$  khi  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
- $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$  khi  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
- $\cos(a+b)\cos(a-b)$  khi  $\cos a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos b = \frac{1}{4}$ .
- $\sin(a-b)$ ,  $\cos(a+b)$ ,  $\tan(a+b)$  khi  $\sin a = \frac{8}{17}$ ,  $\tan b = \frac{5}{12}$  và  $a, b$  là các góc nhọn.

**Câu 6.** Tính giá trị của biểu thức lượng giác, khi biết:

- $\cos 2\alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\tan 2\alpha$  khi  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

b)  $\cos 2\alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\tan 2\alpha$  khi  $\tan \alpha = 2$ .

c)  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  khi  $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

d)  $\cos 2\alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\tan 2\alpha$  khi  $\tan \alpha = \frac{7}{8}$ .

**Câu 7.** Tính giá trị của biểu thức

a.  $A = \sin^2 20^\circ + \sin^2 100^\circ + \sin^2 140^\circ$

b.  $B = \cos^2 10^\circ + \cos^2 110^\circ + \cos^2 130^\circ$

c.  $C = \tan 20^\circ \cdot \tan 80^\circ + \tan 80^\circ \cdot \tan 140^\circ + \tan 140^\circ \cdot \tan 20^\circ$

d.  $D = \tan 10^\circ \cdot \tan 70^\circ + \tan 70^\circ \cdot \tan 130^\circ + \tan 130^\circ \cdot \tan 190^\circ$

e.  $E = \frac{\cot 225^\circ - \cot 79^\circ \cdot \cot 71^\circ}{\cot 259^\circ + \cot 151^\circ}$

f.  $F = \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$

g.  $G = \frac{1 - \tan 15^\circ}{1 + \tan 15^\circ}$

h.  $H = \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$ .

**Câu 8.** Chứng minh rằng:

a)  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ;

b)  $\sin(a+b)\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a$ ;

c)  $4\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 4\sin^2 x - 3$ ;

d)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos x$ .

**Câu 9.** Chứng minh các đẳng thức sau

a)  $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ ;

b)  $\tan x + \tan y = \frac{2\sin(x+y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)}$ ;

c)  $\tan x \cdot \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \tan x = -3$ ;

d)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}(1 - \sqrt{3})$ ;

e)  $(\cos 70^\circ + \cos 50^\circ)(\cos 230^\circ + \cos 290^\circ) - (\cos 40^\circ + \cos 160^\circ)(\cos 320^\circ + \cos 380^\circ) = 0$ ;

f)  $\tan x \cdot \tan 3x = \frac{\tan^2 2x - \tan^2 x}{1 - \tan^2 x \cdot \tan^2 2x}$ .

**Câu 10.** Chứng minh các hệ thức sau với điều kiện cho trước

a.)  $2 \tan a = \tan(a+b)$  khi  $\sin b = \sin a \cdot \cos(a+b)$

b.)  $2 \tan a = \tan(a+b)$  khi  $3 \sin b = \sin(2a+b)$

c.)  $\tan a \cdot \tan b = -\frac{1}{3}$  khi  $\cos(a+b) = 2 \cos(a-b)$

d.)  $\tan(a+b) \cdot \tan b = \frac{1-k}{1+k}$  khi  $\cos(a+2b) = k \cdot \cos a$

## Dạng 2. Công thức nhân đôi

**Câu 11. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính  $\cos \frac{\pi}{8}$  và  $\tan \frac{\pi}{8}$

**Câu 12. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính các giá trị lượng giác của góc  $2\alpha$ , biết:

a)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$  và  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;

b)  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{4}$  và  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

**Câu 13. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \cos \alpha$

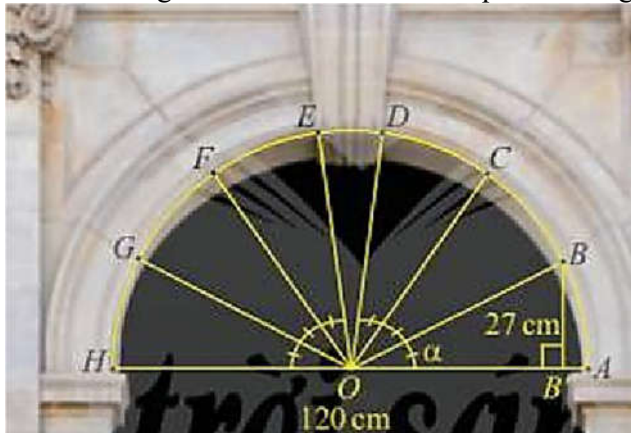
b)  $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - \sin 2\alpha$ .

**Câu 14. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính các giá trị lượng giác của góc  $\alpha$ , biết:

a)  $\cos 2\alpha = \frac{2}{5}$  và  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ ;

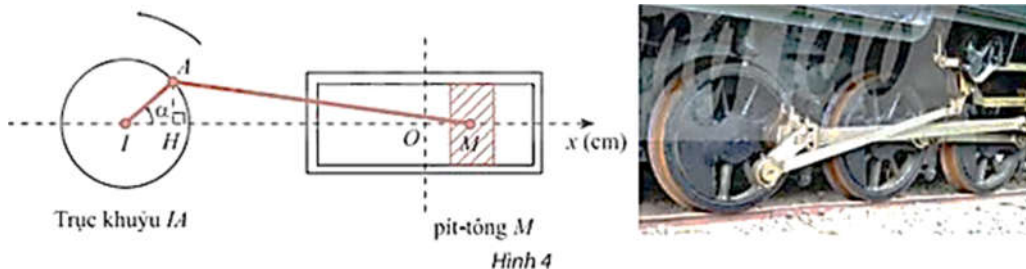
b)  $\sin 2\alpha = -\frac{4}{9}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ .

**Câu 15. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Trong bài toán khởi động, cho biết vòm cổng rộng  $120\text{ cm}$  và khoảng cách từ  $B$  đến đường kính  $AH$  là  $27\text{ cm}$ . Tính  $\sin \alpha$  và  $\cos \alpha$ , từ đó tính khoảng cách từ điểm  $C$  đến đường kính  $AH$ . Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Hình 2

**Câu 16. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Trong Hình 4, pít-tông  $M$  của động cơ chuyển động tịnh tiến qua lại dọc theo xi-lanh làm quay trục khuỷu  $IA$ . Ban đầu  $I, A, M$  thẳng hàng. Cho  $\alpha$  là góc quay của trục khuỷu,  $O$  là vị trí của pít-tông khi  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $Ix$ . Trục khuỷu  $IA$  rất ngắn so với độ dài thanh truyền  $AM$  nên có thể xem như độ dài  $MH$  không đổi và gần bằng  $MA$ .



Hình 4

a) Biết  $IA = 8\text{ cm}$ , viết công thức tính tọa độ  $x_M$  của điểm  $M$  trên trục  $Ox$  theo  $\alpha$ .

b) Ban đầu  $\alpha = 0$ . Sau 1 phút chuyển động,  $x_M = -3\text{cm}$ . Xác định  $x_M$  sau 2 phút chuyển động.  
 Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

**Câu 17.** Tính giá trị biểu thức:

a.  $A = \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{8}$

b.  $B = \frac{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}}{\tan \frac{\pi}{8}}$

c.  $C = \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

d.  $D = \sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ$

e.  $E = 16 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$

**Câu 18.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a. Cho  $\tan \frac{x}{2} = -2$ . Tính  $A = \frac{3 \sin x + 4 \cos x}{4 \cot x + 3 \tan x}$

b. Cho  $\sin x = -\frac{4}{5}$  và  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ . Tính  $\cos \frac{x}{2}$  và  $\sin \frac{x}{2}$

c. Cho  $\tan x = \frac{1}{15}$ . Tính  $B = \frac{\sin 2x}{1 + \tan 2x}$

d. Cho  $\tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$ . Tính  $C = \frac{2 \sin 2x - \cos 2x}{\tan 2x + \cos 2x}$

**Câu 19.** Tính giá trị của biểu thức sau:

a)  $G = \cos \frac{2\pi}{31} \cdot \cos \frac{4\pi}{31} \cdot \cos \frac{8\pi}{31} \cdot \cos \frac{16\pi}{31} \cdot \cos \frac{32\pi}{31}$

b)  $H = \sin 5^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \dots \sin 75^\circ \cdot \sin 85^\circ$

c)  $I = \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 30^\circ \dots \cos 70^\circ \cdot \cos 80^\circ$

d)  $K = 96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$

e)  $L = \cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{3\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{5\pi}{15} \cdot \cos \frac{6\pi}{15} \cdot \cos \frac{7\pi}{15}$

f)  $M = \sin \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$

**Câu 20.** Chứng minh các hệ thức sau:

a)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$ . b)  $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$

c)  $\sin x \cdot \cos^3 x - \cos x \cdot \sin^3 x = \frac{1}{4} \sin 4x$ .

d)  $\sin^6 \frac{x}{2} - \cos^6 \frac{x}{2} = \frac{1}{4} (4 - \sin^2 x)$  e)  $1 - \sin x = 2 \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$ .

f)  $\frac{1 - \sin^2 x}{2 \cot \left( \frac{\pi}{4} + x \right) \cdot \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)} = \frac{\cos^2 x}{\cos 2x}$

g)  $\tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \cdot \frac{1 + \cos \left( \frac{\pi}{2} + x \right)}{\sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right)} = 1$ . h)  $\tan \left( \frac{\pi}{4} + x \right) = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$

$$i) \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right). \quad k) \tan x \cdot \tan 3x = \frac{\tan^2 2x - \tan^2 x}{1 - \tan^2 x \cdot \tan^2 2x}$$

$$l) \sin^3 x \cdot (1 + \cot x) + \cos^3 x (1 + \tan x) = \sin x + \cos x$$

$$m) \cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$n) \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x}}} = \cos \frac{x}{8}, \text{ với } 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

### Dạng 3. Biến đổi tích thành tổng

**Câu 21. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính giá trị của biểu thức  $\sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24}$  và  $\sin \frac{7\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{8}$ .

**Câu 22.** Biến đổi thành tổng

a)  $2 \sin(a+b) \cos(a-b)$  b)  $2 \cos(a+b) \cos(a-b)$

c)  $4 \sin 3x \sin 2x \cos x$  d)  $4 \sin \frac{13x}{2} \cos x \cos \frac{x}{2}$

e)  $\sin(x+30^\circ) \cos(x-30^\circ)$  f)  $\sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5}$

g)  $2 \sin x \sin 2x \sin 3x$  h)  $8 \cos x \sin 2x \sin 3x$

i)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cos 2x$  k)  $4 \cos(a-b) \cos(b-c) \cos(c-a)$

### Dạng 4. Biến đổi tổng thành tích

**Câu 23. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Tính  $\cos \frac{7\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$ .

**Câu 24.** Biến đổi thành tích

a,  $A = 2 \sin 4x + \sqrt{2}$

b,  $B = 3 - 4 \cos^2 x$

c,  $D = \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x$

d,  $E = 3 + 4 \cos 4x + \cos 8x$

e,  $F = \sin 5x + \sin 6x + \sin 7x + \sin 8x$

f,  $G = 1 + \sin 2x - \cos 2x - \tan 2x$

g,  $H = \sin^2(x+90^\circ) - 3 \cos^2(x-90^\circ)$

h,  $L = 1 + \sin x + \cos x$

**Câu 25.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $A = \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{7\pi}{30} \sin \frac{13\pi}{30} \sin \frac{19\pi}{30} \sin \frac{25\pi}{30}$

b)  $B = 16 \cdot \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \sin 90^\circ$

c)  $C = \cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ$

d)  $D = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$

e)  $E = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7}$

f)  $F = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9}$

g)  $G = \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$

h)  $H = \cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11}$

**Câu 26.** Tính các tổng sau

a.  $S_1 = \cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \dots + \cos (2n-1)\alpha \ (\alpha \neq k\pi)$

b.  $S_2 = \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{3\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n}$

c.  $S_3 = \cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{3\pi}{n} + \cos \frac{5\pi}{n} + \dots + \cos \frac{(2n-1)\pi}{n}$

d.  $S_4 = \frac{1}{\cos a \cdot \cos 2a} + \frac{1}{\cos 2a \cdot \cos 3a} + \dots + \frac{1}{\cos 4a \cdot \cos 5a}$ , với  $a = \frac{\pi}{5}$ .

e.  $S_5 = \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) \left(1 + \frac{1}{\cos 2x}\right) \left(1 + \frac{1}{\cos 4x}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{\cos 2^{n-1}x}\right)$

**Câu 27.** Tính  $\sin^2 2x$ , biết:  $\frac{1}{\tan^2 x} + \frac{1}{\cot^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$ **Câu 28.** Rút gọn các biểu thức sau:

a/  $A = \frac{\cos 7x - \cos 8x - \cos 9x + \cos 10x}{\sin 7x - \sin 8x - \sin 9x + \sin 10x}$

b/  $B = \frac{\sin 2x + 2 \sin 3x + \sin 4x}{\sin 3x + 2 \sin 4x + \sin 5x}$

c/  $C = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{\cos x + 2 \cos^2 x - 1}$

d/  $D = \frac{\sin 4x + \sin 5x + \sin 6x}{\cos 4x + \cos 5x + \cos 6x}$

**Câu 29.** Chứng minh các đẳng thức lượng giác:

a.  $\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ = 4$

b.  $\tan 20^\circ - \tan 40^\circ + \tan 80^\circ = 3\sqrt{3}$

c.  $\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 60^\circ + \tan 70^\circ = 2\sqrt{3}$

d.  $\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 20^\circ$

e.  $\tan^6 20^\circ - 33 \tan^4 20^\circ + 27 \tan^2 20^\circ - 3 = 0$

**Câu 30.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\cot x - \tan x - 2 \tan 2x = 4 \cot 4x$  . b)  $\frac{1 - 2 \sin^2 2x}{1 - \sin 4x} = \frac{1 + \tan 2x}{1 - \tan 2x}$  .

c)  $\frac{1}{\cos^6 x} - \tan^6 x = \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} + 1$  . d)  $\tan 4x - \frac{1}{\cos 4x} = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}$  .

e)  $\tan 6x - \tan 4x - \tan 2x = \tan 2x \cdot \tan 4x \cdot \tan 6x$  .

f)  $\frac{\sin 7x}{\sin x} = 1 + 2 \cos 2x + 2 \cos 4x + 2 \cos 6x$  .

g)  $\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin 7x \cdot \sin x = \cos 2x \cdot \cos 4x$  .

**Câu 31.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\cot x - \tan x - 2 \tan 2x = 4 \cot 4x$  . b)  $\frac{1 - 2 \sin^2 2x}{1 - \sin 4x} = \frac{1 + \tan 2x}{1 - \tan 2x}$  .

$$c) \frac{1}{\cos^6 x} - \tan^6 x = \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} + 1. d) \tan 4x - \frac{1}{\cos 4x} = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}.$$

$$e) \tan 6x - \tan 4x - \tan 2x = \tan 2x \cdot \tan 4x \cdot \tan 6x.$$

$$f) \frac{\sin 7x}{\sin x} = 1 + 2 \cos 2x + 2 \cos 4x + 2 \cos 6x.$$

$$g) \cos 5x \cdot \cos 3x + \sin 7x \cdot \sin x = \cos 2x \cdot \cos 4x.$$

$$h) \text{ Cho } \sin(2a + b) = 5 \sin b. \text{ Chứng minh: } \frac{2 \tan(a + b)}{\tan a} = 3.$$

$$i) \text{ Cho } \tan(a + b) = 3 \tan a. \text{ Chứng minh: } \sin(2a + 2b) + \sin 2a = 2 \sin 2b.$$

### Dạng 5. Bài toán tam giác

Qui ước: Cho tam giác  $ABC$  gọi  $a, b, c$  là ba cạnh đối diện của ba góc  $A, B, C$ ;  $h_a, h_b, h_c$  là ba đường cao;  $m_a, m_b, m_c$  là ba đường trung tuyến;  $l_A, l_B, l_C$  là ba đường phân giác;  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp;  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp và  $p = \frac{a+b+c}{2}$  là nửa chu vi.

Điều kiện  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác là  $\begin{cases} A, B, C \\ A + B + C = \pi \end{cases}$  nên suy ra

$$A + B = \pi - C, \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \dots$$

Định lý hàm số cosin  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ,  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ ,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$$\text{Suy ra } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\text{Định lý hàm số sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ suy ra } a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

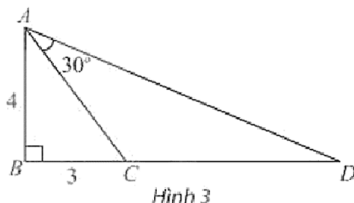
$$\text{Công thức tính diện tích } S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

$$\text{Công thức phân giác } l_A = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}, \dots$$

$$\text{Công thức trung tuyến } m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}, \dots$$

**Câu 32. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Chứng minh rằng trong tam giác  $ABC$ , ta có  $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$ .

**Câu 33. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Trong Hình 3, tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và có hai cạnh góc vuông là  $AB = 4, BC = 3$ . Vẽ điểm  $D$  nằm trên tia đối của tia  $CB$  thỏa mãn  $\widehat{CAD} = 30^\circ$ . Tính  $\tan \widehat{BAD}$ , từ đó tính độ dài cạnh  $CD$ .



**Câu 34.** Cho tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng:

$$a) \sin C = \sin A \cos B + \sin B \cos A.$$

$$b) \frac{\sin C}{\cos A \cos B} = \tan A + \tan B \quad (A, B \neq 90^\circ).$$

$$c) \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \quad (A, B, C \neq 90^\circ).$$

$$d) \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$$



$$e) \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$$

$$f) \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}.$$

$$g) \cot B + \frac{\cos C}{\sin B \cdot \cos A} = \cot C + \frac{\cos B}{\sin C \cdot \cos A} \quad (A \neq 90^\circ).$$

$$h) \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} + \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}.$$

$$i) \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.$$

**Câu 35.** Cho tam giác  $ABC$  chứng minh:

$$a) \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}.$$

$$b) \cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}.$$

$$c) \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C.$$

$$d) \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C).$$

$$e) \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$$

$$f) \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$$

**Câu 36.** Tìm các góc của tam giác  $ABC$ , biết:

$$a) B - C = \frac{\pi}{3}, \sin B \cdot \sin C = \frac{1}{2}.$$

$$b) B + C = \frac{2\pi}{3}, \sin B \cdot \cos C = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}.$$

**Câu 37.** Chứng minh trong mọi tam giác  $ABC$  ta đều có

$$a) \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2};$$

$$b) \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + \cos A \cos B \cos C).$$

**Câu 38.** Chứng minh trong mọi tam giác  $ABC$  không vuông ta đều có

$$a) \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C;$$

$$b) \cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1.$$

**Câu 39.** Chứng minh trong mọi tam giác  $ABC$  ta đều có

$$a) \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1.$$

$$b) \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}.$$

**Câu 40.** Chứng minh trong mọi tam giác  $ABC$  ta đều có

$$a) \sin A + \sin B \leq 2 \cos \frac{C}{2};$$

$$b) \cos A + \cos B \leq 2 \sin \frac{C}{2}.$$

**Câu 41.** Chứng minh trong mọi tam giác  $ABC$  nhọn ta đều có

$$a) \cot A + \cot B \geq 2 \tan \frac{C}{2};$$

$$b) \sin A \sin B \geq \cos C.$$

**Câu 42.** Chứng minh trong mọi tam giác  $ABC$  ta đều có

$$a) \tan A \tan B \tan C \geq 3\sqrt{3} \text{ với } ABC \text{ là tam giác nhọn;}$$

b)  $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$ .

**Câu 43.** Tam giác  $ABC$  là tam giác gì nếu

a)  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$ .

b)  $3(\cos B + \sin A) + 4(\sin B + \cos A) = 10$ .

**Câu 44.** Tam giác  $ABC$  là tam giác gì nếu

a)  $a \sin(B - C) + b \sin(C - A) = 0$ . b)  $\tan A + \cot A = (\sin B + \cos B)^2$ .

**Câu 45.** Tam giác  $ABC$  là tam giác gì nếu

a)  $\begin{cases} a = 2b \cos C \\ b^3 + c^3 - a^3 = a^2 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$  b)  $\begin{cases} \cos B \cos C = \frac{1}{4} \\ \frac{a^3 - b^3 - c^3}{a - b - c} = a^2 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$ .

**Câu 46.** Tam giác  $ABC$  là tam giác gì nếu

a)  $\frac{b}{\cos B} + \frac{c}{\cos C} = \frac{a}{\sin B \sin C}$ . b)  $\frac{\sin A + \cos B}{\sin B + \cos A} = \tan A$ .

**Câu 47.** Chứng minh với mọi tam giác  $ABC$ , ta có

a)  $1 + \frac{r}{R} = \cos A + \cos B + \cos C$ ; b)  $a \cot A + b \cot B + c \cot C = 2(R + r)$ .

**Câu 48.** Chứng minh với mọi tam giác  $ABC$ , ta có

a)  $\frac{\cos \frac{A}{2}}{\ell_A} + \frac{\cos \frac{B}{2}}{\ell_B} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\ell_C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ;

b)  $bc \cos^2 \frac{A}{2} + ca \cos^2 \frac{B}{2} + ab \cos^2 \frac{C}{2} = p$ .

#### Dạng 6. Bài toán min-max

- Sử dụng phương pháp chứng minh đại số quen biết.

- Sử dụng các tính chất về dấu của giá trị lượng giác một góc.

- Sử dụng kết quả  $|\sin \alpha| \leq 1, |\cos \alpha| \leq 1$  với mọi số thực  $\alpha$

**Câu 49.** Chứng minh rằng với  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  thì

a)  $2 \cot^2 \alpha \geq 1 + \cos 2\alpha$  b)  $\cot \alpha \geq 1 + \cot 2\alpha$

**Câu 50.** Cho  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Chứng minh rằng  $\left( \sin \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha} \right) \left( \cos \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha} \right) \geq 2$

**Câu 51.** Chứng minh rằng với  $0 \leq \alpha \leq \pi$  thì  $(2 \cos 2\alpha - 1)^2 - 4 \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) > (\sqrt{2 \sin \alpha} - 2)(3 - 2 \cos 2\alpha)$ .

**Câu 52.** Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức sau:

a)  $A = \sin x + \cos x$  b)  $B = \sin^4 x + \cos^4 x$

**Câu 53.** Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức  $A = 2 - 2 \sin x - \cos 2x$

**Câu 54.** Cho  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ . Chứng minh rằng  $\tan x + \cot x \geq 2$

**Câu 55.** Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức  $B = \cos 2x + \sqrt{1 + 2 \sin^2 x}$

**Câu 56.** Chứng minh rằng  $\cos x (\sin x + \sqrt{\sin^2 x + 2}) \leq \sqrt{3}$

**Câu 57.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 2 \sin x + \sin 2x$ .

**PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)****1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá****Câu 1.** Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A.  $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \sin b$ .

B.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ .

C.  $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ .

D.  $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ .

**Câu 2.** Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A.  $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ .

B.  $\tan(a-b) = \tan a - \tan b$ .

C.  $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ .

D.  $\tan(a+b) = \tan a + \tan b$ .

**Câu 3.** Biểu thức  $\sin x \cos y - \cos x \sin y$  bằng

A.  $\cos(x-y)$ .

B.  $\cos(x+y)$ .

C.  $\sin(x-y)$ .

D.  $\sin(y-x)$ .

**Câu 4.** Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A.  $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ .

B.  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ .

C.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ .

D.  $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ .

**Câu 5.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$ .

B.  $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ .

C.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ .

D.  $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$ .

**Câu 6.** Biểu thức  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$  bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

A.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$ .

B.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$ .

C.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$ .

D.  $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$ .

**Câu 7.** Rút gọn biểu thức:  $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$ , ta được:

A.  $\sin 2a$ .

B.  $\cos 2a$ .

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 8.** Giá trị của biểu thức  $\cos \frac{37\pi}{12}$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ .

C.  $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ .

D.  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ .

**Câu 9.** Đẳng thức nào sau đây là đúng.

A.  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$ .

B.  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$ .

C.  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$ .

D.  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$ .

**Câu 10.** Cho  $\tan \alpha = 2$ . Tính  $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $-\frac{1}{3}$ .

B. 1.

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 11.** Kết quả nào sau đây sai?

A.  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

B.  $\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

C.  $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

D.  $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 12.** Đẳng thức nào **không đúng** với mọi  $x$ ?

A.  $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$ .

B.  $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ .

C.  $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ .

D.  $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$ .

**Câu 13.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A.  $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2\cot x}$ .

B.  $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$ .

C.  $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ .

D.  $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ .

**Câu 14.** Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .

B.  $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$ .

C.  $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ .

D.  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$ .

**Câu 15.** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .

B.  $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$ .

C.  $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$ .

D.  $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$ .

**Câu 16.** Cho góc lượng giác  $a$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A.  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$ .

B.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .

C.  $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$ .

D.  $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ .

**Câu 17.** Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A.  $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$ .

B.  $\cos 2a = 2\cos a - 1$ .

C.  $\sin 2a = 2\sin a \cos a$ .

D.  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ .

**Câu 18.** Chọn đáp án đúng.

A.  $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ .

B.  $\sin 2x = \sin x \cos x$ .

C.  $\sin 2x = 2\cos x$ .

D.  $\sin 2x = 2\sin x$ .

**Câu 19.** Cho  $\cos x = \frac{4}{5}$ ,  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ . Giá trị của  $\sin 2x$  là

A.  $\frac{24}{25}$ .

B.  $-\frac{24}{25}$ .

C.  $-\frac{1}{5}$ .

D.  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 20.** Nếu  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  thì  $\sin 2x$  bằng

A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{3}{8}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $\frac{-3}{4}$ .

**Câu 21.** Biết rằng  $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \sin^2 2x$ , với  $a, b$  là các số thực. Tính  $T = 3a + 4b$ .

A.  $T = -7$ .

B.  $T = 1$ .

C.  $T = 0$ .

D.  $T = 7$ .

**Câu 22.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$ .

B.  $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$ .

C.  $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ .

D.  $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$ .

**Câu 23.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A.  $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ .

B.  $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$ .

C.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$ .

D.  $\cos a + \cos b = 2 \cos(a+b) \cos(a-b)$ .

**Câu 24.** Công thức nào sau đây là **sai**?

A.  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ .

B.  $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$ .

C.  $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ .

D.  $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ .

**Câu 25.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$  ( $\sin 2x \neq 0; 2 \sin x + 1 \neq 0$ ) ta được:

A.  $A = \cot 6x$ .

B.  $A = \cot 3x$ .

C.  $A = \cot 2x$ .

D.  $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$ .

**Câu 26.** Rút gọn biểu thức  $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $-\frac{3}{2} \cos 2a$ .

B.  $\frac{1}{2} \cos 2a$ .

C.  $-\frac{2}{3} \cos 2a$ .

D.  $-\frac{1}{2} \cos 2a$ .

**Câu 27.** Biến đổi biểu thức  $\sin \alpha - 1$  thành tích.

A.  $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ .

C.  $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ .

D.  $\sin \alpha - 1 = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 28.** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$ .

A.  $P = \tan a$ .

B.  $P = \cot a$ .

C.  $P = \cot 3a$ .

D.  $P = \tan 3a$ .

**Câu 29.** Tính giá trị biểu thức  $P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$ .

A.  $P = 1$ .

B.  $P = 0$ .

C.  $P = \sqrt{3}$ .

D.  $P = -\sqrt{3}$ .

## 2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

**Câu 30.** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  khi đó  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  bằng.

- A.  $\frac{2}{7}$ .                      B.  $-\frac{1}{7}$ .  
C.  $-\frac{2}{7}$ .                      D.  $\frac{1}{7}$ .

**Câu 31.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$  với  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Giá trị của  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$  bằng

- A.  $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$ .                      B.  $\sqrt{6}-3$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{6}}-\frac{1}{2}$ .                      D.  $\sqrt{6}-\frac{1}{2}$ .

**Câu 32.** Cho hai góc  $\alpha, \beta$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$  và  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ ,  $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ . Tính giá trị đúng của  $\cos(\alpha - \beta)$ .

- A.  $\frac{16}{65}$ .                      B.  $-\frac{18}{65}$ .                      C.  $\frac{18}{65}$ .                      D.  $-\frac{16}{65}$ .

**Câu 33.** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ . Tính giá trị  $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$ ?

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$ .                      B.  $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ .                      D.  $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ .

**Câu 34.** Biểu thức  $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$  có giá trị bằng:

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 35.** Rút gọn biểu thức:  $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$ , ta được:

- A.  $\cos 50^\circ$ .                      B.  $\cos 58^\circ$ .                      C.  $\sin 50^\circ$ .                      D.  $\sin 58^\circ$ .

**Câu 36.** Cho hai góc nhọn  $a$  và  $b$  với  $\tan a = \frac{1}{7}$  và  $\tan b = \frac{3}{4}$ . Tính  $a + b$ .

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .                      B.  $\frac{\pi}{4}$ .                      C.  $\frac{\pi}{6}$ .                      D.  $\frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 37.** Cho  $x, y$  là các góc nhọn,  $\cot x = \frac{3}{4}$ ,  $\cot y = \frac{1}{7}$ . Tổng  $x + y$  bằng:

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .                      B.  $\frac{3\pi}{4}$ .                      C.  $\frac{\pi}{3}$ .                      D.  $\pi$ .

**Câu 38.** Biểu thức  $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$  không phụ thuộc  $x$  và bằng:

- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 39.** Biết  $\sin \beta = \frac{4}{5}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$  và  $\alpha \neq k\pi$ . Giá trị của biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha}$  không phụ thuộc vào  $\alpha$  và bằng

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .                      B.  $\frac{5}{\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ .                      D.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 40.** Nếu  $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$  thì  $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$  bằng:

- A.  $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$ . B.  $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$ . C.  $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$ . D.  $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$ .

**Câu 41.** Cho  $\cos a = \frac{3}{4}$ ;  $\sin a > 0$ ;  $\sin b = \frac{3}{5}$ ;  $\cos b < 0$ . Giá trị của  $\cos(a + b)$  bằng:

- A.  $\frac{3}{5} \left( 1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$ . B.  $-\frac{3}{5} \left( 1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$ . C.  $\frac{3}{5} \left( 1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$ . D.  $-\frac{3}{5} \left( 1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$ .

**Câu 42.** Biết  $\cos \left( a - \frac{b}{2} \right) = \frac{1}{2}$  và  $\sin \left( a - \frac{b}{2} \right) > 0$ ;  $\sin \left( \frac{a}{2} - b \right) = \frac{3}{5}$  và  $\cos \left( \frac{a}{2} - b \right) > 0$ . Giá trị  $\cos(a + b)$  bằng:

- A.  $\frac{24\sqrt{3} - 7}{50}$ . B.  $\frac{7 - 24\sqrt{3}}{50}$ . C.  $\frac{22\sqrt{3} - 7}{50}$ . D.  $\frac{7 - 22\sqrt{3}}{50}$ .

**Câu 43.** Rút gọn biểu thức:  $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$  ta được kết quả là

- A. 0. B.  $-\cos x$ . C.  $-2 \cos x$ . D.  $\sin x - \cos x$ .

**Câu 44.** Cho  $\sin a = \frac{3}{5}$ ;  $\cos a < 0$ ;  $\cos b = \frac{3}{4}$ ;  $\sin b > 0$ . Giá trị  $\sin(a - b)$  bằng:

- A.  $-\frac{1}{5} \left( \sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$ . B.  $-\frac{1}{5} \left( \sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$ . C.  $\frac{1}{5} \left( \sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$ . D.  $\frac{1}{5} \left( \sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$ .

**Câu 45.** Biết  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$  và  $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số  $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$  bằng:

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

**Câu 46.** Cho  $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

- A.  $A = \frac{4}{3}$ . B.  $A = \frac{2}{3}$ . C.  $A = \frac{8}{3}$ . D.  $A = \frac{16}{3}$ .

**Câu 47.** Cho  $a, b$  là hai góc nhọn. Biết  $\cos a = \frac{1}{3}, \cos b = \frac{1}{4}$ . Giá trị của biểu thức  $\cos(a + b) \cos(a - b)$  bằng

- A.  $-\frac{119}{144}$ . B.  $-\frac{115}{144}$ . C.  $-\frac{113}{144}$ . D.  $-\frac{117}{144}$ .

**Câu 48.** Cho số thực  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ . Tính  $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

- A.  $\frac{25}{128}$ . B.  $\frac{1}{16}$ . C.  $\frac{255}{128}$ . D.  $\frac{225}{128}$ .

**Câu 49.** Cho  $\cot a = 15$ , giá trị  $\sin 2a$  có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A.  $\frac{11}{113}$ . B.  $\frac{13}{113}$ . C.  $\frac{15}{113}$ . D.  $\frac{17}{113}$ .

**Câu 50.** Giá trị đúng của  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\frac{1}{4}$ .

**Câu 51.** Giá trị đúng của  $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$  bằng:

A.  $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$ .                      B.  $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ .                      C.  $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ .                      D.  $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ .

**Câu 52.** Biểu thức  $A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$  có giá trị đúng bằng:

A. 1.                      B. -1.                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 53.** Tích số  $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$  bằng:

A.  $\frac{1}{16}$ .                      B.  $\frac{1}{8}$ .                      C.  $\frac{3}{16}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 54.** Tích số  $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$  bằng:

A.  $\frac{1}{8}$ .                      B.  $-\frac{1}{8}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\frac{1}{4}$ .

**Câu 55.** Giá trị đúng của biểu thức  $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$  bằng:

A.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{6}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $\frac{8}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 56.** Cho hai góc nhọn  $a$  và  $b$ . Biết  $\cos a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos b = \frac{1}{4}$ . Giá trị  $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$  bằng:

A.  $-\frac{113}{144}$ .                      B.  $-\frac{115}{144}$ .                      C.  $-\frac{117}{144}$ .                      D.  $-\frac{119}{144}$ .

**Câu 57.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A.  $A = \tan 6x$ .                      B.  $A = \tan 3x$ .  
C.  $A = \tan 2x$ .                      D.  $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$ .

**Câu 58.** Biến đổi biểu thức  $\sin a + 1$  thành tích.

A.  $\sin a + 1 = 2\sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ .                      B.  $\sin a + 1 = 2\cos\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ .  
C.  $\sin a + 1 = 2\sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$ .                      D.  $\sin a + 1 = 2\cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 59.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $A = \frac{1}{3}$ .                      B.  $A = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $A = 3$ .                      D.  $A = -3$ .

**Câu 60.** Cho  $\cos x = \frac{1}{3}$   $\left(-\frac{\pi}{2} < x < 0\right)$ . Giá trị của  $\tan 2x$  là

A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .                      B.  $\frac{4\sqrt{2}}{7}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ .                      D.  $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$ .



**Câu 61.** Cho  $\cos x = 0$ . Tính  $A = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .

A.  $\frac{3}{2}$ .

B. 2.

C. 1.

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 62.** Cho biết  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ . Giá trị của biểu thức  $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$  bằng bao nhiêu?

A.  $P = \frac{19}{13}$ .

B.  $P = \frac{25}{13}$ .

C.  $P = -\frac{25}{13}$ .

D.  $P = -\frac{19}{13}$ .

**Câu 63.** Cho  $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$  với  $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$ ,  $(k, l \in \mathbb{Z})$ . Ta có

A.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$ .

B.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$ .

C.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$ .

D.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$ .

**Câu 64.** Biết rằng  $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tính giá trị của biểu thức

$P = a + b$ .

A.  $P = 4$ .

B.  $P = 1$ .

C.  $P = 2$ .

D.  $P = 3$ .

**Câu 65.** Cho  $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$ .

A.  $P = \frac{7}{18}$ .

B.  $P = \frac{7}{9}$ .

C.  $P = \frac{5}{9}$ .

D.  $\frac{5}{18}$ .

**Câu 66.** Cho  $\tan x = 2$  ( $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ). Giá trị của  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  là

A.  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ .

B.  $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ .

C.  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ .

D.  $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ .

**Câu 67.** Tổng  $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$  bằng:

A. 4.

B. -4.

C. 8.

D. -8.

**Câu 68.** Cho hai góc nhọn  $a$  và  $b$  với  $\sin a = \frac{1}{3}$ ,  $\sin b = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $\sin 2(a + b)$  là:

A.  $\frac{2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .

B.  $\frac{3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .

C.  $\frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .

D.  $\frac{5\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$ .

**Câu 69.** Biểu thức  $A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}$  có kết quả rút gọn là:

A.  $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$ .

B.  $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$ .

C.  $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$ .

D.  $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$ .

**Câu 70.** Kết quả nào sau đây SAI?

A.  $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$ .

B.  $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$ .

C.  $\cos 20^\circ + 2 \sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2} \sin 65^\circ$ .

D.  $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 71.** Nếu  $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$  thì:

A.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$ . B.  $\tan(\alpha + \beta) = 3 \tan \beta$ .

C.  $\tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta$ . D.  $\tan(\alpha + \beta) = 5 \tan \beta$ .

**Câu 72.** Cho biểu thức  $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$ . Hãy chọn kết quả đúng:

A.  $A = 2 \cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$ .

B.  $A = 2 \sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$ .

C.  $A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$ .

D.  $A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$ .

**Câu 73.** Xác định hệ thức SAI trong các hệ thức sau:

A.  $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$ .

B.  $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

C.  $\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$ .

D.  $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$ .

**Câu 74.** Giá trị nhỏ nhất của  $\sin^6 x + \cos^6 x$  là

A. 0.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{1}{8}$ .

**Câu 75.** Giá trị lớn nhất của  $M = \sin^4 x + \cos^4 x$  bằng:

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Câu 76.** Cho  $M = 3 \sin x + 4 \cos x$ . Chọn khẳng định đúng.

A.  $-5 \leq M \leq 5$ .

B.  $M > 5$ .

C.  $M \geq 5$ .

D.  $M \leq 5$ .

**Câu 77.** Giá trị lớn nhất của  $M = \sin^6 x - \cos^6 x$  bằng:

A. 2.

B. 3

C. 0.

D. 1.

**Câu 78.** Cho biểu thức  $M = \frac{1 + \tan x^3}{(1 + \tan x)^3}$ ,  $\left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$ , mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

A.  $M \leq 1$ .

B.  $M \geq \frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$ .

D.  $M < 1$ .

**Câu 79.** Cho  $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$ . Khi đó giá trị lớn nhất của  $M$  là

A. 11.

B. 1.

C. 5.

D. 6.

**Câu 80.** Giá trị lớn nhất của biểu thức  $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$  là

A. -2.

B. 5.

C. 7.

D. 16.

**Câu 81.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  thì.

A.  $\sin 2A + \sin 2B > 2 \sin C$ .

B.  $\sin 2A + \sin 2B \leq 2 \sin C$ .

C.  $\sin 2A + \sin 2B \geq 2 \sin C$ .

D.  $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin C$ .

**Câu 82.** Một tam giác  $ABC$  có các góc  $A, B, C$  thỏa mãn  $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$  thì tam giác đó có gì đặc biệt?

A. Tam giác đó vuông.

B. Tam giác đó đều.

C. Tam giác đó cân.

D. Không có gì đặc biệt.

**Câu 83.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  (không là tam giác vuông) thì  $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$  bằng :

- A.  $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$ . B. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.  
C. 1. D. -1.

**Câu 84.** Cho  $A, B, C$  là ba là các góc nhọn và  $\tan A = \frac{1}{2}$ ;  $\tan B = \frac{1}{5}$ ,  $\tan C = \frac{1}{8}$ . Tổng  $A+B+C$  bằng

- A.  $\frac{\pi}{5}$ . B.  $\frac{\pi}{4}$ . C.  $\frac{\pi}{3}$ . D.  $\frac{\pi}{6}$ .

**Câu 85.** Biết  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$ , khi đó.

- A.  $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}$ . B.  $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$ .  
C.  $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}$ . D.  $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}$ .

**Câu 86.**  $A, B, C$ , là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

- A.  $\sin A = -\sin(2A+B+C)$ . B.  $\sin A = -\cos\frac{3A+B+C}{2}$ .  
C.  $\cos C = \sin\frac{A+B+3C}{2}$ . D.  $\sin C = \sin(A+B+2C)$ .

**Câu 87.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  (không phải tam giác vuông) thì:

- A.  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ . B.  $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan\frac{A}{2} \cdot \tan\frac{B}{2} \cdot \tan\frac{C}{2}$ .  
C.  $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ . D.  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan\frac{A}{2} \cdot \tan\frac{B}{2} \cdot \tan\frac{C}{2}$ .

**Câu 88.** Biết  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$ , khi đó.

- A.  $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$ . B.  $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}$ .  
C.  $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\frac{C}{2}$ . D.  $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin\frac{C}{2}$ .

**Câu 89.** Nếu  $a = 2b$  và  $a+b+c = \pi$ . Hãy chọn kết quả **đúng**.

- A.  $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a$ . B.  $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a$ .  
C.  $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a$ . D.  $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a$ .

**Câu 90.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  thì:

- A.  $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ . B.  $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ .  
C.  $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ . D.  
 $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ .

**Câu 91.**  $A, B, C$ , là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

- A.  $\cot\left(\frac{4A+B+C}{2}\right) = -\tan\frac{3A}{2}$ . B.  $\cos\left(\frac{A-2B+C}{2}\right) = -\sin B$ .  
C.  $\sin\left(\frac{A+B-3C}{2}\right) = \cos 2C$ . D.  $\tan\left(\frac{A+B+6C}{2}\right) = -\cot\frac{5C}{2}$ .

**Câu 92.** Biết  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  khi đó.

- A.  $\cos C = \cos(A+B)$ . B.  $\tan C = \tan(A+B)$ .  
C.  $\cot C = -\cot(A+B)$ . D.  $\sin C = -\sin(A+B)$ .

**Câu 93.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  (không là tam giác vuông) thì  $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A$  bằng

- A. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. B. 1.  
C. -1. D.  $(\cot A \cot B \cot C)^2$ .

**Câu 94.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  (không phải tam giác vuông) thì:

- A.  $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}$ . B.  $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}$ .  
C.  $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot A \cot B \cot C$ . D.  $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot A \cot B \cot C$ .

**Câu 95.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

- A.  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cos B \cos C$ .  
B.  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cos B \cos C$ .  
C.  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C$ .  
D.  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cos B \cos C$ .

**Câu 96.** Hãy chỉ ra công thức sai, nếu  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác.

- A.  $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ . B.  $\cos B \cos C - \sin B \sin C + \cos A = 0$ .  
C.  $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{B}{2} = \cos \frac{A}{2}$ . D.  
 $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1$ .

**Câu 97.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . B. Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .  
C. Tam giác  $ABC$  đều. D. Tam giác  $ABC$  là tam giác tù.

**Câu 98.** Cho bất đẳng thức  $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$  với  $A, B, C$  là ba góc của tam giác  $ABC$ . Khẳng định đúng là:

- A.  $B + C = 120^\circ$ . B.  $B + C = 130^\circ$ . C.  $A + B = 120^\circ$ . D.  $A + C = 140^\circ$ .

**Câu 99.** Cho  $A, B, C$  là các góc nhọn và  $\tan A = \frac{1}{2}$ ,  $\tan B = \frac{1}{5}$ ,  $\tan C = \frac{1}{8}$ . Tổng  $A + B + C$  bằng:

- A.  $\frac{\pi}{6}$ . B.  $\frac{\pi}{5}$ . C.  $\frac{\pi}{4}$ . D.  $\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 100.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A.  $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$ . B.  $\cos(A+B-C) = -\cos 2C$ .  
C.  $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$ . D.  $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$ .

**Câu 101.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A.  $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$ . B.  $\cos(A+B+2C) = -\cos C$ .

C.  $\sin(A+C) = -\sin B$ . D.  $\cos(A+B) = -\cos C$ .

**Câu 102.** Cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây SAI?

A.  $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ .

B.  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ .

C.  $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$ .

D.  $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1$ .

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**

☞ [https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

☞ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương