BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

- CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG
- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

A. song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.

B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Cho các mệnh đề sau:

(I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.

(II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

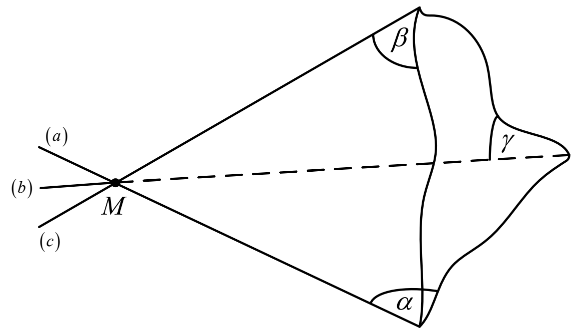
Câu 5. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

A. đồng quy. **B.** tạo thành tam giác.

C. trùng nhau. **D.** cùng song song với một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A



Đặt $(\alpha)\equiv(a;b)$; $(\beta)\equiv(a;c)$; $(\gamma)\equiv(b;c)$

Ta thấy, ba mặt phẳng $(\alpha);(\beta);(\gamma)$ cắt nhau theo ba giáo tuyến phân biệt và ba giao tuyến (a) ; (b) ;(c) đôi một cắt nhau nên chúng đồng quy tại M .

Câu 6. Cho mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

B. Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

D. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

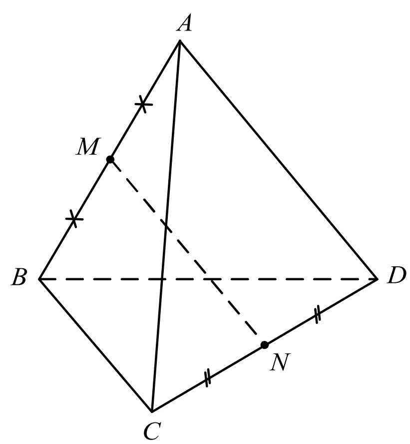
Lời giải

Chọn A

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

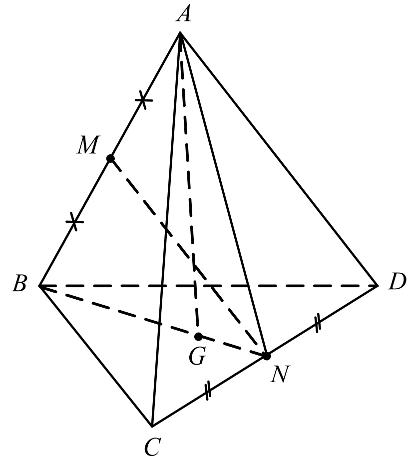
A. Đường thẳng MN . **B.** Đường thẳng CM .

C. Đường thẳng DN . **D.** Đường thẳng CD .



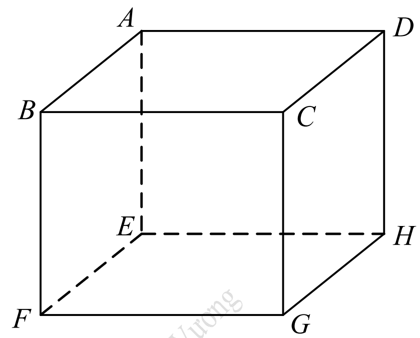
Lời giải

Chọn A



Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. BG và HD chéo nhau. **B.** BF và AD chéo nhau.
C. AB song song với HG. **D.** CG cắt HE.

Lời giải

Chọn D

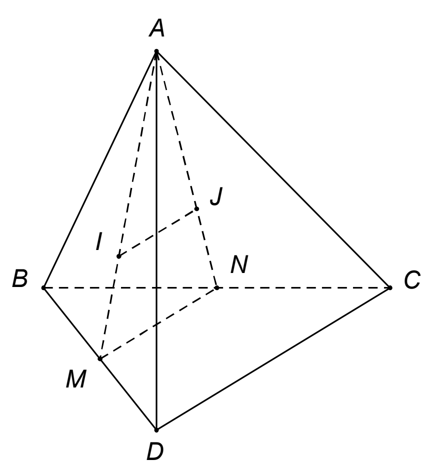
Do CG và HE không cùng nằm trong một mặt phẳng nên hai đường thẳng này chéo nhau.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Đường thẳng IJ song song với đường nào?

A. AB. **B.** CD. **C.** BC. **D.** AD.

Lời giải

Chọn B



Gọi N, M lần lượt là trung điểm của BC, BD.

$\Rightarrow$ MN là đường trung bình của tam giác BCD $\Rightarrow MN \parallel CD$ (1)

$J; I$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD $\Rightarrow \dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AJ}{AN} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $IJ \parallel CD$. **Chọn B.**

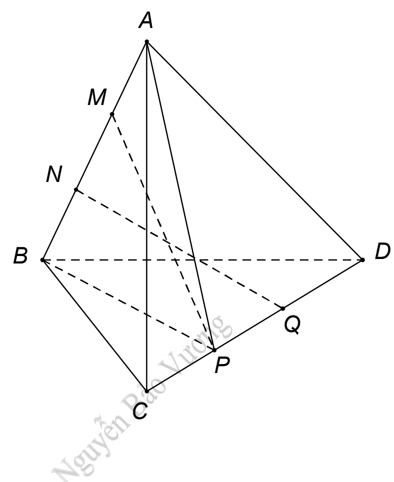
Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xác định vị trí tương đối của MQ và NP.

A. MQ cắt NP. **B.** $MQ \parallel NP$.

C. $MQ \equiv NP$. **D.** MQ, NP chéo nhau.

Lời giải

Chọn D



Xét mặt phẳng (ABP).

Ta có: M, N thuộc $AB \Rightarrow M, N$ thuộc mặt phẳng (ABP).

Mặt khác: $CD \cap (ABP) = P$.

Mà: $Q \in CD \Rightarrow Q \notin (ABP) \Rightarrow M, N, P, Q$ không đồng phẳng $\Rightarrow MQ$ và NP chéo nhau.

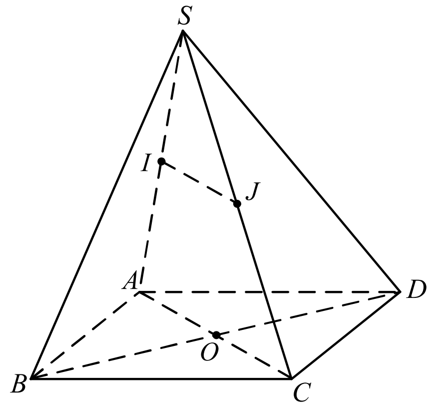
Chọn D.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

A. BC. **B.** AC. **C.** SO. **D.** BD.

Lời giải

Chọn B



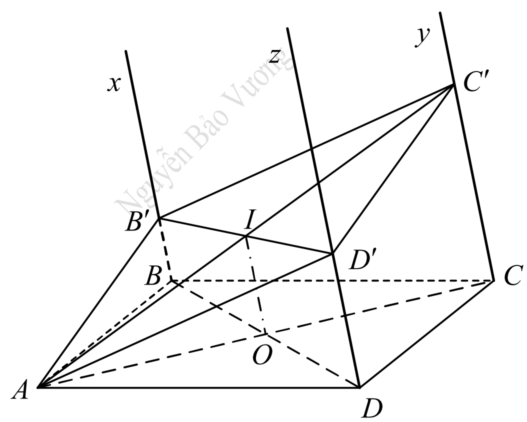
Dễ dàng thấy được: IJ là đường trung bình của tam giác SAC $\Rightarrow IJ \,//\, AC$.

Câu 12. Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A, cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC'.

A. 6. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AB'C'D'$ là hình bình hành.

$AC' \cap BD' = I$ và $AC \cap BD = O$ $\Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ACC' $\Rightarrow CC' = 2OI$.

$BB'D'D$ là hình thang có OI là đường trung bình $\Rightarrow OI = \dfrac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Vậy $CC' = 6$.

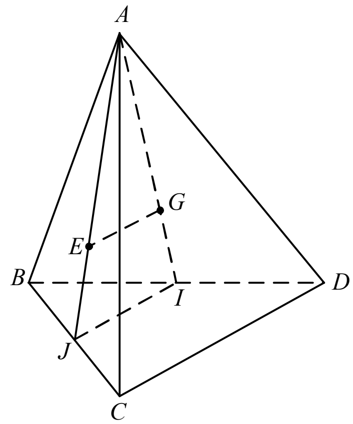
Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $GE // CD$. **B.** GE cắt AD.

C. GE cắt CD. **D.** GE và CD chéo nhau.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\frac{AG}{AI} = \frac{AE}{AJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow EG \,//\, IJ$

Mà $IJ \,//\, CD$ (do IJ là đường trung bình của tam giác BCD)

$\Rightarrow EG \,//\, CD$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.

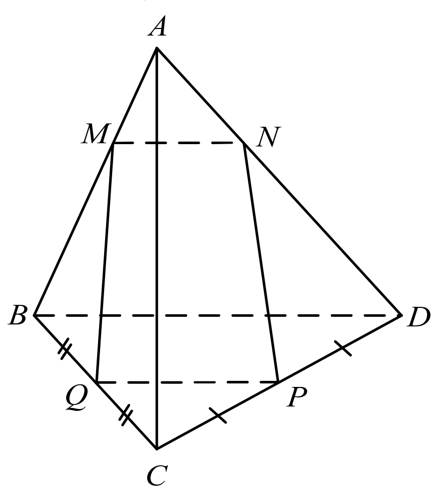
B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.

D. Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải

Chọn A



Xét tam giác ABD có : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \,//\, BD$ (Định lý Talet)

Xét tam giác BCD có : PQ là đường trung bình của tam giác $\Rightarrow PQ \,//\, BD$

Vậy $PQ \,//\, MN \Rightarrow MNPQ$ là hình thang.

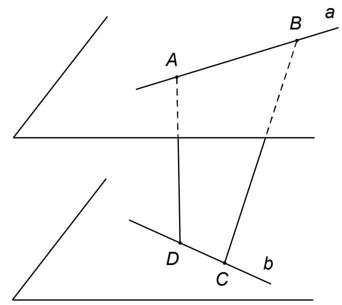
Câu 15. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Có thể song song hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.

C. Song song nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

Chọn D



Theo giả thiết, a và b chéo nhau $\Rightarrow$ a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

• Nếu $AD \cap BC = I \Rightarrow I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (a;b)$. Mà a và b không đồng phẳng, do đó, không tồn tại điểm I.

• Nếu $AD // BC \Rightarrow$ a và b đồng phẳng (Mâu thuẫn với giả thiết).

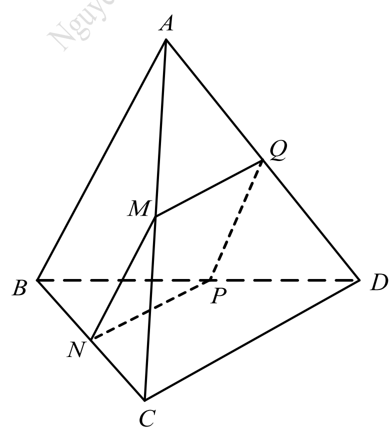
Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau. **Chọn D.**

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác ABC có: $MN = \frac{1}{2}AB$ (do MN là đường trung bình)

Xét tam giác ABD có: $PQ = \frac{1}{2}AB$ (do PQ là đường trung bình)

$\Rightarrow MN = PQ$

Chứng minh tương tự, ta có: $MQ = NP$

Vậy $MNPQ$ là hình bình hành

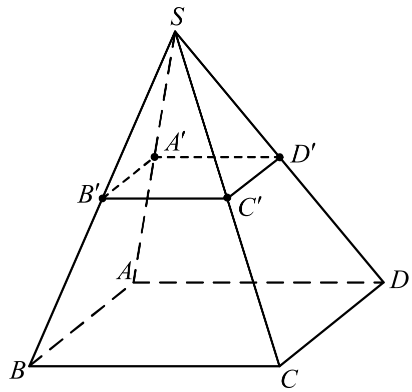
Để $MNPQ$ là hình thoi $\Leftrightarrow MN = NP \Leftrightarrow AB = CD$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Lời giải

Chọn D



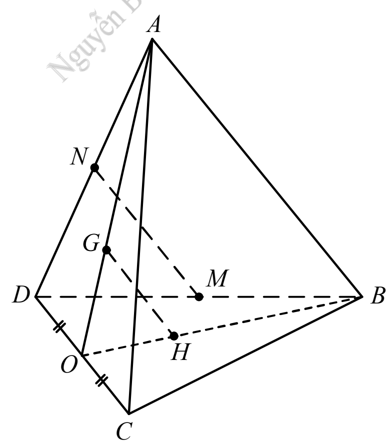
Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD. Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD ; ACD. Đường thẳng HG chéo với đưởng thẳng nào sau đây?

A. MN. **B.** CD. **C.** CN. **D.** AB.

Lời giải

Chọn B



Do $\dfrac{OG}{OA}=\dfrac{OH}{OB}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow HG \,//\, AB$ (Định lý Talet)

Xét tam giác ABD có: $MN \,//\, AB$ (do MN là đường trung bình của tam giác)$\Rightarrow HG \,//\, MN$

Lại có: $HG \cap CN = G$

Vậy HG và CD chéo nhau.

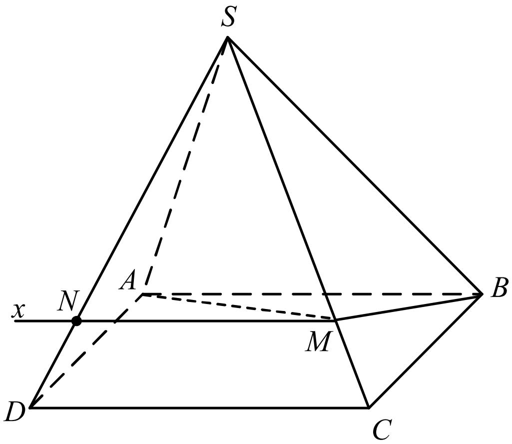
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM=3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB). Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:

A. Cắt nhau. **B.** Chéo nhau.

C. Song song. **D.** Có hai điểm chung.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB);\, CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases} \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD)$ với $Mx \,//\, CD \,//\, AB$

Gọi $N = Mx \cap SD$ trong $(SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$

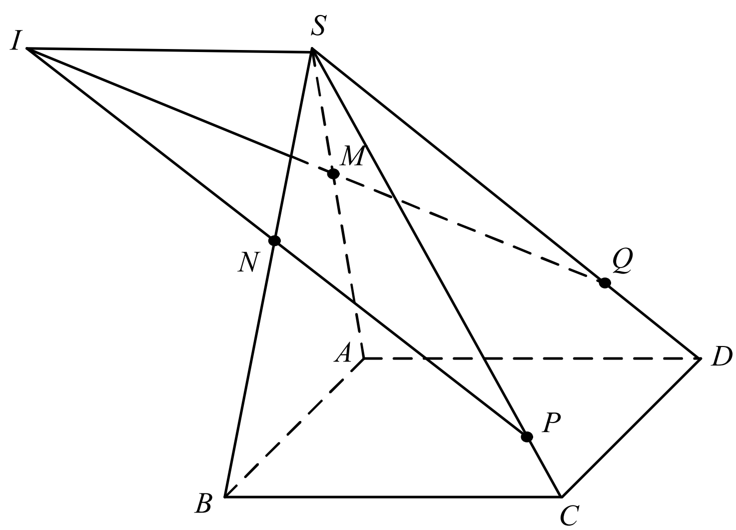
Vậy MN song song với CD.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi I là giao điểm của MQ và NP. Câu nào sau đây đúng?

A. $SI//AB$. **B.** $SI//AC$. **C.** $SI//AD$. **D.** $SI//BD$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SI = (SBC) \cap (SAD)$

Do $\begin{cases} SI = (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD);\, BC \subset (SBC) \\ AD \,//\, BC \end{cases} \Rightarrow SI \,//\, BC \,//\, AD$.

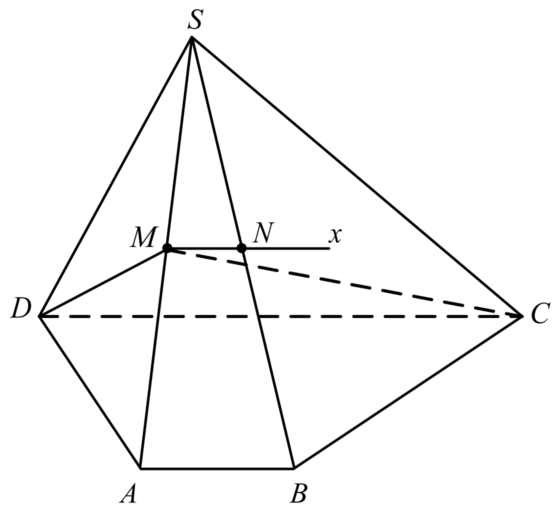
Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. **B.** $MN // CD$.

C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD chéo nhau.

Lời giải

Chọn B



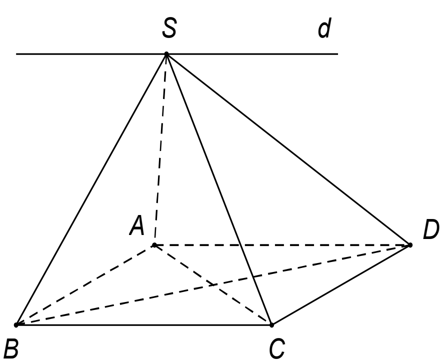
Ta có: $\begin{cases} MN = (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD);\ AB \subset (SAB) \\ CD // AB \end{cases} \Rightarrow MN // CD // AB$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC. **B.** d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB. **D.** d qua S và song song với BD.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = S \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases} \longrightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx // AD // BC$ (với $d \equiv Sx$).

Chọn A.

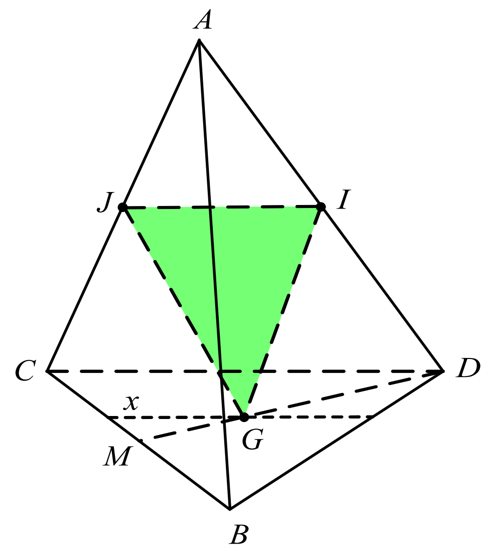
Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua I và song song với AB. **B.** qua J và song song với BD.

C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases}(GIJ)\cap(BCD)=G\\ IJ\subset(GIJ), CD\subset(BCD)\\ IJ \parallel CD\end{cases} \longrightarrow (GIJ)\cap(BCD)=Gx \parallel IJ \parallel CD$. **Chọn C.**

Câu 24. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α), (β), (γ) có $(\alpha)\cap(\beta)=d_1$; $(\beta)\cap(\gamma)=d_2$; $(\alpha)\cap(\gamma)=d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3:

A. Đôi một cắt nhau. **B.** Đôi một song song.
C. Đồng quy. **D.** Đôi một song song hoặc đồng quy.

Lời giải

Chọn D

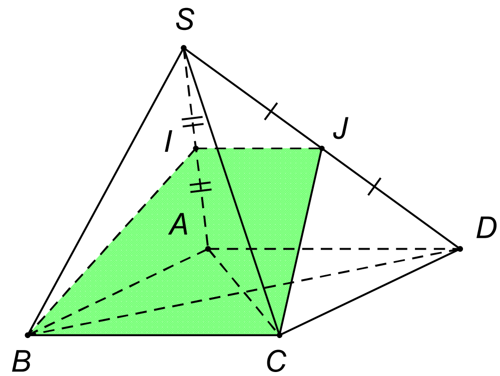
Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song. **Chọn D.**

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC.
B. Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải

Chọn B



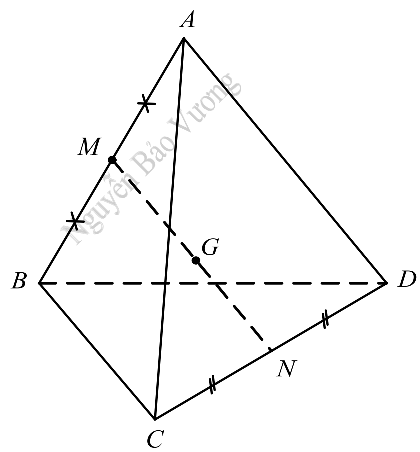
Ta có $\begin{cases} I \in (IBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (IBC), AD \subset (SAD) \\ BC \,//\, AD \end{cases} \longrightarrow (IBC) \cap (SAD) = Ix \,//\, BC \,//\, AD$

Trong mặt phẳng (SAD): $Ix \,//\, AD$, gọi $Ix \cap SD = J \longrightarrow IJ \,//\, BC$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là hình thang $IBCJ$.

Chọn B.

Câu 26. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là



A. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD.
B. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD.
C. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD.
D. Đường thẳng CG.

Lời giải

Chọn B

Câu 27. Cho Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx; Sy$ lần lượt song song với AB, AD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx.

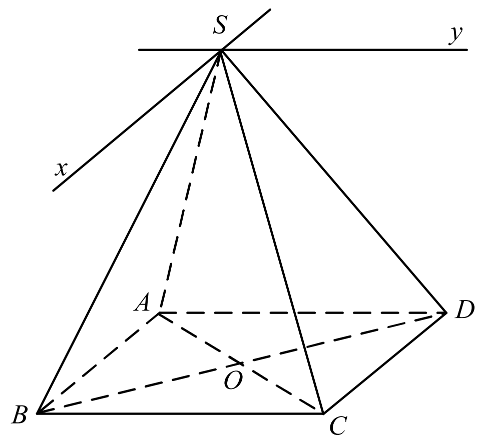
B. Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy.

C. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx.

D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx.

Lời giải

Chọn C



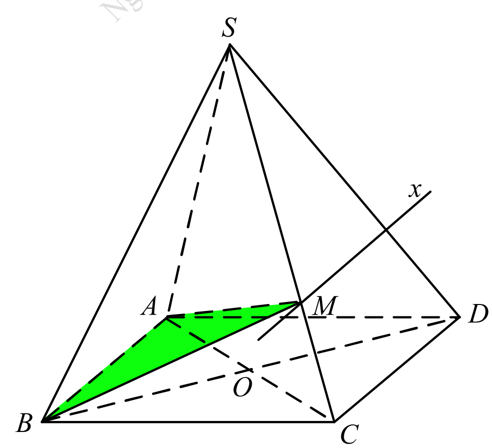
Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB);\ CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases} \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD)$ với $Sx \,//\, AB \,//\, CD$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C. Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD).

A. Đường thẳng d qua M song song với AC.
B. Đường thẳng d qua M song song với CD.
C. Đường thẳng d trùng với MA.
D. Đường thẳng d trùng với MD.

Lời giải

Chọn B



Ta có : $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SCD) \\ AB \subset (\alpha);\ CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases} \Rightarrow Mx = (SCD) \cap (\alpha)$ với $Mx \,//\, AB \,//\, CD$

Vậy $Mx \equiv (d)$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

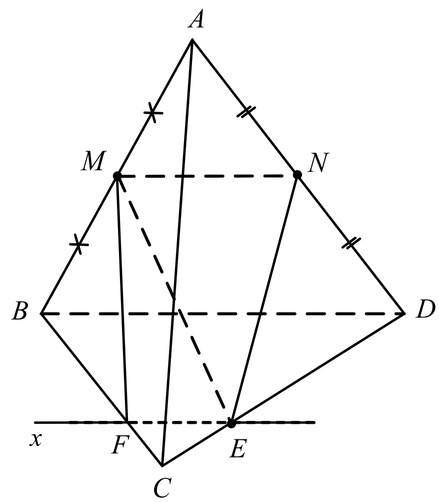
A. Tam giác MNE.
B. Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE);\ BD \subset (BCD) \\ MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow Ex = (MNE) \cap (BCD)$ với $Ex \parallel BD \parallel MN$

Trong (BCD): gọi $F = Ex \cap BC \Rightarrow EF = (BCD) \cap (MNE)$

Mặt khác: $\begin{cases} MN = (MNE) \cap (ABD) \\ NE = (MNE) \cap (ACD) \\ MF = (MNE) \cap (ABC) \end{cases}$

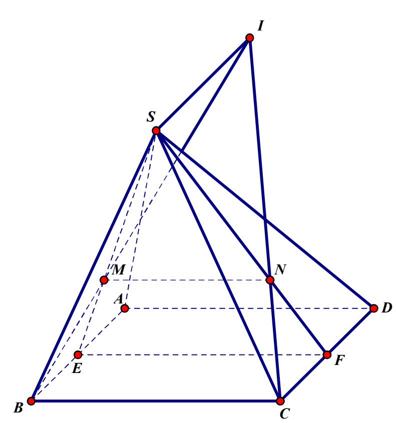
Vậy thiết diện của mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M,N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM;CN$. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD.

Ta có $I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

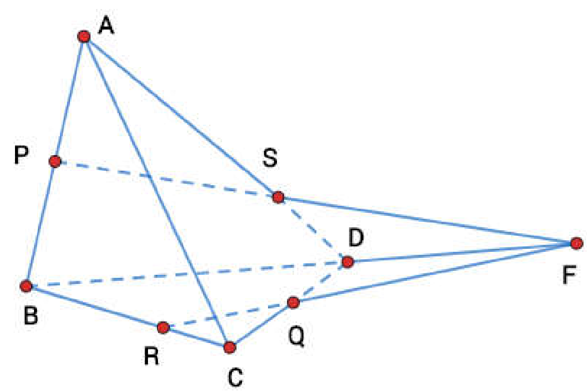
Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array}\right\} \Rightarrow SI // AB // CD$. Vì $SI // CD$ nên $SI // CF$.

Theo định lý Ta – let ta có: $\dfrac{SI}{CF} = \dfrac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \dfrac{SI}{CD} = 1$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD. Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD. Khi đó

A. $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.

Lời giải



Chọn B

Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD tại S.

Ta có $\dfrac{DF}{FB} \cdot \dfrac{BR}{RC} \cdot \dfrac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \dfrac{DF}{FB} = \dfrac{RC}{BR} = \dfrac{1}{2}$.

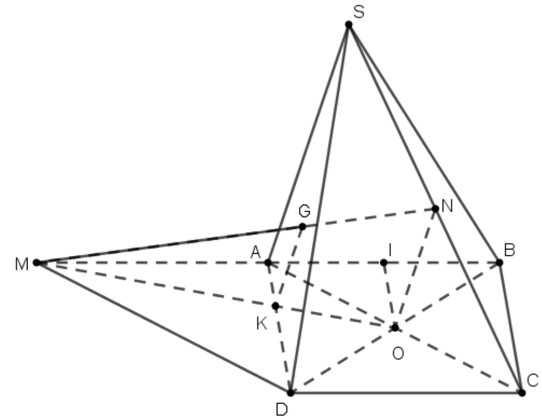
Tương tự ta có $\dfrac{DF}{FB} \cdot \dfrac{BP}{PA} \cdot \dfrac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \dfrac{SA}{SD} = \dfrac{FB}{DF} = 2 \Rightarrow SA = 2SD$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GN}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K. Vì O là trung điểm AC, N là trung điểm SC nên $ON // SA$ (tính chất đường trung bình). Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO. Áp dụng định lí Talet cho $GK // ON$, ta có:

$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO}$ (1)

Gọi I là trung điểm của AB, vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI // AD$, vậy theo định lí Talet:

$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2$. (2)

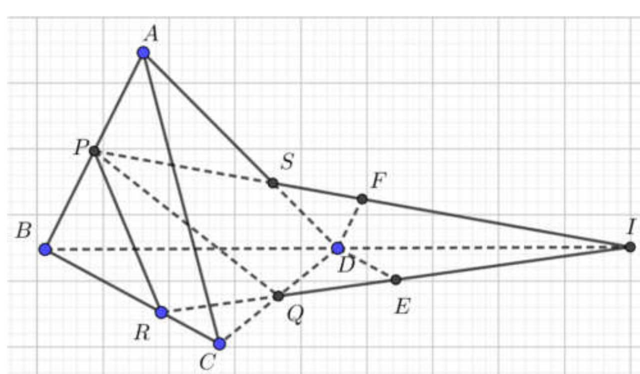
Từ (1) và (2), ta có $\frac{GM}{GN} = 2$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD. Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (BCD), gọi $I = RQ \cap BD$.

Trong (ABD), gọi $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Trong mặt phẳng (BCD), dựng $DE // BC \Rightarrow DE$ là đường trung bình của tam giác IBR.

$\Rightarrow D$ là trung điểm của BI.

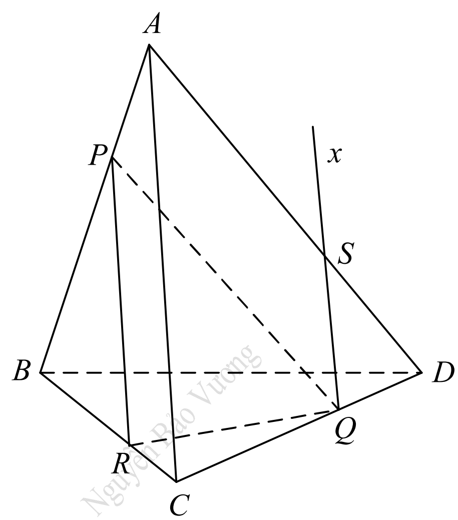
Trong (ABD), dựng $DF // AB \Rightarrow \frac{DF}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DF}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR // AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $AS = 3DS$. **B.** $AD = 3DS$. **C.** $AD = 2DS$. **D.** $AS = DS$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PRQ); AC \subset (ACD) \\ PR // AC \end{cases} \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = Qx$ với $Qx // PR // AC$

Gọi $S = Qx \cap AD \Rightarrow S = (PQR) \cap AD$

Xét tam giác ACD có $QS // AC$

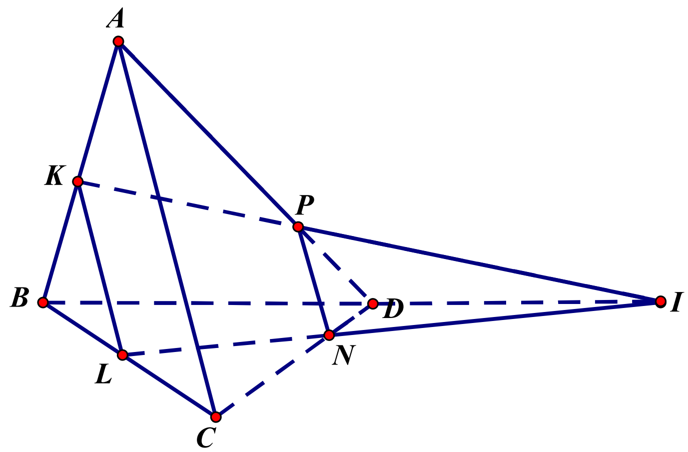
Ta có: $\frac{SD}{AD} = \frac{QD}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = 3SD$.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{PA}{PD} = 2$.

Lời giải

Chọn D



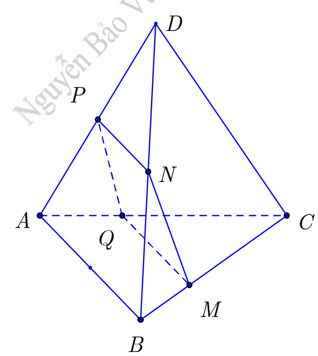
Giả sử $LN \cap BD = I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN) \cap AD = P$

Ta có: $KL // AC \Rightarrow PN // AC$ Suy ra: $\frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. **C.** $\frac{QC}{QA} = 2$. **D.** $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Ta có $NP // AB \Rightarrow AB // (MNP)$.

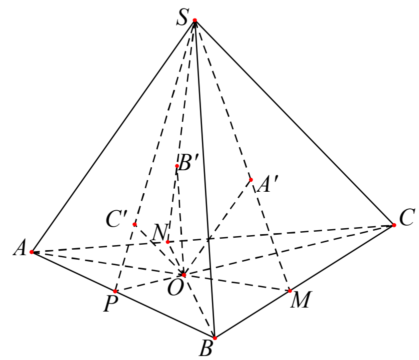
Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ // AB$ $(Q \in AC)$.

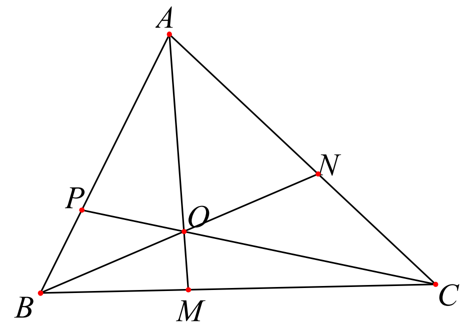
Ta có: $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$. Vậy

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC),(SCA),(SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó tổng tỉ số $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

A. $T = 3$. **B.** $T = \frac{3}{4}$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = \frac{1}{3}$.

Lời giải





Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC, BO và AC, CO và AB.

Ta có $\dfrac{OA'}{SA} = \dfrac{MO}{MA} = \dfrac{S_{CMO}}{S_{CMA}} = \dfrac{S_{BMO}}{S_{BMA}} = \dfrac{S_{CMO} + S_{BMO}}{S_{CMA} + S_{BMA}} = \dfrac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$

$\dfrac{OB'}{SB} = \dfrac{NO}{NB} = \dfrac{S_{ANO}}{S_{ANB}} = \dfrac{S_{CNO}}{S_{CNB}} = \dfrac{S_{ANO} + S_{CNO}}{S_{ANB} + S_{CNB}} = \dfrac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$.

$\dfrac{OC'}{SC} = \dfrac{PO}{PC} = \dfrac{S_{APO}}{S_{APC}} = \dfrac{S_{BPO}}{S_{BPC}} = \dfrac{S_{APO} + S_{BPO}}{S_{APC} + S_{BPC}} = \dfrac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$

Từ đó $T = \dfrac{OA'}{SA} + \dfrac{OB'}{SB} + \dfrac{OC'}{SC} = \dfrac{S_{OBC}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{OAC}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{OAB}}{S_{ABC}} = \dfrac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$.

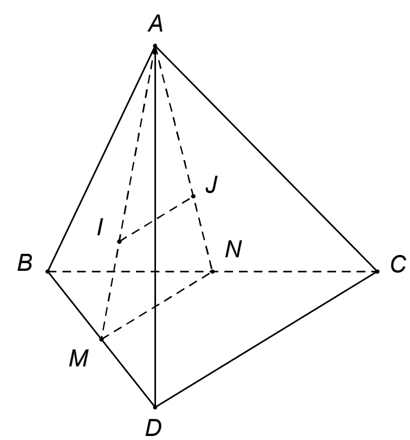
Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. IJ song song với CD.. **B.** IJ song song với AB..

C. IJ chéo CD.. **D.** IJ cắt AB.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD.

$\Rightarrow$ MN là đường trung bình của tam giác BCD $\Rightarrow MN // CD\ (1)$

I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN\,(2)$

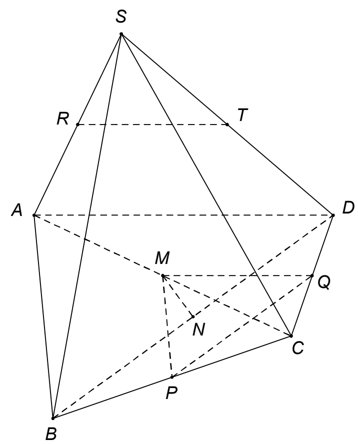
Từ (1) và (2) suy ra: $IJ \parallel CD.$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và $RT.$. **B.** MQ và $RT.$. **C.** MN và $RT.$. **D.** PQ và RT.

Lời giải

Chọn B



Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của AC, CD

$\Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ \parallel AD\,(1)$

Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của SA, SD

$\Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT \parallel AD\,(2)$

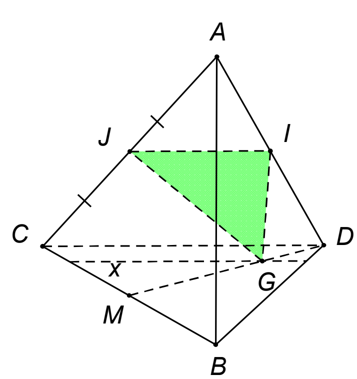
Từ $(1),(2)$ suy ra: $MQ \parallel RT.$.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua I và song song với $AB.$.
B. qua J và song song với $BD.$.
C. qua G và song song với $CD.$.
D. qua G và song song với BC.

Lời giải

Chọn C



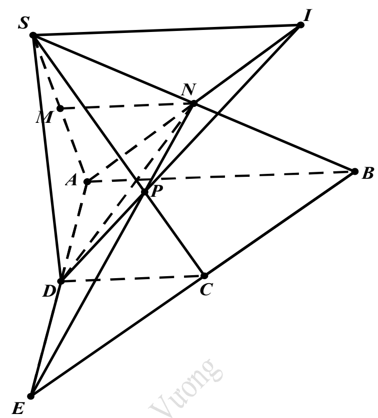
Ta có $\begin{cases}(GIJ)\cap(BCD)=G\\ IJ\subset(GIJ),CD\subset(BCD)\\ IJ\parallel CD\end{cases}\longrightarrow (GIJ)\cap(BCD)=Gx\parallel IJ\parallel CD.$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Gọi P là giao điểm của SC và (ADN), I là giao điểm của AN và DP. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. SI song song với CD. **B.** SI chéo với CD.
C. SI cắt với CD. **D.** SI trùng với CD.

Lời giải

Chọn C



Trong $(ABCD)$ gọi $E=AD\cap BC$, trong (SCD) gọi $P=SC\cap EN$.

Ta có $E\in AD\subset(ADN)\Rightarrow EN\subset(AND)\Rightarrow P\in(ADN)$.

Vậy $P=SC\cap(ADN)$.

Do $I=AN\cap DP\Rightarrow\begin{cases}I\in AN\\ I\in DP\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}I\in(SAB)\\ I\in(SCD)\end{cases}\Rightarrow SI=(SAB)\cap(SCD)$

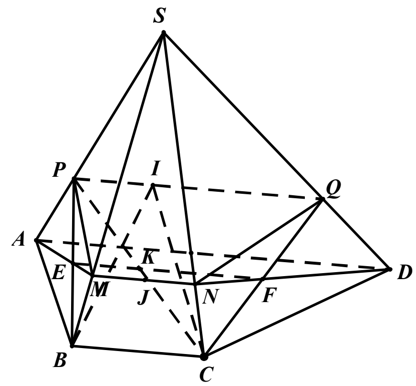
Ta có $\begin{cases}AB\subset(SAB)\\ CD\subset(SCD)\\ AB\parallel CD\\ (SAB)\cap(SCD)=SI\end{cases}\Rightarrow SI\parallel CD.$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC. Biết $AD=a,BC=b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB,SC lần lượt tại M,N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA,SD tại P,Q. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN song sonng với PQ. **B.** MN chéo với PQ.
C. MN cắt với PQ. **D.** MN trùng với PQ.

Lời giải

Chọn C



Ta có $I\in(SAD)\Rightarrow I\in(SAD)\cap(IBC)$.

Vậy $\begin{cases} AD\subset(SAD) \\ BC\subset(IBC) \\ AD\parallel BC \\ (SAD)\cap(IBC)=PQ \end{cases} \Rightarrow PQ\parallel AD\parallel BC \quad (1)$

Tương tự $J\in(SBC)\Rightarrow J\in(SBC)\cap(ADJ)$

Vậy $\begin{cases} AD\subset(ADJ) \\ BC\subset(SBC) \\ AD\parallel BC \\ (SBC)\cap(ADJ)=MN \end{cases} \Rightarrow MN\parallel AD\parallel BC \quad (2)$

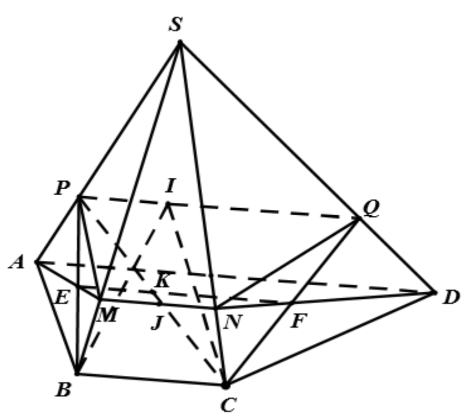
Từ (1) và (2) suy ra $MN\parallel PQ$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC. Biết $AD=a,\ BC=b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB,SC lần lượt tại M,N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA,SD tại P,Q. Giả sử AM cắt BD tại E; CQ cắt DN tại F. Độ dài đoạn thẳng EF là:

A. $EF=\frac{1}{2}(a+b)$. **B.** $EF=\frac{3}{5}(a+b)$. **C.** $EF=\frac{2}{3}(a+b)$. **D.** $EF=\frac{2}{5}(a+b)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $E = AM \cap BP \Rightarrow$ Gọi $K = CP \cap EF \Rightarrow EF = EK + KF$.

Ta có $EK \parallel BC \Rightarrow \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB}(1)$

$PM \parallel AB \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{PM}{AB}$; Mà $\frac{PM}{AB} = \frac{SP}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{2}{3}$

Từ (1) suy ra $\frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} = \frac{PE}{PE+EB} = \frac{1}{1+\frac{EB}{PE}} = \frac{2}{5} \Rightarrow EK = \frac{2}{5}BC = \frac{2}{5}b$

Tương tự $KF = \frac{2}{5}a$. Vậy $EF = EK + KF = \frac{2}{5}(a+b)$.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. qua I và song song với AB. **B.** qua J và song song với BD.

C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC

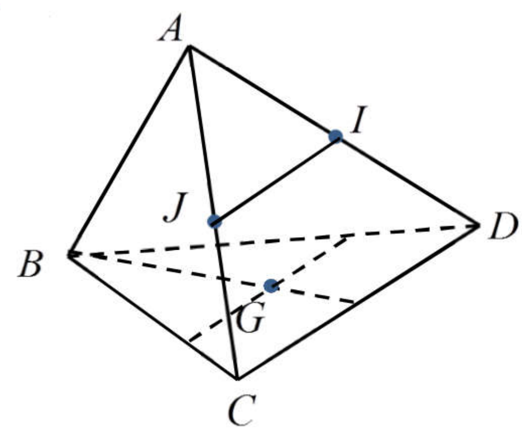
Lời giải

Chọn C

Gọi d là giao tuyến của (GIJ) và (BCD)

Ta có $\begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \parallel CD \\ IJ \subset (GIJ) \\ CD \subset (BCD) \end{cases}$

Suy ra d đi qua G và song song với CD



Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Lời giải

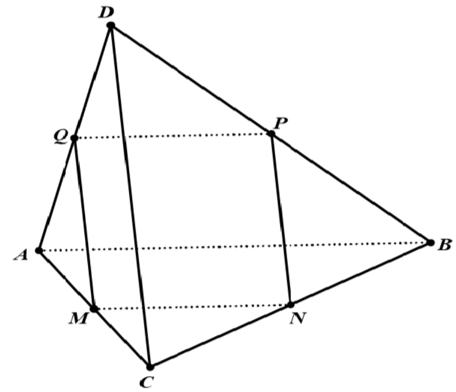
Chọn D

Ta có MN song song PQ (cùng song song AB)

MQ song song PN (cùng song song CD)

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi khi $MQ = PQ \Leftrightarrow AB = CD$



Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AB và CD. Gọi I và lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Tìm điều kiện của AB và CD để thiết diện (IJG) và hình chóp là một hình bình hành.

A. $AB = \frac{2}{3}CD$. **B.** $AB = CD$. **C.** $AB = \frac{3}{2}CD$. **D.** $AB = 3CD$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy thiết diện là $MNIJ$

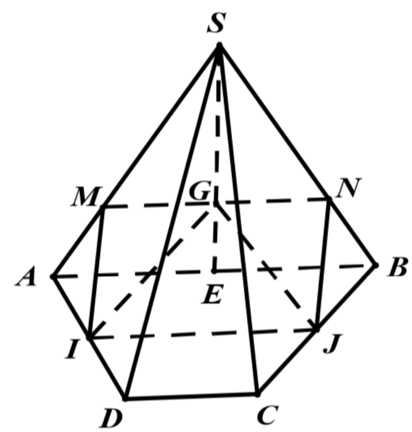
Do G là trọng tâm của tam giác SAB và

$MN \parallel AB$ nên $\frac{MN}{AB} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$ (E là trung điểm của AB)

$\Rightarrow MN = \frac{2}{3}AB$

Lại có $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$

Vì $MN \parallel IJ$ nên $MNIJ$ là hình thang,



do đó $MNIJ$ là hình bình hành nên $MN = IJ$

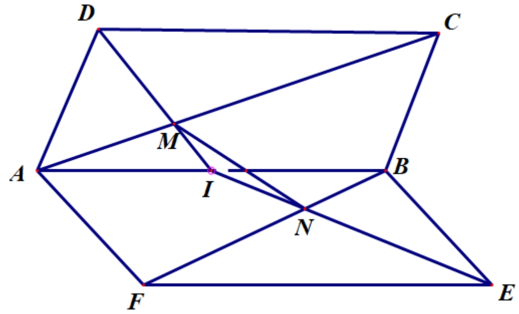
$\Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow AB = 3CD$

Câu 47. Hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên cạnh AC lấy điểm M và trên cạnh BF lấy điểm N sao cho $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = k$. Tìm k để $MN // DE$.

A. $k = \frac{1}{3}$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = \frac{1}{2}$. **D.** $k = 2$.

Lời giải

Chọn A



$MN//DE \Rightarrow \begin{cases} DM \cap NE = I \\ \dfrac{IM}{DM} = \dfrac{IN}{NE} \end{cases}$ Lại có $\dfrac{IM}{DM} = \dfrac{IA}{DC} = \dfrac{AM}{MC} = \dfrac{k}{1-k}$; $\dfrac{IN}{NE} = \dfrac{BI}{EF} = \dfrac{BN}{NF} = \dfrac{k}{1-k}$;

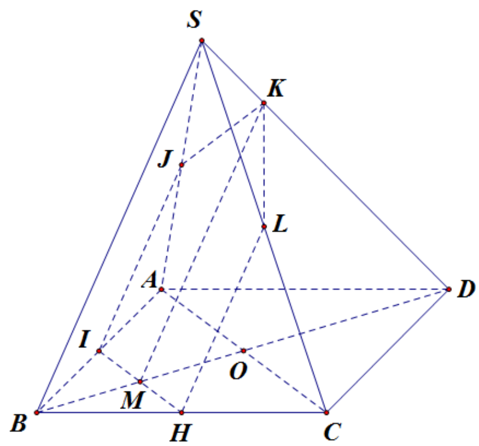
Mặt khác $\dfrac{AI}{DC} + \dfrac{BI}{EF} = \dfrac{AI}{FE} + \dfrac{BI}{EF} = 1 \Rightarrow 2.\dfrac{k}{1-k} = 1 \Rightarrow k = \dfrac{1}{3}$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của OB, (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và song song với SB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác. **D.** Tứ giác.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (ABCD) \supset AC // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1$ đi qua M và song song với AC.

Trong $(ABCD)$, gọi I, H lần lượt là giao điểm của d_1 với AB và BC. Khi đó, I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC.

Ta lại có:

$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (SAB) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (AB) = d_2$ đi qua I và song song với SB.

Trong (SAB), gọi J là giao điểm của d_2 với SA. Khi đó, J là trung điểm của SA.

Ta cũng có:

$\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (SBC) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = d_3$ đi qua H và song song với SB.

Trong (SBC), gọi L là giao điểm của d_3 với SC. Khi đó, L là trung điểm của SC.

Mặt khác:

$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (SBD) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = d_4$ đi qua M và song song với SB.

Trong (SBC), gọi K là giao điểm của d_4 với SD.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $HIJKL$.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điêm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

A. Tam giác MNE.

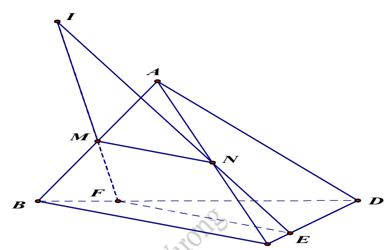
B. Tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Lời giải

Chọn D



Do M, N lần lượt là trung điêm của AB, AC $\Rightarrow MN // BC$.

Ta có

$\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE), BC \subset (BCD) \Rightarrow (MNE) \cap (BCD) = EF // MN // BC \quad (F \in BD) \\ MN // BC \end{cases}$.

Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$, $(MNE) \cap (BCD) = EF$, $(MNE) \cap (ABD) = FM$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ (vì $EF // MN$).

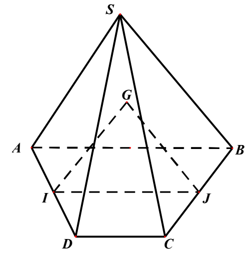
Xét ΔCAD có $\dfrac{CN}{CA} = \dfrac{1}{2} \neq \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow EN \cap AD = I$.

Ta có

$\left. \begin{array}{l} (MNE) \cap (ABD) = FM \\ (ABD) \cap (ACD) = AD \\ (MNE) \cap (ACD) = EN \\ EN \cap AD = I \end{array} \right\} \Rightarrow MN, AD, FM$ đồng qui tại I.

Do đó $MNEF$ không thể là hình bình hành.

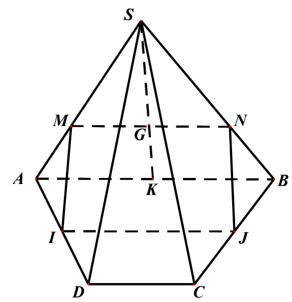
Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.



A. $k=4$. **B.** $k=2$. **C.** $k=1$. **D.** $k=3$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB) là đường thẳng Gx đi qua G và song song với các đường thẳng AB, IJ. Giao tuyến Gx cắt SA tại M và cắt SB tại N.

Thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $IJNM$ vì $IJ // MN$.

IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên ta có:

$IJ=\dfrac{AB+CD}{2}=\dfrac{kCD+CD}{2}=\dfrac{k+1}{2}CD$.

G là trọng tâm tam giác SAB nên $MN=\dfrac{2}{3}AB=\dfrac{2}{3}kCD$.

Để $IJNM$ là hình bình hành ta cần phải có $IJ=MN$

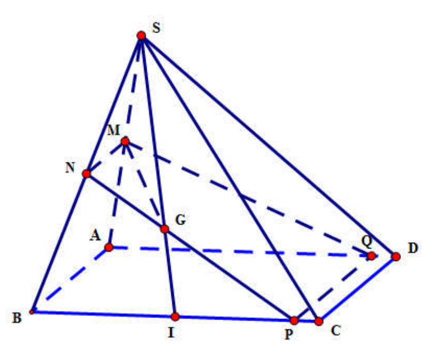
$\Leftrightarrow \dfrac{k+1}{2}CD=\dfrac{2}{3}kCD \Leftrightarrow \dfrac{k+1}{2}=\dfrac{2k}{3} \Leftrightarrow k=3$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\dfrac{SG}{SI}=\dfrac{3}{5}$.Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

A. hình thang. **B.** hình tam giác. **C.** hình bình hành. **D.** hình ngũ giác.

Lời giải

Chọn A



Xét trong mặt phẳng (SBC) ta có $NG\cap BC=\{P\}$.

Vì $MN//AB$ nên $(MNG)\cap(ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P song song với AB,CD và cắt AD tại Q.

Do đó: $\begin{cases}(MNG)\cap(SAB)=MN\\(MNG)\cap(SBC)=NP\\(MNG)\cap(ABCD)=PQ\\(MNG)\cap(SAD)=QM\end{cases}$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là tứ giác $MNPQ$.

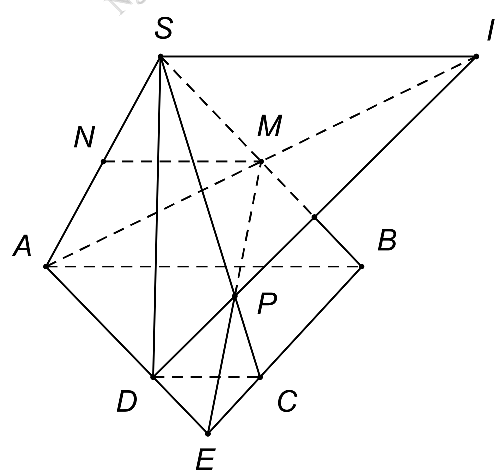
Nhận xét: $\begin{cases}(MNG)\cap(SAB)=MN\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\(MNG)\cap(ABCD)=PQ\\AB//MN\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}PQ//AB\\PQ//MN\end{cases}$.

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là hình thang $MNPQ$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Gọi P là giao điểm của SC và (AND). Gọi I là giao điểm của AN và DP. Hỏi tứ giác $SABI$ là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật.
C. Hình vuông. **D.** Hình thoi.

Lời giải



Gọi $E=AD\cap BC$, $P=NE\cap SC$. Suy ra $P=SC\cap(AND)$.

Ta có

- S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD);
- $I=DP\cap AN\Rightarrow I$ là điểm chugn thứ hai của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Suy ra $SI=(SAB)\cap(SCD)$. Mà $AB\parallel CD\longrightarrow SI\parallel AB\parallel CD$.

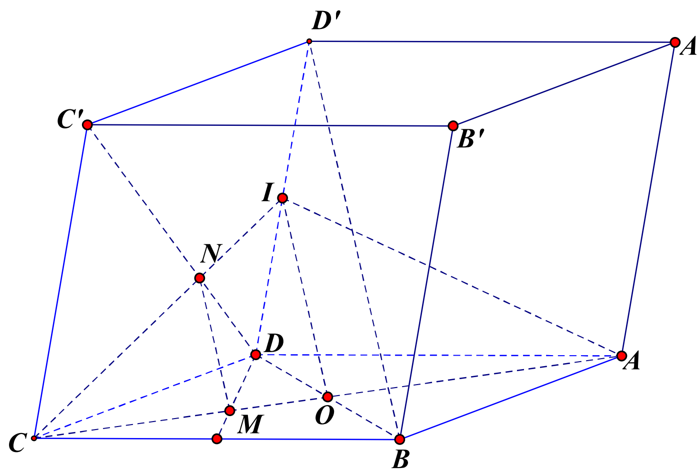
Vì MN là đường trung bình của tam giác SAB và chứng minh được cũng là đường trung bình của tam giác SAI nên suy ra $SI=AB$.

Vậy $SABI$ là hình bình hành.

Câu 53. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BD'$.

A. $x = \frac{2}{3}$. **B.** $x = \frac{1}{3}$. **C.** $x = \frac{1}{4}$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Ta có: M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Nên M là trọng tâm của tam giác BCD.

Gọi O và I lần lượt là trung điểm của AC và DD'. Khi đó ta có: $BD' \parallel (IAC)$.

Trong $(CDD'C')$, gọi $N' = CI \cap C'D$. Suy ra N' là trọng tâm tam giác CDD'.

Do đó: $\frac{CM}{CO} = \frac{2}{3} = \frac{CN'}{CI} \Rightarrow MN' \parallel OI$, mà $OI \parallel BD'$ nên $MN' \parallel BD'$.

Vậy $N' \equiv N$ và $x = \frac{2}{3}$.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T). Khẳng định nào sau đây đúng?

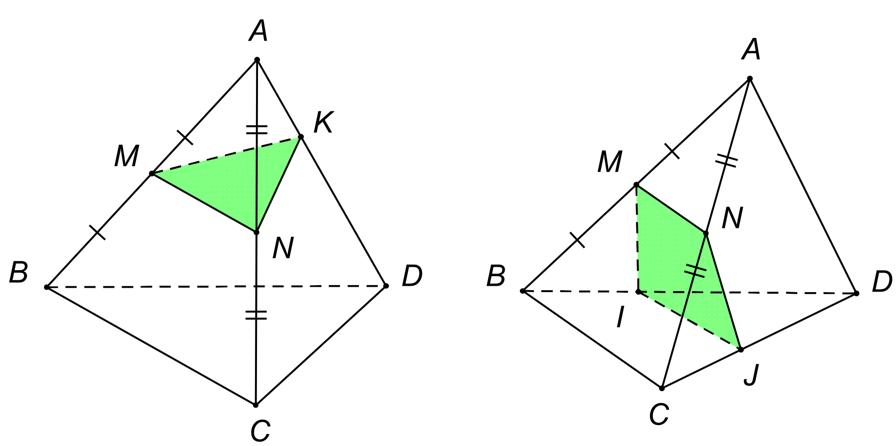
A. (T) là hình chữ nhật.

B. (T) là tam giác.

C. (T) là hình thoi.

D. (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Lời giải



Trường hợp $(\alpha) \cap AD = K$

$\longrightarrow (T)$ là tam giác MNK. Do đó A và C sai.

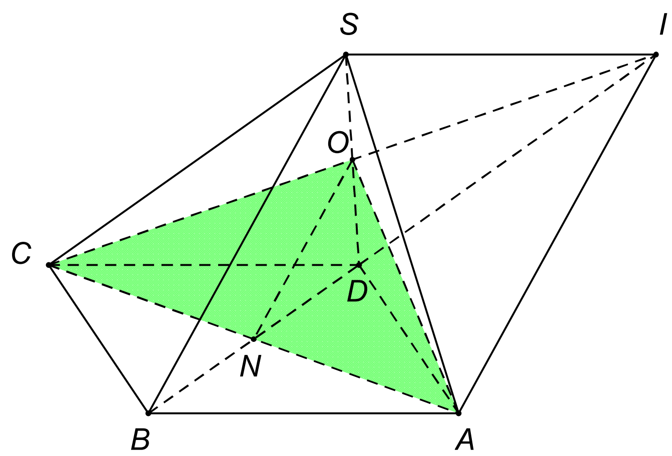
Trường hợp $(\alpha)\cap(BCD)=IJ$, với $I\in BD, J\in CD$; I,J không trùng D.

$\longrightarrow (T)$ là tứ giác. Do đó B đúng.

Câu 55. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $CDIS$ không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác SAC cân tại S, $SB=8$. Thiết diện của mặt phẳng (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng:

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $10\sqrt{2}$. **D.** $9\sqrt{2}$.

Lời giải



Gọi $O=SD\cap CI; N=AC\cap BD$.

$\Rightarrow O,N$ lần lượt là trung điểm của $DS,DB \Rightarrow ON=\frac{1}{2}SB=4$.

Thiết diện của $mp(ACI)$ và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác ΔOCA.

Tam giác ΔSAC cân tại $S \Rightarrow SC=SA \Rightarrow \Delta SDC=\Delta SDA$

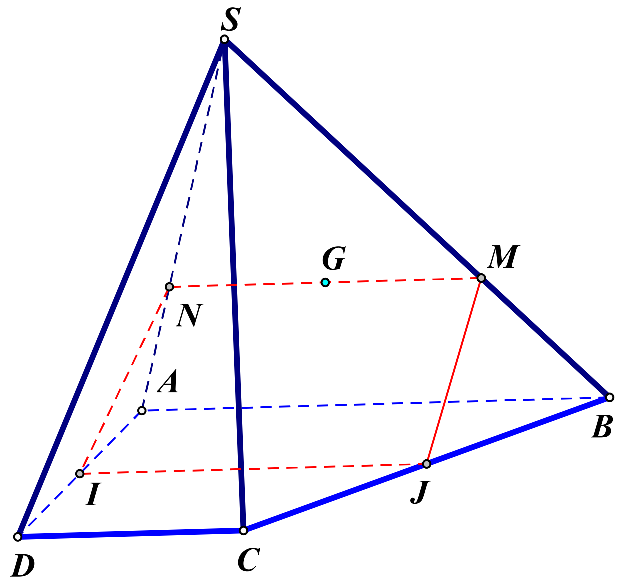
$\Rightarrow CO=AO$ (cùng là đường trung tuyến của 2 định tương ứng) $\Rightarrow \Delta OCA$ cân tại O

$\Rightarrow S_{\Delta OCA}=\frac{1}{2}ON.AC=\frac{1}{2}.4.4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$. **Chọn B.**

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (JIG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB=3CD$. **B.** $AB=\frac{1}{3}CD$. **C.** $AB=\frac{3}{2}CD$. **D.** $AB=\frac{2}{3}CD$.

Lời giải



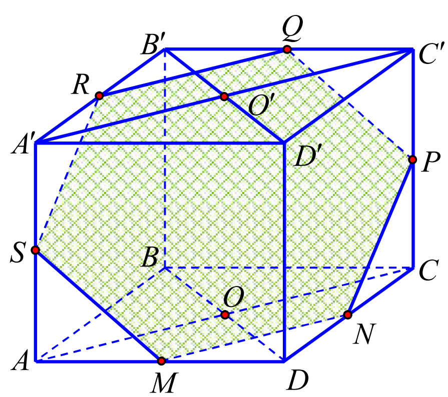
Ta có thiết diện là tứ giác $NIJM$ để thấy $JI \parallel NM$, đặt $AB = a, CD = x$ do $NIJM$ là hình bình hành nên $NM = JI \Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD)$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}a = \frac{1}{2}(a + x) \Leftrightarrow 4a = 3a + 3x \Leftrightarrow a = 3x$. Vậy $AB = 3CD$.

Câu 57. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



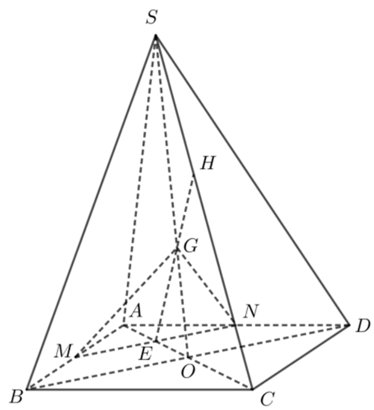
Ta có $\begin{cases} MN // AC \\ NP // AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (AB'C)$

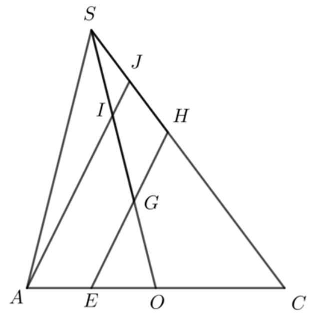
$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\frac{SH}{SC}$

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải





Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in EG; EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG và SH.

Ta có $\begin{cases} IJ \,//\, HG \\ IA \,//\, GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng

Xét ΔACJ có $EH \,//\, AJ \Rightarrow \dfrac{CH}{HJ} = \dfrac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.

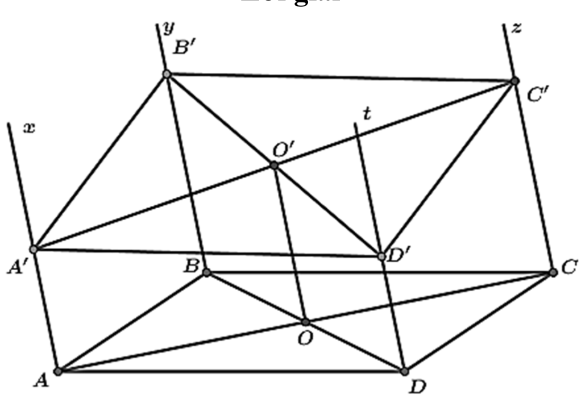
Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

Vậy $\dfrac{SH}{SC} = \dfrac{2}{5}$.

Câu 59. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3$, $BB' = 5$, $CC' = 4$. Tính DD'.

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải



Do (P) cắt mặt phẳng (Ax, By) theo giao tuyến $A'B'$; cắt mặt phẳng (Cz, Dt) theo giao tuyến $C'D'$, mà hai mặt phẳng (Ax, By) và (Cz, Dt) song song nên $A'B' // C'D'$.

Tương tự có $A'D' // B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

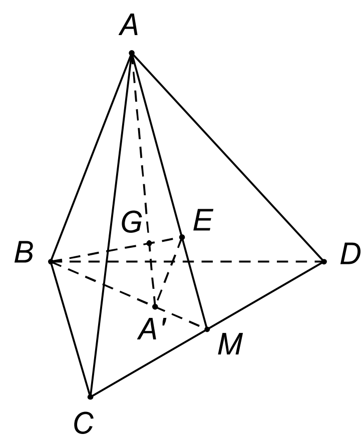
Gọi O, O' lần lượt là tâm $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng có OO' là đường trung bình của hai hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ nên $OO'=\frac{AA'+CC'}{2}=\frac{BB'+DD'}{2}$.

Từ đó ta có $DD'=2$.

Câu 60. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Gọi A' là trọng tâm của tam giác BCD. Tính tỉ số $\frac{GA}{GA'}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi E là trọng tâm của tam giác ACD, M là trung điểm của CD.

Nối BE cắt AA' tại G suy ra G là trọng tâm tứ diện.

Xét tam giác MAB, có $\frac{ME}{MA}=\frac{MA'}{MB}=\frac{1}{3}$ suy ra $A'E // AB \Rightarrow \frac{A'E}{AB}=\frac{1}{3}$.

Khi đó, theo định lí Talet suy ra $\frac{A'E}{AB}=\frac{A'G}{AG}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{GA}{GA'}=3$.

Câu 61. Cho tứ diện $ABCD$ trong đó có tam giác BCD không cân. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD và G là trung điểm của đoạn MN. Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD). Khẳng định nào sau đây đúng?

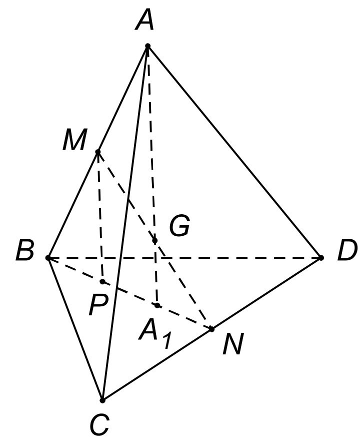
A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD.

B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD.

C. A_1 là trực tâm tam giác BCD.

D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD.

Lời giải



Mặt phẳng (ABN) cắt mặt phẳng (BCD) theo giao tuyến BN.

Mà $AG \subset (ABN)$ suy ra AG cắt BN tại điểm A_1.

Qua M dựng $MP // AA_1$ với $M \in BN$.

Có M là trung điểm của AB suy ra P là trung điểm $BA_1 \Rightarrow BP = PA_1 \quad (1)$.

Tam giác MNP có $MP // GA_1$ và G là trung điểm của MN.

$\Rightarrow A_1$ là trung điểm của $NP \Rightarrow PA_1 = NA_1 \qquad (2)$.

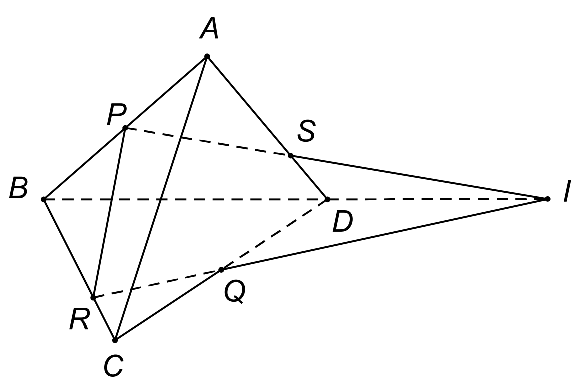
Từ $(1),(2)$ suy ra $BP = PA_1 = A_1N \Rightarrow \dfrac{BA_1}{BN} = \dfrac{2}{3}$ mà N là trung điểm của CD.

Do đó, A_1 là trọng tâm của tam giác BCD.

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P,Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD. Tính tỉ số $\dfrac{SA}{SD}$.

A. 2.   **B.** 1.   **C.** $\dfrac{1}{2}$.   **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của BD và RQ. Nối P với I, cắt AD tại S.

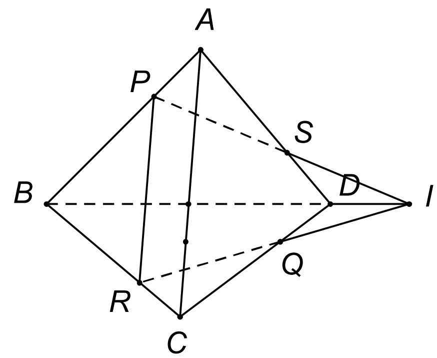
Xét tam giác BCD bị cắt bởi IR, ta có $\dfrac{DI}{IB}.\dfrac{BR}{RC}.\dfrac{CQ}{QD} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{DI}{IB}.2.1 = 1 \Leftrightarrow \dfrac{DI}{IB} = \dfrac{1}{2}$.

Xét tam giác ABD bị cắt bởi PI, ta có $\dfrac{AS}{SD}.\dfrac{DI}{IB}.\dfrac{BP}{PA} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{SA}{SD}.\dfrac{1}{2}.1 = 1 \Leftrightarrow \dfrac{SA}{SD} = 2$.

Câu 63. Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P,Q,R lần lượt lấy trên ba cạnh AB,CD,BC. Cho $PR//AC$ và $CQ=2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S. **Chọn** khẳng định đúng?

A. $AD=3DS$. **B.** $AD=2DS$. **C.** $AS=3DS$. **D.** $AS=DS$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của BD và RQ. Nối P với I, cắt AD tại S.

Ta có $\frac{DI}{IB}.\frac{BR}{RC}.\frac{CQ}{QD}=1$ mà $\frac{CQ}{QD}=2$ suy ra $\frac{DI}{IB}.\frac{BR}{RC}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{DI}{IB}=\frac{1}{2}.\frac{RC}{BR}$.

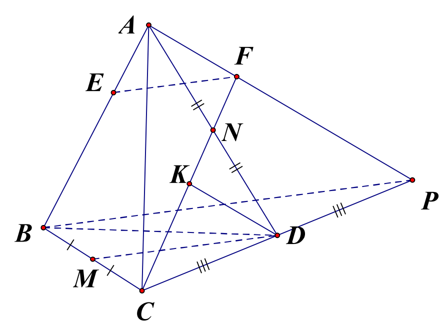
Vì PR song song với AC suy ra $\frac{RC}{BR}=\frac{AP}{PB}\Rightarrow\frac{DI}{IB}=\frac{1}{2}.\frac{AP}{PB}$.

Lại có $\frac{SA}{SD}.\frac{DI}{IB}.\frac{BP}{PA}=1\Rightarrow\frac{SA}{SD}.\frac{1}{2}.\frac{AP}{PB}.\frac{BP}{PA}=1\Leftrightarrow\frac{SA}{SD}=2\longrightarrow AD=3DS$.

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Trên đường thẳng AB lấy điểm E, trên đường thẳng CN lấy điểm F sao cho EF song song với DM. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Gọi P là điểm đối xứng với điểm C qua D. Khi đó, $AP=(ABP)\cap(ACD)$; $MD//BP$ và $BP=2MD=\sqrt{3}$.

$\Rightarrow MD\subset(ABP)$. Theo giả thiết $E\in AB$ và EF song song MD nên $F\in AP$. Do đó, $F=CN\cap AP$.

Kẻ đường thẳng d qua F và song song với BP (hay MD), ta có $E=d\cap AB$.

(Ta chú ý rằng hai điểm E, F xác định như trên là duy nhất)

Gọi K là trung điểm CF ta có $AF = DK = \frac{1}{2}FP$. Mà $\Delta AEF \sim \Delta ABP$ nên $\frac{EF}{BP} = \frac{AF}{AP} = \frac{1}{3}$

Vậy $EF = \frac{1}{3}BP = \frac{\sqrt{3}}{3}$.