BÀI 2. GIỚI HẠN HÀM SỐ

- CHƯƠNG 3. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC
- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho các giới hạn: $\lim_{x \to x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \to x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \to x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \to x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \to x_0} 3f(x) - \lim_{x \to x_0} 4g(x) = 3\lim_{x \to x_0} f(x) - 4\lim_{x \to x_0} g(x) = -6$.

Câu 2. Giá trị của $\lim_{x \to 1}(2x^2 - 3x + 1)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \to 1}(2x^2 - 3x + 1) = 0$.

Câu 3. Tính giới hạn $L = \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x+3}$

A. $L = -\infty$. **B.** $L = 0$. **C.** $L = +\infty$. **D.** $L = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $L = \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{3-3}{3+3} = 0$.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{x \to 1}(3x^2 - 2x + 1)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải.

Chọn B

$\lim_{x \to 1}(3x^2 - 2x + 1) = 3.1^2 - 2.1 + 1 = 2.$

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \to -1}(x^2 - x + 7)$ bằng?

A. 5. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \to -1}(x^2 - x + 7) = (-1)^2 - (-1) + 7 = 9$.

Câu 6. Giới hạn $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}=\dfrac{1^2-2.1+3}{1+1}=1$.

Câu 7. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{2+2}{2-1}=4$

Câu 8. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left|x^2-4\right|$ bằng

A. -5. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left|x^2-4\right|=\left|3-4\right|=1$

Câu 9. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x+2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x+2}=\dfrac{2}{3}$

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+2020}{2x-1}$.

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$ **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+2020}{2x-1}=\dfrac{1^3-2.1^2+2020}{2.1-1}=2019$.

Câu 11. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2\left|x+1\right|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}=\dfrac{2-5}{-1}=3$.

Câu 12. Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+1}{x^2+x+4}$.

A. $-\dfrac{1}{6}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Với $x=-2$; $x^2+x+4\neq 0$

Nên $A=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+1}{x^2+x+4}=\dfrac{(-2)+1}{(-2)^2+(-2)+4}=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 13. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-3}{(x-1)^2}$ **B.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-2}{(x-1)^2}$ **C.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-x-1}{(x-1)^2}$ **D.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{(x-1)^2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)^2\geq 0, \forall x\neq 1$

Do đó để giới hạn bằng $+\infty$ thì giới hạn của tử phải dương

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{(x-1)^2}=+\infty.$

Câu 14. Cho $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=-2$. Tính $\lim\limits_{x\to 3}\left[f(x)+4x-1\right]$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\left[f(x)+4x-1\right]=9$.

Câu 15. Biểu thức $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{2}{\pi}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Vì $\sin\dfrac{\pi}{2}=1$ nên $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}=\dfrac{2}{\pi}$.

Câu 16. Cho $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I-J$.

A. 6. **B.** 3. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Ta có

$I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6}{\sqrt{3x+1}+1}=3$.

$J=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+1)(x-2)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}(x-2)=-3$.

Khi đó $I-J=6$.

Câu 17. Gọi A là giới hạn của hàm số $f(x)=\dfrac{x+x^2+x^3+...+x^{50}-50}{x-1}$ khi x tiến đến 1. Tính giá trị của A.

A. A không tồn tại. **B.** $A=1725$. **C.** $A=1527$. **D.** $A=1275$.

Lời giải

Có: $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+x^2+x^3+...+x^{50}-50}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\left[1+(x+1)+\left(x^2+x+1\right)+....+\left(x^{49}+x^{48}+...+1\right)\right]$

$=1+2+3+.....+50=25(1+50)=1275.$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=1275$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;\,b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a;\,b]$ là?

A. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Lời giải

Hàm số f xác định trên đoạn $[a;\,b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a;\,b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;\,b)$, đồng thời $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ do $\lim\limits_{x\to 0^+}x=0$ và $x>0$. Vậy đáp án A đúng.

Suy ra đáp án B sai.

Các đáp án C và D đúng. Giải thích tương tự đáp án **A.**

Câu 20. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}=-3$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}=-3$ (loại).

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+}(-3x+4)=-2;\ \lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)=0;\ x-2>0, \forall x>2$ nên $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}=-\infty$

Câu 21. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^3+2x+3\right)$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 4^-}(2x-1)=7>0$, $\lim\limits_{x\to 4^-}(4-x)=0$ và $4-x>0$ với mọi $x<4$

Do đó $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}=+\infty$.

Câu 22. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(-2x+1)=-1<0$, $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$, $x-1>0$ khi $x\to 1^+$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}=-\infty$.

Câu 23. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\infty$ **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x+2}{x-1}=-\infty \text{ vì } \begin{cases}\lim\limits_{x\to 1}(x+2)=3>0\\ \lim\limits_{x\to 1}(x-1)=0\\ x-1<0, \forall x<1\end{cases}.$$

Câu 24. $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$ bằng?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}=\dfrac{\sqrt{4}+1}{-1-1}=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 25. Tính $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{1}{x-3}$.

A. $-\dfrac{1}{6}$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^-}(x-3)=0, x-3<0, \forall x<3$.

Câu 26. Tính $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{x-1}$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{x-1}=-\infty$ do $\lim\limits_{x\to 1^-}(x+1)=2>0$, $\lim\limits_{x\to 1^-}(x-1)=0$ và $(x-1)<0$ với $x<1$.

Câu 27. Giới hạn $\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{x-a}$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{2a}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to a^-}1=1>0\\ \lim\limits_{x\to a^-}(1-a)=0\\ x-a<0 \text{ khi } x\to a^-\end{cases}$

Vậy $\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{1}{x-a}=-\infty$.

Câu 28. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** Kết quả khác.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x}\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}=0$.

Câu 29. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+}(-2x+1)=-1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0 \\ x\to 1^+ \Rightarrow x-1>0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{-2x+1}{x-1}=-\infty$$

Câu 30. Cho $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

A. $+\infty$. **B.** 1 **C.** 0. **D.** $-\infty$

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\frac{x(x-2)^2}{x^2-4}} = \lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\frac{(x-2)x}{x+2}}=0$$

Câu 31. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=x+1; g(x)=x-1$. Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=2; \lim\limits_{x\to 1^+} g(x)=0; g(x)>0 khi x\to 1^+$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=+\infty$.

Câu 32. Tìm $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1-2x}{x-1}$.

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(1-2x)=-1$; $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$ và $x-1>0, \forall x>1$

$$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1-2x}{x-1}=-\infty.$$

Câu 33. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+1}{x-1}$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-}(x^2+1)=2>0; \lim\limits_{x\to 1^-}(x-1)=0$ và $x-1<0, \forall x<1$ (do $x\to 1^-$)

$$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2+1}{x-1}=-\infty.$$

Câu 34. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**

A. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=-\dfrac{3}{2}$.

B. $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=+\infty$.

D. $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x+1-(x-2)^2}{\sqrt{x^2-x+1}-(x-2)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-3}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{3-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-1+\frac{2}{x}}=-\frac{3}{2}\Rightarrow$$ đáp án **A** đúng.

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1-\frac{2}{x}\right).$$

Do $\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$ và $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1-\frac{2}{x}\right)=2>0$ nên $\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1-\frac{2}{x}\right)=+\infty\Rightarrow$ đáp án **C** đúng.

Do $\lim_{x\to-1^-}(3x+2)=-1<0$ và $x+1<0$ với $\forall x<-1$ nên $\lim_{x\to-1^-}\frac{3x+2}{x+1}=+\infty\Rightarrow$ đáp án **B** sai.

Do $\lim_{x\to-1^+}(3x+2)=-1<0$ và $x+1>0$ với $\forall x>-1$ nên $\lim_{x\to-1^-}\frac{3x+2}{x+1}=-\infty\Rightarrow$ đáp án **D** đúng.

Câu 35. Tìm giới hạn $\lim_{x\to1^+}\frac{4x-3}{x-1}$

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to1^+}\frac{4x-3}{x-1}=+\infty$ vì $\lim_{x\to1^+}(4x-3)=1$, $\lim_{x\to1^+}(x-1)=0$, $x-1>0$ khi $x\to1^+$.

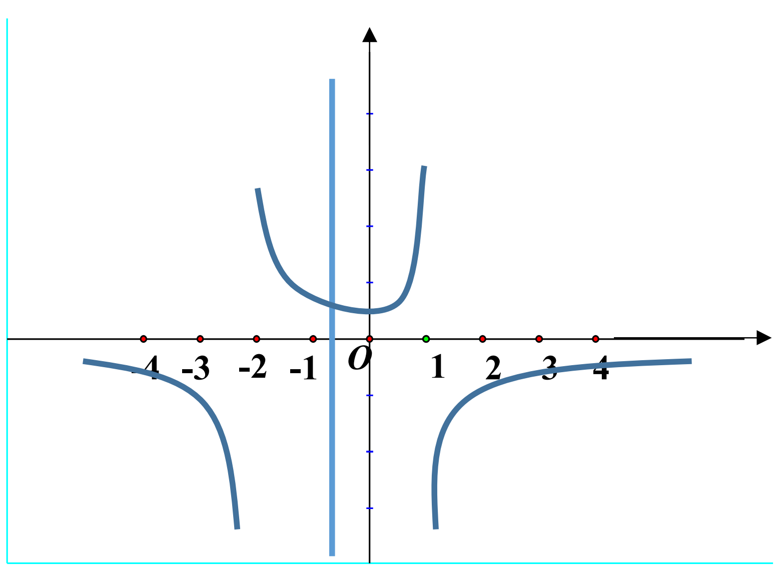
Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{x\to-2^-}\frac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Xét $\lim_{x\to-2^-}\frac{3+2x}{x+2}$ thấy: $\lim_{x\to-2^-}(3+2x)=-1$, $\lim_{x\to-2^-}(x+2)=0$ và $x+2<0$ với mọi $x<-2$ nên $\lim_{x\to-2^-}\frac{3+2x}{x+2}=+\infty$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;+\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x=-2$ và $x=1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



A. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = +\infty$.

B. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = +\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = -\infty$.

D. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = -\infty$.

Lời giải

Ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = +\infty$.

Câu 38. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-2x-3}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1}(x-3) = -4$.

Câu 39. Tính giới hạn bên phải của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-7}{x-2}$ khi $x \to 2$.

A. $-\infty$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^+}(3x-7) = -1 < 0 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}(x-2) = 0 \\ x \to 2^+ \Rightarrow x-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3x-7}{x-2} = -\infty.$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1} & \text{khi } x \ne 1 \\ \dfrac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{4-x-3}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(2+\sqrt{x+3}\right)}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-1}{\left(x+1\right)\left(2+\sqrt{x+3}\right)}=+\infty$.

Câu 41. Biết $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=4$. Khi đó $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{\left(x+1\right)^4}$ bằng:

A. $-\infty$. **B.** 4. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: + $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=4>0$.

+ $\lim\limits_{x\to -1}\left(x+1\right)^4=0$ và với $\forall x\neq -1$ thì $\left(x+1\right)^4>0$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{\left(x+1\right)^4}=+\infty$.

Câu 42. Giả sử ta có $\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=a$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} g\left(x\right)=b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]=a.b$. **B.** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]=a-b$.

C. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\dfrac{a}{b}$. **D.** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]=a+b$.

Lời giải

Vì có thể $b=0$.

Câu 43. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-4x^5-3x^3+x+1\right)$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-4x^5-3x^3+x+1\right)=\lim\limits_{x\to -\infty} x^5\left(-4-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{x^5}\right)=+\infty$.

Vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-4-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{x^5}\right)=-4<0\\ \lim\limits_{x\to -\infty} x^5=-\infty\end{cases}$.

Câu 44. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(2x^3-x^2+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(2x^3-x^2+1\right)=\lim\limits_{x\to -\infty} x^3\left(2-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}\right)=-\infty$.

Câu 45. Giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(3x^3+5x^2-9\sqrt{2}x-2017\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3x^3+5x^2-9\sqrt{2}x-2017\right)=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(3+5\frac{1}{x}-9\sqrt{2}\frac{1}{x^2}-2017\frac{1}{x^3}\right)=-\infty.$$

Câu 46. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{4x+2}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{-1}{4}$. **D.** $\dfrac{-1}{2}$

Lời giải

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{4x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{4+\frac{2}{x}}=\frac{1}{2}.$$

Câu 47. Cho bảng biến thiên hàm số: $y=\dfrac{3-x}{x-2}$, phát biểu nào sau đây là đúng:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	a ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ b

A. a là $\lim\limits_{x\to+\infty}y$. **B.** b là $\lim\limits_{x\to-\infty}y$. **C.** b là $\lim\limits_{x\to1^+}y$. **D.** a là $\lim\limits_{x\to-\infty}y$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a=\lim\limits_{x\to-\infty}y$.

Câu 48. **(SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{2x+5}$ bằng:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn, ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{2x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{x\left(2+\frac{5}{x}\right)}=0$.

Câu 49. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-1}{3+\frac{2}{x}}=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 50. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3-\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}}=3$.

Câu 51. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $-\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3-4x}{5x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(\frac{3}{x}-4\right)}{x\left(5+\frac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\left(\frac{3}{x}-4\right)}{\left(5+\frac{2}{x}\right)}=\frac{-4}{5}.$$

Câu 52. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+8}{x-2}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+8}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(2+\frac{8}{x}\right)}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2+\frac{8}{x}}{1-\frac{2}{x}}=2.$$

Câu 53. Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{x+1}$.

A. $L=-2$. **B.** $L=-1$. **C.** $L=-\frac{1}{2}$. **D.** $L=2$.

Lời giải

Ta có $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(2+\frac{1}{x}\right)}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=\frac{2+0}{1+0}=2$.

Câu 54. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

A. -2. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{3-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{\frac{3}{x}-1}=-2$.

Câu 55. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2018x+3}{2x^2+2018x}$ được.

A. 2018. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2018}$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2018x+3}{2x^2+2018x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2018}{x}+\dfrac{3}{x^2}}{2+\dfrac{2018}{x}}=\dfrac{1}{2}$$

Câu 56. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Chia cả tử và mẫu cho x, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=\dfrac{1}{1}=1$.

Câu 57. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{2x+1}$.

A. $I=-2$. **B.** $I=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\dfrac{2}{x}}{2+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 58. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2+1}$ bằng.

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=0$.

Câu 59. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x}{3x+2}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-x}{3x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{x}-1}{3+\frac{2}{x}}=-\frac{1}{3}$.

Câu 60. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-1}{x+5}$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-1}{x+5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3-\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}}=3$.

Câu 61. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{-x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4+\frac{1}{x}}{-1+\frac{1}{x}}=-4$.

Câu 62. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{6x-2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

• Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{6x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{6-\frac{2}{x}}=\frac{1}{6}$.

Câu 63. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{4x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{4x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{4+\frac{3}{x}}=\frac{1}{4}$.

Câu 64. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x+1}$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left[\frac{1+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}\right]=-\infty.$$

Câu 65. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-3}{x^2+2}$ bằng

A. -2. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-3}{x^2+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}}{1+\frac{2}{x^2}}=\frac{0}{1}=0$.

Câu 66. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x-3}{x+2}$ bằng

A. $\frac{-3}{2}$. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x-3}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-1-\frac{3}{x}}{1+\frac{2}{x}}=-1.$$

Câu 67. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+3x+5}{2-3x^2}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+3x+5}{2-3x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{3}{x}+\frac{5}{x^2}}{\frac{2}{x^2}-3}=-\frac{1}{3}.$$

Câu 68. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

A. $\dfrac{-5}{2}$. **B.** $\dfrac{-2}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-3}{1-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5-\dfrac{3}{x}}{\dfrac{1}{x}-2}=\dfrac{5}{-2}$.

Câu 69. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng.

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1$.

Câu 70. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-5}{-x+3}$ bằng

A. $\dfrac{-5}{3}$. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-5}{-x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{5}{x}}{-1+\dfrac{3}{x}}=\dfrac{2}{-1}=-2$.

Câu 71. Tìm giới hạn $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{1-2x}$

A. $L=3$. **B.** $L=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $L=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $L=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{1-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}-2}=\dfrac{3-0}{0-2}=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 72. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2+2x+3}{x^2+1}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^2+2x+3}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=5$.

Câu 73. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}$:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{1-3x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{\dfrac{1}{x}-3}=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 74. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x}{x^2-1}$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x}{x^2-1}=2$.

Câu 75. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x+1}{x}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}+\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0+0=0$.

Câu 76. Tính $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}$.

A. $-\dfrac{2}{5}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x-7}{-5}=\dfrac{2}{5}$.

Câu 77. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}(x+2)=4$.

Câu 78. Tính $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$ bằng:

A. 3. **B.** 6. **C.** $+\infty$. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\left(x+3\right)=6$.

Câu 79. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

A. $I=-1$. **B.** $I=0$. **C.** $I=1$. **D.** $I=5$.

Lời giải

Chọn A

$I=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x-2\right)\left(x-3\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\left(x-3\right)=-1$.

Câu 80. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x-2)=-1$

Câu 81. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-4}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 82. Tính $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}$.

A. $L=-5$. **B.** $L=0$. **C.** $L=-3$. **D.** $L=5$.

Lời giải

Ta có: $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(x-1\right)\left(x+4\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\left(x+4\right)=5$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 83. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x^3-8} & \text{khi } x>2\\ x+\dfrac{m^2}{2}-2m & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số có giới hạn tại $x=2$.

A. $m=3$ hoặc $m=-2$. **B.** $m=1$ hoặc $m=3$.

C. $m=0$ hoặc $m=1$. **D.** $m=2$ hoặc $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{12}{x^3-8}\right)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+2x-8}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+4}{x^2+2x+4}=\dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(x+\dfrac{m^2}{2}-2m\right)=\dfrac{m^2}{2}-2m+2$

Hàm só có giới hạn tại $x=2$ khi chỉ khi $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\Leftrightarrow \dfrac{m^2}{2}-2m+2=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{m^2}{2}-2m+\dfrac{3}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Câu 84. Gọi a,b là các giá trị để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-4}, x<-2 \\ x+1, x\ge -2\end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2. Tính $3a-b$?

A. 8. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Do hàm số $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 nên $x=-2$ là nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0$, do đó ta $4-2a+b=0$.

Ta viết lại hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2+a}{x-2}, x<-2 \\ x+1, x\ge -2\end{cases}$

Mặt khác hàm số tồn tại giới hạn

$$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} f(2)\Leftrightarrow \dfrac{-2-2+a}{-2-2}=-1\Leftrightarrow a=8\Rightarrow b=12$$

Do đó $3a-b=12$.

Câu 85. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+1 \text{ khi } x>2 \\ 2x^2-x+1 \text{ khi } x\le 2\end{cases}$ có giới hạn tại $x=2$.

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$D=\mathbb{R}$.

Xét: $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^2+ax+1)=2a+5; \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(2x^2-x+1)=7$.

Hàm số $y=f(x)$ có giới hạn tại $x=2$ khi và chỉ khi

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)\Leftrightarrow 2x+5=7\Leftrightarrow a=1.$.

Câu 86. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x>0\\ mx+m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 0\end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có:

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(x+4)-2^2}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\left(mx+m+\frac{1}{4}\right)=m+\frac{1}{4}$$

Hàm số đã cho có giới hạn tại $x=0$ khi và chỉ khi $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}=m+\frac{1}{4}\Leftrightarrow m=0.$$

Câu 87. Giới hạn $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-3x+2}{2x^2+1}$ có kết quả là

A. $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** 2 **D.** $\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-3x+2}{2x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}{2+\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{2}$

Câu 88. Giới hạn $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^5-3x^3+1}{4x^3-2x^4-x^5-3}$ bằng

A. -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^5-3x^3+1}{4x^3-2x^4-x^5-3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{x^5}}{\frac{4}{x^2}-\frac{2}{x}-1-\frac{3}{x^5}}=-2.$$

Câu 89. $\lim_{x\to-\infty}\frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\frac{1}{9}$.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}\right)}{1+\frac{9}{x^2}}=1.$$

Câu 90. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sin x}{x}$?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

ChọnC

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x}+\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x}=1+\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x}=1+0=1$.

(Do $\frac{|\sin x|}{x}\le\frac{1}{x}$ khi $x\to\infty$, mà $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x}=0$).

Câu 91. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)$?

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2\left(2+\frac{1}{x}\right)}+x\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{2+\frac{1}{x}}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{2+\frac{1}{x}}+1\right)\right]$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$ và $=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\sqrt{2+\frac{1}{x}}+1\right)=1-\sqrt{2}<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)=+\infty$.

Câu 92. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}$.

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1+\frac{3}{x}+\frac{5}{x^2}}}{4-\frac{1}{x}}=-\frac{1}{4}$.

Câu 93. Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}}=-2$.

Câu 94. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$.

A. $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(\frac{1}{x}+3\right)}{|x|\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}+3}{\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 95. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}$ bằng?

A. a. **B.** b. **C.** c. **D.** $\dfrac{a+b}{c}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{cx^2+a}{x^2+b}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{c+\frac{a}{x^2}}{1+\frac{b}{x^2}}=\dfrac{c+0}{1+0}=c$.

Câu 96. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1

Lời giải

Chọn D

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}}=1$$

Câu 97. Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x^2}\right)}}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{3}{x}}=-1.$$

Câu 98. Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ là.

A. $-\infty$.

B. -1.

C. $+\infty$.

D. 1

Lờigiải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1-\dfrac{3}{x}}}{x(1+\dfrac{3}{x})}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{3}{x}}}{(1+\dfrac{3}{x})}=-1$.

Câu 99. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4+x^2+2}{\left(x^3+1\right)\left(3x-1\right)}}$ có kết quả là

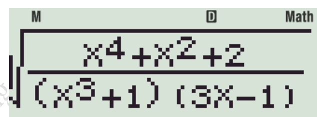
A. $-\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

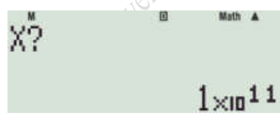
Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4+x^2+2}{\left(x^3+1\right)\left(3x-1\right)}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4\left(1+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x^4}\right)}{x^4\left(1+\dfrac{1}{x^3}\right)\left(3-\dfrac{1}{x}\right)}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{\left(1+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x^4}\right)}{\left(1+\dfrac{1}{x^3}\right)\left(3-\dfrac{1}{x}\right)}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

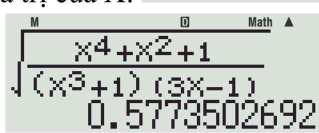
Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio

+ Bước 1: Nhập biểu thức vào màn hình máy tính: 

+ Bước 2: Nhấn phím 

+ Bước 3: Nhập giá trị của X: 

và nhấn phím 

+ Bước 4: Kết quả 

. Vậy chọn đáp án B

Câu 100. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\left(4x+1\right)^3\left(2x+1\right)^4}{\left(3+2x\right)^7}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(4x+1\right)^3\left(2x+1\right)^4}{\left(3+2x\right)^7}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(4+\dfrac{1}{x}\right)^3\left(2+\dfrac{1}{x}\right)^4}{\left(\dfrac{3}{x}+2\right)^7}=2^3=8$.

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx^2-7x+5}{2x^2+8x-1}=-4$.

A. $m=-4$. **B.** $m=-8$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn B

$$-4=\lim_{x\to-\infty}\frac{mx^2-7x+5}{2x^2+8x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{m-\frac{7}{x}+\frac{5}{x^2}}{2+\frac{8}{x}-\frac{1}{x^2}}=\frac{m}{2}\Rightarrow m=-8$$

Câu 102. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1}{x+2}-ax-b\right)=0$. Khi đó $a+b$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -7.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1}{x+2}-ax-b\right)=0\Leftrightarrow\lim_{x\to+\infty}\left((4-a)x-b-11+\frac{23}{x+2}\right)=0\Leftrightarrow\begin{cases}4-a=0\\-11-b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-11\end{cases}$$

$\Rightarrow a+b=-7$.

Câu 103. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2018}}{x+1}$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** -2018.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2018}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1+\frac{2018}{x^2}}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{2018}{x^2}}}{\left(1+\frac{1}{x}\right)}=1$.

Câu 104. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ax+\sqrt{x^2-3x+5}}{2x-7}=2$. Khi đó

A. $-1\le a\le 2$. **B.** $a<-1$. **C.** $a\ge 5$. **D.** $2<a<5$.

Lờigiải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ax+\sqrt{x^2-3x+5}}{2x-7}=2\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{a+\sqrt{1-\frac{3}{x}+\frac{5}{x^2}}}{2-\frac{7}{x}}=2\Leftrightarrow\frac{a+1}{2}=2\Leftrightarrow\frac{a+1}{2}=3$.

$\Leftrightarrow a+1=6\Leftrightarrow a=5$

Câu 105. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\sin x}{x}\right)$?

A. 0. **B.** Giới hạn không tồn tại. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Xét mọi dãy số (x_n) sao cho $\lim x_n=+\infty\Rightarrow\lim\frac{1}{x_n}=0$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\sin x}{x}\right)=\lim\left(\frac{\sin x_n}{x_n}\right)$

Ta có $\left|\frac{\sin x_n}{x_n}\right| \le \frac{1}{x_n}$ mà $\lim\left(\frac{1}{x_n}\right)=0$ nên $\left|\frac{\sin x_n}{x_n}\right|$ nhỏ hơn một số dương bé tùy ý kể từ số hạng nào đó trở đi

Theo định nghĩa dãy số có giới hạn 0 ta có $\lim\left(\frac{\sin x_n}{x_n}\right)=0$

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\sin x}{x}\right)=0$

Câu 106. Tìm giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}\sqrt{4x^2+1}}{(2x+1)^{2019}}$

A. 0. **B.** $\frac{1}{2^{2018}}$. **C.** $\frac{1}{2^{2019}}$. **D.** $\frac{1}{2^{2017}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}\sqrt{4x^2+1}}{(2x+1)^{2019}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}\sqrt{4x^2+1}}{\left[x\left(2+\frac{1}{x}\right)\right]^{2019}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^{2018}.x.\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x^{2019}\left(2+\frac{1}{x}\right)^{2019}}$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{\left(2+\frac{1}{x}\right)^{2019}}=\frac{\sqrt{4+0}}{(2+0)^{2019}}=\frac{2}{2^{2019}}=\frac{1}{2^{2018}}$$

Câu 107. Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+3x+1}{x+1}+ax+b\right)=1$.Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b$ bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+3x+1}{x+1}+ax+b\right)=1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{(a+1)x^2+(a+b+3)x+b+1}{x+1}\right)=1$$

$$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{(a+1)x+(a+b+3)+\frac{b+1}{x}}{1+\frac{1}{x}}\right)=1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ a+b+3=1 \\ b+1\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1\end{cases} \Rightarrow T=a+b=-2.$$

Câu 108. Biết rằng $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-2}+ax-b\right)=-5$. Tính tổng $a+b$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-2}+ax-b\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(a+1)x^2-(2a+b)x+2b+1}{x-2}\right)=-5$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+1=0\\2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=7\end{cases}$$

Vậy $a+b=6$

Câu 109. Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng:

A. $-\infty$. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x^2}\right)}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{3}{x}}=-1.$$

Câu 110. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$?

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1}=-1$.

Câu 111. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=1$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=-\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=0$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x.\sqrt{x^2-\frac{1}{x}}}{x\left(\frac{1}{x}-2x\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}-2x}=+\infty$. Vậy A đúng.

Câu 112. Tính giới hạn $K=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$.

A. $K=0$. **B.** $K=1$. **C.** $K=-2$. **D.** $K=4$.

Lời giải

Ta có: $K=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}}=-2$.

Câu 113. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^{2017}}.\frac{\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x^{2017}}}=0.$$

Câu 114. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+x-x^2}{x}$

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+x-x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1)\right)=+\infty$$

Câu 115. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}}=2$.

Câu 116. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2}=-\frac{1}{2}$$

Sửa $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2}=-\dfrac{1}{2}$

Câu 117. Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+ax}{bx-1}=3$ thì

A. $\dfrac{a-1}{b}=3$. **B.** $\dfrac{a+1}{b}=3$. **C.** $\dfrac{-a-1}{b}=3$. **D.** $\dfrac{a-1}{-b}=3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+ax}{bx-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3x-(ax)^2}{(bx-1)\left(\sqrt{x^2-3x}-ax\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left[\left(1-a^2\right)x-3\right]}{(bx-1)\left(\sqrt{x^2-3x}-ax\right)}$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{\left(1-a^2\right)-\frac{3}{x}}{\left(b-\frac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1-\frac{3}{x}}-a\right)} = \frac{\left(1-a^2\right)}{b\left(-1-a\right)} = \frac{a-1}{b} = 3.$$

Câu 118. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x\to+\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a = \frac{-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a = \frac{1}{2}$. **D.** $a = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x\to+\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2017}{2x+2018} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{a\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}+\frac{2017}{x}}{2+\frac{2018}{x}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 119. Để $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2} = \frac{1}{2}$. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $[3;6]$. **B.** $[-3;0]$. **C.** $[-6;-3]$. **D.** $[1;3]$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}+4}{mx-2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\frac{4}{x}}{m-\frac{2}{x}} = -\frac{2}{m}$.

Theo bài ra ta có: $-\frac{2}{m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -4 \in [-6;-3]$.

Câu 120. Biết $\lim_{x\to+\infty} \frac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}} = +\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2-2a+4$ là.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to+\infty} \frac{(2-a)x-3}{x-\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x\to+\infty}\left[-\left((2-a)x-3\right)\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right] = +\infty \Rightarrow -(2-a) \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 2$.

Với $a \geq 2 \Rightarrow a(a-2) \geq 0$ suy ra $P = a(a-2)+4 \geq 4$.

Câu 121. Tính giới hạn $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$.

A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3x+2}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3+\frac{2}{x}} = -\frac{1}{3}.$$

Câu 122. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}$

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+3}{x\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{3}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{2}{x}}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 123. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. B. $\dfrac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+1}{(x+2)^2}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{1}{(x+2)^2}.(x+1)=-\infty$.

Do $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{1}{(x+2)^2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-2}(x+1)=-1<0$.

Câu 124. Tính giới hạn $A=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x-1}$.

A. $A=-\infty$. **B.** $A=0$. **C.** $A=3$. **D.** $A=+\infty$.

Lời giải

Chọn C

$A=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}(x^2+x+1)=3$.

Câu 125. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=20$. **B.** $S=17$. **C.** $S=10$. **D.** $S=25$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{1}{4}$.

Do đó $a=1;\ b=4$ suy ra $S=1^2+4^2=17$.

Câu 126. Tính $\lim\limits_{x\to2^{2018}}\dfrac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}$.

A. 2^{2019}.

B. 2^{2018}.

C. 2.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to 2^{2018}}\frac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}=\lim_{x\to 2^{2018}}\frac{(x-2^{2018})(x+2^{2018})}{(x-2^{2018})}=\lim_{x\to 2^{2018}}(x+2^{2018})=2^{2019}.$$

Câu 127. Giá trị của $\lim_{x\to 1}\frac{x^{2018}+x-2}{x^{2017}+x-2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của a^2-b^2.

A. 4037. **B.** 4035. **C.** -4035. **D.** 4033.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x\to 1}\frac{x^{2018}+x-2}{x^{2017}+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{x^{2018}-1+x-1}{x^{2017}-1+x-1}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^{2017}+x^{2016}...+x+1\right)+x-1}{(x-1)\left(x^{2016}+x^{2015}+...+x+1\right)+x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x^{2017}+x^{2016}...+x+2}{x^{2016}+x^{2015}+...+x+2}$$

$$=\frac{1+1+....+1+2}{1+1+...+1+2}=\frac{2019}{2018}$$

Vậy $a^2-b^2=4037$.

Câu 128. $\lim_{x\to 5^+}\frac{|10-2x|}{x^2-6x+5}$ là

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x\to 5^+}\frac{|10-2x|}{x^2-6x+5}=\lim_{x\to 5^+}\frac{2x-10}{x^2-6x+5}=\lim_{x\to 5^+}\frac{2}{x-1}=\frac{1}{2}$$

Câu 129. Tìm $\lim_{x\to a}\frac{x^3-\left(1+a^2\right)x+a}{x^3-a^3}$.

A. $\frac{2a^2}{a^2+3}$. **B.** $\frac{2a^2-1}{3a^2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2a^2-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to a}\frac{x^3-\left(1+a^2\right)x+a}{x^3-a^3}=\lim_{x\to a}\frac{x^3-a^2x-x+a}{(x-a)\left(x^2+ax+a^2\right)}=\lim_{x\to a}\frac{x(x+a)-1}{x^2+ax+a^2}=\frac{2a^2-1}{3a^2}.$$

Câu 130. Tìm $\lim_{x\to 1}\frac{x^4-3x^2+2}{x^3+2x-3}$.

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** $-\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-3x^2+2}{x^3+2x-3}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)(x^2-2)}{(x-1)(x^2+x+3)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)(x^2-2)}{x^2+x+3}=-\frac{2}{5}.$$

Câu 131. Cho $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S=a+b$.

A. 5. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{3}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}\Rightarrow S=5$.

Câu 132. Biết $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+bx+c}{x-3}=8.\ (b,c\in\mathbb{R})$. Tính $P=b+c$.

A. $P=-13$. **B.** $P=-11$. **C.** $P=5$. **D.** $P=-12$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+bx+c}{x-3}=8$ là hữu hạn nên tam thức x^2+bx+c có nghiệm $x=3$

$\Leftrightarrow 3b+c+9=0\Leftrightarrow c=-9-3b$

Khi đó

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+bx+c}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{x^2+bx-9-3b}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3+b)}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3}(x+3+b)=8\Leftrightarrow 6+b=8\Leftrightarrow b=2\Rightarrow c=-15$$

Vậy $P=b+c=-13$.

Câu 133. Tính giới hạn $L=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2+1}{3x^2+8x+5}$.

A. $L=-\frac{3}{2}$. **B.** $L=\frac{1}{2}$. **C.** $L=-\infty$. **D.** $L=0$.

Lời giải

Chọn A

$$L=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{3x^2+8x+5}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(3x+5)}=\lim_{x\to -1}\frac{x-2}{3x+5}=-\frac{3}{2}.$$

Câu 134. Cặp (a,b) thỏa mãn $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ là

A. $a=-3, b=0$. **B.** $a=3, b=0$.

C. $a=0, b=-9$. **D.** không tồn tại cặp (a,b) thỏa mãn như vậy.

Lời giải

Cách 1:

Để $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ thì ta phải có $x^2+ax+b=(x-3)(x-m)$.

Khi đó $3-m=3 \Leftrightarrow m=0$. Vậy $x^2+ax+b=(x-3)x=x^2-3x$.

Suy ra $a=-3$ và $b=0$.

Cách 2:

Ta có $\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=x+a+3+\dfrac{3a+b+9}{x-3}$.

Vậy để có $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=3$ thì ta phải có $\begin{cases}3a+b+9=0\\ a+6=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3\\ b=0\end{cases}$.

Câu 135. Cho a,b là số nguyên và $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+bx-5}{x-1}=7$. Tính a^2+b^2+a+b.

A. 18. **B.** 1. **C.** 15. **D.** 5.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+bx-5}{x-1}=7$ hữu hạn nên $x=1$ phải là nghiệm của phương trình $ax^2+bx-5=0$ suy ra $a+b-5=0 \Rightarrow b=5-a$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2+(5-a)x-5}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(ax+5)}{x-1}=a+5=7 \Rightarrow a=2$ nên $b=3$

Suy ra: $a^2+b^2+a+b=18$.

Câu 136. Hãy xác định xem kết quả nào **sai**

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x}=2$. **B.** $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+2}{x-4}=1$.

C. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=-1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}=\dfrac{9}{8}$.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x-4)(x+4)}{(x-4)(x+5)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x+4}{x+5}=\dfrac{8}{9}.$$

Câu 137. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1-\cos 3x\cos 5x\cos 7x}{\sin^2 7x}$. Tính $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

A. $\dfrac{83}{49}$. **B.** $\dfrac{105}{49}$. **C.** $\dfrac{15}{49}$. **D.** $\dfrac{83}{98}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x\cos 5x\cos 7x}{\sin^2 7x}$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x+\cos 3x-\cos 3x\cos 5x+\cos 3x\cos 5x-\cos 3x\cos 5x\cos 7x}{\sin^2 7x}$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{\sin^2 7x}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x(1-\cos 5x)}{\sin^2 7x}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x\cos 5x(1-\cos 7x)}{\sin^2 7x}$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2\dfrac{3x}{2}}{\sin^2 7x}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2\dfrac{5x}{2}}{\sin^2 7x}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2\dfrac{7x}{2}}{\sin^2 7x}$$

$$=\frac{2\left(\frac{9}{4}+\frac{25}{4}+\frac{49}{4}\right)}{49}=\frac{83}{98}.$$

Câu 138. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-ax+a-1}{x-1}=2$. Tính $M=a^2+2a$.

A. $M=3$. **B.** $M=1$. **C.** $M=-1$. **D.** $M=8$.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-ax+a-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)-a(x-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+x+1-a\right)=3-a\Rightarrow a=1.$$

Vậy $M=a^2+2a=3$.

Câu 139. Tìm giới hạn $L=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$.

A. $L=1$. **B.** $L=-1$. **C.** $L=0$. **D.** $L=\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $t=x-\frac{\pi}{2}$.

Khi $x\to\frac{\pi}{2}$ thì $t\to 0$. Vậy $L=\lim\limits_{t\to 0}\frac{\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)}{t}=\lim\limits_{t\to 0}\frac{-\sin t}{t}=-1$.

Câu 140. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+ax+b}{x^2-1}=\frac{-1}{2}$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Tổng $S=a^2+b^2$ bằng

A. $S=13$. **B.** $S=9$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số có giới hạn hữu hạn tại $x=1$ nên biểu thức tử nhận $x=1$ làm nghiệm, hay $1+a+b=0$.

Áp dụng vào giả thiết, được $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+ax-1-a}{x^2-1}=\frac{-1}{2}\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1+a)}{(x-1)(x+1)}=-\frac{1}{2}$.

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1+a}{x+1}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{2+a}{2}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=-3$. Suy ra $b=2$.

Vậy $a^2+b^2=13$.

Câu 141. Số nào trong các số sau là bằng $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2+x}-2\sqrt{3}}{x-3}$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}}{12}$. **D.** $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x^2+x}-2\sqrt{3}}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{(x-3)\left(\sqrt{x^2+x}+2\sqrt{3}\right)}$

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x+4)}{(x-3)\left(\sqrt{x^2+x}+2\sqrt{3}\right)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2+x}+2\sqrt{3}}=\dfrac{3+4}{\sqrt{3^2+3}+2\sqrt{3}}=\dfrac{7}{4\sqrt{3}}=\dfrac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 142. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{13}{12}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{10}{11}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}=\dfrac{\left(2\sqrt{1+x}-2\right)+\left(2-\sqrt[3]{8-x}\right)}{x}=\dfrac{2\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x}+\dfrac{2-\sqrt[3]{8-x}}{x}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\dfrac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}$. Do vậy:

$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\dfrac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}$

$=1+\dfrac{1}{12}=\dfrac{13}{12}$.

Câu 143. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Ta có tổng $a+2b$ bằng :

A. 13. **B.** 3. **C.** 14. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}\right)\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{x^2}$

$=\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}{x^2\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}=\dfrac{x^2\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{x^2\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}$

Khi đó ta có

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+16}+4\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}\right)}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\Rightarrow a+2b=14$

Câu 144. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2-3x+4}-2}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{3}{4}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2-3x+4}-2}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-3x+4-4}{x\left(\sqrt{x^2-3x+4}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-3}{\sqrt{x^2-3x+4}+2}=-\frac{3}{4}.$$

Câu 145. Tính $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}$.

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x-2)\left(6\sqrt{x+8}+x+17\right)}{-(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x-2)\left(6\sqrt{x+8}+x+17\right)}{-(x-1)}$$

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-2)\left(6\sqrt{x+8}+x+17\right)=-36$

$\lim\limits_{x\to 1^+}(-x+1)=0$ và $-x+1<0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{6\sqrt{x+8}-x-17}=+\infty$.

Câu 146. Tính $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8+x^2}-2}{x^2}$.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8+x^2}-2}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{8+x^2-8}{x^2\left(\sqrt[3]{\left(8+x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{8+x^2}+4\right)}$.

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt[3]{\left(8+x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{8+x^2}+4}=\frac{1}{12}$.

Câu 147. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3+x^2+1-1}{x^2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+1}{\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}=\frac{1}{2}.$$

Câu 148. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$, với $a,b\in Z,b>0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a-b$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim\limits_{x\to 3}\left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}}.\frac{(x+1)^2-(5x+1)}{x^2-4x+3}\right]=\lim\limits_{x\to 3}\left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}}.\frac{x^2-3x}{x^2-4x+3}\right]$$

$$=\lim\limits_{x\to 3}\left[\frac{x+\sqrt{4x-3}}{x+1+\sqrt{5x+1}}.\frac{x}{x-1}\right]=\frac{6}{8}.\frac{3}{2}=\frac{9}{8}\Rightarrow a=9,\ b=8\ \Rightarrow a-b=1.$$

Câu 149. Tìm $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$ là

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}{4(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}{4}=-\frac{3}{2}.$$

Câu 150. Tìm $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2+x-2}$.

A. -5. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2+x-2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{(x-1)(x+2)\left(x+\sqrt{2x-1}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{(x+2)\left(x+\sqrt{2x-1}\right)}=0$.

Câu 151. Biết $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\dfrac{a}{b^2}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $\sqrt{a}+b+2018$.

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn D

$$\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-3}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}=\frac{1}{2^2}.$$

Suy ra $a=1;b=2$.

$\sqrt{a}+b+2018=1+2+2018=2021$.

Câu 152. Cho a,b là hai số nguyên thỏa mãn $2a-5b=-8$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=4$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $|a|\le 5$. **B.** $a-b>1$. **C.** $a^2+b^2>50$. **D.** $a+b>9$.

Lời giải

Chọn A

+ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-1+1-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x}+\dfrac{1-\sqrt{1-bx}}{x}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{ax+1-1}{x\left[\left(\sqrt[3]{ax+1}\right)^2+\sqrt[3]{ax+1}+1\right]}+\dfrac{1-(1-bx)}{x\left(1+\sqrt{1-bx}\right)}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{a}{\left(\sqrt[3]{ax+1}\right)^2+\sqrt[3]{ax+1}+1}+\dfrac{b}{1+\sqrt{1-bx}}\right)=\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}$

Theo giả thiết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=4\Rightarrow\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}=4\Leftrightarrow 2a+3b=24$

+ Ta có hệ $\begin{cases}2a-5b=-8\\2a+3b=24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=4\end{cases}$ nên $|a|\le 5$ là sai.

Câu 153. Cho $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-2018}{x-4}=2019$. Tính $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1009\left[f(x)-2018\right]}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{2019f(x)+2019}+2019\right)}$.

A. 2019 **B.** 2020 **C.** 2021 **D.** 2018

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có $f(4)=2018$

Ta có $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1009\left[f(x)-2018\right]}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{2019f(x)+2019}+2019\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1009\left[f(x)-2018\right]\left(\sqrt{x}+2\right)}{(x-4)\left(\sqrt{2019f(x)+2019}+2019\right)}=\dfrac{1009.4.2019}{\sqrt{2019.2018+2019}+2019}=2018$

Câu 154. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a-b$ là

A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{9}{8}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\left(x^2-3x\right)\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{\left(x^2-4x+3\right)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{(x-1)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}$

$=\dfrac{3.6}{2.8}=\dfrac{9}{8}$. Vậy $\begin{cases}a=9\\b=8\end{cases}\Rightarrow a-b=1$.

Câu 155. Cho biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{x^3-3x+2}\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng?

A. $6+5\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{45}{16}$ **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $87-48\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{x^3-3x+2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{(x-1)^2(x+2)}=L$, với $L\in\mathbb{R}$ (*)

Khi đó $\sqrt{a+1}-b-2=0\Leftrightarrow\sqrt{a+1}=b+2\Leftrightarrow\begin{cases}b\ge -2\\ a+1=b^2+4b+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b\ge -2\\ a=b^2+4b+3\end{cases}$

Thay $a=b^2+4b+3$ vào (*):

$$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{x^3-3x+2}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{(b^2+4b+3)x^2+1}-bx-2}{(x-1)^2(x+2)}$$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(b^2+4b+3)x^2+1-(bx+2)^2}{(x-1)^2(x+2)\left[\sqrt{(b^2+4b+3)x^2+1}+bx+2\right]}$$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(4b+3)x^2-4bx-3}{(x-1)^2(x+2)\left[\sqrt{(b^2+4b+3)x^2+1}+bx+2\right]}$$

$$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(4b+3)x+3}{(x-1)(x+2)\left[\sqrt{(b^2+4b+3)x^2+1}+bx+2\right]}=L,L\in\mathbb{R}.$$

Khi đó: $(4b+3)+3=0\Leftrightarrow b=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow a=-\dfrac{3}{4}$.

Vậy $a^2+b^2=\dfrac{45}{16}$

Câu 156. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T=2a-b$ là

A. $\dfrac{1}{9}$. **B.** -1. **C.** 10. **D.** $\dfrac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{(x^2-3x)(x+\sqrt{4x-3})}{(x^2-4x+3)(x+1+\sqrt{5x+1})}$$

$$=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1+\sqrt{5x+1})}=\frac{3.(3+3)}{2.(4+4)}=\frac{9}{8}.$$

Vậy $T=2a-b=10$.

Câu 157. Tính $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-2x-8}{\sqrt{2x+5}-1}$.

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** -6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-2x-8}{\sqrt{2x+5}-1}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{(\sqrt{2x+5}-1)(\sqrt{2x+5}+1)}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{2(x+2)}$

$=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x-4)(\sqrt{2x+5}+1)}{2}=-6$

Câu 158. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$

A. $\dfrac{5}{24}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$ nên ta có $f(2)-16=0$ hay $f(2)=16$.

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5(f(x)-16)}{(x-2)(x+4)(\sqrt[3]{(5f(x)-16)^2}+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{\text{x}-2}.\dfrac{5}{(x+4)(\sqrt[3]{(5f(x)-16)^2}+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)}$

$=12.\dfrac{5}{6.48}=\dfrac{5}{24}$.

Câu 159. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+3-4}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 160. Tính giới hạn $K=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

A. $K=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $K=\dfrac{2}{3}$. **C.** $K=\dfrac{4}{3}$. **D.** $K=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $K=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x}{x(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4}{(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+1\right)}=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 161. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\frac{1}{4}.$$

Câu 162. Tính gới hạn $L=\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$.

A. $L=-6$. **B.** $L=-4$. **C.** $L=2$. **D.** $L=-2$.

Lời giải

$$L=\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(1-x)\left(\sqrt{2-x}+1\right)}{-x+1}=\lim_{x\to 1}\left(\sqrt{2-x}+1\right)=2.$$

Câu 163. Tính $\lim_{x\to\sqrt{3}}\frac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}}=a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P=a+b$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to\sqrt{3}}\frac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}}=\lim_{x\to\sqrt{3}}\frac{2\left(x^2-3\right)}{x-\sqrt{3}}=\lim_{x\to\sqrt{3}}2\left(x+\sqrt{3}\right)=4\sqrt{3}$.

Suy ra $a=4$, $b=3$. Vậy $P=a+b=7$.

Câu 164. Biết $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$.

A. $P=13$. **B.** $P=0$. **C.** $P=5$. **D.** $P=40$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3x+1}-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{3x+1-1}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{3}{\sqrt{3x+1}+1}=\frac{3}{2}$.

Câu 165. Tính giới hạn $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4x^2-2x+1}-\sqrt{1-2x}}{x}$.

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4x^2-2x+1}-\sqrt{1-2x}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{4x^2}{x\left(\sqrt{4x^2-2x+1}+\sqrt{1-2x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{4x}{\left(\sqrt{4x^2-2x+1}+\sqrt{1-2x}\right)}=0.$$

Câu 166. Biết $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\frac{a\sqrt{2}}{b}+c$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 5. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 51.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-2+2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{\sqrt{2}(x-1)}+\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=I+J$.

Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x+2-4}{\sqrt{2}(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2}(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2}{\sqrt{2}\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\dfrac{3}{4\sqrt{2}}$.

và $J=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{8-7x-1}{\sqrt{2}(x-1)\left[4+2\sqrt[3]{7x+1}+\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2\right]}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-7}{\sqrt{2}\left[4+2\sqrt[3]{7x+1}+\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2\right]}=\dfrac{-7}{12\sqrt{2}}$.

Do đó $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=I+J=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

Suy ra $a=1$, $b=12$, $c=0$. Vậy $a+b+c=13$.

Câu 167. Giá trị của $I=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{x+\sqrt{2}}{x^2-2}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{-1}{2\sqrt{2}}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$I=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{x+\sqrt{2}}{x^2-2}=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{x+\sqrt{2}}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)}=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\dfrac{1}{x-\sqrt{2}}=\dfrac{-1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 168. Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$?

A. $I=\dfrac{7}{8}$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=\dfrac{3}{8}$. **D.** $I=\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-\sqrt{x+3}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(2x-\sqrt{x+3}\right)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-x-3}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(4x+3)}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x+3}{(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}=\dfrac{7}{8}$

Câu 169. Giá trị giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{4x^2+1}}{2x+3}$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{4x^2+1}}{2x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x}}-|x|\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}}+x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}}+\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2+\frac{3}{x}}=\frac{-\sqrt{1-0}+\sqrt{4+0}}{2+0}=\frac{1}{2}$$

Câu 170. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x)-20}{x-2}=10$. Tính $T=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}$

A. $T=\frac{12}{25}$. **B.** $T=\frac{4}{25}$. **C.** $T=\frac{4}{15}$. **D.** $T=\frac{6}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Chọn $f(x)=10x$, ta có $\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x)-20}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\frac{10x-20}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\frac{10(x-2)}{x-2}=10$.

Lúc đó $T=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{60x+5}-5}{x^2+x-6}=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{60x+5}-5}{(x-2)(x+3)}$

$$=\lim_{x\to2}\frac{60x+5-5^3}{(x-2)(x+3)\left(\sqrt[3]{60x+5}^2+5\sqrt[3]{60x+5}+25\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{60(x-2)}{(x-2)(x+3)\left(\sqrt[3]{60x+5}^2+5\sqrt[3]{60x+5}+25\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{60}{(x+3)\left(\sqrt[3]{60x+5}^2+5\sqrt[3]{60x+5}+25\right)}=\frac{4}{25}$$

Cách 2:

Theo giả thiết có $\lim\limits_{x\to2}\left(f(x)-20\right)=0$ hay $\lim\limits_{x\to2}f(x)=20$ (*)

Khi đó $T=\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}=\lim\limits_{x\to2}\frac{6f(x)+5-125}{(x^2+x-6)\left[\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)^2+5\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)+25\right]}$

$$T=\lim_{x\to2}\frac{6\left[f(x)-20\right]}{(x-2)(x+3)\left[\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)^2+5\left(\sqrt[3]{6f(x)+5}\right)+25\right]}$$

$T=\frac{10.6}{5.75}=\frac{4}{25}$.

Câu 171. Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\dfrac{9}{4}$. **B.** -3. **C.** -18. **D.** $-\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\left[(3x+1)-16\right]\left(3+\sqrt{x+4}\right)}{\left[9-(x+4)\right]\left(\sqrt{3x+1}+4\right)}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{-3\left(3+\sqrt{x+4}\right)}{\sqrt{3x+1}+4}=\dfrac{-18}{8}=-\dfrac{9}{4}$.

Câu 172. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{x-1}=24$. Tính $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{(x-1)\left(\sqrt{2f(x)+4}+6\right)}$

A. 24. **B.** $I=+\infty$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{x-1}=24\Rightarrow f(1)=16$ vì nếu $f(1)\neq 16$ thì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{x-1}=\infty$.

Ta có $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{(x-1)\left(\sqrt{2f(x)+4}+6\right)}=\dfrac{1}{12}\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-16}{(x-1)}=2$.

Câu 173. Cho $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}\right)=\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L=a+b$.

A. $L=43$. **B.** $L=23$. **C.** $L=13$. **D.** $L=53$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-\sqrt{x+4}+\sqrt{x+4}-2}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x+4}.\left(\sqrt[7]{x+1}-1\right)+\sqrt{x+4}-2}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)}{\sqrt{x+4}.(x+1-1)\left(\sqrt{x+4}+2\right)+\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)\left(x+4-2^2\right)}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\left(\sqrt{x+4}+2\right)\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)}{\sqrt{x+4}\left(\sqrt{x+4}+2\right)+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}\right)=\dfrac{4}{9}$.

Suy ra $a=4$, $b=9$, $L=a+b=13$.

Trình bày lại:

Chọn A

Đặt $L=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}\right)=\dfrac{a}{b}$ thì $\dfrac{1}{L}=\lim\left(\dfrac{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-2}{x}\right)=\dfrac{b}{a}$.

Ta có

$$\frac{b}{a}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-\sqrt{x+4}+\sqrt{x+4}-2}{x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt[7]{x+1}.\sqrt{x+4}-\sqrt{x+4}}{x}\right)+\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\right)$$

Xét $L_1=\lim_{x\to 0}\left(\frac{.\sqrt{x+4}\left(\sqrt[7]{x+1}-1\right)}{x}\right)$.Đặt $t=\sqrt[7]{x+1}$.Khi đó: $\begin{cases}x=t^7-1\\ x\to 0\Rightarrow t\to 1\end{cases}$

$$L_1=\lim_{t\to 1}\frac{\sqrt{t^7+3}\left(t-1\right)}{t^7-1}=\lim_{t\to 1}\frac{\sqrt{t^7+3}}{\left(t^6+t^5+t^4+t^3+t^2+t+1\right)}=\frac{2}{7}$$

Xét $L_2=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{1}{4}$

Vậy $\frac{b}{a}=\frac{2}{7}+\frac{1}{4}=\frac{15}{28}\ \Rightarrow a=28,b=15\Rightarrow a+b=43\Rightarrow a+b=43$.

Câu 174. Giới hạn $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+5}}{x-3}=\lim_{x\to 3}\left(\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}-\frac{\sqrt[3]{x+5}-2}{x-3}\right).$$

$$=\lim_{x\to 3}\left(\frac{x+1-4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}-\frac{x+5-8}{(x-3)\left(\sqrt[3]{(x+5)^2}+2\sqrt[3]{x+5}+4\right)}\right)$$

$$=\lim_{x\to 3}\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}-\frac{1}{\sqrt[3]{(x+5)^2}+2\sqrt[3]{x+5}+4}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$$

Câu 175. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0 ?

A. $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^3-1}$. **B.** $\lim_{x\to -2}\frac{2x+5}{x+10}$. **C.** $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. **D.** $\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0$.

Câu 176. Cho $\lim_{x\to -\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+3x\right)=-2$. Tính giá trị của a.

A. -6. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -12

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+3x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{ax}{\sqrt{9x^2+ax}-3x}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{a}{-\sqrt{9+\frac{a}{x}}-3}=-\frac{a}{6}$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{6}=-2\Leftrightarrow a=12$$

Câu 177. Tìm giới hạn $\mathrm{M}=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x}\right)$. Ta được M bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\mathrm{M}=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x}{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-x}}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x}{|x|.\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}=\frac{3}{2}.$$

Câu 178. Biết $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{5x^2+2x}-x\sqrt{5}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{-\sqrt{5+\frac{2}{x}}-\sqrt{5}}=-\frac{1}{5}\sqrt{5}.$$

Suy ra: $a=-\frac{1}{5}$, $b=0$. Vậy $S=-1$.

Câu 179. Tìm $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)$

A. 2. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}}+2x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1+\frac{1}{x}}+2x\right)$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(x\left(2-\sqrt{1+\frac{1}{x}}\right)\right)=-\infty \text{ vì } \lim_{x\to-\infty}x=-\infty \text{ và } \lim_{x\to-\infty}\left(2-\sqrt{1+\frac{1}{x}}\right)=1.$$

Câu 180. Tìm $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+2-(x+2)^2}{\sqrt{x^2+x+2}-x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x-2}{\sqrt{x^2+x+2}-x-2}.$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3-\frac{2}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-1-\frac{2}{x}}=\frac{3}{2}.$$

Câu 181. Giới hạn $\lim_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(3x+x\sqrt{9-\frac{1}{x^2}}\right)=\lim_{x\to-\infty}x\left(3+\sqrt{9-\frac{1}{x^2}}\right)=-\infty$$

Câu 182. Biết $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1$. Tính giá của biểu thức $P=a^2-2b^3$.

A. $P=32$. **B.** $P=0$. **C.** $P=16$. **D.** $P=8$.

Lời giải

Chọn D

TH1: $b=2 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+2x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+1}{\sqrt{4x^2+ax+1}-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{a+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}-2}=-\frac{a}{4}.$

$\Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1 \Leftrightarrow -\frac{a}{4}=-1\Rightarrow a=4.$

TH2: $b\neq 2 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=\lim_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{4+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}}+b\right)\right]=\begin{cases}-\infty \text{ neáu b} > 2\\ +\infty \text{ neáu b} < 2\end{cases}$

Vậy $a=4, b=2\Rightarrow P=a^2-2b^3=0$.

Câu 183. $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+8x+1}+2x\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** -2. **D.** $+\infty$

Lời giải

Chọn C

- $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{4x^2+8x+1}+2x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{8x+1}{\sqrt{4x^2+8x+1}-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{8+\frac{1}{x}}{-\sqrt{4+\frac{8}{x}+\frac{1}{x^2}}-2}=-2$ ------------------------

---------------------.

Câu 184. Tìm $\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt[3]{x^3+2}\right)$.

A. -1. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+x-\sqrt[3]{x^3+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{-2}{x^2+x\sqrt[3]{x^3+2}+\left(\sqrt[3]{x^3+2}\right)^2}\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{-2}{x^2\left(1+\sqrt[3]{1+\dfrac{2}{x^3}}+\left(\sqrt[3]{1+\dfrac{2}{x^3}}\right)^2\right)}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{\dfrac{-2}{x^2}}{1+\sqrt[3]{1+\dfrac{2}{x^3}}+\left(\sqrt[3]{1+\dfrac{2}{x^3}}\right)^2}\right)=1$

Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt[3]{x^3+2}\right)=1$

Câu 185. Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}\right)=\dfrac{a}{b}\sqrt{2}$, ($a$; $b\in\mathbb{Z}$, $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2-3x+1-2x^2}{\sqrt{2x^2-3x+1}-x\sqrt{2}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(-3+\dfrac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-\sqrt{2}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy $a=3$; $b=4\Rightarrow a+b=7$.

Câu 186. Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{36x^2+5ax+1}-6x+b\right)=\dfrac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y=ax+6b$ đi qua điểm $M(3;42)$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T=a^2+b^2$ là:

A. 104. **B.** 100. **C.** 41. **D.** 169.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta: y=ax+6b$ đi qua điểm $M(3;42)$ nên $3a+6b=42\Rightarrow a+2b=14$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{36x^2+5ax+1}-6x+b\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{5ax+1}{\sqrt{36x^2+5ax+1}+6}+b\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{5a+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{36+\dfrac{5a}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+6}+b\right)=\dfrac{5a}{12}+b$.

Do đó $\dfrac{5a}{12}+b=\dfrac{20}{3}\Rightarrow 5a+12b=80$. Ta có hệ: $\begin{cases}5a+12b=80\\a+2b=14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=5\end{cases}$.

Vậy $T=a^2+b^2=41$.

Câu 187. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$. Khi đó giá trị a là

A. 10. **B.** -6. **C.** 6. **D.** -10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)\left(\sqrt{x^2+ax+5}-x\right)}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+5}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+\dfrac{5}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-1}=\dfrac{a}{-2}$.

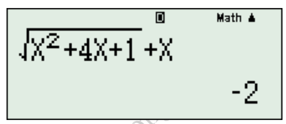
Do đó: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5\Leftrightarrow\dfrac{a}{-2}=5\Leftrightarrow a=-10$.

Câu 188. Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$.

A. $I=-2$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-1$.

Lời giải

Cách 1: Sử dụng máy tính cầm tay tính giá trị biểu thức $\sqrt{x^2+4x+1}+x$ tại $x=-10^{10}$:



Vậy $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)=-2$. Chọn đáp án **A.**

Cách 2: Ta có $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+1}{\sqrt{x^2+4x+1}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1}$

$=\dfrac{4}{-2}=-2$.

Câu 189. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$.

A. -4. **B.** -2. C. 4. D. 2.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{x^2}}+1}=-2$.

Câu 190. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1-x+3}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}}=0$.

Câu 191. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)$ bằng:

A. 3. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-5x+6}{\sqrt{x^2-5x+6}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-5+\frac{6}{x}}{\sqrt{1-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}+1}=-\frac{5}{2}$.

Câu 192. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2-11x+10=0$. **B.** $x^2-5x+6=0$. **C.** $x^2-8x+15=0$. **D.** $x^2+9x-10=0$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2+ax+5-x^2}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}\right)=5\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{ax+5}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}\right)=5$$

$$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{a+\frac{5}{x}}{-\sqrt{1+\frac{a}{x}+\frac{5}{x^2}}-1}\right)=5\Leftrightarrow\frac{a}{-2}=5\Leftrightarrow a=-10.$$

Vì vậy giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2+9x-10=0$.

Câu 193. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0$. Tính $a-4b$ ta được

A. 3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-ax\right)-b\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-3x+1-a^2x^2}{\sqrt{4x^2-3x+1}+ax}-b\right)=0\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\left(4-a^2\right)x^2-3x+1}{\sqrt{4x^2-3x+1}+ax}-b\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4-a^2=0\\a>0\\\frac{-3}{2+a}-b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-\frac{3}{4}\end{cases}.$$

Vậy $a-4b=5$.

Câu 194. $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+5x-2}\right)$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+5x-2}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{6x}{\sqrt{x^2+5x+4}+\sqrt{x^2+5x-2}}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{6x}{x\left(\sqrt{1+\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{5}{x}-\frac{2}{x^2}}\right)}=3.$$

Câu 195. Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

A. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$. **B.** $\lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.

C. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$. **D.** $\lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Lời giải

Chọn D

Xét: $\lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x}$.

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1}=\frac{1}{2}.$$

Câu 196. Cho $\lim_{x\to-\infty}\frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018}=\frac{1}{2}$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+bx+1}-x\right)=2$. Tính $P=4a+b$.

A. $P=3$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x\to-\infty}\frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\frac{2017}{x}\right)}{x\left(1+\frac{2018}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\frac{2017}{x}}{1+\frac{2018}{x}}=-a$.

Nên $-a=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$.

Ta có: $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+bx+1}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+bx+1}-x\right)\left(\sqrt{x^2+bx+1}+x\right)}{\sqrt{x^2+bx+1}+x}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{bx+1}{x\left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(b+\frac{1}{x}\right)}{x\left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{b+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}=\frac{b}{2}.$$

Nên $\frac{b}{2}=2\Leftrightarrow b=4$.

Vậy $P=4\left(-\frac{1}{2}\right)+4=2$.

Câu 197. Tính $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$

A. -4. B. -2. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4+\frac{2}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{2}{x^2}}+1}=-2.$$

Câu 198. Tìm giới hạn $I=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)$.

A. $I=1/2$. **B.** $I=46/31$. **C.** $I=17/11$. **D.** $I=3/2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)\Leftrightarrow I=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-x^2+x-2}{x+\sqrt{x^2-x+2}}+1\right)\Leftrightarrow I=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-2}{x+\sqrt{x^2-x+2}}+1\right)$

$$\Leftrightarrow I=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1-\frac{2}{x}}{1+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}}+1\right)\Leftrightarrow I=\frac{3}{2}.$$