

## CHỦ ĐỀ 5. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

- BÀI TOÁN THỰC TẾ TOÁN 10
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

### NỘI DUNG CÂU HỎI

**Câu 1.** Một hãng taxi có bảng giá như sau:

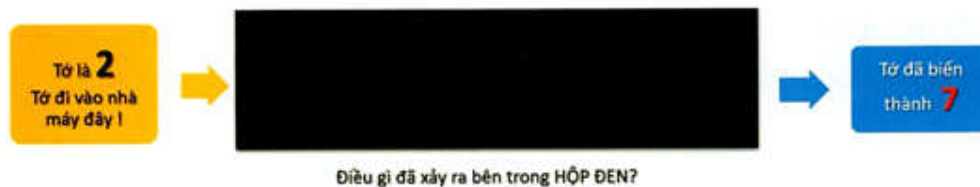
	Giá mở cửa (0,5km)	Giá cước các kilomet tiếp theo	Giá cước từ kilomet thứ 31
Taxi 4 chỗ	11000 đồng	14500 đồng	11600 đồng
Taxi 7 chỗ	11000 đồng	15500 đồng	13600 đồng

a) Xem số tiền đi taxi là một hàm số phụ thuộc số kilomet đi chuyển, hãy viết công thức của các hàm số dựa trên thông tin từ bảng giá đã cho theo từng yêu cầu:

- Hàm số  $f(x)$  để tính số tiền hành khách phải trả khi đi chuyển  $x$  km bằng xe taxi 4 chỗ.
- Hàm số  $g(x)$  để tính số tiền hành khách phải trả khi đi chuyển  $x$  km bằng xe taxi 7 chỗ.

b) Nếu cần đặt xe taxi cho 30 hành khách, nên đặt toàn bộ xe 4 chỗ hay xe 7 chỗ thì có lợi hơn?

**Câu 2.** Số 2 đã trải qua một hành trình thú vị và bị biến đổi sau khi đi qua chiếc HỘP ĐEN



Bác thợ máy đã giả mã hộp đen cho một số  $x$  bất kỳ như sau:



Bên trong HỘP ĐEN là một đoạn chương trình được cài đặt sẵn. Ta xem đoạn chương trình này như một hàm số  $f(x)$ . Hãy viết biểu thức của  $f(x)$  để mô tả sự biến đổi đã tác động lên  $x$ .

**Câu 3.** Sau khi đun nóng băng phiến lên đến gần  $90^\circ\text{C}$ , người ta để nguội, quan sát, ghi nhận nhiệt độ và trạng thái của băng phiến sau mỗi phút như Bảng 1.

Bảng 1. Nhiệt độ và trạng thái của băng phiến khi để nguội

Thời gian nguội (phút)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nhiệt độ ( $^\circ\text{C}$ )	86	84	82	81	80	80	80	80	79	77	75
Trạng thái	lỏng			lỏng và rắn				rắn			

- Tại sao từ bảng trên, có thể nói nhiệt độ của băng phiến là một hàm số theo thời gian (nung nóng)? Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số trên.
- Sau khi để nguội 3 phút, nhiệt độ băng phiến là bao nhiêu?
- Băng phiến chuyển hoàn toàn sang trạng thái rắn sau bao nhiêu phút?

**Câu 4.** Trong kinh tế thị trường, lượng cầu và lượng cung là hai khái niệm quan trọng. Lượng cầu chỉ khả năng về số lượng sản phẩm cần mua của bên mua (người tiêu dùng), tùy theo đơn giá bán sản phẩm; còn lượng cung chỉ khả năng cung cấp số lượng sản phẩm này cho thị trường của bên bán (nhà sản xuất) cũng phụ thuộc vào đơn giá bán sản phẩm.

Người ta khảo sát nhu cầu của thị trường đối với sản phẩm  $A$  theo đơn giá của sản phẩm này và thu được bảng sau:

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cầu (nhu cầu về số sản phẩm)	338	288	200	98	50

a) Hãy cho biết tại sao bảng giá trị trên xác định một hàm số? Hãy tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số đó (gọi là hàm cầu).

b) Giả sử lượng cung của sản phẩm  $A$  tuân theo công thức  $y = f(x) = \frac{x^2}{50}$ , trong đó  $x$  là đơn giá sản phẩm  $A$  và  $y$  là lượng cung ứng với đơn giá này. Hãy điền các giá trị của hàm số  $f(x)$  (gọi là hàm cung) vào bảng sau:

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cung (khả năng cung cấp về số sản phẩm)					

c) Ta nói thị trường của một sản phẩm là cân bằng khi lượng cung và lượng cầu bằng nhau. Hãy tìm đơn giá  $x$  của sản phẩm  $A$  khi thị trường cân bằng.

**Câu 5.** a) Có thể thấy với mỗi mức đơn giá, đều có duy nhất một giá trị về lượng cầu. Do vậy bảng giá trị cho ở đề bài xác định một hàm số.

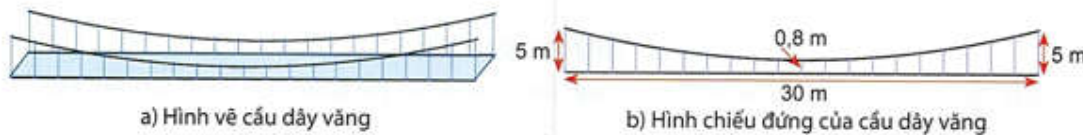
Hàm số có tập xác định  $D = \{10; 20; 40; 70; 90\}$  và tập giá trị  $T = \{338; 288; 200; 98; 50\}$ .

b)

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cung (khả năng cung cấp về số sản phẩm)	2	8	32	98	162

c) Dựa vào hai bảng giá trị của lượng cung và lượng cầu, ta tìm được giá trị  $x = 70$  thì lượng cung và lượng cầu đều bằng 98. Vậy thị trường của sản phẩm  $A$  cân bằng khi đơn giá của sản phẩm  $A$  này là 70000 (đồng).

**~!Câu 6.** Chiếc cầu dây văng một nhịp được thiết kế hai bên thành cầu có dạng parabol và được cố định bằng các dây cáp song song.

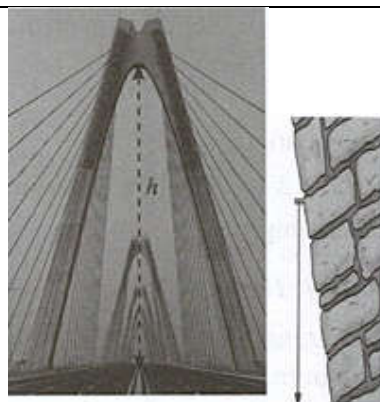


Dựa vào bản vẽ ở Hình, hãy tính chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên. Biết:

- Dây dài nhất là  $5m$ , dây ngắn nhất là  $0,8m$ . Khoảng cách giữa các dây bằng nhau.
- Nhịp cầu dài  $30m$ .
- Cần tính thêm  $5\%$  chiều dài mỗi sợi dây cáp để neo cố định.

**Câu 7.** Cầu Nhật Tân bắc qua sông Hồng được xem là chiếc cầu dây văng dài nhất Việt Nam năm 2022. Cầu có 5 trụ tháp chính kết nối các nhịp dây văng nâng đỡ toàn bộ phần chính của cây cầu, cũng là để tượng trưng cho 5 cửa ô cổ kính của Hà Nội. Mỗi trụ tháp được kiến trúc tạo dáng mỹ thuật phía trong bằng đường cong tựa như một parabol.

a) Giả sử rằng mặt trong của trụ cầu là một parabol như Hình 7. Khi không thể đo trực tiếp khoảng cách từ đỉnh vòm phía trong của trụ cầu tới mặt đường, làm thế nào để ước tính độ cao này?



Hình 7. Cầu Nhật Tân Hình 8

b) Giả sử biết độ rộng của mặt đường khoảng  $43\text{ m}$ . Một người đã dùng dây dọi (không giãn) gắn lên thành trụ cầu ở vị trí  $B$  và điều chỉnh độ dài dây dọi để quả nặng vừa chạm đất (khi lặng gió), sau đó đo được chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là  $1,87\text{ m}$  và khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng là  $20\text{ cm}$ . Nếu dùng dữ liệu tự thu thập được và tính toán theo cách ở trên thì người này sẽ ước tính được độ cao từ đỉnh vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân tới mặt đường là bao nhiêu?

**Câu 8.** Giả sử hàm số bậc hai mô phỏng vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân là

$$y = f(x) = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x \quad (\text{đơn vị đo: mét}).$$

a) Hãy tính chiều dài đoạn dây dọi sử dụng nếu khoảng cách từ chân của trụ cầu đến quả nặng là  $30\text{ cm}$ .

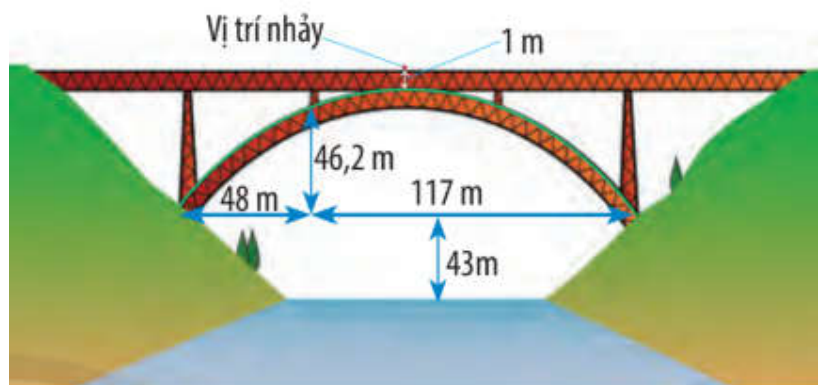
b) Hãy tính khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng nếu biết chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là  $15\text{ m}$ .

**Câu 9.** Một vận động viên chạy xe đạp trong 1 giờ 30 phút đầu với vận tốc trung bình là  $42\text{ km/h}$ . Sau đó người này nghỉ tại chỗ 15 phút và tiếp tục đạp xe 2 giờ liền với vận tốc  $30\text{ km/h}$ .

a) Hãy biểu thị quãng đường  $s$  (tính bằng kilômét) mà người này đi được sau  $t$  phút bằng một hàm số.

b) Vẽ đồ thị biểu diễn hàm số  $s$  theo  $t$ .

**Câu 10.** Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người chơi đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất (hoặc mặt nước). Chiếc cầu trong Hình có bộ phận chống đỡ dạng parabol. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài bao nhiêu mét? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.



**Câu 11.** Giả sử một máy bay cứu trợ đang bay theo phương ngang và bắt đầu thả hàng từ độ cao  $80\text{ m}$ , lúc đó máy bay đang bay với vận tốc  $50\text{ m/s}$ . Để thùng hàng cứu trợ rơi đúng vị trí được chọn, máy bay cần bắt đầu thả hàng từ vị trí nào? Biết rằng nếu chọn gốc tọa độ là hình chiếu trên mặt đất của vị trí hàng cứu trợ bắt đầu được thả, thì tọa độ của hàng cứu trợ được cho bởi hệ sau:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Trong đó,  $v_0$  là vận tốc ban đầu và  $h$  là độ cao tính từ khi hàng rời máy bay.

Lưu ý. Chuyển động này được xem là chuyển động ném ngang.



**Câu 12.** Ta có bảng giá trị của hàm cầu đối với sản phẩm  $A$  theo đơn giá của sản phẩm  $A$  như sau:

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cầu (nhu cầu về số sản phẩm)	338	288	200	98	50

- Giả sử hàm cầu là một hàm số bậc hai theo đơn giá  $x$ , hãy viết công thức của hàm này, biết rằng  $c = 392$ .
- Chứng tỏ rằng hàm số có thể viết thành dạng  $y = f(x) = a(b - x)^2$ .
- Giả sử hàm cầu này lấy mọi giá trị trên đoạn  $[0; 100]$ , hãy tính lượng cầu khi đơn giá sản phẩm  $A$  là 30, 50, 100.
- Cùng giả thiết với câu c, nếu lượng cầu là 150 sản phẩm thì đơn giá sản phẩm  $A$  là khoảng bao nhiêu (đơn vị: nghìn đồng)?

**Câu 13.** Khi một vật từ vị trí  $y_0$  được ném xiên lên cao theo góc  $\alpha$  (so với phương ngang) với vận tốc

ban đầu  $v_0$  thì phương trình chuyển động của vật này là:  $y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0$ .

- Vật bị ném xiên như vậy có chuyển động theo đường xiên hay không? Tại sao?
- Giả sử góc ném có số đo là  $45^\circ$ , vận tốc ban đầu của vật là  $3 \text{ m/s}$  và vật được ném xiên từ độ cao  $1 \text{ m}$  so với mặt đất, hãy viết phương trình chuyển động của vật.
- Một vận động viên ném lao đã lập kỉ lục với độ xa  $90 \text{ m}$ . Biết người này ném lao từ độ cao  $0,9 \text{ m}$  và góc ném là khoảng  $45^\circ$ . Hỏi vận tốc đầu của lao khi được ném đi là bao nhiêu?  
(Lưu ý: Lấy giá trị  $g = 10 \text{ m/s}^2$  cho gia tốc trọng trường và làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân.)

**Câu 14.** Bảng dưới đây cho biết chỉ số  $PM_{2,5}$  (bụi mịn) ở thành phố Hà Nội từ tháng 1 đến tháng 12 của năm 2019.

	Trung bình năm 2019	Tháng											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$PM_{2,5}$ ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	46,9	59,3	36,0	50,2	40,3	45,8	36,5	30,4	33,1	48,3	43,2	66,3	72,7

(Nguồn: Báo cáo chất lượng không khí thế giới 2019)

- Nêu chỉ số  $PM_{2,5}$  trong tháng 2; tháng 5; tháng 10.
- Chỉ số  $PM_{2,5}$  có phải là hàm số của tháng không? Tại sao?

**Câu 15.** Theo quyết định số 2019/QĐ-BĐVN ngày 01/11/2018 của Tổng công ty Bưu điện Việt Nam, giá cước dịch vụ Bưu chính phổ cập đối với dịch vụ thư cơ bản và bưu thiếp trong nước có không lượng đến  $250 \text{ g}$  như trong bảng sau:

Khối lượng đến $250 \text{ g}$	Mức cước (đồng)
Đến $20 \text{ g}$	4000

Trên 20 g đến 100 g	6000
Trên 100 g đến 250 g	8000

a) Số tiền dịch vụ thư cơ bản phải trả  $y$  (đồng) có là hàm số của khối lượng thư cơ bản  $x$ (g) hay không? Nếu đúng, hãy xác định những công thức tính  $y$ .

b) Tính số tiền phải trả khi bạn Dương gửi thư có khối lượng 150 g, 200 g.

**Câu 16.** Một lớp muốn thuê một chiếc xe khách cho chuyến tham quan với tổng đoạn đường cần đi chuyển trong khoảng từ 550 km đến 600 km, có hai công ty được tiếp cận để tham khảo giá.

Công ty A có giá khởi đầu là 3,75 triệu đồng cộng thêm 5000 đồng cho mỗi ki-lô-mét chạy xe.

Công ty B có giá khởi đầu là 2,5 triệu đồng cộng thêm 7500 đồng cho mỗi ki-lô-mét chạy xe. Lớp đó nên chọn công ty nào để chi phí là thấp nhất?

**Câu 17.** Một nhân viên bán hàng sẽ nhận được một mức lương cơ bản là 5 triệu đồng mỗi tháng và một khoản hoa hồng là 5% nếu tổng doanh số trên 10 triệu đồng trong tháng. Ngoài ra, nếu doanh số bán hàng hàng tháng là 20 triệu đồng hoặc nhiều hơn thì nhân viên bán hàng nhận được thêm tiền thưởng là 500 nghìn đồng.

a) Hãy biểu diễn thu nhập hàng tháng của nhân viên đó bằng một hàm số theo doanh số bán hàng.

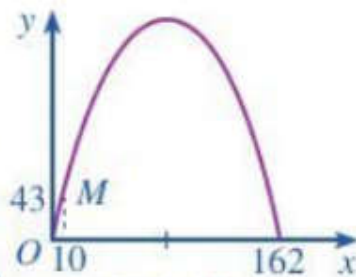
b) Nếu doanh số trong 1 tháng của nhân viên đó là 30 triệu đồng thì nhân viên đó sẽ nhận được bao nhiêu tiền lương?

**Câu 18.** Khi du lịch đến thành phố St. Louis (Mỹ), ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Arch. Giả sử ta lập một hệ tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như Hình 16 ( $x$  và  $y$  tính bằng mét), chân kia của cổng ở vị trí có tọa độ (162;0). Biết một điểm  $M$  trên cổng có tọa độ là (10;43).



Cổng Arch (St.Louis, Mỹ)

(Nguồn: <https://visaf.vn>)



Hình 16

Tính chiều cao của cổng (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

**Câu 19.** Bố bạn Lan gửi 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  $x\%$  / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Tính số tiền cả vốn và lãi mà bố bạn Lan có được sau khi gửi tiết kiệm 2 tháng?

**Câu 20.** Trong một công trình, người ta xây dựng một cổng ra vào hình parabol (minh họa ở Hình 13) sao cho khoảng cách giữa hai chân cổng  $BC$  là  $9m$ . Từ một điểm  $M$  trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là  $MK = 1,6m$  và khoảng cách từ  $K$  tới chân cổng gần nhất là  $BK = 0,5m$ . Tính chiều cao của cổng theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 13

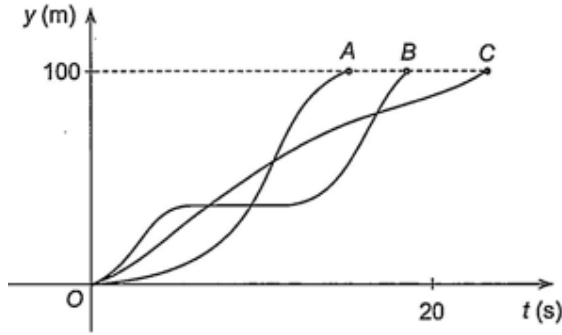
**Câu 21.** Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền  $T$  phải trả là một hàm số của số ngày  $x$  mà khách thuê xe.

a. Viết công thức của hàm số  $T = T(x)$ .



b. Tính  $T(2), T(3), T(5)$  và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

**Câu 22.** Trong một cuộc thi chạy 100 m, có ba học sinh dự thi. Biểu đồ trên Hình 6.9 mô tả quãng đường chạy được  $y(m)$  theo thời gian  $t(s)$  của mỗi học sinh.



Hình 6.9

- Đường biểu diễn quãng đường chạy được của mỗi học sinh có là đồ thị hàm số hay không?
- Học sinh nào về đích đầu tiên? Hãy cho biết ba học sinh đó có chạy hết quãng đường thi theo quy định hay không.

**Câu 23.** Để đổi nhiệt độ từ thang Celsius sang thang Fahrenheit, ta nhân nhiệt độ theo thang Celsius với  $\frac{9}{5}$  sau đó cộng với 32.

a) Viết công thức tính nhiệt độ  $F$  ở thang Fahrenheit theo nhiệt độ  $C$  ở thang Celsius. Như vậy ta có  $F$  là một hàm số của  $C$ .

b) Hoàn thành bảng sau:

$C$ (Celsius)	-10	0	10	20	30	40
$F$ (Fahrenheit)						

c) Vẽ đồ thị của hàm số  $F = F(C)$  trên đoạn  $[-10; 40]$ .

**Câu 24.** Giá phòng của một khách sạn là 750 nghìn đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 500 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền  $T$  phải trả là một hàm số của số ngày  $x$  mà khách ở tại khách sạn.

a) Viết công thức của hàm số  $T = T(x)$ .

b) Tính  $T(2), T(5), T(7)$  và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

**Câu 25.** Bảng sau đây cho biết giá nước sinh hoạt (chưa tính thuế VAT) của hộ dân cư theo mức sử dụng.

STT	Mức sử dụng nước sinh hoạt của hộ dân cư ( $m^3$ / tháng/hộ)	Giá nước ( $VND / m^3$ )
1	$10m^3$ đầu tiên	5 973
2	Từ trên $10m^3$ đến $20m^3$	7 052
3	Từ trên $20m^3$ đến $30m^3$	8 669
4	Trên $30m^3$	15 929

a) Hãy tính số tiền phải trả ứng với mỗi lượng nước sử dụng ở bảng sau:

Lượng nước sử dụng ( $m^3$ )	10	20	30	40
Số tiền (VND)				

b) Gọi  $x$  là lượng nước đã sử dụng (đơn vị  $m^3$ ) và  $y$  là số tiền phải trả tương ứng (đơn vị VND). Hãy viết công thức mô tả sự phụ thuộc của  $y$  vào  $x$ .

**Câu 26.** Có hai địa điểm  $A, B$  cùng nằm trên một tuyến quốc lộ thẳng. Khoảng cách giữa  $A$  và  $B$  là  $20km$ . Một xe máy xuất phát từ  $A$  lúc 6 giờ và chạy với vận tốc  $40km/h$  theo chiều từ  $A$  đến  $B$ . Một ô tô xuất phát từ  $B$  lúc 8 giờ và chạy với vận tốc  $80km/h$  theo cùng chiều với xe máy. Coi chuyển động của xe máy và ô tô là thẳng đều. Chọn  $A$  làm mốc, chọn thời điểm 6 giờ làm mốc thời gian và chọn chiều từ  $A$  đến  $B$  làm chiều dương. Khi đó tọa độ của xe máy và ô tô sẽ là những hàm số của biến thời gian.

a) Viết phương trình chuyển động của xe máy và ô tô (tức là công thức của hàm tọa độ theo thời gian).

- b) Vẽ đồ thị hàm tọa độ của xe máy và ô tô trên cùng một hệ trục tọa độ.  
 c) Căn cứ vào đồ thị vẽ được, hãy xác định vị trí và thời điểm ô tô đuổi kịp xe máy.  
 d) Kiểm tra lại kết quả tìm được ở câu c) bằng cách giải các phương trình chuyển động của xe máy và ô tô.

**Câu 27.** Hai bạn An và Bình trao đổi với nhau:

An nói: Tôi đọc ở một tài liệu thấy nói rằng cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội có dạng một parabol, khoảng cách giữa hai chân cổng là  $8m$  và chiều cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng là  $0,5m$  là  $2,93m$ . Từ đó tôi tính ra được chiều cao của cổng parabol đó là  $12m$ .

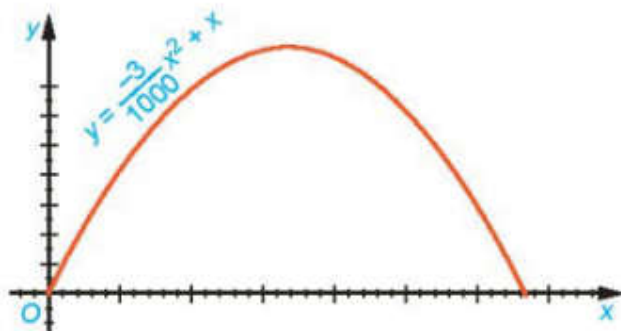


Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Sau một hồi suy nghĩ, Bình nói: Nếu dữ kiện như bạn nói, thì chiều cao của cổng parabol mà bạn tính ra ở trên là không chính xác.

Dựa vào thông tin mà An đọc được, em hãy tính chiều cao của cổng Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội để xem kết quả bạn An tính được có chính xác không nhé.

- Câu 28.** Bác Hùng dùng  $40m$  lưới thép gai rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau.
- Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng  $x$  (mét) của nó.
  - Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất mà bác Hùng có thể rào được.
- Câu 29.** Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc  $O$  (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một parabol có phương trình  $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$ , trong đó  $x$  (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc  $O$ ,  $y$  (mét) là độ cao của vật so với mặt đất



- Tìm độ cao cực đại của vật trong quá trình bay.
- Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc  $O$ . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.

**Câu 30.** Bác Hùng dùng  $200m$  hàng rào dây thép gai để rào miếng đất đủ rộng thành một mảnh vườn hình chữ nhật.

a) Tìm công thức tính diện tích  $S(x)$  của mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng  $x(m)$  của mảnh vườn đó.

b) Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất có thể rào được.

**Câu 31.** Một quả bóng được ném lên trên theo phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu  $14,7 m/s$ . Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao của quả bóng so với mặt đất (tính bằng mét) có thể mô tả bởi phương trình  $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$ .

a) Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất?

b) Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng.

c) Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng rơi chạm đất?

**Câu 32.** Một hòn đá được ném lên trên theo phương thẳng đứng. Khi bỏ qua sức cản không khí, chuyển động của hòn đá tuân theo phương trình sau:  $y = -4,9t^2 + mt + n$ , với  $m, n$  là các hằng số. Ở đây  $t = 0$  là thời điểm hòn đá được ném lên,  $y(t)$  là độ cao của hòn đá tại thời điểm  $t$  (giây) sau khi ném và  $y = 0$  ứng với bóng chạm đất.

a) Tìm phương trình chuyển động của hòn đá, biết rằng điểm ném cách mặt đất 1,5 m và thời gian để hòn đá đạt độ cao lớn nhất là 1,2 giây sau khi ném.

b) Tìm độ cao của hòn đá sau 2 giây kể từ khi bắt đầu ném.

c) Sau bao lâu kể từ khi ném, hòn đá rơi xuống mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

**Câu 33.** Một rạp chiếu phim có sức chứa 1000 người. Với giá vé là 40000 đồng, trung bình sẽ có khoảng 300 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Để tăng số lượng vé bán ra, rạp chiếu phim đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10000 đồng thì sẽ có thêm 100 người đến rạp mỗi ngày.

a) Tìm công thức của hàm số  $R(x)$  mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp chiếu phim khi giá vé là  $x$  nghìn đồng.

b) Tìm mức giá vé để doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp là lớn nhất.

**Câu 34.** Một công ty sản xuất một sản phẩm bán cho các đại lý bán lẻ trên toàn quốc. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán:  $p(x) = 1000 - 50x$  (trong đó  $p(x)$  (triệu đồng) là giá bán lẻ mỗi sản phẩm mà tại giá bán này  $x$  sản phẩm được bán). Tìm hàm doanh thu.

**Câu 35.** Một người vay 100 triệu đồng tại một ngân hàng để sản xuất với lãi suất  $x\%/năm$  trong thời hạn 2 năm.

a) Tính số tiền cả vốn và lãi mà người đó phải trả sau 2 năm theo  $x$ .

b) Nếu lãi suất vay là  $7,5\%/năm$  và thu nhập từ nguồn sản xuất của người đó mỗi tháng là 5 triệu đồng thì người đó có đủ tiền trả nợ không? Biết lãi suất không đổi trong thời hạn vay.

**Câu 36.** Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm xấp xỉ số lượng cá ban đầu và  $x$  không đổi.

a) Viết công thức tính số lượng cá trong hồ theo  $x$  sau hai năm.

b) Tính số lượng cá trong hồ sau hai năm khi  $x = 2$ .

c) Bằng cách thay đổi kỹ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm để số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

**Câu 37.** Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  $x\%/năm$ . Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo.

a) Tính số tiền cả vốn và lãi mà bố bạn Lan có được sau khi gửi tiết kiệm 2 năm.

b) Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là  $5\%/năm$  thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi có đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan không?

**Câu 38.** Giả sử độ cao  $h$  (đơn vị: mét) của một quả bóng golf tính theo thời gian  $t$  (đơn vị: giây) trong một lần đánh của vận động viên được xác định bằng một hàm số bậc hai và giá trị tương ứng tại một số thời điểm được cho bởi bảng dưới đây:

Thời gian (s)	0	0,5	1	2	3
Độ cao (m)	0	28	48	64	48



a) Xác định hàm số bậc hai biểu thị độ cao  $h(m)$  của quả bóng golf tính theo thời gian  $t(s)$ .

b) Sau bao lâu kể từ khi vận động viên đánh bóng thì bóng lại chạm đất?

**Câu 39.** Để mua được một chiếc xe đạp thể thao trị giá 15 triệu đồng, bạn Nam hàng ngày bỏ vào lợn đất tiết kiệm 50000 đồng từ tiền tiêu vặt mẹ cho.

a) Thiết lập hàm số biểu thị số tiền  $y$  (nghìn đồng) bạn Nam tiết kiệm được theo thời gian  $t$  (ngày) và số tiền ban đầu  $a$  (nghìn đồng) mà bạn Nam có.

b) Nếu ban đầu bạn Nam có 5000000 đồng thì sau bao lâu bạn Nam mới có thể mua được chiếc xe đạp đó (giả sử giá chiếc xe đó không đổi)?

**Câu 40.** Một công ty chuyển phát thông báo giá cước vận chuyển trong tỉnh  $A$  (người gửi trả tiền) như sau:

Dưới 1kg	Từ 1kg tới 2kg	Mỗi 0,5kg tiếp theo
15000 đồng	18000 đồng	3000 đồng

Nếu một khách hàng muốn gửi gói hàng nặng 4,4kg thì số tiền người gửi phải trả là

A. 30000 đồng.

B. 33000 đồng.

C. 51000 đồng.

D. 39000 đồng.

**Câu 41.** Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một tấm thiệp Giáng Sinh thứ hai trở đi thì sẽ được giảm 33% so với giá ban đầu. Biết giá ban đầu một tấm thiệp là 15000 đồng. Nếu bạn Ngân có 100000 đồng thì Ngân có thể mua được tối đa bao nhiêu tấm thiệp Giáng Sinh?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

**Câu 42.** Bảng giá bán lẻ điện sinh hoạt được mô tả như sau:

Mức điện tiêu thụ	Giá bán điện (đồng/kWh)
Bậc 1 (từ 0 đến 50kWh)	1678
Bậc 2 (từ 50 đến 100kWh)	1734
Bậc 3 (từ 100 đến 200kWh)	2014
Bậc 4 (từ 200 đến 300kWh)	2536
Bậc 5 (từ 300 đến 400kWh)	2834
Bậc 6 (từ 400kWh trở lên)	2927

(Theo Tập đoàn Điện lực Việt Nam ngày 28/10/2021)

Nếu một hộ gia đình phải trả số tiền dùng trong tháng là 767300 đồng thì số kWh điện (số điện) tiêu thụ của hộ gia đình trong tháng đó là bao nhiêu?

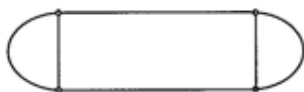
A. 340kWh.

B. 350kWh.

C. 360kWh.

D. 400kWh.

**Câu 43.** Bác An định rào một mảnh vườn trên cánh đồng bao gồm: một hình chữ nhật ở giữa và hai nửa đường tròn hai bên có đường kính bằng chiều rộng hình chữ nhật (hình bên).



Biết bác An có 1000m rào. Diện tích lớn nhất của vườn mà bác có thể rào được là (kết quả làm tròn tới chữ số hàng phần trăm)

A. 77576,47m<sup>2</sup>.

B. 79577,47m<sup>2</sup>.

C.  $35016,19m^2$ .

D.  $35006,19m^2$ .

**Câu 44.** Giả sử một quả bóng được ném lên từ mặt đất rồi rơi xuống theo quỹ đạo là một đường parabol. Biết rằng quả bóng được ném lên từ độ cao ban đầu là  $1m$ , sau  $1$  giây nó đạt độ cao  $10m$  và sau  $3,5$  giây nó ở độ cao  $6,25m$ . Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được là

A.  $11m$ .

B.  $12m$ .

C.  $13m$ .

D.  $14m$ .

**Câu 45.** Một cửa hàng bán bánh với giá bán mỗi cái là  $50000$  đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được  $40$  cái. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi cái  $1000$  đồng thì số bánh bán tăng thêm được là  $10$  cái. Biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi cái là  $30000$  đồng. Giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất là

A.  $42000$  đồng.

B.  $43000$  đồng.

C.  $30000$  đồng.

D.  $50000$  đồng.

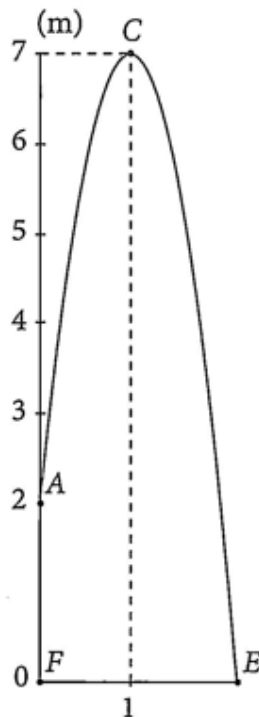
**Câu 46.** Gọi  $x$  (phút) là thời gian trung bình một người gọi điện thoại trong một tháng, biết rằng  $x \in (900; 1000)$ . Có hai gói cước để người đó lựa chọn:

- Gói cước 1: Giá cho  $200$  phút gọi đầu tiên là  $50000$  đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá  $1200$  đồng.

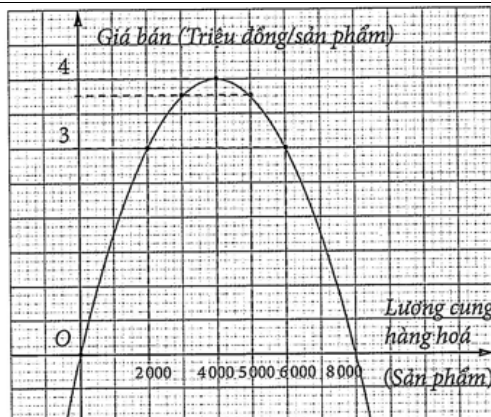
- Gói cước 2: Giá cho  $500$  phút gọi đầu tiên là  $70000$  đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá  $1000$  đồng.

Hỏi người đó nên chọn gói cước nào để được lợi hơn?

**Câu 47.** Một viên bi được ném xiên từ vị trí  $A$  cách mặt đất  $2m$  theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Tìm khoảng cách từ vị trí  $E$  đến vị trí  $F$ , biết rằng vị trí  $E$  là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất.



**Câu 48.** Đồ thị ở hình vẽ sau đây cho thấy sự phụ thuộc của lượng cung hàng hoá (số lượng hàng hoá được sản xuất, đơn vị tính: sản phẩm) bởi giá bán (đơn vị tính: triệu đồng/sản phẩm) đối với một loại hàng hóa.



- a) Xác định lượng cung hàng hoá khi giá bán mỗi sản phẩm là 3 triệu đồng.  
 b) Em hãy ước lượng mức giá bán mỗi sản phẩm của loại hàng hoá này khi nhu cầu thị trường đang cần là 5000 sản phẩm.

**Câu 49.** Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 10% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 60000 đồng.

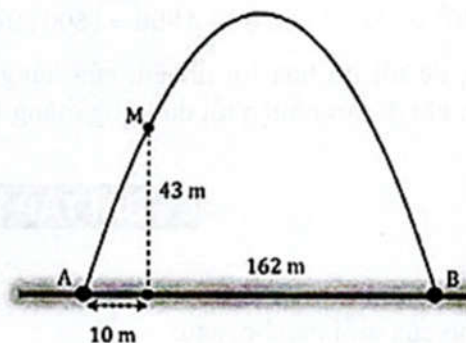
- a) Nếu gọi số gói kẹo đã mua là  $x$ , số tiền phải trả là  $y$ . Hãy biểu diễn  $y$  theo  $x$ .  
 b) Một người muốn mua 10 gói kẹo thì phải bỏ ra số tiền là bao nhiêu?  
 c) Bạn An có 500000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo?

**Câu 50.** Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Hỏi anh này nên lựa chọn nhà hàng nào để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)?

**Câu 51.** Một công ty dịch vụ cho thuê xe hơi vào dịp tết với giá thuê mỗi chiếc xe hơi như sau: khách thuê tối thiểu phải thuê trọn ba ngày tết (mùng 1, 2, 3) với giá 1000000 triệu đồng/ngày; những ngày còn lại (nếu khách còn thuê) sẽ được tính giá thuê là 700000 đồng/ngày. Giả sử  $T$  là tổng số tiền mà khách phải trả khi thuê một chiếc xe hơi của công ty và  $x$  là số ngày thuê của khách.

- a) Viết hàm số  $T$  theo  $x$  và tìm điều kiện của  $x$ .  
 b) Một khách hàng thuê một chiếc xe hơi công ty trong 7 ngày tết thì sẽ trả khoản tiền thuê là bao nhiêu?  
 c) Anh Bình định dành ra một khoản tối đa là 10 triệu đồng cho phí thuê xe đi chơi trong dịp tết, hỏi anh Bình có thể thuê xe của công ty trên tối đa được bao nhiêu ngày?

**Câu 52.** Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là  $162m$ . Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao  $43m$  so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm  $A$ ) một khoảng  $10m$ . Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).

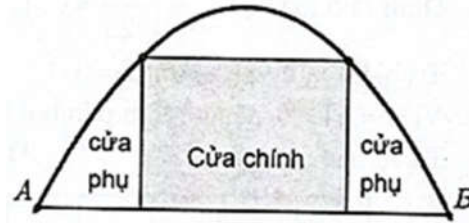


**Câu 53.** Một cửa hàng kinh doanh giày và giá để nhập một đôi giày là 40 đô la.

Theo nghiên cứu của bộ phận kinh doanh thì nếu cửa hàng bán mỗi đôi giày với giá  $x$  đô la thì mỗi tháng sẽ bán được  $120 - x$  đôi giày. Hỏi cửa hàng bán giá bao nhiêu cho một đôi giày để có thể thu lãi cao nhất trong tháng.

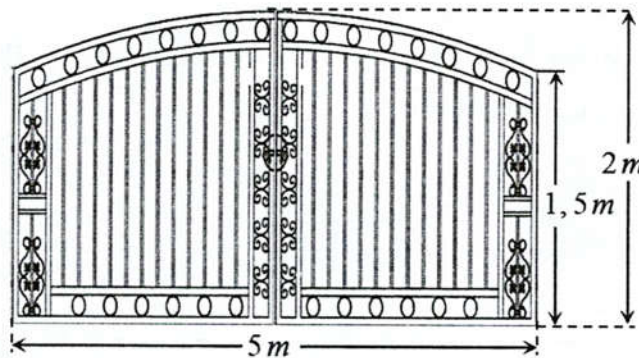
**Câu 54.** Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng  $P(n) = 360 - 10n$  (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

**Câu 55.** Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.

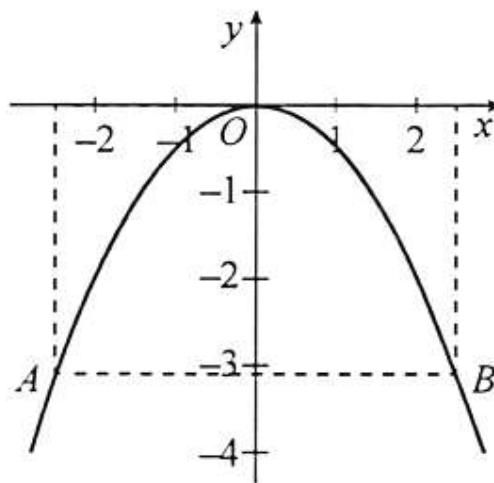


Biết chiều cao cổng parabol là  $4m$ , cửa chính (ở giữa parabol) cao  $3m$  và rộng  $4m$ . Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol này (đoạn  $AB$  trên hình vẽ).

**Câu 56.** Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên của cửa sắt là một Parabol  $y = ax^2 + bx + c$ . Tìm  $a, b, c$  biết tổng của chúng là  $\frac{48}{25}$ .



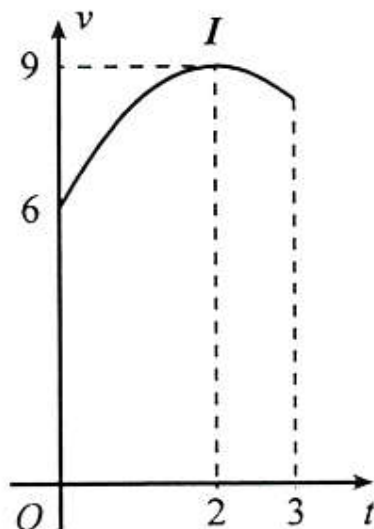
**Câu 57.** Một chiếc cổng hình parabol có phương trình  $y = -\frac{1}{2}x^2$ . Biết cổng có chiều rộng  $d = 5$  mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao  $h$  của cổng.



**Câu 58.** Một doanh nghiệp tư nhân  $A$  chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra

trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

**Câu 59.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc  $v(km/h)$  phụ thuộc thời gian  $t(h)$  có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2;9)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ.



Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động.

### LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Câu 1.** Một hãng taxi có bảng giá như sau:

	Giá mở cửa (0,5km)	Giá cước các kilomet tiếp theo	Giá cước từ kilomet thứ 31
Taxi 4 chỗ	11000 đồng	14500 đồng	11600 đồng
Taxi 7 chỗ	11000 đồng	15500 đồng	13600 đồng

a) Xem số tiền đi taxi là một hàm số phụ thuộc số kilomet di chuyển, hãy viết công thức của các hàm số dựa trên thông tin từ bảng giá đã cho theo từng yêu cầu:

i) Hàm số  $f(x)$  để tính số tiền hành khách phải trả khi di chuyển  $x$  km bằng xe taxi 4 chỗ.

ii) Hàm số  $g(x)$  để tính số tiền hành khách phải trả khi di chuyển  $x$  km bằng xe taxi 7 chỗ.

b) Nếu cần đặt xe taxi cho 30 hành khách, nên đặt toàn bộ xe 4 chỗ hay xe 7 chỗ thì có lợi hơn?

#### Lời giải

a)

i)

Nếu  $0,5 \leq x < 31$  thì số tiền phải trả là  $11000 + 14500 \cdot x$  đồng.

Nếu  $31 \leq x$  thì số tiền phải trả là

$11000 + 14500 \cdot 30 + 11600 \cdot (x - 30)$  đồng.

Vậy hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 11000 + 14500 \cdot x & 0,5 \leq x < 31 \\ 111000 + 14500 \cdot 30 + 11600 \cdot (x - 30) & x \geq 31 \end{cases}$$

ii)

Nếu  $0,5 \leq x < 31$  thì số tiền phải trả là  $11000 + 15500 \cdot x$  đồng.

Nếu  $31 \leq x$  thì số tiền phải trả là

$11000 + 15500 \cdot 30 + 13600 \cdot (x - 30)$  đồng.

Vậy hàm số

$$g(x) = \begin{cases} 11000 + 15500 \cdot x & 0,5 \leq x < 31 \\ 11000 + 15500 \cdot 30 + 13600 \cdot (x - 30) & x \geq 31 \end{cases}$$



b)

Nếu đặt toàn bộ xe 4 chỗ cho 30 hành khách thì cần 8 xe.

Nếu đặt toàn bộ xe 7 chỗ cho 30 hành khách thì cần 5 xe.

So sánh số tiền dựa theo số kilomet di chuyển: Giả sử các hành khách cần di chuyển  $x$  kilomet

+) Nếu  $0,5 \leq x < 31$ :

Số tiền trả cho 8 xe taxi 4 chỗ là:

$$8(11000 + 14500 \cdot x) = 88000 + 116000 \cdot x$$

Số tiền trả cho 5 xe taxi 7 chỗ là:

$$5(11000 + 15500 \cdot x) = 55000 + 77500 \cdot x$$

Vì  $88000 + 116000 \cdot x > 55000 + 77500 \cdot x$  nên chọn 5 xe taxi 7

chỗ sẽ lợi hơn.

+) Nếu  $x \geq 31$ :

Số tiền trả cho 8 xe taxi 4 chỗ là:

$$8(11000 + 14500 \cdot 30 + 11600 \cdot (x - 30)) = 784000 + 92800 \cdot x$$

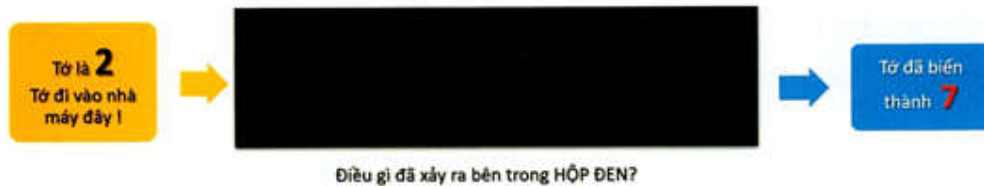
Số tiền trả cho 5 xe taxi 7 chỗ là:

$$5(11000 + 15500 \cdot 30 + 13600 \cdot (x - 30)) = 340000 + 68000 \cdot x$$

Vì  $784000 + 92800 \cdot x > 340000 + 68000 \cdot x$  nên chọn 5 xe taxi 7 chỗ sẽ lợi hơn.

Kết luận: Nên đặt toàn bộ xe 7 chỗ thì có lợi hơn.

**Câu 2.** Số 2 đã trải qua một hành trình thú vị và bị biến đổi sau khi đi qua chiếc HỘP ĐEN



Bác thợ máy đã giả mã hộp đen cho một số  $x$  bất kì như sau:



Bên trong HỘP ĐEN là một đoạn chương trình được cài đặt sẵn. Ta xem đoạn chương trình này như một hàm số  $f(x)$ . Hãy viết biểu thức của  $f(x)$  để mô tả sự biến đổi đã tác động lên  $x$ .

**Lời giải**

Sau khi vào hộp đen,  $x$  đi qua:

+) Đầu tiên,  $x$  đi qua hộp màu vàng (bình phương), ta được  $x^2$

+) Tiếp tục,  $x^2$  đi qua hộp màu xanh lá (tăng gấp ba lần), ta được  $3x^2$

+) Cuối cùng,  $3x^2$  đi qua hộp màu xanh dương (bớt đi 5), ta được:  $3x^2 - 5$

Như vậy sau khi đi qua HỘP ĐEN, số  $x$  đã biến đổi thành số  $3x^2 - 5$

Kiểm tra lại với số 2: theo công thức thì sau khi qua hộp đen ta được số:  $3 \cdot 2^2 - 5 = 7$  (đúng).

Vậy biểu thức  $f(x)$  mô tả sự biến đổi đã tác động lên  $x$  là:  $f(x) = 3x^2 - 5$

**Câu 3.** Sau khi đun nóng băng phiến lên đến gần  $90^\circ C$ , người ta để nguội, quan sát, ghi nhận nhiệt độ và trạng thái của băng phiến sau mỗi phút như Bảng 1.

Bảng 1. Nhiệt độ và trạng thái của băng phiến khi để nguội

Thời gian nguội (phút)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ )	86	84	82	81	80	80	80	80	79	77	75
Trạng thái	lỏng			lỏng và rắn				rắn			

- a) Tại sao từ bảng trên, có thể nói nhiệt độ của băng phiến là một hàm số theo thời gian (nung nóng)? Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số trên.  
b) Sau khi để nguội 3 phút, nhiệt độ băng phiến là bao nhiêu?  
c) Băng phiến chuyển hoàn toàn sang trạng thái rắn sau bao nhiêu phút?

**Lời giải**

- a) Bảng giá trị cho thấy nhiệt độ (kí hiệu là  $y$ ) là một hàm số theo thời gian (kí hiệu là  $x$ ) vì khi cho  $x$  một giá trị bất kì, ta luôn tìm được duy nhất một giá trị của  $y$ . Do vậy bảng này xác định một hàm số biểu thị nhiệt độ của băng phiến theo thời gian.  
Từ bảng giá trị của hàm số, ta có tập xác định  $D = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$  và tập giá trị  $T = \{75; 77; 79; 80; 81; 82; 84; 86\}$ .  
b) Sau khi để nguội 3 phút, nhiệt độ băng phiến là  $81^{\circ}\text{C}$ .  
c) Băng phiến chuyển hoàn toàn sang trạng thái rắn sau 8 phút (lúc đó nhiệt độ băng phiến là  $79^{\circ}\text{C}$ ).

**Câu 4.** Trong kinh tế thị trường, lượng cầu và lượng cung là hai khái niệm quan trọng. Lượng cầu chỉ khả năng về số lượng sản phẩm cần mua của bên mua (người tiêu dùng), tùy theo đơn giá bán sản phẩm; còn lượng cung chỉ khả năng cung cấp số lượng sản phẩm này cho thị trường của bên bán (nhà sản xuất) cũng phụ thuộc vào đơn giá bán sản phẩm.

Người ta khảo sát nhu cầu của thị trường đối với sản phẩm  $A$  theo đơn giá của sản phẩm này và thu được bảng sau:

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cầu (nhu cầu về số sản phẩm)	338	288	200	98	50

- a) Hãy cho biết tại sao bảng giá trị trên xác định một hàm số? Hãy tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số đó (gọi là hàm cầu).  
b) Giả sử lượng cung của sản phẩm  $A$  tuân theo công thức  $y = f(x) = \frac{x^2}{50}$ , trong đó  $x$  là đơn giá sản phẩm  $A$  và  $y$  là lượng cung ứng với đơn giá này. Hãy điền các giá trị của hàm số  $f(x)$  (gọi là hàm cung) vào bảng sau:

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cung (khả năng cung cấp về số sản phẩm)					

- c) Ta nói thị trường của một sản phẩm là cân bằng khi lượng cung và lượng cầu bằng nhau. Hãy tìm đơn giá  $x$  của sản phẩm  $A$  khi thị trường cân bằng.

**Lời giải**

**Câu 5.** a) Có thể thấy với mỗi mức đơn giá, đều có duy nhất một giá trị về lượng cầu. Do vậy bảng giá trị cho ở đề bài xác định một hàm số.

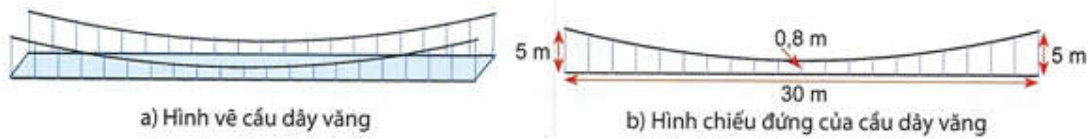
Hàm số có tập xác định  $D = \{10; 20; 40; 70; 90\}$  và tập giá trị  $T = \{338; 288; 200; 98; 50\}$ .

b)

Đơn giá sản phẩm $A$ (đơn vị nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cung (khả năng cung cấp về số sản phẩm)	2	8	32	98	162

- c) Dựa vào hai bảng giá trị của lượng cung và lượng cầu, ta tìm được giá trị  $x = 70$  thì lượng cung và lượng cầu đều bằng 98. Vậy thị trường của sản phẩm  $A$  cân bằng khi đơn giá của sản phẩm  $A$  này là 70000 (đồng).

**Câu 6.** Chiếc cầu dây văng một nhịp được thiết kế hai bên thành cầu có dạng parabol và được cố định bằng các dây cáp song song.

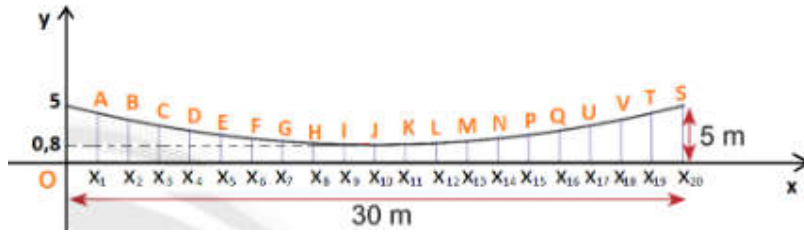


- Dựa vào bản vẽ ở Hình, hãy tính chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên. Biết:
- Dây dài nhất là 5 m, dây ngắn nhất là 0,8 m. Khoảng cách giữa các dây bằng nhau.
  - Nhịp cầu dài 30 m.
  - Cần tính thêm 5% chiều dài mỗi sợi dây cáp để neo cố định.

### Lời giải

Gọi  $y = ax^2 + bx + c$  là công thức của hàm số có đồ thị là thành cầu.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình dưới:



Khi đó độ dài dây cáp dọc ở mỗi mặt bên là tung độ của điểm biểu diễn tương ứng.

Ở mỗi mặt: có 21 dây cáp dọc, tương ứng cho 20 khoảng cách giữa chúng.

Khoảng cách giữa hai dây cáp liên kế là:  $30 : 20 = 1,5(m)$

Khi đó:  $x_0 = 0; x_1 = 1,5; x_2 = 3; x_3 = 4,5; \dots; x_n = 1,5.n$

Để thấy: các điểm có tọa độ  $(0; 5), (x_{10}; 0,8), (x_{20}; 5)$  thuộc đồ thị hàm số.

(Trong đó:  $x_{10} = 10.1,5 = 15; x_{20} = 20.1,5 = 30$ .)

Suy ra:  $f(0) = a.0^2 + b.0 + c = 5 \Leftrightarrow c = 5$

Và  $f(1) = a.10^2 + b.10 + c = 0,8 \Leftrightarrow 100a + 10b + 5 = 0,8$

$f(2) = a.30^2 + b.30 + c = 5 \Leftrightarrow 900a + 30b + 5 = 5$

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 100a + 10b + 5 = 0,8 \\ 900a + 30b + 5 = 5 \end{cases}$  ta được  $a = \frac{21}{1000}; b = -\frac{63}{100}$

Như vậy  $y = \frac{21}{1000}x^2 - \frac{63}{100}x + 5$

Gọi  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{20}$  là tung độ của các điểm có hoành độ lần lượt là  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{20}$

Ta có:

$$y_0 = 5$$

$$y_1 = \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 - \frac{63}{100} \cdot 1,5 + 5$$

$$y_2 = \frac{21}{1000} \cdot (2.1,5)^2 - \frac{63}{100} \cdot (2.1,5) + 5 = 2^2 \cdot \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 - 2 \cdot \frac{63}{100} \cdot 1,5 + 5$$

...

$$y_n = \frac{21}{1000} \cdot (n.1,5)^2 - \frac{63}{100} \cdot (n.1,5) + 5 = n^2 \cdot \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 - n \cdot \frac{63}{100} \cdot 1,5 + 5$$

$$\Rightarrow T = y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{20} = 5 + \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + 20^2) - \frac{63}{100} \cdot 1,5 \cdot (1 + 2 + \dots + 20) + 5.20$$

Mà  $1 + 2^2 + \dots + 20^2 = 2870; 1 + 2 + \dots + 20 = 210$

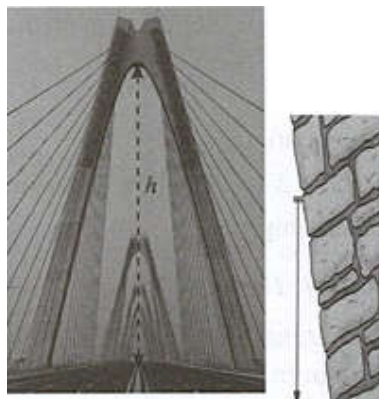
$$\Rightarrow T = 5 + \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 \cdot 2870 - \frac{63}{100} \cdot 1,5 \cdot 210 + 5.20 \approx 42,16(m)$$

Tổng chiều dài của các dây cáp dọc ở hai mặt bên là:  $42,16.2 = 84,32(m)$

Vậy chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên là 84,32 m.

**Câu 7.** Cầu Nhật Tân bắc qua sông Hồng được xem là chiếc cầu dây văng dài nhất Việt Nam năm 2022. Cầu có 5 trụ tháp chính kết nối các nhịp dây văng nâng đỡ toàn bộ phần chính của cây cầu, cũng là để tượng trưng cho 5 cửa ô cổ kính của Hà Nội. Mỗi trụ tháp được kiến trúc tạo dáng mỹ thuật phía trong bằng đường cong tựa như một parabol.

a) Giả sử rằng mặt trong của trụ cầu là một parabol như Hình 7. Khi không thể đo trực tiếp khoảng cách từ đỉnh vòm phía trong của trụ cầu tới mặt đường, làm thế nào để ước tính độ cao này?



Hình 7. Cầu Nhật Tân Hình 8

b) Giả sử biết độ rộng của mặt đường khoảng  $43m$ . Một người đã dùng dây dọi (không giãn) gắn lên thành trụ cầu ở vị trí  $B$  và điều chỉnh độ dài dây dọi để quả nặng vừa chạm đất (khi lặng gió), sau đó đo được chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là  $1,87m$  và khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng là  $20cm$ . Nếu dùng dữ liệu tự thu thập được và tính toán theo cách ở trên thì người này sẽ ước tính được độ cao từ đỉnh vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân tới mặt đường là bao nhiêu?

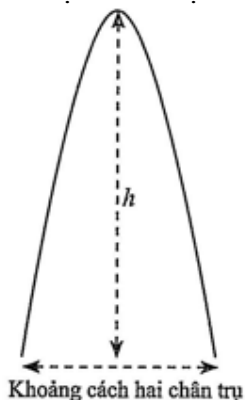
### Lời giải

a) Vấn đề đặt ra trong thực tiễn là *không đo trực tiếp* khoảng cách từ đỉnh vòm phía trong của trụ cầu tới mặt đường nhưng cần ước tính độ cao này.

Để giải quyết vấn đề thực tiễn này bằng toán học, ta dùng đồ thị hàm số bậc hai để mô phỏng cho đường biên mặt trong của trụ cầu. Từ công thức của hàm số tìm được ứng với đồ thị, ta tính độ cao cần tìm.

#### Bước 1. Lựa chọn mô hình toán học

Dùng đồ thị hàm số bậc hai mô phỏng cho đường biên mặt trong của trụ cầu như Hình 9a.



Hình 9a. Parabol mô phỏng đường biên phía trong của trụ cầu

#### Bước 2. Phát biểu bài toán

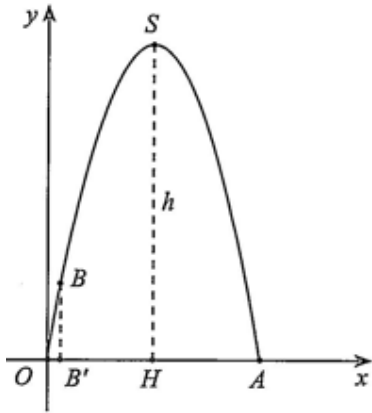
- Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  (được chọn như Hình 9b), tung độ đỉnh  $S$  của parabol là bao nhiêu?

#### Bước 3. Giải quyết bài toán toán học

Trước hết, ta tìm công thức hàm số, bằng cách:

- Đo khoảng cách  $OA$  giữa hai chân trụ của cầu, từ đó xác định tọa độ điểm  $A, H$  (với  $H$  là trung điểm của  $OA$ ).

- Chọn một điểm  $B$  cụ thể trên thành trụ cầu, xác định hình chiếu  $B'$  trên mặt đường rồi đo  $BB'$  và  $OB'$ . Từ đây, xác định tọa độ điểm  $B$ .



Hình 9b. Chọn hệ trục tọa độ Oxy

- Tìm hàm số bậc hai có công thức tổng quát:  $y = ax^2 + bx + c$  biết đồ thị hàm số này qua gốc tọa độ và hai điểm  $A, B$ .

- Sau cùng tính tung độ đỉnh  $S$ .

**Bước 4. Trả lời kết quả cho vấn đề thực tế**

Ước lượng kết quả độ cao từ đỉnh vòm phía trong của trụ cầu tới mặt đường (có thể làm tròn tung độ đỉnh  $S$  đến đơn vị mét).

- b) Chọn hệ trục tọa độ như Bước 2 ở câu a.

Đồ thị hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  nên  $c = 0$ . Suy ra công thức hàm số là  $ax^2 + bx$ .

Mặt khác đồ thị hàm số qua 2 điểm  $A(43;0), B(0,2;1,87)$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a \cdot (0,2)^2 + b \cdot 0,2 = 1,87 \\ a \cdot 43^2 + b \cdot 43 = 0 \end{cases}$$

Suy ra  $a = -\frac{187}{856}; b = \frac{8041}{856}$  nên có hàm số  $y = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x$ .

Hình chiếu của đỉnh  $S$  trên trục hoành là  $H$  nên

$$y_s = f(x_s) = f(x_H) = f\left(\frac{x_A}{2}\right) = f\left(\frac{43}{2}\right) \approx 100,98.$$

Vậy độ cao từ đỉnh vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân tới mặt đường là khoảng 101m.

(Lưu ý: Kết quả này là giả định theo số liệu do người này tự thu thập, không ảnh hưởng đến độ cao thật trong thực tế).

**Câu 8.** Giả sử hàm số bậc hai mô phỏng vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân là

$$y = f(x) = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x \text{ (đơn vị đo: mét).}$$

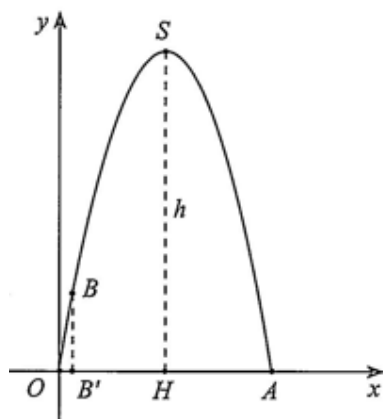
- a) Hãy tính chiều dài đoạn dây dọi sử dụng nếu khoảng cách từ chân của trụ cầu đến quả nặng là 30m.

- b) Hãy tính khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng nếu biết chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là 15m.

**Lời giải**

Ta xét điểm  $B$  trên Hình 2.





Hình 2

a) Chiều dài  $l$  của đoạn dây dọi sử dụng là tung độ điểm  $B$  trên parabol có  $x_B = 0,3$ .

Nên ta có:

$$l = BB' = f(0,3) = -\frac{187}{856}(0,3)^2 + \frac{8041}{856} \cdot 0,3 \approx 2,8(m).$$

Vậy chiều dài dây dọi khoảng  $2,8m$ .

b) Khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng là hoành độ điểm  $B$  trên parabol với  $y_B = 15$ .

$$\text{Ta có } -\frac{187}{856}x_B^2 + \frac{8041}{856}x_B = 15.$$

Suy ra  $x_1 \approx 1,6$  và  $x_2 \approx 41,3$ .

Vậy khoảng cách từ chân trụ cầu bên trái đến quả nặng là khoảng  $1,6m$ , khoảng cách từ chân trụ cầu bên phải đến quả nặng là khoảng  $41,3m$ .

Theo đề bài, ta chọn kết quả  $1,6m$ .

**Câu 9.** Một vận động viên chạy xe đạp trong 1 giờ 30 phút đầu với vận tốc trung bình là  $42km/h$ . Sau đó người này nghỉ tại chỗ 15 phút và tiếp tục đạp xe 2 giờ liền với vận tốc  $30km/h$ .

a) Hãy biểu thị quãng đường  $s$  (tính bằng kilômét) mà người này đi được sau  $t$  phút bằng một hàm số.

b) Vẽ đồ thị biểu diễn hàm số  $s$  theo  $t$ .

#### Lời giải

a) Đổi: 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ; 15 phút = 0,25 giờ;  $t$  phút =  $\frac{t}{60}$  giờ

Nếu  $t \leq 90$  (phút) thì quãng đường  $s$  mà người đó đi được là:  $42 \cdot \frac{t}{60} = 0,7t(km)$

Nếu  $90 < t \leq 90 + 15 = 105$  (phút) thì quãng đường  $s$  mà người đó đi được là:  $42 \cdot 1,5 = 63(km)$

Nếu  $105 < t \leq 105 + 120 = 225$  (phút) thì quãng đường  $s$  mà người đó đi được là:

$$42 \cdot 1,5 + \left( \frac{t}{60} - 1,5 - 0,25 \right) \cdot 30 = 0,5t + 10,5(km)$$

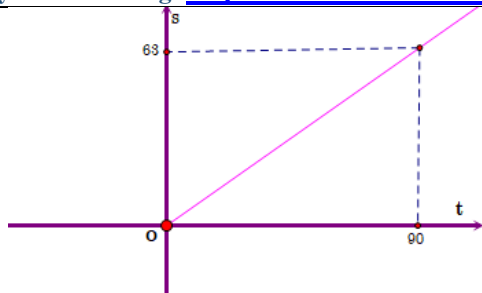
Như vậy hàm số tính quãng đường  $s$  (km) sau  $t$  phút là:

$$s = \begin{cases} 0,7t & (0 \leq t \leq 90) \\ 63 & (90 < t \leq 105) \\ 0,5t + 10,5 & (105 < t \leq 225) \end{cases}$$

b)

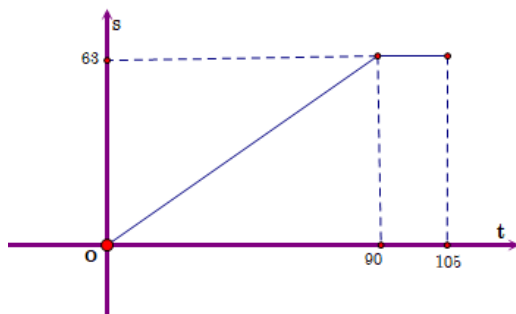
Với  $0 \leq t \leq 90$  thì  $s = 0,7t$

Trên đoạn  $[0;90]$  ta vẽ đường thẳng  $s = 0,7t$



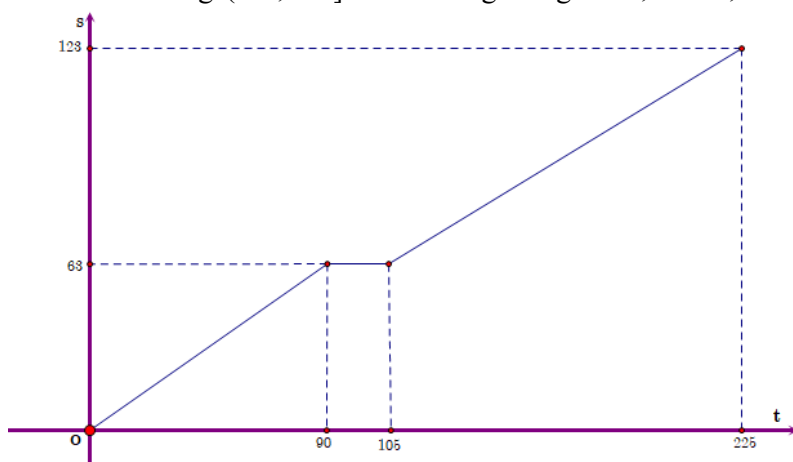
Với  $90 < t \leq 105$  thì  $s = 63(km)$

Trên nửa khoảng  $(90;105]$  ta vẽ đường thẳng  $s = 63$

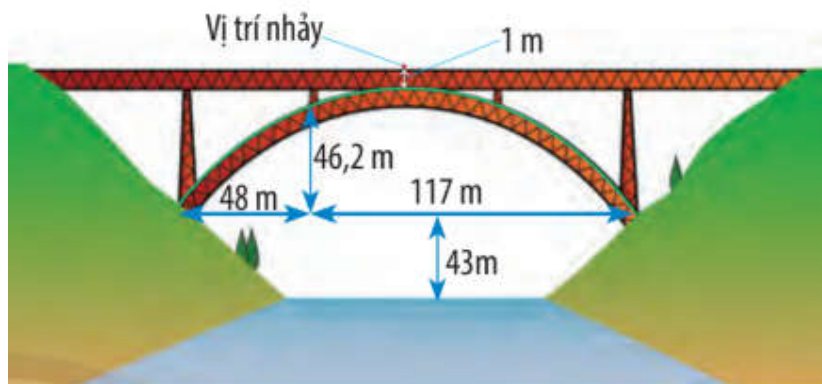


Với  $105 < t \leq 225$  (phút) thì  $s = 0,5t + 10,5.(km)$

Trên nửa khoảng  $(105;225]$  ta vẽ đường thẳng  $s = 0,5t + 10,5$ .

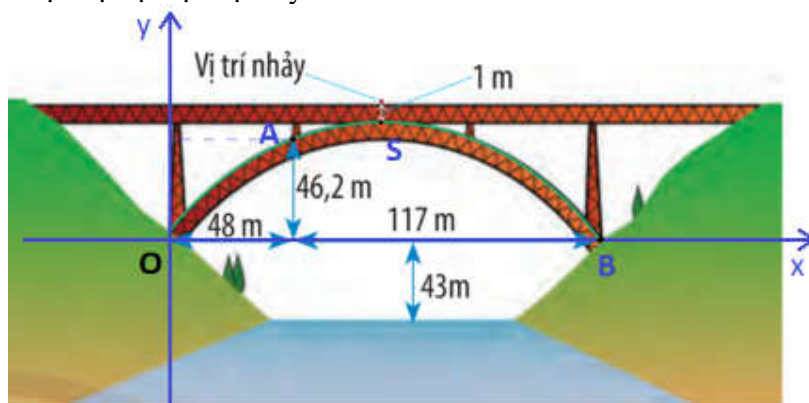


**Câu 10.** Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người chơi đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất (hoặc mặt nước). Chiếc cầu trong Hình có bộ phận chống đỡ dạng parabol. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài bao nhiêu mét? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.



Lời giải

Gọi  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  là công thức của hàm số có đồ thị là hình ảnh của bộ phận chống đỡ.  
 Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình dưới:



Gọi S là đỉnh của parabol, dưới vị trí nhảy 1m.

A, B là các điểm như hình vẽ.

Dễ thấy:  $A(48; 46,2)$  và  $B(117 + 48; 0) = (165; 0)$ .

Các điểm O, A, B đều thuộc đồ thị hàm số.

Do đó:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$$

$$f(48) = a \cdot 48^2 + b \cdot 48 + c = 46,2 \Leftrightarrow a \cdot 48^2 + b \cdot 48 = 46,2$$

$$f(165) = a \cdot 165^2 + b \cdot 165 + c = 0 \Leftrightarrow a \cdot 165^2 + b \cdot 165 = 0 \Leftrightarrow a \cdot 165 + b = 0$$

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} a \cdot 48^2 + b \cdot 48 = 46,2 \\ a \cdot 165 + b = 0 \end{cases}$  ta được

$$a = -\frac{77}{9360}; b = \frac{847}{624}$$

$$\text{Vậy } y = f(x) = -\frac{77}{9360}x^2 + \frac{847}{624}x$$

Đỉnh S có tọa độ là

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{847}{624}}{2 \cdot \left(-\frac{77}{9360}\right)} = 82,5; y_s = -\frac{77}{9360} \cdot 82,5^2 + \frac{847}{624} \cdot 82,5$$

$$\approx 56$$

Khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước là:

$$1 + 56 + 43 = 100(m)$$

$$\text{Vậy chiều dài của sợi dây đó là: } 100 : 3 = \frac{100}{3} \approx 33,33(m)$$

**Câu 11.** Giả sử một máy bay cứu trợ đang bay theo phương ngang và bắt đầu thả hàng từ độ cao 80 m, lúc đó máy bay đang bay với vận tốc  $50m/s$ . Để thùng hàng cứu trợ rơi đúng vị trí được chọn, máy bay cần bắt đầu thả hàng từ vị trí nào? Biết rằng nếu chọn gốc tọa độ là hình chiếu trên mặt đất của vị trí hàng cứu trợ bắt đầu được thả, thì tọa độ của hàng cứu trợ được cho bởi hệ sau:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

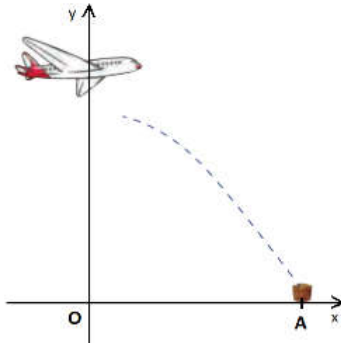
Trong đó,  $v_0$  là vận tốc ban đầu và h là độ cao tính từ khi hàng rời máy bay.

Lưu ý. Chuyển động này được xem là chuyển động ném ngang.



### Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình dưới



Gọi A vị trí hàng rơi xuống, khi đó  $y_A = 0$ . Ta có, tọa độ của A thỏa mãn:

$$\begin{cases} x = 50t \\ y = 80 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \end{cases}$$

$$\text{Mà } y_A = 0 \Rightarrow 0 = 80 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \Leftrightarrow t^2 \approx 16,33 \Rightarrow t \approx 4(s)$$

Do đó  $x_A = 50 \cdot 4 = 200(m)$  hay khoảng cách giữa máy bay và thùng hàng cứu trợ là  $200m$ .

Vậy để thùng hàng cứu trợ rơi đúng vị trí được chọn thì máy bay cần thả hàng khi cách điểm đó  $200m$ .

**Câu 12.** Ta có bảng giá trị của hàm cầu đối với sản phẩm A theo đơn giá của sản phẩm A như sau:

Đơn giá sản phẩm A (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng cầu (nhu cầu về số sản phẩm)	338	288	200	98	50

a) Giả sử hàm cầu là một hàm số bậc hai theo đơn giá  $x$ , hãy viết công thức của hàm này, biết rằng  $c = 392$ .

b) Chứng tỏ rằng hàm số có thể viết thành dạng  $y = f(x) = a(b - x)^2$ .

c) Giả sử hàm cầu này lấy mọi giá trị trên đoạn  $[0; 100]$ , hãy tính lượng cầu khi đơn giá sản phẩm A là 30, 50, 100.

d) Cùng giả thiết với câu c, nếu lượng cầu là 150 sản phẩm thì đơn giá sản phẩm A là khoảng bao nhiêu (đơn vị: nghìn đồng)?

### Lời giải

a) Theo giả thiết, hàm cầu là một hàm số bậc hai nên công thức của hàm số có dạng:  $y = f(x) = ax^2 + bx + 392$ .

Ta chọn 2 cặp giá trị từ bảng đã cho lần lượt có  $x = 10, x = 20$  thì được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + 392 = 338 \\ a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 392 = 288 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình này ta được } a = \frac{1}{50}; b = -\frac{28}{5}.$$

$$\text{Vậy } y = f(x) = \frac{1}{50}x^2 - \frac{28}{5}x + 392.$$

b) Hàm số này còn có thể thu gọn thành dạng  $y = f(x) = \frac{(140-x)^2}{50} = \frac{1}{50}(140-x)^2$ .

c) Khi  $x = 30$  thì lượng cầu là:  $y = f(30) = 242$ .

Khi  $x = 50$  thì lượng cầu là:  $y = f(50) = 162$ .

Khi  $x = 100$  thì lượng cầu là:  $y = f(100) = 32$ .

d) Nếu lượng cầu là 150 sản phẩm thì đơn giá sản phẩm  $A$  được tính nhờ phương trình sau:

$$\frac{1}{50}x^2 - \frac{28}{5}x + 392 = 150.$$

Giải phương trình này, ta được  $x_1 \approx 54,4$  và  $x_2 \approx 226,6$ .

Theo giả thiết câu c), hàm số xác định trên  $[0;100]$  nên chọn  $x_1 \approx 54,4$ .

Vậy nếu lượng cầu là 150 sản phẩm thì đơn giá sản phẩm  $A$  là khoảng 54400 (đồng).

**Câu 13.** Khi một vật từ vị trí  $y_0$  được ném xiên lên cao theo góc  $\alpha$  (so với phương ngang) với vận tốc

ban đầu  $v_0$  thì phương trình chuyển động của vật này là:  $y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0$ .

a) Vật bị ném xiên như vậy có chuyển động theo đường xiên hay không? Tại sao?

b) Giả sử góc ném có số đo là  $45^\circ$ , vận tốc ban đầu của vật là  $3m/s$  và vật được ném xiên từ độ cao  $1m$  so với mặt đất, hãy viết phương trình chuyển động của vật.

c) Một vận động viên ném lao đã lập kỉ lục với độ xa  $90m$ . Biết người này ném lao từ độ cao  $0,9m$  và góc ném là khoảng  $45^\circ$ . Hỏi vận tốc đầu của lao khi được ném đi là bao nhiêu?

(Lưu ý: Lấy giá trị  $g = 10m/s^2$  cho gia tốc trọng trường và làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân.)

#### Lời giải

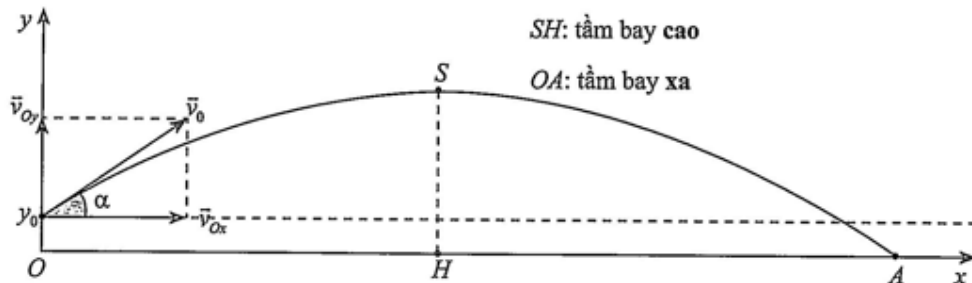
a) Với các giá trị đã biết là góc ném, vận tốc đầu và gia tốc trọng trường  $g$  là hằng số thì phương trình chuyển động trong ném xiên là một hàm số bậc hai theo  $x$ . Do vậy đồ thị hàm số là 1 parabol. Quỹ đạo chuyển động các vật cũng là một phần trên parabol này nên nó không thể chuyển động theo đường xiên.

b) Với góc ném có số đo là  $45^\circ$ , vận tốc ban đầu của vật là  $3m/s$  và vật được ném xiên từ độ cao  $1m$  so với mặt đất, ta có phương trình chuyển động của vật này là:

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0 = \frac{-10x^2}{2 \cdot 3^2 \cdot \cos^2 45^\circ} + \tan 45^\circ \cdot x + 1 = -\frac{10}{9}x^2 + x + 1.$$

c) Theo giả thiết bài toán, ta có phương trình chuyển động của lao sau khi ném là:

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0 = \frac{-10x^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 45^\circ} + \tan 45^\circ \cdot x + 0,9 = -\frac{10}{v_0^2}x^2 + x + 0,9$$



Mặt khác, lao được ném đi đạt độ xa  $90m$  tức là  $OA = 90$ . Nói cách khác điểm  $A(90;0)$  thuộc đồ thị hàm số nên ta có:

$$\text{Xét hàm số } f(90) = 0 \text{ hay } -\frac{10}{v_0^2} \cdot 90^2 + 90 + 0,9 = 0.$$

$$\text{Giải theo ẩn } v_0, \text{ ta được: } v_0^2 = \frac{90000}{101}. \text{ Suy ra } v_0 \approx 29,85(m/s).$$



**Câu 14.** Bảng dưới đây cho biết chỉ số  $PM_{2,5}$  (bụi mịn) ở thành phố Hà Nội từ tháng 1 đến tháng 12 của năm 2019.

	Trung bình năm 2019	Tháng											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$PM_{2,5}$ ( $\mu g/m^3$ )	46,9	59,3	36,0	50,2	40,3	45,8	36,5	30,4	33,1	48,3	43,2	66,3	72,7

(Nguồn: Báo cáo chất lượng không khí thế giới 2019)

- a) Nêu chỉ số  $PM_{2,5}$  trong tháng 2; tháng 5; tháng 10.  
b) Chỉ số  $PM_{2,5}$  có phải là hàm số của tháng không? Tại sao?

**Lời giải**

a) Từ bảng ta thấy:

Tháng 2: chỉ số  $PM_{2,5}$  là  $36,0(\mu g/m^3)$

Tháng 5: chỉ số  $PM_{2,5}$  là  $45,8(\mu g/m^3)$

Tháng 10: chỉ số  $PM_{2,5}$  là  $43,2(\mu g/m^3)$

b) Mỗi tháng chỉ tương ứng với đúng một chỉ số nên chỉ số  $PM_{2,5}$  là hàm số của tháng

**Câu 15.** Theo quyết định số 2019/QĐ-BĐVN ngày 01/11/2018 của Tổng công ty Bưu điện Việt Nam, giá cước dịch vụ Bưu chính phổ cập đối với dịch vụ thư cơ bản và bưu thiếp trong nước có không lượng đến 250 g như trong bảng sau:

Khối lượng đến 250 g	Mức cước (đồng)
Đến 20 g	4000
Trên 20 g đến 100 g	6000
Trên 100 g đến 250 g	8000

- a) Số tiền dịch vụ thư cơ bản phải trả y (đồng) có là hàm số của khối lượng thư cơ bản x(g) hay không? Nếu đúng, hãy xác định những công thức tính y.  
b) Tính số tiền phải trả khi bạn Dương gửi thư có khối lượng 150 g, 200 g.

**Lời giải**

a) Ta thấy với mỗi giá trị của x có đúng 1 giá trị của y tương ứng nên y là hàm số của x.  
Công thức tính y:

$$y = \begin{cases} 2000 & \text{khi } x \leq 20 \\ 6000 & \text{khi } 20 < x \leq 100 \\ 8000 & \text{khi } 100 < x \leq 250 \end{cases}$$

b) Với  $x = 150$  thì  $y = 8000$

Với  $x = 200$  thì  $y = 8000$

**Câu 16.** Một lớp muốn thuê một chiếc xe khách cho chuyến tham quan với tổng đoạn đường cần di chuyển trong khoảng từ 550 km đến 600 km, có hai công ty được tiếp cận để tham khảo giá.

Công ty A có giá khởi đầu là 3,75 triệu đồng cộng thêm 5000 đồng cho mỗi ki-lô-mét chạy xe.

Công ty B có giá khởi đầu là 2,5 triệu đồng cộng thêm 7500 đồng cho mỗi ki-lô-mét chạy xe. Lớp đó nên chọn công ty nào để chi phí là thấp nhất?

**Lời giải**

Công ty A:  $y_A = 3750 + 5.x$  (nghìn đồng)

Công ty B:  $y_B = 2500 + 7,5.x$  (nghìn đồng)

Với  $550 \leq x \leq 600$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 & (3750 + 5 \cdot x) - (2500 + 7,5x) \\
 & = 1250 - 2,5x \\
 & 550 \leq x \leq 600 \Leftrightarrow 2,5.550 \leq 2,5x \leq 2,5.600 \\
 & \Leftrightarrow 1250 - 1370 \geq 1250 - 2,5x \geq -250 \\
 & \Leftrightarrow -250 \leq 1250 - 2,5x \leq -120 \Rightarrow y_A - y_B < 0 \\
 & \text{Vậy chi phí thuê xe công ty A thấp hơn.}
 \end{aligned}$$

**Câu 17.** Một nhân viên bán hàng sẽ nhận được một mức lương cơ bản là 5 triệu đồng mỗi tháng và một khoản hoa hồng là 5% nếu tổng doanh số trên 10 triệu đồng trong tháng. Ngoài ra, nếu doanh số bán hàng hàng tháng là 20 triệu đồng hoặc nhiều hơn thì nhân viên bán hàng nhận được thêm tiền thưởng là 500 nghìn đồng.

- a) Hãy biểu diễn thu nhập hàng tháng của nhân viên đó bằng một hàm số theo doanh số bán hàng.  
 b) Nếu doanh số trong 1 tháng của nhân viên đó là 30 triệu đồng thì nhân viên đó sẽ nhận được bao nhiêu tiền lương?

**Lời giải**

a) Gọi  $x$  (triệu đồng) là doanh số bán hàng và  $y$  (triệu đồng) là thu nhập tương ứng của nhân viên đó hàng tháng. Ta có hàm số biểu diễn thu nhập hàng tháng của nhân viên đó theo doanh số bán

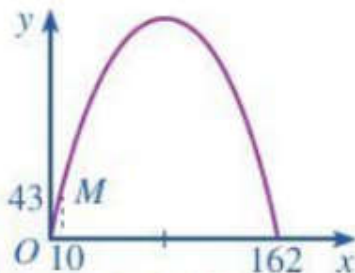
$$\text{hàng như sau (đơn vị: triệu đồng): } y = \begin{cases} 5 & \text{nếu } 0 \leq x \leq 10 \\ 5 + 0,05x & \text{nếu } 10 < x < 20 \\ 5,5 + 0,05x & \text{nếu } x \geq 20. \end{cases}$$

b) Nếu  $x = 30 > 20$  thì  $y = 5,5 + 0,05 \cdot 30 = 7$ . Vậy nhân viên đó sẽ được nhận 7 triệu đồng.

**Câu 18.** Khi du lịch đến thành phố St. Louis (Mỹ), ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Arch. Giả sử ta lập một hệ tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như Hình 16 ( $x$  và  $y$  tính bằng mét), chân kia của cổng ở vị trí có tọa độ  $(162; 0)$ . Biết một điểm  $M$  trên cổng có tọa độ là  $(10; 43)$ .



Cổng Arch (St.Louis, Mỹ)  
 (Nguồn: <https://visaf.vn>)



Hình 16

Tính chiều cao của cổng (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

**Lời giải**

Từ đồ thị ta thấy các điểm thuộc đồ thị là:

$$A(0; 0), B(10; 43), C(162; 0).$$

Gọi hàm số là  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Thay tọa độ các điểm A, B, C vào ta được hệ:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 43 \\ a \cdot 162^2 + b \cdot 162 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 100a + 10b = 43 \\ 162^2 a + 162b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

Từ đó ta có  $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$

Hoành độ đỉnh của đồ thị là:  $x = -\frac{b}{2a} = 81$

Khi đó:  $y = -\frac{43}{1520} \cdot 81^2 + \frac{3483}{760} \cdot 81 \approx 186(m)$

Vậy chiều cao của công là 186m.

**Câu 19.** Bố bạn Lan gửi 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  $x\%$  / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Tính số tiền cả vốn và lãi mà bố bạn Lan có được sau khi gửi tiết kiệm 2 tháng?

**Lời giải**

Số tiền cả vốn và lãi sau 2 tháng mà bố bạn Lan có được là:  
 $(10 + 10x\%)x\% + 10 + 10x\% = 0,001x^2 + 0,2x + 10$  (triệu đồng)

**Câu 20.** Trong một công trình, người ta xây dựng một công ra vào hình parabol (minh hoạ ở Hình 13) sao cho khoảng cách giữa hai chân công  $BC$  là  $9m$ . Từ một điểm  $M$  trên thân công người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là  $MK = 1,6m$  và khoảng cách từ  $K$  tới chân công gần nhất là  $BK = 0,5m$ . Tính chiều cao của công theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 13

**Lời giải**

Lấy hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho vị trí  $B$  trùng với gốc  $O$ , trục  $Ox$  nằm trên đường nối chân hai công,  $C$  nằm trên tia  $Ox$  (đơn vị trên các trục tính theo mét).

Khi đó công ra vào là một phần của đồ thị hàm số  $y = \frac{-32}{85}x^2 + \frac{288}{85}x$ .

Đỉnh của đồ thị hàm số trên có tung độ là khoảng 7,6.

Vậy chiều cao của công là khoảng  $7,6m$ .

**Câu 21.** Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền  $T$  phải trả là một hàm số của số ngày  $x$  mà khách thuê xe.

a. Viết công thức của hàm số  $T = T(x)$ .

b. Tính  $T(2), T(3), T(5)$  và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

**Lời giải**

a.

- Nếu  $0 < x \leq 2$  thì  $T(x) = 1,2 \cdot x$

- Nếu  $x > 2$  thì  $T(x) = 1,2 \cdot 2 + 0,9 \cdot (x - 2) = 0,6 + 0,9 \cdot x$

b.

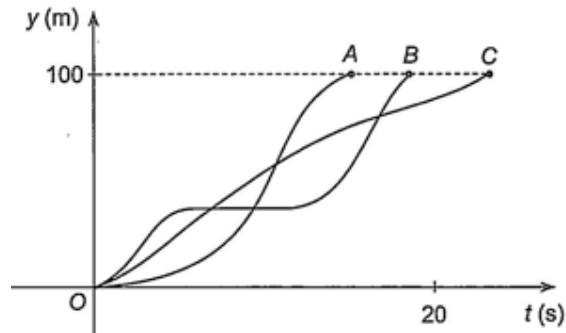
-  $T(2) = 1,2 \cdot 2 = 2,4$

$$- T(3) = 0,6 + 0,9.3 = 3,3$$

$$- T(5) = 0,6 + 0,9.5 = 5,1$$

Ý nghĩa các giá trị:  $T(2), T(3), T(5)$  lần lượt là số tiền phải trả nếu khách thuê 2 ngày, 3 ngày, 5 ngày

**Câu 22.** Trong một cuộc thi chạy 100 m, có ba học sinh dự thi. Biểu đồ trên Hình 6.9 mô tả quãng đường chạy được  $y(m)$  theo thời gian  $t(s)$  của mỗi học sinh.



Hình 6.9

- Đường biểu diễn quãng đường chạy được của mỗi học sinh có là đồ thị hàm số hay không?
- Học sinh nào về đích đầu tiên? Hãy cho biết ba học sinh đó có chạy hết quãng đường thi theo quy định hay không.

**Lời giải**

- Đường biểu diễn quãng đường chạy được của mỗi học sinh có là đồ thị hàm số.
- Từ đồ thị ta thấy, học sinh A về đích đầu tiên vì thời gian chạy là ít nhất. Cả ba học sinh đều chạy hết quãng đường 100 m theo quy định.

**Câu 23.** Để đổi nhiệt độ từ thang Celsius sang thang Fahrenheit, ta nhân nhiệt độ theo thang Celsius với  $\frac{9}{5}$  sau đó cộng với 32.

- Viết công thức tính nhiệt độ  $F$  ở thang Fahrenheit theo nhiệt độ  $C$  ở thang Celsius. Như vậy ta có  $F$  là một hàm số của  $C$ .

- Hoàn thành bảng sau:

$C$ (Celsius)	-10	0	10	20	30	40
$F$ (Fahrenheit)						

- Vẽ đồ thị của hàm số  $F = F(C)$  trên đoạn  $[-10; 40]$ .

**Lời giải**

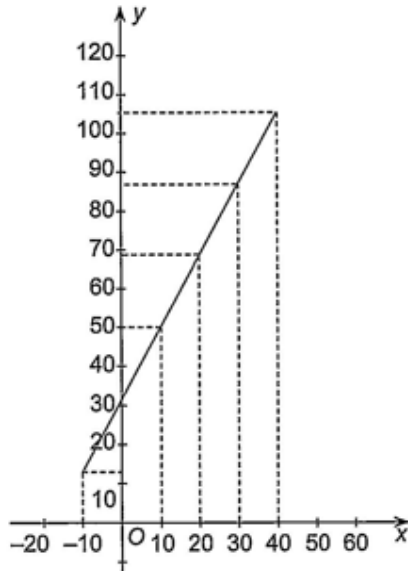
$$a) F = \frac{9}{5}C + 32.$$

- 

$C$ (Celsius)	-10	0	10	20	30	40
$F$ (Fahrenheit)	14	32	50	68	86	104

75

- Đồ thị của hàm số  $F = F(C) = \frac{9}{5}C + 32$  trên đoạn  $[-10; 40]$  (H.6.20):



Hình 6.20

**Câu 24.** Giá phòng của một khách sạn là 750 nghìn đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 500 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền  $T$  phải trả là một hàm số của số ngày  $x$  mà khách ở tại khách sạn.

- Viết công thức của hàm số  $T = T(x)$ .
- Tính  $T(2), T(5), T(7)$  và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

**Lời giải**

$$a) T = T(x) = \begin{cases} 750x & \text{nếu } 0 \leq x \leq 2 \\ 1500 + 500(x - 2) & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$$

- $T(2) = 1500$ : khách sẽ phải trả 1,5 triệu đồng nếu thuê phòng khách sạn 2 ngày;
- $T(3) = 3\ 000$ : khách sẽ phải trả 3 triệu đồng nếu thuê phòng khách sạn 3 ngày;
- $T(7) = 4\ 000$ : khách sẽ phải trả 4 triệu đồng nếu thuê phòng khách sạn 7 ngày.

**Câu 25.** Bảng sau đây cho biết giá nước sinh hoạt (chưa tính thuế VAT) của hộ dân cư theo mức sử dụng.

STT	Mức sử dụng nước sinh hoạt của hộ dân cư ( $m^3$ / tháng/hộ)	Giá nước ( $VND / m^3$ )
1	$10 m^3$ đầu tiên	5 973
2	Từ trên $10 m^3$ đến $20 m^3$	7 052
3	Từ trên $20 m^3$ đến $30 m^3$	8 669
4	Trên $30 m^3$	15 929

a) Hãy tính số tiền phải trả ứng với mỗi lượng nước sử dụng ở bảng sau:

Lượng nước sử dụng ( $m^3$ )	10	20	30	40
Số tiền (VND)				

b) Gọi  $x$  là lượng nước đã sử dụng (đơn vị  $m^3$ ) và  $y$  là số tiền phải trả tương ứng (đơn vị VND). Hãy viết công thức mô tả sự phụ thuộc của  $y$  vào  $x$ .

**Lời giải**

a)

Lượng nước sử dụng ( $m^3$ )	10	20	30	40
Số tiền (VND)	59730	130250	216940	376230

b) Công thức mô tả sự phụ thuộc của  $y$  vào  $x$  là:



$$y = \begin{cases} 5973x & \text{với } x \leq 10 \\ 59730 + 7052(x-10) & \text{với } 10 < x \leq 20 \\ 130250 + 8669(x-20) & \text{với } 20 < x \leq 30 \\ 216940 + 15929(x-30) & \text{với } x \geq 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y = \begin{cases} 5973x & \text{với } x \leq 10 \\ 7052x - 10790 & \text{với } 10 < x \leq 20 \\ 8669x - 43130 & \text{với } 20 < x \leq 30 \\ 15929x - 260930 & \text{với } x > 30 \end{cases}$$

**Câu 26.** Có hai địa điểm  $A, B$  cùng nằm trên một tuyến quốc lộ thẳng. Khoảng cách giữa  $A$  và  $B$  là  $20\text{ km}$ . Một xe máy xuất phát từ  $A$  lúc 6 giờ và chạy với vận tốc  $40\text{ km/h}$  theo chiều từ  $A$  đến  $B$ . Một ô tô xuất phát từ  $B$  lúc 8 giờ và chạy với vận tốc  $80\text{ km/h}$  theo cùng chiều với xe máy. Coi chuyển động của xe máy và ô tô là thẳng đều. Chọn  $A$  làm mốc, chọn thời điểm 6 giờ làm mốc thời gian và chọn chiều từ  $A$  đến  $B$  làm chiều dương. Khi đó tọa độ của xe máy và ô tô sẽ là những hàm số của biến thời gian.

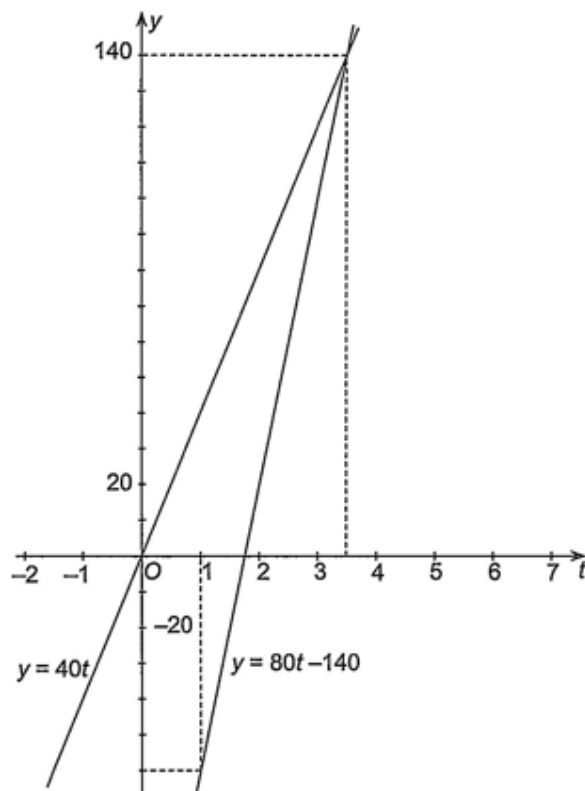
- Viết phương trình chuyển động của xe máy và ô tô (tức là công thức của hàm tọa độ theo thời gian).
- Vẽ đồ thị hàm tọa độ của xe máy và ô tô trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Căn cứ vào đồ thị vẽ được, hãy xác định vị trí và thời điểm ô tô đuổi kịp xe máy.
- Kiểm tra lại kết quả tìm được ở câu c) bằng cách giải các phương trình chuyển động của xe máy và ô tô.

#### Lời giải

a) Phương trình chuyển động của xe máy là:  $y = 40t$ .

Phương trình chuyển động của ô tô là:  $y = 20 + 80(t - 2) = 80t - 140$ .

b)



Hình 6.21

c) Hai đồ thị cắt nhau tại điểm  $(3,5;140)$ , suy ra ô tô đuổi kịp xe máy khi  $t = 3,5$ , tức là đuổi kịp lúc 9 giờ 30 phút tại vị trí cách địa điểm  $A$  là  $140\text{ km}$ .

d) Xét phương trình  $40t = 80t - 140 \Leftrightarrow 40t = 140 \Leftrightarrow t = 3,5$ . Khi  $t = 3,5$  thì  $y = 40 \cdot 3,5 = 140$ .

Vậy ô tô đuổi kịp xe máy lúc 9 giờ 30 phút tại vị trí cách địa điểm  $A$  là 140 km.

**Câu 27.** Hai bạn An và Bình trao đổi với nhau:

An nói: Tôi đọc ở một tài liệu thấy nói rằng cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội có dạng một parabol, khoảng cách giữa hai chân cổng là  $8m$  và chiều cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng là  $0,5m$  là  $2,93m$ . Từ đó tôi tính ra được chiều cao của cổng parabol đó là  $12m$ .



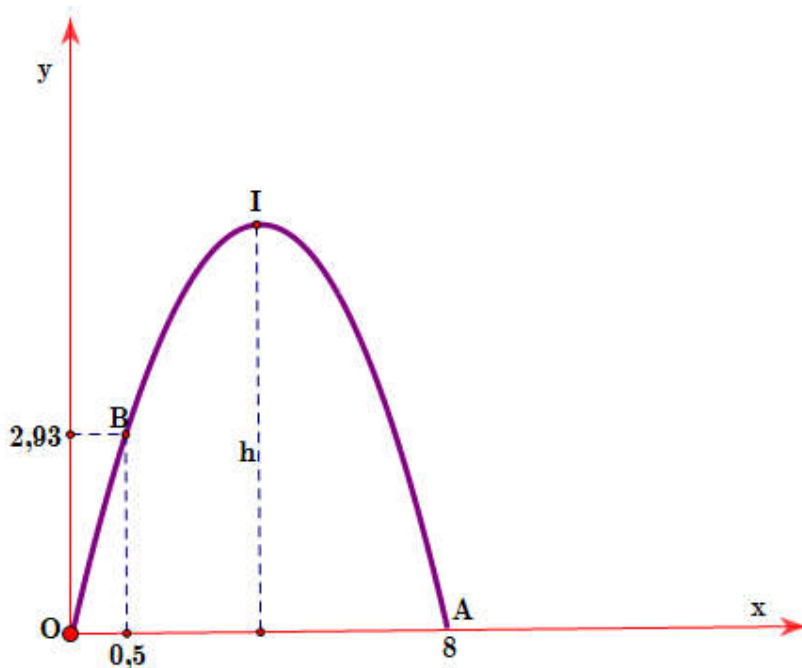
Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Sau một hồi suy nghĩ, Bình nói: Nếu dữ kiện như bạn nói, thì chiều cao của cổng parabol mà bạn tính ra ở trên là không chính xác.

Dựa vào thông tin mà An đọc được, em hãy tính chiều cao của cổng Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội để xem kết quả bạn An tính được có chính xác không nhé.

#### Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đặt tại gốc tọa độ, chân còn lại đặt trên tia  $Ox$ . Khi đó cổng parabol là một phần của đồ thị hàm số dạng  $y = ax^2 + bx$  (do parabol đi qua gốc tọa độ nên hệ số tự do bằng 0).



Parabol đi qua các điểm có tọa độ  $A(8;0)$  và  $B(0,5;2,93)$ .

Thay tọa độ của  $A, B$  vào hàm số ta có:

$$\begin{cases} 0 = a.8^2 + b.8 \\ 2,93 = a.0,5^2 + b.0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-293}{375} \\ b = \frac{2344}{375} \end{cases}$$

Suy ra có hàm số  $y = \frac{-293}{375}x^2 + \frac{2344}{375}x$

Hàm số có đỉnh  $I\left(4; \frac{4688}{375}\right)$

Suy ra chiều cao của cổng là  $\frac{4688}{375} \approx 12,5m$ .

Kết quả của An gần chính xác.

**Câu 28.** Bác Hùng dùng  $40m$  lưới thép gai rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau.

a. Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng  $x$  (mét) của nó.

b. Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất mà bác Hùng có thể rào được.

**Lời giải**

a. Chiều dài của mảnh vườn là:  $20 - x(m)$ .

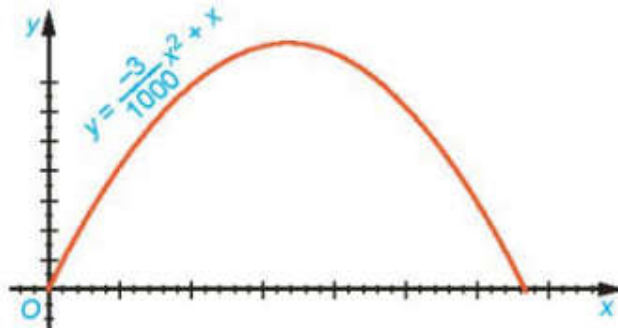
Diện tích của mảnh vườn là:  $x \cdot (20 - x) = 20x - x^2$ .

b. Xét đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 20x$  có đỉnh là  $(10; 100)$

Vậy diện tích mảnh vườn lớn nhất là  $100$  khi kích thước chiều rộng là  $10m$ , kích thước chiều dài là  $10m$ .

**Câu 29.** Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc  $O$  (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ

Oxy là một parabol có phương trình  $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$ , trong đó  $x$  (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc  $O$ ,  $y$  (mét) là độ cao của vật so với mặt đất



a. Tìm độ cao cực đại của vật trong quá trình bay.

b. Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc  $O$ . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.

**Lời giải**

a. Đồ thị hàm số  $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$  có đỉnh là  $I\left(\frac{500}{3}; \frac{250}{3}\right)$

Suy ra độ cao cực đại của vật là:  $\frac{250}{3} \approx 83,3m$

b. Điểm chạm đất sau khi bay của vật có tọa độ  $A(a; 0)$  với  $a$  là số thực dương.

Ta có:  $0 = \frac{-3}{1000}x^2 + x \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{1000}{3}$

Suy ra:  $a = \frac{1000}{3}$

Vậy khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc  $O$  là:  $\frac{1000}{3} \approx 333,3m$ .

**Câu 30.** Bác Hùng dùng  $200m$  hàng rào dây thép gai để rào miếng đất đủ rộng thành một mảnh vườn hình chữ nhật.

- Tìm công thức tính diện tích  $S(x)$  của mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng  $x(m)$  của mảnh vườn đó.
- Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất có thể rào được.

**Lời giải**

a) Chiều dài của mảnh vườn là:  $100 - x(m)$ .

Do đó, ta có công thức diện tích  $S(x) = (100 - x)x = -x^2 + 100x (m^2)$ .

b) Mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất khi hàm số  $S(x) = -x^2 + 100x$  đạt giá trị lớn nhất. Vì  $a = -1 < 0$  nên hàm số bậc hai này đạt giá trị lớn nhất tại  $x = -\frac{b}{2a} = 50$ .

Vậy mảnh vườn có diện tích lớn nhất khi nó có kích thước là  $50m \times 50m$  (tức là khi nó trở thành hình vuông).

**Câu 31.** Một quả bóng được ném lên trên theo phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu  $14,7m/s$ . Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao của quả bóng so với mặt đất (tính bằng mét) có thể mô tả bởi phương trình  $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$ .

- Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất?
- Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng.
- Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng rơi chạm đất?

**Lời giải**

a) Quả bóng đạt độ cao lớn nhất khi  $h(t)$  đạt giá trị lớn nhất, tức là khi  $t = 1,5$  (giây).

Vậy sau khi ném  $1,5$  giây thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất.

b) Ta có  $h(1,5) = -4,9 \cdot (1,5)^2 + 14,7 \cdot 1,5 = 11,025$ .

Độ cao lớn nhất của quả bóng là  $11,025m$ .

c) Quả bóng chạm đất tức là  $h(t) = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 14,7t = 0 \Leftrightarrow t = 0$  (loại) hoặc  $t = 3$ .

Vậy sau khi ném  $3$  giây thì quả bóng chạm đất.

**Câu 32.** Một hòn đá được ném lên trên theo phương thẳng đứng. Khi bỏ qua sức cản không khí, chuyển động của hòn đá tuân theo phương trình sau:  $y = -4,9t^2 + mt + n$ , với  $m, n$  là các hằng số. Ở đây  $t = 0$  là thời điểm hòn đá được ném lên,  $y(t)$  là độ cao của hòn đá tại thời điểm  $t$  (giây) sau khi ném và  $y = 0$  ứng với bóng chạm đất.

- Tìm phương trình chuyển động của hòn đá, biết rằng điểm ném cách mặt đất  $1,5m$  và thời gian để hòn đá đạt độ cao lớn nhất là  $1,2$  giây sau khi ném.
- Tìm độ cao của hòn đá sau  $2$  giây kể từ khi bắt đầu ném.
- Sau bao lâu kể từ khi ném, hòn đá rơi xuống mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

**Lời giải**

a) Theo giả thiết điểm ném ở độ cao  $1,5m$  so với mặt đất nên  $n = 1,5$ .

Hòn đá đạt độ cao lớn nhất khi  $t = -\frac{m}{2 \cdot (-4,9)} = \frac{m}{9,8}$ .

Theo đề ra ta có  $\frac{m}{9,8} = 1,2 \Leftrightarrow m = 11,76$ .

Vậy phương trình chuyển động của hòn đá là:  $y = -4,9t^2 + 11,76t + 1,5$ .

b) Khi  $t = 2$  ta có  $y = -4,9 \cdot 2^2 + 11,76 \cdot 2 + 1,5 = 5,42$ .

Vậy sau  $2$  giây, hòn đá có độ cao là  $5,42m$ .

c) Hòn đá rơi xuống mặt đất tức là  $y = 0$ . Xét phương trình

$$-4,9t^2 + 11,76t + 1,5 = 0 \Leftrightarrow t \approx 2,52 \text{ hoặc } t \approx -0,12 \text{ (loại)}.$$

Vậy sau khoảng 2,52 giây kể từ khi ném thì hòn đá rơi xuống mặt đất.

**Câu 33.** Một rạp chiếu phim có sức chứa 1000 người. Với giá vé là 40000 đồng, trung bình sẽ có khoảng 300 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Để tăng số lượng vé bán ra, rạp chiếu phim đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10000 đồng thì sẽ có thêm 100 người đến rạp mỗi ngày.

a) Tìm công thức của hàm số  $R(x)$  mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp chiếu phim khi giá vé là  $x$  nghìn đồng.

b) Tìm mức giá vé để doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp là lớn nhất.

**Lời giải**

a) Khi giá vé là  $x$  (nghìn đồng) thì số tiền giảm giá mỗi vé so với mức giá cũ là  $40 - x$  (nghìn đồng).

Số người tăng lên sau khi giảm giá vé là:  $\frac{100(40 - x)}{10} = 10(40 - x)$ .

Số người đến rạp chiếu phim mỗi ngày sau khi giảm giá là:  $300 + 10(40 - x) = 700 - 10x$ .

Công thức của hàm số  $R(x)$  mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày khi giá vé là  $x$  (nghìn đồng) là:  $R(x) = x(700 - 10x) = -10x^2 + 700x$  (nghìn đồng).

b) Hàm số  $R(x) = -10x^2 + 700x$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 35$ . Khi đó  $R(35) = 12250$ .

Vậy doanh thu lớn nhất mà rạp chiếu có thể thu được mỗi ngày là 12250000 đồng khi giá bán mỗi vé là 35000 đồng.

**Câu 34.** Một công ty sản xuất một sản phẩm bán cho các đại lý bán lẻ trên toàn quốc. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán:  $p(x) = 1000 - 50x$  (trong đó  $p(x)$  (triệu đồng) là giá bán lẻ mỗi sản phẩm mà tại giá bán này  $x$  sản phẩm được bán). Tìm hàm doanh thu.

**Lời giải**

Hàm doanh thu  $R(x) = xp(x) = -50x^2 + 1000x$ .

**Câu 35.** Một người vay 100 triệu đồng tại một ngân hàng để sản xuất với lãi suất  $x\%$  / năm trong thời hạn 2 năm.

a) Tính số tiền cả vốn và lãi mà người đó phải trả sau 2 năm theo  $x$ .

b) Nếu lãi suất vay là  $7,5\%$  / năm và thu nhập từ nguồn sản xuất của người đó mỗi tháng là 5 triệu đồng thì người đó có đủ tiền trả nợ không? Biết lãi suất không đổi trong thời hạn vay.

**Lời giải**

a) Số tiền cả vốn và lãi phải trả sau 1 năm là:  $100 + 100x\% = 100\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ . Số tiền cả vốn và lãi

phải trả sau 2 năm là:  $f(x) = 100\left(1 + \frac{x}{100}\right) + 100\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \frac{x}{100} = 100\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2$  (triệu đồng).

b) Nếu lãi suất vay là  $7,5\%$  / năm thì số tiền cả vốn và lãi sau 2 năm là:

$$f(7,5) = 100\left(1 + \frac{7,5}{100}\right)^2 = 115,5625 \text{ (triệu đồng)}.$$

Với thu nhập mỗi tháng 5 triệu đồng thì sau 2 năm người đó thu được  $5 \cdot 24 = 120$  (triệu đồng).

Do  $120 > 115,5625$ . Vậy số tiền thu được đủ để trả khoản tiền vay.

**Câu 36.** Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần số lượng cá ban đầu và  $x$  không đổi.

a) Viết công thức tính số lượng cá trong hồ theo  $x$  sau hai năm.

b) Tính số lượng cá trong hồ sau hai năm khi  $x = 2$ .

c) Bằng cách thay đổi kỹ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm để số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

**Lời giải**

a) Sau một năm số lượng cá trong hồ là  $1000 + 1000x = 1000(1 + x)$  (con).



Sau hai năm số lượng cá trong hồ là  $1000(1+x) + 1000(1+x)x = 1000(1+x)^2$  (con).

b) Khi  $x = 2$ , ta có số lượng cá trong hồ là  $1000(1+2)^2 = 9000$  (con).

c) Điều kiện  $x > 0$ . Để số lượng cá trong hồ sau hai năm là 36000 thì ta có:

$$1000(1+x)^2 = 36000 \Leftrightarrow (1+x)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -7(l) \end{cases}$$

Vậy tốc độ tăng thêm số lượng cá trong hồ sau mỗi năm là 5 lần số lượng cá ban đầu.

**Câu 37.** Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  $x\%$  / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo.

a) Tính số tiền cả vốn và lãi mà bố bạn Lan có được sau khi gửi tiết kiệm 2 năm.

b) Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là  $5\%$  / năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi có đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan không?

**Lời giải**

a) Số tiền cả vốn và lãi mà bố bạn Lan có được sau 2 năm là:  $50\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2$

b) Nếu gửi ở ngân hàng có lãi suất  $5\%$  / năm thì sau 2 năm số tiền cả vốn lẫn lãi thu được là:

$$50\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 55,125 \text{ (triệu đồng)}.$$

Ta có:  $55,125 > 54$ . Vậy sau 2 năm gửi tiết kiệm, số tiền cả vốn và lãi đã đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan.

**Câu 38.** Giả sử độ cao  $h$  (đơn vị: mét) của một quả bóng golf tính theo thời gian  $t$  (đơn vị: giây) trong một lần đánh của vận động viên được xác định bằng một hàm số bậc hai và giá trị tương ứng tại một số thời điểm được cho bởi bảng dưới đây:

Thời gian (s)	0	0,5	1	2	3
Độ cao (m)	0	28	48	64	48

a) Xác định hàm số bậc hai biểu thị độ cao  $h(m)$  của quả bóng golf tính theo thời gian  $t(s)$ .

b) Sau bao lâu kể từ khi vận động viên đánh bóng thì bóng lại chạm đất?

**Lời giải**

a) Xét hàm số bậc hai biểu thị độ cao  $h$  phụ thuộc  $t$  có dạng  $h(t) = at^2 + bt + c$ , trong đó  $a$  khác 0. Theo đề bài:

Với  $t = 0, h = 0$ , ta có:  $c = 0$  nên  $h(t) = at^2 + bt$ . Khi đó:

+ Với  $t = 1, h = 48$ , ta có:  $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = 48 \Leftrightarrow a + b = 48$ .

+ Với  $t = 2, h = 64$ , ta có:  $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 = 64 \Leftrightarrow 4a + 2b = 64$ .

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} a + b = 48 \\ 4a + 2b = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = 64 \end{cases}$ . Suy ra  $h(t) = -16t^2 + 64t$ .

Thay các giá trị tương ứng còn lại của bảng vào công thức trên, ta thấy phù hợp. Vậy hàm số bậc hai cần tìm là  $h(t) = -16t^2 + 64t$ .

b) Bóng chạm đất khi  $h(t) = -16t^2 + 64t$ . Suy ra ta có:  $t = 0$  hoặc  $t = 4$ .

Vậy sau 4 giây kể từ khi vận động viên đánh bóng thì bóng lại chạm đất.

**Câu 39.** Để mua được một chiếc xe đạp thể thao trị giá 15 triệu đồng, bạn Nam hàng ngày bỏ vào lợn đất tiết kiệm 50000 đồng từ tiền tiêu vặt mẹ cho.

a) Thiết lập hàm số biểu thị số tiền  $y$  (nghìn đồng) bạn Nam tiết kiệm được theo thời gian  $t$  (ngày) và số tiền ban đầu  $a$  (nghìn đồng) mà bạn Nam có.

b) Nếu ban đầu bạn Nam có 5000000 đồng thì sau bao lâu bạn Nam mới có thể mua được chiếc xe đạp đó (giả sử giá chiếc xe đó không đổi)?

**Lời giải**

a) Hàm số biểu thị số tiền bạn Nam tiết kiệm được theo thời gian  $t$  là:  $y = 50t + a$ .

b) Ta có:  $a = 5000$  nên  $y = 50t + 5000$ .

Bạn Nam đủ tiền mua xe đạp khi  $y = 15000 \Leftrightarrow 50t + 5000 = 15000 \Leftrightarrow t = 200$ .

Vậy sau 200 ngày thì bạn Nam đủ tiền mua xe đạp thể thao.

**Câu 40.** Một công ty chuyển phát thông báo giá cước vận chuyển trong tỉnh  $A$  (người gửi trả tiền) như sau:

Dưới 1kg	Từ 1kg tới 2kg	Mỗi 0,5kg tiếp theo
15000 đồng	18000 đồng	3000 đồng

Nếu một khách hàng muốn gửi gói hàng nặng 4,4kg thì số tiền người gửi phải trả là

- A. 30000 đồng.
- B. 33000 đồng.
- C. 51000 đồng.
- D. 39000 đồng.

**Lời giải**

Gọi  $x$  là trọng lượng gói hàng. Gọi  $y$  là số tiền người gửi phải trả.

Với  $x = 4,4$  ta có  $(4,4 - 2) : 0,5 = 4,8$ .

Do đó mỗi 0,5kg tiếp theo sẽ được tính 5 lần.

Vậy số tiền phải trả là  $18000 + 5 \cdot 3000 = 33000$  (đồng).

Chú ý: Ta có thể đưa ra công thức tính số tiền phí với  $x > 2$  như sau:

$y = 18000 + (x - 2) : 0,5 \cdot 3000$  nếu  $(x - 2) : 0,5 \in \mathbb{Z}$ ,

$y = 18000 + [(x - 2) : 0,5] + 1 \cdot 3000$  nếu  $(x - 2) : 0,5 \notin \mathbb{Z}$ ,

(trong đó  $[a]$  là phần nguyên của số  $a$  tức là  $[a]$  là số nguyên và  $a - 1 < [a] \leq a$ ).

**Câu 41.** Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một tấm thiệp Giáng Sinh thứ hai trở đi thì sẽ được giảm 33% so với giá ban đầu. Biết giá ban đầu một tấm thiệp là 15000 đồng. Nếu bạn Ngân có 100000 đồng thì Ngân có thể mua được tối đa bao nhiêu tấm thiệp Giáng Sinh?

- A. 7.
- B. 8.
- C. 9.
- D. 10.

**Lời giải**

Gọi số tấm thiệp Giáng sinh mua là  $x$ , số tiền phải trả là  $y$  ( $x > 0, y > 0$ ). Vì từ tấm thiệp thứ hai trở đi sẽ được giảm 33% so với giá ban đầu nên ta có:

$y = 15000 + (x - 1) \cdot 15000 \cdot 67\% = 10050x + 4950$ .

Xét  $y \leq 100000 \Leftrightarrow 10050x + 4950 \leq 100000 \Leftrightarrow x \leq \frac{1901}{201} \approx 9,5$ .

Vậy với 100000 đồng, có thể mua tối đa là 9 tấm thiệp Giáng sinh.

**Câu 42.** Bảng giá bán lẻ điện sinh hoạt được mô tả như sau:

Mức điện tiêu thụ	Giá bán điện (đồng/kWh)
Bậc 1 (từ 0 đến 50kWh)	1678
Bậc 2 (từ 50 đến 100kWh)	1734
Bậc 3 (từ 100 đến 200kWh)	2014
Bậc 4 (từ 200 đến 300kWh)	2536
Bậc 5 (từ 300 đến 400kWh)	2834
Bậc 6 (từ 400kWh trở lên)	2927

(Theo Tập đoàn Điện lực Việt Nam ngày 28/10/2021)

Nếu một hộ gia đình phải trả số tiền dùng trong tháng là 767300 đồng thì số  $kWh$  điện (số điện) tiêu thụ của hộ gia đình trong tháng đó là bao nhiêu?

- A.  $340kWh$ .
- B.  $350kWh$ .
- C.  $360kWh$ .
- D.  $400kWh$ .

**Lời giải**

Gọi  $x$  là lượng điện tiêu thụ (đơn vị  $kWh$ ) và  $y$  là số tiền phải trả tương ứng (đơn vị đồng).

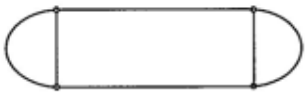
Theo đề bài ta có công thức mô tả sự phụ thuộc  $y$  vào  $x$  là

$$y = 50 \cdot 1678 + 50 \cdot 1734 + 100 \cdot 2014 + 100 \cdot 2536 + (x - 300) \cdot 2834.$$

Suy ra  $y = 2834x - 224600$ . Do đó khi gia đình phải trả số tiền là 767300 đồng thì số  $kWh$  điện tiêu thụ của gia đình trong tháng đó là

$$767300 = 2834x - 224600. \text{ Suy ra } x = 350kWh.$$

**Câu 43.** Bác An định rào một mảnh vườn trên cánh đồng bao gồm: một hình chữ nhật ở giữa và hai nửa đường tròn hai bên có đường kính bằng chiều rộng hình chữ nhật (hình bên).



Biết bác An có 1000m rào. Diện tích lớn nhất của vườn mà bác có thể rào được là (kết quả làm tròn tới chữ số hàng phần trăm)

- A.  $77576,47m^2$ .
- B.  $79577,47m^2$ .
- C.  $35016,19m^2$ .
- D.  $35006,19m^2$ .

**Lời giải**

Đặt  $AB = d$  và  $BC = x$ . Số mét rào cần dùng là  $(2d + 2x) + \pi x = 2d + x(2 + \pi)$ .

$$\text{Theo giả thiết ta có: } 2d + (\pi + 2)x = 1000 \Rightarrow d = \frac{1000 - (\pi + 2)x}{2}.$$

$$\text{Diện tích mảnh vườn là } xd + \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x \left(\frac{1000 - (\pi + 2)x}{2}\right) + \pi \frac{x^2}{4}.$$

Vậy diện tích mảnh vườn là một hàm theo biến  $x$  như sau:  $y = -\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)x^2 + 500x$ .

$$\text{Vậy diện tích mảnh vườn lớn nhất là } f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f\left(\frac{1000}{\pi + 4}\right) \approx 35006,19(m^2).$$

Đáp án là D.

**Câu 44.** Giả sử một quả bóng được ném lên từ mặt đất rồi rơi xuống theo quỹ đạo là một đường parabol.

Biết rằng quả bóng được ném lên từ độ cao ban đầu là  $1m$ , sau 1 giây nó đạt độ cao  $10m$  và sau 3,5 giây nó ở độ cao  $6,25m$ . Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được là

- A.  $11m$ .
- B.  $12m$ .
- C.  $13m$ .
- D.  $14m$ .

**Lời giải**

Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng  $y = ax^2 + bx + c$ . Từ đề bài ta gán vào hệ tọa độ và thay các điểm tương ứng vào phương trình, ta có:

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 10 \\ 12,25a + 3,5b + c = 6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 12 \\ c = 1. \end{cases}$$

Suy ra  $y = -3x^2 + 12x + 1$ . Parabol có đỉnh  $I(2;13)$ .

Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức  $h = 13m$ .

**Câu 45.** Một cửa hàng bán bánh với giá bán mỗi cái là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 cái. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi cái 1000 đồng thì số bánh bán tăng thêm được là 10 cái. Biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi cái là 30000 đồng. Giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất là

- A. 42000 đồng.
- B. 43000 đồng.
- C. 30000 đồng.
- D. 50000 đồng.

#### Lời giải

Gọi  $x$  ( $x$ : đồng,  $30000 \leq x \leq 50000$ ) là giá bán thực tế của mỗi cái bánh. Tương ứng với giá bán  $x$  thì số bánh bán được là:

$$40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540.$$

Gọi  $f(x)$  là hàm lợi nhuận thu được ( $f(x)$ : đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000.$$

Giá trị lớn nhất của hàm  $f(x)$  là 1440000 có được khi  $x = 42000$  đồng. Vậy với giá bán 42000 đồng một cái bánh thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

**Câu 46.** Gọi  $x$  (phút) là thời gian trung bình một người gọi điện thoại trong một tháng, biết rằng  $x \in (900; 1000)$ . Có hai gói cước để người đó lựa chọn:

- Gói cước 1: Giá cho 200 phút gọi đầu tiên là 50000 đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá 1200 đồng.
- Gói cước 2: Giá cho 500 phút gọi đầu tiên là 70000 đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá 1000 đồng.

Hỏi người đó nên chọn gói cước nào để được lợi hơn?

#### Lời giải

Nếu chọn theo gói cước 1, số tiền người đó cần phải trả là:

$$y = f(x) = 50000 + (x - 200) \cdot 1200 = 1200x - 190000 \text{ (đồng)}$$

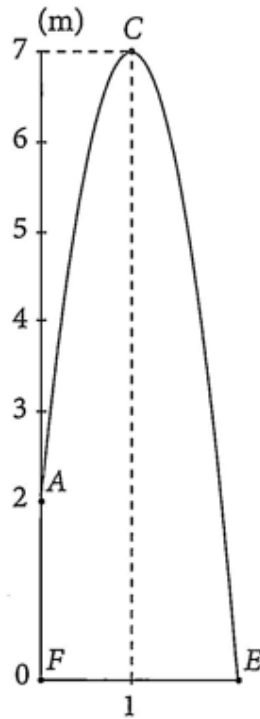
Nếu chọn theo gói cước 2, số tiền người đó cần phải trả là:

$$y = g(x) = 70000 + (x - 500) \cdot 1000 = 1000x - 430000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{Với } x \in (900; 1000); \text{ ta có } f(x) - g(x) = (1200x - 190000) - (1000x - 430000) = 200x + 240000 > 0$$

Suy ra  $f(x) > g(x)$ . Do đó, người đó nên chọn gói cước 2 để được lợi hơn.

**Câu 47.** Một viên bi được ném xiên từ vị trí  $A$  cách mặt đất  $2m$  theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Tìm khoảng cách từ vị trí  $E$  đến vị trí  $F$ , biết rằng vị trí  $E$  là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất.



### Lời giải

Giả sử gốc toạ độ tại điểm  $F$ . Hàm số của đồ thị biểu diễn đường đi của viên bi có dạng  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ . Theo hình vẽ ta có: đồ thị có đỉnh là  $C(1; 7)$  và đi qua điểm  $A(0; 2)$  nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + 2 = 7 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \\ c = 2 \end{cases}$$

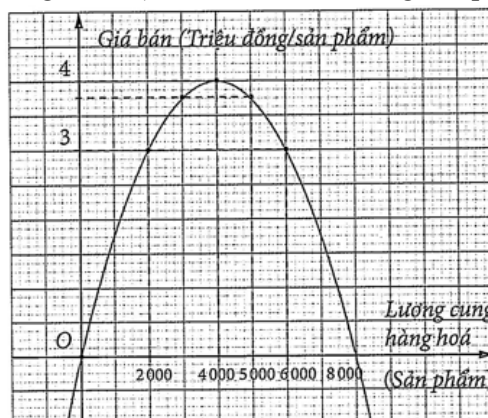
Do đó, đồ thị hàm số biểu diễn đường đi của viên bi là  $y = -5x^2 + 10x + 2$ .

Điểm  $E$  là giao điểm của đồ thị với trục hoành nên hoành độ của điểm  $E$  là nghiệm của phương trình  $-5x^2 + 10x + 2 = 0$  phương trình này và kết hợp với điều kiện  $x_E > 0$  ta nhận

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{35}}{5}.$$

Vậy khoảng cách từ vị trí  $E$  đến vị trí  $F$  là  $\frac{5 + \sqrt{35}}{5}$  mét.

**Câu 48.** Đồ thị ở hình vẽ sau đây cho thấy sự phụ thuộc của lượng cung hàng hoá (số lượng hàng hoá được sản xuất, đơn vị tính: sản phẩm) bởi giá bán (đơn vị tính: triệu đồng/sản phẩm) đối với một loại hàng hóa.



- a) Xác định lượng cung hàng hoá khi giá bán mỗi sản phẩm là 3 triệu đồng.  
 b) Em hãy ước lượng mức giá bán mỗi sản phẩm của loại hàng hoá này khi nhu cầu thị trường đang cần là 5000 sản phẩm.

**Lời giải**

- a) 2000 sản phẩm hoặc 6000 sản phẩm.  
 b) Giá bán mỗi sản phẩm của loại hàng hoá này khi nhu cầu thị trường đang cần 5000 sản phẩm là 3,75 triệu đồng.

**Câu 49.** Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 10% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 60000 đồng.

- a) Nếu gọi số gói kẹo đã mua là  $x$ , số tiền phải trả là  $y$ . Hãy biểu diễn  $y$  theo  $x$ .  
 b) Một người muốn mua 10 gói kẹo thì phải bỏ ra số tiền là bao nhiêu?  
 c) Bạn An có 500000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo?

**Lời giải**

- a) Xét một người mua  $x$  gói kẹo ( $x$  nguyên dương). Khi đó: Gói thứ nhất người đó trả 60000 đồng. Số gói kẹo còn lại là  $x-1$  và người đó chỉ phải trả  $60000 - 10\% \cdot 60000 = 54000$  đồng (mỗi gói).  
 Vậy số tiền phải trả khi mua kẹo được tính theo công thức  $y = 60000 + (x-1) \cdot 54000 = 54000x + 6000$ .  
 b) Một người muốn mua 10 gói kẹo phải bỏ ra số tiền:  $y = 54000 \cdot 10 + 6000 = 546000$  đồng.  
 c) Số tiền bạn An dùng mua kẹo phải không quá 500000 đồng, suy ra:

$$54000x + 6000 \leq 500000 \Rightarrow x \leq \frac{247}{27} \approx 9,148.$$

Vậy, với số tiền hiện có, bạn An chỉ có thể mua được tối đa 9 gói kẹo.

**Câu 50.** Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Hỏi anh này nên lựa chọn nhà hàng nào để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)?

**Lời giải**

Gọi  $x$  là số bàn tiệc thực tế trong đám cưới ( $x$  nguyên dương và  $x \in [30; 35]$ ) và  $y$  (triệu đồng) là số tiền mà người đó phải trả cho nhà hàng.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ nhất, người đó sẽ trả tiền theo công thức:  $y = 2x + 20$ .

Với  $x \in [30; 35]$  thì  $y \in [80; 90]$ , tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 80 triệu đến 90 triệu cho nhà hàng thứ nhất.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ hai, người đó sẽ trả tiền theo công thức:  $y = 2,5x + 10$ .

Với  $x \in [30; 35]$  thì  $y \in [85; 97,5]$ , tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 85 triệu đến 97,5 triệu cho nhà hàng thứ hai.

Vậy, nếu chất lượng phục vụ hai nhà hàng là tương đương, người đó nên chọn nhà hàng thứ nhất để tiết kiệm một khoản chi phí tiệc cưới.

**Câu 51.** Một công ty dịch vụ cho thuê xe hơi vào dịp tết với giá thuê mỗi chiếc xe hơi như sau: khách thuê tối thiểu phải thuê trọn ba ngày tết (mùng 1, 2, 3) với giá 1000000 triệu đồng/ngày; những ngày còn lại (nếu khách còn thuê) sẽ được tính giá thuê là 700000 đồng/ngày. Giả sử  $T$  là tổng số tiền mà khách phải trả khi thuê một chiếc xe hơi của công ty và  $x$  là số ngày thuê của khách.

- a) Viết hàm số  $T$  theo  $x$  và tìm điều kiện của  $x$ .  
 b) Một khách hàng thuê một chiếc xe hơi công ty trong 7 ngày tết thì sẽ trả khoản tiền thuê là bao nhiêu?  
 c) Anh Bình định dành ra một khoản tối đa là 10 triệu đồng cho phí thuê xe đi chơi trong dịp tết, hỏi anh Bình có thể thuê xe của công ty trên tối đa được bao nhiêu ngày?

**Lời giải**

- a) Ta có:  $T = 3000000 + 700000(x-3) = 900000 + 700000x$  với  $x \geq 3, x \in \mathbb{N}$ .  
 b) Với  $x = 7$  thì  $T = 900000 + 700000 \cdot 7 = 5800000$  (đồng).

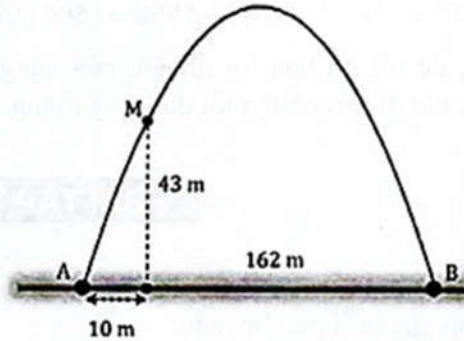


c) Xét bất phương trình

$$900000 + 700000x \leq 10000000 \Leftrightarrow 9 + 7x \leq 100 \Leftrightarrow x \leq \frac{81}{7} \approx 11,57.$$

Vậy với khoản tiền 10 triệu đồng, anh Bình chỉ có thể thuê một chiếc xe tối đa 11 ngày.

**Câu 52.** Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là  $162m$ . Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao  $43m$  so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm  $A$ ) một khoảng  $10m$ . Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).

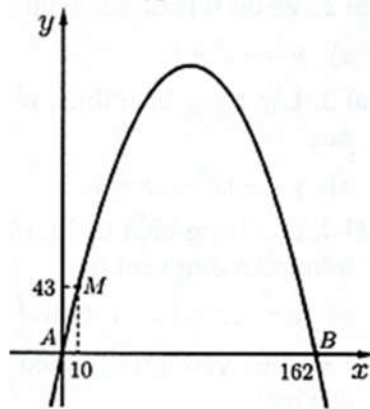


**Lời giải**

Dựng hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là:  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

Vì parabol qua ba điểm  $A(0;0), B(162;0), M(10;43)$  nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$



Do vậy ta xác định được hàm số là  $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$ .

Đỉnh  $I$  của parabol có tọa độ:  $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$ .

Vậy, chiều cao của cổng gần bằng  $185,6m$ .

**Câu 53.** Một cửa hàng kinh doanh giày và giá để nhập một đôi giày là 40 đô la.

Theo nghiên cứu của bộ phận kinh doanh thì nếu cửa hàng bán mỗi đôi giày với giá  $x$  đô la thì mỗi tháng sẽ bán được  $120 - x$  đôi giày. Hỏi cửa hàng bán giá bao nhiêu cho một đôi giày để có thể thu lãi cao nhất trong tháng.

**Lời giải**

Gọi  $x$  (đô la) là giá mỗi đôi giày bán ra thì số tiền lãi tương ứng là  $x - 40$  (đô la) Số tiền lãi thu được mỗi tháng là  $f(x) = (x - 40)(120 - x) = -x^2 + 160x - 4800$ .

Đây là hàm số bậc hai với  $a = -1, b = 160, c = -4800 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 80$ .

Vì  $a = -1 < 0$  nên hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng  $f(80) = -80^2 + 160.80 - 4800 = 1600$ , ứng với  $x = 80$ .  
 Vậy, để tối ưu hóa lợi nhuận, cửa hàng cần đưa ra giá bán 80 đô la mỗi đôi giày, khi đó lợi nhuận tối đa trong tháng là 1600 đô la.

**Câu 54.** Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng  $P(n) = 360 - 10n$  (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

#### Lời giải

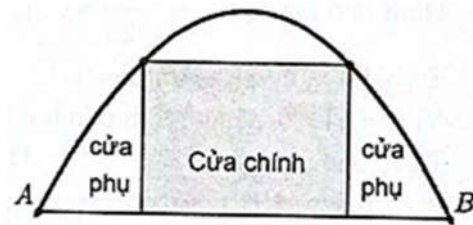
Tổng trọng lượng cá thu được sau một vụ là

$$T(n) = n(360 - 10n) = -10n^2 + 360n.$$

Đây là hàm số bậc hai (theo  $n$ ) có  $a = -10 < 0, b = 360 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 18, T(18) = 3240$

Vậy, người nuôi cần thả 18 con cá trên một đơn vị diện tích để đạt tổng trọng lượng cá lớn nhất là 3240 (đơn vị khối lượng).

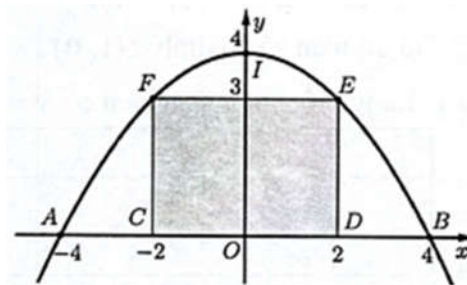
**Câu 55.** Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.



Biết chiều cao cổng parabol là  $4\text{ m}$ , cửa chính (ở giữa parabol) cao  $3\text{ m}$  và rộng  $4\text{ m}$ . Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol này (đoạn  $AB$  trên hình vẽ).

#### Lời giải

Đặt trục  $Oxy$  như hình vẽ.



Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ .

Ta có  $(P)$  qua các điểm  $I(0;4), E(2;3), F(-2;3)$  nên

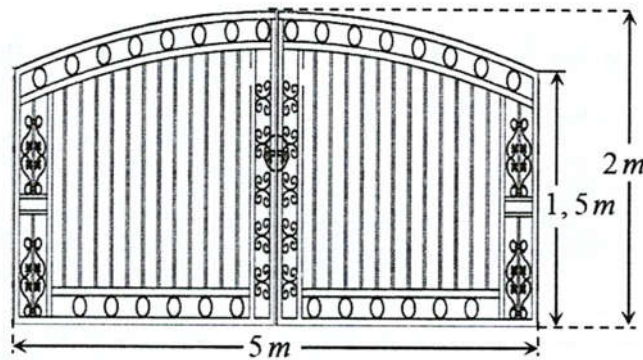
$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}$$

Ta có  $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ .

Hai điểm  $A, B$  là giao điểm của  $(P)$  với  $Ox$  nên hoành độ thỏa mãn  $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$ .

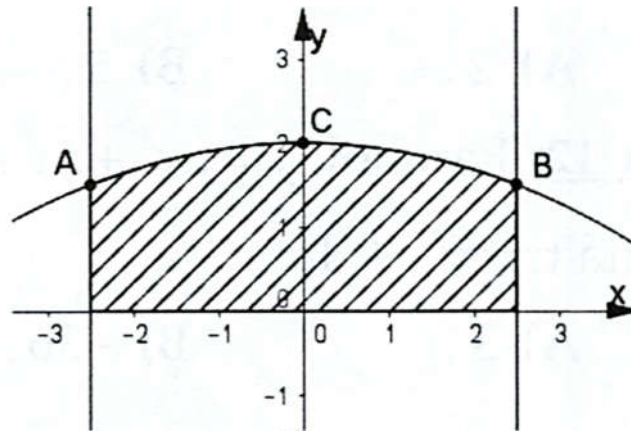
Do vậy  $A(-4;0), B(4;0) \Rightarrow AB = 8$ .

**Câu 56.** Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên của cửa sắt là một Parabol  $y = ax^2 + bx + c$ . Tìm  $a, b, c$  biết tổng của chúng là  $\frac{48}{25}$ .



**Lời giải**

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

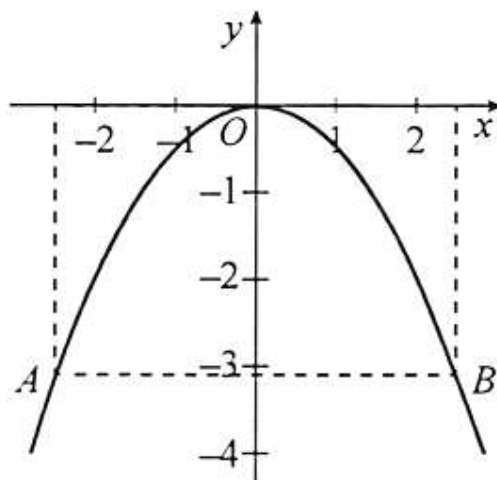


Trong đó  $A(-2, 5; 1, 5), B(2, 5; 1, 5), C(0; 2)$ .

+ Do Parabol đi qua các điểm  $A(-2, 5; 1, 5), B(2, 5; 1, 5), C(0; 2)$  nên ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} a(-2, 5)^2 + b(-2, 5) + c = 1, 5 \\ a(2, 5)^2 + b(2, 5) + c = 1, 5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} . \text{ Vậy } a = -\frac{2}{25}, b = 0, c = 2 .$$

**Câu 57.** Một chiếc cổng hình parabol có phương trình  $y = -\frac{1}{2}x^2$ . Biết cổng có chiều rộng  $d = 5$  mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao  $h$  của cổng.

**Lời giải**

Gọi  $A$  và  $B$  là hai điểm ứng với hai chân cổng như hình vẽ. Vì công hình parabol có phương trình

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ và có chiều rộng } d = 5 \text{ mét nên } AB = 5 \text{ và } A\left(-\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right); B\left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right).$$

Vậy chiều cao của cổng là:  $\left| -\frac{25}{8} \right| = \frac{25}{8} = 3,125$  mét.

**Câu 58.** Một doanh nghiệp tư nhân  $A$  chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

**Lời giải**

Gọi  $x$  triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp  $A$  dự định giảm giá; ( $0 \leq x \leq 4$ ).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là  $31 - x - 27 = 4 - x$ .

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là  $600 + 200x$ .

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

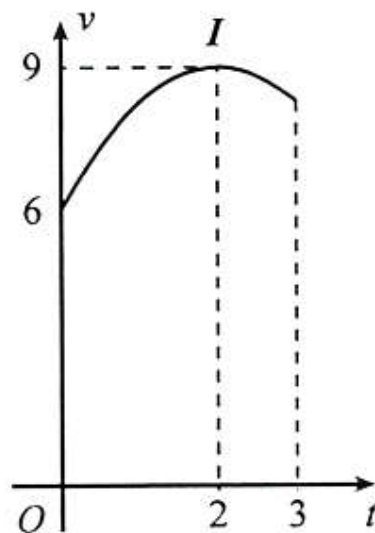
$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số  $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$  trên đoạn  $[0; 4]$  có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

**Câu 59.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc  $v(\text{km/h})$  phụ thuộc thời gian  $t(\text{h})$  có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2;9)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ.



Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động.

**Lời giải**

Giả sử vận tốc của chuyển động có phương trình  $v(t) = at^2 + bt + c$ .

Ta có  $v(2) = 9 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 9$ ;  $v(0) = 6 \Leftrightarrow c = 6$ .

$$\text{Lại có } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + 6 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}$$

Do đó  $v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$ . Vậy  $v(2,5) = 8,8125$ .

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

**Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**  
[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIE1iIRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIE1iIRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

**Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>