

CHỦ ĐỀ 5. ĐẠO HÀM

- BÀI TOÁN THỰC TẾ TOÁN 11
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

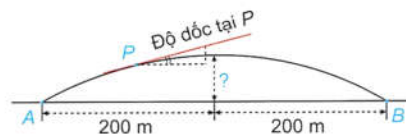
NỘI DUNG CÂU HỎI

Câu 1. Giải bài toán trong tình huống mở đầu (bỏ qua sức cản của không khí và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 2. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$ (H.9.4). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như Hình 9.5). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Hình 9.4. Cầu vượt thép tại nút giao Nguyễn Văn Cừ quận Long Biên, Hà Nội (Ảnh: cand.com.vn)



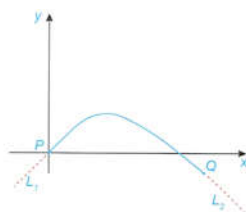
Hình 9.5

Câu 3. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là $19,6m/s$ thì độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi công thức $h = 19,6t - 4,9t^2$. Tìm vận tốc của vật khi nó chạm đất.

Câu 4. Một kĩ sư thiết kế một đường ray tàu lượn, mà mặt cắt của nó gồm một cung đường cong có dạng parabol (H.9.6a), đoạn dốc lên L_1 và đoạn dốc xuống L_2 là những phần đường thẳng có hệ số góc lần lượt là $0,5$ và $-0,75$. Để tàu lượn chạy êm và không bị đổi hướng đột ngột, L_1 và L_2 phải là những tiếp tuyến của cung parabol tại các điểm chuyển tiếp P và Q (H.9.6b). Giả sử gốc toạ độ đặt tại P và phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$, trong đó x tính bằng mét.



Hình 9.6a



Hình 9.6b

- Tìm c .
- Tính $y'(0)$ và tìm b .
- Giả sử khoảng cách theo phương ngang giữa P và Q là $40m$. Tìm a .
- Tìm chênh lệch độ cao giữa hai điểm chuyển tiếp P và Q .

Câu 5. Giả sử chi phí C (USD) để sản xuất Q máy vô tuyến là $C(Q) = Q^2 + 80Q + 3500$.

a) Ta gọi chi phí biên là chi phí gia tăng để sản xuất thêm 1 sản phẩm từ Q sản phẩm lên $Q+1$ sản phẩm. Giả sử chi phí biên được xác định bởi hàm số $C'(Q)$. Tìm hàm chi phí biên.

b) Tìm $C'(90)$ và giải thích ý nghĩa kết quả tìm được.

c) Tìm chi phí sản xuất máy vô tuyến thứ 100

Câu 6. Giả sử chi phí C (USD) để sản xuất Q máy vô tuyến là

$$C(Q) = Q^2 + 80Q + 3500.$$

a) Tính $\frac{\Delta C}{\Delta Q}$.

b) Ta gọi chi phí biên là chi phí gia tăng để sản xuất thêm 1 sản phẩm từ Q sản phẩm lên $Q+1$ sản phẩm.

Giả sử chi phí biên được xác định bởi hàm số $C'(Q)$. Tìm hàm chi phí biên.

c) Tìm $C'(90)$ và giải thích ý nghĩa kết quả tìm được.

Câu 7. Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8m/s^2$.

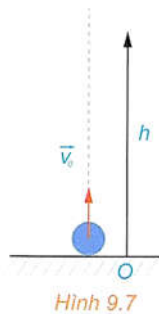
a) Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 3(s)$.

b) Tìm thời điểm mà vận tốc tức thời của vật tại thời điểm đó bằng $39,2(m/s)$.

Câu 8. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s = t^3 - 4t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 3$ giây và $t = 5$ giây.

Câu 9. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao h so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm t (giây) sau khi phóng được cho bởi công thức sau:

$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ trong đó v_0 là vận tốc ban đầu của vật, $g = 9,8m/s^2$ là gia tốc rơi tự do. Hãy tính vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.



Câu 10. Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 4\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)(m)$, với t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 11. Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi $pH = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ (mol/lit) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ $[H^+]$.

Câu 12. Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình $h(t) = 100 - 4,9t^2$, ở đó độ cao h so với mặt đất tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Tính vận tốc của vật:

a) Tại thời điểm $t = 5$ giây;

b) Khi vật chạm đất.

Câu 13. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi $s(t) = 12 + 0,5\sin(4\pi t)$, trong đó s tính bằng centimet và t tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau t giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

Câu 14. Công thức $T = Ae^{rt}$ được dùng để tính tổng số tiền vốn và lãi mà người gửi nhận được sau thời gian t kể từ thời điểm người đó gửi tiết kiệm A đồng theo thể thức "lãi kép liên tục" với lãi suất r / năm. Trong đó, A và T tính theo đồng, t tính theo năm và t có thể nhận giá trị thực bất kì. Sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của T (làm tròn đến hàng đơn vị) khi $A = 2000000, r = 0,05$ và

a) $t = \frac{1}{4}$

b) $t = \frac{1}{365}$.

Câu 15. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6% / năm và theo thể thức lãi kép liên tục. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau

a) 1 ngày;

b) 30 ngày.

(Luôn coi một năm có 365 ngày.)

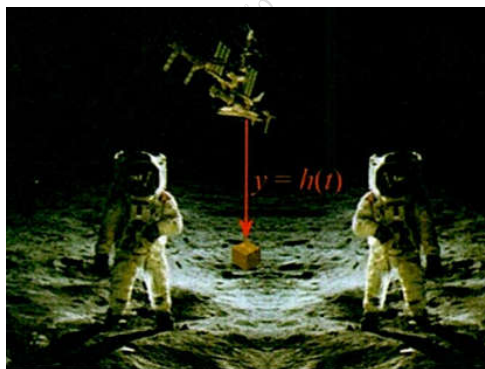
Câu 16. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 4t^3 + 6t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại $t = 2$.

Câu 17. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5%/năm. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức

a) lãi kép với kì hạn 6 tháng;

b) lãi kép liên tục.

Câu 18. Trên Mặt Trăng, quãng đường rơi tự do của một vật được cho bởi công thức $h(t) = 0,81t^2$, với t được tính bằng giây và h tính bằng mét. Hãy tính vận tốc tức thời của vật được thả rơi tự do trên Mặt Trăng tại thời điểm $t = 2$.



Hình 4

(Nguồn: <https://www.britannica.com/place/Moon>)

Câu 19. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^3 + 4t + 1$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây.

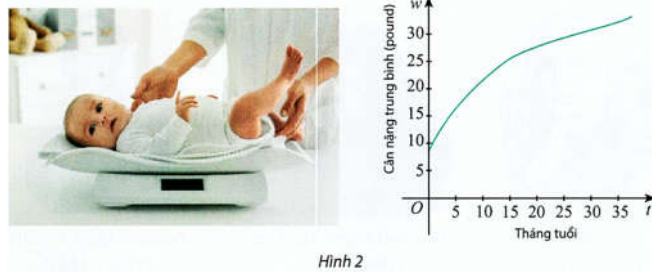
a) Tính vận tốc tức thời $v(t)$ tại thời điểm t .

b) Đạo hàm $v'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi của vận tốc theo thời gian, còn gọi là gia tốc của chuyển động, kí hiệu $a(t)$. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.

Câu 20. Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = t^2 - 4t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$.

Câu 21. Một hòn sỏi rơi tự do có quãng đường rơi tính theo thời gian t là $s(t) = 4,9t^2$, trong đó s tính bằng mét và t tính bằng giây. Tính gia tốc rơi của hòn sỏi lúc $t = 3$.

Câu 22. Cân nặng trung bình của một bé gái trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,000758t^3 - 0,0596t^2 + 1,82t + 8,15$, trong đó t được tính bằng tháng và w được tính bằng pound (nguồn: https://www.cdc.gov/growthcharts/data/who/GrChrt_Boys). Tính tốc độ thay đổi cân nặng của bé gái đó tại thời điểm 10 tháng tuổi.



Hình 2

Câu 23. Một công ty xác định rằng tổng chi phí của họ, tính theo nghìn đô-la, để sản xuất x mặt hàng là $C(x) = \sqrt{5x^2 + 60}$ và công ty lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tháng kể từ nay theo hàm số $x(t) = 20t + 40$. Chi phí sẽ tăng nhanh thế nào sau 4 tháng kể từ khi công ty thực hiện kế hoạch đó?

Câu 24. Trên Mặt Trăng, quãng đường rơi tự do của một vật được cho bởi công thức $s(t) = 0,81t^2$, trong đó t là thời gian được tính bằng giây và s tính bằng mét. Một vật được thả rơi từ độ cao $200m$ phía trên Mặt Trăng. Tại thời điểm $t = 2$ sau khi thả vật đó, tính:

- Quãng đường vật đã rơi;
- Gia tốc của vật.

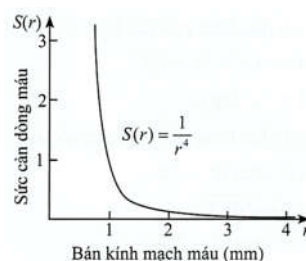
Câu 25. Một viên sỏi rơi từ độ cao $44,1m$ thì quãng đường rơi được biểu diễn bởi công thức $s(t) = 4,9t^2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính:

- Vận tốc rơi của viên sỏi lúc $t = 2$;
- Vận tốc của viên sỏi khi chạm đất.

Câu 26. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = 2t^3 + 4t + 1$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính vận tốc và gia tốc của vật khi $t = 1$.

Câu 27. Dân số P (tính theo nghìn người) của một thành phố nhỏ được cho bởi công thức $P(t) = \frac{500t}{t^2 + 9}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm. Tìm tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$.

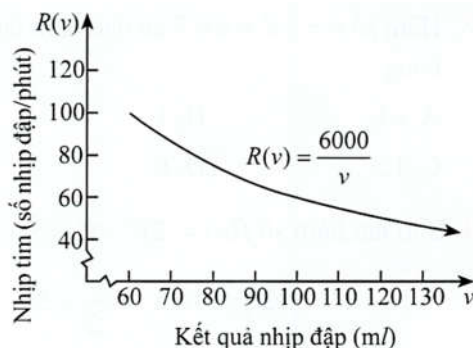
Câu 28. Hàm số $S(r) = \frac{1}{r^4}$ có thể được sử dụng để xác định sức cản S của dòng máu trong mạch máu có bán kính r (tính theo milimét) (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21 st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của S theo r khi $r = 0,8$.



Hình 1

Câu 29. Nhiệt độ cơ thể của một người trong thời gian bị bệnh được cho bởi công thức $T(t) = -0,1t^2 + 1,2t + 98,6$, trong đó T là nhiệt độ (tính theo đơn vị đo nhiệt độ Fahrenheit) tại thời điểm t (tính theo ngày). Tìm tốc độ thay đổi của nhiệt độ ở thời điểm $t = 1,5$.

Câu 30. Hàm số $R(v) = \frac{6000}{v}$ có thể được sử dụng để xác định nhịp tim R của một người mà tim của người đó có thể đẩy đi được $6000ml$ máu trên mỗi phút và vml máu trên mỗi nhịp đập (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp là $v = 80$.
Kết quả nhịp đập (ml)

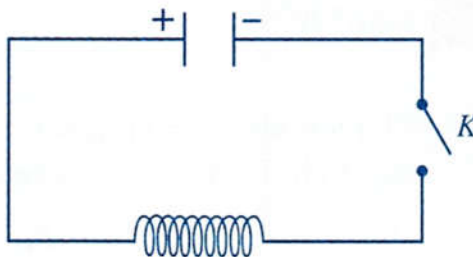


Hình 2

Câu 31. Một vật dao động theo phương trình $f(x) = \cos x$, trong đó x là thời gian tính theo giây. Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $x_0 = 2(s)$.

Câu 32. Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu $v_0 = 196m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí). Tìm thời điểm mà tốc độ của viên đạn bằng 0. Khi đó viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét (lấy $g = 9,8m/s^2$)?

Câu 33. Cho mạch điện như Hình 5.



Hình 5

Lúc đầu tụ điện có điện tích Q_0 . Khi đóng khoá K , tụ điện phóng điện qua cuộn dây; điện tích q của tụ điện phụ thuộc vào thời gian t theo công thức $q(t) = Q_0 \sin \omega t$, trong đó ω là tốc độ góc. Biết rằng cường độ $I(t)$ của dòng điện tại thời điểm t được tính theo công thức $I(t) = q'(t)$. Cho biết $Q_0 = 10^{-8}(C)$ và $\omega = 10^6 \pi(rad/s)$. Tính cường độ của dòng điện tại thời điểm $t = 6(s)$ (tính chính xác đến $10^{-5}mA$).

Câu 34. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 4t + 1$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$.

Câu 35. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 6 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimet. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}(s)$.

Câu 36. Một viên đạn được bắn lên cao theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động $s(t) = 2 + 196t - 4,9t^2$, trong đó $t \geq 0, t$ (s) là thời gian chuyển động, $s(m)$ là độ cao so với mặt đất.

- Sau bao lâu kể từ khi bắn thì viên đạn đạt được độ cao $1962m$?
- Tính vận tốc tức thời của viên đạn khi viên đạn đạt được độ cao $1962m$.
- Tại thời điểm viên đạn đạt vận tốc tức thời bằng $98m/s$ thì viên đạn đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Câu 37. Năm 2001, dân số Việt Nam khoảng 78690000 người. Nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm luôn là 1,7% thì ước tính số dân Việt Nam sau x năm kể từ năm 2001 được tính theo hàm số sau:

$f(x) = 7,869e^{0,017x}$ (chục triệu người). Tốc độ gia tăng dân số (chục triệu người/năm) sau x năm kể từ năm 2001 được xác định bởi hàm số $f'(x)$.

- Tìm hàm số thể hiện tốc độ gia tăng dân số sau x năm kể từ năm 2001 .
- Tính tốc độ gia tăng dân số Việt Nam theo đơn vị chục triệu người/năm vào năm 2023 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười), nêu ý nghĩa của kết quả đó.

Câu 38. Trong thuyết động học phân tử chất khí, với một khối khí lí tưởng, các đại lượng áp suất $p(Pa)$, thể tích $V(m^3)$, nhiệt độ $T(K)$, số mol $n(mol)$ liên hệ với nhau theo phương trình: $pV = nRT$, trong đó $R = 8,31(J/mol.K)$ là hằng số.

(Nguồn: James Stewart, Calculus)

Một bóng thám không chứa 8 mol khí hydrogen ở trạng thái lí tưởng có áp suất không đổi $p = 10^5 Pa$. Tính tốc độ thay đổi thể tích theo nhiệt độ của khối khí trong bóng thám không.

Câu 39. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 5(s)$.

Câu 40. Một mạch dao động điện từ LC có lượng điện tích dịch chuyển qua tiết diện thẳng của dây xác định bởi hàm số $Q(t) = 10^{-5} \sin\left(2000t + \frac{\pi}{3}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, Q tính bằng Coulomb. Tính

cường độ dòng điện tức thời $I(A)$ trong mạch tại thời điểm $t = \frac{\pi}{1500}(s)$, biết $I(t) = Q'(t)$.

Câu 41. Năm 2010, dân số ở một tỉnh D là 1038229 người. Tính đến năm 2015, dân số của tỉnh đó là 1153600 người. Cho biết dân số của tỉnh D được ước tính theo công thức $S(N) = Ae^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm được làm tròn đến hàng phần nghìn). Tốc độ gia tăng dân số (người/năm) vào thời điểm sau N năm kể từ năm 2010 được xác định bởi hàm số $S'(N)$. Tính tốc độ gia tăng dân số của tỉnh D vào năm 2023 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị người/năm), biết tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi.

Câu 42. Một tài xế đang lái xe ô tô, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài 20,4 m (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động theo phương trình $s(t) = 20t - \frac{5}{2}t^2$, trong đó $s(m)$ là độ dài quãng đường đi được sau khi phanh, $t(s)$ là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh ($0 \leq t \leq 4$).

- Tính vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh. Hãy cho biết xe ô tô trên có chạy quá tốc độ hay không, biết tốc độ giới hạn cho phép là $70km/h$.
- Tính vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm?

Câu 43. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là $v_0(m/s)$ (bỏ qua sức cản của không khí) thì độ cao h của vật (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi công thức $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ (g là gia tốc trọng trường). Tìm vận tốc của vật khi chạm đất.

Câu 44. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi công thức $s(t) = 10 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau t giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 45. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^2 + 16t + 15$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 3$.

Câu 46. Một vật chuyển động có quãng đường được xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^2 + 5t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 4$.

Câu 47. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^2 + 15t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.

Câu 48. Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là x (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là $P(x) = -200x^2 + 12800x - 74000$ (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm.

Câu 49. Một chất điểm chuyển động thẳng có phương trình $s = 100 + 2t - t^2$ trong đó thời gian được tính bằng giây và s được tính bằng mét.

- Tại thời điểm nào chất điểm có vận tốc bằng 0 ?
- Tìm vận tốc và gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3s$.

Câu 50. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^3 + 75t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$.

Câu 51. Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là x (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là $P(x) = 200(x - 2)(17 - x)$ (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 3000 sản phẩm.

Câu 52. Xét một chuyển động có phương trình $s = 4 \cos 2\pi t$.

- Tìm vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t .
- Tính gia tốc tức thời tại thời điểm t .

Câu 53. Chuyển động của một vật gắn trên con lắc lò xo (khi bỏ qua ma sát và sức cản không khí) được cho bởi phương trình sau: $x(t) = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, ở đó x tính bằng centimét và thời gian t tính bằng giây. Tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 9.9

Câu 54. Một vật chuyển động thẳng có phương trình $s = 2t^2 + \frac{1}{2}t^4$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây).

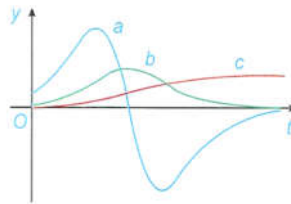
Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây.

Câu 55. Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi $s(t) = 10 + 0,5 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 56. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = \sin\left(0,8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, ở đó s tính bằng centimét và thời gian t tính bằng giây. Tại các thời điểm vận tốc bằng 0, giá trị tuyệt đối của gia tốc của vật gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. $4,5 \text{ cm} / \text{s}^2$.
- B. $5,5 \text{ cm} / \text{s}^2$.
- C. $6,3 \text{ cm} / \text{s}^2$.
- D. $7,1 \text{ cm} / \text{s}^2$.

Câu 57. Hình 9.10 biểu diễn đồ thị của ba hàm số. Hàm số thứ nhất là hàm vị trí của một chiếc ô tô, hàm số thứ hai biểu thị vận tốc và hàm số thứ ba biểu thị gia tốc của ô tô đó. Hãy xác định đồ thị của mỗi hàm số này và giải thích.



Hình 9.10

Câu 58. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình: $s = f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

- a) Tính vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 2$ giây và $t = 4$ giây.
- b) Tại những thời điểm nào vật đứng yên?
- c) Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây.
- d) Tính tổng quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên.
- e) Trong 5 giây đầu tiên, khi nào vật tăng tốc, khi nào vật giảm tốc?

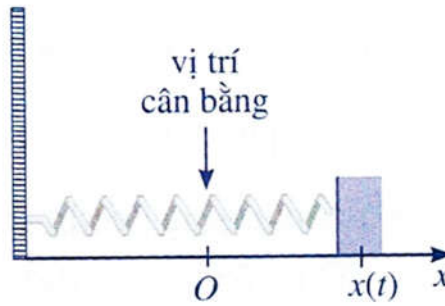
Câu 59. Một vật rơi tự do theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động $s = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó g là gia tốc rơi tự do, $g \approx 9,8 \text{ m} / \text{s}^2$.

- a) Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t_0 = 2(\text{s})$.
- b) Tính gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t_0 = 2(\text{s})$.

Câu 60. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 8t + 1$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời, gia tốc tức thời của chất điểm:

- a) Tại thời điểm $t = 3(\text{s})$;
- b) Tại thời điểm mà $s(t) = 7(\text{m})$.

Câu 61. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như Hình 7, có phương trình chuyển động $x(t) = 4 \sin t$, trong đó t tính bằng giây và $x(t)$ tính bằng centimét.



Hình 7

a) Tìm phương trình theo thời gian của vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của con lắc.

b) Tính vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của con lắc tại thời điểm $t = \frac{2\pi}{3}$ (s). Tại thời điểm đó, con lắc di chuyển theo chiều dương hay chiều âm của trục Ox ?

Câu 62. Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 2t + t^2$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây và $v(t)$ tính bằng m/s . Tìm gia tốc tức thời của chất điểm:

a) Tại thời điểm $t = 3$ (s);

b) Tại thời điểm mà vận tốc của chất điểm bằng $8m/s$.

Câu 63. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát, có phương trình chuyển động $x = 4\cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) + 3$, trong đó t tính bằng giây và x tính bằng centimét.

a) Tìm vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của con lắc tại thời điểm t (s).

b) Tìm thời điểm mà vận tốc tức thời của con lắc bằng 0.

Câu 64. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 4$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ (s).

Câu 65. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 6\sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}$ (s).

Câu 66. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm:

a) Tại thời điểm $t = 5$ (s).

b) Tại thời điểm mà vận tốc tức thời của chất điểm bằng $-1m/s$.

Câu 67. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 3\sin\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s).

Câu 68. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 2\sin\left(6t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s).

Câu 69. Kính viễn vọng không gian Hubble được triển khai vào ngày 24 tháng 4 năm 1990, bởi tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong nhiệm vụ này từ khi xuất phát tại $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy nhiên liệu rắn bị loại bỏ ở $t = 126 (s)$ được xác định theo phương trình sau:

$$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083(ft/s).$$

(Nguồn: James Stewart, Calculus)

Tính gia tốc tức thời của tàu con thoi trên tại thời điểm $t = 100 (s)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 70. Sau khi uống đồ uống có cồn, nồng độ cồn trong máu tăng lên rồi giảm dần được xác định bằng hàm số $C(t) = 1,35te^{-2,802t}$, trong đó $C(mg/ml)$ là nồng độ cồn, $t (h)$ là thời điểm đo tính từ ngay sau khi uống 15ml đồ uống có cồn.

(Nguồn: P. Wilkinson et al., Pharmacokinetics of Ethanol after Oral Administration in the Fasting State, 1977)

Giả sử một người uống hết nhanh 15ml đồ uống có cồn. Tính tốc độ chuyển hoá nồng độ cồn trong máu của người đó tại thời điểm $t = 3 (h)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần triệu).

Câu 71. Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi công thức $s(t) = 15 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong

đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 3$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 72. Độ cao (tính bằng mét) của một vật rơi tự do sau t giây là $h(t) = 400 - 4,9t^2$. Giá trị tuyệt đối của vận tốc của vật khi nó chạm đất (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) là

A. $88,5 m/s$.

B. $86,7 m/s$.

C. $89,4 m/s$.

D. $90 m/s$.

Câu 73. Chuyển động của một vật có phương trình $s = 5 + \sin\left(0,8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, ở đó s tính bằng centimét và

thời gian t tính bằng giây. Tại các thời điểm vận tốc bằng 0, giá trị tuyệt đối của gia tốc của vật gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. $4,5 cm/s^2$.

B. $5,5 cm/s^2$.

C. $6,3 cm/s^2$.

D. $7,1 cm/s^2$.

Câu 74. Vị trí của một vật chuyển động (tính bằng mét) sau t giây được xác định bởi

$$s = t^4 - 4t^3 - 20t^2 + 20t, t > 0. \text{ Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc } v = 20 m/s \text{ là}$$

A. $140 m/s^2$.

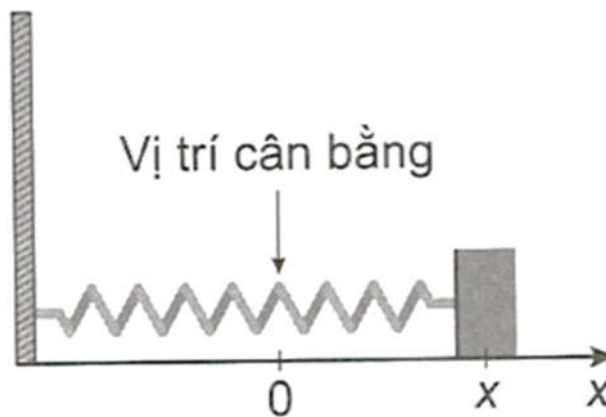
B. $120 m/s^2$.

C. $130 m/s^2$.

D. $100 m/s^2$.

Câu 75. Một vật gắn trên lò xo chuyển động theo phương ngang trên một mặt phẳng nhẵn (H.9.1). Phương trình chuyển động của vật được cho bởi $x = 8 \sin\left(\sqrt{2}\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, với t tính bằng giây và x tính bằng centimét.

Tìm vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất). Vật chuyển động theo hướng nào tại thời điểm đó?



Hình 9.1

Câu 76. Vị trí chuyển động của một vật trên đường thẳng được biểu diễn bởi công thức $s(t) = 3t^3 + 5t + 2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính vận tốc và gia tốc của vật đó khi $t = 1$.

Câu 77. Một người gửi tiết kiệm 20 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6% / năm theo thể thức lãi kép liên tục. Tính số tiền người đó nhận được sau:

- a) 1 tháng;
- b) 1 năm.

Câu 78. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính sau thời gian ngắn nhất (theo năm) để số tiền người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

Câu 79. Số lượng vi khuẩn trong một phòng thí nghiệm A được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Tính thời gian kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Câu 80. Người ta sử dụng công thức $S = A \cdot e^{n \cdot r}$ để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là 78685800 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,2%. Hãy tính xem dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào?

Câu 81. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 10 + t + 9t^2 - t^3$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Tính thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất (tính từ thời điểm ban đầu)?

Câu 82. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc nhỏ nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

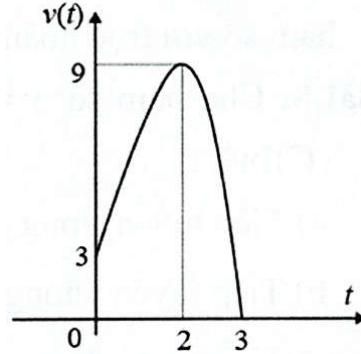
Câu 83. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

Câu 84. Một vật dao động điều hòa có phương trình $x = 2 \sin \pi t$ (x tính bằng cm, t tính bằng giây). Tính thời điểm đầu tiên vật có gia tốc lớn nhất.

Câu 85. Một vật chuyển động có phương trình $S = t^4 - 3t^3 - 3t^2 + 2t + 1(m)$, t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3s$.

Câu 86. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = -t^3 + t^2 + t + 4$ (t là thời gian tính bằng giây). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 87. Một chuyển động có vận tốc được biểu diễn theo đồ thị hình bên. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 1(s)$.



Câu 88. Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $S(t)(km)$ là hàm số phụ thuộc theo biến t (giây) theo biểu thức sau $s(t) = e^{t^2+3} + 2t \cdot e^{3t+1}(km)$. Tính vận tốc của tên lửa sau 1 giây?

Câu 89. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 3t + 7$, trong đó $t \geq 0$.

Tìm giá trị của vận tốc tức thời, gia tốc tức thời của chất điểm:

- Tại thời điểm $t = 3$;
- Tại thời điểm mà $s = 5$.

Câu 90. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục).

Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ mấy?

Câu 91. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

Câu 92. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

Câu 93. Một chuyển động xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 3t + 1$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của chuyển động khi quãng đường đạt được $9m$.

Câu 94. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{2}t^2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s là quãng đường đi được trong t giây tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại $t = 5$.

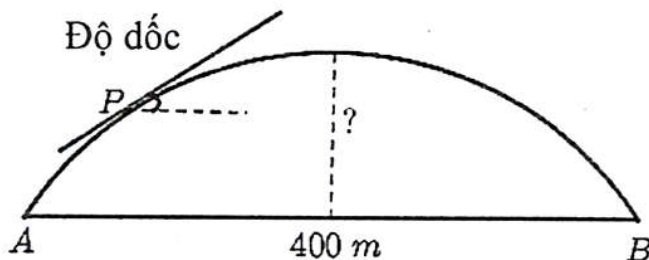
Câu 95. Một quả bóng được thả rơi tự do từ đài quan sát trên sân thượng của toà nhà Landmark 81 (Thành phố Hồ Chí Minh) cao $461,3m$ xuống mặt đất, với phương trình chuyển động $s(t) = 4,9t^2$. Tính vận tốc của

quả bóng khi nó chạm đất, bỏ qua sức cản không khí. (Đơn vị m/s , kết quả gần đúng làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 96. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $7\%/$ năm. Tính tổng số tiền vốn và lãi (làm tròn đến hàng phần nghìn) mà người đó nhận được sau 1 năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức:

- Lãi kép với kì hạn 6 tháng;
- Lãi kép liên tục.

Câu 97. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 98. Anh Bình gửi tiết kiệm khoản tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%/$ năm. Tính số tiền lãi (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng đơn vị) mà anh Bình nhận được sau 1 năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức:

- Lãi kép với kì hạn 3 tháng;
- Lãi kép liên tục.

Câu 99. Cho biết điện lượng truyền trong dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q(t) = 2t^2 + t$, trong đó t được tính bằng giây và Q được tính theo Culông. Tính cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 4(s)$.

Câu 100. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất, biết độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi phương trình $h(t) = 24,5t - 4,9t^2$. Tìm vận tốc của vật khi nó chạm đất.

Câu 101. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 3\sin 2t + 2\cos 2t$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của chất điểm trong t giây tính bằng mét. Tính gia tốc của chất điểm đó khi $t = \frac{\pi}{4}$.

Câu 102. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. Tìm:

- Tốc độ và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$.
- Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng $16m/s^2$.
- Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 103. Dân số (tính theo nghìn người) của một thành phố được cho bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$, trong đó t (được tính bằng năm) là khoảng thời gian kể từ năm 2015. Tìm tốc độ tăng dân số trong năm 2025 của thành phố đó.

Câu 104. Nhiệt độ cơ thể của một người trong thời gian bị bệnh được cho bởi công thức $T(t) = -0,1t^2 + 1,2t + 98,6$, trong đó T là nhiệt độ (tính theo đơn vị đo Fahrenheit) tại thời điểm t (tính theo ngày). Tìm tốc độ thay đổi nhiệt độ ở thời điểm $t = 2$.

Câu 105. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right) (m)$, với t là thời gian tính bằng

giây. Tính (làm tròn kết quả đến hàng phần ngàn):

- a) Vận tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5(s)$.
- b) Gia tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5(s)$.

Câu 106. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát, có phương trình chuyển động $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) + 4 (cm)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tìm thời điểm mà vận tốc tức thời của con lắc bằng $0 (cm/s)$.

Câu 107. Cân nặng trung bình của một em bé trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,00076t^3 - 0,06t^2 + 1,8t + 8,2$, trong đó t được tính bằng tháng và w được tính bằng pound. Tính tốc độ thay đổi cân nặng của em bé đó tại thời điểm 15 tháng tuổi.

Câu 108. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C) . Tìm hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến tại một điểm M trên đồ thị (C) .

Câu 109. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình: $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

- a) Tính vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 2$ giây và $t = 4$ giây.
- b) Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ giây và $t = 3$ giây.
- c) Trong 5 giây đầu tiên, khi nào vật tăng tốc, khi nào vật giảm tốc?

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Giải bài toán trong tình huống mở đầu (bỏ qua sức cản của không khí và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Phương trình chuyển động rơi tự do của quả bóng là $s = f(t) = \frac{1}{2}gt^2$ (g là gia tốc rơi tự do,

lấy $g = 9,8 m/s^2$). Do vậy, vận tốc của quả bóng tại thời điểm t là $v(t) = f'(t) = gt = 9,8t$.

Mặt khác, vì chiều cao của toà nhà là $461,3m$ nên quả bóng sẽ chạm đất tại thời điểm t_1 , với $f(t_1) = 461,3$.

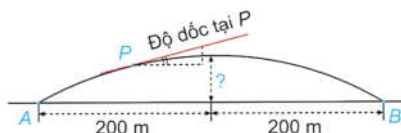
Từ đó, ta có: $4,9t_1^2 = 461,3 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{461,3}{4,9}}$ (giây).

Vậy vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất là $v(t_1) = 9,8t_1 = 9,8 \cdot \sqrt{\frac{461,3}{4,9}} \approx 95,1 (m/s)$.

Câu 2. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$ (H.9.4). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như Hình 9.5). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



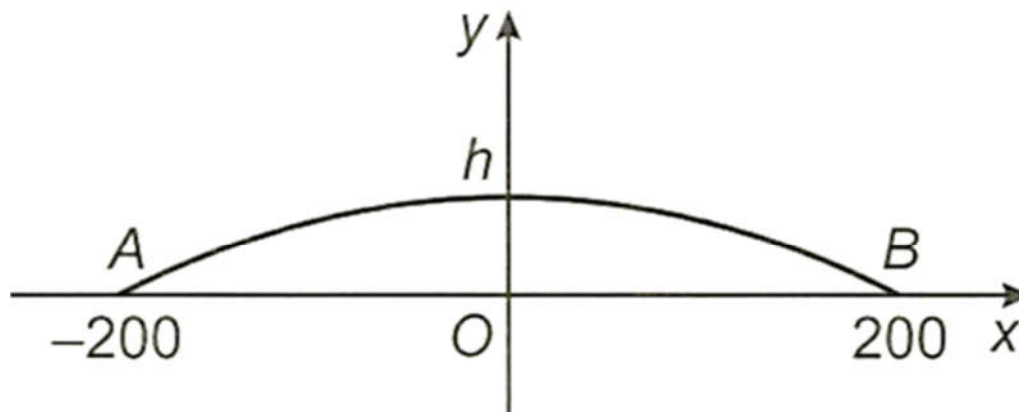
Hình 9.4. Cầu vượt thép tại nút giao Nguyễn Văn Cừ quận Long Biên, Hà Nội (Ảnh: cand.com.vn)



Hình 9.5

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy (như hình vẽ).



Ta có $A(-200;0), B(200;0)$. Gọi chiều cao giới hạn của cầu là $h(h > 0)$. Đỉnh cầu có tọa độ $(0;h)$.

Phương trình parabol của cầu là: $y = -\frac{h}{200^2}x^2 + h$. Ta có: $y' = -\frac{2h}{200^2}x$.

Suy ra hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu là: $k = y' = -\frac{2h}{200^2}x, -200 \leq x \leq 200$. Do đó:

$|k| = \frac{2h}{200^2} |x| \leq \frac{2h}{200^2} \cdot 200 = \frac{h}{100}$. Vì độ dốc của cầu không quá 10° nên ta có:

$$\frac{h}{100} \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow h \leq 100 \tan 10^\circ \approx 17,6.$$

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu tới mặt đường là 17,6 m.

Câu 3. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là $19,6 \text{ m/s}$ thì độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi công thức $h = 19,6t - 4,9t^2$. Tìm vận tốc của vật khi nó chạm đất.

Lời giải

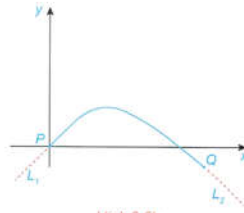
Khi vật chạm đất thì $h = 0$, tức là $19,6t - 4,9t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0, t = 4 = t_1$.

Ta có: $h'(t) = 19,6 - 9,8t$. Vậy vận tốc của vật khi chạm đất là $v(4) = h'(4) = -19,6 \text{ m/s}$.

Câu 4. Một kĩ sư thiết kế một đường ray tàu lượn, mà mặt cắt của nó gồm một cung đường cong có dạng parabol (H.9.6a), đoạn dốc lên L_1 và đoạn dốc xuống L_2 là những phần đường thẳng có hệ số góc lần lượt là $0,5$ và $-0,75$. Để tàu lượn chạy êm và không bị đổi hướng đột ngột, L_1 và L_2 phải là những tiếp tuyến của cung parabol tại các điểm chuyển tiếp P và Q (H.9.6b). Giả sử gốc tọa độ đặt tại P và phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$, trong đó x tính bằng mét.



Hình 9.6a



Hình 9.6b

- Tìm c .
- Tính $y'(0)$ và tìm b .
- Giả sử khoảng cách theo phương ngang giữa P và Q là $40m$. Tìm a .
- Tìm chênh lệch độ cao giữa hai điểm chuyển tiếp P và Q .

Lời giải

- Ta có: $c = y(0) = 0$.
- Ta tính được $y' = 2ax + b$. Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị tại điểm P là $y'(0) = b = 0,5$.
- Do khoảng cách theo phương ngang giữa P và Q là 40 nên hoành độ điểm Q là 40. Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị tại điểm Q là $y'(40) = 80a + b = -0,75$. Do $b = 0,5$ nên $a = -\frac{1}{64}$. Vậy phương trình parabol là: $y = -\frac{1}{64}x^2 + \frac{1}{2}x$.
- Chênh lệch độ cao giữa hai điểm chuyển tiếp P và Q là: $|y(0) - y(40)| = 5(m)$.

Câu 5. Giả sử chi phí C (USD) để sản xuất Q máy vô tuyến là $C(Q) = Q^2 + 80Q + 3500$.

- Ta gọi chi phí biên là chi phí gia tăng để sản xuất thêm 1 sản phẩm từ Q sản phẩm lên $Q+1$ sản phẩm. Giả sử chi phí biên được xác định bởi hàm số $C'(Q)$. Tìm hàm chi phí biên.
- Tìm $C'(90)$ và giải thích ý nghĩa kết quả tìm được.
- Tìm chi phí sản xuất máy vô tuyến thứ 100

Lời giải

- Hàm chi phí biên là:

$$\begin{aligned} C'(Q) &= \lim_{Q \rightarrow Q+1} \frac{(Q^2 + 80Q + 3500) - ((Q+1)^2 + 80(Q+1) + 3500)}{Q - (Q+1)} \\ &= \lim_{Q \rightarrow Q+1} \frac{Q^2 + 80Q + 3500 - (Q^2 + 2Q + 1 + 80Q + 80 + 3500)}{-1} \\ &= \lim_{Q \rightarrow Q+1} \frac{Q^2 + 80Q + 3500 - Q^2 - 82Q - 3581}{-1} = \lim_{Q \rightarrow Q+1} (2Q + 80) = 2Q + 80 \end{aligned}$$

- $C'(90) = 2.90 + 80 = 260$ (USD)

Ý nghĩa kết quả tìm được: Chi phí gia tăng để sản xuất thêm 1 sản phẩm từ 89 sản phẩm lên 90 sản phẩm là 260 (USD)

- Chi phí sản xuất máy vô tuyến thứ 100 là: $C(100) = 100^2 + 80.100 + 3500 = 143000$ (USD)

Câu 6. Giả sử chi phí C (USD) để sản xuất Q máy vô tuyến là

$$C(Q) = Q^2 + 80Q + 3500.$$

- Tính $\frac{\Delta C}{\Delta Q}$.

b) Ta gọi chi phí biên là chi phí gia tăng để sản xuất thêm 1 sản phẩm từ Q sản phẩm lên $Q+1$ sản phẩm.

Giả sử chi phí biên được xác định bởi hàm số $C'(Q)$. Tìm hàm chi phí biên.

c) Tìm $C'(90)$ và giải thích ý nghĩa kết quả tìm được.

Lời giải

a) Xét ΔQ là số gia của biến số tại điểm Q . Ta có:

$$\begin{aligned}\Delta C &= C(Q + \Delta Q) - C(Q) = (Q + \Delta Q)^2 + 80(Q + \Delta Q) + 3500 - Q^2 - 80Q - 3500 \\ &= 2Q \cdot \Delta Q + (\Delta Q)^2 + 80\Delta Q.\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{\Delta C}{\Delta Q} = \frac{2Q \cdot \Delta Q + (\Delta Q)^2 + 80\Delta Q}{\Delta Q} = 2Q + \Delta Q + 80.$$

$$\text{b) Ta thấy: } \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q} = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} (2Q + \Delta Q + 80) = 2Q + 80.$$

Vậy hàm chi phí biên là: $C'(Q) = 2Q + 80$.

c) Ta có: $C'(90) = 2 \cdot 90 + 80 = 260$. Dựa vào kết quả đó, ta thấy chi phí gia tăng để sản xuất thêm 1 sản phẩm từ 90 sản phẩm lên 91 sản phẩm là 260 USD.

Câu 7. Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

a) Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 3(\text{s})$.

b) Tìm thời điểm mà vận tốc tức thời của vật tại thời điểm đó bằng $39,2(\text{m/s})$.

Lời giải

Xét Δt là số gia của biến số tại điểm t .

Ta có:

$$\Delta s = s(t + \Delta t) - s(t) = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (t + \Delta t)^2 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = 4,9[2t\Delta t + (\Delta t)^2]. \text{ Suy ra:}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4,9[2t\Delta t + (\Delta t)^2]}{\Delta t} = 9,8t + 4,9\Delta t.$$

$$\text{Ta thấy: } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (9,8t + 4,9\Delta t) = 9,8t.$$

Vậy $v(t) = s'(t) = 9,8t$.

a) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 3(\text{s})$ là:

$$v(3) = 9,8 \cdot 3 = 29,4(\text{m/s}).$$

b) Theo đề bài, ta có: $v(t) = 9,8t = 39,2 \Leftrightarrow t = 4$.

Vậy vận tốc tức thời của vật đạt $39,2 \text{ m/s}$ tại thời điểm $t = 4(\text{s})$.

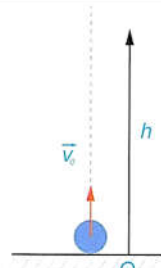
Câu 8. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s = t^3 - 4t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 3$ giây và $t = 5$ giây.

Lời giải

Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây là $v(3) = s'(3) = 7 \text{ m/s}$. Tương tự, $v(5) = 39 \text{ m/s}$.

Câu 9. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao h so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm t (giây) sau khi phóng được cho bởi công thức sau:

$h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ trong đó v_0 là vận tốc ban đầu của vật, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ là gia tốc rơi tự do. Hãy tính vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.



Hình 9.7

Lời giải

Phương trình chuyển động của vật là $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Vận tốc của vật tại thời điểm t được cho bởi $v(t) = h' = v_0 - g t$.

Vật đạt độ cao cực đại tại thời điểm $t_1 = \frac{v_0}{g}$, tại đó vận tốc bằng $v(t_1) = v_0 - g t_1 = 0$.

Vật chạm đất tại thời điểm t_2 mà $h(t_2) = 0$ nên ta có:

$$v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 0 \text{ (loại)}; t_2 = \frac{2v_0}{g}.$$

Khi chạm đất, vận tốc của vật là $v(t_2) = v_0 - g t_2 = -v_0 = -20 \text{ (m/s)}$.

Dấu âm của $v(t_2)$ thể hiện độ cao của vật giảm với vận tốc 20 m/s (tức là chiều chuyển động của vật ngược với chiều dương đã chọn).

Câu 10. Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right) \text{ (m)}$, với t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Ta có:

$$s'(t) = -4 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right) \left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)' = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right). \text{ Vận tốc của vật khi } t = 5 \text{ giây là}$$

$$v(5) = s'(5) = -8\pi \sin\left(10\pi - \frac{\pi}{8}\right) = 9,6 \text{ (m/s)}.$$

Câu 11. Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi $pH = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ (mol/lít) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ $[H^+]$.

Lời giải

Tốc độ thay đổi của pH với nồng độ $[H^+]$ là đạo hàm của pH , tức là:

$$\left(-\log[H^+]\right)' = -\frac{\left([H^+]\right)'}{[H^+] \ln 10} = -\frac{1}{[H^+] \ln 10}.$$

Câu 12. Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình $h(t) = 100 - 4,9t^2$, ở đó độ cao h so với mặt đất tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Tính vận tốc của vật:

- Tại thời điểm $t = 5$ giây;
- Khi vật chạm đất.

Lời giải

a) Vận tốc của vật rơi tự do tại thời điểm t giây là $v(t) = h'(t) = -9,8t \text{ (m/s)}$.

Tại thời điểm $t = 5$ giây, vận tốc của vật là: $v(5) = -9,8 \cdot 5 = -49 \text{ (m/s)}$.

b) Khi vật chạm đất thì $h(t) = 0$, tức là $100 - 4,9t^2 = 0 \Leftrightarrow t = t_1 = \frac{10}{\sqrt{4,9}}$.

Vận tốc của vật khi chạm đất là: $v(t_1) = -9,8t_1 = -20\sqrt{4,9} \approx -44,3(m/s)$.

Ở đây, dấu âm trong các kết quả tính vận tốc thể hiện vật chuyển động thẳng đứng xuống dưới (ngược với chiều dương).

Câu 13. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi $s(t) = 12 + 0,5\sin(4\pi t)$, trong đó s tính bằng centimet và t tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau t giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

Lời giải

Vận tốc của hạt sau t giây là: $v(t) = s'(t) = 0,5(4\pi)' \cos(4\pi t) = 2\pi \cos(4\pi t)(cm/s)$.

Với mọi t , $|\cos(4\pi t)| \leq 1$ nên $|v(t)| \leq 2\pi$, $|v(t)| = 2\pi$ tại các thời điểm t mà $4\pi t = k\pi \Leftrightarrow t = \frac{k}{4}$ với k là số nguyên, $k \geq 0$. Vậy vận tốc cực đại của hạt là $2\pi(cm/s)$.

Câu 14. Công thức $T = Ae^{rt}$ được dùng để tính tổng số tiền vốn và lãi mà người gửi nhận được sau thời gian t kể từ thời điểm người đó gửi tiết kiệm A đồng theo thể thức "lãi kép liên tục" với lãi suất r / năm. Trong đó, A và T tính theo đồng, t tính theo năm và t có thể nhận giá trị thực bất kì. Sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của T (làm tròn đến hàng đơn vị) khi $A = 2000000$, $r = 0,05$ và

a) $t = \frac{1}{4}$

b) $t = \frac{1}{365}$.

Lời giải

a) $T = 2000000 \cdot e^{0,05 \cdot \frac{1}{4}} = 2000000 \cdot e^{0,0125} \approx 2025157$ (đồng).

b) $T = 2000000 \cdot e^{0,05 \cdot \frac{1}{365}} \approx 2000274$ (đồng).

Câu 15. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6% / năm và theo thể thức lãi kép liên tục. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau

a) 1 ngày;

b) 30 ngày.

(Luôn coi một năm có 365 ngày.)

Lời giải

a) Tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau 1 ngày là: $5000000 \cdot e^{0,06 \cdot \frac{1}{365}} = 5000822$ (đồng)

b) Tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau 30 ngày là: $5000000 \cdot e^{0,06 \cdot \frac{30}{365}} = 5024718$ (đồng)

Câu 16. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 4t^3 + 6t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại $t = 2$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chuyển động là: $v(t) = s'(t) = 12t^2 + 6$. Khi $t = 2$; $v(2) = 12 \cdot 2^2 + 6 = 54$

Câu 17. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5%/năm. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà người đó nhận được sau một năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức

a) lãi kép với kì hạn 6 tháng;

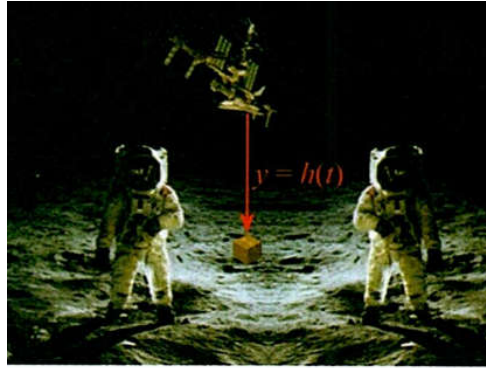
b) lãi kép liên tục.

Lời giải

a) Tổng số tiền vốn và lãi người đó nhận được sau một năm là: $T = 10000000 \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^2 = 10506250$ (đồng)

b) Tổng số tiền vốn và lãi người đó nhận được sau một năm là: $T = 10000000e^{0,05} = 10512711$ (đồng)

Câu 18. Trên Mặt Trăng, quãng đường rơi tự do của một vật được cho bởi công thức $h(t) = 0,81t^2$, với t được tính bằng giây và h tính bằng mét. Hãy tính vận tốc tức thời của vật được thả rơi tự do trên Mặt Trăng tại thời điểm $t = 2$.



Hình 4

(Nguồn: <https://www.britannica.com/place/Moon>)

Lời giải

Vận tốc tức thời của vật là: $v(t) = h'(t) = 1,62t$. Tại thời điểm $t = 2$ thì $v(2) = 1,62 \cdot 2 = 3,24$

Câu 19. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^3 + 4t + 1$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây.

a) Tính vận tốc tức thời $v(t)$ tại thời điểm t .

b) Đạo hàm $v'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi của vận tốc theo thời gian, còn gọi là gia tốc của chuyển động, kí hiệu $a(t)$. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.

Lời giải

a) $v(t) = s'(t) = 6t^2 + 4$

b) $v'(t) = 12t + 4$

Ta có: $v'(2) = 12 \cdot 2 + 4 = 28$

Câu 20. Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = t^2 - 4t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = 2t - 4; s''(t) = 2$.

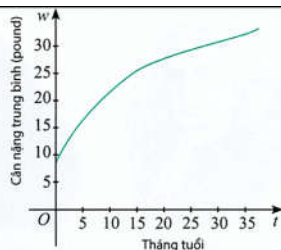
Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$ là $s''(4) = 2 \text{ m/s}^2$.

Câu 21. Một hòn sỏi rơi tự do có quãng đường rơi tính theo thời gian t là $s(t) = 4,9t^2$, trong đó s tính bằng mét và t tính bằng giây. Tính gia tốc rơi của hòn sỏi lúc $t = 3$.

Lời giải

$v(t) = s'(t) = 9,8t$. Gia tốc rơi của hòn sỏi là $v'(t) = 9,8$

Câu 22. Cân nặng trung bình của một bé gái trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,000758t^3 - 0,0596t^2 + 1,82t + 8,15$, trong đó t được tính bằng tháng và w được tính bằng pound (nguồn: https://www.cdc.gov/growthcharts/data/who/GrChrt_Boys). Tính tốc độ thay đổi cân nặng của bé gái đó tại thời điểm 10 tháng tuổi.



Hình 2

Lời giải

Tốc độ thay đổi cân nặng của bé gái là: $w'(t) = 0,002274t^2 - 0,1192t + 1,82$

Khi $t = 10$, ta có: $w'(10) = 0,002274 \cdot 10^2 - 0,1192 \cdot 10 + 1,82 = 0,8554$

Câu 23. Một công ty xác định rằng tổng chi phí của họ, tính theo nghìn đô-la, để sản xuất x mặt hàng là

$C(x) = \sqrt{5x^2 + 60}$ và công ty lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tháng kể từ nay theo hàm số

$x(t) = 20t + 40$. Chi phí sẽ tăng nhanh thế nào sau 4 tháng kể từ khi công ty thực hiện kế hoạch đó?

Lời giải

Tốc độ tăng của chi phí theo thời gian là

$$\begin{aligned} C'(t) &= C'(x) \cdot x'(t) = \left(\sqrt{5x^2 + 60} \right)' \cdot (20t + 40)' \\ &= (5x^2 + 60)' \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x^2 + 60}} \cdot 20 = 10x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x^2 + 60}} \cdot 20 \\ &= 100x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x^2 + 60}} = 100(20t + 40) \cdot \frac{1}{\sqrt{5(20t + 40)^2 + 60}} \end{aligned}$$

$$\text{Khi } t = 4 \text{ thì } C'(4) = 100(20 \cdot 4 + 40) \cdot \frac{1}{\sqrt{5(20 \cdot 4 + 40)^2 + 60}} = 44,7$$

Câu 24. Trên Mặt Trăng, quãng đường rơi tự do của một vật được cho bởi công thức $s(t) = 0,81t^2$, trong đó t là thời gian được tính bằng giây và s tính bằng mét. Một vật được thả rơi từ độ cao $200m$ phía trên Mặt Trăng. Tại thời điểm $t = 2$ sau khi thả vật đó, tính:

- Quãng đường vật đã rơi;
- Gia tốc của vật.

Lời giải

a) Khi $t = 2$ thì $s(t) = 0,81 \cdot 2^2 = 3,24(m)$

b) Ta có: $v(t) = s'(t) = 1,62t$

Gia tốc của vật là $v'(t) = 1,62$

Câu 25. Một viên sỏi rơi từ độ cao $44,1m$ thì quãng đường rơi được biểu diễn bởi công thức $s(t) = 4,9t^2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính:

- Vận tốc rơi của viên sỏi lúc $t = 2$;
- Vận tốc của viên sỏi khi chạm đất.

Lời giải

Vận tốc rơi của viên sỏi là: $v(t) = s'(t) = 9,8t$

a) Khi $t = 2$ thì $v(2) = 9,8 \cdot 2 = 19,6(m/s)$

b) Khi viên sỏi chạm đất thì $s(t) = 44,1$

$$\text{Hay } 4,9t^2 = 44,1 \Leftrightarrow t = 3$$

Ta có $v(3) = 9,8 \cdot 3 = 29,4(m/s)$

Câu 26. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức

$s(t) = 2t^3 + 4t + 1$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét.

Tính vận tốc và gia tốc của vật khi $t = 1$.

Lời giải

Vận tốc của vật là: $v(t) = s'(t) = 6t^2 + 4$

Gia tốc của vật là $v'(t) = 12t$

Khi $t = 1$ thì $v(1) = 6 \cdot 1^2 + 4 = 10$; $v'(1) = 12 \cdot 1 = 12$

Câu 27. Dân số P (tính theo nghìn người) của một thành phố nhỏ được cho bởi công thức $P(t) = \frac{500t}{t^2 + 9}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm. Tìm tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$.

Lời giải

Tốc độ tăng trưởng dân số là:

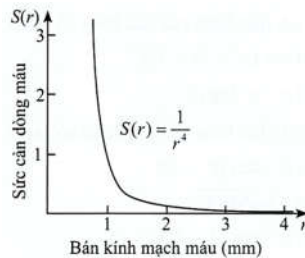
$$P'(t) = \frac{(500t)'(t^2 + 9) - 500t(t^2 + 9)'}{(t^2 + 9)^2}$$

$$P'(t) = \frac{500 \cdot (t^2 + 9) - 500t \cdot 2t}{(t^2 + 9)^2}$$

$$P'(t) = \frac{4500 - 500t^2}{(t^2 + 9)^2}$$

$$\text{Khi } t = 12 \text{ thì } P'(12) = \frac{4500 - 500 \cdot 12^2}{(12^2 + 9)^2} = -2,88$$

Câu 28. Hàm số $S(r) = \frac{1}{r^4}$ có thể được sử dụng để xác định sức cản S của dòng máu trong mạch máu có bán kính r (tính theo milimét) (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21 st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của S theo r khi $r = 0,8$.



Hình 1

Lời giải

Tốc độ thay đổi của S là

$$S'(r) = (r^{-4})' = -4r^{-5} = -\frac{4}{r^5}$$

$$\text{Khi } r = 0,8 \text{ thì } S'(0,8) = -\frac{4}{0,8^5} = -12,2$$

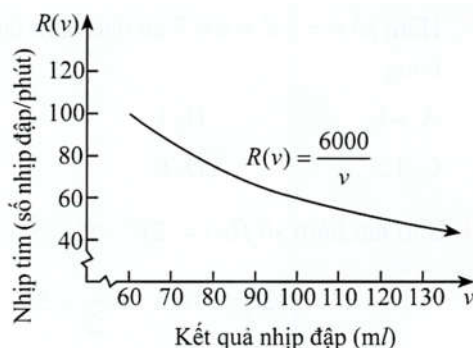
Câu 29. Nhiệt độ cơ thể của một người trong thời gian bị bệnh được cho bởi công thức $T(t) = -0,1t^2 + 1,2t + 98,6$, trong đó T là nhiệt độ (tính theo đơn vị đo nhiệt độ Fahrenheit) tại thời điểm t (tính theo ngày). Tìm tốc độ thay đổi của nhiệt độ ở thời điểm $t = 1,5$.

(Nguồn: <https://www.algebra.com/algebra/homework/Trigonometry-basics/Trigonometry-basics.faq.question.1111985.html>)

Lời giải

Tốc độ thay đổi của nhiệt độ là: $T'(t) = -0,2t + 1,2$. Khi $t = 1,5$ thì $T'(1,5) = -0,2 \cdot 1,5 + 1,2 = 0,9$

Câu 30. Hàm số $R(v) = \frac{6000}{v}$ có thể được sử dụng để xác định nhịp tim R của một người mà tim của người đó có thể đẩy đi được $6000ml$ máu trên mỗi phút và vml máu trên mỗi nhịp đập (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp là $v = 80$.
Kết quả nhịp đập (ml)



Hình 2

Lời giải

Tốc độ thay đổi của nhịp tim là $R'(v) = \frac{-6000}{v^2}$. Khi $v = 80$ thì $R'(v) = \frac{-6000}{80^2} = -0,9375$

Câu 31. Một vật dao động theo phương trình $f(x) = \cos x$, trong đó x là thời gian tính theo giây. Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $x_0 = 2(s)$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của dao động: $f'(x) = -\sin x$

Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $x_0 = 2(s)$: $f'(2) = -\sin(2) = 0,91(m/s)$

Câu 32. Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu $v_0 = 196m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí). Tìm thời điểm mà tốc độ của viên đạn bằng 0. Khi đó viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét (lấy $g = 9,8m/s^2$)?

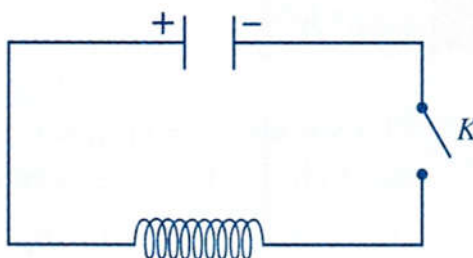
Lời giải

Cho Ox theo phương thẳng đứng, chiều hướng từ mặt đất lên trời, gốc O là vị trí viên đạn được bắn lên, khi đó phương trình chuyển động của viên đạn là: $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ ($g = 9,8m/s^2$)

Ta có vận tốc tại thời điểm t là: $v = y'(t) = v_0 - gt$

Do đó: $v = 0 \Rightarrow v_0 - gt = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{196}{9.8} = 20(s)$

Câu 33. Cho mạch điện như Hình 5.



Hình 5

Lúc đầu tụ điện có điện tích Q_0 . Khi đóng khoá K , tụ điện phóng điện qua cuộn dây; điện tích q của tụ điện phụ thuộc vào thời gian t theo công thức $q(t) = Q_0 \sin \omega t$, trong đó ω là tốc độ góc. Biết rằng cường độ

độ $I(t)$ của dòng điện tại thời điểm t được tính theo công thức $I(t) = q'(t)$. Cho biết $Q_0 = 10^{-8}(C)$ và $\omega = 10^6 \pi (rad/s)$. Tính cường độ của dòng điện tại thời điểm $t = 6(s)$ (tính chính xác đến $10^{-5} mA$).

Lời giải

$$I(t) = q'(t) = (Q_0 \sin \omega t)' = Q_0 \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

Cường độ của dòng điện tại thời điểm $t = 6(s)$ là: $I(6) = Q_0 \cdot \omega \cdot \cos \omega t = 10^{-8} \cdot 10^6 \pi \cdot \cos 10^6 \pi \cdot 6 = 0,01\pi(A)$

Câu 34. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 4t + 1$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ là: $v(t) = s'(t) = t^2 - 4t + 4$.

Vậy vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ là:

$$v(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 4 = 1(m/s).$$

Câu 35. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 6 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}(s)$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ là: $v(t) = s'(t) = 18 \cos\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$.

Vậy vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}(s)$ là:

$$v\left(\frac{\pi}{6}\right) = 18 \cos\left(3 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = -9\sqrt{2}(cm/s).$$

Câu 36. Một viên đạn được bắn lên cao theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động $s(t) = 2 + 196t - 4,9t^2$, trong đó $t \geq 0, t$ (s) là thời gian chuyển động, $s(m)$ là độ cao so với mặt đất.

- Sau bao lâu kể từ khi bắn thì viên đạn đạt được độ cao $1962m$?
- Tính vận tốc tức thời của viên đạn khi viên đạn đạt được độ cao $1962m$.
- Tại thời điểm viên đạn đạt vận tốc tức thời bằng $98m/s$ thì viên đạn đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Lời giải

a) Khi viên đạn đạt được độ cao $1962m$, ta có phương trình:

$$1962 = 2 + 196t - 4,9t^2 \Leftrightarrow t = 20. \text{ Vậy sau } 20s \text{ kể từ lúc bắn thì viên đạn đạt được độ cao } 1962m.$$

b) Vận tốc tức thời của viên đạn tại thời điểm t là: $v(t) = s'(t) = 196 - 9,8t$.

Viên đạn đạt được độ cao $1962m$ vào thời điểm $t = 20$ (s) kể từ lúc bắn, khi đó vận tốc tức thời của viên đạn là: $v(20) = 196 - 9,8 \cdot 20 = 0(m/s)$.

c) Viên đạn có vận tốc tức thời bằng $98m/s$ thì ta có phương trình:

$$v(t) = 196 - 9,8t = 98 \Leftrightarrow t = 10. \text{ Khi đó viên đạn đang ở độ cao là: } s(10) = 2 + 196 \cdot 10 - 4,9 \cdot 10^2 = 1472(m).$$

Câu 37. Năm 2001, dân số Việt Nam khoảng 78690000 người. Nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm luôn là 1,7% thì ước tính số dân Việt Nam sau x năm kể từ năm 2001 được tính theo hàm số sau:

$f(x) = 7,869e^{0,017x}$ (chục triệu người). Tốc độ gia tăng dân số (chục triệu người/năm) sau x năm kể từ năm 2001 được xác định bởi hàm số $f'(x)$.

a) Tìm hàm số thể hiện tốc độ gia tăng dân số sau x năm kể từ năm 2001.

b) Tính tốc độ gia tăng dân số Việt Nam theo đơn vị chục triệu người/năm vào năm 2023 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười), nêu ý nghĩa của kết quả đó.

Lời giải

a) Ta có:

$$f'(x) = 7,869 \cdot (0,017x)' \cdot e^{0,017x} = 7,869 \cdot 0,017 \cdot e^{0,017x} = 0,133773e^{0,017x} \cdot 71$$

Vậy hàm số thể hiện tốc độ gia tăng dân số sau x năm kể từ năm 2001 là:

$$f'(x) = 0,133773e^{0,017x}. \quad \text{b) Ta có: } x = 2023 - 2001 = 22.$$

Tốc độ gia tăng dân số Việt Nam vào năm 2023 là:

$$f'(22) = 0,133773e^{0,017 \cdot 22} \approx 0,2 \quad (\text{chục triệu người/năm})$$

Theo kết quả trên thì dân số nước ta tăng thêm khoảng 2 triệu người trong năm 2023.

Câu 38. Trong thuyết động học phân tử chất khí, với một khối khí lí tưởng, các đại lượng áp suất $p(Pa)$, thể tích $V(m^3)$, nhiệt độ $T(K)$, số mol $n(mol)$ liên hệ với nhau theo phương trình: $pV = nRT$, trong đó $R = 8,31(J / mol.K)$ là hằng số.

(Nguồn: James Stewart, Calculus)

Một bóng thám không chứa 8 mol khí hydrogen ở trạng thái lí tưởng có áp suất không đổi $p = 10^5 Pa$. Tính tốc độ thay đổi thể tích theo nhiệt độ của khối khí trong bóng thám không.

Lời giải

Thay $p = 10^5, n = 8, R = 8,31$ vào phương trình trên ta có:

$10^5 V = 8,31 \cdot 8 \cdot T \Leftrightarrow V = 6,648 \cdot 10^{-4} T$. Khi đó $V'(T) = 6,648 \cdot 10^{-4}$. Vậy tốc độ thay đổi thể tích của khối khí lúc có nhiệt độ T là $6,648 \cdot 10^{-4} (m^3 / K)$.

Câu 39. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 5(s)$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t (s) là: $v(t) = s'(t) = t^2 - 6t + 8$.

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 5(s)$ là:

$$v(5) = 5^2 - 6 \cdot 5 + 8 = 3(m / s).$$

Câu 40. Một mạch dao động điện từ LC có lượng điện tích dịch chuyển qua tiết diện thẳng của dây xác định bởi hàm số $Q(t) = 10^{-5} \sin\left(2000t + \frac{\pi}{3}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, Q tính bằng Coulomb. Tính

cường độ dòng điện tức thời $I(A)$ trong mạch tại thời điểm $t = \frac{\pi}{1500}(s)$, biết $I(t) = Q'(t)$.

Lời giải

Cường độ dòng điện tức thời trong mạch tại thời điểm t (s) là:

$$I(t) = Q'(t) = 10^{-5} \cdot 2000 \cos\left(2000t + \frac{\pi}{3}\right) = 0,02 \cos\left(2000t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Cường độ dòng điện tức thời trong mạch tại thời điểm $t = \frac{\pi}{1500}(s)$ là:

$$I\left(\frac{\pi}{1500}\right) = 0,02 \cos\left(2000 \cdot \frac{\pi}{1500} + \frac{\pi}{3}\right) = 0,01(A).$$

Câu 41. Năm 2010, dân số ở một tỉnh D là 1038229 người. Tính đến năm 2015, dân số của tỉnh đó là 1153600 người. Cho biết dân số của tỉnh D được ước tính theo công thức $S(N) = Ae^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm được làm tròn đến hàng phần nghìn). Tốc độ gia tăng dân số (người/năm) vào thời điểm sau N năm kể từ năm 2010 được xác định bởi hàm số $S'(N)$. Tính tốc độ gia tăng dân số của tỉnh D vào năm 2023 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị người/năm), biết tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi.

Lời giải

Tính từ năm 2010 đến năm 2015, chọn năm 2010 làm mốc, ta có:

$$1153600 = 1038229 \cdot e^{5r} \Rightarrow r \approx 0,021.$$

Khi đó, ta có: $S(N) \approx 1038229 \cdot e^{0,021N}$, suy ra tốc độ gia tăng dân số vào thời điểm sau N năm kể từ năm 2010 là:

$$S'(N) \approx 0,021 \cdot 1038229 \cdot e^{0,021N} = 21802,809 \cdot e^{0,021N}.$$

Tốc độ gia tăng dân số tính D vào năm 2023 (sau 13 năm từ năm 2010) là:

$$S'(13) \approx 21802,809 \cdot e^{0,021 \cdot 13} \approx 28647 \text{ (người/năm)}.$$

Câu 42. Một tài xế đang lái xe ô tô, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài 20,4 m (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động theo phương trình $s(t) = 20t - \frac{5}{2}t^2$, trong đó $s(m)$ là độ dài quãng đường đi được sau khi phanh, $t(s)$ là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh ($0 \leq t \leq 4$).

a) Tính vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh. Hãy cho biết xe ô tô trên có chạy quá tốc độ hay không, biết tốc độ giới hạn cho phép là 70 km/h .

b) Tính vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm?

Lời giải

a) Vận tốc tức thời của ô tô tại thời điểm $t(s)$ là: $v(t) = s'(t) = 20 - 5t$.

Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh ($t = 0(s)$) là:

$$v(0) = 20 - 5 \cdot 0 = 20(m/s). \text{ Ta có: } 20 m/s = 72 km/h > 70 km/h.$$

Suy ra ô tô trên đã chạy quá tốc độ giới hạn cho phép.

b) Khi xảy ra va chạm, ô tô đã đi được 20,4 m kể từ khi đạp phanh nên

$$20,4 = 20t - \frac{5}{2}t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1,2 \\ t = 6,8 \end{cases} \text{ Vì } 0 \leq t \leq 4 \text{ nên } t = 1,2 (s).$$

Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm ($t = 1,2(s)$) là:

$$v(1,2) = 20 - 5 \cdot 1,2 = 14(m/s).$$

Câu 43. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là $v_0(m/s)$ (bỏ qua sức cản của không khí) thì độ cao h của vật (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi công thức $h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (g là gia tốc trọng trường). Tìm vận tốc của vật khi chạm đất.

Lời giải

$$\text{Tại thời điểm vật chạm đất: } h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 0(t > 0).$$

$$\text{Giải phương trình ta được } t = \frac{2v_0}{g}.$$

$$\text{Vận tốc của vật khi chạm đất là } v = h'\left(\frac{2v_0}{g}\right) = -v_0.$$

Câu 44. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi công thức $s(t) = 10 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó s tính bằng centimet và t tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau t giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

$$\text{Vận tốc của hạt sau } t \text{ giây là: } v(t) = s'(t) = 4\pi\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right).$$

$$\text{Vận tốc cực đại của hạt là: } v_{\max} = 4\pi\sqrt{2} \approx 17,8 m/s, \text{ đạt được khi:}$$

$$\left| \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \right| = 1 \text{ hay } t = \frac{5}{24} + \frac{k}{4}, k \in \mathbb{N}.$$

Câu 45. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^2 + 16t + 15$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 3$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = (-2t^2 + 16t + 15)' = (-2.2t + 16) = -4t + 16$.

Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 3$ là $s'(3) = -4.3 + 16 = 4(m/s)$.

Câu 46. Một vật chuyển động có quãng đường được xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^2 + 5t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 4$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = 4t + 5, s'(4) = 21 m/s$.

Câu 47. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^2 + 15t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = -2.2t + 15 = -4t + 15$, suy ra $s''(t) = -4$.

Vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ lần lượt là $s'(2) = 7 m/s$ và $s''(2) = -4 m/s^2$.

Câu 48. Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là x (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là $P(x) = -200x^2 + 12800x - 74000$ (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm.

Lời giải

Ta có $P'(x) = -2.200x + 12800 = -400x + 12800$.

Tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm là $P'(12) = -400.12 + 12800 = 8000$.

Câu 49. Một chất điểm chuyển động thẳng có phương trình $s = 100 + 2t - t^2$ trong đó thời gian được tính bằng giây và s được tính bằng mét.

a) Tại thời điểm nào chất điểm có vận tốc bằng 0?

b) Tìm vận tốc và gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3s$.

Lời giải

a) $s'(t) = 2 - 2t$

$s'(t) = 0 \Rightarrow 2 - 2t = 0 \Rightarrow t = 1$.

Vận tốc chất điểm bằng 0 khi $t = 1s$.

b) Khi $t = 3s$.

$s'(3) = 2 - 2.3 = -4(m/s)$;

$s''(3) = -2 \Rightarrow a(3) = -2 m/s^2$.

Vậy khi $t = 3s$ thì vận tốc của vật là $-4 m/s$. Gia tốc của vật là $-2 m/s^2$.

Câu 50. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^3 + 75t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = -6t^2 + 75$ suy ra $s''(t) = -12t$.

Vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ là $s'(3) = 21$ và $s''(3) = -36$.

Câu 51. Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là x (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là $P(x) = 200(x - 2)(17 - x)$ (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 3000 sản phẩm.

Lời giải

Ta có $P'(x) = -400x + 3800$.

Tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 3000 sản phẩm là $P'(30) = -8200$.

Câu 52. Xét một chuyển động có phương trình $s = 4 \cos 2\pi t$.

a) Tìm vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t .

b) Tính gia tốc tức thời tại thời điểm t .

Lời giải

a) Để tìm vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t , ta tính đạo hàm cấp nhất của $s(t)$ theo t :

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = -8\pi \sin(2\pi t)$$

b) Để tính gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t , ta tính đạo hàm cấp hai của $s(t)$ theo t

$$: a(t) = \frac{d^2s}{dt^2} = -16\pi^2 \cos(2\pi t)$$

Câu 53. Chuyển động của một vật gắn trên con lắc lò xo (khi bỏ qua ma sát và sức cản không khí) được cho bởi phương trình sau: $x(t) = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, ở đó x tính bằng centimét và thời gian t tính bằng giây.

Tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 9.9

Lời giải

Vận tốc của vật tại thời điểm t là $v(t) = x'(t) = -\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \cdot 4 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -8\pi \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm t

$$\text{là } a(t) = v'(t) = -8\pi \left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -16\pi^2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Tại thời điểm $t = 5$ giây, gia tốc của vật là

$$a(5) = -16\pi^2 \cos\left(10\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -16\pi^2 \cos\frac{\pi}{3} \approx -79 \text{ (cm/s}^2\text{)}.$$

Câu 54. Một vật chuyển động thẳng có phương trình $s = 2t^2 + \frac{1}{2}t^4$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây).

Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây.

Lời giải

Ta có: $s'(t) = 4t + 2t^3$. Gia tốc của vật tại thời điểm t giây là: $a(t) = s''(t) = 4 + 6t^2$.

Tại thời điểm $t = 4$ giây, gia tốc của vật là: $a(4) = 4 + 6 \cdot 4^2 = 100 \text{ (m/s}^2\text{)}.$

Câu 55. Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi $s(t) = 10 + 0,5 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Ta có: $s'(t) = 0,5 \left(2\pi t + \frac{\pi}{5} \right)' \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{5} \right) = \pi \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{5} \right)$. Gia tốc của hạt tại thời điểm t giây là:

$$a(t) = s''(t) = -\pi \left(2\pi t + \frac{\pi}{5} \right)' \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{5} \right) = -2\pi^2 \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{5} \right).$$

Tại thời điểm $t = 5$ giây, gia tốc của hạt là: $a(5) = -2\pi^2 \sin \left(10\pi + \frac{\pi}{5} \right) = -11,6 \left(\text{cm} / \text{s}^2 \right)$.

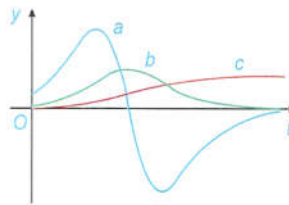
Câu 56. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = \sin \left(0,8\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$, ở đó s tính bằng centimét và thời gian t tính bằng giây. Tại các thời điểm vận tốc bằng 0, giá trị tuyệt đối của gia tốc của vật gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. $4,5 \text{ cm} / \text{s}^2$.
- B. $5,5 \text{ cm} / \text{s}^2$.
- C. $6,3 \text{ cm} / \text{s}^2$.
- D. $7,1 \text{ cm} / \text{s}^2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 57. Hình 9.10 biểu diễn đồ thị của ba hàm số. Hàm số thứ nhất là hàm vị trí của một chiếc ô tô, hàm số thứ hai biểu thị vận tốc và hàm số thứ ba biểu thị gia tốc của ô tô đó. Hãy xác định đồ thị của mỗi hàm số này và giải thích.



Hình 9.10

Lời giải

Vận dụng ý nghĩa cơ học của đạo hàm, đạo hàm cấp hai và lưu ý rằng một hàm đồng biến (tương ứng, nghịch biến) trên một khoảng nếu đạo hàm dương (tương ứng, âm). Giải. Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta biết rằng đạo hàm của hàm vị trí là hàm vận tốc, đạo hàm của hàm vận tốc là hàm gia tốc, và một hàm số đồng biến (tương ứng, nghịch biến) trên một khoảng nào đó nếu đạo hàm của nó dương (tương ứng, âm) trên khoảng đó.

Trên hình vẽ ta thấy: Hàm số c luôn đồng biến, tức là đạo hàm của nó phải luôn không âm, do đó hàm số b là đạo hàm của hàm số c ; hàm số b đồng biến trên khoảng mà hàm số a dương và nghịch biến trên khoảng mà hàm số a âm, do đó hàm số a là đạo hàm của hàm số b .

Vậy hàm số a là hàm gia tốc, hàm số b là hàm vận tốc và hàm số c là hàm vị trí của ô tô.

Câu 58. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình: $s = f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

- a) Tính vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 2$ giây và $t = 4$ giây.
- b) Tại những thời điểm nào vật đứng yên?
- c) Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây.
- d) Tính tổng quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên.
- e) Trong 5 giây đầu tiên, khi nào vật tăng tốc, khi nào vật giảm tốc?

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 12t + 9$ và $a(t) = s''(t) = 6t - 12$.

a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ giây là $v(2) = -3 \text{ m} / \text{s}$.

Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây là $v(4) = 9 \text{ m} / \text{s}$.

b) Vật đứng yên khi vận tốc triệt tiêu, tức là $v(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1, t = 3$.

Vậy tại thời điểm 1 giây hoặc 3 giây thì vật đứng yên.

c) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây là $a(4) = 12 \left(m/s^2 \right)$.

d) Ta có: $v(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 3$.

Do đó, ta cần tính riêng rẽ quãng đường vật đi được trong từng khoảng thời gian $[0;1]$, $[1;3]$, $[3;5]$.

Từ thời điểm $t = 0$ giây đến thời điểm $t = 1$ giây, vật đi được quãng đường là: $|f(1) - f(0)| = |4 - 0| = 4m$.

Từ thời điểm $t = 1$ giây đến thời điểm $t = 3$ giây, vật đi được quãng đường là: $|f(3) - f(1)| = |0 - 4| = 4m$.

Từ thời điểm $t = 3$ giây đến thời điểm $t = 5$ giây, vật đi được quãng đường là:

$$|f(5) - f(3)| = |20 - 0| = 20m.$$

Vậy tổng quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên là: $4 + 4 + 20 = 28m$.

e) Xét $a(t) = 0 \Leftrightarrow 6t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Khi $t \in [0;2)$ thì gia tốc âm, tức là vật giảm tốc.

Khi $t \in (2,5]$ thì gia tốc dương, tức là vật tăng tốc.

Câu 59. Một vật rơi tự do theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động $s = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó g là gia tốc rơi tự do, $g \approx 9,8m/s^2$.

a) Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t_0 = 2(s)$.

b) Tính gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t_0 = 2(s)$.

Lời giải

a) Vận tốc của vật là: $v(t) = gt \Rightarrow v(2) \approx 9,8 \cdot 2 \approx 19,6(m/s)$

b) Gia tốc của vật là: $a(t) = g \Rightarrow a(2) \approx 9,8 \left(m/s^2 \right)$

Câu 60. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 8t + 1$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời, gia tốc tức thời của chất điểm:

a) Tại thời điểm $t = 3(s)$;

b) Tại thời điểm mà $s(t) = 7(m)$.

Lời giải

Vận tốc tức thời tại thời điểm t : $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 8$

Gia tốc tức thời tại thời điểm t : $a(t) = v'(t) = 6t - 6$

a) Tại thời điểm $t = 3(s)$

- Vận tốc tức thời là: $v(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = 17(m/s)$

- Gia tốc tức thời là: $a(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12 \left(m/s^2 \right)$

b) Tại thời điểm chất điểm di chuyển được $7(m)$ ta có:

$$t^3 - 3t^2 + 8t + 1 = 7$$

$$\Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + 8t - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + 8t - 6 = 0$$

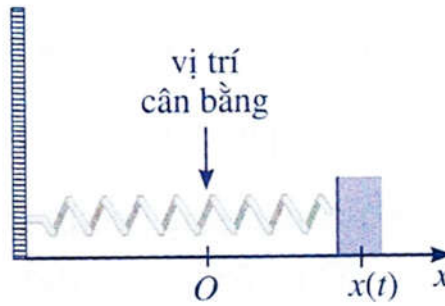
$$\Leftrightarrow t = 1$$

Với $t = 1$

Vận tốc tức thời là: $v(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 8 = 5(m/s)$

Gia tốc tức thời là: $a(1) = 6 \cdot 1 - 6 = 0 \left(m/s^2 \right)$

Câu 61. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như Hình 7, có phương trình chuyển động $x(t) = 4\sin t$, trong đó t tính bằng giây và $x(t)$ tính bằng centimét.



Hình 7

- a) Tìm phương trình theo thời gian của vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của con lắc.
 b) Tính vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của con lắc tại thời điểm $t = \frac{2\pi}{3}$ (s). Tại thời điểm đó, con lắc di chuyển theo chiều dương hay chiều âm của trục Ox ?

Lời giải

a) Vận tốc tức thời tại thời điểm t : $v(t) = x' = 4 \cos t$

Gia tốc tức thời tại thời điểm t : $a(t) = v'(t) = -4 \sin t$

b) Tại thời điểm $t = \frac{2\pi}{3}$ (s)

- Vận tốc tức thời là: $v\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 4 \cos \frac{2\pi}{3} = -2$

- Gia tốc tức thời là: $a\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -4 \sin \frac{2\pi}{3} = -2\sqrt{3}$

- Tại thời điểm đó, con lắc đang di chuyển theo hướng ngược chiều dương

Câu 62. Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 2t + t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $v(t)$ tính bằng m/s . Tìm gia tốc tức thời của chất điểm:

- a) Tại thời điểm $t = 3$ (s);
 b) Tại thời điểm mà vận tốc của chất điểm bằng $8m/s$.

Lời giải

Gia tốc tức thời của chất điểm: $a(t) = 2t + 2$

a) Tại thời điểm $t = 3$ (s), gia tốc tức thời của chất điểm là: $a(3) = 2 \cdot 3 + 2 = 8 (m/s^2)$

b) Tại thời điểm mà vận tốc có chất điểm bằng $8m/s$, ta có: $2t + t^2 = 8 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 (TM) \\ t = -4 (L) \end{cases}$

Với $t = 2 \Rightarrow a(2) = 2 \cdot 2 + 2 = 6$

Câu 63. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát, có phương trình chuyển động $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) + 3$, trong đó t tính bằng giây và x tính bằng centimét.

- a) Tìm vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của con lắc tại thời điểm t (s).
 b) Tìm thời điểm mà vận tốc tức thời của con lắc bằng 0.

Lời giải

a) Vận tốc tức thời của con lắc: $v(t) = -4\pi \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$

Gia tốc tức thời của con lắc: $a(t) = -4\pi^2 \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$

b) Tại vận tốc tức thời của con lắc bằng 0, ta có:

$$-4\pi \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \pi t - \frac{2\pi}{3} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$\bullet t = \frac{2}{3} \Rightarrow a(t) = -4\pi^2 \cos\left(\pi \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\pi\right) = -4\pi^2$$

Câu 64. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 4$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$.

Lời giải

Ta có: $s'(t) = t^2 - 6t + 5$.

Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ là:

$s''(t) = 2t - 6$. Vậy gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ là:

$$s''(3) = 2 \cdot 3 - 6 = 0 \left(m / s^2\right).$$

Câu 65. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 6\sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây,

$s(t)$ tính bằng centimét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}(s)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } s'(t) = 18\cos\left(3t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ là: $s''(t) = -54\sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$.

Vậy gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}(s)$ là:

$$s''\left(\frac{\pi}{6}\right) = -54\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = -27\sqrt{2} \left(cm / s^2\right).$$

Câu 66. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm:

a) Tại thời điểm $t = 5(s)$.

b) Tại thời điểm mà vận tốc tức thời của chất điểm bằng $-1m / s$.

Lời giải

Ta có: $s'(t) = t^2 - 6t + 8, s''(t) = 2t - 6$.

a) Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 5(s)$ là: $s''(5) = 4 \left(m / s^2\right)$.

b) Theo giả thiết, $s'(t) = t^2 - 6t + 8 = -1 \Leftrightarrow t = 3(s)$.

Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ là: $s''(3) = 0 \left(m / s^2\right)$.

Câu 67. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 3\sin\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây,

$s(t)$ tính bằng centimét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}(s)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } s''(t) = -3\sin\left(t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}(s)$ là:

$$s''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-3}{2} (cm/s^2).$$

Câu 68. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 2 \sin\left(6t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính vận tốc tức thời và gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}(s)$.

Lời giải

Ta có: $s'(t) = 12 \cos\left(6t + \frac{\pi}{4}\right), s''(t) = -72 \sin\left(6t + \frac{\pi}{4}\right)$.

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}(s)$ là:

$$s'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 12 \cos\left(6 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 6\sqrt{2} (cm/s).$$

Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}(s)$ là:

$$s''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -72 \sin\left(6 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 36\sqrt{2} (cm/s^2).$$

Câu 69. Kính viễn vọng không gian Hubble được triển khai vào ngày 24 tháng 4 năm 1990, bởi tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong nhiệm vụ này từ khi xuất phát tại $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy nhiên liệu rắn bị loại bỏ ở $t = 126 (s)$ được xác định theo phương trình sau:

$$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083 (ft/s).$$

(Nguồn: James Stewart, Calculus)

Tính gia tốc tức thời của tàu con thoi trên tại thời điểm $t = 100 (s)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Lời giải

Gia tốc tức thời của tàu con thoi tại thời điểm $t(s)$ là:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61 (ft/s^2).$$

Gia tốc tức thời của tàu con thoi tại thời điểm $t = 100 (s)$ là:

$$a(100) = 0,003906 \cdot 100^2 - 0,18058 \cdot 100 + 23,61 = 44,612 (ft/s^2).$$

Câu 70. Sau khi uống đồ uống có cồn, nồng độ cồn trong máu tăng lên rồi giảm dần được xác định bằng hàm số $C(t) = 1,35te^{-2,802t}$, trong đó $C(mg/ml)$ là nồng độ cồn, $t (h)$ là thời điểm đo tính từ ngay sau khi uống 15ml đồ uống có cồn.

(Nguồn: P. Wilkinson et al., Pharmacokinetics of Ethanol after Oral Administration in the Fasting State, 1977)

Giả sử một người uống hết nhanh 15ml đồ uống có cồn. Tính tốc độ chuyển hoá nồng độ cồn trong máu của người đó tại thời điểm $t = 3 (h)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần triệu).

Lời giải

Ta có: $C'(t) = 1,35e^{-2,802t} - 3,7827te^{-2,802t}$. Vậy tốc độ chuyển hoá nồng độ cồn tức thời trong máu của người đó tại thời điểm $t = 3(h)$ là:

$$C'(3) = 1,35e^{-2,802 \cdot 3} - 3,7827 \cdot 3e^{-2,802 \cdot 3} \approx -0,002235 \left(\frac{mg}{ml \cdot h}\right).$$

Câu 71. Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi công thức $s(t) = 15 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 3$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Gia tốc của hạt tại thời điểm t là: $a(t) = s''(t) = -16\pi^2 \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Tại thời điểm $t = 3$ giây, gia tốc của hạt là:

$$a = -16\pi^2 \sqrt{2} \sin\left(12\pi + \frac{\pi}{6}\right) \approx -111,7 \text{ m/s}^2$$

Câu 72. Độ cao (tính bằng mét) của một vật rơi tự do sau t giây là $h(t) = 400 - 4,9t^2$. Giá trị tuyệt đối của vận tốc của vật khi nó chạm đất (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) là

- A. $88,5 \text{ m/s}$.
- B. $86,7 \text{ m/s}$.
- C. $89,4 \text{ m/s}$.
- D. 90 m/s .

Lời giải

Chọn A

Câu 73. Chuyển động của một vật có phương trình $s = 5 + \sin\left(0,8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, ở đó s tính bằng centimét và thời gian t tính bằng giây. Tại các thời điểm vận tốc bằng 0, giá trị tuyệt đối của gia tốc của vật gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. $4,5 \text{ cm/s}^2$.
- B. $5,5 \text{ cm/s}^2$.
- C. $6,3 \text{ cm/s}^2$.
- D. $7,1 \text{ cm/s}^2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 74. Vị trí của một vật chuyển động (tính bằng mét) sau t giây được xác định bởi $s = t^4 - 4t^3 - 20t^2 + 20t, t > 0$. Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc $v = 20 \text{ m/s}$ là

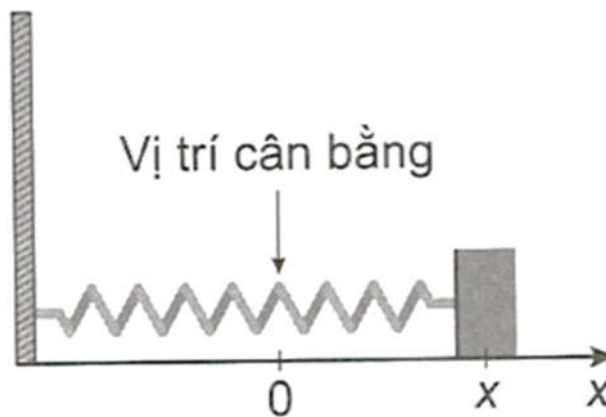
- A. 140 m/s^2 .
- B. 120 m/s^2 .
- C. 130 m/s^2 .
- D. 100 m/s^2 .

Lời giải

Chọn A

Câu 75. Một vật gắn trên lò xo chuyển động theo phương ngang trên một mặt phẳng nhẵn (H.9.1). Phương trình chuyển động của vật được cho bởi $x = 8 \sin\left(\sqrt{2}\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, với t tính bằng giây và x tính bằng centimét.

Tìm vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất). Vật chuyển động theo hướng nào tại thời điểm đó?



Hình 9.1

Lời giải

Vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm t là:

$$v(t) = x'(t) = 8\pi\sqrt{2} \cos\left(\sqrt{2}\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$a(t) = x''(t) = -16\pi^2 \sin\left(\sqrt{2}\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Tại $t = 5$ giây, vận tốc và gia tốc của vật là $v = -10,5 m/s$ và $a = 150,8 m/s^2$. Khi ấy vật đang chuyển động theo hướng từ phải sang trái (hướng tới vách chắn cố định).

Câu 76. Vị trí chuyển động của một vật trên đường thẳng được biểu diễn bởi công thức $s(t) = 3t^3 + 5t + 2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính vận tốc và gia tốc của vật đó khi $t = 1$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = 9t^2 + 5$, vận tốc $s'(1) = 14$.

Gia tốc $s''(t) = 18t$, gia tốc $s''(1) = 18$.

Câu 77. Một người gửi tiết kiệm 20 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6% / năm theo thể thức lãi kép liên tục. Tính số tiền người đó nhận được sau:

- a) 1 tháng;
- b) 1 năm.

Lời giải

Ta có $r = 6\% = 0,06$; 1 tháng $= \frac{1}{12}$ năm.

Công thức tính tổng số tiền lãi và vốn sau t năm là $T = A \cdot e^{rt}$

a) Số tiền người đó nhận được sau 1 tháng là $S = 20 \cdot 10^6 \cdot e^{0,06 \cdot \frac{1}{12}} \approx 20100250$ đồng.

b) Số tiền người đó nhận được sau 1 năm là $S = 20 \cdot 10^6 \cdot e^{0,06 \cdot 1} \approx 21236730$ đồng.

Câu 78. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính sau thời gian ngắn nhất (theo năm) để số tiền người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

Lời giải

Giả sử số tiền người đó gửi vào ngân hàng là A . Sau n năm số tiền người đó nhận được là $2A$.

Áp dụng công thức $S = Ae^{0,075t}$ ta có $2A \leq A \cdot e^{0,075t}$

$$\Leftrightarrow 0,075t \geq \ln 2 \Leftrightarrow t \geq \approx 9,24.$$

Người đó phải gửi ít nhất 10 năm thì số tiền thu được gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 79. Số lượng vi khuẩn trong một phòng thí nghiệm A được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Tính thời gian kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Lời giải

$$\text{Ta có } s(3) = 625 \text{ nghìn con} \Rightarrow s(0) \cdot 2^3 = 625 \Rightarrow s(0) = \frac{625}{8} \text{ nghìn con.}$$

$$\text{Để số lượng vi khuẩn là 20 triệu con} \Rightarrow s(0) \cdot 2^t = 20000 \Rightarrow 2^t = 20000 : \frac{625}{8}$$

$$\Rightarrow 2^t = 2^8 \Rightarrow t = 8.$$

Vậy thời gian để số vi khuẩn đạt 20 triệu con là 8 phút.

Câu 80. Người ta sử dụng công thức $S = A \cdot e^{nr}$ để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là 78685800 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,2%. Hãy tính xem dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào?

Lời giải

Theo công thức tăng trưởng mũ: $S = A \cdot e^{nr}$

$$\Rightarrow 110000000 = 78685800 \cdot e^{1,2\% \cdot n} \Leftrightarrow n = \frac{1}{1,2\%} \ln \frac{110000000}{78685800} \approx 27,91$$

\Rightarrow Sau 28 năm thì dân số Việt Nam đạt 110 triệu người.

Vậy dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm 2029.

Câu 81. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 10 + t + 9t^2 - t^3$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Tính thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất (tính từ thời điểm ban đầu)?

Lời giải

$$\text{Ta có } v(t) = s'(t) = -3t^2 + 9t + 1 \text{ có đồ thị là Parabol, do đó } v(t)_{\max} \Leftrightarrow t = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}.$$

Câu 82. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc nhỏ nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Lời giải

Vận tốc v của vật được tính theo công thức: $v(t) = s'(t) = t^2 - 2t + 9$.

$$\text{Ta có: } t^2 - 2t + 9 = (t-1)^2 + 8 \geq 8 \Rightarrow v \geq 8.$$

Vậy vận tốc nhỏ nhất của vật là $8(m/s)$ đạt được tại thời điểm $t = 1$ (giây).

Câu 83. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

Lời giải

Gia tốc chuyển động tại $t = 3s$ là $s''(3)$

$$\text{Ta có: } s'(t) = 3t^2 - 6t + 9; s''(t) = 6t - 6 \Rightarrow s''(3) = 12 m/s^2.$$

Câu 84. Một vật dao động điều hòa có phương trình $x = 2 \sin \pi t$ (x tính bằng cm , t tính bằng giây). Tính thời điểm đầu tiên vật có gia tốc lớn nhất.

Lời giải

Gia tốc của vật bằng đạo hàm cấp hai của phương trình chuyển động

$$\text{Ta có: } x' = 2\pi \cos \pi t \Rightarrow a(t) = x''(t) = -2\pi^2 \sin \pi t$$

$$\text{Vì } -1 \leq \sin \pi t \leq 1 \Leftrightarrow -2\pi^2 \leq -2\pi^2 \sin \pi t \leq 2\pi^2 \Leftrightarrow -2\pi^2 \leq a(t) \leq 2\pi^2$$

$$\text{Gia tốc lớn nhất khi } \sin \pi t = -1 \Leftrightarrow \pi t = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} + 2k$$

$$\text{Với } k = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}(l); k = 1 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$$

Vậy tại $t = \frac{3}{2}$ giây là thời điểm đầu tiên vật có gia tốc lớn nhất.

Câu 85. Một vật chuyển động có phương trình $S = t^4 - 3t^3 - 3t^2 + 2t + 1(m)$, t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3s$.

Lời giải

$$S = f(t) = t^4 - 3t^3 - 3t^2 + 2t + 1 \Rightarrow f'(t) = 4t^3 - 9t^2 - 6t + 2$$

$$\Rightarrow a(t) = f''(t) = 12t^2 - 18t - 6$$

$$\text{Gia tốc của vật tại thời điểm } t = 3s \text{ là } a(3) = 12.3^2 - 18.3 - 6 = 48m/s^2.$$

Câu 86. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = -t^3 + t^2 + t + 4$ (t là thời gian tính bằng giây). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

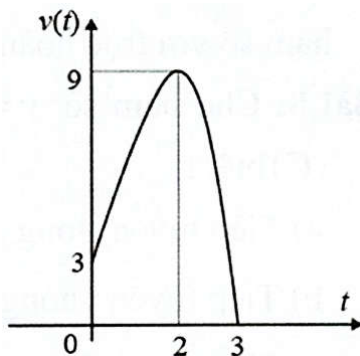
$$\text{Vận tốc của chất điểm có phương trình là: } v = s' = -3t^2 + 2t + 1.$$

$$\text{Vận tốc của chất điểm đạt GTLN khi } t = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Gia tốc của chất điểm có phương trình là: } s'' = -6t + 2.$$

$$\text{Tại thời điểm vận tốc đạt GTLN thì gia tốc bằng } s''\left(\frac{1}{3}\right) = 0.$$

Câu 87. Một chuyển động có vận tốc được biểu diễn theo đồ thị hình bên. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 1(s)$.

**Lời giải**

Đồ thị của vận tốc là một Parabol có phương trình $v(t) = at^2 + bt + c$.

Trên hình vẽ đồ thị qua các điểm $(0; 3), (2; 9), (3; 0)$ nên có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4a + 2b = 6 \\ 9a + 3b + -3 \Leftrightarrow \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 11 \\ c = 3 \end{cases}.$$

Do đó phương trình của vận tốc là $v(t) = -4t^2 + 11t + 3$.

Vậy gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 1(s)$ là: $a(1) = v'(1) = 3$ (Casio)

Câu 88. Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $S(t)(km)$ là hàm số phụ thuộc theo biến t (giây) theo biểu thức sau $s(t) = e^{t^2+3} + 2t \cdot e^{3t+1}(km)$. Tính vận tốc của tên lửa sau 1 giây?

Lời giải

$$v(t) = s'(t) = 2t \cdot e^{t^2+3} + 2e^{3t+1} + 6t \cdot e^{3t+1} \Rightarrow v(1) = 2 \cdot 1 \cdot e^4 + 2 \cdot e^4 + 6e^4 = 10e^4 (km/s)$$

Câu 89. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 3t + 7$, trong đó $t \geq 0$.

Tìm giá trị của vận tốc tức thời, gia tốc tức thời của chất điểm:

a) Tại thời điểm $t = 3$;

b) Tại thời điểm mà $s = 5$.

Lời giải

Vận tốc của chất điểm là $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 3$.

Gia tốc của chất điểm là $a(t) = v'(t) = 6t - 6$.

a) Tại thời điểm $t = 3s$, vận tốc tức thời $v(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 3 = 12(m/s)$

Gia tốc tức thời của chất điểm là $a(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12(m/s^2)$

b) Tại thời điểm mà $s = 5 \Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + 3t + 7 = 5 \Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Vận tốc tức thời $v(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 3 = 3(m/s)$

Gia tốc tức thời của chất điểm là $a(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6(m/s^2)$

Câu 90. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục).

Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ mấy?

Lời giải

$$\text{Ta có } f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3 \Rightarrow f'(t) = 70t - 5t^2 (t > 0)$$

Vì $f'(t)$ có đồ thị là một parabol có bề lõm quay xuống nên đạt giá trị cực đại tại $t = -\frac{70}{2(-5)} = 7$. Vậy vào ngày thứ 7 tốc độ truyền bệnh là nhanh nhất.

Câu 91. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

Lời giải

$$\text{Ta có: } v = S' = -3t^2 + 6t + 9 \text{ và } a = S'' = -6t + 6$$

$$\text{Gia tốc triệt tiêu khi } S'' = 0 \Leftrightarrow -6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Khi đó vận tốc của chuyển động là } S'(1) = -3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + 9 = 12(m/s)$$

Câu 92. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

Ta có: $v(t) = S'(t) = -3t^2 + 12t$

$v(t)$ có đồ thị là một parabol có bề lõm quay xuống, nên $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{12}{2 \cdot (-3)} = 2$. Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

Câu 93. Một chuyển động xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 3t + 1$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của chuyển động khi quãng đường đạt được $9m$.

Lời giải

$$s = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 + 3t + 1 = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 + 3t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Ta có $v(t) = s'(t) = t + 3$ do đó vận tốc tức thời của chuyển động tại $t = 2$ là: $v(2) = 5$.

Câu 94. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{2}t^2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s là quãng đường đi được trong t giây tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại $t = 5$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm tại $t = 5$ là:

$$s'(5) = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{s(t) - s(5)}{t - 5} = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{\frac{1}{2}t^2 - \frac{25}{2}}{t - 5} = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{\frac{1}{2}(t-5)(t+5)}{t-5} = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{1}{2}(t+5) = 5.$$

Vậy $v(5) = s'(5) = 5(m/s)$.

Câu 95. Một quả bóng được thả rơi tự do từ đài quan sát trên sân thượng của toà nhà Landmark 81 (Thành phố Hồ Chí Minh) cao $461,3m$ xuống mặt đất, với phương trình chuyển động $s(t) = 4,9t^2$. Tính vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất, bỏ qua sức cản không khí. (Đơn vị m/s , kết quả gần đúng làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Với bất kì t_0 , ta có:

$$s'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{4,9t^2 - 4,9t_0^2}{t - t_0} = \lim_{t \rightarrow t_0} 4,9(t + t_0) = 9,8t_0.$$

Do đó, vận tốc của quả bóng tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = 9,8t$.

Mặt khác, vì chiều cao của toà tháp là $461,3m$ nên quả bóng sẽ chạm đất tại thời điểm t_1 .

$$\text{Từ đó, ta có: } 4,9t_1^2 = 461,3 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{461,3}{4,9}} \text{ (giây).}$$

Vậy vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất là:

$$v(t_1) = 9,8t_1 = 9,8 \cdot \sqrt{\frac{461,3}{4,9}} \approx 95,1(m/s).$$

Câu 96. Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $7\%/năm$. Tính tổng số tiền vốn và lãi (làm tròn đến hàng phần nghìn) mà người đó nhận được sau 1 năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức:

- a) Lãi kép với kì hạn 6 tháng;
- b) Lãi kép liên tục.

Lời giải

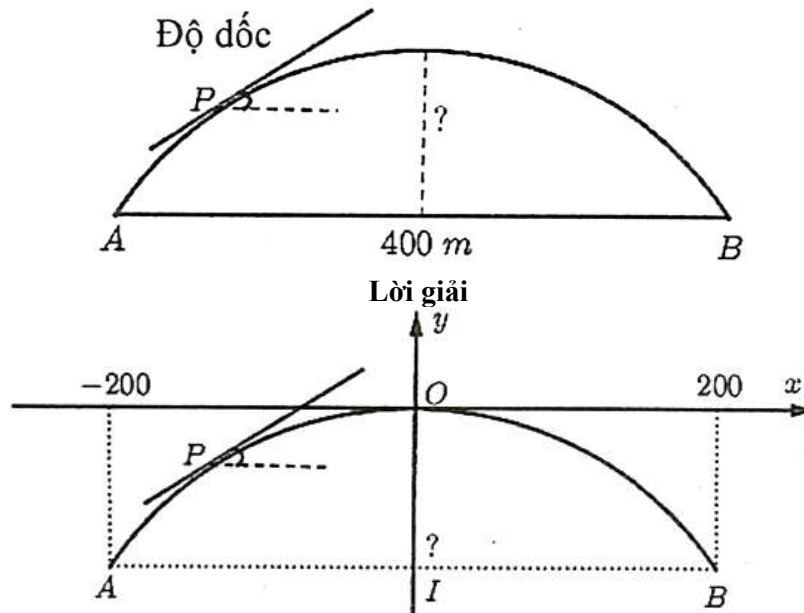
a) Số tiền vốn và lãi người đó nhận được sau một năm theo thể thức lãi kép với kì hạn 6 tháng là:

$$T = A \cdot \left(1 + \frac{r}{2}\right)^2 = 100(1 + 3,5\%)^2 = 107,123 \text{ (triệu đồng)}$$

b) Theo công thức lãi kép liên tục $T = A \cdot e^{rt}$, số tiền vốn và lãi người đó nhận được sau một năm là:

$$T = 100 \cdot e^{7\% \cdot 1} = 107,251 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 97. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, sao cho đỉnh cầu là gốc tọa độ và mặt cắt của cây cầu có hình dạng parabol $y = -ax^2$ (với a là hằng số dương).

Hệ số góc của tiếp tuyến của parabol bằng $k = y'(x_0) = -2ax_0, -200 \leq x_0 \leq 200$.

Hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu (độ dốc dương) là $|k| = 2a|x| \leq 400a$.

Vì độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° nên ta có:

$$400a \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow a \leq \frac{4,408174518}{10000}.$$

Chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là đoạn OI , cũng chính là độ lớn của tung độ điểm B khi a đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Do đó, } OI = |-a \cdot 200^2| = 17,6(m).$$

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là $17,6m$.

Câu 98. Anh Bình gửi tiết kiệm khoản tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%/năm$. Tính số tiền lãi (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng đơn vị) mà anh Bình nhận được sau 1 năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức:

- a) Lãi kép với kì hạn 3 tháng;
- b) Lãi kép liên tục.

Lời giải

a) Số tiền vốn và lãi anh Bình nhận được sau một năm theo thể thức lãi kép với kì hạn 3 tháng là:

$$T = A \left(1 + \frac{r}{4} \right)^4 = 50 \cdot 10^6 (1 + 1,5\%)^4 \approx 53068178 \text{ (đồng)}$$

Số tiền lãi anh Bình nhận được sau một năm gần bằng với:

$$53068178 - 50000000 = 3068178 \text{ (đồng)}$$

b) Theo công thức lãi kép liên tục $T = A \cdot e^{rt}$, số tiền vốn và lãi anh Bình nhận được sau một năm là

$$T = 50 \cdot 10^6 \cdot e^{6\% \cdot 1} \approx 53091827 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền lãi anh Bình nhận được sau một năm gần bằng với:

$$53091827 - 50000000 = 3091827 \text{ (đồng)}$$

Câu 99. Cho biết điện lượng truyền trong dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q(t) = 2t^2 + t$, trong đó t được tính bằng giây và Q được tính theo Culông. Tính cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 4(s)$.

Lời giải

Ta có: $Q'(t) = (2t^2 + t)' = 4t + 1$ nên cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 4(s)$ là $Q'(4) = 4 \cdot 4 + 1 = 17(C/s)$

Câu 100. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất, biết độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi phương trình $h(t) = 24,5t - 4,9t^2$. Tìm vận tốc của vật khi nó chạm đất.

Lời giải

Khi vật chạm đất thì $h = 0 \Leftrightarrow 24,5t - 4,9t^2 = 0 \Rightarrow t = 5$.

Ta có: $v(t) = h'(t) = 24,5 - 9,8t$ nên tốc độ của vật tại thời điểm nó chạm đất $t = 5$ là

$$v(5) = |h'(5)| = |24,5 - 9,8 \cdot 5| = 24,5(m/s)$$

Câu 101. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 3 \sin 2t + 2 \cos 2t$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của chất điểm trong t giây tính bằng mét. Tính gia tốc của chất điểm đó khi $t = \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $s'(t) = 3(\sin 2t)' + 2(\cos 2t)' = 6 \cos 2t - 4 \sin 2t$.

Và $s''(t) = 6(\cos 2t)' - 4(\sin 2t)' = -12 \sin 2t - 8 \cos 2t$.

Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ là:

$$a\left(\frac{\pi}{4}\right) = s''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -12 \left[\sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \right) \right] - 8 \left[\cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \right) \right] = -12$$

Câu 102. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. Tìm:

a) Tốc độ và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$.

b) Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng $16 m/s^2$.

c) Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có: $s'(t) = 3t^2 - 6t + 7$ và $s''(t) = 6t - 6$.

a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là: $v(2) = s'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 7 = 7(m/s)$.

Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là: $a(2) = v'(2) = s''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6(m/s^2)$.

b) Vận tốc của chuyển động bằng $16 m/s^2$ tại thời điểm t nghĩa là:

$$v(t) = s'(t) = 16 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t + 7 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ là: $a(3) = v'(3) = s''(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12(m/s^2)$.

c) Vận tốc của chuyển động có phương trình $v(t) = 3t^2 - 6t + 7$ là một parabol, có đỉnh

$S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1; 4)$ và hệ số $a = 3 > 0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $t = 1$.

Vậy tại thời điểm $t = 1$ thì vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất bằng $4(m/s)$.

Câu 103. Dân số (tính theo nghìn người) của một thành phố được cho bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$, trong

đó t (được tính bằng năm) là khoảng thời gian kể từ năm 2015. Tìm tốc độ tăng dân số trong năm 2025 của thành phố đó.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thành phố đó (tính bằng nghìn người/năm), ta có:

$$f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}.$$

Từ năm 2015 đến năm 2025 nghĩa là $t = 10$.

Vậy tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 10$ là:

$$f'(10) = \frac{120}{(10+5)^2} = \frac{8}{15} \approx 0,533 \text{ (nghìn người/năm)}$$

Câu 104. Nhiệt độ cơ thể của một người trong thời gian bị bệnh được cho bởi công thức

$T(t) = -0,1t^2 + 1,2t + 98,6$, trong đó T là nhiệt độ (tính theo đơn vị đo Fahrenheit) tại thời điểm t (tính theo ngày). Tìm tốc độ thay đổi nhiệt độ ở thời điểm $t = 2$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số T biểu thị tốc độ thay đổi của nhiệt độ.

Ta có: $T'(t) = -0,2t + 1,2$.

Vậy tốc độ thay đổi nhiệt độ tại thời điểm $t = 2$ là:

$$T'(2) = -0,2 \cdot 2 + 1,2 = 0,8 (^{\circ}F / \text{ngày}).$$

Câu 105. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(m)$, với t là thời gian tính bằng

giây. Tính (làm tròn kết quả đến hàng phần ngàn):

a) Vận tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5(s)$.

b) Gia tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5(s)$.

Lời giải

Ta có $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ và $s''(t) = -16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.

a) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5(s)$ là:

$$s'(5) = -8\pi \sin\left(10\pi - \frac{\pi}{12}\right) \approx 6,505(m/s).$$

b) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5(s)$ là:

$$s''(5) = -16\pi^2 \cos\left(10\pi - \frac{\pi}{12}\right) \approx -152,533(m/s^2)$$

Câu 106. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát, có phương

trình chuyển động $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) + 4(cm)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tìm thời điểm mà

vận tốc tức thời của con lắc bằng $0(cm/s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = x' = -4\pi \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$.

Thời điểm mà vận tốc tức thời của con lắc bằng 0 nghĩa là $v(t) = 0$

$$\Leftrightarrow -4\pi \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \pi t - \frac{2\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} + k (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy các thời điểm mà vận tốc tức thời của con lắc bằng 0 là:

$$t = \frac{2}{3} + k (k \in \mathbb{Z})(s)$$

Câu 107. Cân nặng trung bình của một em bé trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,00076t^3 - 0,06t^2 + 1,8t + 8,2$, trong đó t được tính bằng tháng và w được tính bằng pound. Tính tốc độ thay đổi cân nặng của em bé đó tại thời điểm 15 tháng tuổi.

Lời giải

$$\text{Ta có: } w'(t) = \frac{57}{25000}t^2 - \frac{3}{25}t + 1,8.$$

Tốc độ thay đổi cân nặng của em bé đó tại thời điểm 15 tháng tuổi là:

$$w'(15) = \frac{57}{25000} \cdot 15^2 - \frac{3}{25} \cdot 15 + 1,8 = 0,513 \text{ (pound/tháng)}$$

Câu 108. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C) . Tìm hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến tại một điểm M trên đồ thị (C) .

Lời giải

Gọi điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tọa độ tiếp điểm và $y' = -3x^2 + 6x + 9$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là $y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0 + 9$.

Ta thấy, hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là một hàm số có đồ thị là một parabol, có đỉnh

$$S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1; 12) \text{ và hệ số } a = -3 < 0 \text{ nên hàm số có giá trị lớn nhất bằng 12 tại } x_0 = 1.$$

Vậy hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến là $y'(1) = 12$

Câu 109. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình: $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

a) Tính vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 2$ giây và $t = 4$ giây.

b) Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ giây và $t = 3$ giây.

c) Trong 5 giây đầu tiên, khi nào vật tăng tốc, khi nào vật giảm tốc?

Lời giải

$$\text{Ta có } v(t) = s'(t) = 3t^2 - 12t + 9 \text{ và } a(t) = s''(t) = 6t - 12.$$

a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ giây là: $v(2) = s'(2) = -3(m/s)$.

Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây là: $v(4) = s'(4) = 9(m/s)$.

b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ giây là: $a(1) = s''(1) = -6(m/s^2)$.

Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây là: $a(3) = s''(3) = 6(m/s^2)$.

c) Xét trong 5 giây đầu tiên, tức là $t \in (0; 5)$.

Biểu thức vận tốc có dạng tam thức bậc hai với hệ số $a = 3 > 0$ và có hai nghiệm

$$\text{Mặt khác, biểu thức gia tốc là đa thức bậc nhất nên } \begin{cases} a(t) > 0 \Leftrightarrow t \in (2; 5) \\ a(t) < 0 \Leftrightarrow t \in (0; 2) \end{cases}.$$

Lại có khi vật tăng tốc ứng với $a.v > 0$ và khi vật giảm tốc ứng với $a.v < 0$, Vậy vật tăng tốc trong hai khoảng $t \in (1; 2), t \in (3; 5)$ và vật giảm tốc trong hai khoảng $t \in (0; 1), t \in (2; 3)$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ➡ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ➡ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ➡
<https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

➡ **Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**
➡ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

➡ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương