

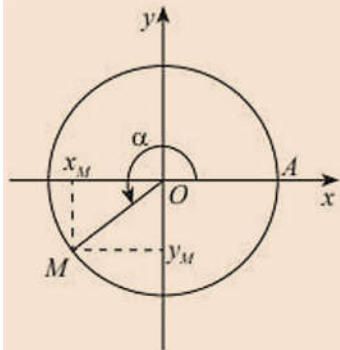
## BÀI 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

- **CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**
- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

### PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

#### 1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Trên đường tròn lượng giác, gọi  $M$  là điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo  $\alpha$ . Khi đó:



- Tung độ  $y_M$  của  $M$  gọi là sin của  $\alpha$ , kí hiệu  $\sin \alpha$ .
- Hoành độ  $x_M$  của  $M$  gọi là cosin của  $\alpha$ , kí hiệu  $\cos \alpha$ .
- Nếu  $x_M \neq 0$  thì tỉ số  $\frac{y_M}{x_M} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  gọi là tang của  $\alpha$ , kí hiệu  $\tan \alpha$ .
- Nếu  $y_M \neq 0$  thì tỉ số  $\frac{x_M}{y_M} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  gọi là cotang của  $\alpha$ , kí hiệu  $\cot \alpha$ .

Các giá trị  $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$  và  $\cot \alpha$  được gọi là các giá trị lượng giác của góc lượng giác  $\alpha$ .

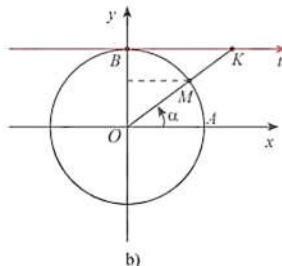
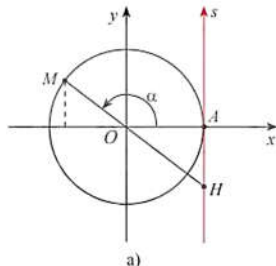
**Chú ý:**

a) Ta gọi trục hoành là **trục cosin**, còn trục tung là **trục sin**.

Trục  $As$  có gốc ở điểm  $A(1;0)$  và song song với trục sin (Hình 3a) gọi là trục tang.

Nếu đường thẳng  $OM$  cắt trục tang thì tung độ của giao điểm đó chính là  $\tan \alpha$ .

Trục  $Bt$  có gốc ở điểm  $B(0;1)$  và song song với trục cosin (Hình 3b) gọi là trục cotang. Nếu đường thẳng  $OM$  cắt trục cotang thì hoành độ của giao điểm đó chính là  $\cot \alpha$ .



Hình 3

b)  $\sin \alpha$  và  $\cos \alpha$  xác định với mọi  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;  $\tan \alpha$  chỉ xác định với các góc  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ );  $\cot \alpha$  chỉ xác định với các góc  $\alpha \neq k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

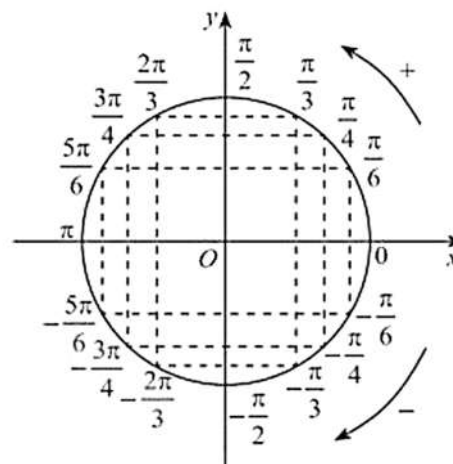
c) Với mọi góc lượng giác  $\alpha$  và số nguyên  $k$ , ta có

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha; \quad \tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha; \quad \cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha.$$

d) Ta đã biết bảng giá trị lượng giác của một số góc  $\alpha$  đặc biệt với  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$  (hay  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) như sau:

$\alpha$ Giá trị lượng giác	0 (0°)	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



Hình 4

Sử dụng bảng trên và Hình 4, ta có thể xác định được giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt khác.

**Ví dụ 1.** Tính các giá trị lượng giác của các góc:

a)  $\frac{13\pi}{3}$ ;

b)  $-45^\circ$ .

**Giải**

a) Vì  $\frac{13\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 4\pi$  nên:

$$\sin \frac{13\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos \frac{13\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \tan \frac{13\pi}{3} = \frac{\sin \frac{13\pi}{3}}{\cos \frac{13\pi}{3}} = \sqrt{3}; \quad \cot \frac{13\pi}{3} = \frac{\cos \frac{13\pi}{3}}{\sin \frac{13\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

b) Vì điểm biểu diễn của góc  $-45^\circ$  và góc  $45^\circ$  trên đường tròn lượng giác đối xứng nhau qua trục hoành (Hình 4), nên chúng có cùng hoành độ và tung độ đối nhau. Do đó ta có:

$$\sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos(-45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\tan(-45^\circ) = \frac{\sin(-45^\circ)}{\cos(-45^\circ)} = -1; \quad \cot(-45^\circ) = \frac{\cos(-45^\circ)}{\sin(-45^\circ)} = -1.$$

## 2. Tính giá trị lượng giác của một góc bằng máy tính cầm tay

Ta có thể tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác bất kì bằng máy tính cầm tay. Lưu ý trước khi tính, cần chọn đơn vị đo góc như sau: lên bảng lựa chọn đơn vị đo góc.

- Lần lượt ấn các phím SHIFT, MENU và 2 để màn hình hiện lên bảng lựa chọn đơn vị đo góc

1:Degree  
2:Radian  
3:Gradian

- Tiếp tục ấn phím 1 để chọn đơn vị độ (Degree) hoặc phím 2 để chọn đơn vị radian.

- Ấn các phím MENU 1 để vào chế độ tính toán

**Ví dụ 2.** Sử dụng máy tính cầm tay để tính  $\sin(-45^\circ)$  và  $\cot \frac{11\pi}{3}$ .

**Giải**

Chọn đơn vị đo góc là độ. Ấn liên tiếp các phím  $\boxed{\sin} \boxed{(-)} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{=}$

ta được  $\sin(-45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Để tính  $\cot \frac{11\pi}{3}$ , ta tính  $\frac{1}{\tan \frac{11\pi}{3}}$  như sau:

Chọn đơn vị đo góc là radian. Ấn liên tiếp các phím

**1** **tan** **1** **1** **SHIFT** **x10<sup>-1</sup>** **(π)** **3** **▶** **)** **=**

ta được  $\cot \frac{11\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

### 3. Hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác

Ta có các hệ thức sau liên hệ giữa các giá trị lượng giác của cùng một góc lượng giác  $\alpha$ :

•  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  •  $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$  với  $\alpha \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

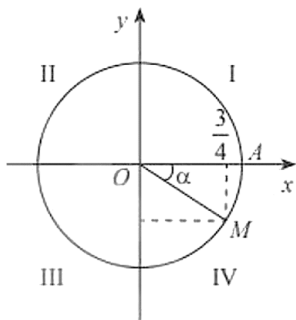
•  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  với  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  •  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$  với  $\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

**Ví dụ 3.** Cho  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$  với  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ . Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc  $\alpha$ .

**Giải**

Ta có  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{7}{16}$ .

Do đó  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$  hoặc  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .



Hình 6

Vì  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$  nên điểm biểu diễn của góc  $\alpha$  trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ IV (Hình 6), do đó  $\sin \alpha < 0$ .

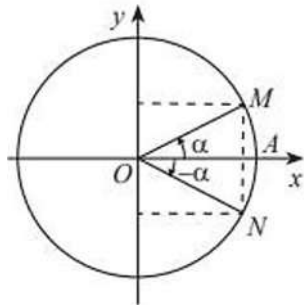
Suy ra  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ .

Do đó  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$  và  $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$ .

#### 4. Giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt

**Hai góc đối nhau:**  $\alpha$  và  $-\alpha$

Các điểm biểu diễn của hai góc  $\alpha$  và  $-\alpha$  đối xứng qua trục  $Ox$  (Hình 7), nên ta có:



Hình 7

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

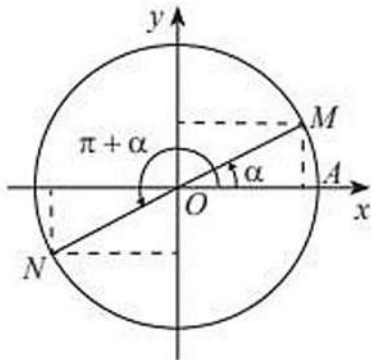
$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

**Hai góc hơn kém nhau  $\pi$ :**  $\alpha$  và  $\alpha + \pi$

Các điểm biểu diễn của hai góc  $\alpha$  và  $\alpha + \pi$  đối xứng nhau qua gốc tọa độ  $O$  (Hình 8), nên ta có:



Hình 8

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

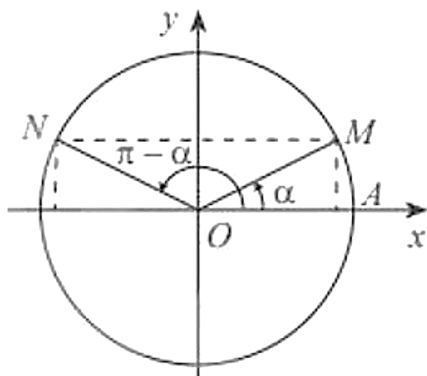
$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$$

$$\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$$

**Hai góc bù nhau:**  $\alpha$  và  $\pi - \alpha$

Các điểm biểu diễn của hai góc  $\alpha$  và  $\pi - \alpha$  đối xứng nhau qua trục  $Oy$  (Hình 9), nên ta có:



Hình 9

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

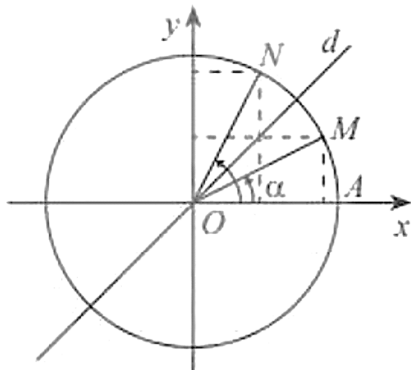
$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

**Hai góc phụ nhau:**  $\alpha$  và  $\frac{\pi}{2} - \alpha$

Các điểm biểu diễn của hai góc  $\alpha$  và  $\frac{\pi}{2} - \alpha$  đối xứng nhau qua đường phân giác  $d$  của góc  $xOy$  (Hình 10), nên ta có:



Hình 10

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

**Ví dụ 4.** a) Biểu diễn  $\sin \frac{61\pi}{8}$  qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến  $\frac{\pi}{4}$ .

b) Biểu diễn  $\tan 258^\circ$  qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ  $0^\circ$  đến  $45^\circ$ .

**Giải**

$$\text{a) } \sin \frac{61\pi}{8} = \sin\left(8\pi - \frac{3\pi}{8}\right) = \sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right) = -\sin \frac{3\pi}{8} = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) = -\cos \frac{\pi}{8};$$

$$\text{b) } \tan 258^\circ = \tan(180^\circ + 78^\circ) = \tan 78^\circ = \cot(90^\circ - 12^\circ) = \cot 12^\circ.$$

## PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

### Dạng 1. Dấu các giá trị lượng giác của góc

**Câu 1.** Xác định dấu của các biểu thức sau:

$$\text{a) } C = \cot \frac{3\pi}{5} \cdot \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right). \text{ b) } D = \cos \frac{4\pi}{5} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{4\pi}{3} \cdot \cot \frac{9\pi}{5}.$$

**Câu 2.** Cho  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Xét dấu của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin(\alpha + 90^\circ). \text{ b) } B = \cos(\alpha - 45^\circ).$$

$$\text{c) } C = \cos(270^\circ - \alpha). \text{ d) } D = \cos(2\alpha + 90^\circ).$$

**Câu 3.** Cho  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Xét dấu của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \cos(\alpha + \pi). \text{ b) } B = \tan(\alpha - \pi).$$

$$\text{c) } C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right). \text{ d) } D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right).$$

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét dấu của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin A + \sin B + \sin C. \text{ b) } B = \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C.$$

$$\text{c) } C = \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} . \text{d) } D = \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} .$$

**Dạng 2. Rút gọn biểu thức lượng giác**

**Câu 5.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } \frac{1}{\tan \alpha + 1} + \frac{1}{\cot \alpha + 1} ;$$

$$\text{b) } \cos \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \sin(\pi + \alpha)$$

$$\text{c) } \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos(-\alpha + 6\pi) - \tan(\alpha + \pi) \cot(3\pi - \alpha) .$$

**Câu 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \cos \left( \frac{\pi}{2} + x \right) + \cos(2\pi - x) + \cos(3\pi + x)$$

$$\text{b) } B = 2 \cos x - 3 \cos(\pi - x) + 5 \sin \left( \frac{7\pi}{2} - x \right) + \cot \left( \frac{3\pi}{2} - x \right)$$

$$\text{c) } C = 2 \sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right) + \sin(5\pi - x) + \sin \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) + \cos \left( \frac{\pi}{2} + x \right)$$

$$\text{d) } D = \cos(5\pi - x) - \sin \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) + \tan \left( \frac{3\pi}{2} - x \right) + \cot(3\pi - x)$$

**Câu 7.** Không dùng bảng số và máy tính, rút gọn các biểu thức:

$$\text{a) } A = \tan 18^\circ \cdot \tan 288^\circ + \sin 32^\circ \cdot \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \cdot \sin 122^\circ .$$

$$\text{b) } B = \frac{1 + \sin^4 a - \cos^4 a}{1 - \sin^6 a - \cos^6 a} .$$

**Câu 8.** Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin \frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan \left( -\frac{5\pi}{4} \right) + \cot \frac{7\pi}{2}$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$$

$$\text{c) } C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 65^\circ$$

$$\text{d) } D = \tan^2 \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} \cdot \tan \frac{5\pi}{8}$$

**Câu 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\sin(328^\circ) \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)} .$$

$$\text{b) } B = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \tan 36^\circ .$$

$$\text{c) } C = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ .$$

$$\text{d) } D = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ .$$

$$\text{e) } E = \sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 60^\circ + \dots + \sin 340^\circ + \sin 360^\circ .$$

**Câu 10.** Rút gọn biểu thức  $A = \sin(\pi + \alpha) + \cos \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \cot(2\pi - \alpha) + \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$

**Câu 11.** Rút gọn biểu thức  $B = \frac{\tan \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( \frac{3\pi}{2} + \alpha \right) - \sin^3 \left( \frac{7\pi}{2} - \alpha \right)}{\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \tan \left( \frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}$

**Câu 12.** Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{\sin x + \tan x}{\cos x + 1} \right)^2 + 1$

**Câu 13.** Rút gọn biểu thức  $A = \tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

**Câu 14.** Đơn giản biểu thức  $A = \sin^4 x - \cos^4 x + 2 \cos^2 x$

**Câu 15.** Đơn giản biểu thức  $B = \frac{\sin^4 x + 3 \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \cos^4 x - 1}$

**Câu 16.** Đơn giản biểu thức  $C = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$

**Câu 17.** Đơn giản biểu thức  $D = \frac{1 - 2 \sin^2 x}{2 \cos^2 x - 1}$

**Câu 18.** Đơn giản biểu thức  $E = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$

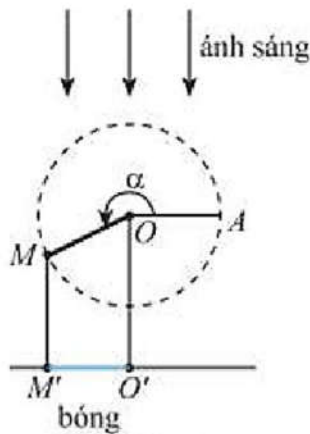
**Dạng 3. Tính giá trị lượng giác của góc lượng giác**

**Câu 19.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Tính  $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$  và  $\tan 495^\circ$ .

**Câu 20.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Sử dụng máy tính cầm tay để tính  $\cos 75^\circ$  và  $\tan\left(\frac{-19\pi}{6}\right)$ .

**Câu 21.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Cho  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$  với  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $\cos \alpha$  và  $\sin \alpha$ .

**Câu 22.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Thanh  $OM$  quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục  $O$  của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như Hình 12. Vị trí ban đầu của thanh là  $OA$ . Hỏi độ dài bóng  $O'M'$  của  $OM$  khi thanh quay được  $3\frac{1}{10}$  vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh  $OM$  là  $15\text{cm}$ ? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Hình 12

**Câu 23.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Khi xe đạp di chuyển, van  $V$  của bánh xe quay quanh trục  $O$  theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là  $1\text{rad/s}$  (Hình 13). Ban đầu van nằm ở vị trí  $A$ . Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính  $OA = 58\text{cm}$ ? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Hình 13

**Câu 24.** Cho biết một GTLG, tính các GTLG còn lại

a)  $\cos a = \frac{4}{5}$ ,  $270^\circ < a < 360^\circ$ . b)  $\sin a = \frac{5}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

c)  $\tan a = 3$ ,  $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ . d)  $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$ .

**Câu 25.** (SGK-CTST-11-Tập 1) a) Biểu diễn  $\cos 638^\circ$  qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ  $0^\circ$  đến  $45^\circ$ .

b) Biểu diễn  $\cot \frac{19\pi}{5}$  qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến  $\frac{\pi}{4}$ .

**Câu 26.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Các đẳng thức sau có thể đồng thời xảy ra không?

a)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  và  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ;

b)  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  và  $\cot \alpha = \frac{1}{2}$ ;

c)  $\tan \alpha = 3$  và  $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ .

**Câu 27.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Cho  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  và  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ . Tính  $\sin\left(-\frac{15\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(13\pi + \alpha)$ .

**Câu 28.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Tính các giá trị lượng giác của góc  $\alpha$ , nếu:

a)  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

b)  $\cos \alpha = \frac{2}{5}$  và  $0 < \alpha < 90^\circ$ ;

c)  $\tan \alpha = \sqrt{3}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;

d)  $\cot \alpha = \frac{1}{2}$  và  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

**Câu 29.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Biểu diễn các giá trị lượng giác sau qua các giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến  $\frac{\pi}{4}$  hoặc từ 0 đến  $45^\circ$  và tính:

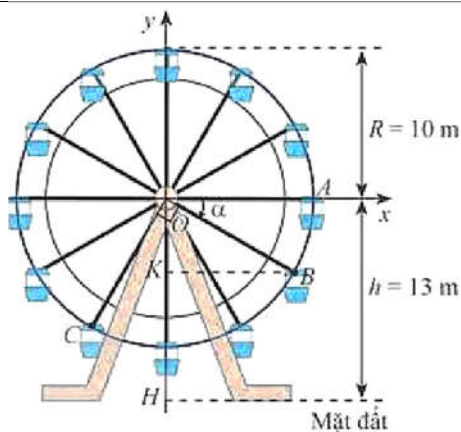
a)  $\cos \frac{21\pi}{6}$

b)  $\sin \frac{129\pi}{4}$

c)  $\tan 1020^\circ$ .

**Câu 30.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Trong Hình 11, vị trí cabin mà Bình và Cường ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm B và C.





Hình 11

a) Chứng minh rằng chiều cao từ điểm  $B$  đến mặt đất bằng  $(13 + 10 \sin \alpha)$  mét với  $\alpha$  là số đo của một góc lượng giác tia đầu  $OA$ , tia cuối  $OB$ . Tính độ cao của điểm  $B$  so với mặt đất khi  $\alpha = -30^\circ$ .

b) Khi điểm  $B$  cách mặt đất  $4\text{ m}$  thì điểm  $C$  cách mặt đất bao nhiêu mét? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

**Câu 31.** Cho biết một GTLG, tính giá trị của biểu thức, với:

a)  $A = \frac{\cot a + \tan a}{\cot a - \tan a}$ , khi  $\sin a = \frac{3}{5}$ ,  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ .

b)  $C = \frac{\sin^2 a + 2 \sin a \cdot \cos a - 2 \cos^2 a}{2 \sin^2 a - 3 \sin a \cdot \cos a + 4 \cos^2 a}$ , khi  $\cot a = -3$ .

c)  $E = \frac{8 \cos^3 a - 2 \sin^3 a + \cos a}{2 \cos a - \sin^3 a}$  khi  $\tan a = 2$ .

d)  $G = \frac{\cot a + 3 \tan a}{2 \cot a + \tan a}$  khi  $\cos a = -\frac{2}{3}$ .

e)  $H = \frac{\sin a + \cos a}{\cos a - \sin a}$  khi  $\tan a = 5$ .

**Câu 32.** Tính giá trị lượng giác của góc  $\alpha$  nếu

a)  $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$ ;  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . b)  $\cos \alpha = 0,8$ ;  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

c)  $\tan \alpha = \frac{13}{8}$ ;  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . d)  $\cot \alpha = -\frac{19}{7}$ ;  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

**Câu 33.** a) Cho  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ . Tính  $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ .

b) Cho  $\tan \alpha = 3$ . Tính  $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

c) Cho  $\cot \alpha = \sqrt{5}$ . Tính  $C = \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$

**Câu 34.** Cho  $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$ . Tính giá trị các biểu thức sau:

a/  $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

b/  $B = \tan \alpha + \cot \alpha$

c/  $C = \tan^4 \alpha - \cot^4 \alpha$

**Câu 35.**

a) Cho  $3 \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$ . Tính  $A = \sin^4 x + 3 \cos^4 x$ .

b) Cho  $3 \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$ . Tính  $C = \sin^4 x + 3 \cos^4 x$ .

c) Cho  $4 \sin^4 x + 3 \cos^4 x = \frac{7}{4}$ . Tính  $C = 3 \sin^4 x + 4 \cos^4 x$ .

**Câu 36.**

- a) Cho  $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ . Tính  $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$ .  
 b) Cho  $\tan x + \cot x = 4$ . Tính  $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$ .

**Dạng 4. Chứng minh đẳng thức**

**Câu 37. (SGK-CTST-11-Tập 1)** Chứng minh các đẳng thức lượng giác sau:

- a)  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = 1 - 2 \cos^2 \alpha$ ;  
 b)  $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$ .

**Câu 38.** Chứng minh các đẳng thức:

- a)  $\frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a + \cos a} = 1 - \sin a \cos a$ . b)  $\frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{1 + 2 \sin a \cos a} = \frac{\tan a - 1}{\tan a + 1}$ .  
 c)  $\sin^4 a + \cos^4 a - \sin^6 a - \cos^6 a = \sin^2 a \cdot \cos^2 a$ .

**Câu 39.** Chứng minh các đẳng thức:

- a)  $\frac{\tan a - \tan b}{\cot a - \cot b} = \tan a \cdot \tan b$ . b)  $\tan 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ} = \frac{1}{\sin 10^\circ}$ .  
 c)  $2(\sin^6 a + \cos^6 a) + 1 = 3(\sin^4 a + \cos^4 a)$ .

**Câu 40.** Giả sử biểu thức sau đây có nghĩa. Chứng minh rằng:

$$\sin^4 x \cot^2 x + \cos^4 x \tan^2 x + \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x.$$

**Câu 41.** Cho  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{2 - \sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x} - \sqrt{\cos^2 x + \tan^2 x + 3} = \cos x.$$

**Câu 42.** Chứng minh các đẳng thức sau :  $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$

**Câu 43.** Chứng minh đẳng thức sau:  $\frac{\sin x + \cos x - 1}{1 - \cos x} = \frac{2 \cos x}{\sin x - \cos x + 1}$ .

**Câu 44.** Cho  $\tan \alpha = 2$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Chứng minh rằng

$$\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sqrt{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 2}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**Câu 45.** Cho tam giác  $ABC$ . Chứng minh :

- a.  $\sin B = \sin(A + C)$ . b.  $\cos(A + B) = -\cos C$ .  
 c.  $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$ . d.  $\cos(B - C) = -\cos(A + 2C)$ .  
 e.  $\cos(A + B - C) = -\cos 2C$ . f.  $\cos \frac{-3A + B + C}{2} = \sin 2A$ .  
 g.  $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$ . h.  $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$ .

**PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)**

**1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá**

**Câu 1.** Cho  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Kết quả đúng là

- A.  $\sin a > 0, \cos a > 0$ . B.  $\sin a < 0, \cos a < 0$ . C.  $\sin a > 0, \cos a < 0$ . D.  $\sin a < 0, \cos a > 0$ .

**Câu 2.** Trong các giá trị sau,  $\sin \alpha$  có thể nhận giá trị nào?

- A.  $-0,7$ . B.  $\frac{4}{3}$ . C.  $-\sqrt{2}$ . D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 3.** Cho  $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\tan a > 0$ ,  $\cot a < 0$ . B.  $\tan a < 0$ ,  $\cot a < 0$ .  
C.  $\tan a > 0$ ,  $\cot a > 0$ . D.  $\tan a < 0$ ,  $\cot a > 0$ .

**Câu 4.** Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A.  $\cot \alpha < 0$ . B.  $\sin \alpha > 0$ . C.  $\cos \alpha < 0$ . D.  $\tan \alpha < 0$ .

**Câu 5.** Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A.  $\cot \alpha > 0$ . B.  $\tan \alpha > 0$ . C.  $\sin \alpha > 0$ . D.  $\cos \alpha > 0$ .

**Câu 6.** Cho  $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$ . Xét câu nào sau đây đúng?

- A.  $\tan \alpha > 0$ . B.  $\cot \alpha > 0$ . C.  $\cos \alpha > 0$ . D.  $\sin \alpha > 0$ .

**Câu 7.** Xét câu nào sau đây đúng?

A.  $\cos^2 45^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right)$ .

B. Hai câu A và

C. Nếu  $a$  âm thì ít nhất một trong hai số  $\cos a, \sin a$  phải âm.

D. Nếu  $a$  dương thì  $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$ .

**Câu 8.** Cho  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Kết quả đúng là:

A.  $\sin \alpha < 0$ ;  $\cos \alpha < 0$ . B.  $\sin \alpha > 0$ ;  $\cos \alpha < 0$ .

C.  $\sin \alpha < 0$ ;  $\cos \alpha > 0$ . D.  $\sin \alpha > 0$ ;  $\cos \alpha > 0$ .

**Câu 9.** Xét các mệnh đề sau:

I.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$ . II.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$ . III.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$ .

Mệnh đề nào **sai**?

- A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. Chỉ II và III. D. Cả I, II và III.

**Câu 10.** Xét các mệnh đề sau đây:

I.  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$ . II.  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$ . III.  $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$ .

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ II và III. B. Cả I, II và III. C. Chỉ I. D. Chỉ I và II.

**Câu 11.** Cho hai góc nhọn  $\alpha$  và  $\beta$  phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A.  $\cot \alpha = \tan \beta$ . B.  $\cos \alpha = \sin \beta$ . C.  $\cos \beta = \sin \alpha$ . D.  $\sin \alpha = -\cos \beta$ .

**Câu 12.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A.  $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$ . B.  $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$ .

C.  $\sin(180^\circ - a) = \sin a$ . D.  $\sin(180^\circ - a) = \cos a$ .

**Câu 13.** Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

A.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ . B.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ .

C.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$ . D.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$ .

**Câu 14.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $\cos(-x) = -\cos x$ . B.  $\sin(x - \pi) = \sin x$ .

**C.**  $\cos(\pi - x) = -\cos x$ . **D.**  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$ .

**Câu 15.** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.**  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ . **B.**  $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$ . **C.**  $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$ . **D.**  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ .

**Câu 16.** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\sin(-x) = -\sin x$ . **B.**  $\cos(-x) = -\cos x$ .

**C.**  $\cot(-x) = \cot x$ . **D.**  $\tan(-x) = \tan x$ .

**Câu 17.** Chọn hệ thức **sai** trong các hệ thức sau.

**A.**  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$ . **B.**  $\sin(3\pi - x) = \sin x$ .

**C.**  $\cos(3\pi - x) = \cos x$ . **D.**  $\cos(-x) = \cos x$ .

**Câu 18.**  $\cos(x + 2017\pi)$  bằng kết quả nào sau đây?

**A.**  $-\cos x$ .

**B.**  $-\sin x$ .

**C.**  $\sin x$ .

**D.**  $\cos x$ .

**Câu 19.** Giá trị của  $\cot 1458^\circ$  là

**A.** 1.

**B.** -1.

**C.** 0.

**D.**  $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$ .

**Câu 20.** Giá trị  $\cot \frac{89\pi}{6}$  là

**A.**  $\sqrt{3}$ .

**B.**  $-\sqrt{3}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 21.** Giá trị của  $\tan 180^\circ$  là

**A.** 1.

**B.** 0.

**C.** -1.

**D.** Không xác định.

**Câu 22.** Cho biết  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ . Tính  $\cot \alpha$

**A.**  $\cot \alpha = 2$ .

**B.**  $\cot \alpha = \frac{1}{4}$ .

**C.**  $\cot \alpha = \frac{1}{2}$ .

**D.**  $\cot \alpha = \sqrt{2}$ .

**Câu 23.** Trong các công thức sau, công thức nào sai?

**A.**  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ . **B.**  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$ .

**C.**  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left( \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$ .

**D.**  $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left( \alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$ .

## 2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

**Câu 24.** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Giá trị của  $\cos \alpha$  là:

**A.**  $\frac{4}{5}$ .

**B.**  $-\frac{4}{5}$ .

**C.**  $\pm \frac{4}{5}$ .

**D.**  $\frac{16}{25}$ .

**Câu 25.** Cho  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  với  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Tính  $\sin \alpha$ .

**A.**  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ .

**B.**  $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$ .

**C.**  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ .

**D.**  $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$ .

**Câu 26.** Tính  $\alpha$  biết  $\cos \alpha = 1$

**A.**  $\alpha = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ . **B.**  $\alpha = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**C.**  $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**D.**  $\alpha = -\pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 27.** Cho  $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$  với  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ . Khi đó:

**A.**  $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$ .

**B.**  $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$ .

**C.**  $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$ .

**D.**  $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$ .

**Câu 28.** Cho  $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ . Giá trị của  $\tan 15^\circ$  bằng:

**A.**  $\sqrt{3}-2$

**B.**  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

**C.**  $2-\sqrt{3}$

**D.**  $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

**Câu 29.** Cho  $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$  ( $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ). Khi đó  $\tan \alpha$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{21}}{3}$ .

**B.**  $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

**D.**  $-\frac{\sqrt{21}}{2}$ .

**Câu 30.** Cho  $\tan \alpha = \sqrt{5}$ , với  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Khi đó  $\cos \alpha$  bằng:

**A.**  $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**B.**  $\sqrt{6}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 31.** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  ( $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ). Tính  $\cot \alpha$ .

**A.**  $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ .

**B.**  $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ .

**C.**  $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$ .

**D.**  $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$ .

**Câu 32.** Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc  $\alpha$  sao cho  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  và  $\cos \alpha < 0$ . Tính  $\tan \alpha$ .

**A.**  $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$ .

**B.**  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**C.**  $\frac{-2}{5}$ .

**D.** 1.

**Câu 33.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Khi đó  $\cos \alpha$  có giá trị là.

**A.**  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ .

**B.**  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**C.**  $\cos \alpha = \frac{8}{9}$ .

**D.**  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 34.** Cho  $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$  với  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Khi đó giá trị  $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$  bằng:

**A.**  $2\sqrt{19}$ .

**B.**  $-2\sqrt{19}$ .

**C.**  $-\sqrt{19}$ .

**D.**  $\sqrt{19}$ .

**Câu 35.** Nếu  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2}$  thì  $\sin 2\alpha$  bằng

**A.**  $\frac{5}{4}$ .

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\frac{13}{4}$ .

**D.**  $\frac{9}{4}$ .

**Câu 36.** Cho  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  và  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ . Tính giá trị của  $\sin x$ .

A.  $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$ . B.  $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{6}$ . C.  $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$ . D.  $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$ .

**Câu 37.** Cho  $\sin x = \frac{1}{2}$ . Tính giá trị của  $\cos^2 x$ .

A.  $\cos^2 x = \frac{3}{4}$  B.  $\cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  C.  $\cos^2 x = \frac{1}{4}$  D.  $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

**Câu 38.** Cho  $P = \frac{3\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x}$  với  $\tan x = 2$ . Giá trị của  $P$  bằng

A.  $\frac{8}{9}$ . B.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ . C.  $\frac{\sqrt{8}}{9}$ . D.  $\frac{5}{4}$ .

**Câu 39.** Cho  $\sin x = \frac{1}{2}$  và  $\cos x$  nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức  $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$  bằng

A.  $-2 - \sqrt{3}$  B.  $2 + \sqrt{3}$  C.  $-2 + \sqrt{3}$  D.  $2 - \sqrt{3}$

**Câu 40.** Cho  $\tan x = 2$ . Giá trị biểu thức  $P = \frac{4\sin x + 5\cos x}{2\sin x - 3\cos x}$  là

A. 2. B. 13. C. -9. D. -2.

**Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$  đều. Tính giá trị của biểu thức

$P = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) + \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$ .

A.  $P = \frac{3}{2}$ . B.  $P = -\frac{3}{2}$ . C.  $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ . D.  $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 42.** Cho  $\tan a = 2$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{2\sin a - \cos a}{\sin a + \cos a}$ .

A.  $P = 2$ . B.  $P = 1$ . C.  $P = \frac{5}{3}$ . D.  $P = -1$ .

**Câu 43.** Cho cung lượng giác có số đo  $x$  thỏa mãn  $\tan x = 2$ . Giá trị của biểu thức

$M = \frac{\sin x - 3\cos^3 x}{5\sin^3 x - 2\cos x}$  bằng

A.  $\frac{7}{30}$ . B.  $\frac{7}{32}$ . C.  $\frac{7}{33}$ . D.  $\frac{7}{31}$ .

**Câu 44.** Cho  $\sin x = \frac{1}{2}$  và  $\cos x$  nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức  $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$  bằng

A.  $-2 - \sqrt{3}$ . B.  $2 + \sqrt{3}$ . C.  $-2 + \sqrt{3}$ . D.  $2 - \sqrt{3}$ .

**Câu 45.** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$  bằng

A.  $-3 - \sqrt{3}$ . B.  $2 - 3\sqrt{3}$ . C.  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ . D.  $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 46.** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  và  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Giá trị của biểu thức  $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$  là:

A.  $\frac{2}{57}$ . B.  $-\frac{2}{57}$ . C.  $\frac{4}{57}$ . D.  $-\frac{4}{57}$ .

**Câu 47.** Cho  $\tan \alpha = 2$ . Giá trị của  $A = \frac{3\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$  là:

- A. 5.                                      B.  $\frac{5}{3}$ .                                      C. 7.                                      D.  $\frac{7}{3}$ .

**Câu 48.** Giá trị của  $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$  bằng

- A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. -1.

**Câu 49.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$ , ta có A bằng

- A. 2.                                      B. -2.                                      C. 1.                                      D. -1.

**Câu 50.** Biểu thức  $B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$  có kết quả rút gọn bằng

- A. -1.                                      B. 1.                                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 51.** Biết  $\tan \alpha = 2$  và  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ . Giá trị  $\cos \alpha + \sin \alpha$  bằng

- A.  $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ .                                      B.  $1 - \sqrt{5}$ .                                      C.  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ .                                      D.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .

**Câu 52.** Cho biết  $\cot x = \frac{1}{2}$ . Giá trị biểu thức  $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$  bằng

- A. 6.                                      B. 8.                                      C. 10.                                      D. 12.

**Câu 53.** Biểu thức rút gọn của  $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$  bằng:

- A.  $\tan^6 a$ .                                      B.  $\cos^6 a$ .                                      C.  $\tan^4 a$ .                                      D.  $\sin^6 a$ .

**Câu 54.** Biểu thức  $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$  không phụ thuộc x và bằng

- A. 2.                                      B. -2.                                      C. 3.                                      D. -3.

**Câu 55.** Biểu thức  $A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$  rút gọn bằng:

- A. -1.                                      B. 1.                                      C. 0.                                      D. 2.

**Câu 56.** Biểu thức  $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$  có kết quả rút gọn bằng

- A.  $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$ .                                      B.  $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$ .                                      C.  $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$ .                                      D.  $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$ .

**Câu 57.** Đơn giản biểu thức  $A = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$  ta có

- A.  $A = \cos x + \sin x$ .                                      B.  $A = \cos x - \sin x$ .                                      C.  $A = \sin x - \cos x$ .                                      D.  $A = -\sin x - \cos x$ .

**Câu 58.** Biết  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

- A.  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$ .                                      B.  $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**C.**  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$ . **D.**  $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ .

**Câu 59.** Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$
 có

kết quả thu gọn bằng:

**A.**  $-\sin \alpha$ . **B.**  $\sin \alpha$ . **C.**  $-\cos \alpha$ . **D.**  $\cos \alpha$ .

**Câu 60.** Đơn giản biểu thức  $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$ , ta có

**A.**  $A = \sin^2 x$ . **B.**  $A = \cos^2 x$ . **C.**  $A = -\sin^2 x$ . **D.**  $A = -\cos^2 x$ .

**Câu 61.** Đơn giản biểu thức  $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , ta có:

**A.**  $A = 2 \sin a$ . **B.**  $A = 2 \cos a$ . **C.**  $A = \sin a - \cos a$ . **D.**  $A = 0$ .

**Câu 62.** Biểu thức  $P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  có biểu thức rút gọn là

**A.**  $P = 2 \sin x$ . **B.**  $P = -2 \sin x$ . **C.**  $P = 0$ . **D.**  $P = -2 \cot x$ .

**Câu 63.** Cho tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

**A.**  $A + B + C = \pi$ . **B.**  $\cos(A + B) = \cos C$ . **C.**  $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$ . **D.**  $\sin(A + B) = \sin C$ .

**Câu 64.** Đơn giản biểu thức  $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$ , ta có

**A.**  $A = \cos a + \sin a$ . **B.**  $A = 2 \sin a$ . **C.**  $A = \sin a - \cos a$ . **D.**  $A = 0$ .

**Câu 65.** Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$ .

**B.**  $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$ .

**C.**  $\cot(A+B) = -\cot C$ .

**D.**  $\tan(A+B) = \tan C$ .

**Câu 66.** Tính giá trị của biểu thức  $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$ .

**A.**  $A = -1$ . **B.**  $A = 1$ . **C.**  $A = 4$ . **D.**  $A = -4$ .

**Câu 67.** Biểu thức  $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$  không phụ thuộc vào  $x$  và bằng

**A.** 1. **B.** -1. **C.**  $\frac{1}{4}$ . **D.**  $-\frac{1}{4}$ .

**Câu 68.** Biểu thức  $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$  không phụ thuộc vào  $x, y$  và bằng

**A.** 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

**Câu 69.** Biểu thức  $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$  có giá trị không đổi và bằng

**A.** 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.



**Câu 70.** Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

**A.**  $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y.$

**B.**  $\left( \sqrt{\frac{1+\sin a}{1-\sin a}} - \sqrt{\frac{1-\sin a}{1+\sin a}} \right)^2 = 4 \tan^2 a.$

**C.**  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}.$

**D.**  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}.$

**Câu 71.** Nếu biết  $3 \sin^4 x + 2 \cos^4 x = \frac{98}{81}$  thì giá trị biểu thức  $A = 2 \sin^4 x + 3 \cos^4 x$  bằng

**A.**  $\frac{101}{81}$  hay  $\frac{601}{504}.$

**B.**  $\frac{103}{81}$  hay  $\frac{603}{405}.$

**C.**  $\frac{105}{81}$  hay  $\frac{605}{504}.$

**D.**  $\frac{107}{81}$  hay  $\frac{607}{405}.$

**Câu 72.** Nếu  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  thì  $3 \sin x + 2 \cos x$  bằng

**A.**  $\frac{5-\sqrt{7}}{4}$  hay  $\frac{5+\sqrt{7}}{4}.$

**B.**  $\frac{5-\sqrt{5}}{7}$  hay  $\frac{5+\sqrt{5}}{4}.$

**C.**  $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$  hay  $\frac{2+\sqrt{3}}{5}.$

**D.**  $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$  hay  $\frac{3+\sqrt{2}}{5}.$

**Câu 73.** Biết  $\tan x = \frac{2b}{a-c}$ . Giá trị của biểu thức  $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$  bằng

**A.**  $-a.$

**B.**  $a.$

**C.**  $-b.$

**D.**  $b.$

**Câu 74.** Nếu biết  $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$  thì biểu thức  $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{(a+b)^2}.$

**B.**  $\frac{1}{a^2+b^2}.$

**C.**  $\frac{1}{(a+b)^3}.$

**D.**  $\frac{1}{a^3+b^3}.$

**Câu 75.** Với mọi  $\alpha$ , biểu thức:  $A = \cos \alpha + \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left( \alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$  nhận giá trị bằng:

**A.**  $-10.$

**B.**  $10.$

**C.**  $0.$

**D.**  $5.$

**Câu 76.** Giá trị của biểu thức  $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$  bằng

**A.**  $2.$

**B.**  $-2.$

**C.**  $1.$

**D.**  $0.$

**Câu 77.** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$  bằng:

**A.**  $1.$

**B.**  $2.$

**C.**  $-1.$

**D.**  $0.$

**Câu 78.** Cho tam giác ABC và các mệnh đề:

(I)  $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$  (II)  $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$  (III)  $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$

Mệnh đề đúng là:

**A.** Chỉ (I).

**B.** (II) và (III).

**C.** (I) và (II).

**D.** Chỉ (III).

**Câu 79.** Rút gọn biểu thức  $A = \cos(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(2\pi - \alpha)$  ta được

**A.**  $A = \cos \alpha.$

**B.**  $A = -\cos \alpha.$

**C.**  $A = \sin \alpha.$

**D.**  $A = 3 \cos \alpha.$