

BÀI 1. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

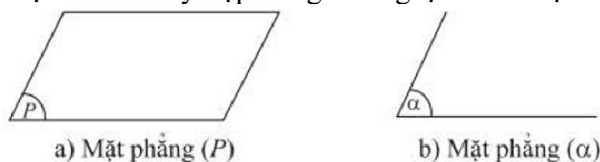
• CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Mặt phẳng trong không gian

Ta thường dùng hình bình hành hay một miền góc để biểu diễn mặt phẳng và dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp trong dấu ngoặc để kí hiệu mặt phẳng.

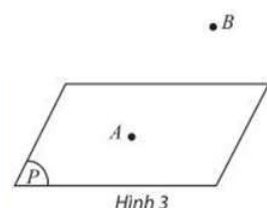


Hình 2

Chú ý: Mặt phẳng (P) còn được viết tắt là $mp(P)$ hoặc (P) .

Điểm thuộc mặt phẳng

Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P) như Hình 3.



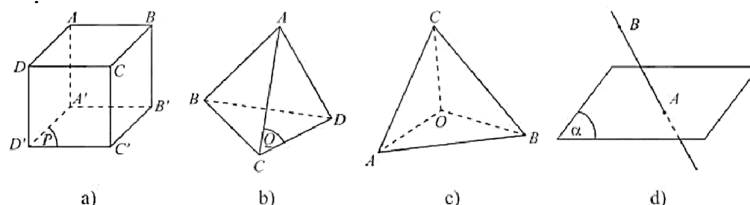
Hình 3

- Nếu điểm A thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói A nằm trên (P) hay (P) chứa A , hay (P) đi qua A và kí hiệu là $A \in (P)$.
- Nếu điểm B không thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói B nằm ngoài (P) hay (P) không chứa B và kí hiệu là $B \notin (P)$.

Biểu diễn các hình trong không gian lên một mặt phẳng

Để biểu diễn một hình trong không gian lên một mặt phẳng (tờ giấy, mặt bảng,...), ta thường dựa vào các quy tắc sau:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Giữ nguyên tính liên thuộc (thuộc hay không thuộc) giữa điểm với đường thẳng hoặc với đoạn thẳng.
- Giữ nguyên tính song song, tính cắt nhau giữa các đường thẳng.
- Biểu diễn đường nhìn thấy bằng nét vẽ liền và biểu diễn đường bị che khuất bằng nét vẽ đứt đoạn.

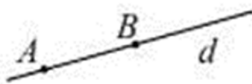


Hình 4

2. Các tính chất được thừa nhận của hình học không gian

Tính chất 1

Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.



Hình 6

Đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt A, B được ký hiệu là AB . Ta cũng nói đường thẳng AB xác định bởi hai điểm A, B .

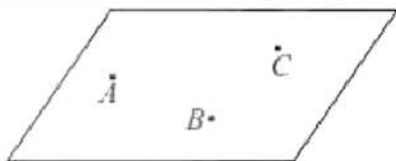
Ví dụ 1. Cho ba điểm phân biệt M, N, P không thẳng hàng. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong ba điểm đã cho?

Giải

Do qua hai điểm phân biệt chỉ có một đường thẳng nên qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng M, N, P , ta xác định được ba đường thẳng là MN, NP và PM .

Tính chất 2

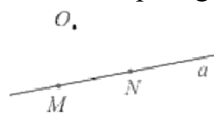
Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.



Hình 8

Chú ý: Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng được ký hiệu là mặt phẳng (ABC) .

Ví dụ 2. Cho đường thẳng a đi qua hai điểm phân biệt M, N và điểm O không thuộc a . Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba điểm M, N, O ?



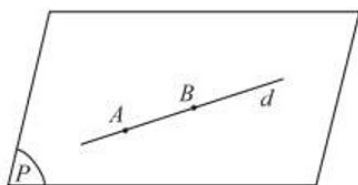
Hình 9

Giải

Do O không thuộc a nên ba điểm M, N, O không thẳng hàng. Do đó chỉ có một mặt phẳng đi qua ba điểm M, N, O .

Tính chất 3

Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

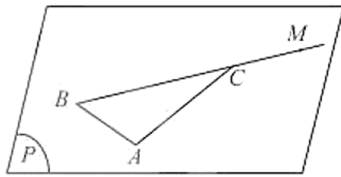


Hình 11

Chú ý: Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) thường được ký hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$.

Ví dụ 3. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và một điểm M nằm trên đường thẳng BC . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C . Chứng tỏ rằng $M \in (P)$.

Giải



Hình 12

Áp dụng tính chất 2, ta có (P) là mặt phẳng duy nhất đi qua ba điểm A, B, C . Áp dụng tính chất 3, ta có mọi điểm của đường thẳng BC đều thuộc mặt phẳng (P) . Ta lại có $M \in BC$ (giả thiết). Suy ra $M \in (P)$.

Tính chất 4

Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.

Chú ý: Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng, còn nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói chúng không đồng phẳng.

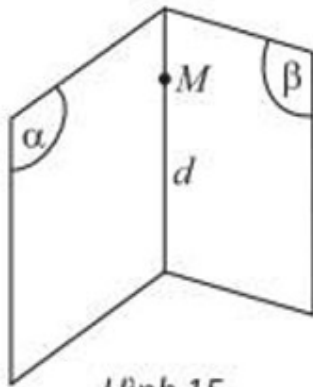
Ví dụ 4. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trên một mặt phẳng. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba trong bốn điểm đã cho?

Giải

Gọi A, B, C, D là bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng trong không gian (tồn tại theo tính chất 4). Ta xác định được bốn mặt phẳng phân biệt là: $(ABC), (ABD), (ACD), (BCD)$.

Tính chất 5

Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.



Hình 15

Chú ý: Đường thẳng d chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của (P) và (Q) , kí hiệu $d = (P) \cap (Q)$.

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC và một điểm O không thuộc mặt phẳng (ABC) . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (OAB) và (ABC) .

Giải

Ta có A, B là hai điểm chung của hai mặt phẳng (OAB) và (ABC) . Suy ra AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (OAB) và (ABC) .

Tính chất 6

Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

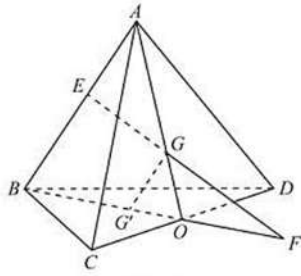
Ví dụ 6. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trên một mặt phẳng.

a) Gọi O là trung điểm của CD , G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và BCD .

Chứng minh $GG' \parallel AB$

b) Cho điểm E trên AB sao cho EG cắt mặt phẳng đi qua ba điểm B, C, D tại F . Chứng minh bốn điểm B, G', O, F thẳng hàng.

Giải



Hình 18

a) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm O, A, B được xác định theo tính chất 2.

Trong mặt phẳng (P) ta có:

$$\frac{OG}{OA} = \frac{1}{3} \text{ (vì } G \text{ là trọng tâm của tam giác } ACD);$$

$$\frac{OG'}{OB} = \frac{1}{3} \text{ (vì } G' \text{ là trọng tâm của tam giác } BCD).$$

Suy ra $\frac{OG}{OA} = \frac{OG'}{OB}$. Áp dụng tính chất 6, suy ra $GG' \parallel AB$.

b) Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua ba điểm B, C, D . Các điểm B, G', O, F là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) . Theo tính chất 5, chúng phải cùng nằm trên giao tuyến của (P) và (Q) . Vậy B, G', O, F thẳng hàng.

3. Cách xác định mặt phẳng

Theo tính chất 2 đã biết:

Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.

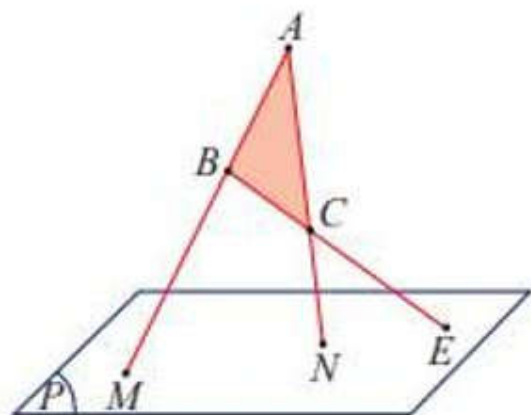
Mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C không thẳng hàng kí hiệu là $mp(ABC)$ hay (ABC)



Hình 20

Ví dụ 7. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và không nằm trong mặt phẳng (P) . Biết ba đường thẳng AB, AC, BC lần lượt cắt (P) tại các điểm M, N, E (Hình 21). Ba điểm M, N, E có thẳng hàng không? Giải thích.

Giải



Hình 21

Gọi (Q) là mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C .

Ta có $M \in AB$ và $AB \subset (Q)$, suy ra $M \in (Q)$.

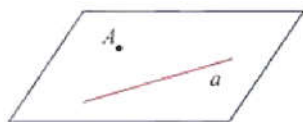
Mặt khác, $M \in (P)$. Vậy $M \in (P) \cap (Q)$.

Tương tự, ta cũng có $N \in (P) \cap (Q)$ và $E \in (P) \cap (Q)$.

Suy ra ba điểm M, N, E thẳng hàng vì cùng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó.

Mặt phẳng xác định bởi điểm A và đường thẳng a không qua điểm A kí hiệu là $mp(A, a)$ hay (A, a) (Hình 23).



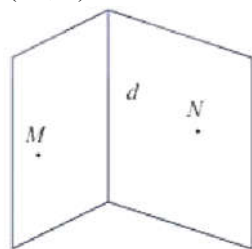
Hình 23

Ví dụ 8. Với đường thẳng d và hai điểm M, N phân biệt không thuộc d , ta xác định được bao nhiêu mặt phẳng?

Giải

Với đường thẳng d và điểm M không thuộc d , ta xác định được mặt phẳng thứ nhất là (M, d) .

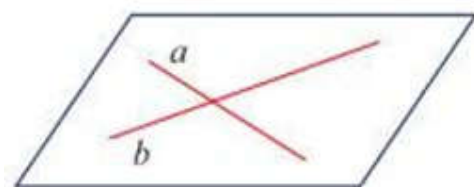
Nếu điểm N thuộc (M, d) thì ta chỉ xác định được một mặt phẳng. Nếu điểm N không thuộc (M, d) thì ta xác định được mặt phẳng thứ hai là (N, d) (Hình 24).



Hình 24

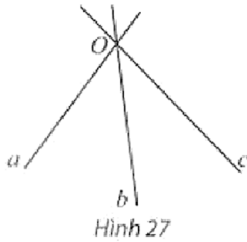
Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Mặt phẳng xác định bởi điểm hai đường thẳng a, b cắt nhau kí hiệu là $mp(a, b)$ (Hình 26).



Hình 26

Ví dụ 9. Với ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng và cùng đi qua một điểm O (Hình 27), ta xác định được bao nhiêu mặt phẳng?



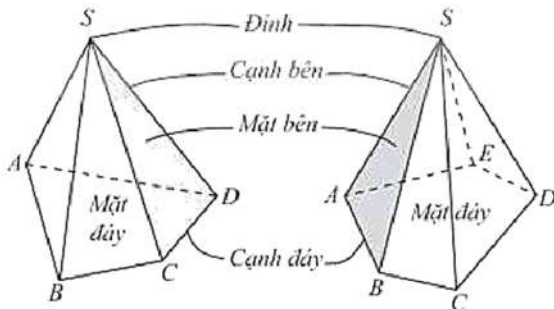
Giải

Từ ba cặp đường thẳng cắt nhau a và b, b và c, c và a , ta xác định được ba mặt phẳng là $mp(a, b), mp(b, c), mp(c, a)$.

4. Hình chóp và hình tứ diện

Hình chóp

Cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$ nằm trong mặt phẳng (α) và điểm S không thuộc (α) . Nối S với các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$. Hình tạo bởi n tam giác đó và đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ được gọi là hình chóp, kí hiệu $S. A_1A_2 \dots A_n$.



Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ Hình chóp ngũ giác $S.ABCDE$

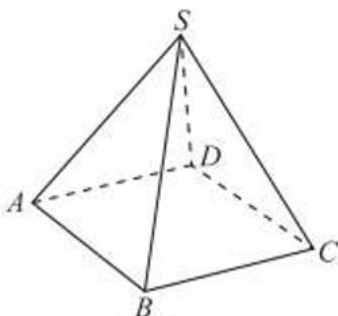
Hình 32

Trong hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$, ta gọi:

- Điểm S là đỉnh;
- Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ là các mặt bên;
- Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là mặt đáy;
- Các đoạn thẳng SA_1, SA_2, \dots, SA_n là các cạnh bên;
- Các cạnh của đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là các cạnh đáy.

Ta gọi hình chóp có đáy tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... lần lượt là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác, ...

Ví dụ 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ (Hình 33). Gọi tên các mặt bên, mặt đáy, cạnh bên, cạnh đáy của hình chóp $S.ABCD$.



Hình 33

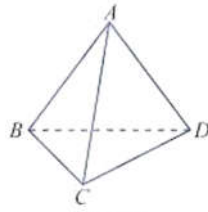
GiảiHình chóp $S.ABCD$ có:

- Các mặt bên: SAB, SBC, SCD, SDA ;
- Mặt đáy $ABCD$;
- Các cạnh bên: SA, SB, SC, SD ;
- Các cạnh đáy: AB, BC, CD, DA .

Hình tứ diện

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình tạo bởi bốn tam giác ABC, ACD, ADB và BCD được gọi là hình tứ diện (hay tứ diện), kí hiệu $ABCD$.

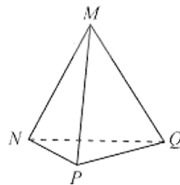
Trong tứ diện $ABCD$ (Hình 35), ta gọi:



Hình 35

- Các điểm A, B, C, D là các đỉnh.
- Các đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, CD, BD là các cạnh của tứ diện.
- Hai cạnh không đi qua một đỉnh là hai cạnh đối diện.
- Các tam giác ABC, ACD, ADB, BCD là các mặt của tứ diện.
- Đỉnh không thuộc một mặt của tứ diện là đỉnh đối diện với mặt đó.

Ví dụ 11. Gọi tên các mặt, các cặp cạnh đối diện của tứ diện $MNPQ$ (Hình 36).



Hình 36

GiảiTứ diện $MNPQ$ có:

- Các mặt: MNP, MPQ, MQN, NPQ .
- Các cặp cạnh đối diện: MN và PQ, MP và NQ, MQ và NP .

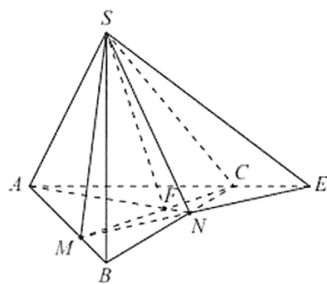
Chú ý:

- Hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều được gọi là hình tứ diện đều.
- Một tứ diện có thể xem như là một hình chóp tam giác với đỉnh là một đỉnh tùy ý của tứ diện và đáy là mặt của tứ diện không chứa đỉnh đó.

Ví dụ 12. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC .

- Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .
- Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (SMN) và (SAC) ; (SAN) và (SCM) .

Giải



Hình 37

a) Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC . Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$. Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

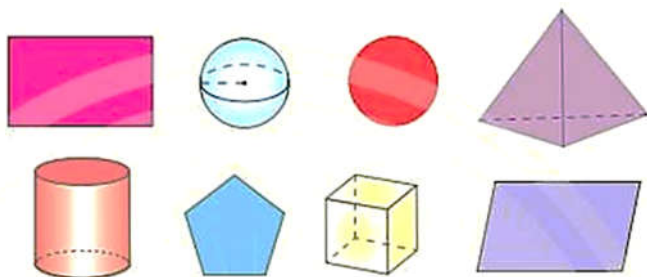
b) Ta có S và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) , suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$.

Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm F của AN và MC . Ta có S và F là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) , suy ra $(SAN) \cap (SCM) = SF$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1: SỬ DỤNG KIẾN THỨC ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ.

Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Môn học Hình học phẳng tìm hiểu tính chất của các hình cùng thuộc một mặt phẳng. Môn học Hình học không gian tìm hiểu tính chất của các hình trong không gian, những hình này có thể chứa những điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

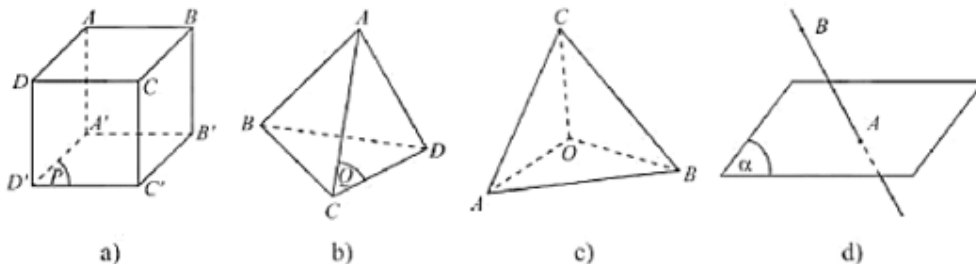


Hãy phân loại các hình sau thành hai nhóm hình khác nhau.

Câu 2. (SGK-CTST 11-Tập 1) Mặt bàn, mặt bảng cho ta hình ảnh một phần của mặt phẳng. Hãy chỉ thêm các ví dụ khác về hình ảnh một phần của mặt phẳng.



Câu 3. (SGK-CTST 11-Tập 1) a) Vẽ hình biểu diễn của một hình hộp chữ nhật.



Hình 4

b) Quan sát Hình 4a và cho biết điểm nào thuộc, điểm nào không thuộc mặt phẳng (P) .

c) Quan sát Hình 4b và cho biết điểm nào thuộc, điểm nào không thuộc mặt phẳng (Q) .

Câu 4. (SGK-CTST 11-Tập 1) Quan sát Hình 5 và cho biết muốn gác một cây sào tập nhảy cao, người ta cần dựa nó vào mấy điểm trên hai cọc đỡ.



Hình 5

Câu 5. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong bốn điểm đã cho?

Câu 6. (SGK-CTST 11-Tập 1) Quan sát Hình 7 và cho biết giá đỡ máy ảnh tiếp đất tại mấy điểm. Tại sao giá đỡ máy ảnh thường có ba chân?



Hình 7

Câu 7. (SGK-CTST 11-Tập 1) Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba đỉnh của tam giác MNP ?

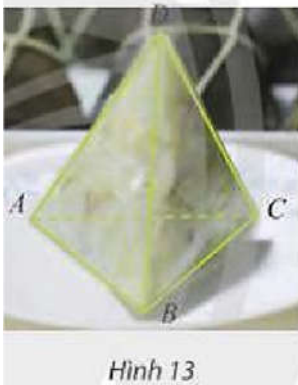
Câu 8. (SGK-CTST 11-Tập 1) Quan sát Hình 10 và cho biết người thợ mộc kiểm tra mặt bàn có phẳng hay không bằng một cây thước thẳng như thế nào.



Hình 10

Câu 9. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho mặt phẳng (Q) đi qua bốn đỉnh của tứ giác $ABCD$. Các điểm nằm trên các đường chéo của tứ giác $ABCD$ có thuộc mặt phẳng (Q) không? Giải thích.

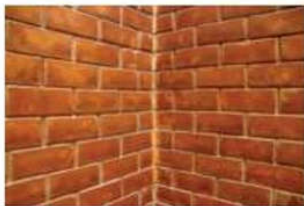
Câu 10. (SGK-CTST 11-Tập 1) Quan sát Hình 13 và cho biết bốn đỉnh A, B, C, D của cái bánh giò có cùng nằm trên một mặt phẳng hay không.



Hình 13

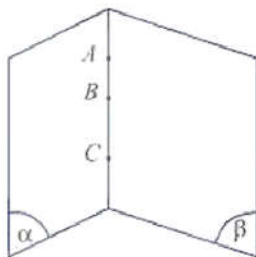
Câu 11. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho tam giác MNP và cho điểm O không thuộc mặt phẳng chứa ba điểm M, N, P . Tìm các mặt phẳng phân biệt được xác định từ bốn điểm M, N, P, O .

Câu 12. (SGK-CTST 11-Tập 1) Quan sát Hình 14 và mô tả phần giao nhau của hai bức tường.



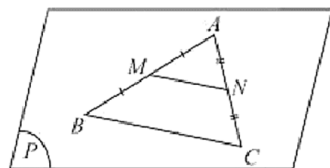
Hình 14

Câu 13. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho A, B, C là ba điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) (Hình 16). Chứng minh A, B, C thẳng hàng.



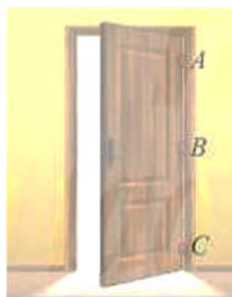
Hình 16

Câu 14. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong mặt phẳng (P) , cho tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC (Hình 17). Tính tỉ số $\frac{MN}{BC}$.



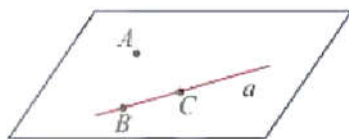
Hình 17

Câu 15. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tại sao muốn cánh cửa đóng mở được êm thì các điểm gắn bản lề A, B, C của cánh cửa và mặt tường (Hình 19) phải cùng nằm trên một đường thẳng?



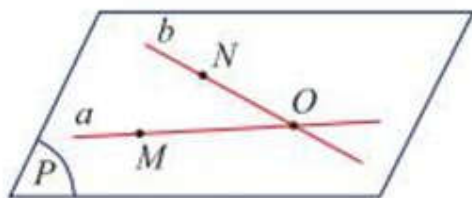
Hình 19

Câu 16. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho đường thẳng a và điểm A không nằm trên a . Trên a lấy hai điểm B, C . Đường thẳng a có nằm trong mặt phẳng (ABC) không? Giải thích.



Hình 22

Câu 17. (SGK-CTST 11-Tập 1) Hai đường thẳng phân biệt a và b cắt nhau tại điểm O . Trên a, b lấy lần lượt hai điểm M, N khác O . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm M, N, O (Hình 25).



Hình 25

Mặt phẳng (P) có chứa cả hai đường thẳng a và b không? Giải thích.

Câu 18. (SGK-CTST 11-Tập 1) Giải thích tại sao ghế bốn chân có thể bị khập khiễng còn ghế ba chân thì không.



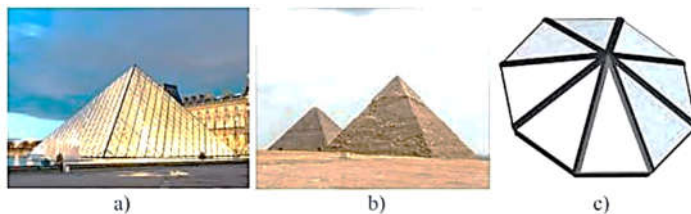
Hình 28

Câu 19. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong xây dựng, người ta thường dùng máy quét tia laser để kẻ các đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà. Tìm giao tuyến của mặt phẳng tạo bởi các tia laser OA và OB với các mặt tường trong Hình 29.



Hình 29

Câu 20. (SGK-CTST 11-Tập 1) a) Các công trình kiến trúc, đồ vật trong Hình 30 có mặt bên là hình gì?

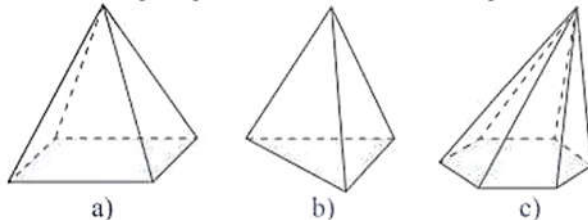


a)

b)

c)

b) Tìm điểm giống nhau của các hình trong Hình 31.



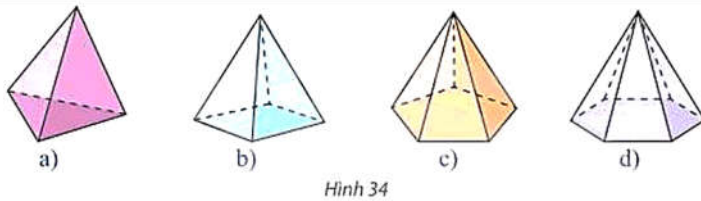
a)

b)

c)

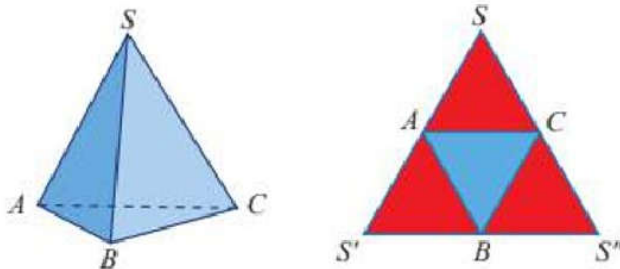
Hình 31

Câu 21. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong Hình 34, hình chóp nào có số mặt ít nhất?



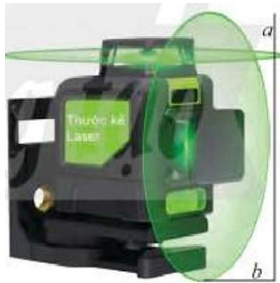
Hình 34

Câu 22. (SGK-CTST 11-Tập 1) Nêu cách tạo lập tứ diện đều $SABC$ từ tam giác đều $SS'S''$ theo gợi ý ở Hình 40.



Hình 40

Câu 23. (SGK-CTST 11-Tập 1) Thước laser phát ra tia laser, khi tia này quay sẽ tạo ra mặt phẳng ánh sáng (Hình 41).



Hình 41

Giải thích tại sao các thước kẻ laser lại giúp người thợ xây dựng kẻ được đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà.

DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG.

Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng? Ta tìm hai điểm chung thuộc cả hai mặt phẳng. Nổi hai điểm chung đó được giao tuyến cần tìm.

Về dạng này điểm chung thứ nhất thường dễ tìm. Điểm chung còn lại các bạn phải tìm hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng, đồng thời chúng lại thuộc mặt phẳng thứ ba và chúng không song song. Giao điểm của hai đường thẳng đó là điểm chung thứ hai.

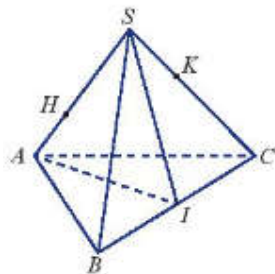
Các bạn phải nhớ kỹ: Giao tuyến là đường thẳng chung của hai mặt phẳng, có nghĩa là giao tuyến là đường thẳng vừa thuộc mặt phẳng này vừa thuộc mặt phẳng kia.

Dạng toán tìm giao tuyến, thường giao tuyến của những câu hỏi đầu hay được sử dụng để tìm giao điểm để làm bài tập ở những câu sau. Ta xét cụ thể những bài toán sau:

Câu 24. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O và điểm M không thuộc $mp(a, b)$.

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (M, a) và (M, b) .
- Lấy A, B lần lượt là hai điểm trên a, b và khác với điểm O . Tìm giao tuyến của (MAB) và $mp(a, b)$.
- Lấy điểm A' trên đoạn MA và điểm B' trên đoạn MB sao cho đường thẳng $A'B'$ cắt $mp(a, b)$ tại C . Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 25. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho tứ diện $SABC$. Gọi H, K lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SA và SC ($H \neq S, A; K \neq S, C$) sao cho HK không song song với AC . Gọi I là trung điểm của BC (Hình 38).



Hình 38

- a) Tìm giao điểm của đường thẳng HK và mặt phẳng (ABC) .
 b) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (SAI) và (ABK) ; (SAI) và (BCH) .
- Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F .
 a) Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAB) và (SCD) , (SAC) và (SBD) .
 b) Tìm giao tuyến của (SEF) với các mặt phẳng (SAD) , (SBC) .
- Câu 27.** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SO . Tìm giao tuyến của (MNP) với các mặt phẳng (SAB) , (SAD) , (SBC) và (SCD) .
- Câu 28.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC .
 a) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (IBC) , (JAD) .
 b) M là một điểm trên cạnh AB , N là một điểm trên cạnh AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) , (DMN) .
- Câu 29.** Cho tứ diện $ABCD$. M là một điểm bên trong $\triangle ABD$, N là điểm bên trong của $\triangle ACD$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng
 a) (AMN) và (BCD) . b) (DMN) và (ABC) .
- Câu 30.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Lấy điểm P trên cạnh SC sao cho $PC < PS$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng
 a) (SAD) và (SBD) b) (MNP) và (SBD) .
 c) (MNP) và (SAC) d) (MNP) và (SAB) .
 e) (SAD) và (MNP) f) MNP và $(ABCD)$.
- Câu 31.** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, CD, SA . Tìm giao tuyến của
 a) (IJK) và (SAB) . b) (IJK) và (SAD) .
 c) (IJK) và (SCB) . d) (IJK) và (SDB) .
- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AD . Gọi I là trung điểm của SA , J là điểm nằm trên AD sao cho $JD = \frac{1}{4}AD$, $K \in SB : SK = 2BK$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng:
 a) (IJK) và $(ABCD)$.
 b) (IJK) và (SBD) .
 c) (IJK) và (SCB) .
- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:
 a) (SAC) và (SBD) b) (SAC) và (MBD)
 c) (MBC) và (SAD) d) (SAB) và (SCD)

Câu 34. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC . Tìm giao tuyến của (BCD) và (MNP) .

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD , N là một điểm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của các cặp mp sau

a) (AMN) và (BCD)

b) (DMN) và (ABC)

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD , M là điểm trên đoạn AO

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng $(ABC), (ABD)$.

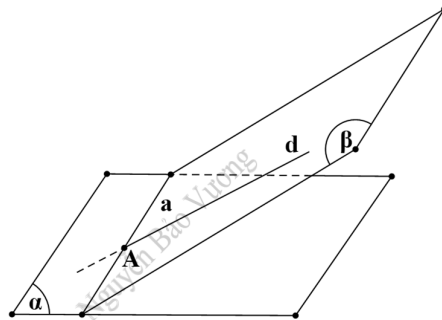
b) Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD) .

DẠNG 3: TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

Muốn tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) , có hai cách làm như sau:

Cách 1: Những bài đơn giản, có sẵn một mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d và một đường thẳng a thuộc mặt phẳng (α) .

Giao điểm của hai đường thẳng không song song d và a chính là giao điểm của d và mặt phẳng (α) .



Cách 2: Tìm một mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d , sao cho dễ dàng tìm giao tuyến với mặt phẳng (α) . Giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) chính là giao điểm của đường thẳng d và giao tuyến a vừa tìm.

Câu 37. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC .

a) Chứng minh đường thẳng MN nằm trong mặt phẳng (SAC) .

b) Chứng minh O là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Câu 38. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC .

a) Tìm giao điểm I của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Chứng minh $IA = 2IM$.

b) Tìm giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) .

c) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) .

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN không song song với CD . Gọi O là một điểm bên trong $\triangle BCD$.

a) Tìm giao tuyến của (OMN) và (BCD) .

b) Tìm giao điểm của BC và BD với mặt phẳng (OMN) .

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$. M là một điểm trên cạnh SC .

a) Tìm giao điểm của AM và (SBD)

b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC . Tìm giao điểm của SD và (AMN) .

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . K là một điểm trên cạnh BD và không trùng với trung điểm của BD . Tìm giao điểm của CD và AD với mặt phẳng (MNK) .

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AD . O là một điểm bên trong $\triangle BCD$. Tìm giao điểm của:

a) MN và (ABO) .

b) AO và (BMN) .

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang, cạnh đáy lớn AB . Gọi I, J, K là ba điểm lần lượt trên SA, AB, BC .

a) Tìm giao điểm của IK và (SBD) .

b) Tìm giao điểm của mặt phẳng (IJK) với SD và SC .

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có AD và BC không song song với nhau. Lấy I thuộc SA sao cho $SA = 3IA$, J thuộc SC và M là trung điểm của SB .

a) Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC)

b) Tìm giao điểm E của AB và (IJM)

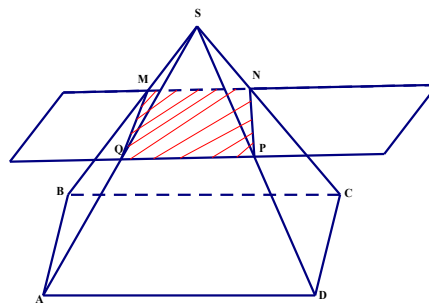
c) Tìm giao điểm F của BC và (IJM)

d) Tìm giao điểm N của SD và (IJM)

e) Gọi H là giao điểm của MN và BD . Chứng minh rằng H, E, F thẳng hàng.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

I. Phương pháp tìm thiết diện



Thiết diện của hình (H) và hình (Q) là phần chung nhau giữa 2 hình đó.

Thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp (H) là phần chung giữa mặt phẳng (α) và hình chóp (H) .

Đặc điểm

- Thiết diện là đa giác kín.

- Các cạnh của thiết diện nằm trên các mặt của hình chóp.

- Cạnh của thiết diện được hình thành từ những đoạn giao tuyến của mặt phẳng cắt với các mặt của hình chóp.

- Trong giới hạn hình chóp thì Thiết diện có thể cắt hoặc không cắt tất cả các mặt của hình chóp.

Phương pháp tìm thiết diện

- Xác định điểm chung có sẵn.

- Từ các điểm chung có sẵn ta xác định giao tuyến của mặt phẳng với các mặt chưa điểm chung đó.

- Từ giao tuyến đó ta xác định đoạn giao tuyến bằng cách tìm giao điểm của giao tuyến với các cạnh của mặt phẳng đó.

- Từ giao tuyến tìm được ta tiến hành tìm giao tuyến và các đoạn giao tuyến còn lại cho đến khi được 1 hình kín.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I là ba điểm trên AD, CD, SO . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNI) .

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$, M là một điểm trên cạnh SC , N và P lần lượt là trung điểm của AB và AD . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong tam giác SBC , lấy một điểm M . Trong tam giác SCD , lấy một điểm N .

a) Tìm giao điểm của MN và (SAC) .

b) Tìm giao điểm của SC với (AMN) .

c) Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BC . Trong mặt phẳng (CDB) lấy điểm M sao cho hai đường thẳng KM và CD cắt nhau. Hãy tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (HKM) .

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB, SD, OC .

a) Tìm giao tuyến của (MNP) với (SAC)

b) Tìm giao điểm của SA với (MNP)

c) Tìm thiết diện của (MNP) với hình chóp.

Câu 50. Cho chóp $S.ABCD$, M thuộc SC ; N, P trung điểm AB, AD .

a) Tìm giao điểm của CD và (MNP)

b) Tìm giao điểm của SD và (MNP)

c) Tìm giao tuyến của (SBC) và (MNP)

d) Tìm thiết diện của chóp và (MNP) .

Câu 51. Cho tứ diện đều $ABCD$, cạnh bằng a . Kéo dài BC một đoạn $CE = a$. Kéo dài BD một đoạn $DF = a$. Gọi M là trung điểm AB .

a) Tìm thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (MEF) .

b) Tính diện tích của thiết diện.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành $ABCD$. M là trung điểm SB và G là trọng tâm tam giác SAD .

a) Tìm giao điểm I của MG với $(ABCD)$, chứng tỏ I thuộc mặt phẳng (CMG) .

b) Chứng tỏ (CMG) đi qua trung điểm của SA , tìm thiết diện của hình chóp với (CMG) .

c) Tìm thiết diện của hình chóp với (AMG) .

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang $ABCD$, AB là đáy lớn. I, J lần lượt là trung điểm $SA, SB; M$ thuộc SD .

- Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC) .
- Tìm giao điểm K của IM và (SBC) .
- Tìm giao điểm N của SC và (IJM) .
- Tìm thiết diện của hình chóp với (IJM) .

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang $ABCD$, AB là đáy lớn.

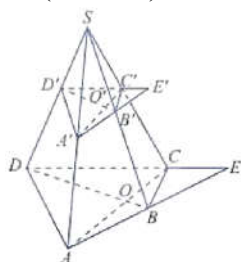
Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm AD, BC, SB .

- Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) ; (IJK) và (SCD) .
- Tìm giao điểm M của SD và (IJK) .
- Tìm giao điểm N của SA và (IJK) .
- Tìm thiết diện của hình chóp với (IJK) . Thiết diện là hình gì?

DẠNG 5: CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Để chứng minh ba điểm (hay nhiều điểm) thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.

Câu 55. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$. Trên các cạnh bên của hình chóp lấy lần lượt các điểm A', B', C', D' . Cho biết AC cắt BD tại $O, A'C'$ cắt $B'D'$ tại O', AB cắt DC tại E và $A'B'$ cắt $D'C'$ tại E' (Hình 39). Chứng minh rằng:



Hình 39

- S, O, O' thẳng hàng;
- S, E, E' thẳng hàng.

Câu 56. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và $BD; M, N$ lần lượt là trung điểm của $SB, SD; P$ thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC .

- Tìm giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) .
- Tìm giao điểm Q của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) .
- Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Câu 58. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 59. Cho tứ diện $S.ABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N . Một mặt phẳng (β) đi qua BC cắt SD, SA tương ứng tại P và Q .

- Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Chứng minh S, I, J, G thẳng hàng.
- Giả sử $K = AN \cap DM, L = BQ \cap EP$. Chứng minh S, K, L thẳng hàng.

Câu 60. Cho tứ giác $ABCD$ và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm trên BC và SD .

- Tìm giao điểm $I = BN \cap (SAC)$.
- Tìm giao điểm $J = MN \cap (SAC)$.
- Chứng minh C, I, J thẳng hàng.

Câu 61. Cho mặt phẳng (P) và điểm A, B, C không thẳng hàng và ở ngoài (P) . Giả sử các đường thẳng BC, CA, AB lần lượt cắt (P) tại các điểm D, E, F . Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I, J là hai điểm cố định trên SA, SC với $SI > IA$ và $SJ < JC$. Một mặt phẳng (P) quay quanh IJ cắt SB tại M , SD tại N .

- Chứng minh rằng IJ, MN, SO đồng quy ($O = AC \cap BD$). Suy ra cách dựng điểm N khi biết M .
- AD cắt BC tại E , IN cắt JM tại F . Chứng minh S, E, F thẳng hàng.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên SA, SB, SC lấy các điểm M, N, P . Gọi E, F, K lần lượt là giao điểm của MN với AB , NP với BC , MP với AC . Chứng minh E, F, K thẳng hàng.

Câu 64. Trong mặt phẳng (P) cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S nằm ngoài mặt phẳng (P) . Giả sử C', D' là các điểm trên SC, SD sao cho đường thẳng AD' và BC' cắt nhau tại M . Giả sử A', B' là hai điểm trên SA, SB sao cho DA' và CB' cắt nhau tại N . Chứng minh M, N, S thẳng hàng.

Câu 65. Cho hình bình hành $ABCD$, S là điểm không thuộc $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC .

- Tìm giao điểm $I = AN \cap (SBD)$.
- Tìm giao điểm $J = MN \cap (SBD)$.
- Chứng minh I, J, B thẳng hàng.

Câu 66. Cho hình chóp $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, AC sao cho LM không song song với AB , LN không song song với SC .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (LMN) và (ABC) .
- Tìm giao điểm $I = BC \cap (LMN)$ và $J = SC \cap (LMN)$.
- Chứng minh M, I, J thẳng hàng.

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh BC , N là một điểm trên cạnh SD .

- Tìm giao điểm I của BN và (SAC) và giao điểm J của MN và (SAC) .
- DM cắt AC tại K . Chứng minh S, K, J thẳng hàng.
- Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (BCN) .

DẠNG 6: CHỨNG MINH 3 ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY.

Muốn chứng minh 3 đường thẳng đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường này là điểm chung của hai mặt phẳng mà giao tuyến là đường thẳng thứ ba

Câu 68. (SGK-CTST 11- Tập 1) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là ba điểm trên ba cạnh

AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại $I (I \neq C)$, EG cắt AD tại $H (H \neq D)$.

a) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (EFG) và (BCD) ; (EFG) và (ACD) .

b) Chứng minh ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Câu 69. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tung ứng tại các điểm M, N, P, Q . Chứng minh rằng các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Câu 70. Chóp $S.ABC$. $M \in SA$ sao cho $MA = 2MS$. $P \in SB$ để $PS = 2PB$. Q là trung điểm SC .

Nói $MP \cap AB = H$, $MQ \cap AC = K$. Chứng minh PQ, BC, HK đồng quy.

Câu 71. Chóp $S.ABCD$. $AC \cap BD = H$. Mặt phẳng (P) chứa CD cắt SA, SB tại M, N . Chứng minh CM, DN, SH đồng quy.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Trong hình học không gian:

A. Điểm luôn phải thuộc mặt phẳng.

B. Điểm luôn không thuộc mặt phẳng.

C. Điểm vừa thuộc mặt phẳng đồng thời vừa không thuộc mặt phẳng.

D. Điểm có thể thuộc mặt phẳng, có thể không thuộc mặt phẳng.

Câu 2. Trong hình học không gian

A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.

B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.

C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một mặt phẳng.

D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Câu 3. Trong không gian cho 4 điểm phân biệt không đồng phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua 3 trong số 4 điểm trên.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 4. Ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì

A. Cùng thuộc đường tròn.

B. Cùng thuộc đường elip.

C. Cùng thuộc đường thẳng.

D. Cùng thuộc mặt cầu.

Câu 5. Cho biết mệnh đề nào sau đây sai?

A. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). Gọi (P) là mặt phẳng bất kì cắt hình lập phương đó. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (P) cắt hình lập phương là một đa giác có số cạnh tối đa là bao nhiêu?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ (đáy là một tứ giác lồi). Gọi (P) là mặt phẳng bất kì cắt hình chóp. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (P) cắt hình chóp là một đa giác có số cạnh tối đa là bao nhiêu?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 8. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

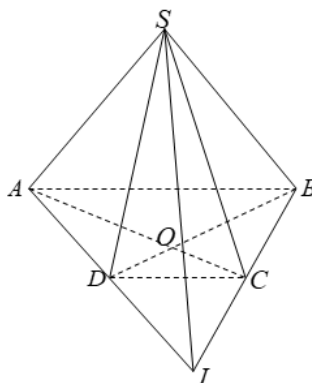
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

- D.** Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- Câu 9.** Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?
- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4.
- Câu 10.** Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mp $(ABCD)$. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm A, B, C, D, S ?
- A.** 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8
- Câu 11.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho.
- A.** 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 14.
- Câu 12.** Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là:
- A.** 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.
- Câu 13.** Một hình chóp cụt có đáy là một n giác, có số mặt và số cạnh là:
- A.** $n+2$ mặt, $2n$ cạnh. **B.** $n+2$ mặt, $3n$ cạnh.
C. $n+2$ mặt, n cạnh. **D.** n mặt, $3n$ cạnh.
- Câu 14.** Trong các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?
- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 15.** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?
- A.** Ba điểm phân biệt. **B.** Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. **D.** Bốn điểm phân biệt.
- Câu 16.** Cho tam giác ABC khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là?
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.
- Câu 17.** Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$.
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 18.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?
- A.** Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.
- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là:
- A.** Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tứ giác. **D.** Tam giác.
- Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên SA, SB, SC sao cho MN, NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D, E, F . Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D, E, F ?
- A.** D, E, F thẳng hàng.
B. D, E, F tạo thành tam giác.
C. D, E, F cùng thuộc một mặt phẳng.
D. D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.
- Câu 21.** Cho $ABCD$ và $ACNM$ là hai hình bình hành chỉ có chung đường chéo AC . Khi đó có thể kết luận gì về bốn điểm B, M, D, N ?
- A.** B, M, D, N tạo thành tứ diện.
B. B, M, D, N tạo thành tứ giác.
C. B, M, D, N thẳng hàng.
D. Chỉ có ba trong 4 điểm B, M, D, N thẳng hàng.
- Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi, hai cạnh bên AB và CD kéo dài cắt nhau tại E . Các điểm M, N di động tương ứng trên các cạnh SB và SC sao cho AM cắt DN tại I . Khi đó có kết luận gì về điểm I ?
- A.** I chạy trên một đường thẳng.
B. I chạy trên tia SE .
C. I chạy trên đoạn SE .

- D.** I chạy trên đường thẳng SE .
- Câu 23.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(AB'D')$ là đường thẳng nào sau đây?
A. $A'C'$. **B.** $B'D'$. **C.** AO' . **D.** $A'O$.
- Câu 24.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(A'D'CB)$ là đường thẳng nào sau đây?
A. $A'D'$. **B.** $A'B$. **C.** $A'C$. **D.** $D'B$.
- Câu 25.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó $A'C$ cắt mặt phẳng $(AB'D')$ tại điểm G được xác định như thế nào?
A. G là giao điểm của $A'C$ với OO' .
B. G là giao điểm của $A'C$ với AO' .
C. G là giao điểm của $A'C$ với AB' .
D. G là giao điểm của $A'C$ với AD' .
- Câu 26.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(DD'C'C)$ cắt nhau theo đường thẳng d được xác định như thế nào?
A. Đường thẳng d đi qua điểm D' và giao điểm của AO' với CC' .
B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AD' .
C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AO' .
D. Đường thẳng d đi qua điểm D' song song với DC' .
- Câu 27.** Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong bốn điểm nói trên?
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.
- Câu 28.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm ở trên một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho?
A. 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 14.
- Câu 29.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường trung bình của $ABCD$.
- Câu 30.** Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:
A. AM (M là trung điểm của AB).
B. AN (N là trung điểm của CD).
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).
- Câu 31.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên cạnh SC và J không trùng với trung điểm SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) là:
A. AK (K là giao điểm của IJ và BC).
B. AH (H là giao điểm của IJ và AB).
C. AG (G là giao điểm của IJ và AD).
D. AF (F là giao điểm của IJ và CD).

- Câu 32.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:
- A. Đường thẳng MN .
 - B. Đường thẳng AM .
 - C. Đường thẳng BG (G là trọng tâm $\triangle ACD$).
 - D. Đường thẳng AH (H là trực tâm $\triangle ACD$).
- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:
- A. SD .
 - B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
 - C. SG (G là trung điểm AB).
 - D. SF (F là trung điểm CD).
- Câu 34.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. $IJCD$ là hình thang.
 - B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
 - C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
 - D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).
- Câu 35.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:
- A. SI (I là giao điểm của AC và BM).
 - B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).
 - C. SO (O là giao điểm của AC và BD).
 - D. SP (P là giao điểm của AB và CD).
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. S, I, J thẳng hàng.
 - B. $DM \subset (SCI)$.
 - C. $JM \subset (SAB)$.
 - D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.
- Câu 37.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Mặt phẳng (α) đi qua MN , cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?
- A. I, A, C .
 - B. I, B, D .
 - C. I, A, B .
 - D. I, D, C .
- Câu 38.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O ; $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Gọi S là giao điểm của AO' và CC' thì S không thuộc mặt phẳng nào dưới đây?
- A. $(DD'C'C)$.
 - B. $(BB'C'C)$.
 - C. $(AB'D')$.
 - D. $(CB'D')$.
- Câu 39.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O ; $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Gọi S là giao điểm của AO' và CC' thì SA cắt đường nào dưới đây?
- A. CC' .
 - B. BB' .
 - C. DD' .
 - D. $D'C'$.
- Câu 40.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó mặt phẳng (MNP) không có điểm chung với cạnh nào sau đây?
- A. SB .
 - B. SC .
 - C. SD .
 - D. SA .

- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) là đường thẳng d có đặc điểm gì?
- A. Đường thẳng d đi qua điểm P .
 B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng PM .
 C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng PN .
 D. Đường thẳng d đi qua điểm P và giao điểm của BC với MN .
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó mặt phẳng (MNP) có điểm chung với đoạn thẳng nào dưới đây?
- A. BC . B. BD . C. CD . D. CA .
- Câu 43.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp là hình gì?
- A. Hình tam giác.
 B. Hình tứ giác.
 C. Hình ngũ giác.
 D. Hình lục giác.
- Câu 44.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, G' tương ứng là trọng tâm các tam giác BCD, BCA . Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng AG và DG' ?
- A. Cắt nhau tại một điểm.
 B. Cùng thuộc một mặt phẳng.
 C. Cùng thuộc một mặt phẳng và không cắt nhau.
 D. Không cùng thuộc một mặt phẳng.
- Câu 45.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$.



Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

- A. SI B. SA . C. MN . D. SM .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

- Câu 46.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). AC, BD cắt nhau tại O , $A'C', B'D'$ tại O' . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và $C'D'$. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là gì?
- A. Hình tam giác.
 B. Hình tứ giác.
 C. Hình ngũ giác.
 D. Hình lục giác.
- Câu 47.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). AC, BD cắt nhau tại O , $A'C', B'D'$ tại O' . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, O'O$. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là gì?
- A. Hình tam giác.
 B. Hình tứ giác.
 C. Hình ngũ giác.

D. Hình lục giác.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). AC, BD cắt nhau tại $O, A'C', B'D'$ tại O' . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, BB' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là gì?

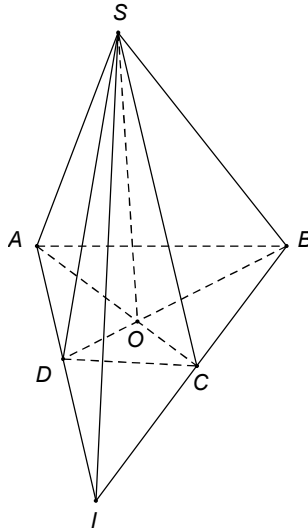
A. Hình tam giác.

B. Hình tứ giác.

C. Hình ngũ giác.

D. Hình lục giác.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).

B. AN (N là trung điểm của CD).

C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).

D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $IJCD$ là hình thang.

B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Câu 52. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I , thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD) và (DEF) . B. (BCD) và (ABC) .

C. (BCD) và (AEF) . D. (BCD) và (ABD) .

- Câu 53.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:
- A. đường thẳng MN .
 B. đường thẳng AM .
 C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
 D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).
- Câu 54.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là
- A. điểm F .
 B. giao điểm của đường thẳng EG và AF .
 C. giao điểm của đường thẳng EG và AC .
 D. giao điểm của đường thẳng EG và CD .
- Câu 55.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IM}$. B. $\overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{IM}$. C. $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IM}$. D. $IA = 2,5IM$.
- Câu 56.** Cho bốn điểm S, A, B, C không cùng ở trong một mặt phẳng. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA và AB . Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Gọi E là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK) . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. E nằm ngoài đoạn BC về phía B .
 B. E nằm ngoài đoạn BC về phía C .
 C. E nằm trong đoạn BC .
 D. E nằm trong đoạn BC và $E \neq B, E \neq C$.
- Câu 57.** Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. B. A, J, M thẳng hàng.
 C. J là trung điểm AM . D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.
- Câu 58.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD // BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. S, I, J thẳng hàng. B. $DM \subset mp(SCI)$.
 C. $JM \subset mp(SAB)$. D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.
- Câu 59.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. A, C, I thẳng hàng B. B, C, I thẳng hàng.
 C. N, G, H thẳng hàng. D. B, G, H thẳng hàng.
- Câu 60.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) . Tính $\frac{SQ}{SC}$.
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
- Câu 61.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.
- A. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$. C. $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. D. $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

- Câu 62.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:
- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 63.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:
- A. 4. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{11}{3}$.
- Câu 64.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:
- A. Tam giác MNE .
B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- Câu 65.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:
- A. Tam giác IBC . B. Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). D. Tứ giác $IBCD$.
- Câu 66.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:
- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 67.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. B. A, J, M thẳng hàng.
C. J là trung điểm của AM . D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.
- Câu 68.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?
- A. CD, EF, EG . B. CD, IG, HF . C. AB, IG, HF . D. AC, IG, BD .
- Câu 69.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một song song.
B. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một cắt nhau.
C. Ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.
D. Ba đường thẳng AB, CD, MN cùng thuộc một mặt phẳng.
- Câu 70.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của $A'B'$. Gọi (α) là mặt phẳng qua điểm M và song song với mặt phẳng $(A'BC)$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và lăng trụ đã cho là hình gì?
- A. Hình tam giác.
B. Hình thang.
C. Hình bình hành.
D. Hình chữ nhật.

- Câu 71.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M, N là trung điểm của BC và CC' . Thiết diện của hình lăng trụ với mặt phẳng $(A'MN)$ cắt AB tại E . Tỷ số $\frac{EB}{EA}$ bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 72.** Cho tứ diện $ABCD$ có G_1, G_2 là trọng tâm của hai tam giác nằm trong hai mặt bất kì của tứ diện. Trong số 6 đường thẳng đi qua hai đỉnh của tứ diện, có bao nhiêu đường thẳng cắt đường thẳng G_1G_2 .
- A. Không có đường thẳng nào.
B. Có một đường thẳng.
C. Có hai đường thẳng.
D. Có ba đường thẳng.
- Câu 73.** Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (MNP) là:
- A. PE với $E = MN \cap BC$. B. PE với $E = MB \cap AD$.
C. CE với $E = MN \cap BC$. D. CE với $E = MB \cap AD$.
- Câu 74.** Cho tứ diện $ABCD$, O là điểm bên trong của ΔBCD , lấy điểm $M \in AO$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (ABC) .
- A. CH với $H = MD \cap AE$ và $E = DO \cap BC$. B. AH với $H = MD \cap AE$ và $E = DO \cap BC$.
C. CE với $E = DO \cap BC$. D. AE với $E = DO \cap BC$.
- Câu 75.** Cho tứ diện $ABCD$, O là điểm bên trong của ΔBCD , lấy điểm $M \in AO$ sao cho $AM = \frac{3}{4}AO$. Gọi I là trung điểm BC , J là điểm nằm trên cạnh BD sao cho $BJ = \frac{2}{3}BD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là:
- A. KM với $K = IJ \cap CD$.
B. AK với $K = IJ \cap CD$.
C. KF với $K = IJ \cap CD$, $F = ME \cap AH$ trong đó $E = BO \cap IJ$ và $H = BO \cap CD$.
D. MF với $F = ME \cap AH$ trong đó $E = BO \cap IJ$ và $H = BO \cap CD$.
- Câu 76.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC')$.
- A. OA' với $O = B'C \cap BC'$. B. OA với $O = AB' \cap A'B$.
C. OC' với $O = AB' \cap A'B$. D. OC với $O = B'C \cap BC'$.
- Câu 77.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD > BC$), K là một điểm trên cạnh SD (K khác S và D). Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (ABK) với CD và SC . Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $(ABK) \cap (SCD) = KC$. B. $(ABF) \cap (SBC) = BK$.
C. $(ABF) \cap (SEF) = KF$. D. $(SAD) \cap (AEF) = AF$.
- Câu 78.** Trong mặt phẳng (α) cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB , giao điểm của hai đường chéo là P . Gọi I, J, K lần lượt là các điểm trên SA, AB, BC (K không là trung điểm BC). Gọi $H = AC \cap JK$, $L = DB \cap JK$, $M = AK \cap BD$, $Q = SM \cap IK$, $N = LQ \cap SD$, $R = LQ \cap SP$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là sai?
- A. $(SAC) \cap (JLQ) = HI$. B. $(SAC) \cap (IKJ) = HR$.
C. $(JKR) \cap (SBD) = LN$. D. $(IJQ) \cap (SBD) = MN$.

- Câu 79.** Cho hình chóp $S.ABCD$, lấy E và F lần lượt trên cạnh BC và SD (điểm E khác B và C). Gọi K, J lần lượt là giao điểm của BF và EF với (SAC) . Khẳng định nào sau đây là **sai**:
- A. $(BCF) \cap (SAB) = BM$ với $M = CK \cap SA$.
 B. $(BCF) \cap (SAB) = BN$ với $N = CJ \cap SA$.
 C. $(BCF) \cap (SAD) = FP$ với $P = KJ \cap SA$.
 D. $(BCF) \cap (SAD) = FQ$ với $Q = EK \cap SA$.
- Câu 80.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M và N lần lượt là trung điểm SC và SD , G là trọng tâm tam giác SCD . Khi đó, phát biểu nào sau đây là **sai**?
- A. $(ACG) \cap (SBC) = CI$, với $I = ON \cap SB$.
 B. $(ACG) \cap (MAB) = d$, với d là đường thẳng đi qua A và song song OG .
 C. $(ACG) \cap (SBC) = \Delta$, với Δ là đường thẳng đi qua C và song song BM .
 D. $(ACG) \cap (SAB) = AP$, với $P = AB \cap CG$.
- Câu 81.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, SA . Gọi I, J lần lượt nằm trên SA, AD sao cho $\overline{AI} = \frac{1}{4}\overline{AS}$, $\overline{DA} = 4\overline{AJ}$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (PMN) và (SAD) là:
- A. Đường thẳng đi qua P và song song với IJ .
 B. Đường thẳng đi qua P và song song với MC .
 C. Đường thẳng đi qua N và song song với IJ .
 D. Đường thẳng đi qua P và song song với AD .
- Câu 82.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm lấy trên các cạnh SA, BC và CD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là:
- A. Một hình thang. B. Một tứ giác.
 C. Một ngũ giác. D. Một tam giác.
- Câu 83.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD và SC . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?
- A. Tam giác B. Tứ giác C. Ngũ giác D. Lục giác
- Câu 84.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là một điểm trên đoạn SO . Tìm giao điểm E, F của mp(ICD) với các đường SA và SB . Thiết diện của mp(ICD) và hình chóp là hình gì?
- A. Tam giác B. Tứ giác C. Ngũ giác D. Hình thang
- Câu 85.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi K, J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và SBC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) chứa KJ và song song với AD là hình gì?
- A. Tam giác B. Tứ giác C. Ngũ giác D. Lục giác
- Câu 86.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm AD . Gọi (α) và (β) là mặt phẳng qua điểm M và lần lượt song song với mặt phẳng (SBD) và (SAC) . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(α) là hình gì?
- A. Tứ giác B. Tam giác C. Ngũ giác D. Hình thang
- Câu 87.** Cho hình bình hành $ABCD$, S là điểm không thuộc $(ABCD)$, M và N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SC . Xác định các giao điểm I, J của AN và MN với (SBD) , từ đó tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
- A. Ba điểm J, I, M thẳng hàng. B. Ba điểm J, I, N thẳng hàng.
 C. Ba điểm J, I, D thẳng hàng. D. Ba điểm J, I, B thẳng hàng.

- Câu 88.** Cho tứ giác $ABCD$ và $S \in (ABCD)$. Gọi I, J là hai điểm trên AD và SB , AD cắt BC tại O và OJ cắt SC tại M . Xác định các giao điểm K, L của IJ và DJ với (SAC) , từ đó tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
- A. Ba điểm A, K, L thẳng hàng. B. Ba điểm A, L, M thẳng hàng.
 C. Bốn điểm A, K, L, M thẳng hàng. D. Bốn điểm A, K, L, J thẳng hàng.
- Câu 89.** Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB , LN không song song với SC . Gọi LK giao tuyến của mp (LMN) và (ABC) . Xác định I, J lần lượt là giao điểm của BC và SC với (LMN) . Khẳng định nào sau đây đúng:
- A. Ba điểm L, I, J thẳng hàng. B. Ba điểm L, I, K thẳng hàng.
 C. Ba điểm M, I, J thẳng hàng. D. Ba điểm M, I, K thẳng hàng.
- Câu 90.** Cho tứ giác $ABCD$ và S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm trên BC và SD . Xác định I, J lần lượt là giao điểm của BN và MN với (SAC) . Từ đó tìm bộ 3 điểm thẳng hàng trong những điểm sau:
- A. Ba điểm A, I, J thẳng hàng. B. Ba điểm K, I, K thẳng hàng.
 C. Ba điểm M, I, J thẳng hàng. D. Ba điểm C, I, J thẳng hàng.
- Câu 91.** Cho tam giác ABC . Từ 3 đỉnh của tam giác này ta kẻ các đoạn thẳng $AA' // BB' // CC'$ sao cho A', B', C' lấy tùy ý nằm cùng phía với (ABC) và không thuộc (ABC) . Gọi I, J, K lần lượt là các giao điểm của $B'C', C'A', A'B'$ với (ABC) . Tìm bộ 3 điểm thẳng hàng I, J, K thẳng hàng
- A. Ba điểm A, I, J thẳng hàng. B. Ba điểm K, I, K thẳng hàng.
 C. Ba điểm M, I, J thẳng hàng. D. Ba điểm K, I, J thẳng hàng.
- Câu 92.** Cho tứ diện $ABCD$, trên SA, SB, SD lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Ba điểm B, J, K thẳng hàng. B. Ba điểm I, J, K thẳng hàng.
 C. Ba điểm I, J, K không thẳng hàng. D. Ba điểm I, J, C thẳng hàng.
- Câu 93.** Cho tứ diện $SABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N . Một mặt (β) đi qua BC và cắt SD, SA tương ứng tại P và Q . Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Bốn điểm S, I, J, G thẳng hàng. B. Bốn điểm S, I, J, G không thẳng hàng.
 C. Ba điểm I, J, P thẳng hàng. D. Ba điểm I, J, Q thẳng hàng.
- Câu 94.** Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ chung cạnh AB và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai đường chéo AC và BF sao cho $AM = BN$. Tìm quỹ tích trung điểm MN , biết O là trung điểm của AB .
- A. Quỹ tích I là đoạn OI' với I' là trung điểm của CF .
 B. Quỹ tích I là tia phân giác của góc xOy với $Ox // BF$ và $Oy // AC$.
 C. Quỹ tích I là đường phân phân giác của góc xOy với $Ox // BF$ và $Oy // AC$.
 D. Quỹ tích I là đường đoạn OI' với I' là trung điểm của CE .
- Câu 95.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là 2 điểm cố định trên các cạnh AB và AC sao cho EF không song song với BC . Điểm M di động trên cạnh CD . Gọi N là giao điểm của mp (MEF) và BD . Tìm tập giao điểm I của EM và FN .
- A. Tập hợp I là đoạn thẳng DG với $G = EC \cap BF$.
 B. Tập hợp I là đường thẳng DG với $G = EC \cap BF$.
 C. Tập hợp I là tia DG với $G = EC \cap BF$.
 D. Tập hợp I là đường thẳng DK với K là giao điểm của EF và BC .
- Câu 96.** Cho hình chóp $S.ABCD$. Giả sử AD và BC cắt nhau tại H . Gọi O là giao điểm của AC và BD , E và F lần lượt là trung điểm của SA và SB . Điểm M di động trên cạnh SC . Gọi N là giao điểm của SD và mp (EFM) . Tìm tập hợp giao điểm J của EN và FM .
- A. Tập hợp J là đoạn thẳng SJ_1 với $J_1 = CF \cap SH$.
 B. Tập hợp J là đoạn thẳng SJ_1 với $J_1 = DE \cap SH$.

- C. Tập hợp J là đoạn thẳng SH .
D. Tập hợp J là đường thẳng SH .
- Câu 97.** Cho hình chóp $S.ABCD$, trong đó AD không song song với BC . Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là giao điểm của AD và BC . Điểm M di động trên cạnh SB , EM cắt SC tại N . Tập hợp giao điểm I của AN và DM .
A. Tập hợp giao điểm I là đoạn thẳng SO .
B. Tập hợp giao điểm I là đường thẳng SO .
C. Tập hợp giao điểm I là đoạn thẳng SO trừ 2 điểm S và O .
D. Tập hợp giao điểm I là đoạn thẳng SE .
- Câu 98.** Cho tứ diện $ABCD$. Một mặt phẳng (P) di động luôn song song với AB và CD cắt các cạnh AC, AD, BD, BC tại M, N, E, F . Tìm tập hợp tâm I của hình bình hành $MNEF$.
A. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD (trừ 2 điểm P và Q).
B. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD .
C. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC (trừ 2 điểm P và Q).
D. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC .

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương**  <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương**  <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)**  <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**
 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5g1EI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

 Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>