

- **BÀI TOÁN THỰC TẾ TOÁN 11**
- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

Câu 7. Chu kì dao động (tính bằng giây) của một con lắc có chiều dài L (tính bằng mét) được cho bởi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9,8}}.$$

Nếu một con lắc có chiều dài $19,6m$, hãy tính chu kì T của con lắc này (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 8. Định luật thứ ba của Kepler nói rằng bình phương của chu kì quỹ đạo p (tính bằng năm Trái Đất) của một hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời (theo quỹ đạo là một đường elip với Mặt Trời nằm ở một tiêu điểm) bằng lập phương của bán trục lớn d (tính bằng đơn vị thiên văn AU).

a) Tính p theo d .

b) Nếu Sao Thổ có chu kì quỹ đạo là 29,46 năm Trái Đất, hãy tính bán trục lớn quỹ đạo của Sao Thổ đến Mặt Trời (kết quả tính theo đơn vị thiên văn và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 9. Khoảng cách từ một hành tinh đến Mặt Trời có thể xấp xỉ bằng một hàm số của độ dài năm của hành tinh đó. Công thức của hàm số đó là $d = \sqrt[3]{6t^2}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh đó đến Mặt Trời (tính bằng triệu dặm) và t là độ dài năm của hành tinh đó (tính bằng số ngày Trái Đất).

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008).

a) Nếu độ dài của một năm trên Sao Hoả là 687 ngày Trái Đất thì khoảng cách từ Sao Hoả đến Mặt Trời là bao nhiêu?

b) Tính khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời (coi một năm trên Trái Đất có 365 ngày).

(Kết quả của câu a và câu b tính theo đơn vị triệu dặm và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 10. Trong mẫu của một sinh vật đã chết T năm, tỉ số R của carbon phóng xạ còn lại và carbon không phóng xạ còn lại có thể được ước tính bằng công thức $R = A \cdot (2,7)^{-\frac{T}{8033}}$. Trong đó A là tỉ số của carbon phóng xạ và carbon không phóng xạ trong cơ thể sống (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Tính tỉ số $\frac{R}{A}$ trong mẫu sinh vật đã chết đó sau 2000 năm; sau 8000 năm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 11. Định luật thứ ba của Kepler về quỹ đạo chuyển động cho biết cách ước tính khoảng thời gian P (tính theo năm Trái Đất) mà một hành tinh cần để hoàn thành một quỹ đạo quay quanh Mặt Trời. Khoảng thời gian đó được xác định bởi hàm số $P = d^{\frac{3}{2}}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh đó đến Mặt Trời tính theo đơn vị thiên văn AU (1 AU là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, tức là 1 AU khoảng 93000000 dặm) (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Hỏi Sao Hoả quay quanh Mặt Trời thì mất bao nhiêu năm Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)? Biết khoảng cách từ Sao Hoả đến Mặt Trời là 1,52 AU.

Câu 12. Định luật thứ ba của Kepler về quỹ đạo chuyển động cho biết cách ước tính khoảng thời gian P (tính theo năm Trái Đất) mà một hành tinh cần để hoàn thành một quỹ đạo quay quanh Mặt Trời. Khoảng thời gian đó được xác định bởi hàm số $P = d^{\frac{3}{2}}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh đó đến Mặt Trời tính theo đơn vị thiên văn AU (1 AU là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, tức là 1 AU khoảng 93000000 dặm) (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Hỏi Sao Hoả quay quanh Mặt Trời thì mất bao nhiêu năm Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)? Biết khoảng cách từ Sao Hoả đến Mặt Trời là 1,52 AU.

Câu 13. Một chất phóng xạ có chu kì bán rã là 25 năm, tức là cứ sau 25 năm, khối lượng của chất phóng xạ đó giảm đi một nửa. Giả sử lúc đầu có 10 g chất phóng xạ đó. Viết công thức tính khối lượng của chất đó còn lại sau t năm và tính khối lượng của chất đó còn lại sau 120 năm (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn theo đơn vị gam).

Câu 14. Trong khoa học, người ta thường phải ghi các số rất lớn hoặc rất bé. Để tránh phải viết và đếm quá nhiều chữ số 0, người ta quy ước cách ghi các số dưới dạng $A \cdot 10^m$, trong đó $1 \leq A \leq 10$ và m là số nguyên.

Khi một số được ghi dưới dạng này, ta nói nó được ghi dưới dạng kí hiệu khoa học.

Chẳng hạn, khoảng cách 149600000 km từ Trái Đất đến Mặt Trời được ghi dưới dạng kí hiệu khoa học là $1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$.

Ghi các đại lượng sau dưới dạng kí hiệu khoa học:

- [illegible]

Câu 15. Tại một vùng biển, giả sử cường độ ánh sáng I thay đổi theo độ sâu theo công thức

$I = I_0 \cdot 10^{-0,3d}$, trong đó d là độ sâu (tính bằng mét) so với mặt hồ, I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ.



Hình 2

- a) Tại độ sâu 1 m , cường độ ánh sáng gấp bao nhiêu lần I_0 ?
- b) Cường độ ánh sáng tại độ sâu 2 m gấp bao nhiêu lần so với tại độ sâu 10 m ? Làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân.

Câu 16. Với một chi vàng, giả sử người thợ lành nghề có thể dát mỏng thành lá vàng rộng $1m^2$ và dày khoảng $1,94 \cdot 10^{-7} m$. Đồng xu 5000 đồng dày $2,2 \cdot 10^{-3} m$. Cần chong bao nhiêu lá vàng như trên để có độ dày bằng đồng xu loại 5000 đồng? Làm tròn kết quả đến chữ số hàng trăm.

Câu 17. Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu

đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

- a) Tính giá trị còn lại của máy sau 2 năm; sau 2 năm 3 tháng.
b) Sau 1 năm đưa vào sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng bao nhiêu phần trăm so với ban đầu?

Câu 18. Cường độ ánh sáng tại độ sâu $h(m)$ dưới một mặt hồ được tính bằng công thức $I_h = I_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{h}{4}}$,

trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ đó.

- a) Cường độ ánh sáng tại độ sâu $1m$ bằng bao nhiêu phần trăm so với cường độ ánh sáng tại mặt hồ?
b) Cường độ ánh sáng tại độ sâu $3m$ gấp bao nhiêu lần cường độ ánh sáng tại độ sâu $6m$?

Câu 19. Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Câu 20. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức

$s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Câu 21. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/ năm. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo.

Số tiền người đó nhận sau n năm sẽ được tính theo công thức $T_n = 100(1+r)^n$ (triệu đồng), trong đó $r(\%)$ là lãi suất và n là số năm gửi tiền.

a) Hỏi sau 5 năm gửi tiền ở ngân hàng, người đó thu về số tiền bao nhiêu?

b) Hỏi số tiền lãi thu được của người đó sau 10 năm là bao nhiêu?

(Các kết quả trong bài được tính chính xác đến hàng phần trăm)

Câu 22. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Câu 23. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

LOGART

Câu 24. Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng 100 triệu đồng kì hạn 12 tháng, với lãi suất không đổi là 6% một năm. Khi đó sau n năm gửi thì tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) cho bởi công thức sau:

$$A = 100 \cdot (1 + 0,06)^n \text{ (triệu đồng).}$$

Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, tổng số tiền bác An thu được là không dưới 150 triệu đồng?

Câu 25. Cô Hương gửi tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất 6% một năm.

a) Tính số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm, nếu lãi suất được tính theo một trong các thể thức sau:

- Lãi kép kì hạn 12 tháng;
- Lãi kép kì hạn 1 tháng;
- Lãi kép liên tục.

b) Tính thời gian cần thiết để cô Hương thu được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là 150 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 26. Độ pH của một dung dịch hoá học được tính theo công thức: $pH = -\log[H^+]$, trong đó

$[H^+]$ là nồng độ (tính theo mol/lít) của các ion hydrogen. Giá trị pH nằm trong khoảng từ 0 đến 14. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base, còn nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,01 \text{ mol/l}$.

b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH bằng 7,4.

Câu 27. Biết thời gian cần thiết (tính theo năm) để tăng gấp đôi số tiền đầu tư theo thể thức lãi kép liên tục với lãi suất không đổi r mỗi năm được cho bởi công thức sau: $t = \frac{\ln 2}{r}$. Tính thời gian cần thiết để tăng gấp đôi một khoản đầu tư khi lãi suất là 6% mỗi năm (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 28. Biết rằng khi độ cao tăng lên, áp suất không khí sẽ giảm và công thức tính áp suất dựa trên độ cao là $a = 15500(5 - \log p)$ trong đó a là độ cao so với mực nước biển (tính bằng mét) và p là áp suất không khí (tính bằng pascal).

Tính áp suất không khí ở đỉnh Everest có độ cao khoảng 8850 m so với mực nước biển.

Câu 29. Mức cường độ âm L đo bằng deciben (dB) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa như sau: $L(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}$ trong đó $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ

âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe).

Xác định mức cường độ âm của mỗi âm sau:

- Cuộc trò chuyện bình thường có cường độ $I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$.
- Giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$.

Câu 30. Trong Hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen tính bằng mol/lít. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base và nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

- Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,001 \text{ mol/l}$.
- Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH bằng 8.
- Khi pH tăng 1 đơn vị thì nồng độ ion hydrogen của dung dịch thay đổi thế nào?

Câu 31. Biết rằng số chữ số của một số nguyên dương N viết trong hệ thập phân được cho bởi công thức $[\log N] + 1$, ở đó $[\log N]$ là phần nguyên của số thực dương $\log N$. Tìm số các chữ số của 2^{2023} khi viết trong hệ thập phân.

Câu 32. Khi gửi tiết kiệm P (đồng) theo thể thức trả lãi kép định kì với lãi suất mỗi kì là r (r cho dưới dạng số thập phân) thì số tiền A (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau t kì gửi là $A = P(1+r)^t$ (đồng). Tính thời gian gửi tiết kiệm cần thiết để số tiền ban đầu tăng gấp đôi.

Câu 33. Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao lâu người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

Câu 34. Nồng độ cồn trong máu (BAC) là chỉ số dùng để đo lượng cồn trong máu của một người. Chẳng hạn, BAC 0,02% hay $0,2 \text{ mg/ml}$, nghĩa là có 0,02 g cồn trong 100ml máu. Nếu một người với BAC bằng 0,02% có nguy cơ bị tai nạn ô tô cao gấp 1,4 lần so với một người không uống rượu, thì nguy cơ tương đối của tai nạn với BAC 0,02% là 1,4. Nghiên cứu y tế gần đây cho thấy rằng nguy cơ tương đối của việc gặp tai nạn khi đang lái ô tô có thể được mô hình hoá bằng một phương trình có dạng

$$R = e^{kx},$$

trong đó $x(\%)$ là nồng độ cồn trong máu và k là một hằng số.

- Nghiên cứu chỉ ra rằng nguy cơ tương đối của một người bị tai nạn với BAC bằng 0,02% là 1,4. Tìm hằng số k trong phương trình.
- Nguy cơ tương đối là bao nhiêu nếu nồng độ cồn trong máu là 0,17%?
- Tìm BAC tương ứng với nguy cơ tương đối là 100.
- Giả sử nếu một người có nguy cơ tương đối từ 5 trở lên sẽ không được phép lái xe, thì một người có nồng độ cồn trong máu từ bao nhiêu trở lên sẽ không được phép lái xe?

Câu 35. Trong nuôi trồng thủy sản, độ pH của môi trường nước sẽ ảnh hưởng đến sức khỏe và sự phát triển của thủy sản. Độ pH thích hợp cho nước trong đầm nuôi tôm sú là từ 7,2 đến 8,8 và tốt nhất là trong khoảng từ 7,8 đến 8,5. Phân tích nồng độ $[H^+]$ trong một đầm nuôi tôm sú, ta thu được $[H^+] = 8 \cdot 10^{-8}$ (Nguồn: <https://nongnghiep.farmvina.com>). Hỏi độ pH của đầm đó có thích hợp cho tôm sú phát triển không?

Câu 36. Một vi khuẩn có khối lượng khoảng $5 \cdot 10^{-13}$ gam và cứ 20 phút vi khuẩn đó tự nhân đôi một lần (Nguồn: Câu hỏi và bài tập vi sinh học, NXB ĐHSP, 2008). Giả sử các vi khuẩn được nuôi trong các điều kiện sinh trưởng tối ưu. Hỏi sau bao nhiêu giờ khối lượng do tế bào vi khuẩn này sinh ra sẽ đạt tới khối lượng của Trái Đất (lấy khối lượng của Trái Đất là $6 \cdot 10^{27}$ gam) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 37. Trong nuôi trồng thủy sản, độ pH của môi trường nước sẽ ảnh hưởng đến sức khỏe và sự phát triển của thủy sản. Độ pH thích hợp cho nước trong đầm nuôi tôm sú là từ 7,2 đến 8,8 và tốt nhất là trong

khoảng từ 7,8 đến 8,5. Phân tích nồng độ $[H^+]$ (mol/L) trong một đầm nuôi tôm sú, ta thu được $[H^+] = 8 \cdot 10^{-8}$ (Nguồn: <https://nongnghiep.farmvina.com>). Hỏi độ pH của đầm đó có thích hợp cho tôm sú phát triển không? Biết $pH = -\log[H^+]$.

Câu 38. Để tính độ tuổi của mẫu vật bằng gỗ, người ta đo độ phóng xạ của $^{14}_6C$ có trong mẫu vật tại thời điểm t (năm) (so với thời điểm ban đầu $t = 0$), sau đó sử dụng công thức tính độ phóng xạ $H = H_0 e^{-\lambda t}$ (đơn vị là Becquerel, kí hiệu Bq) với H_0 là độ phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$); $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ là hằng số phóng xạ, $T = 5730$ (năm) (Nguồn: Vật lí 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2014). Khảo sát một mẫu gỗ cổ, các nhà khoa học đo được độ phóng xạ là 0,215 Bq. Biết độ phóng xạ của mẫu gỗ tươi cùng loại là 0,250 Bq. Xác định độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 39. Trong hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ H^+ (ion hydrogen) tính bằng mol/L. Các dung dịch có pH bé hơn 7 thì có tính acid, có pH lớn hơn 7 thì có tính kiềm, có pH bằng 7 thì trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ H^+ là $0,0001 \text{ mol/L}$. Dung dịch này có tính acid, kiềm hay trung tính?

b) Dung dịch A có nồng độ H^+ gấp đôi nồng độ H^+ của dung dịch B . Độ pH của dung dịch nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.

Câu 40. a) Nước cất có nồng độ H^+ là 10^{-7} mol/L . Tính độ pH của nước cất.

b) Một dung dịch có nồng độ H^+ gấp 20 lần nồng độ H^+ của nước cất. Tính độ pH của dung dịch đó.

Câu 41. Độ pH của một dung dịch hoá học được tính theo công thức:

$pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ (tính theo mol/lít) của các ion hydrogen. Giá trị pH nằm trong khoảng từ 0 đến 14. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base, còn nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,001 \text{ mol/lit}$.

b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ $pH = 7,5$.

Câu 42. Dung dịch A có nồng độ H^+ là $0,00001 \text{ mol/L}$ và dung dịch B có nồng độ H^+ là $0,00000001 \text{ mol/L}$.

a) Tìm độ pH của mỗi dung dịch trên. Độ pH của dung dịch nào lớn hơn?

b) Dung dịch nào có tính kiềm, dung dịch nào có tính acid?

Câu 43. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Câu 44. a) Hãy tính độ pH của bia và rượu biết rằng nồng độ H^+ của bia và rượu theo thứ tự là 0,00008 và 0,0004.

b) Cho ba dung dịch A, B, C có nồng độ H^+ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Chứng minh rằng độ pH của ba dung dịch A, B, C theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

Câu 45. Cường độ một trận động đất M (độ Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

HAM SỐ MŨ – KLOGARIT

Câu 46. Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ sau:

$A = Pe^{rt}$, trong đó P là dân số của năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng vào năm 2020, dân số Việt Nam khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91% (theo danso.org). Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2050.

Câu 47. Giả sử một chất phóng xạ bị phân rã theo cách sao cho khối lượng $m(t)$ của chất còn lại (tính bằng kilôgam) sau t ngày được cho bởi hàm số $m(t) = 13e^{-0,015t}$.

- Tìm khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$.
- Sau 45 ngày khối lượng chất đó còn lại là bao nhiêu?

Câu 48. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1)$, $0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %). Hãy tính khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng.

Câu 49. Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

trong đó m_0 là khối lượng của chất phóng xạ tại thời điểm ban đầu $t = 0$, $m(t)$ là khối lượng của chất phóng xạ tại thời điểm t , T là chu kì bán rã (là thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết rằng đồng vị plutonium-234 có chu kì bán rã khoảng 9 giờ. Từ khối lượng plutonium-234 ban đầu là 100g, hãy tính khối lượng plutonium-234 còn lại sau:

- 9 giờ;
 - 1 ngày.
- (Kết quả tính theo gam và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 50. Nếu một ô kính ngăn khoảng 3% ánh sáng truyền qua nó thì phần trăm ánh sáng p truyền qua n ô kính liên tiếp được cho gần đúng bởi hàm số sau:

$$p(n) = 100 \cdot (0,97)^n.$$

- Có bao nhiêu phần trăm ánh sáng sẽ truyền qua 10 ô kính?
 - Có bao nhiêu phần trăm ánh sáng sẽ truyền qua 25 ô kính?
- (Kết quả ở câu a và câu b được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 51. Số tiền ban đầu 120 triệu đồng được gửi tiết kiệm với lãi suất năm không đổi là 6%. Tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) thu được sau 5 năm nếu nó được tính lãi kép:

- hàng quý;
- hàng tháng;
- liên tục.

(Kết quả được tính theo đơn vị triệu đồng và làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Câu 52. Chu kì bán rã của đồng vị phóng xạ Radi 226 là khoảng 1600 năm. Giả sử khối lượng m (tính bằng gam) còn lại sau t năm của một lượng Radi 226 được cho bởi công thức:

$$m = 25 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}.$$

- a) Khối lượng ban đầu (khi $t = 0$) của lượng Radi 226 đó là bao nhiêu?
b) Sau 2500 năm khối lượng của lượng Radi 226 đó là bao nhiêu?

Câu 53. Trong Vật lí, mức cường độ âm (tính bằng deciben, kí hiệu là dB) được tính bởi công thức

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \text{ trong đó } I \text{ là cường độ âm tính theo } W/m^2 \text{ và } I_0 = 10^{-12} W/m^2 \text{ là cường độ âm chuẩn, tức}$$

là cường độ âm thấp nhất mà tai người có thể nghe được.

- a) Tính mức cường độ âm của một cuộc trò chuyện bình thường có cường độ âm là $10^{-7} W/m^2$.
b) Khi cường độ âm tăng lên 1000 lần thì mức cường độ âm (đại lượng đặc trưng cho độ to nhỏ của âm) thay đổi thế nào?

Câu 54. Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được cho bởi công thức: $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$; trong

đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã (Nguồn: Giải tích 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã là 138 ngày (Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 55. Lốc xoáy là hiện tượng một luồng không khí xoáy tròn mở rộng ra từ một đám mây dông xuống tới mặt đất (Hình 10). Các cơn lốc xoáy thường có sức tàn phá rất lớn. Tốc độ S (dặm/giờ) của gió gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức: $S = 93 \log d + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy di chuyển được.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Hãy tính tốc độ của gió ở gần tâm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) khi cơn lốc xoáy di chuyển được quãng đường là:

- a) 5 dặm;
b) 10 dặm.



Hình 10

(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Câu 56. Ta coi năm lấy làm mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm số theo biến t được cho bởi công thức: $S = A.e^{rt}$, trong đó A là dân số của vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm (Nguồn: Giải tích 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98564407 người và tỉ lệ tăng dân số là 0,93%/năm (Nguồn: <https://danso.org/viet-nam>). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2021, nêu dự đoán dân số Việt Nam năm 2030 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 57. Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số mũ để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(t) = c(1 - e^{-kt})$, trong đó c là tổng số đơn vị kiến thức học sinh phải học, k (kiến thức/ngày) là

tốc độ tiếp thu của học sinh, t (ngày) là thời gian học và $f(t)$ là số đơn vị kiến thức học sinh đã học được (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Giả sử một em học sinh phải tiếp thu 25 đơn vị kiến thức mới. Biết rằng tốc độ tiếp thu của em học sinh là $k = 0,2$. Hỏi em học sinh sẽ học được (khoảng) bao nhiêu đơn vị kiến thức mới sau 2 ngày? Sau 8 ngày? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 58. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức: $pH = -\log[H^+]$. Phân tích nồng độ ion hydrogen $[H^+]$ trong hai mẫu nước sông, ta có kết quả sau: Mẫu 1: $[H^+] = 8 \cdot 10^{-7}$; Mẫu 2: $[H^+] = 2 \cdot 10^{-9}$.

Không dùng máy tính cầm tay, hãy so sánh độ pH của hai mẫu nước trên.

Câu 59. Cô Yên gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Yên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (đồng), cô Yên sử dụng công thức

$$y = \log_{1,06} \left(\frac{x}{10} \right).$$

Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì cô Yên có thể rút ra được số tiền 15 triệu đồng từ tài khoản tiết kiệm đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 60. Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số mũ để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(t) = c(1 - e^{-kt})$, trong đó c là tổng số đơn vị kiến thức học sinh phải học, k (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, t (ngày) là thời gian học và $f(t)$ là số đơn vị kiến thức học sinh đã học được.

(Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson).

Giả sử một em học sinh phải tiếp thu 25 đơn vị kiến thức mới. Biết rằng tốc độ tiếp thu của em học sinh là $k = 0,2$. Hỏi em học sinh sẽ học được (khoảng) bao nhiêu đơn vị kiến thức mới sau 2 ngày? Sau 8 ngày (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 61. Cô Yên gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Yên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (đồng), cô Yên sử dụng công thức

$$y = \log_{1,06} \left(\frac{x}{10} \right).$$

Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì cô Yên có thể rút ra được số tiền 15 triệu đồng từ tài khoản tiết kiệm đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 62. Các nhà khoa học xác định được chu kì bán rã của $^{14}_6C$ là 5730 năm, tức là sau 5730 năm thì số nguyên tử $^{14}_6C$ giảm đi một nửa.

a) Gọi m_0 là khối lượng của $^{14}_6C$ tại thời điểm $t = 0$. Viết công thức tính khối lượng $m(t)$ của $^{14}_6C$ tại thời điểm t (năm).

b) Một cây còn sống có lượng $^{14}_6C$ trong cây được duy trì không đổi. Nhưng nếu cây chết thì lượng $^{14}_6C$ trong cây phân rã theo chu kì bán rã của nó. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy một mẫu gỗ cổ được xác định chết cách đây 2000 năm. Tính tỉ lệ phần trăm lượng $^{14}_6C$ còn lại trong mẫu gỗ cổ đó so với lúc còn sinh trưởng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 63. Mức cường độ âm $L(dB)$ được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó $I(W/m^2)$ là cường

độ âm. Tai người có thể nghe được âm có cường độ âm từ $10^{-12} W/m^2$ đến $10 W/m^2$. Tính mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được.

Câu 64. Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05% / năm (nguồn: <https://www.worldmeters.info/world-population>). Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:

$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t$ (tỉ người) (*). Khi đó, hãy tính dân số thế giới vào năm 2025 và vào năm 2030. (Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7).

Câu 65. Khối lượng vi khuẩn của một mẻ nuôi cấy sau t giờ kể từ thời điểm ban đầu được cho bởi công thức $M(t) = 50.1,06^t$ (g).

(Nguồn: Sinh học 10, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 101)

- Tìm khối lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu nuôi cấy (gọi là khối lượng ban đầu).
- Tính khối lượng vi khuẩn sau 2 giờ và sau 10 giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Khối lượng vi khuẩn tăng dần hay giảm dần theo thời gian? Tại sao?

Câu 66. Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ (dB) là đơn vị mức

cường độ âm, đọc là đêxiben), trong đó I là cường độ âm tính theo W / m^2 và $I_0 = 10^{-12} W / m^2$ là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được).

(Nguồn: Vật lý 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52,53)

- Mức cường độ âm L thấp nhất mà tai người có thể nghe được là bao nhiêu?
- Cuộc trò chuyện có cường độ âm $10^{-9} W / m^2$ thì có mức cường độ âm bằng bao nhiêu?
- Cường độ âm tại một khu văn phòng nằm trong miền từ $10^{-7} W / m^2$ đến $5 \cdot 10^{-6} W / m^2$ (tức là $10^{-7} \leq I \leq 5 \cdot 10^{-6}$). Mức cường độ âm tại khu văn phòng này nằm trong khoảng nào? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.)

Câu 67. Mức cường độ âm được tính theo công thức như ở Ví dụ 6.

- Tiếng thì thầm có cường độ âm $I = 10^{-10} W / m^2$ thì có mức cường độ âm bằng bao nhiêu?
- Để nghe trong thời gian dài mà không gây hại cho tai, âm thanh phải có cường độ không vượt quá 100000 lần cường độ của tiếng thì thầm. Âm thanh không gây hại cho tai khi nghe trong thời gian dài phải ở mức cường độ âm như thế nào?

Câu 68. Cường độ ánh sáng I dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot a^d$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển, a là hằng số ($a > 0$) và d là độ sâu tính bằng mét tính từ mặt nước biển.

(Nguồn: <https://www.britannica.com/science/seawater/Optical-properties>)

- Có thể khẳng định rằng $0 < a < 1$ không? Giải thích.
- Biết rằng cường độ ánh sáng tại độ sâu 1m bằng $0,95I_0$. Tìm giá trị của a .
- Tại độ sâu 20m, cường độ ánh sáng bằng bao nhiêu phần trăm so với I_0 ? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.)

Câu 69. Công thức $h = -19,4 \cdot \log \frac{P}{P_0}$ là mô hình đơn giản cho phép tính độ cao h so với mặt nước biển

của một vị trí trong không trung (tính bằng kilômét) theo áp suất không khí P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển (cùng tính bằng Pa - đơn vị áp suất, đọc là Pascal).

(Nguồn: <https://doi.org/10.1007/s40828-020-0111-6>)

- Nếu áp suất không khí ngoài máy bay bằng $\frac{1}{2}P_0$ thì máy bay đang ở độ cao nào?
- Áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi A bằng $\frac{4}{5}$ lần áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi B . Ngọn núi nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

Câu 70. Sau khi bệnh nhân uống một liều thuốc, lượng thuốc còn lại trong cơ thể giảm dần và được tính theo công thức $D(t) = D_0 \cdot a^t (mg)$, trong đó D_0 và a là các hằng số dương, t là thời gian tính bằng giờ kể từ thời điểm uống thuốc.

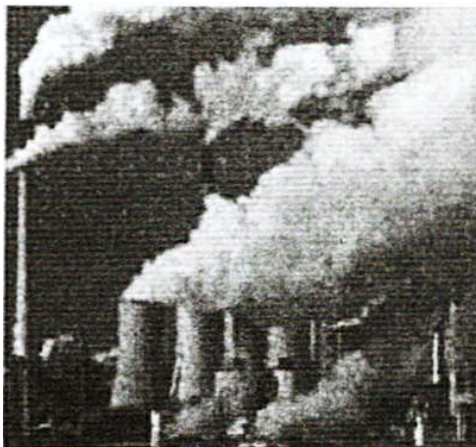
a) Tại sao có thể khẳng định rằng $0 < a < 1$?

b) Biết rằng bệnh nhân đã uống $100mg$ thuốc và sau 1 giờ thì lượng thuốc trong cơ thể còn $80mg$. Hãy xác định giá trị của D_0 và a .

c) Sau 5 giờ, lượng thuốc đã giảm đi bao nhiêu phần trăm so với lượng thuốc ban đầu?

Câu 71. Ông Quý dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,5\%$ một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Quý gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

Câu 72. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3% ; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10% . Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% ?



Câu 73. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40% . Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

Câu 74. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$ một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

Câu 75. Người ta phân tích nồng độ H^+ của hai loại dung dịch A và B thì biết rằng dung dịch A có nồng độ H^+ lớn hơn nồng độ H^+ của dung dịch B . Hỏi độ pH của dung dịch nào lớn hơn?

Câu 76. Trong vật lí, sự phân rã các chất phóng xạ được cho bởi công thức:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$
 Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã.

Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến phần nghìn).

Câu 77. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức:

$$M(t) = 75 - 20\ln(t+1), 0 \leq t \leq 12 \text{ (đơn vị: \%)}$$

- Hãy tính khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng.
- Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

PHUONG TRINH -BPT

Câu 78. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = 780 \cdot (0,905)^t$. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc ô tô đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 79. Áp suất khí quyển p (tính bằng kilôpascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$

(Theo britannica.com)

- Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4 km.
- Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

Câu 80. Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm là: $A = 500 \cdot (1 + 0,075)^n$ (triệu đồng).

Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

Câu 81. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N(t)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức sau: $N(t) = 500e^{0,4t}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con?

Câu 82. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức: $T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

- Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.
- Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$?

Câu 83. Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lít) của một dung dịch có độ pH là 8.

Câu 84. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ

$$\text{còn giá trị là } A = P \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n.$$

- Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?
- Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là bao nhiêu?
- Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Câu 85. Giả sử quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có: $N(t) = N_0 e^{rt}$, trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ.

Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi:

- Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là khoảng bao nhiêu con?
- Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng lên gấp đôi?

Câu 86. Vào năm 1938, nhà vật lí Frank Benford đã đưa ra một phương pháp để xác định xem một bộ số đã được chọn ngẫu nhiên hay đã được chọn theo cách thủ công. Nếu bộ số này không được chọn ngẫu nhiên thì công thức Benford sau sẽ được dùng ước tính xác suất P để chữ số d là chữ số đầu tiên của bộ số đó:

$$P = \log \frac{d+1}{d}.$$

Chẳng hạn, xác suất để chữ số đầu tiên là 9 bằng khoảng 4,6% (thay $d = 9$ trong công thức Benford để tính P).

- Viết công thức tìm chữ số d nếu cho trước xác suất P .
- Tìm chữ số có xác suất bằng 9,7% được chọn.
- Tính xác suất để chữ số đầu tiên là 1.

Câu 87. Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm (theo danso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$ có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm t .

- Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người?
- Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

Câu 88. Áp suất khí quyển p lên một vật giảm khi độ cao tăng dần. Giả sử áp suất này (tính bằng milimét thủy ngân) được biểu diễn theo độ cao h (tính bằng kilômét) so với mực nước biển bằng công thức $p(h) = 760 \cdot e^{-0,145h}$.

- Một máy bay đang chịu áp suất khí quyển 320mmHg. Tìm độ cao của máy bay đó.
- Một người đứng trên đỉnh của một ngọn núi và chịu áp suất khí quyển 667mmHg. Tìm chiều cao của ngọn núi này.

Câu 89. Giả sử giá trị còn lại V (triệu đồng) của một chiếc ô tô nào đó sau t năm được cho bằng công thức $V(t) = 730 \cdot (0,82)^t$.

- Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng?
 - Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng?
- (Kết quả của câu a và câu b được tính tròn năm).

Câu 90. Giả sử tổng chi phí hoạt động (đơn vị tỉ đồng) trong một năm của một công ty được tính bằng công thức $C(t) = 90 - 50e^{-t}$, trong đó t là thời gian tính bằng năm kể từ khi công ty được thành lập. Tính chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

Câu 91. Nhắc lại rằng độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức $pH = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng mol/lít. Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ 7,30 đến 7,45. Hỏi nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn nào?

Câu 92. Nhắc lại rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó I

là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$.

- Tính cường độ âm của âm thanh tàu điện ngầm có mức cường độ âm là 100 dB.

b) Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ 70 dB đến 85 dB. Hỏi cường độ âm thay đổi trong đoạn nào?

Câu 93. Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình hằng năm là 4% thì chi phí C cho việc mua một loại hàng hoá hoặc sử dụng một dịch vụ nào đó sẽ được mô hình hoá bằng công thức: $C(t) = P(1 + 0,04)^t$,

trong đó t là thời gian (tính bằng năm) kể từ thời điểm hiện tại và P là chi phí hiện tại cho hàng hoá hoặc dịch vụ đó. Giả sử hiện tại chi phí cho mỗi lần thay dầu ô tô là 800 nghìn đồng. Hãy ước tính chi phí cho mỗi lần thay dầu ô tô sau 5 năm nữa (kết quả tính theo đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 94. Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu m_0 được cho bởi

công thức: $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó t là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và T là chu kỳ bán rã của chất

đó. Biết rằng chất phóng xạ polonium-210 có chu kỳ bán rã là 138 ngày. Từ khối lượng polonium-210 ban đầu 100g, sau bao lâu khối lượng còn lại là:

a) 50g ?

b) 10g ?

(Kết quả tính theo ngày và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 95. Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian (tính bằng cent) giữa hai nốt nhạc có tần số

a và b là $n = 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{b}$

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008)

a) Tìm khoảng thời gian tính bằng cent khi tần số thay đổi từ 443 Hz về 415 Hz.

b) Giả sử khoảng thời gian là 55 cent và tần số đầu là 225 Hz, hãy tìm tần số cuối cùng.

Câu 96. Dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là $A = 98564407$ người.

(Nguồn: <https://danso.org/viet-nam>)

Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2021) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số Việt Nam vượt quá 110 triệu người?

Câu 97. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (đơn vị:

W / m^2) là cường độ âm (Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới 60 dB. Hỏi cường độ âm ở khu vực đó phải dưới bao nhiêu W / m^2 ?

Câu 98. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là $x\%$ /năm ($x > 0$). Sau 3 năm, người đó rút được cả gốc và lãi là 119,1016 triệu đồng. Tìm x , biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Câu 99. Sử dụng công thức tính mức cường độ âm L ở Ví dụ 14, hãy tính cường độ âm mà tai người có thể chịu đựng được, biết rằng giá trị cực đại của mức cường độ âm mà tai người có thể chịu đựng được là 130 dB.

Câu 100. Trong một trận động đất, năng lượng giải toả E (đơn vị: Jun, kí hiệu J) tại tâm địa chấn ở M độ Richter được xác định xấp xỉ bởi công thức: $\log E \approx 11,4 + 1,5M$.

(Nguồn: Giải tích 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021)

a) Tính xấp xỉ năng lượng giải toả tại tâm địa chấn ở 5 độ Richter.

b) Năng lượng giải toả tại tâm địa chấn ở 8 độ Richter gấp khoảng bao nhiêu lần năng lượng giải toả tại tâm địa chấn ở 5 độ Richter?

Câu 101. Trong cây cối có chất phóng xạ ^{14}C . Khảo sát một mẫu gỗ cổ, các nhà khoa học đo được độ phóng xạ của nó bằng 86% độ phóng xạ của mẫu gỗ tươi cùng loại. Xác định độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó. Biết

chu kỳ bán rã của ^{14}C là $T = 5730$ năm, độ phóng xạ của chất phóng xạ tại thời điểm t được cho bởi công

thức $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với H_0 là độ phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$); $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ là hằng số phóng xạ

(Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021).

Câu 102. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kỳ hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Câu 103. Độ pH của đất thích hợp cho trồng hoa hồng là từ 6,5 đến 7. Tính nồng độ của ion hydrogen $[H^+]$ của đất để thích hợp cho trồng hoa hồng.

Câu 104. Người ta nuôi cấy vi khuẩn *Bacillus subtilis* trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào / 1ml dịch nuôi là $2 \cdot 10^2$. Sau 13 giờ, số tế bào / 1ml dịch nuôi là $3,33 \cdot 10^9$. Biết vi khuẩn *Bacillus subtilis* sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 105. Tốc độ của gió S (dặm/giờ) gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức: $S = 93 \log d + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy đó đi chuyển được.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Tính quãng đường cơn lốc xoáy đã đi chuyển được, biết tốc độ của gió ở gần tâm bằng 140 dặm/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 106. Dân số thành phố Hà Nội năm 2022 khoảng 8,4 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Hà Nội không đổi và bằng $r = 1,04\%$. Biết rằng, sau t năm dân số Hà Nội (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là dân số năm lấy làm mốc. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số của Hà Nội vượt quá 10 triệu người?

Câu 107. Mức cường độ âm $L(\text{dB})$ được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó $I (W / m^2)$ là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không vượt quá 85 dB. Hỏi cường độ âm của nhà máy đó phải thỏa mãn điều kiện nào để đảm bảo sức khỏe cho công nhân?

Câu 108. Số lượng của một loài vi khuẩn sau x giờ được tính bởi công thức $f(x) = Ae^{rx}$, trong đó, A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$). Biết số vi khuẩn ban đầu là 1000 con và sau 10 giờ tăng trưởng thành 5000 con.

- Tính tỉ lệ tăng trưởng của vi khuẩn.
- Hỏi sau khoảng bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng vi khuẩn ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 109. Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ $T(^{\circ}\text{C})$ của nước biển được tính bởi công thức $T = 7,9 \ln(1,0245 - d) + 61,84$, ở đó $d (g / cm^3)$ là khối lượng riêng của nước biển.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là 8°C . Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục nghìn).

Câu 110. Cường độ của một trận động đất, kí hiệu là M (độ Richter), được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, ở đó A là biên độ rung chấn tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn (hằng số phụ thuộc vào từng khu vực)

(Nguồn: https://vi.wikipedia.org/wiki/Độ_Richter)

Vào hồi 12 giờ 14 phút trưa ngày 27/07/2020, tại khu vực huyện Mộc Châu, Sơn La xảy ra trận động đất thứ nhất với cường độ 5,3 độ Richter. Trong vòng 20 tiếng đồng hồ, Sơn La đã xảy ra liên tiếp 7 trận động đất. Đến 8 giờ 26 phút sáng 28/07/2020, trận động đất thứ bảy xảy ra với cường độ 4 độ Richter.

(Nguồn: <https://plo.vn/7-tran-dong-dat-lien-tiep-o-son-la-trong-vong-20-tieng-dong-ho-post585443.html>)

Biết rằng biên độ chuẩn được dùng cho cả tỉnh Sơn La. Hỏi biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ nhất gấp khoảng mấy lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ bảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 111. Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là $M_0(g)$ thì khối lượng carbon-14 còn

lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ (g), trong đó $T = 5730$ (năm) là

chu kỳ bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hoá thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hoá thạch là $5 \cdot 10^{-13} g$. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon-14 so với carbon-12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể lúc sinh vật chết là $M_0 = 1,2 \cdot 10^{-12} (g)$. Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn kết quả đến hàng trăm.)

Câu 112. Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu M_0 là

$M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó t là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và T là chu kỳ bán rã của chất. Đồng vị

plutonium-234 có chu kỳ bán rã là 9 giờ.

(Nguồn: <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Plutonium/#section=AtomicMass-Half-Life-and-Decay>)
Từ khối lượng ban đầu 200 g, sau bao lâu thì khối lượng plutonium-234 còn lại là:

- a) 100 g ?
- b) 50 g ?
- c) 20 g ?

Câu 113. Nước chanh có độ pH bằng 2,4; giấm có độ pH bằng 3. Nước chanh có độ acid gấp bao nhiêu lần giấm (nghĩa là có nồng độ H^+ gấp bao nhiêu lần)? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Câu 114. Nước uống đạt tiêu chuẩn phải có độ pH nằm trong khoảng từ 6,5 đến 8,5 (theo Quy chuẩn Việt Nam QCVN 01:2009/BYT). Nồng độ H^+ trong nước uống tiêu chuẩn phải nằm trong khoảng nào?

Câu 115. Chất phóng xạ polonium-210 có chu kỳ bán rã là 138 ngày. Điều này có nghĩa là cứ sau 138 ngày, lượng polonium còn lại trong một mẫu chỉ bằng một nửa lượng ban đầu. Một mẫu 100 g có khối lượng

polonium-210 còn lại sau t ngày được tính theo công thức $M(t) = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{138}}$ (g).

(Nguồn: <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Polonium/#section=AtomicMass-Half-Life-and-Decay>)

- a) Khối lượng polonium-210 còn lại bao nhiêu sau 2 năm?
- b) Sau bao lâu thì còn lại 40 g polonium-210?

Câu 116. Nhắc lại rằng, mức cường độ âm L được tính bằng công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) (dB)$, trong đó I là

cường độ của âm tính bằng W / m^2 và $I_0 = 10^{-12} W / m^2$.

(Nguồn: Vật lý 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52)

- a) Một giáo viên đang giảng bài trong lớp học có mức cường độ âm là 50 dB. Cường độ âm của giọng nói giáo viên bằng bao nhiêu?
- b) Mức cường độ âm trong một nhà xưởng thay đổi trong khoảng từ 75 dB đến 90 dB. Cường độ âm trong nhà xưởng này thay đổi trong khoảng nào?

Câu 117. Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1000 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện ra số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày.

- a) Công thức $P(t) = P_0 \cdot a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Xác định các tham số P_0 và a ($a > 0$). Làm tròn a đến hàng phần trăm.
- b) Sau 5 ngày thì số lượng vi khuẩn bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng trăm.
- c) Sau bao nhiêu ngày thì số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Câu 118. Nhắc lại rằng, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Nồng độ H^+ trong dung dịch cho biết độ acid của dung dịch đó.

- a) Dung dịch acid A có độ pH bằng 1,9; dung dịch $acidB$ có độ pH bằng 2,5. Dung dịch nào có độ acid cao hơn và cao hơn bao nhiêu lần?
- b) Nước cất có nồng độ H^+ là $10^{-7} mol/L$. Nước chảy ra từ một vòi nước có độ pH từ 6,5 đến 6,7 thì có độ acid cao hay thấp hơn nước cất?

Câu 119. Đồng vị phóng xạ Uranium-235 (thường được sử dụng trong điện hạt nhân) có chu kỳ bán rã là $T = 703800000$ năm. Theo đó, nếu ban đầu có 100 gam Uranium-235 thì sau t năm, do bị phân rã, lượng

Uranium-235 còn lại được tính bởi công thức $M = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ (g). Sau thời gian bao lâu thì lượng Uranium-235 còn lại bằng 90% so với ban đầu?

Câu 120. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

Câu 121. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là 0,7. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A ?

Câu 122. Công thức $M = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ cho biết khối lượng của một chất phóng xạ sau thời gian t kể từ thời điểm nào đó (gọi là thời điểm ban đầu), M_0 là khối lượng ban đầu, T là chu kỳ bán rã của chất phóng xạ đó (cứ sau mỗi chu kỳ, khối lượng của chất phóng xạ giảm đi một nửa). Trong một phòng thí nghiệm, với khối lượng 200 g radon ban đầu, sau 16 ngày, chỉ còn lại 11 g. Chu kỳ bán rã của radon bằng bao nhiêu?

Câu 123. Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

- a) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp bao nhiêu lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter?
- b) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng nào?

Câu 124. Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{r \cdot t}$, trong đó A không đổi là dân số của năm 2023, S là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết $r = 1,13\%/năm$.

Câu 125. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = A \cdot (0,905)^t$, trong đó A là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết $A = 780$ (triệu đồng).

Câu 126. Anh Hưng gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để anh Hưng thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là $T = A \cdot (1+r)^n$, trong đó A là tiền vốn, T là tiền vốn và lãi nhận được sau n năm, r là lãi suất/năm.

Câu 127. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm. Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới $60 dB$. Hỏi cường độ âm của khu vực đó phải dưới bao nhiêu W/m^2 ?

Câu 128. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con?

Câu 129. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:

$$A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n$$

- a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?
b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
c) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Câu 130. Dân số nước ta năm 2022 ước tính là 99200000 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta không đổi là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Câu 131. Một người gửi tiết kiệm 10 tỉ đồng theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 7% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng?

Câu 132. Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Thảo đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với lãi suất $r < 0$ cho kỳ hạn một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau (theo thể thức lãi kép). Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thanh toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 599823000 đồng. Hỏi bác Thảo đã vay ngân hàng với lãi suất r là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

Câu 133. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$$Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}} \right), \text{ với } t \text{ là khoảng thời gian tính bằng giờ và } Q_0 \text{ là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính thời}$$

gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 134. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian được cho bởi công thức:

$$T = 25 + 70 \cdot e^{-\frac{1}{2}t}, \text{ trong đó thời gian } t \text{ được tính bằng phút.}$$

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ (làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 135. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right), \text{ trong đó } I \text{ (đơn vị: } W/m^2) \text{ là cường độ âm. Hãy tính mức cường độ âm mà tai người}$$

có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ $10^{-12} W/m^2$ đến $10^1 W/m^2$.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

LUY THUA VS SỐ MŨ THỰC

Câu 1. Một số dương x được gọi là viết dưới dạng kí hiệu khoa học nếu $x = a \cdot 10^m$, ở đó $1 \leq a < 10$ và m là một số nguyên. Hãy viết các số liệu sau dưới dạng kí hiệu khoa học:

a) Khối lượng của Trái Đất khoảng 59800000000000000000000 kg;

b) Khối lượng của hạt proton khoảng 0,000 000000000000000000000167262 kg.

(Theo Vật lí 12, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2020)

Lời giải

a) $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

b) $1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Câu 2. Ngân hàng thường tính lãi suất cho khách hàng theo thể thức lãi kép theo định kì, tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp. Nếu một người gửi số tiền P với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) được tính theo công thức lãi kép sau: $A = P(1+r)^N$.

Bác Minh gửi tiết kiệm số tiền 100 triệu đồng kì hạn 12 tháng với lãi suất 6% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) bác Minh thu được sau 3 năm.

Lời giải

Số tiền cả vốn lẫn lãi bác Minh thu được sau 3 năm là

$$100 \cdot (1 + 6\%)^3 \approx 119,19 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 3. Nếu một khoản tiền gốc P được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r (r được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau N

kì gửi cho bởi công thức sau: $A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{Nn}$. Hỏi nếu bác An gửi tiết kiệm số tiền 120 triệu đồng theo kì

hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5% một năm, thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của bác An sau 2 năm là bao nhiêu?

Lời giải

Do bác An gửi tiết kiệm với kì hạn 6 tháng nên $n = 2$.

Sau 2 năm thì bác An được 4 lần tính lãi.

$$\text{Số tiền thu được của bác An sau 2 năm là } 120 \cdot \left(1 + \frac{5\%}{2} \right)^4 \approx 132,46 \text{ (triệu đồng).}$$

Câu 4. Năm 2021, dân số của một quốc gia ở châu Á khoảng 19 triệu người. Người ta ước tính rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó dân số A (triệu người) của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2021 được ước tính bằng công thức $A = 19 \cdot 2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa dân số của quốc gia này sẽ là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng triệu).

Lời giải

Sau 20 năm thì dân số nước đó là $19 \cdot 2^{\frac{20}{30}} = 19 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \approx 30$ (triệu người).

Câu 5. Giả sử cường độ ánh sáng I dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot a^d$,

trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển,

a là một hằng số dương,

d là độ sâu tính từ mặt nước biển (tính bằng mét).

a) Ở một vùng biển cường độ ánh sáng tại độ sâu 1m bằng 95% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển. Tìm giá trị của hằng số a .

b) Tại độ sâu 15m ở vùng biển đó, cường độ ánh sáng bằng bao nhiêu phần trăm so với cường độ ánh sáng tại mặt nước biển? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Từ giả thiết, ta có $d = 1$ và $I = \frac{95}{100} I_0$.

Thay vào biểu thức $I = I_0 \cdot a^d$, ta được: $a^d = \frac{I}{I_0} = \frac{95}{100}$.

Mà $d = 1$ nên $a = \frac{95}{100} = \frac{19}{20}$. Vậy $a = \frac{19}{20}$.

b) Từ giả thiết, ta có $d = 15$.

Thay $d = 15$ và $a = \frac{19}{20}$ vào công thức $I = I_0 \cdot a^d$, ta được:

$$\frac{I}{I_0} = a^d = \left(\frac{19}{20}\right)^{15} \approx 0,46$$

Như vậy, tại độ sâu 15m ở vùng biển đó, cường độ ánh sáng bằng khoảng 46% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển.

Câu 6. Giả sử một lọ nuôi cấy có 100 con vi khuẩn lúc ban đầu và số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi sau mỗi 2 giờ. Khi đó số vi khuẩn N sau t (giờ) sẽ là $N = 100 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$ (con). Hỏi sau $3\frac{1}{2}$ giờ sẽ có bao nhiêu con vi khuẩn?

Lời giải

Thay $t = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ (giờ) vào công thức ta được số vi khuẩn sau $3\frac{1}{2}$ giờ là

$$N = 100 \cdot 2^{\frac{7}{2}} = 100 \cdot 2^{\frac{7}{4}} \approx 336 \text{ (con)}.$$

Câu 7. Chu kì dao động (tính bằng giây) của một con lắc có chiều dài L (tính bằng mét) được cho bởi $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9,8}}$. Nếu một con lắc có chiều dài 19,6m, hãy tính chu kì T của con lắc này (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Thay $L = 19,6$ vào công thức ta được chu kì dao động của con lắc là

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9,8}} = 2\pi\sqrt{\frac{19,6}{9,8}} \approx 8,9 \text{ (giây)}.$$

Câu 8. Định luật thứ ba của Kepler nói rằng bình phương của chu kì quỹ đạo p (tính bằng năm Trái Đất) của một hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời (theo quỹ đạo là một đường elip với Mặt Trời nằm ở một tiêu điểm) bằng lập phương của bán trục lớn d (tính bằng đơn vị thiên văn AU).

a) Tính p theo d .

b) Nếu Sao Thổ có chu kì quỹ đạo là 29,46 năm Trái Đất, hãy tính bán trục lớn quỹ đạo của Sao Thổ đến Mặt Trời (kết quả tính theo đơn vị thiên văn và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Theo định luật thứ ba của Kepler, ta có:

$$p^2 = d^3 \text{ hay } p = \sqrt{d^3}.$$

b) Thay $p = 29,46$ vào công thức $p = \sqrt{d^3}$, ta được $d \approx 9,54 AU$.

Câu 9. Khoảng cách từ một hành tinh đến Mặt Trời có thể xấp xỉ bằng một hàm số của độ dài năm của hành tinh đó. Công thức của hàm số đó là $d = \sqrt[3]{6t^2}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh đó đến Mặt Trời (tính bằng triệu dặm) và t là độ dài năm của hành tinh đó (tính bằng số ngày Trái Đất).

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008).

a) Nếu độ dài của một năm trên Sao Hỏa là 687 ngày Trái Đất thì khoảng cách từ Sao Hỏa đến Mặt Trời là bao nhiêu?

b) Tính khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời (coi một năm trên Trái Đất có 365 ngày).

(Kết quả của câu a và câu b tính theo đơn vị triệu dặm và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a) Thay $t = 687$ vào công thức ta được khoảng cách từ Sao Hỏa đến Mặt Trời là

$$d = \sqrt[3]{6t^2} = \sqrt[3]{6 \cdot 687^2} \approx 141,48 \text{ (triệu dặm)}.$$

b) Thay $t = 365$ vào công thức ta được khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời là:

$$d = \sqrt[3]{6t^2} = \sqrt[3]{6 \cdot 365^2} \approx 92,81 \text{ (triệu dặm)}.$$

Câu 10. Trong mẫu của một sinh vật đã chết T năm, tỉ số R của carbon phóng xạ còn lại và carbon không phóng xạ còn lại có thể được ước tính bằng công thức $R = A \cdot (2,7)^{-\frac{T}{8033}}$. Trong đó A là tỉ số của carbon phóng xạ và carbon không phóng xạ trong cơ thể sống (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Tính tỉ số $\frac{R}{A}$ trong mẫu sinh vật đã chết đó sau 2000 năm; sau 8000 năm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Tỉ số $\frac{R}{A}$ trong mẫu sinh vật đã chết đó sau 2000 năm là: $\frac{R}{A} = (2,7)^{-\frac{2000}{8033}} \approx 0,78$.

Tỉ số $\frac{R}{A}$ trong mẫu sinh vật đã chết đó sau 8000 năm là: $\frac{R}{A} = (2,7)^{-\frac{8000}{8033}} \approx 0,37$.

Câu 11. Định luật thứ ba của Kepler về quỹ đạo chuyển động cho biết cách ước tính khoảng thời gian P (tính theo năm Trái Đất) mà một hành tinh cần để hoàn thành một quỹ đạo quay quanh Mặt Trời. Khoảng thời gian đó được xác định bởi hàm số $P = d^{\frac{3}{2}}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh đó đến Mặt Trời tính theo đơn vị thiên văn AU (1 AU là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, tức là 1 AU khoảng 93000000 dặm) (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Hỏi Sao Hỏa quay quanh Mặt Trời thì mất bao nhiêu năm Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)? Biết khoảng cách từ Sao Hỏa đến Mặt Trời là 1,52 AU.

Lời giải

Sao Hỏa quay quanh Mặt Trời thì mất số năm Trái Đất là: $P = d^{\frac{3}{2}} = 1,52^{\frac{3}{2}} \approx 1,87 (AU)$

Câu 12. Định luật thứ ba của Kepler về quỹ đạo chuyển động cho biết cách ước tính khoảng thời gian P (tính theo năm Trái Đất) mà một hành tinh cần để hoàn thành một quỹ đạo quay quanh Mặt Trời. Khoảng

b) Tại $d = 2$; ta có $I = I_0 \cdot 10^{-0,3,2}$.

Tại $d = 10$; ta có $I = I_0 \cdot 10^{-0,3,10}$

Cường độ ánh sáng tại độ sâu $2m$ gấp

$$10^{-0,3,2} : 10^{-0,3,10} = 10^{-0,3,2-(-0,3,10)} = 10^{0,3,8} = 251,19 \text{ lần so với tại độ sâu } 10m$$

Câu 16. Với một chỉ vàng, giả sử người thợ lành nghề có thể dát mỏng thành lá vàng rộng $1m^2$ và dày khoảng $1,94 \cdot 10^{-7}m$. Đồng xu 5000 đồng dày $2,2 \cdot 10^{-3}m$. Cần chong bao nhiêu lá vàng như trên để có độ dày bằng đồng xu loại 5000 đồng? Làm tròn kết quả đến chữ số hàng trăm.

Lời giải

Để có độ dày bằng đồng xu loại 5000 đồng, ta cần chong số lá vàng là:

$$2,2 \cdot 10^{-3} : (1,94 \cdot 10^{-7}) = 11300$$

Câu 17. Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

a) Tính giá trị còn lại của máy sau 2 năm; sau 2 năm 3 tháng.

b) Sau 1 năm đưa vào sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng bao nhiêu phần trăm so với ban đầu?

Lời giải

a) Sau 2 năm: $t = 2$. Ta có: $P(2) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} = 315$ (triệu đồng)

Sau 2 năm 3 tháng: $t = 2,25$. Ta có: $P(2,25) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2,25}{3}} = 297$ (triệu đồng)

b) Sau 1 năm sử dụng: $P(1) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = 397$

Vậy sau 1 năm sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng $397 : 500 \cdot 100$ so với ban đầu

Câu 18. Cường độ ánh sáng tại độ sâu $h(m)$ dưới một mặt hồ được tính bằng công thức $I_h = I_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{4}}$,

trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ đó.

a) Cường độ ánh sáng tại độ sâu $1m$ bằng bao nhiêu phần trăm so với cường độ ánh sáng tại mặt hồ?

b) Cường độ ánh sáng tại độ sâu $3m$ gấp bao nhiêu lần cường độ ánh sáng tại độ sâu $6m$?

Lời giải

a) $\frac{I_1}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0,84 = 84\%$.

b) $\frac{I_3}{I_6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3-6}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{4}} \approx 1,68$ (lần).

Câu 19. Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hạnh thu về là :

$$A(1+r)^n = 100(1+0,08)^{10} \approx 215,892 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra số tiền lãi bà Hạnh thu về sau 10 năm là $215,892 - 100 = 115,892$ triệu đồng.

Câu 20. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Lời giải

Ta có: $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{8} = 78,125$ nghìn con.

Do đó $s(t) = 10$ triệu con = 10000 nghìn con khi:

$$10000 = s(0) \cdot 2^t \Rightarrow 2^t = \frac{10000}{78,125} = 128 = 2^7 \Rightarrow t = 7 \text{ phút.}$$

Câu 21. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/ năm. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Số tiền người đó nhận sau n năm sẽ được tính theo công thức $T_n = 100(1+r)^n$ (triệu đồng), trong đó $r(\%)$ là lãi suất và n là số năm gửi tiền.

a) Hỏi sau 5 năm gửi tiền ở ngân hàng, người đó thu về số tiền bao nhiêu?

b) Hỏi số tiền lãi thu được của người đó sau 10 năm là bao nhiêu?

(Các kết quả trong bài được tính chính xác đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Số tiền người đó nhận sau 5 năm là: $T_5 = 100 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^5 \approx 146,93$ (triệu đồng).

b) Số tiền người đó nhận sau 10 năm là: $T_{10} = 100 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10} \approx 215,89$ (triệu đồng).

Số tiền lãi sau 10 năm gửi tiền xấp xỉ là: $215,89 - 100 = 115,89$ (triệu đồng).

Câu 22. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Lời giải

Nếu trữ lượng gỗ của khu rừng ban đầu là A thì sau năm thứ nhất, lượng gỗ có được là $A + Ar = A(1+r)$ với r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm.

Sau năm thứ hai, lượng gỗ có được là $A(1+r) + A(1+r) \cdot r = A(1+r)^2$.

Theo phương pháp quy nạp, ta chứng minh được công thức tính lượng gỗ trong khu rừng là $T_n = A(1+r)^n$

với A là lượng gỗ ban đầu, r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm và n là số năm tăng trưởng của rừng.

Vậy sau 5 năm, lượng gỗ trong khu rừng là:

$$T_5 = 4 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 = 486661,161 (m^3)$$

Câu 23. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức

$s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

Lời giải

Sau 3 phút, số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{2^3} = \frac{625000}{8} = 78125$ (tức

là ban đầu có 78125 con vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm).

Sau 10 phút, số lượng vi khuẩn là: $s(10) = 78125 \cdot 2^{10} = 80 \cdot 10^6$ (con).

LOGART

Câu 24. Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng 100 triệu đồng kì hạn 12 tháng, với lãi suất không đổi là 6% một năm. Khi đó sau n năm gửi thì tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) cho bởi công thức sau:

$$A = 100 \cdot (1 + 0,06)^n \text{ (triệu đồng)}.$$

Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, tổng số tiền bác An thu được là không dưới 150 triệu đồng?

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot (1 + 0,06)^n = 100 \cdot 1,06^n.$$

$$\text{Với } A = 150, \text{ ta có: } 100 \cdot 1,06^n = 150 \text{ hay } 1,06^n = 1,5, \text{ tức là } n = \log_{1,06} 1,5 \approx 6,96.$$

Vì gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng (tức là 1 năm) nên n phải là số nguyên. Do đó ta chọn $n = 7$.

Vậy sau ít nhất 7 năm thì bác An nhận được số tiền ít nhất là 150 triệu đồng.

Câu 25. Cô Hương gửi tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất 6% một năm.

a) Tính số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm, nếu lãi suất được tính theo một trong các thể thức sau:

- Lãi kép kì hạn 12 tháng;
- Lãi kép kì hạn 1 tháng;
- Lãi kép liên tục.

b) Tính thời gian cần thiết để cô Hương thu được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là 150 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

a) Số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm nếu lãi suất được tính theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng là $100 \cdot (1 + 6\%) = 106$ (triệu đồng).

Số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm nếu lãi suất được tính theo hình thức lãi kép kì hạn 1

$$\text{tháng là } 100 \left(1 + \frac{6\%}{12} \right)^{12} \approx 106,17 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm nếu lãi suất được tính theo hình thức lãi kép liên tục là $100 \cdot e^{6\% \cdot 1} \approx 106,18$ (triệu đồng).

b) Số tiền (cả vốn lẫn lãi) cô Hương có được sau n năm gửi ngân hàng theo hình thức lãi kép liên tục là $100 \cdot e^{6\% \cdot n}$.

$$\text{Ta có: } 150 = 100 \cdot e^{0,06n}.$$

$$\text{Suy ra } 0,06n = \ln 1,5 \text{ hay } n \approx 6,76 \text{ năm}$$

Vậy cô Hương phải gửi ngân hàng ít nhất 7 năm thì số tiền cô Hương thu được là 150 triệu đồng.

Câu 26. Độ pH của một dung dịch hoá học được tính theo công thức: $pH = -\log[H^+]$, trong đó

$[H^+]$ là nồng độ (tính theo mol/lít) của các ion hydrogen. Giá trị pH nằm trong khoảng từ 0 đến 14. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base, còn nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,01 \text{ mol/l}$ ít.

b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH bằng 7,4.

Lời giải

a) Khi $[H^+] = 0,01$, ta có: $pH = -\log 0,01 = -\log 10^{-2} = 2$.

b) Nồng độ ion hydrogen trong dung dịch đó là $[H^+] = 10^{-7,4}$.

Câu 27. Biết thời gian cần thiết (tính theo năm) để tăng gấp đôi số tiền đầu tư theo thể thức lãi kép liên tục với lãi suất không đổi r mỗi năm được cho bởi công thức sau: $t = \frac{\ln 2}{r}$. Tính thời gian cần thiết để tăng gấp đôi một khoản đầu tư khi lãi suất là 6% mỗi năm (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Ta có: $r = 6\% = 0,06$. Do đó thời gian cần thiết để tăng gấp đôi khoản đầu tư là

$$t = \frac{\ln 2}{r} = \frac{\ln 2}{0,06} \approx 11,6 \text{ (năm)}.$$

Câu 28. Biết rằng khi độ cao tăng lên, áp suất không khí sẽ giảm và công thức tính áp suất dựa trên độ cao là $a = 15500(5 - \log p)$ trong đó a là độ cao so với mực nước biển (tính bằng mét) và p là áp suất không khí (tính bằng pascal).

Tính áp suất không khí ở đỉnh Everest có độ cao khoảng 8850 m so với mực nước biển.

Lời giải

Ta có: $15500(5 - \log p) = 8850 \Leftrightarrow \log p \approx 4,43$.

Áp suất không khí ở đỉnh Everest là $p \approx 10^{4,43} \approx 26915,35 \text{ (Pa)}$.

Câu 29. Mức cường độ âm L đo bằng deciben (dB) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W / m^2) được định nghĩa như sau: $L(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}$ trong đó $I_0 = 10^{-12} W / m^2$ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe).

Xác định mức cường độ âm của mỗi âm sau:

- a) Cuộc trò chuyện bình thường có cường độ $I = 10^{-7} W / m^2$.
- b) Giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} W / m^2$.

Lời giải

a) Mức cường độ âm của cuộc trò chuyện có cường độ $I = 10^{-7} W / m^2$ là

$$10 \cdot \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^5 = 50 \text{ (dB)}.$$

b) Mức cường độ âm của giao thông thành phố có cường độ $I = 10^{-3} W / m^2$ là

$$10 \cdot \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^9 = 90 \text{ (dB)}$$

Câu 30. Trong Hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log [H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen tính bằng mol/lít. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base và nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

- a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,001 \text{ mol / l}$.
- b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH bằng 8.
- c) Khi pH tăng 1 đơn vị thì nồng độ ion hydrogen của dung dịch thay đổi thế nào?

Lời giải

a) Thay $[H^+] = 0,001$ vào công thức, ta được $pH = -\log [H^+] = -\log 0,001 = 3$.

Vậy độ pH của dung dịch bằng 3.

b) Thay $pH = 8$ vào công thức, ta được $8 = -\log [H^+]$, do đó $[H^+] = 10^{-8} \text{ mol / l}$.

Vậy nồng độ ion hydrogen trong dung dịch đó là $[H^+] = 10^{-8}$.

c) Thay vào công thức ta thấy khi pH tăng 1 đơn vị thì nồng độ ion hydrogen giảm đi 10 lần.

Câu 31. Biết rằng số chữ số của một số nguyên dương N viết trong hệ thập phân được cho bởi công thức $[\log N] + 1$, ở đó $[\log N]$ là phần nguyên của số thực dương $\log N$. Tìm số các chữ số của 2^{2023} khi viết trong hệ thập phân.

Lời giải

Số chữ số của 2^{2023} là: $[\log 2^{2023}] + 1 = [2023 \cdot \log 2] + 1 = 609$.

Câu 32. Khi gửi tiết kiệm P (đồng) theo thể thức trả lãi kép định kì với lãi suất mỗi kì là r (r cho dưới dạng số thập phân) thì số tiền A (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau t kì gửi là $A = P(1+r)^t$ (đồng). Tính thời gian gửi tiết kiệm cần thiết để số tiền ban đầu tăng gấp đôi.

Lời giải

Để số tiền ban đầu tăng gấp đôi thì $A = 2P$.

Thay $A = 2P$ vào công thức lãi kép ta có:

$2P = P(1+r)^t$, suy ra $(1+r)^t = 2$, là $t = \log_{1+r} 2$ (năm)

Câu 33. Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao lâu người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

Lời giải

Lãi suất năm là 8% nên lãi suất kì hạn 6 tháng sẽ là $r = 4\% = 0,04$.

Thay $P = 100$; $r = 0,04$ và $A = 120$ vào công thức $A = P(1+r)^t$, ta được:

$120 = 100(1+0,04)^t$. Suy ra $1,2 = 1,04^t$, hay $t = \log_{1,04} 1,2 \approx 4,65$.

Vậy sau 5 kì gửi tiết kiệm kì hạn 6 tháng, tức là sau 30 tháng, người đó sẽ nhận được ít nhất 120 triệu đồng.

Câu 34. Nồng độ cồn trong máu (BAC) là chỉ số dùng để đo lượng cồn trong máu của một người. Chẳng hạn, BAC 0,02% hay $0,2mg/ml$, nghĩa là có 0,02g cồn trong 100ml máu. Nếu một người với BAC bằng 0,02% có nguy cơ bị tai nạn ô tô cao gấp 1,4 lần so với một người không uống rượu, thì nguy cơ tương đối của tai nạn với BAC 0,02% là 1,4. Nghiên cứu y tế gần đây cho thấy rằng nguy cơ tương đối của việc gặp tai nạn khi đang lái ô tô có thể được mô hình hoá bằng một phương trình có dạng

$$R = e^{kx},$$

trong đó $x(\%)$ là nồng độ cồn trong máu và k là một hằng số.

a) Nghiên cứu chỉ ra rằng nguy cơ tương đối của một người bị tai nạn với BAC bằng 0,02% là 1,4. Tìm hằng số k trong phương trình.

b) Nguy cơ tương đối là bao nhiêu nếu nồng độ cồn trong máu là 0,17% ?

c) Tìm BAC tương ứng với nguy cơ tương đối là 100.

d) Giả sử nếu một người có nguy cơ tương đối từ 5 trở lên sẽ không được phép lái xe, thì một người có nồng độ cồn trong máu từ bao nhiêu trở lên sẽ không được phép lái xe?

Lời giải

a) Thay $R = 1,4$ và $x = 0,02\%$ vào công thức, ta được: $1,4 = e^{k \cdot \frac{0,02}{100}}$.

Suy ra $k \approx 1682,36$.

b) $R = e^{1682,36 \cdot \frac{0,17}{100}} \approx 17,46$.

c) Thay $R = 100$ vào công thức, ta được: $100 = e^{1682,36x}$. Suy ra $x \approx 0,27\%$.

d) Với $R \geq 5$ thì $x \geq 0,096\%$, tức là một người có nồng độ cồn trong máu từ khoảng 0,096% trở lên thì không được lái xe.

Câu 35. Trong nuôi trồng thủy sản, độ pH của môi trường nước sẽ ảnh hưởng đến sức khỏe và sự phát triển của thủy sản. Độ pH thích hợp cho nước trong đầm nuôi tôm sú là từ 7,2 đến 8,8 và tốt nhất là trong khoảng từ 7,8 đến 8,5. Phân tích nồng độ $[H^+]$ trong một đầm nuôi tôm sú, ta thu được $[H^+] = 8 \cdot 10^{-8}$ (Nguồn: <https://nongnghiep.farmvina.com>). Hỏi độ pH của đầm đó có thích hợp cho tôm sú phát triển không?

Lời giải

$pH = -\log[H^+] = -\log 8 \cdot 10^{-8} \approx 7,1 \Rightarrow$ Độ pH không phù hợp cho tôm sú phát triển.

Câu 36. Một vi khuẩn có khối lượng khoảng $5 \cdot 10^{-13}$ gam và cứ 20 phút vi khuẩn đó tự nhân đôi một lần (Nguồn: Câu hỏi và bài tập vi sinh học, NXB ĐHSP, 2008). Giả sử các vi khuẩn được nuôi trong các điều kiện sinh trưởng tối ưu. Hỏi sau bao nhiêu giờ khối lượng do tế bào vi khuẩn này sinh ra sẽ đạt tới khối lượng của Trái Đất (lấy khối lượng của Trái Đất là $6 \cdot 10^{27}$ gam) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Số lượng tế bào đạt đến khối lượng Trái đất là: $N = 6 \cdot 10^{27} : 5 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{17}$

Số lần phân chia: $N = N_0 \cdot 2^n \Rightarrow n = \frac{\lg N - \lg N_0}{\lg 2} = \frac{\lg 1,2 \cdot 10^{17} - \lg 5 \cdot 10^{-13}}{\lg 2} \approx 97,6$

Thời gian cần thiết là: $97,6 : 3 = 32,5$ (giờ)

Câu 37. Trong nuôi trồng thủy sản, độ pH của môi trường nước sẽ ảnh hưởng đến sức khỏe và sự phát triển của thủy sản. Độ pH thích hợp cho nước trong đầm nuôi tôm sú là từ 7,2 đến 8,8 và tốt nhất là trong khoảng từ 7,8 đến 8,5. Phân tích nồng độ $[H^+]$ (mol/L) trong một đầm nuôi tôm sú, ta thu được $[H^+] = 8 \cdot 10^{-8}$ (Nguồn: <https://nongnghiep.farmvina.com>). Hỏi độ pH của đầm đó có thích hợp cho tôm sú phát triển không? Biết $pH = -\log[H^+]$.

Lời giải

Độ pH của đầm đó là: $pH = -\log[H^+] = -\log(8 \cdot 10^{-8}) \approx 7,097$.

Do $7,097 < 7,2$ nên đầm đó không thích hợp cho tôm sú phát triển.

Câu 38. Để tính độ tuổi của mẫu vật bằng gỗ, người ta đo độ phóng xạ của $^{14}_6C$ có trong mẫu vật tại thời điểm t (năm) (so với thời điểm ban đầu $t = 0$), sau đó sử dụng công thức tính độ phóng xạ $H = H_0 e^{-\lambda t}$ (đơn vị là Becquerel, kí hiệu Bq) với H_0 là độ phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$); $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ là hằng số phóng xạ, $T = 5730$ (năm) (Nguồn: Vật lí 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2014). Khảo sát một mẫu gỗ cổ, các nhà khoa học đo được độ phóng xạ là 0,215 Bq. Biết độ phóng xạ của mẫu gỗ tươi cùng loại là 0,250 Bq. Xác định độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi t là độ tuổi của mẫu gỗ cổ.

Ta có: $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với $H = 0,215$; $H_0 = 0,250$; $\lambda = \frac{\ln 2}{5730}$.

Từ đó, $\lambda t = \ln \frac{H_0}{H} = \ln \frac{0,250}{0,215} \approx 0,1508$. Vậy $t \approx \frac{0,1508}{\lambda} \approx 1247$.

Vậy độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó xấp xỉ 1247 năm.

Câu 39. Trong hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ H^+ (ion hydrogen) tính bằng mol/L. Các dung dịch có pH bé hơn 7 thì có tính acid, có pH lớn hơn 7 thì có tính kiềm, có pH bằng 7 thì trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ H^+ là $0,0001 \text{ mol/L}$. Dung dịch này có tính acid, kiềm hay trung tính?

b) Dung dịch A có nồng độ H^+ gấp đôi nồng độ H^+ của dung dịch B.

Độ pH của dung dịch nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.

Lời giải

a) $pH = -\log 0,0001 = -\log 10^{-4} = 4 \log 10 = 4$.

Do $4 < 7$ nên dung dịch có tính acid.

b) Kí hiệu pH_A, pH_B lần lượt là độ pH của hai dung dịch A và B ; $[H^+]_A, [H^+]_B$ lần lượt là nồng độ của hai dung dịch A và B . Ta có $pH_A = -\log[H^+]_A = -\log(2[H^+]_B) = -\log 2 - \log[H^+]_B = -\log 2 + pH_B$.
Suy ra $pH_B - pH_A = \log 2 \approx 0,301$.
Vậy dung dịch B có độ pH lớn hơn và lớn hơn khoảng $0,301$.

Câu 40. a) Nước cất có nồng độ H^+ là 10^{-7} mol/L . Tính độ pH của nước cất.

b) Một dung dịch có nồng độ H^+ gấp 20 lần nồng độ H^+ của nước cất. Tính độ pH của dung dịch đó.

Lời giải

a) độ pH của nước cất là: $-\log 10^{-7} = 7$

b) độ pH của dung dịch là: $-\log(20 \cdot 10^{-7}) = 5,7$

Câu 41. Độ pH của một dung dịch hoá học được tính theo công thức:

$pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ (tính theo mol/lít) của các ion hydrogen. Giá trị pH nằm trong khoảng từ 0 đến 14. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base, còn nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,001 \text{ mol/lit}$.

b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ $pH = 7,5$.

Lời giải

a) Khi $[H^+] = 0,001$, ta có: $pH = -\log 0,001 = -\log 10^{-3} = 3$.

b) Nồng độ ion hydrogen trong dung dịch đó là $[H^+] = 10^{-7,5}$.

Câu 42. Dung dịch A có nồng độ H^+ là $0,00001 \text{ mol/L}$ và dung dịch B có nồng độ H^+ là $0,00000001 \text{ mol/L}$.

a) Tìm độ pH của mỗi dung dịch trên. Độ pH của dung dịch nào lớn hơn?

b) Dung dịch nào có tính kiềm, dung dịch nào có tính acid?

Lời giải

a) Độ pH của dung dịch A là $pH_A = -\log[H^+]_A = -\log 0,00001 = 5$.

Độ pH của dung dịch B là $pH_B = -\log[H^+]_B = -\log 0,00000001 = 8$.

Nồng độ pH của dung dịch B là lớn hơn của dung dịch A ($8 > 5$).

b) Vì $pH_A = 5 < 7$ nên dung dịch A có tính acid.

Vì $pH_B = 8 > 7$ nên dung dịch B có tính kiềm.

Câu 43. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Lời giải

Số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 1 tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3$ diện tích mặt hồ.

Sau 2 tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

Sau n tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì: $0,04 \times 3^n = 1 \Rightarrow 3^n = 25 \Rightarrow n = \log_3 25$ (tuần).

Số ngày tương ứng là $7n = 7 \log_3 25 \approx 20,51$ (ngày).

Vậy sau ít nhất 21 ngày thì bèo hoa dâu sẽ phủ kín mặt hồ.

Câu 44. a) Hãy tính độ pH của bia và rượu biết rằng nồng độ H^+ của bia và rượu theo thứ tự là 0,00008 và 0,0004.

b) Cho ba dung dịch A, B, C có nồng độ H^+ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Chứng minh rằng độ pH của ba dung dịch A, B, C theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

Lời giải

a) Độ pH của bia là $pH_b = -\log 0,00008 \approx 4,01$.

Độ pH của rượu là $pH_r = -\log 0,0004 \approx 3,4$.

b)

Gọi $[H^+]_A, [H^+]_B, [H^+]_C$ lần lượt là nồng độ H^+ của ba dung dịch A, B, C .

Gọi pH_A, pH_B, pH_C theo thứ tự là độ pH của ba dung dịch A, B, C .

Theo giả thiết, ta có: $[H^+]_B = 2[H^+]_A, [H^+]_C = 2[H^+]_B$.

Suy ra

$$pH_B - pH_A = -\log [H^+]_B - (-\log [H^+]_A) = \log \frac{[H^+]_A}{[H^+]_B} = \log \frac{[H^+]_A}{2[H^+]_A} = \log \frac{1}{2}$$

$$pH_C - pH_B = -\log [H^+]_C - (-\log [H^+]_B) = \log \frac{[H^+]_B}{[H^+]_C} = \log \frac{[H^+]_B}{2[H^+]_B} = \log \frac{1}{2}$$

Vì $pH_B - pH_A = pH_C - pH_B = \log \frac{1}{2}$ nên pH_A, pH_B, pH_C theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai bằng $\log \frac{1}{2}$

Câu 45. Cường độ một trận động đất M (độ Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Gọi M_1, M_2 lần lượt là cường độ của trận động đất ở San Francisco và ở Nam Mỹ. Trận động đất ở San Francisco có cường độ là 8 độ Richter nên:

$M_1 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8 = \log A - \log A_0$. Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là $4A$, khi đó cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

$$M_2 = \log(4A) - \log A_0 = \log 4 + (\log A - \log A_0) = \log 4 + 8 \approx 8,602. \text{ (độ Richter)}$$

HAM SỐ MU – KLOGARIT

Câu 46. Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ sau:

$A = Pe^{rt}$, trong đó P là dân số của năm lấy làm mốc, A là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng vào năm 2020, dân số Việt Nam khoảng 97,34 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 0,91% (theo danso.org). Nếu tỉ lệ tăng dân số này giữ nguyên, hãy ước tính dân số Việt Nam vào năm 2050.

Lời giải

Từ năm 2020 tới năm 2050 là 30 năm.

Ước tính dân số Việt Nam vào năm 2050 là $97,34 \cdot e^{0,91\% \cdot 30} \approx 127,9$ (triệu người).

Câu 47. Giả sử một chất phóng xạ bị phân rã theo cách sao cho khối lượng $m(t)$ của chất còn lại (tính bằng kilôgam) sau t ngày được cho bởi hàm số $m(t) = 13e^{-0,015t}$.

- a) Tìm khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$.
b) Sau 45 ngày khối lượng chất đó còn lại là bao nhiêu?

Lời giải

- a) Khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$ là $m(0) = 13 \cdot e^0 = 13(kg)$.
b) Khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 45$ là $m(45) = 13 \cdot e^{-0,015 \cdot 45} \approx 6,62(kg)$.

Câu 48. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), 0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %). Hãy tính khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng.

Lời giải

Khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng là
 $M(6) = 75 - 20 \cdot \ln(6+1) \approx 36,08\%$.

Câu 49. Trong Vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

trong đó m_0 là khối lượng của chất phóng xạ tại thời điểm ban đầu $t = 0$, $m(t)$ là khối lượng của chất phóng xạ tại thời điểm t , T là chu kỳ bán rã (là thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết rằng đồng vị plutonium-234 có chu kỳ bán rã khoảng 9 giờ. Từ khối lượng plutonium-234 ban đầu là 100 g, hãy tính khối lượng plutonium-234 còn lại sau:

- a) 9 giờ; b) 1 ngày.
(Kết quả tính theo gam và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

- a) Thay $t = 9, T = 9, m_0 = 100$ vào công thức, ta được:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} = 100 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{9}{9}} = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50(g).$$

- b) Do 1 ngày = 24 giờ nên thay $t = 24, T = 9, m_0 = 100$ vào công thức, ta được:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} = 100 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{24}{9}} \approx 15,75(g).$$

Câu 50. Nếu một ô kính ngăn khoảng 3% ánh sáng truyền qua nó thì phần trăm ánh sáng p truyền qua n ô kính liên tiếp được cho gần đúng bởi hàm số sau:

$$p(n) = 100 \cdot (0,97)^n.$$

- a) Có bao nhiêu phần trăm ánh sáng sẽ truyền qua 10 ô kính?
b) Có bao nhiêu phần trăm ánh sáng sẽ truyền qua 25 ô kính?
(Kết quả ở câu a và câu b được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

- a) $p(10) = 100 \cdot (0,97)^{10} \approx 74\%$.
b) $p(25) = 100 \cdot (0,97)^{25} \approx 47\%$.

Câu 51. Số tiền ban đầu 120 triệu đồng được gửi tiết kiệm với lãi suất năm không đổi là 6%. Tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) thu được sau 5 năm nếu nó được tính lãi kép:

- a) hàng quý;
b) hàng tháng;
c) liên tục.

(Kết quả được tính theo đơn vị triệu đồng và làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải

Để giải câu a và câu b , ta sử dụng công thức lãi kép theo định kì để tính tổng số tiền thu được

$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^t$, trong đó P là số tiền vốn ban đầu, r là lãi suất năm (r cho dưới dạng số thập phân), n là số kì tính lãi trong một năm và t là số kì gửi.

a) Ta có: $P = 120, r = 6\% = 0,06, n = 4, t = 20$. Thay vào công thức trên, ta được:

$$A = 120 \left(1 + \frac{0,06}{4} \right)^{20} = 120 \cdot 1,015^{20} \approx 161,623 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Ta có: $P = 120, r = 6\% = 0,06, n = 12, t = 60$. Thay vào công thức trên, ta được:

$$A = 120 \left(1 + \frac{0,06}{12} \right)^{60} = 120 \cdot 1,005^{60} \approx 161,862 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Ta sử dụng công thức lãi kép liên tục $A = Pe^{rt}$, ở đây r là lãi suất năm (r cho dưới dạng số thập phân) và t là số năm gửi tiết kiệm.

Ta có: $P = 120, r = 6\% = 0,06, t = 5$ nên

$$A = 120 \cdot e^{0,06 \cdot 5} = 120 \cdot e^{0,3} \approx 161,983 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 52. Chu kì bán rã của đồng vị phóng xạ Radi 226 là khoảng 1600 năm. Giả sử khối lượng m (tính bằng gam) còn lại sau t năm của một lượng Radi 226 được cho bởi công thức:

$$m = 25 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{1600}}.$$

a) Khối lượng ban đầu (khi $t = 0$) của lượng Radi 226 đó là bao nhiêu?

b) Sau 2500 năm khối lượng của lượng Radi 226 đó là bao nhiêu?

Lời giải

$$a) m(0) = 25 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^0 = 25(g).$$

$$b) m(2500) = 25 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2500}{1600}} \approx 8,46(g).$$

Câu 53. Trong Vật lí, mức cường độ âm (tính bằng deciben, kí hiệu là dB) được tính bởi công thức

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \text{ trong đó } I \text{ là cường độ âm tính theo } W/m^2 \text{ và } I_0 = 10^{-12} W/m^2 \text{ là cường độ âm chuẩn, tức}$$

là cường độ âm thấp nhất mà tai người có thể nghe được.

a) Tính mức cường độ âm của một cuộc trò chuyện bình thường có cường độ âm là $10^{-7} W/m^2$.

b) Khi cường độ âm tăng lên 1000 lần thì mức cường độ âm (đại lượng đặc trưng cho độ to nhỏ của âm) thay đổi thế nào?

Lời giải

a) Mức cường độ âm của cuộc trò chuyện bình thường có cường độ âm $10^{-7} W/m^2$ là

$$L = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 50(dB).$$

$$b) \text{ Ta có: } 10 \log \frac{1000I}{I_0} = 10 \cdot \left(\log 1000 + \log \frac{I}{I_0} \right) = 30 + 10 \log \frac{I}{I_0}.$$

Vậy mức cường độ âm tăng lên $30dB$.

Câu 54. Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được cho bởi công thức: $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$; trong

đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời

điểm t và T là chu kì bán rã (Nguồn: Giải tích 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã là 138 ngày (Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Giả sử lúc đầu có 100 gam Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày là: $m(100) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100}{138}} \approx 60,5(g)$.

Câu 55. Lốc xoáy là hiện tượng một luồng không khí xoáy tròn mở rộng ra từ một đám mây dông xuống tới mặt đất (Hình 10). Các cơn lốc xoáy thường có sức tàn phá rất lớn. Tốc độ S (dặm/giờ) của gió gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức: $S = 93 \log d + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy di chuyển được.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Hãy tính tốc độ của gió ở gần tâm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) khi cơn lốc xoáy di chuyển được quãng đường là:

- a) 5 dặm;
- b) 10 dặm.



Hình 10

(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Lời giải

a) Tốc độ của gió ở gần tâm khi cơn lốc xoáy di chuyển được quãng đường 5 dặm là:

$$S = 93 \log 5 + 65 \approx 130 \text{ (dặm/giờ)}$$

b) Tốc độ của gió ở gần tâm khi cơn lốc xoáy di chuyển được quãng đường 10 dặm là:

$$S = 93 \log 10 + 65 = 158 \text{ (dặm/giờ)}$$

Câu 56. Ta coi năm lấy làm mốc để tính dân số của một vùng (hoặc một quốc gia) là năm 0. Khi đó, dân số của quốc gia đó ở năm thứ t là hàm số theo biến t được cho bởi công thức: $S = A.e^{rt}$, trong đó A là dân số của vùng (hoặc quốc gia) đó ở năm 0 và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm (Nguồn: Giải tích 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Biết rằng dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là 98564407 người và tỉ lệ tăng dân số là 0,93%/năm (Nguồn: <https://danso.org/viet-nam>). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm là như nhau tính từ năm 2021, nêu dự đoán dân số Việt Nam năm 2030 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Dân số năm 2030 là $S = A.e^{r \cdot t} = 98564407 \cdot e^{9,0,93\%} \approx 107169341$ (người)

Câu 57. Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số mũ để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(t) = c(1 - e^{-kt})$, trong đó c là tổng số đơn vị kiến thức học sinh phải học, k (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, t (ngày) là thời gian học và $f(t)$ là số đơn vị kiến thức học sinh đã học được (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Giả sử một em học sinh phải tiếp thu 25 đơn vị kiến thức mới. Biết rằng, tốc độ tiếp thu của em học sinh là $k = 0,2$. Hỏi em học sinh sẽ học được (khoảng) bao nhiêu đơn vị kiến thức mới sau 2 ngày? Sau 8 ngày? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trong 2 ngày, em học sinh nhớ được: $f(t) = c(1 - e^{-kt}) = 25 \cdot (1 - e^{-0,2 \cdot 2}) \approx 8$ (đơn vị)

Trong 8 ngày, em học sinh nhớ được: $f(t) = c(1 - e^{-kt}) = 25 \cdot (1 - e^{-0,2 \cdot 8}) \approx 20$ (đơn vị)

Câu 58. Chỉ số hay độ pH của một dung dịch được tính theo công thức: $pH = -\log[H^+]$. Phân tích nồng độ ion hydrogen $[H^+]$ trong hai mẫu nước sông, ta có kết quả sau: Mẫu 1: $[H^+] = 8 \cdot 10^{-7}$; Mẫu 2: $[H^+] = 2 \cdot 10^{-9}$.

Không dùng máy tính cầm tay, hãy so sánh độ pH của hai mẫu nước trên.

Lời giải

$$+ \text{Mau 1: } pH = -\log[H^+] = -\log(8 \cdot 10^{-7}) = -\log 8 - \log 10^{-7} = -\log 8 + 7 \log 10 = -\log 8 + 7 = -3 \log 2 + 7 \quad D$$

$$+ \text{Mau 2: } pH = -\log[H^+] = -\log(2 \cdot 10^{-9}) = -\log 2 - \log 10^{-9} = -\log 2 + 9$$

$$o \quad 3 \log 2 > \log 2 \Rightarrow -3 \log 2 < -\log 2 \Rightarrow -3 \log 2 + 7 < -\log 2 + 9 \Rightarrow -3 \log 2 < -\log 2 + 9$$

\Rightarrow Độ pH của mẫu 2 lớn hơn độ pH của mẫu 1.

Câu 59. Cô Yên gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Yên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (đồng), cô Yên sử dụng công thức

$$y = \log_{1,06} \left(\frac{x}{10} \right). \text{ Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì cô Yên có thể rút ra được số tiền 15 triệu đồng từ tài}$$

khoản tiết kiệm đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

$$\text{Số năm người đó được cả vốn lẫn lãi là 15 triệu đồng là: } y = \log_{1,06} \left(\frac{x}{10} \right) = \log_{1,06} \left(\frac{15}{10} \right) \approx 7 \text{ (năm)}$$

Câu 60. Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số mũ để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(t) = c(1 - e^{-kt})$, trong đó c là tổng số đơn vị kiến thức học sinh phải học, k (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, t (ngày) là thời gian học và $f(t)$ là số đơn vị kiến thức học sinh đã học được.

(Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson).

Giả sử một em học sinh phải tiếp thu 25 đơn vị kiến thức mới. Biết rằng tốc độ tiếp thu của em học sinh là $k = 0,2$. Hỏi em học sinh sẽ học được (khoảng) bao nhiêu đơn vị kiến thức mới sau 2 ngày? Sau 8 ngày (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Sau 2 ngày, em học sinh đó học được số đơn vị kiến thức mới là:

$$f(2) = 25 \cdot (1 - e^{-0,2 \cdot 2}) \approx 8 \text{ (đơn vị kiến thức).}$$

Sau 8 ngày, em học sinh đó học được số đơn vị kiến thức mới là:

$$f(8) = 25 \cdot (1 - e^{-0,2 \cdot 8}) \approx 20 \text{ (đơn vị kiến thức).}$$

Câu 61. Cô Yên gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Yên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (đồng), cô Yên sử dụng công thức

$$y = \log_{1,06} \left(\frac{x}{10} \right). \text{ Hỏi sau ít nhất}$$

bao nhiêu năm thì cô Yên có thể rút ra được số tiền 15 triệu đồng từ tài khoản tiết kiệm đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Cô Yên có thể rút ra được số tiền 15 triệu đồng sau ít nhất số năm là:

$$y = \log_{1,06} \left(\frac{15}{10} \right) \approx 7 \text{ (năm).}$$

Câu 62. Các nhà khoa học xác định được chu kỳ bán rã của ${}^{14}_6C$ là 5730 năm, tức là sau 5730 năm thì số nguyên tử ${}^{14}_6C$ giảm đi một nửa.

- a) Gọi m_0 là khối lượng của ${}^{14}_6C$ tại thời điểm $t = 0$. Viết công thức tính khối lượng $m(t)$ của ${}^{14}_6C$ tại thời điểm t (năm).
- b) Một cây còn sống có lượng ${}^{14}_6C$ trong cây được duy trì không đổi. Nhưng nếu cây chết thì lượng ${}^{14}_6C$ trong cây phân rã theo chu kỳ bán rã của nó. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy một mẫu gỗ cổ được xác định chết cách đây 2000 năm. Tính tỉ lệ phần trăm lượng ${}^{14}_6C$ còn lại trong mẫu gỗ cổ đó so với lúc còn sinh trưởng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

$$a) m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

- b) Tỉ lệ phần trăm lượng ${}^{14}_6C$ còn lại trong mẫu gỗ cổ đó so với lúc còn sinh trưởng là:

$$\frac{m(2000)}{m_0} \cdot 100\% = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2000}{5730}} \cdot 100\% \approx 78,5\%.$$

Câu 63. Mức cường độ âm $L(dB)$ được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó $I(W/m^2)$ là cường độ âm. Tai người có thể nghe được âm có cường độ âm từ $10^{-12} W/m^2$ đến $10 W/m^2$. Tính mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được.

Lời giải

Mức cường độ âm tai người có thể nghe được từ $0dB$ đến $130dB$.

Câu 64. Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05% / năm (nguồn: <https://www.worldmeters.info/world-population>). Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:

$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t$ (tỉ người) (*). Khi đó, hãy tính dân số thế giới vào năm 2025 và vào năm 2030. (Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7).

Lời giải

Năm 2025 ứng với $t = 5$ nên có dân số thế giới là $P(5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^5 \approx 8,213$ (tỉ người).

Năm 2030 ứng với $t = 10$ nên có dân số thế giới là $P(10) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^{10} \approx 8,653$ (tỉ người).

Câu 65. Khối lượng vi khuẩn của một mẻ nuôi cấy sau t giờ kể từ thời điểm ban đầu được cho bởi công thức $M(t) = 50 \cdot 1,06^t$ (g).

(Nguồn: Sinh học 10, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 101)

- a) Tìm khối lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu nuôi cấy (gọi là khối lượng ban đầu).
- b) Tính khối lượng vi khuẩn sau 2 giờ và sau 10 giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- c) Khối lượng vi khuẩn tăng dần hay giảm dần theo thời gian? Tại sao?

Lời giải

a) Khối lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu nuôi cấy là: $M(0) = 50 \cdot 1,06^0 = 50$

b) Khối lượng vi khuẩn sau 2 giờ là: $M(2) = 50 \cdot 1,06^2 = 56,18$

Khối lượng vi khuẩn sau 10 giờ là: $M(10) = 50 \cdot 1,06^{10} = 89,54$

c) Do $1,06 > 1$ nên hàm số $M(t)$ đồng biến

Do đó, khối lượng vi khuẩn tăng dần theo thời gian

Câu 66. Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) (dB)$ là đơn vị mức

cường độ âm, đọc là đêxiben), trong đó I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được).

(Nguồn: Vật lý 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52,53)

- Mức cường độ âm L thấp nhất mà tai người có thể nghe được là bao nhiêu?
- Cuộc trò chuyện có cường độ âm $10^{-9} W/m^2$ thì có mức cường độ âm bằng bao nhiêu?
- Cường độ âm tại một khu văn phòng nằm trong miền từ $10^{-7} W/m^2$ đến $5 \cdot 10^{-6} W/m^2$ (tức là $10^{-7} \leq I \leq 5 \cdot 10^{-6}$). Mức cường độ âm tại khu văn phòng này nằm trong khoảng nào? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.)

Lời giải

a) Khi $I = I_0$ thì $L = 10 \log 1 = 0 (dB)$. Vậy mức cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được là $0 dB$.

b) Khi $I = 10^{-9} W/m^2$, ta có $L = 10 \log \frac{10^{-9}}{10^{-12}} = 10 \log 10^3 = 30 \log 10 = 30 (dB)$.

c) Với $I = 10^{-7} W/m^2$, $L = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 10^5 = 50 \log 10 = 50 (dB)$.

Với $I = 5 \cdot 10^{-6} W/m^2$, $L = 10 \log \frac{5 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log (5 \cdot 10^6) = 10(6 + \log 5) \approx 67 (dB)$.

Hàm số $y = \log x$ đồng biến nên hàm số $y = 10 \log x$ cũng đồng biến.

Do đó, từ $10^{-7} \leq I \leq 5 \cdot 10^{-6}$ suy ra $50 \leq L \leq 67$.

Vậy mức cường độ âm tại khu văn phòng nằm trong khoảng từ $50 dB$ đến $67 dB$.

Câu 67. Mức cường độ âm được tính theo công thức như ở Ví dụ 6.

- Tiếng thì thầm có cường độ âm $I = 10^{-10} W/m^2$ thì có mức cường độ âm bằng bao nhiêu?
- Để nghe trong thời gian dài mà không gây hại cho tai, âm thanh phải có cường độ không vượt quá 100000 lần cường độ của tiếng thì thầm. Âm thanh không gây hại cho tai khi nghe trong thời gian dài phải ở mức cường độ âm như thế nào?

Lời giải

a) Vì $1,3 > 1$ nên hàm số $y = 1,3^x$ là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . Mà $0,7 > 0,6$ nên $1,3^{0,7} > 1,3^{0,6}$

b) Vì $0,75 < 1$ nên hàm số $y = 0,75^x$ là hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} . Mà $-2,3 > -2,4$ nên $0,75^{-2,3} > 0,75^{-2,4}$

Câu 68. Cường độ ánh sáng I dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot a^d$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển, a là hằng số ($a > 0$) và d là độ sâu tính bằng mét tính từ mặt nước biển.

(Nguồn: <https://www.britannica.com/science/seawater/Optical-properties>)

- Có thể khẳng định rằng $0 < a < 1$ không? Giải thích.
- Biết rằng cường độ ánh sáng tại độ sâu $1m$ bằng $0,95I_0$. Tìm giá trị của a .
- Tại độ sâu $20m$, cường độ ánh sáng bằng bao nhiêu phần trăm so với I_0 ? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.)

Lời giải

a) Vì cường độ ánh sáng giảm dần theo độ sâu, tức là hàm số $I = I_0 a^d$ nghịch biến

Do đó, $0 < a < 1$

b) Khi $d = 1$, ta có $0,95I_0 = I_0 \cdot a^1$

Suy ra $a = 0,95$

c) Khi $d = 20$. Ta có $I = I_0 \cdot 0,95^{20} = 0,36I_0$

Vậy tại độ sâu $20m$ thì $I = 36$

Câu 69. Công thức $h = -19,4 \cdot \log \frac{P}{P_0}$ là mô hình đơn giản cho phép tính độ cao h so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung (tính bằng kilômét) theo áp suất không khí P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển (cùng tính bằng Pa - đơn vị áp suất, đọc là Pascal).

(Nguồn: <https://doi.org/10.1007/s40828-020-0111-6>)

- a) Nếu áp suất không khí ngoài máy bay bằng $\frac{1}{2}P_0$ thì máy bay đang ở độ cao nào?
- b) Áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi A bằng $\frac{4}{5}$ lần áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi B . Ngọn núi nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

Lời giải

a) Khi $P = \frac{1}{2}P_0$ thì $h = -19,4 \cdot \log \frac{\frac{1}{2}P_0}{P_0} = 5,84(km)$

b) Ta có $P_A = \frac{4}{5}P_B$

Ta có:

$$\begin{aligned} h_A - h_B &= -19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_0} + 19,4 \cdot \log \frac{P_B}{P_0} = -19,4 \left(\log \frac{P_A}{P_0} - \log \frac{P_B}{P_0} \right) \\ &= -19,4 \log \frac{\frac{P_A}{P_0}}{\frac{P_B}{P_0}} = -19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_B} = -19,4 \cdot \log \frac{4}{5} = 1,88 \end{aligned}$$

Vậy ngọn núi A cao hơn ngọn núi B 1,88 km

Câu 70. Sau khi bệnh nhân uống một liều thuốc, lượng thuốc còn lại trong cơ thể giảm dần và được tính theo công thức $D(t) = D_0 \cdot a^t (mg)$, trong đó D_0 và a là các hằng số dương, t là thời gian tính bằng giờ kể từ thời điểm uống thuốc.

- a) Tại sao có thể khẳng định rằng $0 < a < 1$?
- b) Biết rằng bệnh nhân đã uống 100mg thuốc và sau 1 giờ thì lượng thuốc trong cơ thể còn 80mg. Hãy xác định giá trị của D_0 và a .
- c) Sau 5 giờ, lượng thuốc đã giảm đi bao nhiêu phần trăm so với lượng thuốc ban đầu?

Lời giải

a) Do lượng thuốc trong cơ thể giảm dần, nên hàm số $D(t)$ nghịch biến, do đó $0 < a < 1$.

b) $D_0 = 100, a = \frac{80}{100} = 0,8$.

c) Sau 5 giờ, lượng thuốc còn $D(5) = 100 \cdot 0,8^5$. Tỷ lệ lượng thuốc đã giảm so với lượng thuốc ban đầu là

$$\frac{D_0 - D(5)}{D_0} = \frac{100 - 100 \cdot 0,8^5}{100} \approx 0,6723 \approx 67,23\%.$$

Câu 71. Ông Quý dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Quý gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

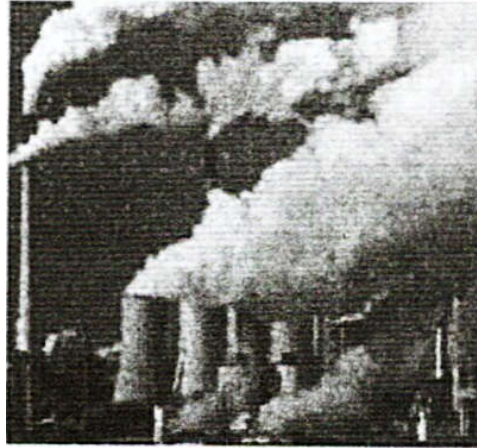
Lời giải

Công thức lãi kép $T = A(1+r)^n$

Tiền lãi ông Quý có sau 3 năm sẽ là tiền gốc lẫn lãi trừ đi số tiền gốc ban đầu Ta có:

$$A(1+6,5\%)^3 - A \geq 30 \Leftrightarrow A \geq \frac{30}{(1+6,5\%)^3 - 1} \approx 144,26 \text{ triệu.}$$

Câu 72. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^{\circ}\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu $^{\circ}\text{C}$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?



Lời giải

Theo bài ta có $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases}$ (1). Ta cần tìm t sao cho $k \cdot a^t = 20\%$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2} \text{ và } a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t-2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7.$$

Câu 73. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

Lời giải

Số tiền ông An kiếm được trong 3 năm đầu là: $3 \cdot 12 = 36$ triệu đồng.

Số tiền ông An có được sau 18 năm đi làm là:

$$S_1 = 36 + 36 \cdot (1 + 40\%)^1 + \dots + 36 \cdot (1 + 40\%)^5 + 36 \cdot (1 + 4\%)^6$$

Số tiền ông An nhận sau 2 năm cuối (năm thứ 19 và 20) là $S_2 = 2 \cdot 12 \cdot (1 + 4\%)^6$

Do đó tổng số tiền ông An thu được là:

$$S = 36 \cdot \frac{1 - (1,4)^6}{1 - 1,4} + 24 \cdot (1,4)^6 \approx 768,37 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 74. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = A \cdot e^{nr} \Leftrightarrow e^{nr} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow nr = \ln \frac{S}{A} \Leftrightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}$$

với $S = 93713700$ người; $A = 80902400$ người; $r = \frac{1,47}{100} = 0,0147 / \text{năm}$.

$$\text{Suy ra } n = \frac{1}{0,0147} \ln \frac{93713000}{80902400} \approx 10.$$

Vậy tối thiểu đến năm 2015 thì dân số của Việt Nam có khoảng 93713000 người.

Câu 75. Người ta phân tích nồng độ H^+ của hai loại dung dịch A và B thì biết rằng dung dịch A có nồng độ H^+ lớn hơn nồng độ H^+ của dung dịch B . Hỏi độ pH của dung dịch nào lớn hơn?

Lời giải

$$\text{Độ } pH \text{ của dung dịch } A \text{ là: } pH_A = -\log [H^+]_A = \log \left([H^+]_A \right)^{-1} = \log \frac{1}{[H^+]_A}.$$

$$\text{Độ } pH \text{ của dung dịch } B \text{ là: } pH_B = -\log [H^+]_B = \log \left([H^+]_B \right)^{-1} = \log \frac{1}{[H^+]_B}.$$

Xét hàm số $y = \log x$ có cơ số $10 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Mặt khác } [H^+]_A > [H^+]_B > 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{[H^+]_A} < \frac{1}{[H^+]_B}.$$

$$\text{Vì vậy } \log \frac{1}{[H^+]_A} < \log \frac{1}{[H^+]_B}.$$

Vậy độ pH của dung dịch B lớn hơn độ pH của dung dịch A .

Câu 76. Trong vật lí, sự phân rã các chất phóng xạ được cho bởi công thức:

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kỳ bán rã.
Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kỳ bán rã 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến phần nghìn).

Lời giải

Khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày là:

$$m(100) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{100}{138}} \approx 60,515(g).$$

Câu 77. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức:

$$M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), 0 \leq t \leq 12 \text{ (đơn vị: \%)}$$

a) Hãy tính khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng.

b) Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

Lời giải

a) Sau 6 tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó là:

$$M(6) = 75 - 20 \ln(6+1) \approx 36,08\%.$$

b) Theo giả thiết, học sinh nhớ được một nửa danh sách các loài vật, tức là

$$M(t) = 50(\%)$$

Ta có:

$$50 = 75 - 20 \ln(t+1) \Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow t+1 = e^{\frac{5}{4}} \Leftrightarrow t \approx 2,49 \text{ (tháng)}.$$

Vậy qua tháng thứ 3 khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh là 50 (%).

Câu 78. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = 780 \cdot (0,905)^t$. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc ô tô đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Ta cần tìm t sao cho $V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300 \Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \frac{5}{13} \approx 9,6$.

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Câu 79. Áp suất khí quyển p (tính bằng kilôpascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$

(Theo britannica.com)

a) Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4 km.

b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

Lời giải

a) Ta có: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{4}{7}$, từ đó: $\frac{p}{100} = e^{-\frac{4}{7}} \Leftrightarrow p = 100e^{-\frac{4}{7}} \approx 56,47(kPa)$.

b) Khi ở độ cao trên 10 km thì $h > 10$, do đó:

$\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7} < -\frac{10}{7} \Leftrightarrow 0 < \frac{p}{100} < e^{-\frac{10}{7}} \Leftrightarrow 0 < p < 100 \cdot e^{-\frac{10}{7}} \approx 23,97(kPa)$.

Vậy áp suất khí quyển sẽ nhỏ hơn 23,97 kPa.

Câu 80. Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm là: $A = 500 \cdot (1 + 0,075)^n$ (triệu đồng).

Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

Lời giải

Để có được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) thì

$500 \cdot 1,075^n \geq 800 \Leftrightarrow 1,075^n \geq 1,6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,075} 1,6 \approx 6,5$ (năm)

Vậy cần tối thiểu 7 năm gửi tiết kiệm thì bác An thu được ít nhất 800 triệu đồng.

Câu 81. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N(t)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức sau: $N(t) = 500e^{0,4t}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con?

Lời giải

Số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con khi và chỉ khi

$N(t) \geq 80000 \Leftrightarrow 500e^{0,4t} \geq 80000 \Leftrightarrow e^{0,4t} \geq 160 \Leftrightarrow t \geq \ln 160 : 0,4 \approx 12,69$ (giờ)

Vậy sau khoảng 12,69 giờ thì số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con.

Câu 82. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức: $T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$?

Lời giải

a) Nhiệt độ T_0 ban đầu của vật ứng với nhiệt độ tại thời điểm $t = 0$, từ đó ta được

$$T_0 = T(0) = 25 + 70e^{-0,5 \cdot 0} = 25 + 70 = 95(^{\circ}C). 16$$

b) Nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ khi t thỏa mãn phương trình

$$25 + 70e^{-0,5t} = 30 \Leftrightarrow e^{-0,5t} = \frac{1}{14} \Leftrightarrow -0,5t = \ln \frac{1}{14} \Leftrightarrow t = 2 \ln 14 \approx 5,278.$$

Vậy sau khoảng 5,28 phút thì nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$.

Câu 83. Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lít) của một dung dịch có độ pH là 8.

Lời giải

Do nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH là 8 nên

$$-\log[H^+] = 8 \Leftrightarrow [H^+] = 10^{-8}. \text{ Vậy nồng độ ion hydrogen của một dung dịch là } 10^{-8} \text{ mol / lít.}$$

Câu 84. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ

$$\text{còn giá trị là } A = P \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n.$$

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?

b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là bao nhiêu?

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Lời giải

a) Nếu tỉ lệ lạm phát 8% một năm thì 100 triệu đồng sau 2 năm sức mua sẽ còn lại là

$$A = 100 \cdot (1 - 0,08)^2 = 84,649 \text{ (triệu đồng)}$$

$$b) \text{ Ta có: } 100 \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^2 = 90 \Leftrightarrow \left(1 - \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{9}{10} \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow r = 100 \left(1 - \frac{3\sqrt{10}}{10}\right) \approx 5.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát khoảng 5% một năm.

c) Với tỉ lệ lạm phát 5% một năm thì với số tiền P ban đầu sau n năm sức mua còn lại là

$$A = P \cdot (1 - 0,05)^n. \text{ Theo giả thiết, ta có:}$$

$$P \cdot (1 - 0,05)^n = \frac{P}{2} \Leftrightarrow 0,95^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n = \log_{0,95} \frac{1}{2} \approx 13,51.$$

Vậy với tỉ lệ lạm phát 5% một năm sau khoảng 14 năm thì sức mua chỉ còn lại một nửa.

Câu 85. Giả sử quá trình nuôi cấy vi khuẩn tuân theo quy luật tăng trưởng tự do. Khi đó, nếu gọi N_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu và $N(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ thì ta có: $N(t) = N_0 e^{rt}$, trong đó r là tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn mỗi giờ.

Giả sử ban đầu có 500 con vi khuẩn và sau 1 giờ tăng lên 800 con. Hỏi:

a) Sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là khoảng bao nhiêu con?

b) Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng lên gấp đôi?

Lời giải

a) Ta có: $800 = 500e^{r \cdot 1} \Leftrightarrow r = \ln 1,6 \approx 0,47$. Vậy số lượng vi khuẩn sau 5 giờ là

$$N = N(5) = 500e^{5 \ln 1,6} = 500 \cdot 1,6^5 = 5242,88; \text{ tức là khoảng } 5242 \text{ con.}$$

$$b) \text{ Ta có: } 2 \cdot 500 = 500e^{t \ln 1,6} = 500 \cdot 1,6^t \Leftrightarrow 1,6^t = 2 \Leftrightarrow t = \log_{1,6} 2 \approx 1,47.$$

Vậy sau khoảng 1,47 giờ thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng gấp đôi.

Câu 86. Vào năm 1938, nhà vật lý Frank Benford đã đưa ra một phương pháp để xác định xem một bộ số đã được chọn ngẫu nhiên hay đã được chọn theo cách thủ công. Nếu bộ số này không được chọn ngẫu nhiên thì công thức Benford sau sẽ được dùng ước tính xác suất P để chữ số d là chữ số đầu tiên của bộ số đó:

$$P = \log \frac{d+1}{d}.$$

Chẳng hạn, xác suất để chữ số đầu tiên là 9 bằng khoảng 4,6% (thay $d = 9$ trong công thức Benford để tính P).

- Viết công thức tìm chữ số d nếu cho trước xác suất P .
- Tìm chữ số có xác suất bằng 9,7% được chọn.
- Tính xác suất để chữ số đầu tiên là 1.

Lời giải

a) Ta có: $P = \log \frac{d+1}{d} \Leftrightarrow \frac{d+1}{d} = 10^P \Leftrightarrow d = \frac{1}{10^P - 1}.$

b) Nếu $P = 9,7\%$ thì $d = \frac{1}{10^{9,7\%} - 1} \approx 4$. Vậy số được chọn là 4.

c) Xác suất để chữ số đầu tiên là 1 là $P = \log \frac{1+1}{1} = \log 2 \approx 30,1\%.$

Câu 87. Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm (theo danso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$ có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm t .

- Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người?
- Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

Lời giải

- a) Dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người khi t thỏa mãn phương trình:

$$\begin{aligned} 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020} &= 8,5 \\ \Leftrightarrow 1,0105^{t-2020} &= \frac{8,5}{7,79} \\ \Leftrightarrow t - 2020 &= \log_{1,0105} \frac{8,5}{7,79} \\ \Leftrightarrow t &= 2020 + \log_{1,0105} \frac{8,5}{7,79} \approx 2028,35. \end{aligned}$$

Vậy theo mô hình đã cho thì đến năm 2029 dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người.

- b) Dân số thế giới là 10 tỉ người khi t thỏa mãn phương trình:

$$\begin{aligned} 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020} &= 10 \\ \Leftrightarrow (1,0105)^{t-2020} &= \frac{10}{7,79} \\ \Leftrightarrow t - 2020 &= \log_{1,0105} \frac{10}{7,79} \\ \Leftrightarrow t &= 2020 + \log_{1,0105} \frac{10}{7,79} \approx 2043,91. \end{aligned}$$

Vậy theo mô hình đã cho thì đến năm 2044 dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

Câu 88. Áp suất khí quyển p lên một vật giảm khi độ cao tăng dần. Giả sử áp suất này (tính bằng milimét thủy ngân) được biểu diễn theo độ cao h (tính bằng kilômét) so với mực nước biển bằng công thức $p(h) = 760 \cdot e^{-0,145h}$.

- a) Một máy bay đang chịu áp suất khí quyển 320mmHg. Tìm độ cao của máy bay đó.

b) Một người đứng trên đỉnh của một ngọn núi và chịu áp suất khí quyển 667mmHg . Tìm chiều cao của ngọn núi này.

Lời giải

a) Giải phương trình $760e^{-0,145h} = 320$, ta tìm được $h \approx 5,965\text{ km}$.

Vậy độ cao của máy bay là khoảng $5,965\text{ km}$.

b) Giải phương trình $760e^{-0,145h} = 667$, ta tìm được $h \approx 0,9\text{ km}$.

Vậy chiều cao của ngọn núi là khoảng $0,9\text{ km}$.

Câu 89. Giả sử giá trị còn lại V (triệu đồng) của một chiếc ô tô nào đó sau t năm được cho bằng công thức $V(t) = 730 \cdot (0,82)^t$.

a) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng?

b) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng?

(Kết quả của câu a và câu b được tính tròn năm).

Lời giải

a) Giải phương trình $730 \cdot (0,82)^t = 500$, ta được $t \approx 1,91$ năm.

Vậy chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng sau khoảng 2 năm.

b) Giải phương trình $730 \cdot (0,82)^t = 200$, ta được $t \approx 6,52$ năm.

Vậy chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng sau khoảng 7 năm.

Câu 90. Giả sử tổng chi phí hoạt động (đơn vị tỉ đồng) trong một năm của một công ty được tính bằng công thức $C(t) = 90 - 50e^{-t}$, trong đó t là thời gian tính bằng năm kể từ khi công ty được thành lập. Tính chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải

Chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập là:

$$C(10) = 90 - 50e^{-10} \approx 89,998 \text{ (tỉ đồng)}$$

Câu 91. Nhắc lại rằng độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức $pH = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng mol/lít. Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ 7,30 đến 7,45. Hỏi nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn nào?

Lời giải

$$\text{Ta có: } 7,30 \leq -\log[H^+] \leq 7,45$$

$$\Leftrightarrow -7,30 \geq \log[H^+] \geq -7,45$$

$$\Leftrightarrow 10^{-7,30} \geq [H^+] \geq 10^{-7,45}.$$

Vậy nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn $[5,01 \cdot 10^{-8}; 3,55 \cdot 10^{-8}]$.

Câu 92. Nhắc lại rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó I

là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$.

a) Tính cường độ âm của âm thanh tàu điện ngầm có mức cường độ âm là 100 dB.

b) Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ 70 dB đến 85 dB. Hỏi cường độ âm thay đổi trong đoạn nào?

Lời giải

a) Giải phương trình $100 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, ta tìm được $I = 0,01$.

$$\text{b) Ta có: } 70 \leq 10 \log \frac{1}{10^{-12}} \leq 85.$$

Giải bất phương trình này, ta được $10^{-5} \leq I \leq 10^{-3,5}$.

trong đó t là thời gian (tính bằng năm) kể từ thời điểm hiện tại và P là chi phí hiện tại cho hàng hoá hoặc dịch vụ đó. Giả sử hiện tại chi phí cho mỗi lần thay dầu ô tô là 800 nghìn đồng. Hãy ước tính chi phí cho mỗi lần thay dầu ô tô sau 5 năm nữa (kết quả tính theo đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị).

Chi phí cho mỗi lần thay dầu ô tô sau 5 năm nữa là:

$$C(5) = 800(1 + 0,04)^5 \approx 973 \text{ (nghìn đồng).}$$

Câu 94. Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu m_0 được cho bởi

công thức: $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó t là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và T là chu kì bán rã của chất

đó. Biết rằng chất phóng xạ polonium-210 có chu kì bán rã là 138 ngày. Từ khối lượng polonium-210 ban đầu 100 g, sau bao lâu khối lượng còn lại là:

- a) 50 g? b) 10 g?

(Kết quả tính theo ngày và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

- a) Giải phương trình $100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} = 50$, ta được $t = 138$.

Vậy sau 138 ngày thì khối lượng polonium-210 còn 50 g.

- b) Giải phương trình $100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}} = 10$, ta được $t \approx 458,43$.

Vậy sau khoảng 458,43 ngày thì khối lượng polonium-210 còn 10 g.

Câu 95. Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian (tính bằng cent) giữa hai nốt nhạc có tần số

$$a \text{ và } b \text{ là } n = 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{b}$$

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008)

- a) Tìm khoảng thời gian tính bằng cent khi tần số thay đổi từ 443 Hz về 415 Hz .
b) Giả sử khoảng thời gian là 55 cent và tần số đầu là 225 Hz , hãy tìm tần số cuối cùng.

Lời giải

- a) Khoảng thời gian giữa hai nốt nhạc khi tần số thay đổi từ 443 Hz về 415 Hz là $1200 \cdot \log_2 \frac{443}{415} \approx 113$ (cent).

- b) Giải phương trình $55 = 1200 \cdot \log_2 \frac{225}{b}$, ta được $b \approx 218$.

Vậy tần số cuối cùng cần tìm là $218Hz$.

Câu 96. Dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là $A = 98564407$ người.

(Nguồn: <https://danso.org/viet-nam>)

Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2021) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số Việt Nam vượt quá 110 triệu người?

Lời giải

Ta có: $98564\,407 \cdot e^{0,0093t} > 110000000 \Leftrightarrow e^{0,0093t} > 110000000 : 98564407$

$\Leftrightarrow 0,0093t > \ln \frac{110000000}{98564407}$. Suy ra $t > 11,803$. Vậy sau 12 năm tính từ mốc năm 2021, tức là từ năm 2033 trở đi, dân số Việt Nam vượt quá 110 triệu người.

Câu 97. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm (Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới $60 dB$. Hỏi cường độ âm ở khu vực đó phải dưới bao nhiêu W/m^2 ?

Lời giải

$$\text{Ta có: } L < 60 \Leftrightarrow 10 \log \frac{I}{10^{-12}} < 60 \Leftrightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} < 6 \Leftrightarrow \log I - \log 10^{-12} < 6$$

$$\Leftrightarrow \log I + 12 < 6 \Leftrightarrow \log I < -6 \Leftrightarrow I < 10^{-6}.$$

Vậy cường độ âm ở khu vực đó phải dưới $10^{-6} (W/m^2)$.

Câu 98. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là $x\%/năm$ ($x > 0$). Sau 3 năm, người đó rút được cả gốc và lãi là 119,1016 triệu đồng. Tìm x , biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Lời giải

$$100 \times (1+x)^3 = 119,1016 \Leftrightarrow (1+x)^3 = 1,191016 \Leftrightarrow 1+x = 1,06 \Leftrightarrow x = 0,6(\%)$$

Câu 99. Sử dụng công thức tính mức cường độ âm L ở Ví dụ 14, hãy tính cường độ âm mà tai người có thể chịu đựng được, biết rằng giá trị cực đại của mức cường độ âm mà tai người có thể chịu đựng được là $130 dB$.

Lời giải

$$\text{Công thức tính mức cường độ âm: } L = \log \frac{I}{I_0}$$

Mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là:

$$L_1 = \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 0(B)$$

$$L_2 = \log \frac{10}{10^{-12}} = 13(B)$$

Vậy mức cường độ âm mà tai người nghe được $0(B) - 13(B)$

Câu 100. Trong một trận động đất, năng lượng giải tỏa E (đơn vị: Jun, kí hiệu J) tại tâm địa chấn ở M độ Richter được xác định xấp xỉ bởi công thức: $\log E \approx 11,4 + 1,5M$.

(Nguồn: Giải tích 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021)

a) Tính xấp xỉ năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 5 độ Richter.

b) Năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 8 độ Richter gấp khoảng bao nhiêu lần năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 5 độ Richter?

Lời giải

a) Năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 5 độ Richter là:

$$\log E \approx 11,4 + 1,5M \approx 11,4 + 1,5 \cdot 5 \approx 18,9 \Rightarrow E \approx 10^{18,9} \approx 7,9 \cdot 10^{18}$$

b) Năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 8 độ Richter là:

$$\log E \approx 11,4 + 1,5M \approx 11,4 + 1,5 \cdot 8 \approx 23,4 \Rightarrow E \approx 10^{23,4} \approx 2,5 \cdot 10^{23}$$

Năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 8 độ Richter gấp khoảng 31645 lần năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn ở 5 độ Richter

Câu 101. Trong cây cối có chất phóng xạ $^{14}_6C$. Khảo sát một mẫu gỗ cổ, các nhà khoa học đo được độ phóng xạ của nó bằng 86% độ phóng xạ của mẫu gỗ tươi cùng loại. Xác định độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó. Biết chu kì bán rã của $^{14}_6C$ là $T = 5730$ năm, độ phóng xạ của chất phóng xạ tại thời điểm t được cho bởi công

thức $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với H_0 là độ phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$); $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ là hằng số phóng xạ

(Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021).

Lời giải

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{5730}$$

$$H = H_0 e^{-\lambda t} = 0,86 H_0 \cdot e^{\frac{\ln 2}{5730} t} \Leftrightarrow 0,86 \cdot e^{\frac{\ln 2}{5730} t} = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{\ln 2}{5730} t} = \frac{50}{43} \Leftrightarrow \frac{\ln 2}{5730} t = \ln \frac{50}{43} \Leftrightarrow t \approx 1246,8 \text{ (nam)}$$

Vậy độ tuổi của mẫu gỗ cổ là: 1246,8 năm

Câu 102. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Lời giải

Gọi x là số năm người đó gửi tiền trong ngân hàng.

Số tiền cả gốc và lãi người đó có được sau x năm được tính bởi công thức:

$S = 100 \cdot 1,06^x$. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì

$100 \cdot 1,06^x > 130 \Leftrightarrow 1,06^x > 1,3 \Leftrightarrow x > \log_{1,06} 1,3$. Suy ra $x > 4,503$. Do kì hạn gửi là 12 tháng nên để rút được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất 5 năm.

Câu 103. Độ pH của đất thích hợp cho trồng hoa hồng là từ 6,5 đến 7. Tính nồng độ của ion hydrogen $[H^+]$ của đất để thích hợp cho trồng hoa hồng.

Lời giải

Ta có: $6,5 < -\log[H^+] < 7 \Leftrightarrow -7 < \log[H^+] < -6,5 \Leftrightarrow 10^{-7} < [H^+] < 10^{-6,5}$.

Vậy nồng độ của ion hydrogen $[H^+]$ của đất trong khoảng $(10^{-7}; 10^{-6,5})$ thì thích hợp để trồng hoa hồng.

Câu 104. Người ta nuôi cấy vi khuẩn *Bacillus subtilis* trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là $2 \cdot 10^2$. Sau 13 giờ, số tế bào / 1ml dịch nuôi là $3,33 \cdot 10^9$. Biết vi khuẩn *Bacillus subtilis* sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Gọi T (phút) là thời gian để vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần. Theo giả thiết, ta có:

$$3,33 \cdot 10^9 = 2 \cdot 10^2 \cdot 2^{\frac{13 \cdot 60}{T}} \Leftrightarrow \frac{13 \cdot 60}{T} = \log_2(1,665 \cdot 10^7).$$

Suy ra $T \approx 33$ phút.

Câu 105. Tốc độ của gió S (dặm/giờ) gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức:

$S = 93 \log d + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy đó di chuyển được.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Tính quãng đường cơn lốc xoáy đã di chuyển được, biết tốc độ của gió ở gần tâm bằng 140 dặm/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

6,4 dặm.

Câu 106. Dân số thành phố Hà Nội năm 2022 khoảng 8,4 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Hà Nội không đổi và bằng $r = 1,04\%$. Biết rằng, sau t năm dân số Hà Nội (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là dân số năm lấy làm mốc. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số của Hà Nội vượt quá 10 triệu người?

Lời giải

Ta có: $8,4e^{0,0104t} > 10 \Leftrightarrow t > \frac{\ln 10 - \ln 8,4}{0,0104}$. Suy ra $t > 16,764$. Vậy sau khoảng 17 năm tính từ mốc năm

2022, tức là từ năm 2039 thì dân số Hà Nội vượt quá 10 triệu người.

Câu 107. Mức cường độ âm $L(\text{dB})$ được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó $I (\text{W} / \text{m}^2)$ là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không vượt quá 85 dB . Hỏi cường độ âm của nhà máy đó phải thỏa mãn điều kiện nào để đảm bảo sức khỏe cho công nhân?

Lời giải

Cường độ âm của nhà máy đó không vượt quá $10^{-3,5} (\text{W} / \text{m}^2)$.

Câu 108. Số lượng của một loài vi khuẩn sau x giờ được tính bởi công thức $f(x) = Ae^{rx}$, trong đó, A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$). Biết số vi khuẩn ban đầu là 1000 con và sau 10 giờ tăng trưởng thành 5000 con.

a) Tính tỉ lệ tăng trưởng của vi khuẩn.

b) Hỏi sau khoảng bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng vi khuẩn ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

a) Theo giả thiết, ta có: $1000e^{10r} = 5000 \Leftrightarrow e^{10r} = 5$.

Suy ra tỉ lệ tăng trưởng của vi khuẩn là: $r = \frac{\ln 5}{10}$.

b) Khi số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng vi khuẩn ban đầu thì ta có phương trình:

$$Ae^{rx} = 10A \Leftrightarrow e^{rx} = 10 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 10}{r}. \text{ Thay } r = \frac{\ln 5}{10} \text{ ta có: } x = \frac{\ln 10}{\frac{\ln 5}{10}} \approx 14.$$

Vậy sau khoảng 14 giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

Câu 109. Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ $T (^\circ \text{C})$ của nước biển được tính bởi công thức

$$T = 7,9 \ln(1,0245 - d) + 61,84, \text{ ở đó } d (\text{g} / \text{cm}^3) \text{ là khối lượng riêng của nước biển.}$$

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là 8°C . Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục nghìn).

Lời giải

Theo giả thiết, với $T = 8$ ta có phương trình:

$$7,9 \ln(1,0245 - d) + 61,84 = 8 \Leftrightarrow \ln(1,0245 - d) = \frac{-2692}{395}$$

$$\Leftrightarrow 1,0245 - d = e^{\frac{-2692}{395}} \Leftrightarrow d = 1,0245 - e^{\frac{-2692}{395}}.$$

Suy ra khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó là: $d \approx 1,0234 \text{ g} / \text{cm}^3$.

Câu 110. Cường độ của một trận động đất, kí hiệu là M (độ Richter), được cho bởi công thức

$M = \log A - \log A_0$, ở đó A là biên độ rung chấn tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn (hằng số phụ thuộc vào từng khu vực)

(Nguồn: https://vi.wikipedia.org/wiki/Độ_Richter)

Vào hồi 12 giờ 14 phút trưa ngày 27/07/2020, tại khu vực huyện Mộc Châu, Sơn La xảy ra trận động đất thứ nhất với cường độ 5,3 độ Richter. Trong vòng 20 tiếng đồng hồ, Sơn La đã xảy ra liên tiếp 7 trận động đất. Đến 8 giờ 26 phút sáng 28/07/2020, trận động đất thứ bảy xảy ra với cường độ 4 độ Richter.

(Nguồn: <https://plo.vn/7-tran-dong-dat-lien-tiep-o-son-la-trong-vong-20-tieng-dong-ho-post585443.html>)

Biết rằng biên độ chuẩn được dùng cho cả tỉnh Sơn La. Hỏi biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ nhất gấp khoảng mấy lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ bảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Cường độ trận động đất thứ nhất là: $M_1 = \log A_1 - \log A_0 = 5,3$.

Cường độ trận động đất thứ bảy là: $M_7 = \log A_7 - \log A_0 = 4$.

Do đó, ta có:

$$M_1 - M_7 = \log A_1 - \log A_7 = 1,3 \Leftrightarrow \log \frac{A_1}{A_7} = 1,3 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_7} = 10^{1,3}. \text{ Suy ra } \frac{A_1}{A_7} \approx 20.$$

Vậy biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ nhất gấp khoảng 20 lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ bảy.

Câu 111. Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là $M_0(g)$ thì khối lượng carbon-14 còn

lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ (g), trong đó $T = 5730$ (năm) là

chu kỳ bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hoá thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hoá thạch là $5 \cdot 10^{-13} g$. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon-14 so với carbon-12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể lúc sinh vật chết là $M_0 = 1,2 \cdot 10^{-12}(g)$. Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn kết quả đến hàng trăm.)

Lời giải

Gọi t là thời gian từ lúc sinh vật chết đến nay. Ta có:

$$5 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} \\ \Leftrightarrow t = T \log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{12} = -5730 \cdot \log_2 \frac{5}{12} \approx 7237 \approx 7200.$$

Vậy sinh vật này sống cách đây khoảng 7200 năm.

Câu 112. Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu M_0 là

$$M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và } T \text{ là chu kỳ bán rã của chất. Đồng vị}$$

plutonium-234 có chu kỳ bán rã là 9 giờ.

(Nguồn: <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Plutonium\#section=AtomicMass-Half-Life-and-Decay>)

Từ khối lượng ban đầu 200 g, sau bao lâu thì khối lượng plutonium-234 còn lại là:

a) 100 g ?

b) 50 g ?

c) 20 g ?

Lời giải

$$M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \Leftrightarrow t = T \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{M(t)}{M_0}$$

$$\text{a) Khi } M(t) = 100 \text{ thì } t = 9 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{100}{200} = 9 \text{ (giờ)}$$

$$\text{b) Khi } M(t) = 50 \text{ thì } t = 9 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{50}{200} = 18 \text{ (giờ)}$$

$$\text{c) Khi } M(t) = 20 \text{ thì } t = 9 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{20}{200} = 30 \text{ (giờ)}$$

Câu 113. Nước chanh có độ pH bằng 2,4; giấm có độ pH bằng 3. Nước chanh có độ acid gấp bao nhiêu lần giấm (nghĩa là có nồng độ H^+ gấp bao nhiêu lần)? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Kí hiệu x, y lần lượt là nồng độ H^+ trong nước chanh và giấm. Theo giả thiết, ta có

$$2,4 = -\log x \text{ và } 3 = -\log y. \text{ Suy ra } x = 10^{-2,4} \text{ và } y = 10^{-3}. \text{ Suy ra } \frac{x}{y} = \frac{10^{-2,4}}{10^{-3}} = 10^{0,6} \approx 3,98.$$

Vậy nồng độ H^+ của nước chanh gấp 3,98 lần nồng độ H^+ của giấm.

Câu 114. Nước uống đạt tiêu chuẩn phải có độ pH nằm trong khoảng từ 6,5 đến 8,5 (theo Quy chuẩn Việt Nam QCVN 01:2009/BYT). Nồng độ H^+ trong nước uống tiêu chuẩn phải nằm trong khoảng nào?

Lời giải

$$\text{Ta có: } 6,5 \leq pH \leq 8,5 \Leftrightarrow 6,5 \leq -\log x \leq 8,5 \Leftrightarrow 3,2 \cdot 10^{-9} \leq x \leq 3,2 \cdot 10^{-7}$$

Vậy nồng độ H^+ trong nước uống tiêu chuẩn phải nằm trong khoảng từ $3,2 \cdot 10^{-9}$ tới $3,2 \cdot 10^{-7}$

Câu 115. Chất phóng xạ polonium-210 có chu kỳ bán rã là 138 ngày. Điều này có nghĩa là cứ sau 138 ngày, lượng polonium còn lại trong một mẫu chỉ bằng một nửa lượng ban đầu. Một mẫu 100 g có khối lượng

$$\text{polonium-210 còn lại sau } t \text{ ngày được tính theo công thức } M(t) = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{138}} (g).$$

(Nguồn: <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Polonium\#section=Atomic-Mass-Half-Life-and-Decay>)

a) Khối lượng polonium-210 còn lại bao nhiêu sau 2 năm?

b) Sau bao lâu thì còn lại 40 g polonium-210?

Lời giải

$$\text{a) Khối lượng polonium-210 còn lại sau 2 năm (730 ngày) là: } M(2) = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{730}{138}} = 2,56(g)$$

$$\text{b) } M(t) = 40 \text{ khi } 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{138}} = 40 \Leftrightarrow t = 182,4.$$

Vậy sau 182,4 ngày còn lại 40 g polonium-210

Câu 116. Nhắc lại rằng, mức cường độ âm L được tính bằng công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) (dB)$, trong đó I là

cường độ của âm tính bằng W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$.

(Nguồn: Vật lí 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52)

a) Một giáo viên đang giảng bài trong lớp học có mức cường độ âm là 50 dB. Cường độ âm của giọng nói giáo viên bằng bao nhiêu?

b) Mức cường độ âm trong một nhà xưởng thay đổi trong khoảng từ 75 dB đến 90 dB. Cường độ âm trong nhà xưởng này thay đổi trong khoảng nào?

Lời giải

$$\text{a) Khi } L = 50 \text{ thì } 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) = 50 \Leftrightarrow I = 10^{-7}$$

Vậy cường độ âm của giọng nói giáo viên là $10^{-7} W/m^2$

$$\text{b) Khi } L = 75 \text{ thì } 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) = 75 \Leftrightarrow I = 3,2 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Khi } L = 90 \text{ thì } 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) = 90 \Leftrightarrow I = 10^{-3}$$

Vậy cường độ âm trong nhà xưởng thay đổi từ $3,2 \cdot 10^{-5}$ đến 10^{-3}

Câu 117. Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1000 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện ra số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày.

- a) Công thức $P(t) = P_0 \cdot a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Xác định các tham số P_0 và $a(a > 0)$. Làm tròn a đến hàng phần trăm.
- b) Sau 5 ngày thì số lượng vi khuẩn bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng trăm.
- c) Sau bao nhiêu ngày thì số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

a) Ta có: $P(t) = 1000 \cdot 1,25^{\frac{t}{2}} = 1000 \cdot \left(1,25^{\frac{1}{2}}\right)^t = 1000 \cdot 1,12^t$

Vậy $P_0 = 1000; a = 1,12$

b) Sau 5 ngày, ta có: $P(5) = 1000 \cdot 1,12^5 = 1800$

c) Khi $P(t) = 2P_0$ thì $1000 \cdot 1,12^t = 2 \cdot 1000$

Suy ra $t = 6,2$

Câu 118. Nhắc lại rằng, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Nồng độ H^+ trong dung dịch cho biết độ acid của dung dịch đó.

- a) Dung dịch acid A có độ pH bằng 1,9; dung dịch acid B có độ pH bằng 2,5. Dung dịch nào có độ acid cao hơn và cao hơn bao nhiêu lần?
- b) Nước cất có nồng độ H^+ là $10^{-7} mol/L$. Nước chảy ra từ một vòi nước có độ pH từ 6,5 đến 6,7 thì có độ acid cao hay thấp hơn nước cất?

Lời giải

a) Nồng độ H^+ của dung dịch A là: $10^{-1,9}$

Nồng độ H^+ của dung dịch B là: $10^{-2,5}$

Suy ra nồng độ acid của dung dịch A cao hơn dung dịch B $\frac{10^{-1,9}}{10^{-2,5}} = 3,98$

b) Nước chảy ra từ vòi có nồng độ H^+ từ $10^{-6,7}$ đến $10^{-6,5}$

Vậy nước đó có độ acid cao hơn nước cất

Câu 119. Đồng vị phóng xạ Uranium-235 (thường được sử dụng trong điện hạt nhân) có chu kỳ bán rã là $T = 703800000$ năm. Theo đó, nếu ban đầu có 100 gam Uranium-235 thì sau t năm, do bị phân rã, lượng

Uranium-235 còn lại được tính bởi công thức $M = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ (g). Sau thời gian bao lâu thì lượng Uranium-235 còn lại bằng 90% so với ban đầu?

Lời giải

Khi $M = 90 g$, ta có phương trình:

$$90 = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = 0,9 \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} 0,9$$
$$\Leftrightarrow t = T \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,9 \approx 106979777 \text{ (năm)}.$$

Câu 120. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và

sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

Lời giải

$$6000 = 9000 \cdot 10^{-2\alpha} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \log \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{2}$$

$$9000 \cdot 10^{-\alpha t} \leq 1000 \Leftrightarrow 10^{-\alpha t} \leq \frac{1}{9} \Leftrightarrow -\alpha t \leq \log \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow t \geq -\frac{2}{\alpha} \log \frac{1}{3} = -\frac{2}{\frac{1}{2} \log \frac{3}{2}} \cdot \log \frac{1}{3} = \frac{4 \log 3}{\log \frac{3}{2}} \approx 10,8 \text{ (giờ)}.$$

Câu 121. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là 0,7. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A ?

Lời giải

$$\text{Ta có: } pH_A = -\log x_A; pH_B = -\log x_B$$

$$\Rightarrow pH_A - pH_B = -\log x_A + \log x_B = \log \frac{x_B}{x_A}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } \log \frac{x_B}{x_A} = 0,7 \Rightarrow \frac{x_B}{x_A} = 10^{0,7} \approx 5 \text{ (lần)}.$$

Câu 122. Công thức $M = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ cho biết khối lượng của một chất phóng xạ sau thời gian t kể từ thời

điểm nào đó (gọi là thời điểm ban đầu), M_0 là khối lượng ban đầu, T là chu kỳ bán rã của chất phóng xạ đó (cứ sau mỗi chu kỳ, khối lượng của chất phóng xạ giảm đi một nửa). Trong một phòng thí nghiệm, với khối lượng 200 g radon ban đầu, sau 16 ngày, chỉ còn lại 11 g. Chu kỳ bán rã của radon bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$11 = 200 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{16}{T}} \Leftrightarrow \frac{16}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{11}{200} = \log_2 \frac{200}{11} \Leftrightarrow T = \frac{16}{\log_2 \frac{200}{11}} \approx 3,8 \text{ (ngày)}.$$

Câu 123. Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

a) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp bao nhiêu lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter?

b) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng nào?

Lời giải

a) Gọi x_1, x_2 (erg) lần lượt là năng lượng tạo ra của hai trận động đất có độ lớn lần lượt là $M_1 = 5, M_2 = 3$ (độ Richter).

$$\text{Ta có: } \log x_1 = 11,8 + 1,5M_1; \log x_2 = 11,8 + 1,5M_2$$

$$\Rightarrow \log x_1 - \log x_2 = 1,5(M_1 - M_2) \Rightarrow \log \frac{x_1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = 10^3 = 1000.$$

$$\text{b) } 11,8 + 1,5 \cdot 4 \leq \log x \leq 11,8 + 1,5 \cdot 6 \Rightarrow 17,8 \leq \log x \leq 20,8 \Rightarrow 10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}.$$

Câu 124. Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{r \cdot t}$, trong đó A không đổi là dân số của năm 2023, S là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết $r = 1,13\%$ / năm.

Lời giải

Dân số đạt gấp đôi nghĩa là $S = 2A$, ta có:

$$2A = A \cdot e^{1,13\% \cdot t} \Leftrightarrow e^{1,13\% \cdot t} = 2 \Leftrightarrow 1,13\% \cdot t = \ln_e 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{1,13\%} \approx 61,34 \text{ (do } e > 1 \text{)}.$$

Vậy sau 62 năm tức đến năm 2085 thì dân số ở địa phương đó sẽ gấp đôi dân số năm 2023.

Câu 125. Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức: $V(t) = A \cdot (0,905)^t$, trong đó A là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết $A = 780$ (triệu đồng).

Lời giải

Ta có: $V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300$

$$\Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \left(\frac{5}{13} \right) \approx 9,6 \text{ (do } 0 < 0,905 < 1 \text{)}.$$

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Câu 126. Anh Hưng gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để anh Hưng thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là $T = A \cdot (1+r)^n$, trong đó A là tiền vốn, T là tiền vốn và lãi nhận được sau n năm, r là lãi suất/năm.

Lời giải

Ta có: $T \geq 1000 \Leftrightarrow 700(1+7\%)^n \geq 1000 \Leftrightarrow 1,07^n \geq \frac{10}{7}$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,07} \left(\frac{10}{7} \right) \approx 5,27 \text{ (do } 1,07 > 1 \text{)}.$$

Vậy thời gian gửi tiết kiệm phải ít nhất 6 năm thì anh Hưng mới thu được ít nhất 1 tỉ đồng.

Câu 127. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm. Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới $60dB$. Hỏi cường độ âm của khu vực đó phải dưới bao nhiêu W/m^2 ?

Lời giải

Ta có: $L < 60 \Leftrightarrow 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) < 60 \Leftrightarrow \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) < 6$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{10^{-12}} < 10^6 \Leftrightarrow I < 10^{-6} \text{ (do } 10 > 1 \text{)}.$$

Vậy cường độ âm ở khu vực đó phải dưới $10^{-6} (W/m^2)$.

Câu 128. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con?

Lời giải

Ta có: $A = 500, S(360) = 2000, 6 \text{ giờ} = 360 \text{ phút}$.

Sau 6 giờ số lượng vi khuẩn là 2000 con, tức là: $2000 = 500 \cdot e^{r \cdot 360}$

$$\Leftrightarrow e^{r \cdot 360} = 4 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 4}{360} \text{ (do } e > 1 \text{)}.$$

Số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con, nghĩa là: $500 \cdot e^{\frac{\ln 4}{360} \cdot t} \geq 120000$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{\ln 4}{360}t} \geq 240 \Leftrightarrow \frac{\ln 4}{360} \cdot t \geq \ln 240 \Leftrightarrow t \geq \frac{360 \cdot \ln 240}{\ln 4} \approx 1423,24 \text{ (phút)}.$$

Vậy sau ít nhất 24 (giờ) thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con.

Câu 129. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng).

Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:

$$A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n$$

- a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?
 b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
 c) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Lời giải

- a) Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $r\% = 7\%$, $n = 2$ năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{7}{100} \right)^2 = 86490000 \text{ đồng}.$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

- b) Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $A = 80$ triệu đồng, $n = 3$ năm.

$$\text{Ta có: } 80 = 100 \left(1 - \frac{r}{100} \right)^3 \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow r \approx 7,17.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là $r\% \approx 7,17\%$.

- c) Giả thiết cho $P = X$ triệu đồng, $A = \frac{X}{2}$ triệu đồng, $r\% = 6\%$.

$$\text{Ta có: } \frac{X}{2} = X \left(1 - \frac{6}{100} \right)^n \Leftrightarrow (0,94)^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \approx 11,2 \text{ (năm)}.$$

Vậy sau khoảng 12 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

Câu 130. Dân số nước ta năm 2022 ước tính là 99200000 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta không đổi là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

Lời giải

Xét bất phương trình:

$$\begin{aligned} 99200000 \cdot e^{0,93\% \cdot t} > 120000000 &\Leftrightarrow e^{0,93\% \cdot t} > \frac{75}{62} \Leftrightarrow 0,93\% \cdot t > \ln \left(\frac{75}{62} \right) \\ &\Leftrightarrow t > 20,468. \end{aligned}$$

Vậy từ năm 2043 trở đi thì dân số nước ta vượt quá 120 triệu người.

Câu 131. Một người gửi tiết kiệm 10 tỉ đồng theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 7% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng?

Lời giải

Theo công thức lãi kép: $T = A(1+r)^n$, số tiền người đó nhận được sau n năm là:

$$T = 10 \cdot 10^9 (1 + 7\%)^n = 10^{10} \cdot 1,07^n \text{ (đồng)}$$

Để nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng thì

$$T = 10^{10} \cdot 1,07^n > 12 \cdot 10^9 \Leftrightarrow 1,07^n > \frac{6}{5} \Leftrightarrow n > \log_{1,07} \left(\frac{6}{5} \right) \approx 2,695.$$

Vậy sau ít nhất 3 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng.

Câu 132. Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Thảo đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với lãi suất $r < 0$ cho kỳ hạn một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau (theo thể thức lãi kép). Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thanh toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 599823000 đồng. Hỏi bác Thảo đã vay ngân hàng với lãi suất r là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

Lời giải

Ta có: $A = 500$ triệu đồng, lãi suất r / năm, $n = 2$ năm, $T = 599823000$ đồng.

Theo công thức lãi kép, ta có:

$$T = A(1+r)^n \Leftrightarrow 599823000 = 500000000(1+r)^2$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{599823}{500000}} - 1 \approx 0,095.$$

Vậy lãi suất mà bác Thảo vay ngân hàng là xấp xỉ 9,5%.

Câu 133. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$$Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}} \right), \text{ với } t \text{ là khoảng thời gian tính bằng giờ và } Q_0 \text{ là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính thời}$$

gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{80}{100} Q_0 = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}} \right) \Rightarrow e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{3t}{2} = -\ln 5 \Rightarrow t \approx 1,07 \text{ giờ}$$

Vậy thời gian nạp pin của điện thoại là khoảng 1,07 giờ.

Câu 134. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian được cho bởi công thức:

$$T = 25 + 70 \cdot e^{-\frac{1}{2}t}, \text{ trong đó thời gian } t \text{ được tính bằng phút.}$$

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ (làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

a) Nhiệt độ ban đầu của vật ứng với mốc thời gian $t=0$ là:

$$T = 25 + 70 \cdot e^0 = 95^{\circ}C.$$

Vậy nhiệt độ ban đầu của vật là $95^{\circ}C$.

b) Nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ nghĩa là:

$$25 + 70 \cdot e^{-\frac{1}{2}t} = 30 \Leftrightarrow e^{-\frac{1}{2}t} = \frac{1}{14} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}t = -\ln 14 \Leftrightarrow t = 2 \cdot \ln 14 \approx 5,3.$$

Vậy sau khoảng khoảng 5,3 phút thì nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$.

Câu 135. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right), \text{ trong đó } I \text{ (đơn vị: } W/m^2) \text{ là cường độ âm. Hãy tính mức cường độ âm mà tai người}$$

có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ $10^{-12} W/m^2$ đến $10^1 W/m^2$.

Lời giải

Ta có:

$$10^{-12} \leq I \leq 10^1 \Leftrightarrow \frac{10^{-12}}{10^{-12}} \leq \frac{I}{10^{-12}} \leq \frac{10^1}{10^{-12}}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \frac{I}{10^{-12}} \leq 10^{13} \Leftrightarrow \log 1 \leq \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) \leq \log 10^{13}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) \leq 130 \text{ (do } 10 > 1)$$


$$\Leftrightarrow 0 \leq L \leq 130.$$

Vậy mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là từ $0dB$ đến $130dB$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương**  <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương**  <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN) 
<https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương