

BÀI 1. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

• CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Trong hình học không gian:

- A. Điểm luôn phải thuộc mặt phẳng.
- B. Điểm luôn luôn không thuộc mặt phẳng.
- C. Điểm vừa thuộc mặt phẳng đồng thời vừa không thuộc mặt phẳng.
- D. Điểm có thể thuộc mặt phẳng, có thể không thuộc mặt phẳng.

Lời giải

Chọn D.

Điểm có thể nằm trên mặt phẳng đã cho hoặc không nằm trên mặt phẳng đó.

Câu 2. Trong hình học không gian

- A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.
- B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.
- C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một mặt phẳng.
- D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn B.

Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng chỉ xác định được 1 và chỉ 1 mặt phẳng. Nếu 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm.

Câu 3. Trong không gian cho 4 điểm phân biệt không đồng phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua 3 trong số 4 điểm trên.

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Lời giải

Chọn D.Cứ qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thì xác định được một và chỉ một mặt phẳng. Số mặt phẳng cần tìm là: $C_4^3 = 4$.

Câu 4. Ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì

- A. Cùng thuộc đường tròn.
- B. Cùng thuộc đường elip.
- C. Cùng thuộc đường thẳng.
- D. Cùng thuộc mặt cầu.

Lời giải

Chọn C.

Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng thì chỉ xác định được 1 và chỉ 1 mặt phẳng. Ở đây thuộc hai mặt phẳng phân biệt nên ít nhất 1 trong 2 điều kiện phân biệt hoặc thẳng hàng không thỏa mãn. Mà 3 điểm đề cho đã phân biệt nên chúng phải thẳng hàng.

Vì 3 điểm đó cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt nên chúng thẳng hàng.

Câu 5. Cho biết mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.
- B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C.

Trường hợp hai đường thẳng chéo nhau thì không xác định được mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng đó. Hoặc 2 đường thẳng trùng nhau thì xác định được vô số mặt phẳng.

- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). Gọi (P) là mặt phẳng bất kì cắt hình lập phương đó. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (P) cắt hình lập phương là một đa giác có số cạnh tối đa là bao nhiêu?
- A. 3. B. 4. C. 5. **D. 6.**

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) bất kì cắt hình lập phương là một đa giác có số cạnh tối đa nên sẽ cắt tất cả các mặt của hình lập phương. Do đó, đa giác đó có nhiều nhất 6 cạnh.

- Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ (đáy là một tứ giác lồi). Gọi (P) là mặt phẳng bất kì cắt hình chóp. Khi đó, thiết diện do mặt phẳng (P) cắt hình chóp là một đa giác có số cạnh tối đa là bao nhiêu?
- A. 3. B. 4. **C. 5.** D. 6.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) bất kì cắt hình chóp là một đa giác có số cạnh tối đa nên sẽ cắt tất cả các mặt của hình chóp. Do đó, đa giác đó có nhiều nhất 5 cạnh.

- Câu 8.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải.

- A sai. Qua 2 điểm phân biệt, tạo được 1 đường thẳng, khi đó chưa đủ điều kiện để lập một mặt phẳng xác định. Có vô số mặt phẳng đi qua 2 điểm đã cho.
- B sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì chỉ tạo được đường thẳng, khi đó có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng.
- D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

- Câu 9.** Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?
- A. 1 B. 2 **C. 3** D. 4.

Lời giải.

Có 3 mặt phẳng gồm $(a, b), (A, a), (A, b)$.

- Câu 10.** Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mp $(ABCD)$. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm A, B, C, D, S ?
- A. 5 B. 6 **C. 7** D. 8

Lời giải.

Có $C_4^2 + 1 = 7$ mặt phẳng.

- Câu 11.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho.
- A. 10.** B. 12. C. 8. D. 14.

Lời giải.

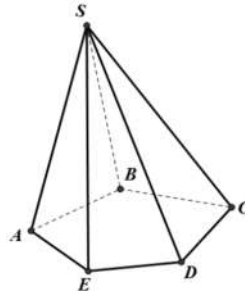
Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, ta luôn tạo được 1 mặt phẳng xác định.

Ta có C_5^3 cách chọn 3 điểm trong 5 điểm đã cho để tạo được 1 mặt phẳng xác định. Vậy số mặt phẳng tạo được là 10.

- Câu 12.** Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là:
- A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh. **C. 6 mặt, 10 cạnh.** D. 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải.

Hình chóp ngũ giác có 5 mặt bên + 1 mặt đáy. 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.



Câu 13. Một hình chóp cắt có đáy là một n giác, có số mặt và số cạnh là:

- A. $n+2$ mặt, $2n$ cạnh. **B.** $n+2$ mặt, $3n$ cạnh.
C. $n+2$ mặt, n cạnh. D. n mặt, $3n$ cạnh.

Lời giải.

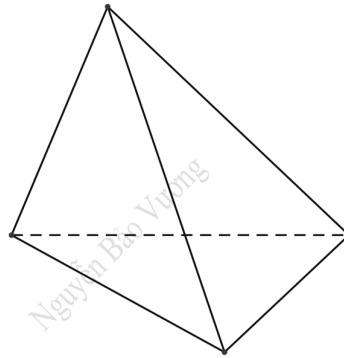
Lấy ví dụ hình chóp cắt tam giác ($n=3$) có 5 mặt và 9 cạnh.

Câu 14. Trong các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?

- A. 3. **B.** 4. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Hình tứ diện là hình chóp có số cạnh ít nhất.



Câu 15. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

Lời giải.

- A sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm thẳng hàng đã cho.
- B sai. Trong trường hợp điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ta chỉ có 1 đường thẳng, có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.
- D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Câu 16. Cho tam giác ABC khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là?

- A. 0. B. 1. C. 2. **D.** Vô số.

Lời giải

+ TH1. Mặt phẳng cần tìm đi qua A và song song với BC .

Ta được một mặt phẳng thỏa mãn.

+ TH2. Mặt phẳng cần tìm đi qua A và trung điểm M của cạnh BC .

Có vô số mặt phẳng đi qua A và M nên có vô số mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Tóm lại có vô số mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 17. Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

4 điểm A, B, C, D tạo thành 1 tứ giác, khi đó 4 điểm A, B, C, D đã đồng phẳng và tạo thành 1 mặt phẳng duy nhất là mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Lời giải.

Nếu 2 mặt phẳng trùng nhau, khi đó 2 mặt phẳng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là:

A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Tứ giác.

D. Tam giác.

Lời giải.

Thiết diện của mặt phẳng với hình chóp là đa giác được tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng đó với mỗi mặt của hình chóp.

Hai mặt phẳng bất kì có nhiều nhất một giao tuyến.

Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có 5 mặt nên thiết diện của (α) với $S.ABCD$ có không qua 5 cạnh, không thể là hình lục giác 6 cạnh.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên SA, SB, SC sao cho MN, NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D, E, F . Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D, E, F

A. D, E, F thẳng hàng.

B. D, E, F tạo thành tam giác.

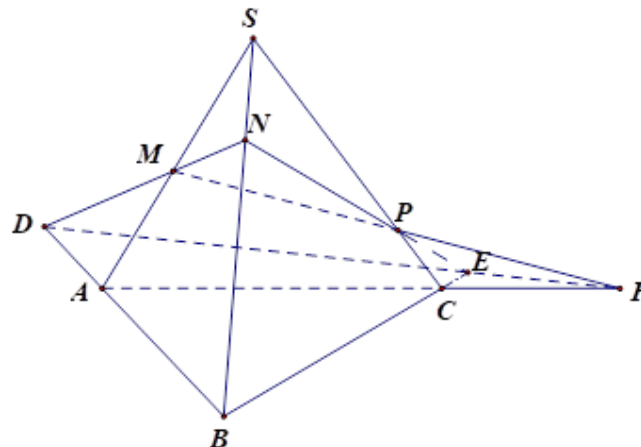
C. D, E, F cùng thuộc một mặt phẳng.

D. D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A.

Ta có 3 mặt phẳng $(ABC), (SAC)$ và (DNE) đồng quy tại 1 điểm. Mà $(ABC) \cap (SAC) = AC$, $(SAC) \cap (DNE) = MP$ và $(DNE) \cap (ABC) = DE$ nên AC, MP, DE đồng quy. Mà $AC \cap MP = F$ nên $F \in DE$.



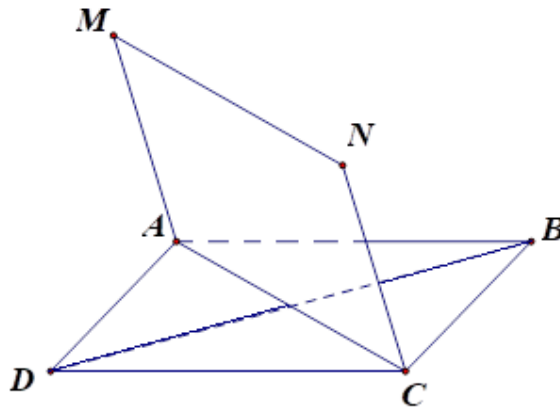
Câu 21. Cho $ABCD$ và $ACNM$ là hai hình bình hành chỉ có chung đường chéo AC . Khi đó có thể kết luận gì về bốn điểm B, M, D, N ?

- A. B, M, D, N tạo thành tứ diện.
 B. B, M, D, N tạo thành tứ giác.
 C. B, M, D, N thẳng hàng.
 D. Chỉ có ba trong 4 điểm B, M, D, N thẳng hàng.

Lời giải

Chọn A.

Vì $ABCD$ và $ACNM$ là hai hình bình hành chỉ có chung đường chéo AC nên B, D, N, M không đồng phẳng. Mà $MN \parallel AC$ còn AC cắt BD nên BD và MN chéo nhau.



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi, hai cạnh bên AB và CD kéo dài cắt nhau tại E . Các điểm M, N di động tương ứng trên các cạnh SB và SC sao cho AM cắt DN tại I . Khi đó có kết luận gì về điểm I ?

- A. I chạy trên một đường thẳng.
 B. I chạy trên tia SE .
C. I chạy trên đoạn SE .
 D. I chạy trên đường thẳng SE .

Lời giải

Chọn C.

$AM \subset (SAB)$ hay cũng chính là mặt phẳng (SEA) .

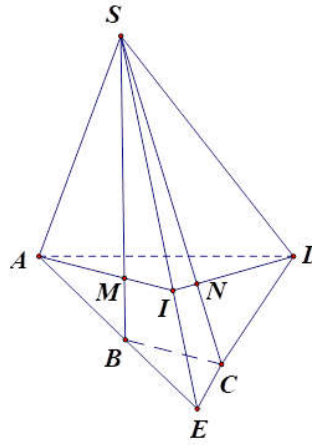
$DN \subset (SDC)$ hay cũng chính là mặt phẳng (SED) .

Mà $(SEA) \cap (SED) = SE$.

$\Rightarrow AM, DN, SE$ đồng quy. Vì M, N chỉ chạy trên đoạn SB, SC , điểm đồng quy cũng chỉ chạy trên đoạn thẳng SE .

S, I, E là các điểm chung của hai (SBC) và (SCD) nên chúng thẳng hàng

Vì M, N chỉ chạy trên đoạn SB, SC , điểm đồng quy cũng chỉ chạy trên đoạn thẳng SE .



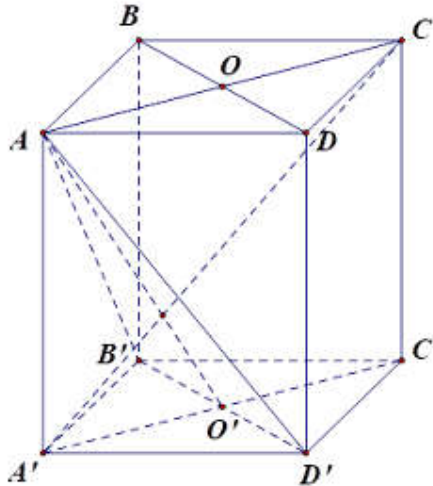
Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(AB'D')$ là đường thẳng nào sau đây?

- A. $A'C'$. B. $B'D'$. C. AO' . D. $A'O$.

Lời giải

Chọn C.

$AO' \subset (AB'D')$ đồng thời thì $AO' \subset (ACC'A')$.



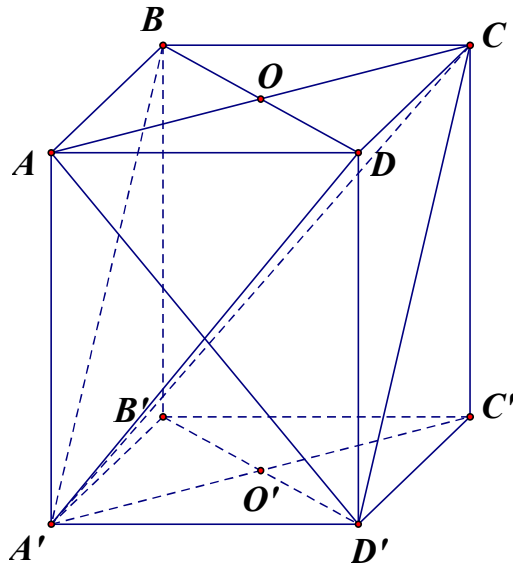
Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(A'D'CB)$ là đường thẳng nào sau đây?

- A. $A'D'$. B. $A'B$. C. $A'C$. D. $D'B$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có điểm C cùng thuộc cả 2 mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(A'D'CB)$ và điểm A' cũng như vậy, do đó giao tuyến cần tìm là đường thẳng $A'C$.



Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó $A'C$ cắt mặt phẳng $(AB'D')$ tại điểm G được xác định như thế nào?

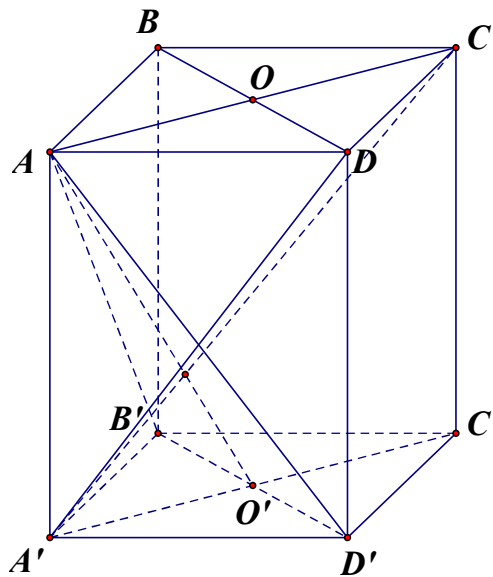
- A. G là giao điểm của $A'C$ với OO' .
- B. G là giao điểm của $A'C$ với AO' .**
- C. G là giao điểm của $A'C$ với AB' .
- D. G là giao điểm của $A'C$ với AD' .

Lời giải

Chọn B.

$AO' \subset (AB'D')$ đồng thời thì $AO' \subset (ACC'A')$

Mà $A'C \subset (ACC'A')$ nên AO' cắt $A'C$ tại mặt phẳng $(ACC'A')$.



Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Khi đó hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(DD'C'C)$ cắt nhau theo đường thẳng d được xác định như thế nào?

- A. Đường thẳng d đi qua điểm D' và giao điểm của AO' với CC' .
- B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AD' .**

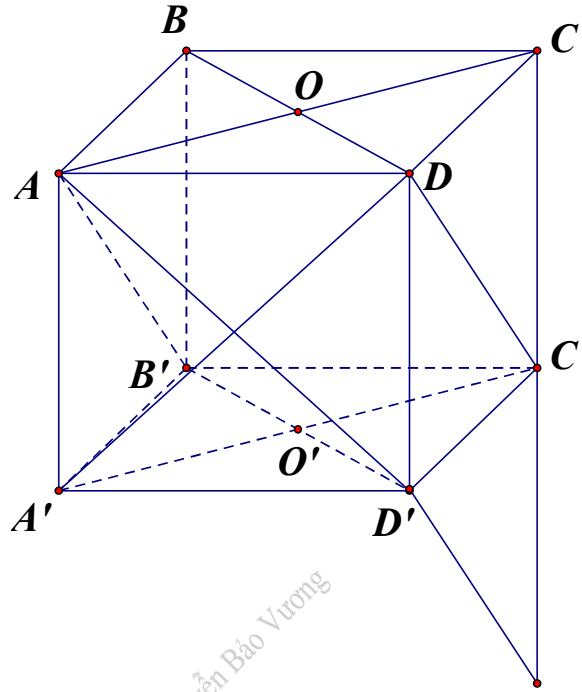
C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng AO' .

D. Đường thẳng d đi qua điểm D' song song với DC' .

Lời giải

Chọn D.

Vì $AB' // DC' \subset (DCC'D')$ và $AB' \subset (AB'D')$ nên giao tuyến của $(AB'D')$ và $(DD'C'C)$ là đường thẳng song song với AB' . Mặt khác $D' \in (DCC'D')$ nên giao tuyến đi qua D' .



Câu 27. Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong bốn điểm nói trên?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn C.

Qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thì chỉ xác định duy nhất 1 và chỉ 1 mặt phẳng. Ở đây mặt phẳng chứa điểm S và 2 trong 4 điểm thuộc mặt phẳng (α) chắc chắn luôn phân biệt và không thẳng hàng. Nếu cứ mỗi cặp điểm thuộc mặt phẳng (α) và điểm S sẽ tạo thành một mặt phẳng phân biệt. Số mặt phẳng cần tìm là $C_4^2 = 6$.

Câu 28. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm ở trên một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho?

A. 10.

B. 12.

C. 8.

D. 14.

Lời giải

Chọn A.

Ta có 3 điểm trong 5 điểm đã cho luôn tạo thành một mặt phẳng.

Như vậy có $C_5^3 = 10$ mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

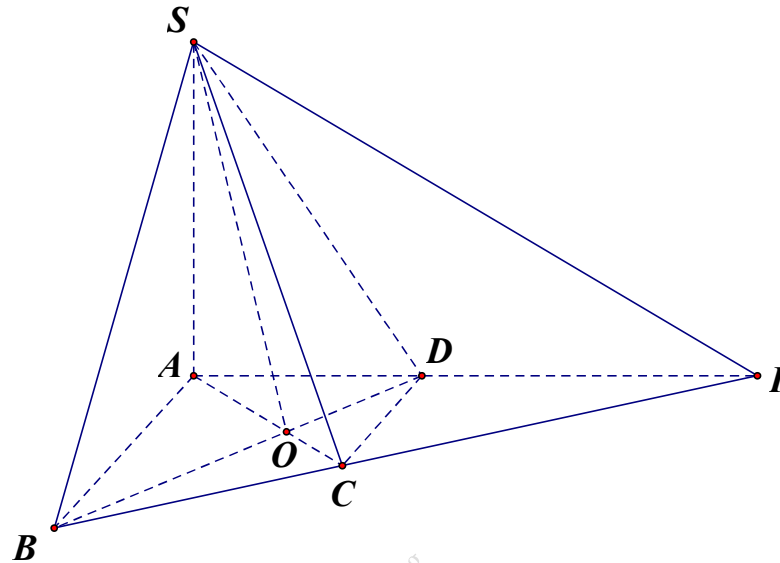
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có ngay A, B, C đúng.

Lại có $(SAB) \cap (SAC) = SA \Rightarrow D$ sai.



Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).

B. AN (N là trung điểm của CD).

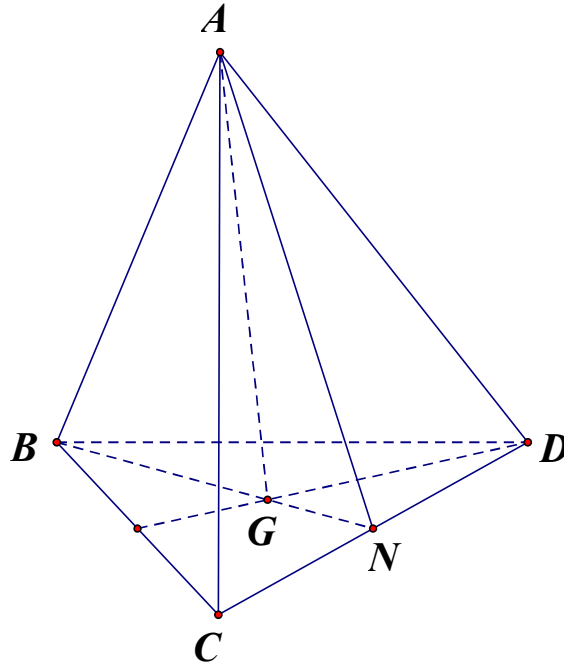
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).

D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(ACD) \cap (GAB) = (ACD) \cap (ABN) = AN$.



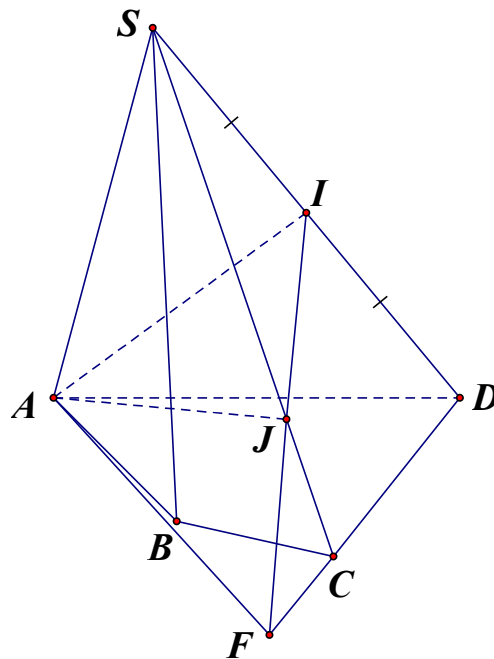
Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên cạnh SC và J không trùng với trung điểm SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) là:

- A. AK (K là giao điểm của IJ và BC).
- B. AH (H là giao điểm của IJ và AB).
- C. AG (G là giao điểm của IJ và AD).
- D. AF (F là giao điểm của IJ và CD).

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(ABCD) \cap (AIJ) = (ABCD) \cap (AIF) = AF$.



Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

- A. Đường thẳng MN .

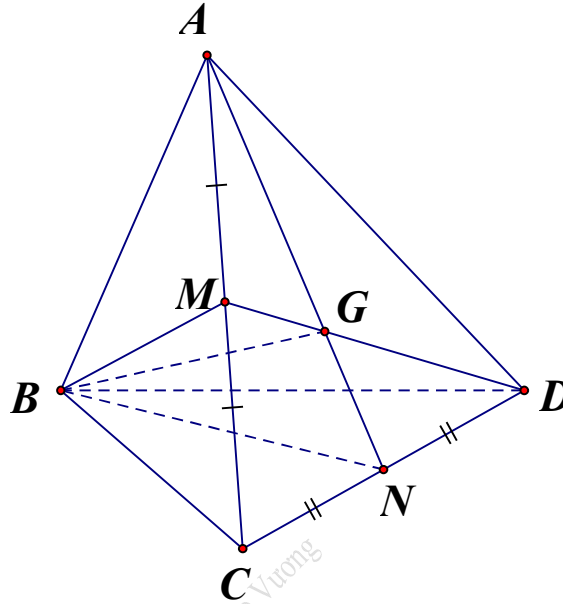
- B. Đường thẳng AM .
C. Đường thẳng BG (G là trọng tâm $\triangle ACD$).
D. Đường thẳng AH (H là trực tâm $\triangle ACD$).

Lời giải

Chọn C.

Ta có $(MBD) \cap (ABN) = BG$.

Mà G là trọng tâm của $\triangle ACD$.



Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

- A. SD .
B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
C. SG (G là trung điểm AB).
D. SF (F là trung điểm CD).

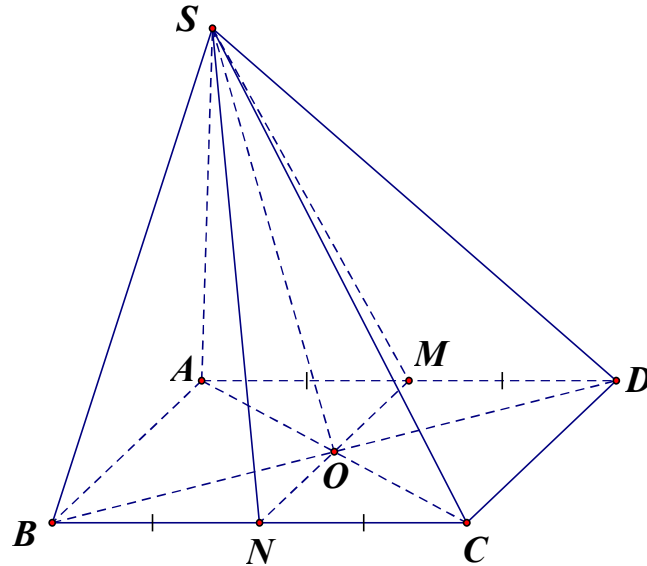
Lời giải

Chọn B.

Ta có $(SAC) \cap (SMN) = SO$.

Mà M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AD và BC

$\Rightarrow O$ là tâm hình bình hành $ABCD$.



Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $IJCD$ là hình thang.
- B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
- C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
- D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải

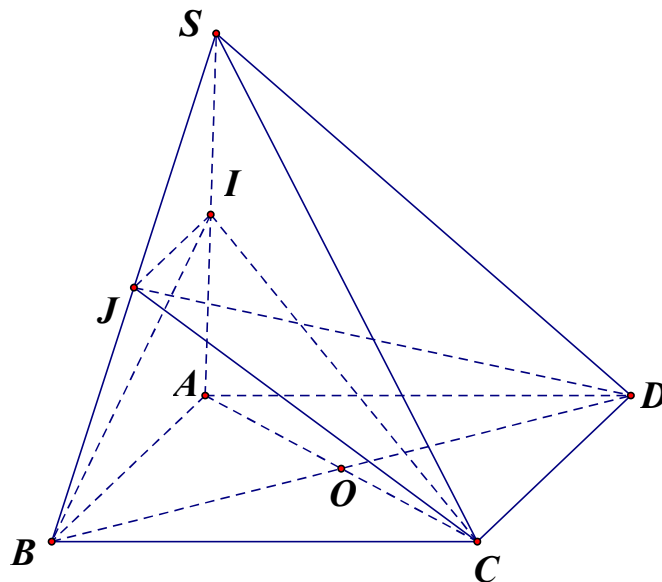
Chọn D.

Ta có $\begin{cases} IJ // AB \\ AB // CD \end{cases} \Rightarrow IJ // CD \Rightarrow$ Loại A

+ $(SAB) \cap (IBC) = IB \Rightarrow$ Loại B

+ $(SBD) \cap (JCD) = JD \Rightarrow$ Loại C

+ $(IAC) \cap (JBD) = (SAC) \cap (SBD) = SO$. Chọn **D**.



Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm CD .

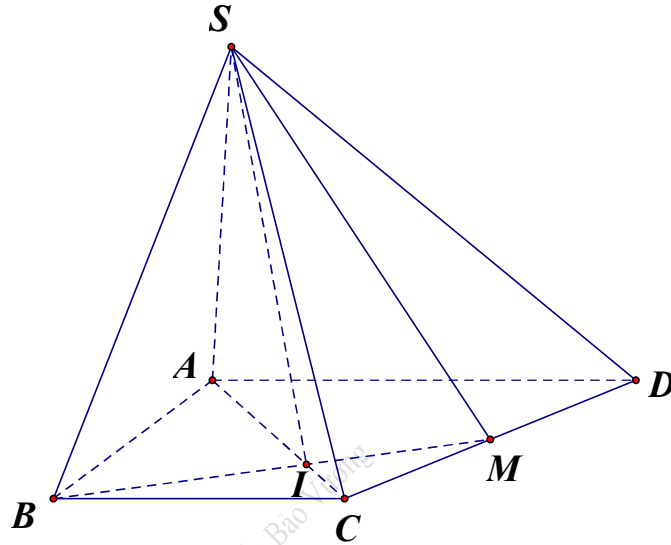
Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

- A. SI (I là giao điểm của AC và BM).
- B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).
- C. SO (O là giao điểm của AC và BD).
- D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(MSB) \cap (SAC) = SI$.



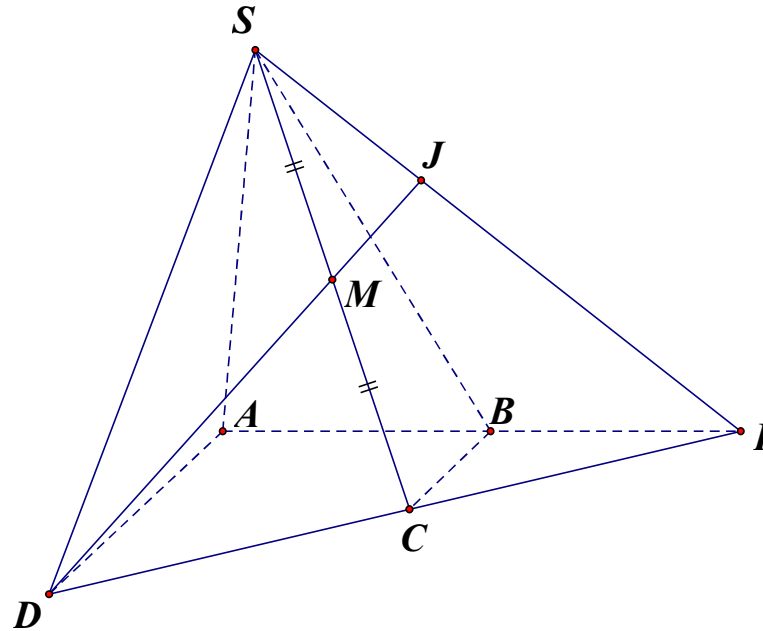
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. S, I, J thẳng hàng.
- B. $DM \subset (SCI)$.
- C. $JM \subset (SAB)$.
- D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $DM \cap (SAB) = DM \cap (SAI) = J$.



Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Mặt phẳng (α) đi qua MN , cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C .

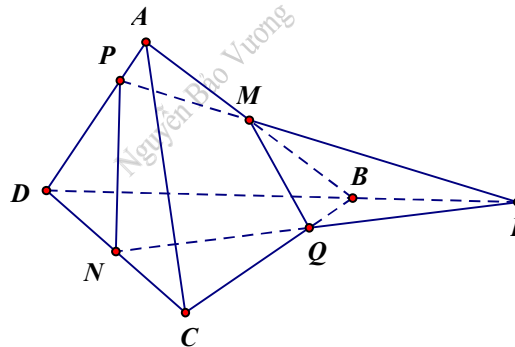
B. I, B, D .

C. I, A, B .

D. I, D, C .

Lời giải

Chọn B



$$\left. \begin{array}{l} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ P \in (\alpha) \cap (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow MP = (\alpha) \cap (ABD)$$

hay MP là giao tuyến của (α) và (ABD) ;

Tương tự ta tìm được:

NQ là giao tuyến của (α) và (BCD) ; BD là giao tuyến của (BCD) và (ABD) ; Theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng, ta suy ra MP, NQ, BD hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Mặt khác, MP cắt NQ tại I (theo giả thiết) nên I, B, D thẳng hàng.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O ; $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Gọi S là giao điểm của AO' và CC' thì S không thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(DD'C'C)$.

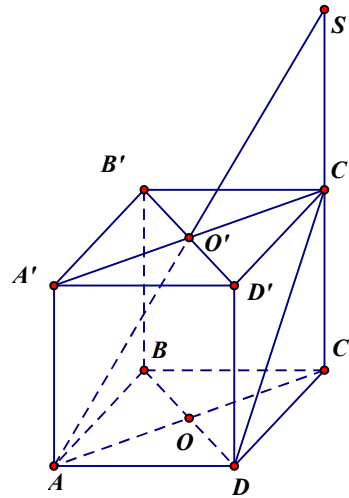
B. $(BB'C'C)$.

C. $(AB'D')$.

D. $(CB'D')$

Lời giải

Chọn D



$$S \in CC' \Rightarrow \begin{cases} S \in (DD'C'C) \\ S \in (BBC'C) \end{cases}$$

$$S \in AO' (O' \in B'D') \Rightarrow S \in (AB'D') \Rightarrow S \notin (CB'D').$$

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O ; $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Gọi S là giao điểm của AO' và CC' thì SA cắt đường nào dưới đây?

A. CC' .

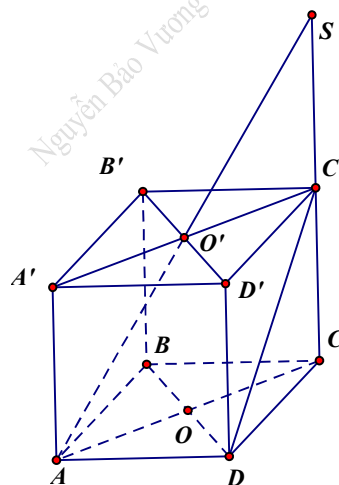
B. BB' .

C. DD' .

D. $D'C'$.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết, S là điểm chung của SA và CC' nên SA cắt CC' .

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó mặt phẳng (MNP) không có điểm chung với cạnh nào sau đây?

A. SB .

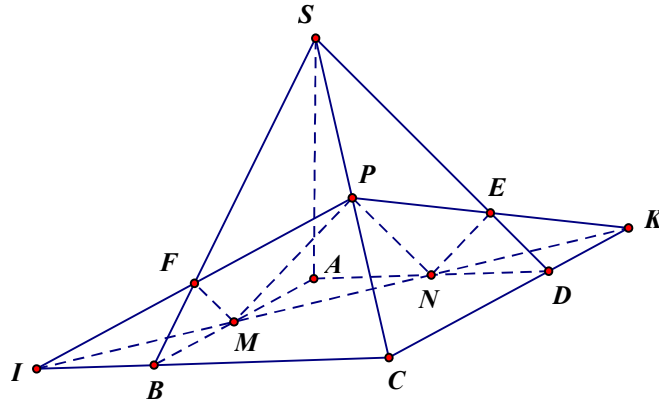
B. SC .

C. SD .

D. SA .

Lời giải

Chọn D



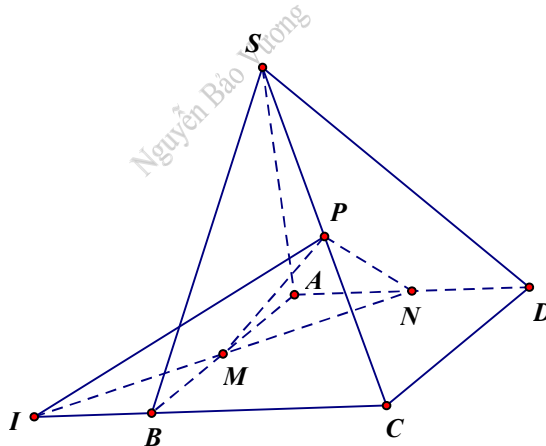
Gọi I, K lần lượt là giao điểm của MN với BC và CD . Khi đó gọi $F = IP \cap SB$ và $E = KB \cap SD$. Từ hình vẽ suy ra (MNP) không có điểm chung với cạnh SA .

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) là đường thẳng d có đặc điểm gì?

- A. Đường thẳng d đi qua điểm P .
- B. Đường thẳng d trùng với đường thẳng PM .
- C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng PN .
- D. Đường thẳng d đi qua điểm P và giao điểm của BC với MN .**

Lời giải

Chọn D



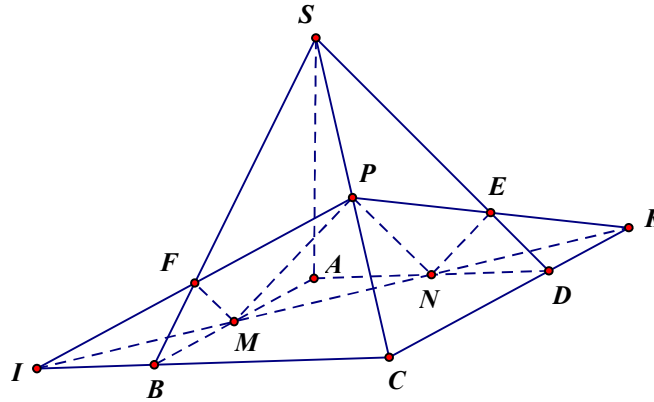
Gọi $I = MN \cap BC$. Như vậy hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) có hai điểm chung là P và I nên PI là giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó mặt phẳng (MNP) có điểm chung với đoạn thẳng nào dưới đây?

- A. BC .
- B. BD .
- C. CD .
- D. CA .**

Lời giải

Chọn D



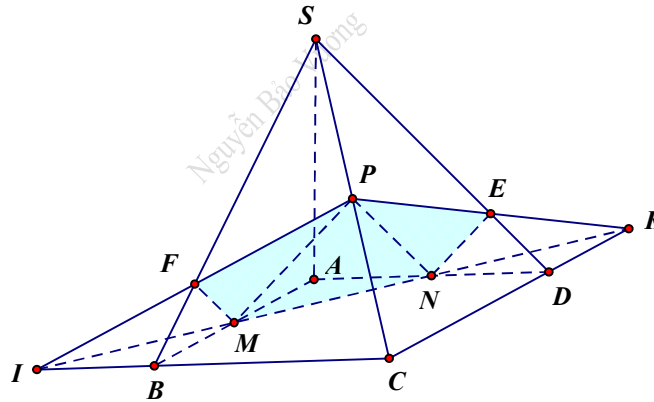
Gọi I, K lần lượt là giao điểm của MN với BC và CD . Khi đó gọi $F = IP \cap SB$ và $E = KP \cap SD$. Khi đó (MNP) cắt đoạn thẳng CA (tại giao điểm của MN và CA).

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi MNP lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp là hình gì?

- A. Hình tam giác.
- B. Hình tứ giác.
- C. Hình ngũ giác.
- D. Hình lục giác.

Lời giải

Chọn C



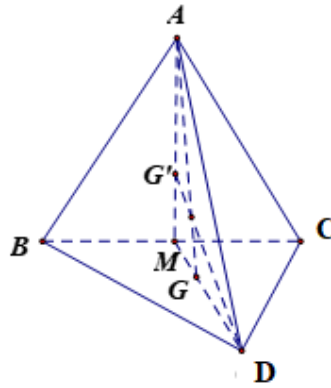
Gọi I, K lần lượt là giao điểm của MN với BC . Khi đó gọi $F = IP \cap SP, E = KP \cap SD$. Khi đó thiết diện là hình ngũ giác $MNEPF$.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, G' tương ứng là trọng tâm các tam giác BCD, BCA . Khi đó ta có thể kết luận được gì về hai đường thẳng AG và DG' ?

- A. Cắt nhau tại một điểm.
- B. Cùng thuộc một mặt phẳng.
- C. Cùng thuộc một mặt phẳng và không cắt nhau.
- D. Không cùng thuộc một mặt phẳng.

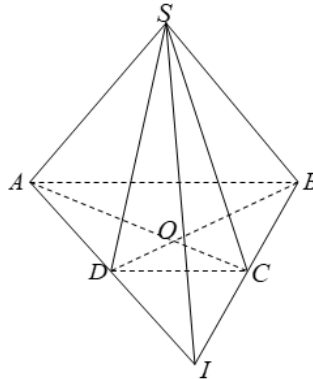
Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC . Dễ thấy DG cắt AG' tại M . Vì G, G' lần lượt thuộc các cạnh AM, DM nên AG cắt DG' .

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$.



Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

- A. SI B. SA . C. MN . D. SM .

Lời giải.

Ta có $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

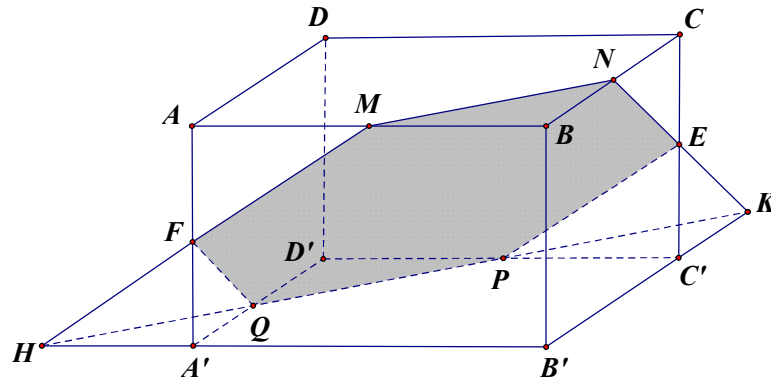
2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). AC, BD cắt nhau tại O , $A'C', B'D'$ tại O' . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và $C'D'$. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là gì?

- A. Hình tam giác.
B. Hình tứ giác.
C. Hình ngũ giác.
D. Hình lục giác.

Lời giải

Chọn D



Gọi Q là trung điểm của $A'D' \Rightarrow A'C' // PQ // MN$. Kẻ PQ cắt $A'B'$ tại H , cắt $B'C'$ tại K .

Nối MH cắt $A'A$ tại F và NK cắt CC' tại E .

Vậy thiết diện là hình lục giác $MNEPQF$.

Dễ thấy FQ, NE lần lượt là đường trung bình của hai tam giác $A'AD', BCC'$ suy ra

$FQ // NE, FQ = NE$.

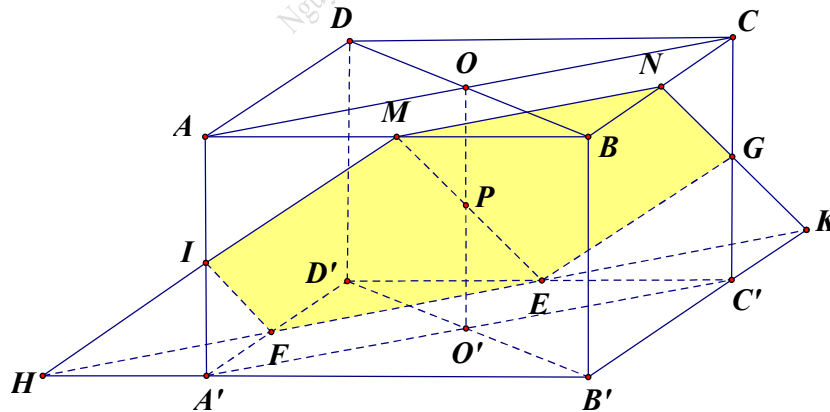
Tương tự, ta chứng minh được $FM // PE, FM = PE$

Do đó lục giác $MNEPQF$ là hình lục giác đều.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). AC, BD cắt nhau tại O , $A'C', B'D'$ tại O' . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, O'O$. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là gì?

- A. Hình tam giác.
- B. Hình tứ giác.
- C. Hình ngũ giác.
- D. Hình lục giác.

Lời giải



Chọn D

Gọi P là trung điểm của $O'O \Rightarrow P$ là tâm hình lập phương. Gọi E là điểm đối xứng với M qua $P \Rightarrow E$ là trung điểm của $C'D'$. Gọi F là trung điểm của $A'D' \Rightarrow EF // A'C' // MN$.

Kẻ FE cắt $A'B'$ tại H , cắt $B'C'$ tại K . Nối MH cắt $A'A$ tại I và NK cắt $C'C$ tại G .

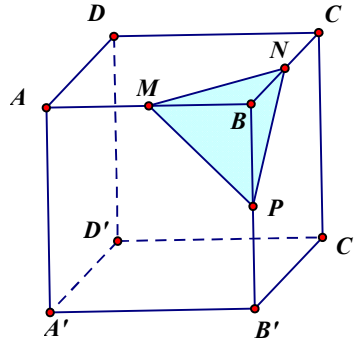
Vậy thiết diện là hình lục giác $MNGEFI$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó). AC, BD cắt nhau tại O , $A'C', B'D'$ tại O' . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, BB' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là gì?

- A. Hình tam giác.
- B. Hình tứ giác.
- C. Hình ngũ giác.
- D. Hình lục giác.

Lời giải

Chọn A



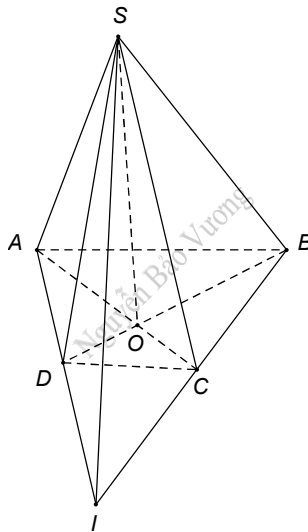
$$(MNP) \cap (ABCD) = MN$$

$$(MNP) \cap (ABB'A') = MP$$

$$(MNP) \cap (BCC'B') = PN$$

Thiết diện mà mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương chính là $\triangle MNP$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
- C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

• Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD)$. Do đó A đúng.

• S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \text{ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng } (SAC) \text{ và } (SBD).$$

$\longrightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$. Do đó B đúng.

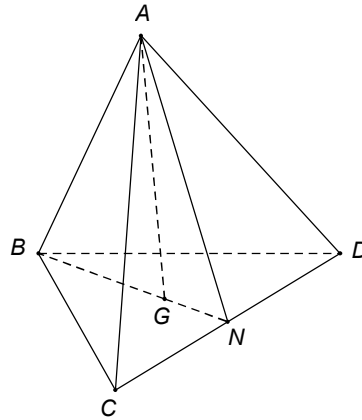
• Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$. Do đó C đúng.

- $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$. Do đó D sai.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM (M là trung điểm của AB).
B. AN (N là trung điểm của CD).
 C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
 D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải.



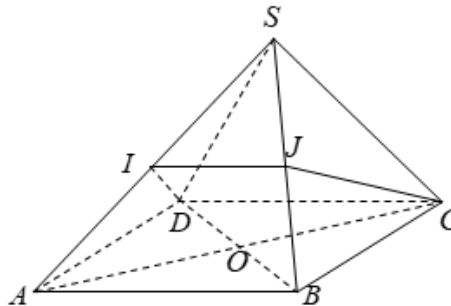
- A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .
- Ta có $BG \cap CD = N \longrightarrow \begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $IJCD$ là hình thang.
 B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
 C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Lời giải.

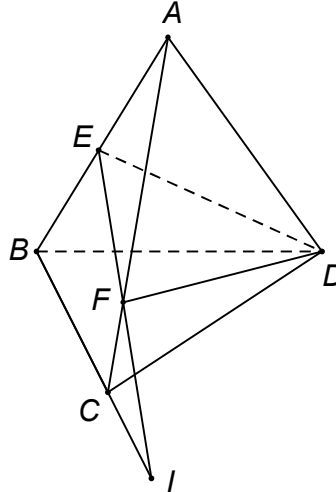


Ta có $(IAC) \equiv (SAC)$ và $(JBD) \equiv (SBD)$. Mà $(SAC) \cap (SBD) = SO$ trong đó O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Câu 52. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I , thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) và (DEF) . B. (BCD) và (ABC) .
C. (BCD) và (AEF) . D. (BCD) và (ABD) .

Lời giải.

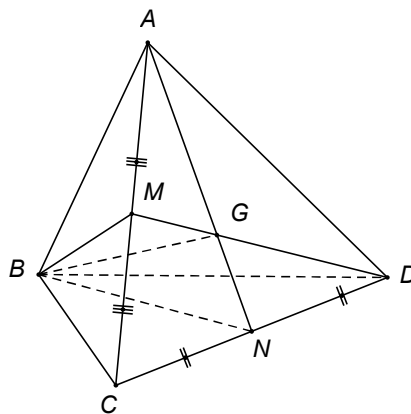


Điểm I là giao điểm của EF và BC mà $\begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF) \end{cases}$

Câu 53. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

- A. đường thẳng MN .
B. đường thẳng AM .
C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Lời giải.



- B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .
- Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD . Gọi $G = AN \cap DM$

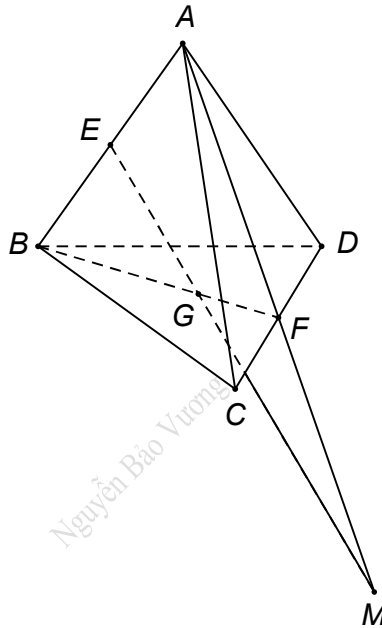
$$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G \text{ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng } (MBD) \text{ và } (ABN).$$

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. điểm F .
B. giao điểm của đường thẳng EG và AF .
 C. giao điểm của đường thẳng EG và AC .
 D. giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Lời giải.



Vì G là trọng tâm tam giác BCD , F là trung điểm của $CD \Rightarrow G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của $AB \Rightarrow E \in (ABF)$.

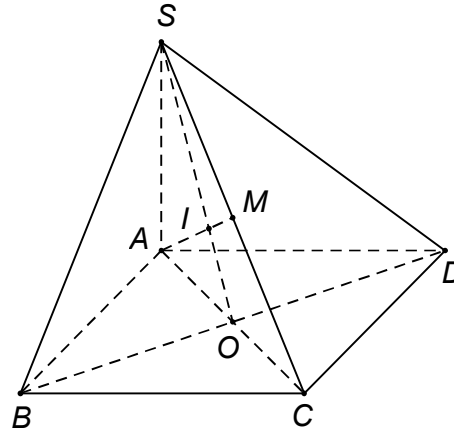
Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và $mp (ACD)$ là giao điểm $M = EG \cap AF$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{IA} = -2\vec{IM}$. B. $\vec{IA} = -3\vec{IM}$. C. $\vec{IA} = 2\vec{IM}$. D. $IA = 2,5IM$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm của AC .

Nối AM cắt SO tại I mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $I = AM \cap (SBD)$.

Tam giác SAC có M, O lần lượt là trung điểm của SC, AC .

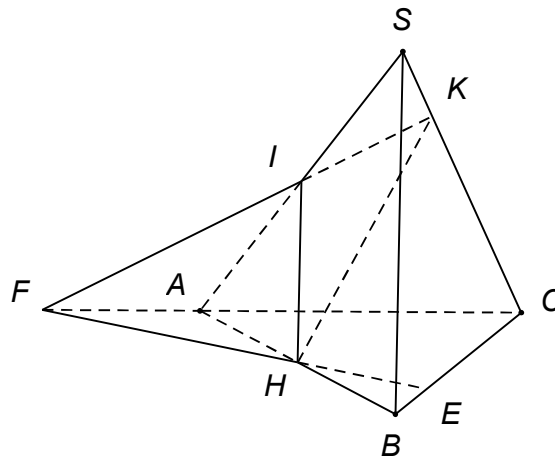
Mà $I = AM \cap SO$ suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AM \Leftrightarrow IA = 2IM$.

Điểm I nằm giữa A và M suy ra $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{MI} = -2\overrightarrow{IM}$.

Câu 56. Cho bốn điểm S, A, B, C không cùng ở trong một mặt phẳng. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA và AB . Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Gọi E là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. E nằm ngoài đoạn BC về phía B .
- B. E nằm ngoài đoạn BC về phía C .
- C. E nằm trong đoạn BC .
- D. E nằm trong đoạn BC và $E \neq B, E \neq C$.

Lời giải.



• Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa BC .

• Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $DH \perp MN$ và

$$S_{\Delta MND} = \frac{1}{2}MN \cdot DH = \frac{1}{2}MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}.$$

Ta có H là điểm chung thứ nhất của (ABC) và (IHK) .

Trong mặt phẳng (SAC) , do IK không song song với AC nên gọi $F = IK \cap AC$. Ta có

• $F \in AC$ mà $AC \subset (ABC)$ suy ra $F \in (ABC)$.

▪ $F \in IK$ mà $IK \subset (IHK)$ suy ra $F \in (IHK)$.

Suy ra F là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IHK) .

Do đó $(ABC) \cap (IHK) = HF$.

• Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = HF \cap BC$. Ta có

▪ $E \in HF$ mà $HF \subset (IHK)$ suy ra $E \in (IHK)$.

▪ $E \in BC$.

Vậy $E = BC \cap (IHK)$. Rõ ràng E nằm trong đoạn BC và $E \neq B, E \neq C$.

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

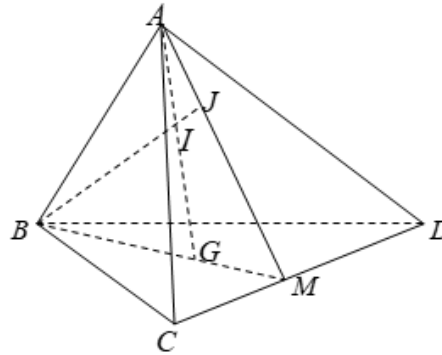
A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM .

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.



Ta có $A \in (ACD) \cap (ABG)$, $\begin{cases} M \in BG \\ M \in CD \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG)$ nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

Nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$ vậy A đúng.

A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt $(ACD), (ABG)$ nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

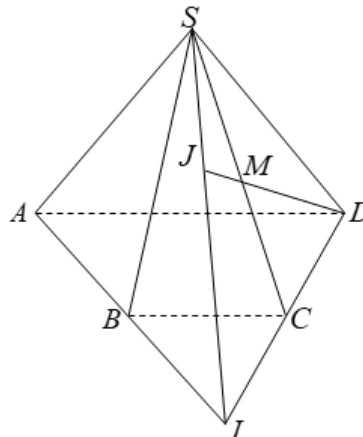
Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM .

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD \parallel BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. S, I, J thẳng hàng. B. $DM \subset mp(SCI)$.

C. $JM \subset mp(SAB)$. D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Lời giải.



□ S, I, J thẳng hàng vì ba điểm cùng thuộc hai mp (SAB) và (SCD) nên A đúng.

☐ $M \in SC \Rightarrow M \in (SCI)$ nên $DM \subset mp(SCI)$ vậy B đúng.

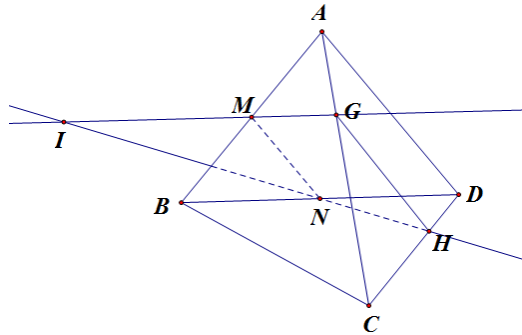
☐ $M \notin (SAB)$ nên $JM \not\subset mp(SAB)$ vậy C sai.

☐ Hiển nhiên D đúng theo giải thích **A.**

$$S_{\Delta MND} = \frac{1}{2} MN \cdot DH = \frac{1}{2} MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{4}.$$

- Câu 59.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. A, C, I thẳng hàng **B.** B, C, I thẳng hàng.
C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Lời giải



Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M, N, H, G cùng thuộc mặt phẳng (α) . Xét ba mặt phẳng

$$(ABC), (BCD), (\alpha) \text{ phân biệt, đồng thời } \begin{cases} (\alpha) \cap (ABC) = MG \\ (\alpha) \cap (BCD) = NH \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \end{cases} \text{ mà } MG \cap NH = I$$

Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

- Câu 60.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) . Tính $\frac{SQ}{SC}$.

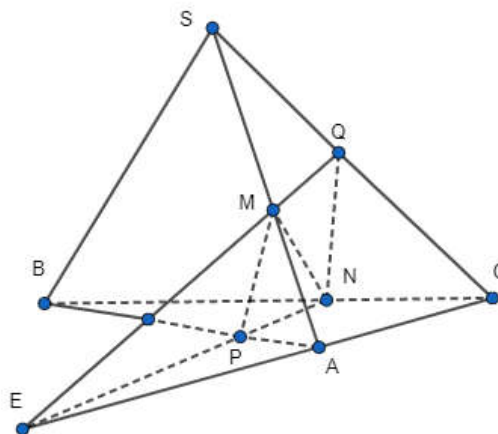
A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

Lời giải



Trong mặt phẳng (ABC) . Gọi $E = AC \cap PN$.

Khi đó $Q = SC \cap EM$.

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác ABC ta có $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1 \Rightarrow \frac{CE}{EA} = 2$.

Áp dụng định lý Menelaus vào tam giác SAC ta có $\frac{AM}{MS} \cdot \frac{BQ}{QC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1 \Rightarrow \frac{CE}{EA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N .

Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

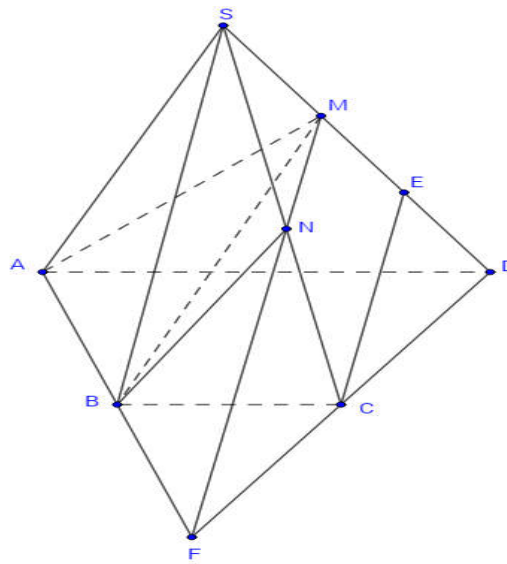
A. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

B. $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

C. $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

D. $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi F là giao điểm của AB và CD . Nối F với M , FM cắt SC tại điểm N . Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC .

Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF .

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD . Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE .

Do $MN \parallel CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE . Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của SB , SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

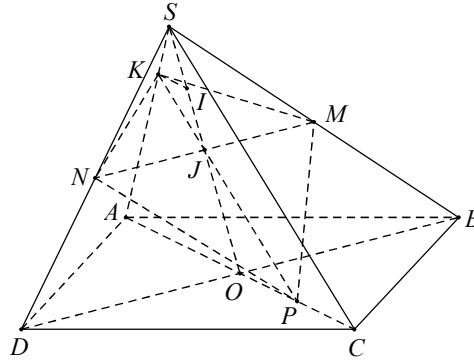
A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap PJ$ thì $K = SA \cap (MNP)$.

Vì M , N lần lượt là trung điểm của SB , SD nên J là trung điểm của SO .

Áp dụng định lý Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP , ta có:

$$\frac{SK}{KA} \cdot \frac{AP}{PO} \cdot \frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA} \cdot 3 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}$.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M , N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

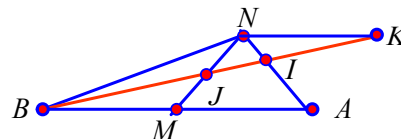
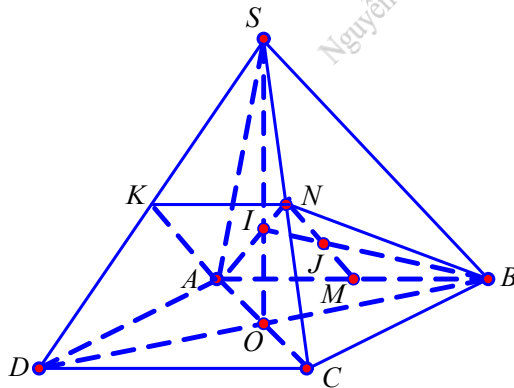
A. 4.

B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải



Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC) : $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD) . Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD) . Gọi K là trung điểm của SD . Suy ra $NK \parallel DC \parallel AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK \parallel BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng $\triangle KJN$ và $\triangle BJM$ có $\frac{NK}{BM} = \frac{MJ}{NJ} = \frac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác $\triangle SAC$ có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA} = \frac{1}{2}$. Do $AK \parallel MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

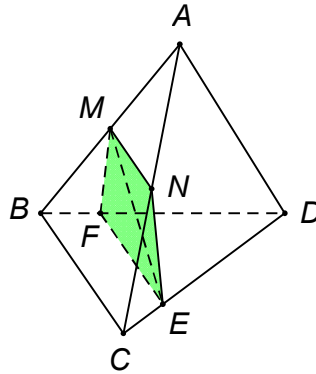
A. Tam giác MNE .

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải.



Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel BC$.

Từ E kẻ đường thẳng d song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF \parallel BC$.

Do đó $MN \parallel EF$ suy ra bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.

Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

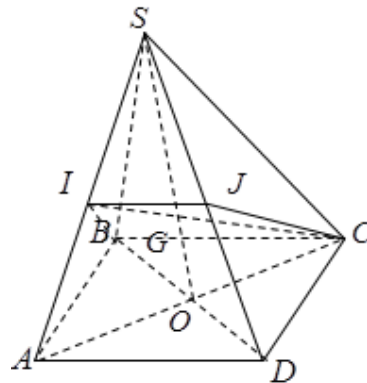
A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là giao điểm của CI và SO .

Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC . Suy ra G là trọng tâm tam giác SBD .

Gọi $J = BG \cap SD$. Khi đó J là trung điểm SD .

Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

Câu 66. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

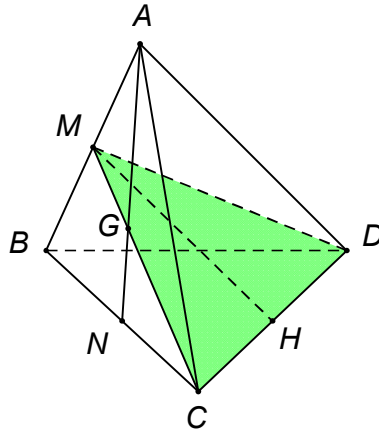
A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN \cap MC = G$.

Để thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M .

Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có M là trung điểm AB suy ra $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của $CD \Rightarrow MH \perp CD \Rightarrow S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot CD$

Với $MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{MC^2 - \frac{CD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

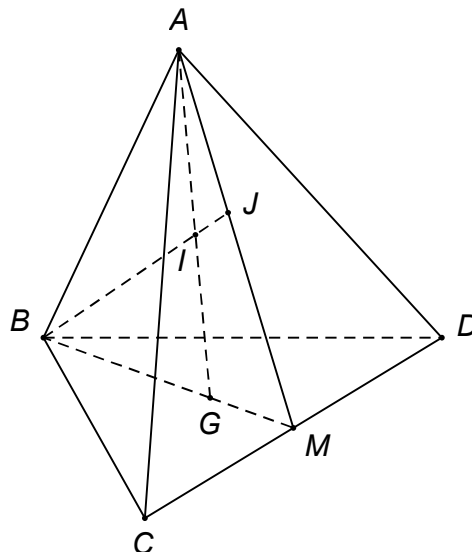
A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm của AM .

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.



Ta có A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Do $BG \cap CD = M \Rightarrow \begin{cases} M \in BG \subset (ABG) \Rightarrow M \in (ABG) \\ M \in CD \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow M$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

$\Rightarrow (ABG) \cap (ACD) = AM \longrightarrow A$ đúng.

Ta có $\begin{cases} BI \subset (ABG) \\ AM \subset (ABM) \\ (ABG) \equiv (ABM) \end{cases} \Rightarrow AM, BI$ đồng phẳng.

$\Rightarrow J = BI \cap AM \Rightarrow A, J, M$ thẳng hàng $\longrightarrow B$ đúng.

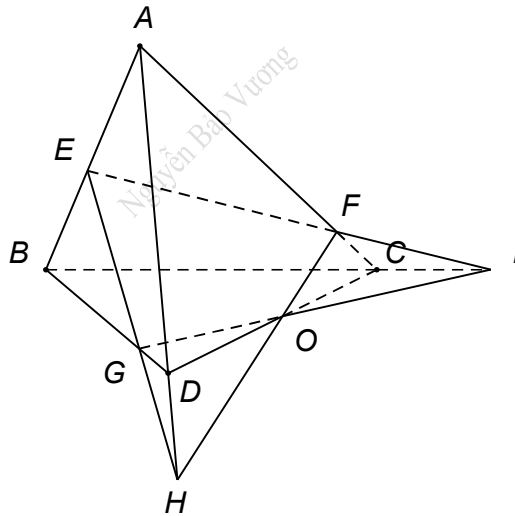
Ta có $\begin{cases} DJ \subset (ACD) \\ DJ \subset (BDJ) \end{cases} \Rightarrow DJ = (ACD) \cap (BDJ) \longrightarrow D$ đúng.

Điểm I di động trên AG nên J có thể không phải là trung điểm của AM $\longrightarrow C$ sai.

Câu 68. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A. CD, EF, EG . **B. CD, IG, HF .** C. AB, IG, HF . D. AC, IG, BD .

Lời giải.



Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) ; đồng thời d_3 là giao tuyến (α) và (β) .

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có

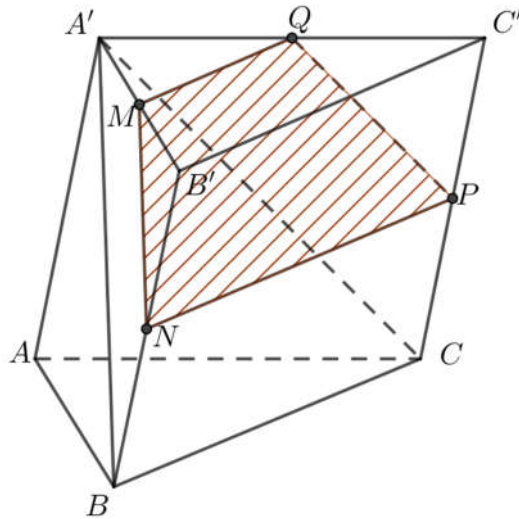
- $O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$.
- $O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$. (1)

Mà $(ACD) \cap (BCD) = CD$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng CD, IG, HF đồng quy.



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} M \in (\alpha) \cap (ABB'A') \\ (\alpha) \parallel (A'BC) \\ (A'BC) \cap (ABB'A') = A'B \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABB'A') = a, a \text{ đi qua điểm } M \text{ và song song với } A'B;$$

Giả sử $a \cap BB' = \{N\} \Rightarrow N$ là trung điểm của BB' (1)

$$\left. \begin{array}{l} N \in (\alpha) \cap (BCC'B') \\ (\alpha) \parallel (A'BC) \\ (A'BC) \cap (BCC'B') = BC \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (BCC'B') = b, b \text{ đi qua điểm } N \text{ và song song với } BC;$$

Giả sử $b \cap CC' = \{P\} \Rightarrow P$ là trung điểm của CC' (2)

$$\left. \begin{array}{l} P \in (\alpha) \cap (ACC'A') \\ (\alpha) \parallel (A'BC) \\ (A'BC) \cap (ACC'A') = A'C \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ACC'A') = c, c \text{ đi qua điểm } P \text{ và song song với } A'C;$$

Giả sử $c \cap A'C' = \{Q\} \Rightarrow Q$ là trung điểm của $A'C'$ (3)

$$(\alpha) \cap (A'B'C') = QM \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra thiết diện là hình thang $MNPQ$ ($MQ \parallel NP$).

Câu 71. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M, N là trung điểm của BC và CC' . Thiết diện của hình lăng trụ với mặt phẳng $(A'MN)$ cắt AB tại E . Tỷ số $\frac{EB}{EA}$ bằng bao nhiêu?

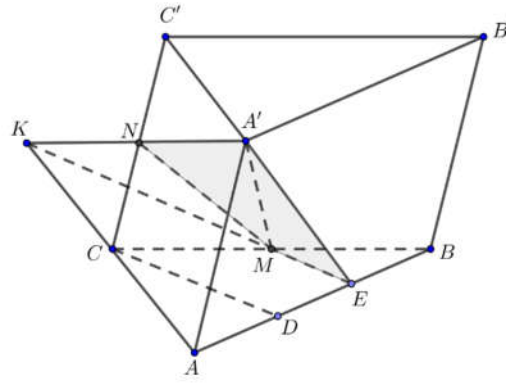
A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải



Đáp án: B

Ta có:

$$\square (A'MN) \cap (ACC'A') = MN \quad (1)$$

$$\square \text{ Trong mặt phẳng } (ACC'A') \text{ gọi } K = AB \cap A'N \Rightarrow (A'MN) \cap (ABC) = KM \quad (2)$$

$$\square \text{ Trong mặt phẳng } (ABC) \text{ gọi } E = KM \cap AB \Rightarrow (A'MN) \cap (ABB'A') = A'E \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra thiết diện tứ giác $A'NME$.

Vì $CN \parallel AA'$ và $CN = \frac{1}{2}AA'$ nên C là trung điểm của AK .

Gọi D là trung điểm của $AB \Rightarrow CD \parallel MK$ mà M là trung điểm của BC nên E là trung điểm của BD . Suy ra $\frac{EB}{EA} = \frac{1}{2}$.

Câu 72. Cho tứ diện $ABCD$ có G_1, G_2 là trọng tâm của hai tam giác nằm trong hai mặt bất kì của tứ diện. Trong số 6 đường thẳng đi qua hai đỉnh của tứ diện, có bao nhiêu đường thẳng cắt đường thẳng G_1G_2 .

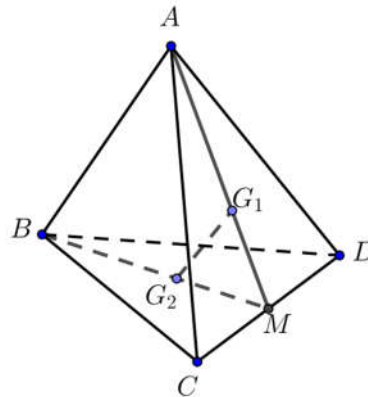
A. Không có đường thẳng nào.

B. Có một đường thẳng.

C. Có hai đường thẳng.

D. Có ba đường thẳng.

Lời giải



Đáp án: A

Giả sử G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ACD và ABC . Gọi M là trung điểm của CD .

$$\text{Khi đó } \frac{MG_1}{MA} = \frac{1}{3}; \frac{MG_2}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB.$$

Mà G_1G_2 và các đường thẳng BC, AC, AD không đồng phẳng. Do đó không có đường thẳng nào cắt

Câu 73. Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (MNP) là:

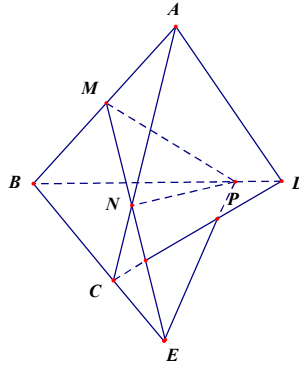
A. PE với $E = MN \cap BC$.

B. PE với $E = MB \cap AD$.

C. CE với $E = MN \cap BC$.

D. CE với $E = MB \cap AD$.

Lời giải



Chọn A.

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = MN \cap BC$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} E \in MN \subset (MNP) \\ E \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (MNP) \cap (BCD).$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} P \in MP \subset (MNP) \\ P \in BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD).$$

Vậy $PE = (MNP) \cap (BCD)$.

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$, O là điểm bên trong của ΔBCD , lấy điểm $M \in AO$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (ABC) .

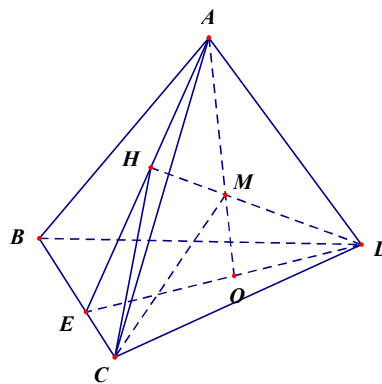
A. CH với $H = MD \cap AE$ và $E = DO \cap BC$.

B. AH với $H = MD \cap AE$ và $E = DO \cap BC$.

C. CE với $E = DO \cap BC$.

D. AE với $E = DO \cap BC$.

Lời giải



Chọn A.

Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $E = DO \cap BC$.

Trong mặt phẳng (ADE) , gọi $H = MD \cap AE$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} H \in MD \subset (MCD) \\ H \in AE \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow H \in (MCD) \cap (ABC).$$

Mặt khác $C \in (MCD) \cap (ABC)$

Vậy $CH = (MCD) \cap (ABC)$.

Câu 75. Cho tứ diện $ABCD$, O là điểm bên trong của $\triangle BCD$, lấy điểm $M \in AO$ sao cho $AM = \frac{3}{4}AO$.

Gọi I là trung điểm BC , J là điểm nằm trên cạnh BD sao cho $BJ = \frac{2}{3}BD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là:

A. KM với $K = IJ \cap CD$.

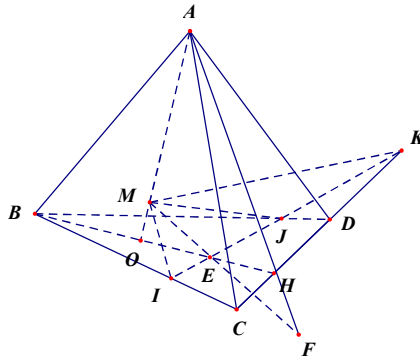
B. AK với $K = IJ \cap CD$.

C. KF với $K = IJ \cap CD$, $F = ME \cap AH$ trong đó $E = BO \cap IJ$ và $H = BO \cap CD$.

D. MF với $F = ME \cap AH$ trong đó $E = BO \cap IJ$ và $H = BO \cap CD$.

Lời giải

Chọn C.



Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $K = IJ \cap CD$.

Khi đó $\begin{cases} K \in IJ \subset (MIJ) \\ K \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow K \in (MIJ) \cap (ACD) \quad (1)$

Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $E = BO \cap IJ$.

Khi đó $E \in IJ \subset (MIJ) \Rightarrow ME \subset (MIJ)$.

Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $H = BO \cap CD$.

Khi đó $H \in CD \subset (ACD) \Rightarrow AH \subset (ACD)$.

Trong mặt phẳng (ABH) , gọi $F = ME \cap AH$.

Khi đó $\begin{cases} F \in ME \subset (MIJ) \\ F \in AH \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MIJ) \cap (ACD) \quad (2).$

Từ (1) và (2), ta có $KF = (MIJ) \cap (ACD)$.

Câu 76. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC')$.

A. OA' với $O = B'C \cap BC'$.

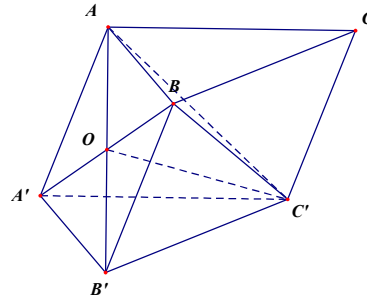
B. OA với $O = AB' \cap A'B$.

C. OC' với $O = AB' \cap A'B$.

D. OC với $O = B'C \cap BC'$.

Lời giải

Chọn C.



Trong mặt phẳng $(AA'B'B)$, gọi $O = AB' \cap A'B$.

Khi đó $\begin{cases} O \in AB' \subset (AB'C') \\ O \in A'B \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow O \in (AB'C') \cap (A'BC').$

Mặt khác $C' \in (AB'C') \cap (A'BC')$.

Vậy $OC' = (AB'C') \cap (A'BC')$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD > BC$), K là một điểm trên cạnh SD (K khác S và D). Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (ABK) với CD và SC . Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(ABK) \cap (SCD) = KC$.

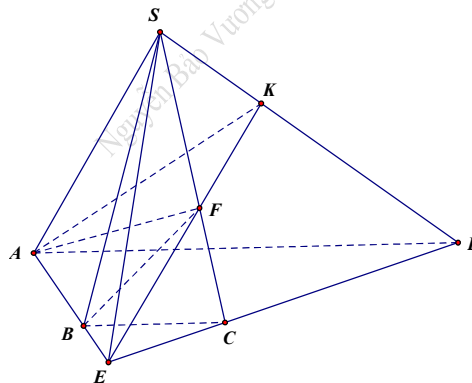
B. $(ABF) \cap (SBC) = BK$.

C. $(ABF) \cap (SEF) = KF$.

D. $(SAD) \cap (AEF) = AF$.

Lời giải

Đáp án: C



Trong $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD \Rightarrow E = CD \cap (ABK)$.

Trong (SCD) , gọi $F = EK \cap SC \Rightarrow F = SC \cap (ABK) \Rightarrow K \in EF$.

Suy ra $K \in (ABF) \cap (SEF)$ (1)

Lại có $F \in (ABF) \cap (SEF)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(ABF) \cap (SEF) = KF$

Câu 78. Trong mặt phẳng (α) cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB , giao điểm của hai đường chéo là P . Gọi I, J, K lần lượt là các điểm trên SA, AB, BC (K không là trung điểm BC). Gọi $H = AC \cap JK$, $L = DB \cap JK$, $M = AK \cap BD$, $Q = SM \cap IK$, $N = LQ \cap SD$, $R = LQ \cap SP$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $(SAC) \cap (JLQ) = HI$.

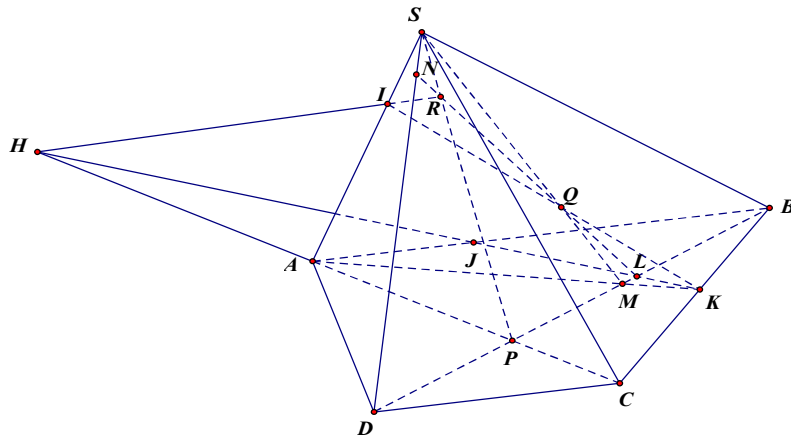
B. $(SAC) \cap (IKJ) = HR$.

C. $(JKR) \cap (SBD) = LN$.

D. $(IJQ) \cap (SBD) = MN$.

Lời giải

Đáp án: D



Theo cách dựng, ta thấy $(IJK) \equiv (JLQ) \equiv (JKR) \equiv (IJQ)$

Ta có: $H \in (SAC) \cap (KIJ)$ (1) và $I \in (SAC) \cap (KIJ)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (KIJ) = IH$. Do đó đáp A và B đúng.

Lại có: $L \in (SBD) \cap (KIJ)$ (3) và $N \in (SBD) \cap (KIJ)$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $(SAC) \cap (KIJ) = LN$. Suy ra đáp án C đúng.

Do đó đáp án sai là D.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$, lấy E và F lần lượt trên cạnh BC và SD (điểm E khác B và C). Gọi K, J lần lượt là giao điểm của BF và EF với (SAC) . Khẳng định nào sau đây là **sai**:

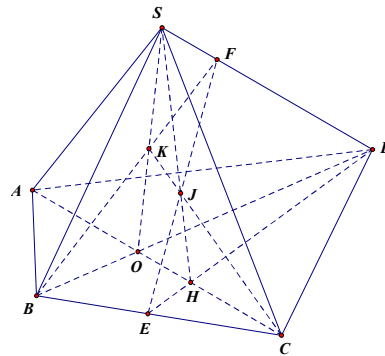
A. $(BCF) \cap (SAB) = BM$ với $M = CK \cap SA$.

B. $(BCF) \cap (SAB) = BN$ với $N = CJ \cap SA$.

C. $(BCF) \cap (SAD) = FP$ với $P = KJ \cap SA$.

D. $(BCF) \cap (SAD) = FQ$ với $Q = EK \cap SA$.

Lời giải



Đáp án: D

Gọi $\{O\} = AC \cap BD$, $\{K\} = SO \cap BF \Rightarrow \{K\} = BF \cap (SAC)$.

Gọi $\{H\} = AC \cap ED$, $\{J\} = EF \cap SH \Rightarrow \{J\} = EF \cap (SAC)$.

Do $K, J \in (SAC) \cap (BCF) \Rightarrow C, J, K$ thẳng hàng. Do đó, $\{M\} = CK \cap SA$, $\{P\} = KJ \cap SA$ và $\{N\} = CJ \cap SA$ suy ra M, N, P trùng nhau. Từ đó suy ra đáp án A, B và C đúng.

Câu 80. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M và N lần lượt là trung điểm SC và SD , G là trọng tâm tam giác SCD . Khi đó, phát biểu nào sau đây là **sai**?

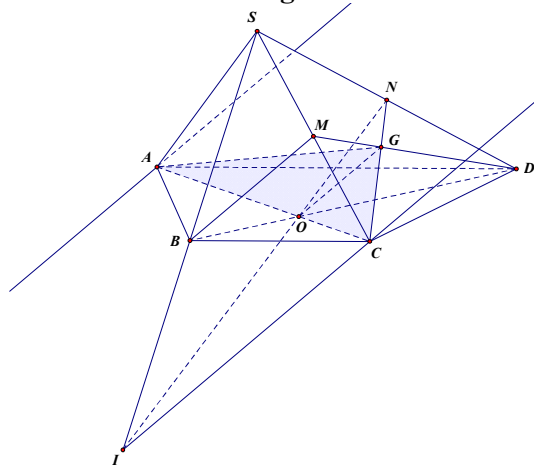
A. $(ACG) \cap (SBC) = CI$, với $I = ON \cap SB$.

B. $(ACG) \cap (MAB) = d$, với d là đường thẳng đi qua A và song song OG .

C. $(ACG) \cap (SBC) = \Delta$, với Δ là đường thẳng đi qua C và song song BM .

D. $(ACG) \cap (SAB) = AP$, với $P = AB \cap CG$.

Lời giải



Đáp án: D

Ta có: $\frac{DO}{OB} = \frac{AD}{BC} = \frac{DG}{GM} = 2 \Rightarrow OG \parallel BM$ (1).

Mặt khác $C \in (AGC) \cap (SAC)$; $A \in (ACG) \cap (MAB)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra đáp án **B** và **C** đúng.

Gọi $I = ON \cap SB \Rightarrow I \in (ACG) \cap (SBC)$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra đáp án **A** đúng.

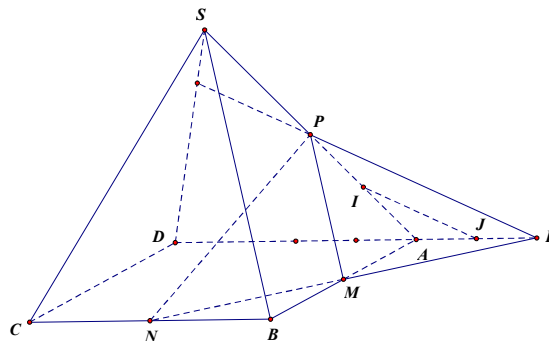
Vậy chọn **D**.

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, SA . Gọi I, J lần lượt nằm trên SA, AD sao cho $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AS}$, $\overrightarrow{DA} = 4\overrightarrow{AJ}$. Khi đó

giao tuyến của hai mặt phẳng (PMN) và (SAD) là:

- A. Đường thẳng đi qua P và song song với IJ .
- B. Đường thẳng đi qua P và song song với MC .
- C. Đường thẳng đi qua N và song song với IJ .
- D. Đường thẳng đi qua P và song song với AD .

Lời giải



Đáp án: A

Ta có:

$$\begin{cases} P \in PM \subset (PMN) \\ P \in SA \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow P \in (PMN) \cap (SAD) \quad (1)$$

Gọi $NM \cap AD = K$; $PK \cap SD = Q$ ta có:

$$\begin{cases} Q \in PK \subset (PMN) \\ Q \in SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow Q \in (PMN) \cap (SAD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(PMN) \cap (SAD) = PQ \quad (*)$

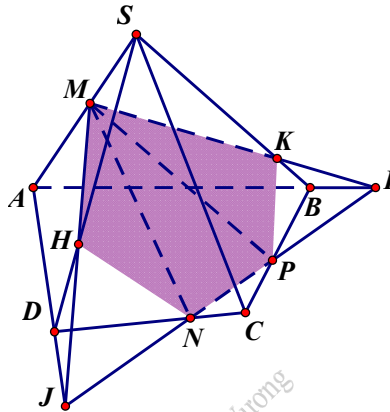
Từ giả thuyết suy ra I, J lần lượt là trung điểm AP, AK nên $JI // PK \quad (**)$

Từ (*) và (**) suy ra giao tuyến của hai (PMN) và (SAD) là đường thẳng đi qua P và song song với JI

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm lấy trên các cạnh SA, BC và CD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là :

- A. Một hình thang. B. Một tứ giác.
C. Một ngũ giác. D. Một tam giác.

Lời giải



Chọn C

Gọi I, J là giao điểm của NP với AB, AD .

K là giao điểm của MI với SB .

H là giao điểm của MJ với SD .

Khi đó

$$(MNP) \cap (ABCD) = NP$$

$$(MNP) \cap (SBC) = PK$$

$$(MNP) \cap (SAB) = MK$$

$$(MNP) \cap (SAD) = MH$$

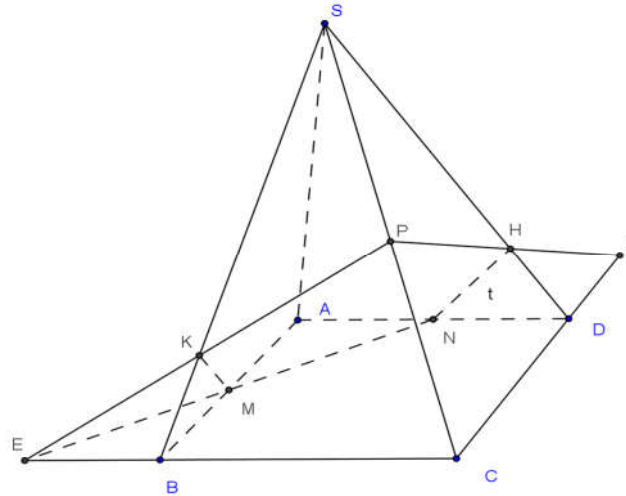
$$(MNP) \cap (SDC) = HN$$

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MHNPK$

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD và SC . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- A. Tam giác B. Tứ giác C. Ngũ giác D. Lục giác

Lời giải

**Đáp án C**

Trong mp($ABCD$), MN cắt BC và CD lần lượt tại E và F .

Trong mp(SBC), PE cắt SB tại K .

Trong mp(SCD), PF cắt SD tại H .

Khi đó ta có:

Các đoạn giao tuyến do (MNP) cắt các mặt của hình chóp là:

$$(MNP) \cap (ABCD) = MN$$

$$(MNP) \cap (SAD) = NH$$

$$(MNP) \cap (SCD) = HP$$

$$(MNP) \cap (SBC) = PK$$

$$(MNP) \cap (SAB) = KM$$

Suy ra thiết diện cần tìm là ngũ giác ($MNHPK$).

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là một điểm trên đoạn SO . Tìm giao điểm E, F của mp(ICD) với các đường SA và SB . Thiết diện của mp(ICD) và hình chóp là hình gì?

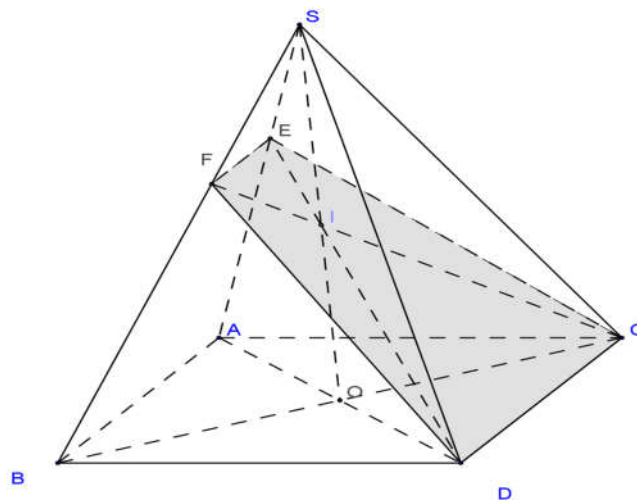
A. Tam giác

B. Tứ giác

C. Ngũ giác

D. Hình thang

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

Trong mp(SAC): $IC \cap SA = E$.

Trong mp(SBD): $ID \cap SB = F$.

Khi đó: $\left. \begin{array}{l} E \in IC \subset (ICD) \\ E \in SA \end{array} \right\} \Rightarrow E \text{ là giao điểm của } SA \text{ và } (ICD).$

$\left. \begin{array}{l} F \in ID \subset (ICD) \\ F \in SB \end{array} \right\} \Rightarrow F \text{ là giao điểm của } SB \text{ và } (ICD).$

Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mp(ICD) là tứ giác $CDEF$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} EF = (SAB) \cap (ICD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow EF // AB // CD \Rightarrow CDEF \text{ là một hình thang.}$

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi K, J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và SBC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) chứa KJ và song song với AD là hình gì?

A. Tam giác

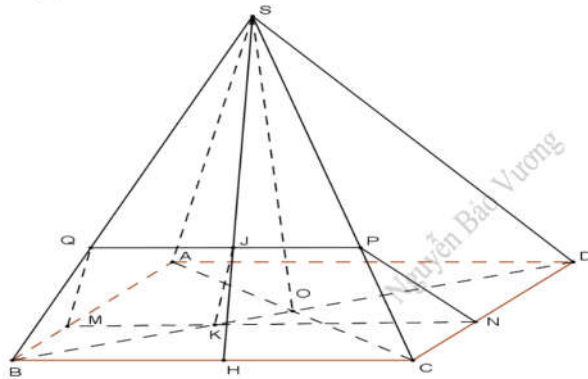
B. Tứ giác

C. Ngũ giác

D. Lục giác

Lời giải

Đáp án B



Ta có:

$\left. \begin{array}{l} K \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) // AD, AD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d \text{ đi qua } K \text{ và song song với } AD.$

Trong $(ABCD)$, đường thẳng d cắt AB, CD lần lượt tại M, N .

$\left. \begin{array}{l} J \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (\alpha) // BC, BC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = \Delta \text{ đi qua } J \text{ và song song với } BC.$

Trong (SBC) , đường thẳng Δ cắt SB, SC lần lượt tại Q, P .

Khi đó ta có thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $MNPQ$.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm AD . Gọi (α) và (β) là mặt phẳng qua điểm M và lần lượt song song với mặt phẳng (SBD) và (SAC) . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(α) là hình gì?

A. Tứ giác

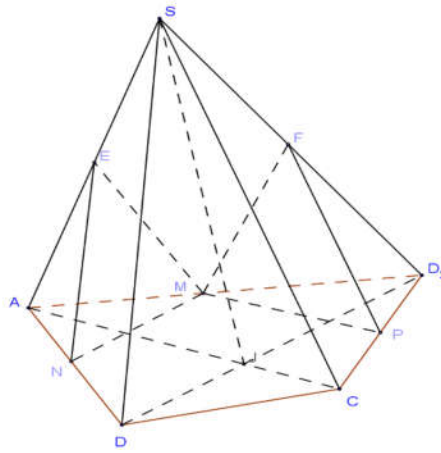
B. Tam giác

C. Ngũ giác

D. Hình thang

Lời giải

Đáp án B



Ta có: $M \in (\alpha) \cap (ABCD)$ (1)

$$\left. \begin{array}{l} \alpha // (SBD) \\ (ABC) \cap (SBD) = BD \\ (ABC) \cap (\alpha) = d_1 \end{array} \right\} \Rightarrow d_1 // BD \quad (2)$$

(1) và (2) $\Rightarrow d_1$ qua M song song BD .

Trong $(ABCD)$, $d_1 \cap AB = N$, ta có M là trung điểm AD nên N là trung điểm AB .

Lại có: $N \in (\alpha) \cap (SAB)$ (3)

$$\left. \begin{array}{l} \alpha // (SBD) \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \\ (SAB) \cap (\alpha) = d_2 \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = d_2 // SB \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow d_2$ qua N và song song SB . Trong (SAB) , $d_2 \cap SA = E$, ta có N là trung điểm AB nên E là trung điểm SA .

Khi đó: $ME = (\alpha) \cap (SAD)$. Vậy thiết diện cần tìm là tam giác MNE .

Câu 87. Cho hình bình hành $ABCD$, S là điểm không thuộc $(ABCD)$, M và N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SC . Xác định các giao điểm I, J của AN và MN với (SBD) , từ đó tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Ba điểm J, I, M thẳng hàng.

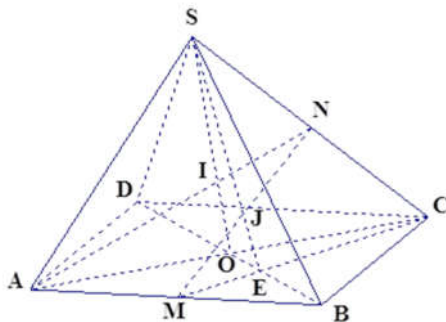
B. Ba điểm J, I, N thẳng hàng.

C. Ba điểm J, I, D thẳng hàng.

D. Ba điểm J, I, E thẳng hàng.

Lời giải

Chọn D.



*Xác định giao điểm $I = AN \cap (SBD)$

Chọn mặt phẳng phụ $(SAC) \supset AN$

Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) : $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong (SAC) , gọi $I = AN \cap SO$, $I \in AN$, $I \in SO$ mà $SO \subset (SBD) \Rightarrow I \in (SBD)$

Vậy: $I = AN \cap (SBD)$

* Xác định giao điểm $J = MN \cap (SBD)$

Chọn mp phụ $(SMC) \subset MN$

Tìm giao tuyến của (SMC) và (SBD) , S là điểm chung của (SMC) và (SBD)

Trong $(ABCD)$, gọi $E = MC \cap BD \Rightarrow (SMC) \cap (SBD) = SE$

Trong (SMC) , gọi $J = MN \cap SE$, $H \in SE$ mà $SE \subset (SBD) \Rightarrow J \in (SBD)$

Vậy $J = MN \cap (SBD)$

* Chứng minh I, J, B thẳng hàng

Ta có: B là điểm chung của (ANB) và (SBD)

• $I \in SO$ mà $SO \subset (SBD) \Rightarrow I \in (SBD)$

• $I \in AN$ mà $AN \subset (ANB) \Rightarrow I \in (ANB)$

$\Rightarrow I$ là điểm chung của (ANB) và (SBD)

• $J \in SE$ mà $SE \subset (SBD) \Rightarrow J \in (SBD)$

• $J \in MN$ mà $NM \subset (ANB) \Rightarrow J \in (ANB)$

$\Rightarrow J$ là điểm chung của (ANB) và (SBD) . Vậy: B, I, J thẳng hàng.

Câu 88. Cho tứ giác $ABCD$ và $S \in (ABCD)$. Gọi I, J là hai điểm trên AD và SB , AD cắt BC tại O và OJ cắt SC tại M . Xác định các giao điểm K, L của IJ và DJ với (SAC) , từ đó tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Ba điểm A, K, L thẳng hàng.

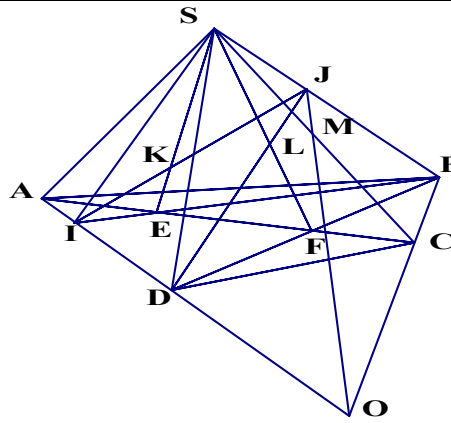
B. Ba điểm A, L, M thẳng hàng.

C. Bốn điểm A, K, L, M thẳng hàng.

D. Bốn điểm A, K, L, J thẳng hàng.

Lời giải

Chọn C.



* Tìm giao điểm $K = IJ \cap (SAC)$

• Chọn mp phụ $(SIB) \supset IJ$

• Tìm giao tuyến của (SIB) và (SAC) , S là điểm chung của (SIB) và (SAC) . Trong $(ABCD)$, gọi $E = AC \cap BI \Rightarrow (SIB) \cap (SAC) = SE$

• Trong (SIB) , gọi $K = IJ \cap SE$. $K \in IJ, K \in SE$ mà $SE \subset (SAC) \Rightarrow K \in (SAC)$

Vậy: $K = IJ \cap (SAC)$

* Xác định giao điểm $L = DJ \cap (SAC)$

• Chọn mp phụ $(SBD) \supset DJ$

• Tìm giao tuyến của (SBD) và (SAC) , S là điểm chung của (SBD) và (SAC)

Trong $(ABCD)$, gọi $F = AC \cap BD \Rightarrow SE = (SBD) \cap (SAC)$

Trong (SBD) , gọi $L = DJ \cap SE, L \in DJ, L \in SF$ mà $SF \subset (SAC) \Rightarrow L \in (SAC)$

Vậy: $L = DJ \cap (SAC)$

* Chứng minh A, K, L, M thẳng hàng

Ta có: A là điểm chung của (SAC) và (AJO)

• $K \in IJ$ mà $IJ \subset (AJO) \Rightarrow K \in (AJO)$

• $K \in SE$ mà $SE \subset (SAC) \Rightarrow K \in (SAC)$

$\Rightarrow K$ là điểm chung của (SAC) và (AJO)

$L \in DJ$ mà $DJ \subset (AJO) \Rightarrow L \in (AJO)$

$L \in SF$ mà $SF \subset (SAC) \Rightarrow L \in (SAC)$

$\Rightarrow L$ là điểm chung của (SAC) và (AJO)

$M \in JO$ mà $JO \subset (AJO) \Rightarrow M \in (AJO)$

$M \in SC$ mà $SC \subset (SAC) \Rightarrow M \in (SAC)$

$\Rightarrow M$ là điểm chung của (SAC) và (AJO)

Vậy: Bốn điểm A, K, L, M thẳng hàng

Câu 89. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC. Gọi LK giao tuyến của mp (LMN) và (ABC) . Xác định I, J lần lượt là giao điểm của BC và SC với (LMN) . Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Ba điểm L, I, J thẳng hàng.

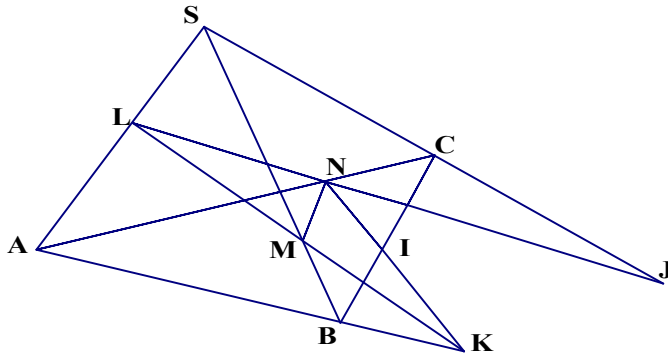
B. Ba điểm L, I, K thẳng hàng.

C. Ba điểm M, I, J thẳng hàng.

D. Ba điểm M, I, K thẳng hàng.

Lời giải

Chọn C.



* Tìm giao tuyến của mp (LMN) và (ABC)

Ta có: N là điểm chung của (LMN) và (ABC)

Trong (SAB) , LM không song song với AB

Gọi $K = AB \cap LM$

$K \in LM$ mà $LM \subset (LMN) \Rightarrow K \in (LMN)$

$K \in AB$ mà $AB \subset (ABC) \Rightarrow K \in (ABC)$

* Tìm giao điểm $I = BC \cap (LMN)$

• Chọn mp phụ $(ABC) \supset BC$

• Tìm giao tuyến của (ABC) và $(LMN) \Rightarrow (ABC) \cap (LMN) = NK$. Trong (ABC) ,

gọi $I = NK \cap BC$, $I \in BC, I \in NK$ mà $NK \subset (LMN) \Rightarrow I \in (LMN)$

Vậy: $I = BC \cap (LMN)$

* Tìm giao điểm $J = SC \cap (LMN)$

• Trong (SAC) , LN không song song với SC. Gọi $J = LN \cap SC, J \in SC, J \in LN$ mà

$LN \subset (LMN) \Rightarrow J \in (LMN)$

Vậy: $J = SC \cap (LMN)$

* Chứng minh M, I, J thẳng hàng

Ta có: M, I, J là điểm chung của (LMN) và (SBC)

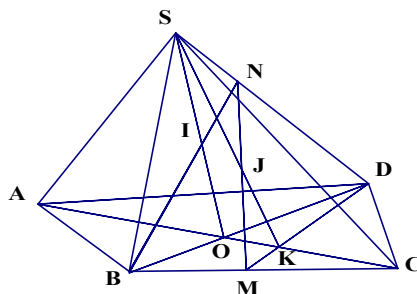
Vậy: M, I, J thẳng hàng

Câu 90. Cho tứ giác ABCD và S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm trên BC và SD. Xác định I, J lần lượt là giao điểm của BN và MN với (SAC) . Từ đó tìm bộ 3 điểm thẳng hàng trong những điểm sau:

A. Ba điểm A, I, J thẳng hàng.
B. Ba điểm K, I, K thẳng hàng.
C. Ba điểm M, I, J thẳng hàng.
D. Ba điểm C, I, J thẳng hàng.

Lời giải

Chọn D.



* Tìm giao điểm $I = BN \cap (SAC)$

Chọn mp phụ $(SBD) \supset BN$

- Tìm giao tuyến của (SBD) và (SAC)

Trong $(ABCD)$, $O = AC \cap BD \Rightarrow (SBD) \cap (SAC) = SO$

- Trong (SBD) , gọi $I = BN \cap SO, I \in BN, I \in SO$ mà $SO \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC)$

Vậy: $I = BN \cap (SAC)$

* Tìm giao điểm $J = MN \cap (SAC)$:

- Chọn mp phụ $(SMD) \supset MN$

- Tìm giao tuyến của (SMD) và (SAC)

Trong $(ABCD)$, gọi $K = AC \cap DM \Rightarrow (SMD) \cap (SAC) = SK$

- Trong (SMD) , gọi $J = MN \cap SK, J \in MN, J \in SK$ mà $SK \subset (SAC) \Rightarrow J \in (SAC)$

Vậy: $J = MN \cap (SAC)$

* Chứng minh C, I, J thẳng hàng:

Ta có: C, I, J là điểm chung của (BCN) và (SAC)

Vậy: C, I, J thẳng hàng

Câu 91. Cho tam giác ABC . Từ 3 đỉnh của tam giác này ta kẻ các đoạn thẳng $AA'/BB'/CC'$ sao cho A', B', C' lấy tùy ý nằm cùng phía với (ABC) và không thuộc (ABC) . Gọi I, J, K lần lượt là các giao điểm của $B'C', C'A', A'B'$ với (ABC) . Tìm bộ 3 điểm thẳng hàng I, J, K thẳng hàng

A. Ba điểm A, I, J thẳng hàng.

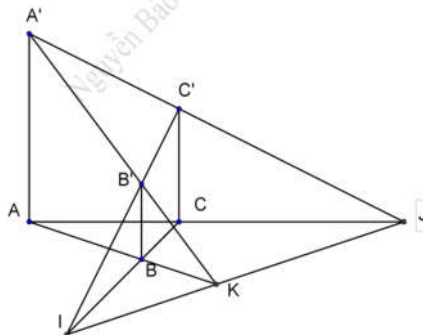
B. Ba điểm K, I, K thẳng hàng.

C. Ba điểm M, I, J thẳng hàng.

D. Ba điểm K, I, J thẳng hàng.

Lời giải

Chọn D.



Gọi d là giao tuyến của 2 mp (ABC) và $(A'B'C')$

I là giao điểm của $B'C'$ với $(ABC) \Rightarrow I$ thuộc d (1)

J là giao điểm của $C'A'$ với $(ABC) \Rightarrow J$ thuộc d (2)

K là giao điểm của $A'B'$ với $(ABC) \Rightarrow K$ thuộc d (3)

Từ (1), (2), (3): ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 92. Cho tứ diện $ABCD$, trên SA, SB, SD lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ba điểm B, J, K thẳng hàng.

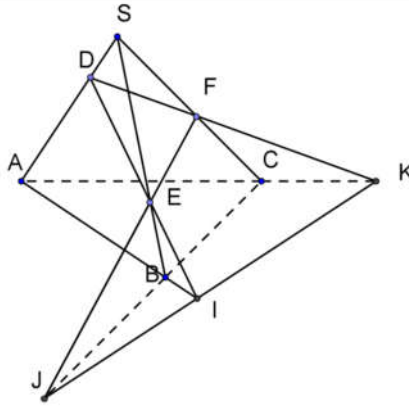
B. Ba điểm I, J, K thẳng hàng.

C. Ba điểm I, J, K không thẳng hàng.

D. Ba điểm I, J, C thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B.



Ta có:

$$I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$$

$$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC) \quad (1)$$

Tương tự:

$$J \in EF \cap BC$$

$$\Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ K \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2) \quad K = DF \cap AC \quad \square$$

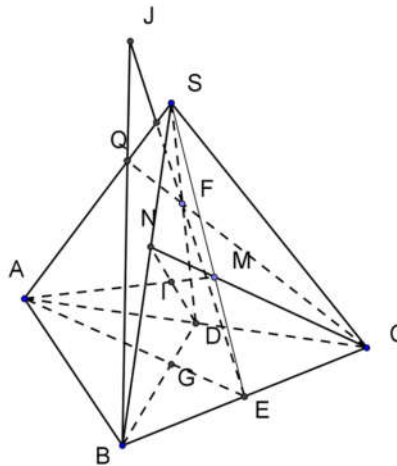
$$\Rightarrow \begin{cases} K \in DE \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.

- Câu 93.** Cho tứ diện $SABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE, SB lần lượt tại M, N . Một mặt (β) đi qua BC và cắt SD, SA tương ứng tại P và Q . Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** Bốn điểm S, I, J, G thẳng hàng. **B.** Bốn điểm S, I, J, G không thẳng hàng.
C. Ba điểm I, J, P thẳng hàng. **D.** Ba điểm I, J, Q thẳng hàng.

Lời giải

Chọn A.



$$\text{Ta có } S \in (SAE) \cap (SBD), (1)$$

$$G = AE \cap BD \Rightarrow \begin{cases} G \in AE \subset (SAE) \\ G \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow G \in (SAE) \cap (SBD) \quad (2)$$

$$I = AM \cap DN \Rightarrow \begin{cases} I \in DN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow I \in (SBD) \cap (SAE) \quad (3)$$

$$J = BP \cap EQ \Rightarrow \begin{cases} J \in BP \subset (SBD) \\ J \in EQ \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow J \in (SBD) \cap (SAE) \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3) và (4) ta có S, I, J, G là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (SAE) nên chúng thẳng hàng.

Câu 94. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ chung cạnh AB và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai đường chéo AC và BF sao cho $AM = BN$. Tìm quỹ tích trung điểm MN , biết O là trung điểm của AB .

A. Quỹ tích I là đoạn OI' với I' là trung điểm của CF .

B. Quỹ tích I là tia phân giác của góc xOy với $Ox \parallel BF$ và $Oy \parallel AC$.

C. Quỹ tích I là đường phân giác của góc xOy với $Ox \parallel BF$ và $Oy \parallel AC$.

D. Quỹ tích I là đường đoạn OI' với I' là trung điểm của CE .

Lời giải:

Tìm mặt phẳng cố định chứa I: Gọi O là trung điểm của AB .

Do điểm I là trung điểm của MN , theo định lý Thales đảo thì I sẽ nằm trong mặt phẳng qua O và song song với AC và BN .

Mặt phẳng đó dựng như sau:

Từ O kẻ $Ox \parallel AC$, $Oy \parallel BF$

Ox, Oy tạo mặt phẳng (P) chứa I . Quỹ tích của I sẽ ở trên (P)

Xác định điểm I : (phương pháp dựng giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng)

+ Chọn mặt phẳng chứa I : Từ M và N kẻ những đường thẳng song song với AB . Chúng cắt Ox, Oy lần lượt tại M' và N' . Mặt phẳng $(NN'MM')$ là mặt phẳng này.

+ Giao tuyến của $(NN'MM')$ với P là $M'N'$. Nó cắt MN tại I . I là trung điểm của MN cũng là trung điểm của $M'N'$.

Trên (P) sự di chuyển của I phụ thuộc vào M' và N'

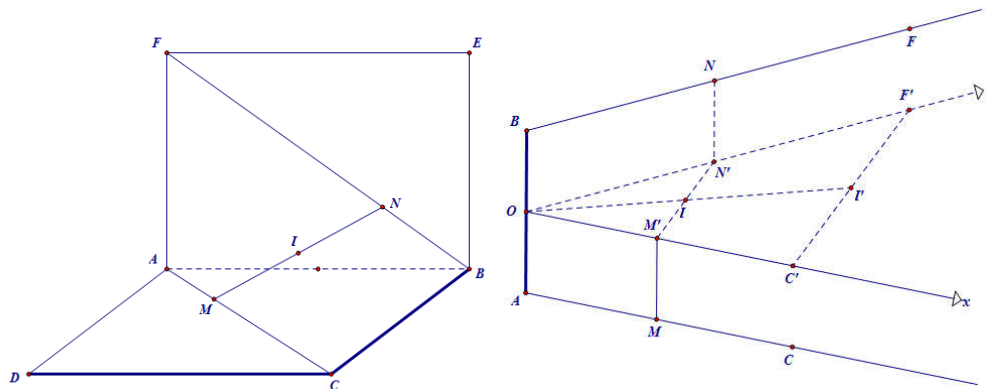
Tính chất của M' và N' là $OM' = ON'$

Vì $OM' = ON'$ nên trung điểm I chạy trên đường phân giác của góc xOy .

Giới hạn: Khi M chạy đến C thì N chạy đến F . I chạy đến trung điểm I' của CF .

Kết luận: Quỹ tích của I là đoạn thẳng OI' trên mặt phẳng $(Ox;Oy)$.

Các hình vẽ minh họa:



Câu 95. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là 2 điểm cố định trên các cạnh AB và AC sao cho EF không song song với BC . Điểm M di động trên cạnh CD . Gọi N là giao điểm của mp (MEF) và BD . Tìm tập giao điểm I của EM và FN .

A. Tập hợp I là đoạn thẳng DG với $G = EC \cap BF$.

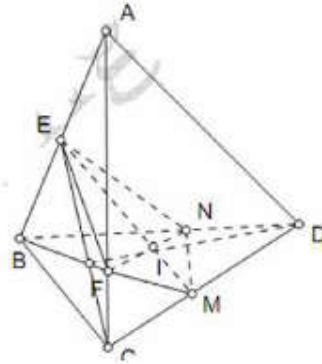
B. Tập hợp I là đường thẳng DG với $G = EC \cap BF$.

C. Tập hợp I là tia DG với $G = EC \cap BF$.

D. Tập hợp I là đường thẳng DK với K là giao điểm của EF và BC .

Lời giải:

Do EF không song song với BC. Nên EF cắt BC tại K. Trong mặt phẳng (BCD), đường thẳng KM cắt BD tại N. Suy ra N là giao điểm của mp(MEF) và BD.



Do $I \in EM$ và $EM \subset (ECD)$ cố định nên I thuộc mặt phẳng (ECD). Tương tự $I \in FN$ và FN thuộc mặt phẳng (FBD) cố định. Nên I thuộc giao tuyến của mp(FBD) và (ECD). Gọi $G = EC \cap BF$ thì I thuộc đường thẳng DG là giao tuyến 2 mặt phẳng (ECD) và (FBD). Khi M di động trên CD thì I di động trên đoạn DG. Vậy tập hợp I là đoạn thẳng DG.

Câu 96. Cho hình chóp S.ABCD. Giả sử AD và BC cắt nhau tại H. Gọi O là giao điểm của AC và BD, E và F lần lượt là trung điểm của SA và SB. Điểm M di động trên cạnh SC. Gọi N là giao điểm của SD và mp(EFM). Tìm tập hợp giao điểm J của EN và FM.

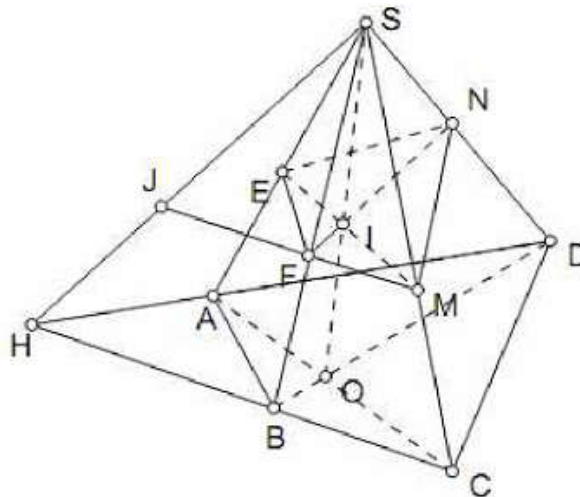
- A. Tập hợp J là đoạn thẳng SJ_1 với $J_1 = CF \cap SH$.
- B. Tập hợp J là đoạn thẳng SJ_1 với $J_1 = DE \cap SH$.
- C. Tập hợp J là đoạn thẳng SH.
- D. Tập hợp J là đường thẳng SH.

Lời giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Suy ra (SAC) cắt (SBD) theo giao tuyến là SO. Gọi I là giao của EM và SO. Khi đó FI cắt SD tại N. Do FM thuộc mp (SBC) cố định và EN thuộc mp (SAD) cố định nên giao điểm J của FM và EN thuộc giao tuyến của mp (SBC) và mp (SAD). Gọi $H = AD \cap BC$, suy ra $(SBC) \cap (SAD) = SH$. Do đó I thuộc đường thẳng SH.

Giới hạn: Nếu $M \equiv S$ thì $J \equiv S$; Nếu $M \equiv C$ thì $J \equiv J_1$ với $J_1 = CF \cap SH$.

Vậy tập hợp J là đoạn thẳng SJ_1 .



Câu 97. Cho hình chóp S.ABCD, trong đó AD không song song với BC. Gọi O là giao điểm của AC và BD, E là giao điểm của AD và BC. Điểm M di động trên cạnh SB, EM cắt SC tại N. Tập hợp giao điểm I của AN và DM.

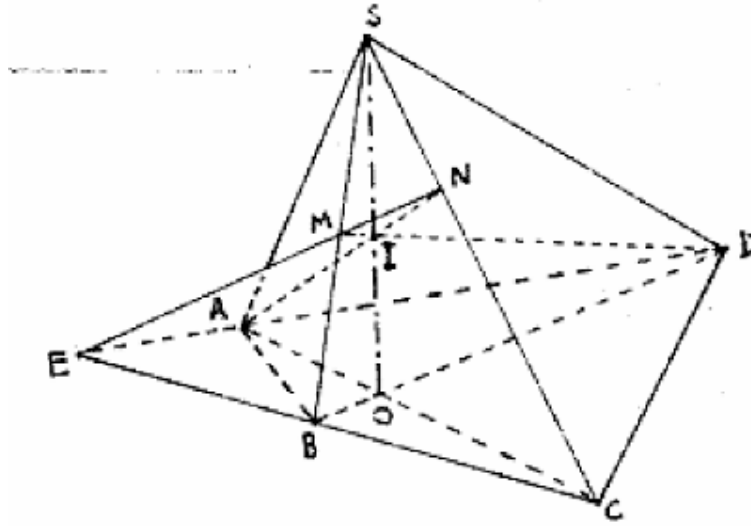
- A. Tập hợp giao điểm I là đoạn thẳng SO.
- B. Tập hợp giao điểm I là đường thẳng SO.

C. Tập hợp giao điểm I là đoạn thẳng SO trừ 2 điểm S và O.

D. Tập hợp giao điểm I là đoạn thẳng SE.

Lời giải:

Do AN thuộc mp (SAC) cố định và DM thuộc mp (SBD) cố định nên giao điểm I của AN và DM thuộc giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO. Khi M trùng S thì I trùng S; Khi M trùng B thì I trùng O. Vậy tập hợp I là đoạn thẳng SO.



Câu 98. Cho tứ diện $ABCD$. Một mặt phẳng (P) di động luôn song song với AB và CD cắt các cạnh AC, AD, BD, BC tại M, N, E, F . Tìm tập hợp tâm I của hình bình hành $MNEF$.

A. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD (trừ 2 điểm P và Q).

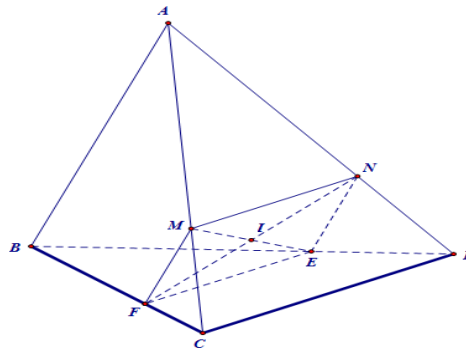
B. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD.

C. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC (trừ 2 điểm P và Q).

D. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Lời giải:

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó AQ cắt MN tại K; BQ cắt FE tại H. Dễ thấy H, K lần lượt là trung điểm của MN và FE nên I thuộc KH, đồng thời là trung điểm KH. Do đó I thuộc đường trung tuyến QP của tam giác QAB.



Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>

Facebook **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong> Trang 51

Nguyễn Bảo Vương