

BÀI 1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

- CHƯƠNG 3. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Giới hạn hữu hạn của dãy số

Giới hạn 0 của dãy số

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ nhỏ hơn một số dương bất kì cho trước, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ hay $u_n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$. Ta còn viết là $\lim u_n = 0$.

Ví dụ 1. Với dãy số $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ở Hoạt động khám phá 1, sử dụng định nghĩa, chứng tỏ rằng $\lim u_n = 0$.

Giải

Với số thực dương d bé tùy ý cho trước, lấy số tự nhiên N sao cho $N > \frac{1}{d}$. Khi đó, với mọi số

tự nhiên n sao cho $n \geq N$, ta có $|u_n| = \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| = \frac{1}{n} \leq \frac{1}{N} < d$.

Theo định nghĩa, $\lim u_n = 0$.

Ta thừa nhận một số giới hạn cơ bản dưới đây. Chúng thường được sử dụng để tìm giới hạn của nhiều dãy số khác.

- $\lim \frac{1}{n^k} = 0$, với k nguyên dương bất kì.

- $\lim q^n = 0$, với q là số thực thỏa mãn $|q| < 1$.

Ví dụ 2. Áp dụng giới hạn cơ bản, tìm $\lim \frac{1}{(\sqrt{3})^n}$.

Giải

Ta có $\frac{1}{(\sqrt{3})^n} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^n$.

Do $\left| \frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$ nên $\lim \frac{1}{(\sqrt{3})^n} = \lim \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^n = 0$.

Giới hạn hữu hạn của dãy số

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi n dần tới dương vô cực, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$. Khi đó, ta viết $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $\lim u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Chú ý: Nếu $u_n = c$ (c là hằng số) thì $\lim u_n = \lim c = c$.

Ví dụ 3. Dùng định nghĩa, tìm giới hạn $\lim \frac{3n^2 + 1}{n^2}$.

Giải

Đặt $u_n = \frac{3n^2 + 1}{n^2}$. Ta có $u_n = 3 + \frac{1}{n^2}$ hay $u_n - 3 = \frac{1}{n^2}$.

Suy ra $\lim (u_n - 3) = \lim \frac{1}{n^2} = 0$.

Theo định nghĩa, ta có $\lim u_n = 3$. Vậy $\lim \frac{3n^2 + 1}{n^2} = 3$.

2. Các phép toán về giới hạn hữu hạn của dãy số

Để tìm giới hạn hữu hạn của dãy số, người ta thường vận dụng các phép toán về giới hạn hữu hạn của dãy số.

Cho $\lim u_n = a, \lim v_n = b$ và c là hằng số. Khi đó:

- $\lim (u_n + v_n) = a + b$
- $\lim (u_n - v_n) = a - b$
- $\lim (c \cdot u_n) = c \cdot a$
- $\lim (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$
- $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$
- Nếu $u_n \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$

Ví dụ 4. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim \frac{3n+2}{2n-1}$;

b) $\lim \frac{\sqrt{9n^2+1}}{n}$

Giải

a) Ta có $\frac{3n+2}{2n-1} = \frac{3+\frac{2}{n}}{2-\frac{1}{n}}$ (chia cả tử và mẫu cho n).

Từ đó $\lim \frac{3n+2}{2n-1} = \lim \frac{3+\frac{2}{n}}{2-\frac{1}{n}} = \frac{\lim \left(3+\frac{2}{n}\right)}{\lim \left(2-\frac{1}{n}\right)} = \frac{\lim 3 + 2 \lim \frac{1}{n}}{\lim 2 - \lim \frac{1}{n}} = \frac{3+2 \cdot 0}{2-0} = \frac{3}{2}$.

b) Ta có $\frac{\sqrt{9n^2+1}}{n} = \frac{\sqrt{9n^2+1}}{\sqrt{n^2}} = \sqrt{\frac{9n^2+1}{n^2}} = \sqrt{9+\frac{1}{n^2}}$.

Từ đó $\lim \frac{\sqrt{9n^2+1}}{n} = \lim \sqrt{9+\frac{1}{n^2}} = \sqrt{\lim \left(9+\frac{1}{n^2}\right)} = \sqrt{\lim 9 + \lim \frac{1}{n^2}} = \sqrt{9+0} = 3$.

3. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q thỏa mãn $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn. Cấp số nhân lùi vô hạn này có tổng là $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1-q}$.

Ví dụ 5. Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots + \left(-\frac{1}{4}\right)^n + \dots$

Giải

Tổng trên là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{4}$ nên

$$1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots + \left(-\frac{1}{4}\right)^n + \dots = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{4}{5}$$

Ví dụ 6. Biết rằng có thể coi số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,666\dots$ là tổng của một cấp số nhân

$$\text{lũy vô hạn: } 0,666\dots = 0,6 + 0,06 + 0,006 + \dots = 0,6 + 0,6 \cdot \frac{1}{10} + 0,6 \cdot \frac{1}{10^2} + \dots$$

Hãy viết $0,666\dots$ dưới dạng phân số.

Giải

Số $0,666\dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu bằng $0,6$ và công bội bằng $\frac{1}{10}$. Do

$$\text{đó } 0,666\dots = \frac{0,6}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

4. Giới hạn vô cực

- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim(-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Chú ý: Ta có các kết quả sau:

a) $\lim u_n = +\infty$ khi và chỉ khi $\lim(-u_n) = -\infty$;

b) Nếu $\lim u_n = +\infty$ hoặc $\lim u_n = -\infty$ thì $\lim \frac{1}{u_n} = 0$;

c) Nếu $\lim u_n = 0$ và $u_n > 0$ với mọi n thì $\lim \frac{1}{u_n} = +\infty$.

Ví dụ 7. Tìm giới hạn $\lim q^n$ với $q > 1$.

Giải

Từ $q > 1$ suy ra $0 < \frac{1}{q} < 1$. Do đó, $\lim \frac{1}{q^n} = \lim \left(\frac{1}{q}\right)^n = 0$.

Mà $q^n > 0$ với mọi n nên $\lim q^n = +\infty$.

Nhận xét:

a) $\lim n^k = +\infty (k \in \mathbb{N}, k \geq 1)$;

b) $\lim q^n = +\infty (q > 1)$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1: Dãy số có giới hạn 0

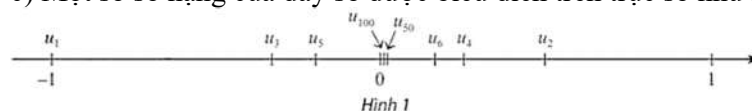
Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

a) Tìm các giá trị còn thiếu trong bảng sau:

n	10	20	50	100	1000
$ u_n $	0,1	0,05	0,02	?	?

b) Với n như thế nào thì $|u_n|$ bé hơn 0,01; 0,001 ?

c) Một số số hạng của dãy số được biểu diễn trên trục số như Hình 1.



Câu 2. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{1}{n^2}$;

b) $\lim \left(-\frac{3}{4} \right)^n$

Câu 3. (SGK-CTST 11-Tập 1) Ở trên ta đã biết $\lim \left(3 + \frac{1}{n^2} \right) = \lim \frac{3n^2 + 1}{n^2} = 1$.

a) Tìm các giới hạn $\lim 3$ và $\lim \frac{1}{n^2}$.

b) Từ đó, nêu nhận xét về $\lim \left(3 + \frac{1}{n^2} \right)$ và $\lim 3 + \lim \frac{1}{n^2}$.

Câu 4. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0

a. $u_n = \frac{(-1) \cdot \cos n}{n^4}$

b. $\frac{(-1)^n \sin^2(2n-1)}{\sqrt[3]{n^2}}$

c. $\frac{1}{n(2n+3)}$

d. $\frac{(-1)^n \sin n + 1}{n^2}$

Câu 5. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0

a. $u_n = (0,99)^{2n}$

b. $u_n = \frac{(-1)^n \cdot \cos(n+1)}{2n+1}$

c. $u_n = \frac{(\cos(2n-1))^{2n}}{5^n}$

d. $u_n = \frac{2 \cdot \sin n^2}{n^4 + 1}$

Câu 6. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0

Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{3^n}$

a. Chứng minh rằng: $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{2}{3}$ với mọi n

b. Chứng minh rằng: $u_n \leq \left(\frac{2}{3} \right)^n$

c. Chứng minh dãy số có giới hạn 0

Câu 7. Chứng minh rằng hai dãy số $(u_n), (v_n)$ với $u_n = \frac{1 + \cos n^2}{2n+1}$; $v_n = \frac{n + \sin 2n}{n^2 + n}$ có giới hạn 0

Câu 8. Chứng minh rằng các dãy số (u_n) sau đây có giới hạn 0

a. $u_n = \frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1}$

b. $u_n = \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}}$

c. $u_n = \frac{n + \cos \frac{n\pi}{5}}{n\sqrt{n} + \sqrt{n}}$

d. $\frac{\sin n}{n\sqrt{n} + 1}$

Câu 9. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0 : $u_n = \frac{n^n (n+2)^n}{(2n+2)^{2n}}$

Câu 10. Chứng minh rằng:

a. $\lim 2(\sqrt{n^2 + 1} - n) = 0$

b. $\lim (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$

Câu 11. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0 : $u_n = \frac{15^n}{2^n (9^n + 25^n)}$

Dạng 2. Dãy số có giới hạn hữu hạn

Câu 12. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n}$

a) Cho dãy số (v_n) với $v_n = u_n - 2$. Tìm giới hạn $\lim v_n$.

b) Biểu diễn các điểm u_1, u_2, u_3, u_4 trên trục số. Có nhận xét gì về vị trí của các điểm u_n khi n trở nên rất lớn?

Câu 13. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \left(2 + \left(\frac{2}{3} \right)^n \right)$

b) $\lim \left(\frac{1-4n}{n} \right)$

Câu 14. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{2n^2 + 3n}{n^2 + 1}$

b) $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 3}}{n}$.

Câu 15. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{-2n+1}{n}$

b) $\lim \frac{\sqrt{16n^2 - 2}}{n}$

c) $\lim \frac{4}{2n+1}$

d) $\lim \frac{n^2 - 2n + 3}{2n^2}$.

Câu 16. Cho dãy số (v_n) với $v_n = \frac{1}{n^3} + 2$. Bằng định nghĩa hãy chứng minh rằng $\lim v_n = 2$.

Câu 17. Chứng minh rằng: $\lim \left(\left(\frac{2}{5} \right)^n + 5 \right) = 5$

Câu 18. Chứng minh rằng $\lim \frac{6n+2}{n+5} = 6$

Câu 19. Chứng minh: $\lim \frac{1-2n}{\sqrt{n^2+1}} = -2$.

Câu 20. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{n+1}{n^2-2}$.

b. $\lim \frac{n(n+1)}{(n+4)^3}$.

c. $\lim \frac{3n^3 - 2n + 5}{2n^2 + 5n - 3}$.

d. $\lim \frac{2n^3}{n^4 + 3n^2 + 1}$.

Câu 21. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{3^n - 4^n + 5^n}{3^n + 4^n - 5^n}$.

b. $\lim \frac{1+3^n}{4+3^n}$.

c. $\lim \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$.

d. $\lim \frac{4^{n+1} + 6^{n+2}}{5^n + 8^n}$.

Câu 22. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \sin n\pi}{n+1}$.

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 10n + \cos 10n}{n^2 + 2n}$.

Câu 23. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} - 1}{n + n\sqrt{n}}$.

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} + 2}{n + \sqrt{n}}$.

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 2}}{\sqrt{n^2 - 4n + 5}}$.

Câu 24. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{8n^2 - 3n}{n^2}}$.

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 1}{-n^2 + 2}$.

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - 1 - \sqrt{n^2 + 1})$.

Câu 25. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 2n - 1}{3n^3 - n + 3}$.

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{\sqrt{4n^2 + 1} + n - 1}$.

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + 2^n + 3^{n+2}}{(-2)^{n+1} + 5 \cdot 3^n}$.

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n)$.

Câu 26. Tìm các giới hạn sau:

a. $u_n = \frac{2n^5 - 7n^2 - 3}{n - 3n^5}$.

b. $u_n = \frac{2n^2 - n + 4}{\sqrt{2n^4 - n^2 + 1}}$.

c. $u_n = \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$.

Câu 27. Tìm các giới hạn sau:

a. $u_n = \frac{n^3 - n^2 \sin 3n - 1}{2n^4 - n^2 + 7}$.

b. $u_n = \frac{5 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$.

c. $u_n = \sqrt{\frac{n^6 + 3n^3 - 3}{2n^6 + n^5 + 2}}$.

Câu 28. Tìm giới hạn:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n} - 2n)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{n})$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 + 1})$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 - 2n} - n)$

Câu 29. Tìm giới hạn:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 2n - 3})$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n - 1} - n + 1)$

Câu 30. Tìm giới hạn: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 2n} - n + 1}{\sqrt{9n^2 + n} - 2n}$

Câu 31. Tìm giới hạn:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n - 5 - \sqrt{9n^2 + 1})$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8n^3 + 1} - \sqrt{4n^2 - n + 5})$

Câu 32. Tìm giới hạn:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n})$

Câu 33. Tìm giới hạn:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 2})$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}{n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n)$

Câu 34. Tìm giới hạn

a. $\lim \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2} \right]$

b. $\lim \left[1 - 0, 1 + 0, 1^2 - 0, 1^3 + \dots + (-1)^n \cdot 0, 1^n \right]$

Câu 35. Tìm giới hạn

a. $\lim \frac{1+2+\dots+n}{n^2}$, b. $\lim \frac{n\sqrt{2+4+\dots+2n}}{3n^2+n-2}$. c. $\lim \frac{1+2+\dots+n}{n^2+3n}$.

Câu 36. Tìm giới hạn

a. $\lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)} \right]$.

b. $\lim \left[\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{(n+1)}} \right]$.

Câu 37. Tìm giới hạn

a. $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3+1}+n\sqrt{n}}{n\sqrt{n^2+1}}$ b. $\lim \frac{\sqrt{3n^2-4}}{3n+2}$

c. $\lim \frac{\sqrt[3]{3n^3+n^2+n+2}}{\sqrt{4n^2-4n+5}}$. d. $\lim \frac{n(n+1)}{(n+4)^3}$.

Câu 38. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

Câu 39. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \end{cases}$

Tính $\lim \frac{u_n}{5n+2020}$.

Câu 40. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{(n+2)u_n + 2}{n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn $\lim \frac{u_n}{n^2}$.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Tính $\lim \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018}n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018}n}}}$.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2^n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính $\lim(u_n - 2)$

Câu 44. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \cdot 2^{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính $\lim \frac{u_n}{(2n+1)2^{n-1}}$

Câu 45. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2nu_n}{n+3}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

. Tính $L = \lim \left(\frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{2^2} + \dots + \frac{u_n}{2^n} \right)$

Câu 46. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 47. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = \frac{2u_n u_{n+1}}{u_n + u_{n+1}}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 48. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = \frac{3}{u_n + 2}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 49. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{3 - \sqrt{3 + u_n}}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 50. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{1}{3}u_n; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 51. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

b. $\lim \sqrt{2^n - n + 1}$

c. $\lim (4^n + 2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n - 1)$

Câu 60. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

a. $u_n = -n^4 - 50n + 11$

b. $u_n = \sqrt[3]{7n^2 - n^3}$

c. $u_n = \sqrt{5n^2 - 3n + 7}$

d. $u_n = \sqrt{2n^3 + n^2 - 2}$

Câu 61. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

a. $u_n = \frac{3n - n^3}{2n + 15}$

b. $u_n = \frac{\sqrt{2n^4 - n^2 + 7}}{4n + 5}$

c. $u_n = \frac{2n^2 - 15n + 11}{\sqrt{3n^2 - n + 3}}$

d. $u_n = \frac{(2n+1)(1-3n)}{\sqrt[3]{n^3 + 7n^2 - 5}}$

Câu 62. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim (1,001)^n$

b. $\lim (3 \cdot 2^n - 5^{n+1} + 10)$

c. $\lim \frac{3^n - 11}{1 + 7 \cdot 2^n}$

d. $\lim \frac{2^{n+1} - 2 \cdot 5^n + 3}{3 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n}$

Câu 63. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$

Câu 64. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{2n - 3^n}{n + 2^n}$

b. $\lim (100n - 7 - 2^n)$

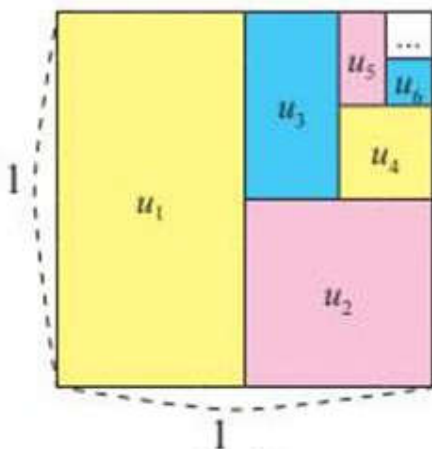
Câu 65. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

a. $u_n = \frac{2^{n+1} - 3^n + 11}{3^{n+2} + 2^{n+3} - 4}$

b. $u_n = \frac{13 \cdot 3^n - 5n}{3 \cdot 2^n + 5 \cdot 4^n}$

Dạng 4. Tính tổng của dãy số

Câu 66. (SGK-CTST 11-Tập 1) Từ một hình vuông có cạnh bằng 1, tô màu một nửa hình vuông, rồi tô màu một nửa hình còn lại, và cứ tiếp tục như vậy (xem Hình 2).

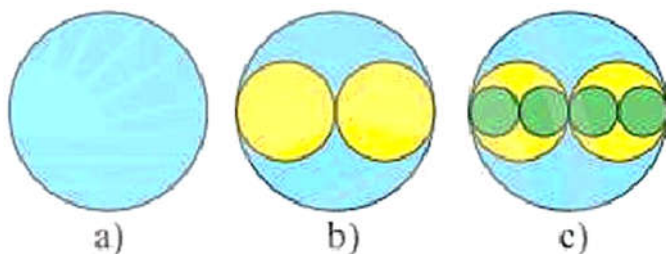


Hình 2

- Xác định diện tích u_k của phần hình được tô màu lần thứ $k (k = 1, 2, 3, \dots)$.
- Tính tổng diện tích S_n của phần hình được tô màu sau lần tô thứ $n (n = 1, 2, 3, \dots)$.
- Tìm giới hạn $\lim S_n$ và so sánh giới hạn này với diện tích hình vuông ban đầu.

Câu 67. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: $1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n + \dots$

Câu 68. (SGK-CTST 11-Tập 1) Từ tờ giấy, cắt một hình tròn bán kính $R(cm)$ như Hình 3a.



Hình 3

Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính $\frac{R}{2}$ rồi chồng lên hình tròn đầu tiên như Hình 3b. Tiếp theo, cắt bốn hình tròn bán kính $\frac{R}{4}$ rồi chồng lên các hình trước như Hình 3c. Cứ thế tiếp tục mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn.

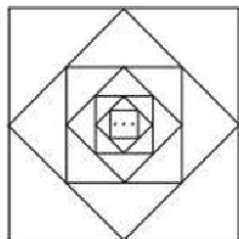
Câu 69. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tính tổng của các cấp số nhân lùi vô hạn sau:

a) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \dots;$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^n + \dots$

Câu 70. (SGK-CTST 11-Tập 1) Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,444\dots$ dưới dạng một phân số.

Câu 71. (SGK-CTST 11-Tập 1) Từ hình vuông đầu tiên có cạnh bằng 1 (đơn vị độ dài), nối các trung điểm của bốn cạnh để có hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh của hình vuông thứ hai để được hình vuông thứ ba. Cứ tiếp tục làm như thế, nhận được một dãy hình vuông (xem Hình 5).



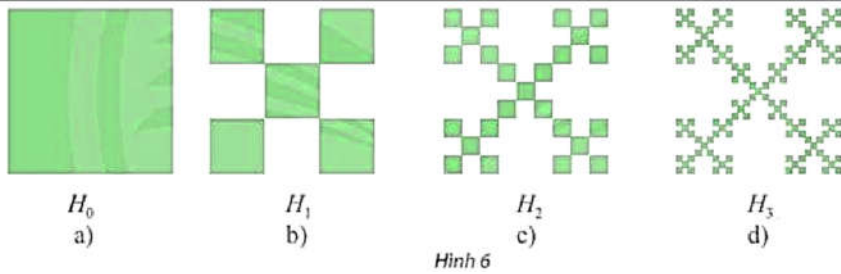
Hình 5

a) Kí hiệu a_n là diện tích của hình vuông thứ n và S_n là tổng diện tích của n hình vuông đầu tiên. Viết công thức tính $a_n, S_n (n=1,2,3,\dots)$ và tìm $\lim S_n$ (giới hạn này nếu có được gọi là tổng diện tích của các hình vuông).

b) Kí hiệu p_n là chu vi của hình vuông thứ n và Q_n là tổng chu vi của n hình vuông đầu tiên. Viết công thức tính p_n và $Q_n (n=1,2,3,\dots)$ và tìm $\lim Q_n$ (giới hạn này nếu có được gọi là tổng chu vi của các hình vuông).

Câu 72. (SGK-CTST 11-Tập 1) Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài (xem Hình 6a). Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 (xem Hình 6b). Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 (xem Hình 6c). Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình $H_n (n=1,2,3,\dots)$.



Hình 6

Ta có: H_1 có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3}$;

H_2 có $5 \cdot 5 = 5^2$ hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$; ...

Từ đó, nhận được H_n có 5^n hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3^n}$.

a) Tính diện tích S_n của H_n và tính $\lim S_n$.

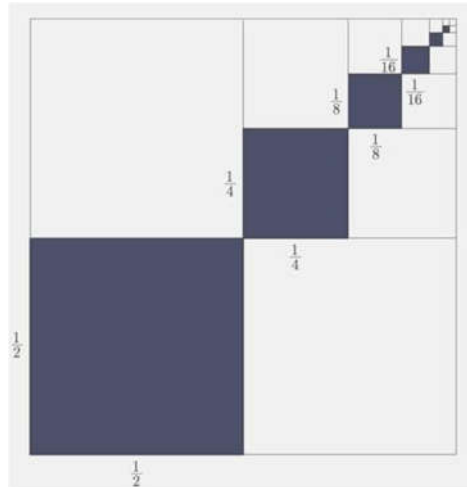
b) Tính chu vi p_n của H_n và tính $\lim p_n$.

(Quá trình trên tạo nên một hình, gọi là một fractal, được coi là có diện tích $\lim S_n$ chu vi $\lim p_n$).

Câu 73. Cho hình vuông cạnh bằng a . Người ta lấy bốn trung điểm các cạnh của hình vuông trên để được hình vuông nhỏ hơn nằm bên trong hình vuông bên ngoài. Quy trình làm như vậy diễn ra tới vô hạn. Tính diện tích tất cả hình vuông có trong bài toán.

Câu 74. Tìm số hạng đầu và công bội của một cấp số nhân lùi vô hạn, biết rằng tổng của cấp số nhân đó là 12, hiệu của số hạng đầu và số hạng thứ hai là $\frac{3}{4}$ và số hạng đầu là một số dương.

Câu 75. Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, ..., n, ... trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quy trình tô màu của chuột Mickey có thể tiến ra vô hạn (như hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích mà chuột Mickey phải tô màu.



Câu 76. Từ độ cao 63m của tháp nghiêng Pi-sa ở Italia, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Tính độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.

Câu 77. Tính tổng $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$

Câu 78. Cho tổng: $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Tính S_{30}

Câu 79. Cho tổng $S_n = \frac{5}{1.2} + \frac{5}{2.3} + \frac{5}{3.4} + \dots + \frac{5}{n(n+1)}$. Tính $S_4^2 + S_6^2$

Câu 80. Cho tổng: $S = \frac{9-1}{9} + \frac{9^2-1}{9^2} + \frac{9^3-1}{9^3} + \dots + \frac{9^9-1}{9^9}$. Tính $8S$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim (u_n v_n) = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = -\infty$.

Câu 2. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,

A. $P = \frac{212}{99}$

B. $P = \frac{213}{100}$.

C. $P = \frac{211}{100}$.

D. $P = \frac{211}{99}$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 4. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 5. Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương.

(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

A. $\lim u_n$ không tồn tại. B. $\lim u_n = 1$.

C. $\lim u_n = 0$.

D. $\lim u_n = 2$.

Câu 7. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Câu 8. Tính $L = \lim \frac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L = 1$.

B. $L = 0$.

C. $L = 3$.

D. $L = 2$.

Câu 9. $\lim \frac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 10. $\lim \frac{1}{2n+7}$ bằng

A. $\frac{1}{7}$.

B. $+\infty$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Câu 11. $\lim \frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 12. $\lim \frac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Câu 13. Tìm $I = \lim \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. 0.

D. 1.

Câu 14. $\lim \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng:

A. 2.

B. 0.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. -3.

Câu 15. $\lim \frac{2018}{n}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 16. Tính giới hạn $L = \lim \frac{2n+1}{2+n-n^2}$?

A. $L = -\infty$.

B. $L = -2$.

C. $L = 1$.

D. $L = 0$.

Câu 17. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$.

B. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2}$.

C. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$.

D. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 3n^2}$.

Câu 18. Tính $I = \lim \frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$

A. $I = -\infty$.

B. $I = 0$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = 1$.

Câu 19. Giá trị của $\lim \frac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

Câu 20. Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{3n+1}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -2 . D. 1 .

Câu 21. Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$.

- A. $I = -\frac{2}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 22. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1 . D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 23. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{2017}{2018}$. D. $I = 1$.

Câu 24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+19n}{18n+19}$ bằng

- A. $\frac{19}{18}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{19}$.

Câu 25. Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

- A. $\frac{1}{n}$. B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$. C. $\frac{n+1}{n}$. D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

- A. 0 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 27. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2018}{2n+1}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 4 . C. 2 . D. 2018 .

Câu 28. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5-2n^3+1}{4n^5+2n^2+1}$.

- A. 2 . B. 8 . C. 1 . D. 4 .

Câu 29. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{1+n}$ được kết quả là

- A. 2 . B. 0 . C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4-2n+2}{4n^4+2n+5}$ bằng

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0 .

Câu 31. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-3}{1-2n^2}$ bằng

A. -3.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

Câu 32. Giá trị $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{12n^2 + 1}$ bằng

A. $\frac{1}{12}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Câu 33. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{2n+1}$.

A. 1.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 34. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 35. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$.

A. $\frac{1}{5}$.

B. 0.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 36. Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n-1}{3-n}, n \in \mathbb{N}^*$ là:

A. -2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 37. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n+3}{3n-15}$ ta được kết quả:

A. $I = -\frac{10}{3}$.

B. $I = \frac{10}{3}$.

C. $I = \frac{3}{10}$.

D. $I = -\frac{2}{5}$.

Câu 38. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -2.

D. $+\infty$.

Câu 39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{n^2 - 2}$ bằng:

A. 3.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 40. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2}$.

A. 2.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 4.

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 41. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = \frac{1}{n+1}; v_n = \frac{3}{n+3}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n}$.

A. 0.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $+\infty$.

Câu 42. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$ bằng.

A. 2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 43. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

- A. $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim(2)^n$.

Câu 44. $\lim\left(\frac{2018}{2019}\right)^n$ bằng.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 45. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $(0,999)^n$. B. $(-1)^n$. C. $(-1,0001)^n$. D. $(1,2345)^n$.

Câu 46. $\lim \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$ là

- A. $+\infty$. B. 100. C. $\frac{1}{100}$. D. 0.

Câu 47. $\lim(3^n - 4^n)$ là

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.

Câu 48. Tính giới hạn $\lim \frac{3.2^{n+1} - 2.3^{n+1}}{4 + 3^n}$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $\frac{6}{5}$. D. -6.

Câu 49. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

- A. $\lim \frac{1 + 2.2017^n}{2016^n + 2018^n}$. B. $\lim \frac{1 + 2.2018^n}{2016^n + 2017^{n+1}}$.
C. $\lim \frac{1 + 2.2018^n}{2017^n + 2018^n}$. D. $\lim \frac{2.2018^{n+1} - 2018}{2016^n + 2018^n}$.

Câu 50. Tính $\lim \frac{2^n + 1}{2.2^n + 3}$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 51. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim \sqrt[n]{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

- A. 2018. B. 2012. C. 2019. D. 2011.

Câu 52. Tính giới hạn $T = \lim\left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n}\right)$.

- A. $T = 0$. B. $T = \frac{1}{4}$. C. $T = \frac{1}{8}$. D. $T = \frac{1}{16}$.

Câu 53. Tính giá trị của $\lim \frac{\cos n + \sin n}{n^2 + 1}$.

- A. 1. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 54. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2019}$ bằng
 A. -2 . B. 4 . C. $+\infty$. D. 0 .

Câu 55. Giá trị của $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2}$ bằng:
 A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 0 . D. 4 .

Câu 56. Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + n^2 + 1}{2018 - 3n^3}$.
 A. $\frac{1}{2018}$. B. -3 . C. $+\infty$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 57. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng
 A. 4 . B. 3 . C. 5 . D. 2 .

Câu 58. Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $0 < a < 2$. B. $0 < a < \frac{1}{2}$. C. $-1 < a < 0$. D. $1 < a < 3$.

Câu 59. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$
 A. 192 B. 68 C. 32 D. 128

Câu 60. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng
 A. -12 . B. -2 . C. 0 . D. -6 .

Câu 61. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
 B. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{2}$.
 C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.
 D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$.

Câu 62. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?
 A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 0 . D. $\frac{1}{3}$.

Câu 63. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng
 A. $\frac{2}{3}$. B. 0 . C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

- Câu 64.** $\lim\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}\right)$ bằng
- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 65.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$ Giá trị của $\lim u_n$ bằng:
- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1
- Câu 66.** Tìm $\lim\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}\right)$.
- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{n}$. D. 0.
- Câu 67.** Tính giới hạn: $\lim\left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\right]$.
- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 68.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 69.** Tính $\lim(-2n^{2019} + 3n^{2018} + 4)$?
- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -2. D. 2019.
- Câu 70.** $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$ là:
- A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. 81 D. 2
- Câu 71.** Tính giới hạn $L = \lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$
- A. $L = +\infty$. B. $L = 0$. C. $L = \frac{1}{3}$. D. $L = -\infty$.
- Câu 72.** Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{-2 + 3n - 2n^3}{3n - 2}$
- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 73.** Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng
- A. 1. B. $+\infty$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 0.
- Câu 74.** $\lim \frac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng
- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 75.** Cho $I = \lim \frac{\sqrt{4n^2+5+n}}{4n - \sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là:

A. $I = 1$. B. $I = \frac{5}{3}$. C. $I = -1$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 76. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2}$

A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 77. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{n\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}}{2n^2+1}$

A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 78. Tính $\lim \sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}$

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 79. $\lim(\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$ bằng

A. -3 . B. $+\infty$. C. 0. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 80. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

A. $\lim \frac{3^{n+1} + 2n}{5 + 3^n}$. B. $\lim \frac{3n^2 + n}{4n^2 - 5}$.
C. $\lim(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 1})$. D. $\lim \frac{2n^3 + 3}{1 + 2n^2}$.

Câu 81. Giới hạn $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 82. Tính giới hạn $\lim(n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 83. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim(\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n) = 0$?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 84. Tính $I = \lim \left[n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}) \right]$

A. $I = +\infty$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = 1,499$. D. $I = 0$.

Câu 85. Tính $\lim n(\sqrt{4n^2 + 3} - \sqrt[3]{8n^3 + n})$

A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 86. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{9n^2 + 2n - 1} - \sqrt{4n^2 + 1})$.

- A.** $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{9}{4}$.
- Câu 87.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{4n^2 + n + 1} - 9n \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** -7. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{9}{4}$.
- Câu 88.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 + 2} \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** -7. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{1}{4}$.
- Câu 89.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n + 25 \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{9}{4}$.
- Câu 90.** Tính giới hạn $L = \lim \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.
- A.** $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.
- Câu 91.** Tính giới hạn sau $L = \lim \left(\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1} \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** 0.
- Câu 92.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + \sqrt[3]{5n^2 - 8n^3} \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** -7. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.
- Câu 93.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 + 4} - 2n + 6 \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 94.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{2n - n^3} + n - 1 \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** -1. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 95.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{n - n^3} + n + 2 \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 96.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n - 1 \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{53}{2}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.
- Câu 97.** Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt[3]{n^6 + 1} \right)$.
- A.** $+\infty$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Câu 98. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right)$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 99. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 100. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 101. Tổng vô hạn sau đây $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 102. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,15555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

- A. $\frac{63}{20}$. B. $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 103. Tổng $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 104. Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$. Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng n

số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 105. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 12$. D. $\lim u_n = 3$.

Câu 106. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $\lim \frac{n}{u_n}$.

- A. $L = \frac{1}{3}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = 3$. D. $L = 2$.

Câu 107. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
C. $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 108. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \dots f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \dots f(2n)}$. Tìm $\lim n\sqrt{u_n}$.

A. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$. C. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 4n + 3, \forall n \geq 1$. Biết

$$\lim \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018}n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018}n}}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị $S = a + b - c$.

A. $S = -1$. B. $S = 0$. C. $S = 2017$. D. $S = 2018$.

Câu 110. Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi n dần đến vô cùng?

A. $u_n = \frac{(2017-n)^{2018}}{n(2018-n)^{2017}}$. B. $u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016})$.

C. $\begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$. D. $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$.

Câu 111. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $u_1 = 2016; u_{n-1} = n^2(u_{n-1} - u_n)$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$, tìm giới hạn của dãy số (u_n) .

A. 1011. B. 1010. C. 1008. D. 1009.

Câu 112. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n = 1, 2, \dots$. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n)$.

A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 113. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ 3\sqrt{4u_{n+1} + 1} = \sqrt{4u_n + 1} + 4, (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 114. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$, khi đó $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{3^n}$

A. Không xác định. B. $L = +\infty$. C. $L = -\frac{5}{6}$. D. $L = 0$.

Câu 115. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?

A. $S = \frac{15\pi}{4}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = \frac{9\pi}{2}$. D. $S = 5\pi$.

Câu 116. Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

A. $u_n = \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}}$. B. $u_n = n(\sqrt{n^2 + 2020} - \sqrt{4n^2 + 2017})$.

C. $u_n = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$. D. $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases}$.

Câu 117. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 1$; $u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết rằng

$\lim(u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 - 2n) = b$. Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 118. Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$

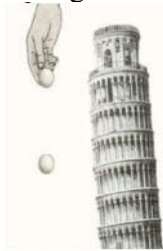
- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 119. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2018)$ để có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

- A. 2011. B. 2016. C. 2019. D. 2009.

Câu 120. Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó.

Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. (67m ; 69m). B. (60m ; 63m). C. (64m ; 66m). D. (69m ; 72m).

Câu 121. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ đều tồn tại giới hạn hữu hạn. Biết rằng hai dãy số đồng thời thỏa mãn các hệ thức $u_{n+1} = 4v_n - 2, v_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 2v_n)$ bằng

- A. 0. B. $\frac{3}{2}$. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 122. Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét B. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét
C. Chiều cao mô hình dưới 2 mét. D. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

Câu 123. Trong một lần Đoàn trường Lê Văn Hưu tổ chức chơi bóng chuyền hơi, bạn Nam thả một quả bóng chuyền hơi từ tầng ba, độ cao 8m so với mặt đất và thấy rằng mỗi lần chạm đất thì quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết quả bóng chuyển động vuông góc với mặt đất. Khi đó tổng quãng đường quả bóng đã bay từ lúc thả bóng đến khi quả bóng không mấy nữa gần bằng số nào dưới đây nhất?

- A. 57m. B. 54m. C. 56m. D. 58m.

Câu 124. Với mỗi số nguyên dương n , gọi s_n là số cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 \leq n^2$. (nếu $a \neq b$ thì hai cặp số $(a; b)$ và $(b; a)$ khác nhau). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = \sqrt{2\pi}$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = 2$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = \sqrt{\pi}$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = 4$.

Câu 125. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1}$.

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$.

Câu 126. Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

A. 0. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 127. Tìm $L = \lim \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$

A. $L = \frac{5}{2}$. B. $L = +\infty$. C. $L = 2$. D. $L = \frac{3}{2}$.

Câu 128. Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.

Câu 129. Tổng $S = \frac{100}{10.15.20} + \frac{100}{15.20.25} + \frac{100}{20.25.30} + \dots + \frac{100}{110.115.120}$ có giá trị bằng:

A. $\frac{93}{1380}$ B. $\frac{91}{13800}$ C. $\frac{9}{138}$ D. $\frac{91}{1380}$

Câu 130. Giá trị của tổng: $S = \frac{12}{4.16} + \frac{20}{16.36} + \frac{28}{36.64} + \dots + \frac{84}{400.484}$ là:

A. $\frac{31}{121}$ B. $\frac{30}{121}$ C. $\frac{32}{121}$ D. $\frac{33}{121}$

Câu 131. Cho tổng: $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Lựa chọn đáp án đúng.

A. $S_3 = \frac{1}{12}$. B. $S_2 = \frac{1}{6}$. C. $S_2 = \frac{2}{3}$. D. $S_3 = \frac{1}{4}$.

Câu 132. Cho $M = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729}$. Khi đó $729M$ bằng:

A. $\frac{5465}{729}$ B. 5460 C. 5465 D. $\frac{5460}{729}$

Câu 133. Cho $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$. Công thức của S_n là:

A. $\frac{2^n-1}{2^{n-1}}$ B. $\frac{2^{n+1}-1}{2^n}$ C. $\frac{2^n-1}{2^n}$ D. $\frac{2^{n+1}-1}{2^{n-1}}$

Câu 134. Cho tổng: $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2048}\right)$. Khi đó: $2^{11}.S$ bằng:

A. $5.2^{12} + 1$ B. 5.2^{12} C. $5.2^{12} - 1$ D. $5.2^{13} + 1$

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ➡ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ➡ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ➡
<https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
➡ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

➡ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương