BÀI 1. DÃY SỐ

- CHƯƠNG 2. DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN
- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n^2+3}$. Tìm số hạng u_5.

A. $u_5 = \dfrac{1}{4}$. **B.** $u_5 = \dfrac{17}{12}$. **C.** $u_5 = \dfrac{7}{4}$. **D.** $u_5 = \dfrac{71}{39}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_5 = \dfrac{2.5^2-1}{5^2+3} = \dfrac{7}{4}$

Câu 2. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = (-1)^n.2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$. **B.** $u_2 = 4$. **C.** $u_3 = -6$. **D.** $u_4 = -8$.

Lời giải

Chọn D

Vì $u_4 = (-1)^4.2.4 = 8$

Câu 3. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = (-1)^n.\dfrac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3.

A. $u_3 = \dfrac{8}{3}$. **B.** $u_3 = 2$. **C.** $u_3 = -2$. **D.** $u_3 = -\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_3 = (-1)^3\dfrac{2^3}{3} = -\dfrac{8}{3}$

Câu 4. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \dfrac{1}{4}$. **B.** $u_5 = \dfrac{1}{16}$. **C.** $u_5 = \dfrac{1}{32}$. **D.** $u_3 = \dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_4 = \dfrac{4}{2^4} = \dfrac{1}{4}$

Câu 5. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = n(-1)^n\sin(\dfrac{n\pi}{2})$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

A. 0. **B.** 9. **C.** -1. **D.** -9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_9 = 9.(-1)^9.\sin\left(\dfrac{9\pi}{2}\right) = -9$

Câu 6. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{4}$. **B.** $1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{6}$. **D.** $1;\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1=\dfrac{1}{2}$, $u_2=\dfrac{1}{3}$, $u_3=\dfrac{1}{4}$

Câu 7. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1=1,u_2=\dfrac{3}{4},u_3=\dfrac{7}{5},u_4=\dfrac{3}{2},u_5=\dfrac{11}{7}$. **B.** $u_1=1,u_2=\dfrac{5}{4},u_3=\dfrac{7}{5},u_4=\dfrac{3}{2},u_5=\dfrac{11}{7}$.

C. $u_1=1,u_2=\dfrac{5}{4},u_3=\dfrac{8}{5},u_4=\dfrac{3}{2},u_5=\dfrac{11}{7}$ **D.** $u_1=1,u_2=\dfrac{5}{4},u_3=\dfrac{7}{5},u_4=\dfrac{7}{2},u_5=\dfrac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{n}{3^n-1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{26}$. **C.** $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{16}$. **D.** $\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{n+1}{2n+1}$. Số $\dfrac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n=\dfrac{8}{15}\Leftrightarrow\dfrac{n+1}{2n+1}=\dfrac{8}{15}\left(n\in\mathbb{N}^*\right)\Leftrightarrow 15n+15=16n+8\Leftrightarrow n=7$

Câu 10. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{2n+5}{5n-4}$. Số $\dfrac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n=\dfrac{7}{12}\Leftrightarrow\dfrac{2n+5}{5n-4}=\dfrac{7}{12}\left(n\in\mathbb{N}^*\right)\Leftrightarrow 24n+60=35n-28\Leftrightarrow 11n=88\Leftrightarrow n=8$

Câu 11. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{n-1}{n^2+1}$. Số $\dfrac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. Thứ 3. **B.** Thứ tư. **C.** Thứ năm. **D.** Thứ 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n^2+1} = \frac{2}{13}\left(n \in \mathbb{N}^*\right) \Leftrightarrow 13n-13=2n^2+2 \Leftrightarrow 2n^2-13n+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5\ (n) \\ n=\frac{3}{2}\ (l) \end{array}\right.$

Câu 12. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = n^3-8n^2-5n+7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n=-33 \Leftrightarrow n^3-8n^2-5n+7=-33\left(n\in\mathbb{N}^*\right) \Leftrightarrow n^3-8n^2-5n+40=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=8\ (n) \\ n=\pm\sqrt{5}\ (l) \end{array}\right.$

Câu 13. Cho dãy số (u_n) với $u_n=3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1}.

A. $u_{2n-1}=3^2.3^n-1$. **B.** $u_{2n-1}=3^n.3^{n-1}$. **C.** $u_{2n-1}=3^{2n}-1$. **D.** $u_{2n-1}=3^{2(n-1)}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{2n-1}=3^{2n-1}=3^n.3^{n-1}$

Câu 14. Cho dãy số (u_n) với $u_n=3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

A. 3^n+1. **B.** 3^n+3. **C.** $3^n.3$. **D.** $3(n+1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1}=3^{n+1}=3^n.3$

Câu 15. Cho dãy (u_n) với $u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+...+\frac{1}{2n}$. Số hạng thứ 4 của dãy (u_n) là:

A. $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+4}$. **B.** $\frac{533}{840}$.

C. $\frac{1}{8}$. **D.** Một kết quả khác.

Lời giải

Chọn A

Câu 16. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{n+1}{n}$. Tính u_5.

A. 5. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** 1.

Lời giải:

Chọn **B**

Thay $n=5$ vào $u_n=\frac{n+1}{n}$ ta được $u_5=\frac{5+1}{5}=\frac{6}{5}$.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{an^2}{n+1}$ (a hằng số). Tìm số hạng thứ u_{n+1}.

A. $u_{n+1}=\frac{a.(n+1)^2}{n+1}$. **B.** $u_{n+1}=\frac{a.(n+1)^2}{n+2}$. **C.** $u_{n+1}=\frac{a.n^2+1}{n+1}$. **D.** $u_{n+1}=\frac{an^2}{n+2}$.

Lời giải:

Chọn **B**

Ta có $u_{n+1}=\dfrac{a.(n+1)^2}{(n+1)+1}=\dfrac{a(n+1)^2}{(n+2)^2}$.

Câu 18. Xét dãy các số tự nhiên lẻ. Số 2017 là số hạng thứ mấy?

A. 2017. **B.** 1008. **C.** 1009. **D.** 2015.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $u_n=2n-1,\ u_n=2017\Rightarrow n=1009$.

Câu 19. Số $\dfrac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số $u_n=\dfrac{2n}{n^2+1}$?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải:

Chọn **C**

Xét $\dfrac{2n}{n^2+1}=\dfrac{9}{41}\Leftrightarrow\begin{cases}n\in\mathbb{N}^*\\9n^2-82n+9=0\end{cases}\Leftrightarrow n=9.$

Câu 20. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}$. Số $\dfrac{3}{2}$ là số hạng thứ mấy của dãy số trên.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải:

Chọn C

Nhập vào máy tính biểu thức $\dfrac{2X-1}{X+1}$, sử dụng chức năng CALC tại các đáp án, ta được $\dfrac{2X-1}{X+1}$

CALC 5 $\rightarrow\dfrac{3}{2}$

Câu 21. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\dfrac{1}{2};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{3}{4};-\dfrac{4}{5};-\dfrac{5}{6}$. **B.** $-\dfrac{2}{3};-\dfrac{3}{4};-\dfrac{4}{5};-\dfrac{5}{6};-\dfrac{6}{7}$.

C. $\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4};\dfrac{4}{5};\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4};\dfrac{4}{5};\dfrac{5}{6};\dfrac{6}{7}$.

Lời giải

Ta có $u_1=-\dfrac{1}{2};\ u_2=-\dfrac{2}{3};\ u_3=-\dfrac{3}{4};\ u_4=-\dfrac{4}{5};\ u_5=-\dfrac{5}{6}$. **Chọn A.**

Nhận xét: (i) Dùng MTCT chức năng CALC để kiểm tra (tính) nhanh.

(ii) Ta thấy dãy (u_n) là dãy số âm nên loại các phương án C,D**.** Đáp án đúng là A hoặc B**.** Ta chỉ cần kiểm tra một số hạng nào đó mà cả hai đáp án khác nhau là được. Chẳng hạng kiểm tra u_1 thì thấy $u_1=-\dfrac{1}{2}$ nên

ChọnA.

Câu 22. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{3}{26}$. **C.** $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4}$.

Lời giải

Dùng MTCT chức năng CALC: ta có

$u_1 = \frac{1}{2};\ u_2 = \frac{2}{3^2 - 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4};\ u_3 = \frac{3}{3^3 - 1} = \frac{3}{26}$. **Chọn B.**

Câu 23. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1}.

A. $u_{n+1} = 2^n.2$. **B.** $u_{n+1} = 2^n + 1$. **C.** $u_{n+1} = 2(n+1)$. **D.** $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải

Thay n bằng $n+1$ trong công thức u_n ta được: $u_{n+1} = 2^{n+1} = 2.2^n$. **Chọn A.**

Câu 24. Cho dãy số (u_n), với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1}.

A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$.

Lời giải

$u_n = 5^{n+1} \xrightarrow{n \leftrightarrow n-1} u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$. **Chọn B.**

Câu 25. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1}.

A. $u_{n+1} = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. **B.** $u_{n+1} = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.

C. $u_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $u_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Lời giải

$u_n = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3} \xrightarrow{n \leftrightarrow n+1} u_{n+1} = \left(\dfrac{(n+1)-1}{(n+1)+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$. **Chọn D.**

Câu 26. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{n}{2^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4}$. **B.** $1;\frac{1}{2};\frac{1}{16}$ **C.** $1;\frac{1}{4};\frac{1}{8}$ **D.** $1;\frac{2}{3};\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn D.

$u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{3}{7}$.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \dfrac{n}{n^2 + 1}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$). Số hạng đầu tiên của dãy là:

A. 2. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1 = 1 - \frac{1}{1^2+1} = \frac{1}{2}$.

Câu 28. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $u_n = -19$, $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$.

Suy ra $-n^2 + n + 1 = -19$

$\Leftrightarrow -n^2 + n + 20 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \\ n = -4\ (l) \end{array}\right.$.

Vậy số -19 là số hạng thứ 5 của dãy.

Câu 29. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

A. 99. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -99.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{99} = (-1)^{99}\cos(99\pi) = -\cos(98\pi + \pi) = -\cos(\pi) = 1$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

A. 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_{2019} = 2.2019 + 1 = 4039$.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + 2^n$. Khi đó số hạng u_{2018} bằng

A. 2^{2018}. **B.** $2017 + 2^{2017}$. **C.** $1 + 2^{2018}$. **D.** $2018 + 2^{2018}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{2018} = 1 + 2^{2018}$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}$, $n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $u_3 = \frac{1}{10}$. **B.** $u_{10} = \frac{8}{31}$. **C.** $u_{21} = \frac{19}{64}$. **D.** $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{50} = \frac{50-2}{3.50+1} = \frac{48}{151}$.

Câu 33. Cho dãy số $u_n = \dfrac{n^2+2n-1}{n+1}$. Tính u_{11}.

A. $u_{11} = \dfrac{182}{12}$. **B.** $u_{11} = \dfrac{1142}{12}$. **C.** $u_{11} = \dfrac{1422}{12}$. **D.** $u_{11} = \dfrac{71}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{11} = \dfrac{11^2+2.11-1}{11+1} = \dfrac{71}{6}$.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \dfrac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\dfrac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 20. **B.** 19. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{2n+1}{n^2+1} = \dfrac{39}{362} \Leftrightarrow 39n^2 - 724n - 323 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 19 \\ n = -\dfrac{17}{39} \end{array}\right.$, do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 19$.

Câu 35. Cho dãy số viết dưới dạng khai triển là $1,4,9,16,25,$ Trong các công thức sau, công thức nào là công thức tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3n-2$. **B.** $u_n = n+3$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = 2n^2-1$.

Lời giải:

Chọn C

Thử từng đáp án với $n = 1,2,3,4,5$ ta thấy đáp án C đúng.

Câu 36. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $8,15,22,29,36,\ldots$.Tìm số hạng tổng quát của dãy số đã cho.

A. $u_n = 7n+7$. **B.** $u_n = 7n$. **C.** $u_n = 7n+1$. **D.** $u_n = 7n+3$.

Lời giải:

Chọn **C**

Ta có:

$8 = 7.1+1$

$15 = 7.2+1$

$22 = 7.3+1$

$29 = 7.4+1$

$36 = 7.5+1$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 7n+1$.

Câu 37. Cho dãy số $\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{5},\dfrac{2}{3},\dfrac{5}{7},\ldots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?

A. $u_n = \dfrac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_n = \dfrac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$. **C.** $u_n = \dfrac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_n = \dfrac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Viết lại dãy số: $\dfrac{2}{4},\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{6},\dfrac{5}{7},\ldots$

$\Rightarrow u_n = \dfrac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 38. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $5;10;15;20;25;...$ Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 5(n-1)$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 5+n$. **D.** $u_n = 5.n+1$.

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có:

$5 = 5.1$

$10 = 5.2$

$15 = 5.3$

$20 = 5.4$

$25 = 5.5$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 5n$.

Câu 39. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0;\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5};....$Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n-1}{n}$. **D.** $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$.

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có:

$0 = \frac{0}{0+1}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$

$\frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$

Suy ra $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 40. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1;1;-1;1;-1;....$Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$. **B.** $u_n = -1$. **C.** $u_n = (-1)^n$. **D.** $u_n = (-1)^{n+1}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Ta có:

Các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1;(-1)^2;(-1)^3;(-1)^4;(-1)^5;... \Rightarrow u_n = (-1)^n$.

Câu 41. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2;0;2;4;6;....$Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$. **B.** $u_n = (-2)+n$. **C.** $u_n = (-2)(n+1)$. **D.** $u_n = (-2)+2(n-1)$.

Lời giải

Chọn **D.**

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là (-2) nên $u_n = (-2)+2.(n-1)$.

Câu 42. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3};\frac{1}{3^2};\frac{1}{3^3};\frac{1}{3^4};\frac{1}{3^5};\ldots$.Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n=\frac{1}{3}\frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n=\frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n=\frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n=\frac{1}{3^{n-1}}$.

Lời giải

Chọn **C.**

5 số hạng đầu là $\frac{1}{3_1};\frac{1}{3^2};\frac{1}{3^3};\frac{1}{3^4};\frac{1}{3^5};\ldots$ nên $u_n=\frac{1}{3^n}$.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=3n+6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều sai

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n=3n+6\Rightarrow u_{n+1}=3(n+1)+6=3n+9$

Xét hiệu $u_{n+1}-u_n=(3n+9)-(3n+6)=3>0\ \forall n\in\mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng

Giải nhanh: Dãy này có dạng $u_n=an+b$; a = 3 > 0 nên dãy số tăng

Câu 44. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\frac{n+5}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có số hạng $u_{n+1}=\frac{n+5}{n+2}+1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n=\frac{n+5}{n+2}=1+\frac{3}{n+2}\Rightarrow u_{n+1}=1+\frac{3}{n+3}$

Xét hiệu $u_{n+1}-u_n=\frac{3}{n+3}-\frac{3}{n+2}=\frac{-3}{(n+2)(n+3)}<0\ \forall n\in\mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số giảm

Giải nhanh: Dãy này có dạng $u_n=\frac{an+b}{cn+d}$

Mẫu $n+2>0\ \forall n\in\mathbb{N}^*$ và $ad-bc=2-5=-3<0$ nên (u_n) là dãy số giảm

Câu 45. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\frac{5^n}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số là dãy hữu hạn

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n=\frac{5^n}{n^2}>0,\forall n\in\mathbb{N}^*\Rightarrow u_{n+1}=\frac{5^{n+1}}{(n+1)^2}$

Xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{5^{n+1}}{(n+1)^2}.\frac{n^2}{5^n}=\frac{5n^2}{n^2+2n+1}=\frac{n^2+2n+1+4n^2-2n-1}{n^2+2n+1}$

$=1+\dfrac{2n\left(n-1\right)+2n^2-1}{n^2+2n+1}>1,\forall n\in\mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng

Câu 46. Trong các dãy số $\left(u_n\right)$ cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n=\dfrac{n}{2^n}$. **B.** $u_n=\dfrac{n}{2n^2+1}$. **C.** $u_n=\dfrac{n^2+1}{3n+2}$. **D.** $u_n=(-2)^n\sqrt{n^2-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta xét đáp án A $u_n=\dfrac{n}{2^n}\Rightarrow\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{2}\\u_2=\dfrac{2}{4}\end{cases}\Rightarrow u_1=u_2\Rightarrow$ **Loại A**

Ta xét đáp án B $u_n=\dfrac{n}{2n^2+1}.\Rightarrow\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{3}\\u_2=\dfrac{2}{9}\end{cases}\Rightarrow u_1>u_2\Rightarrow$ **Loại B**

Ta xét đáp án C $u_n=\dfrac{n^2+1}{3n+2}..\Rightarrow\begin{cases}u_1=\dfrac{2}{5}=\dfrac{16}{40}\\u_2=\dfrac{5}{8}=\dfrac{25}{40}\end{cases}\Rightarrow u_1<u_2\Rightarrow$ **Xét tiếp**

Ta xét đáp án D $u_n=\left(-2\right)^n\sqrt{n^2-1}.\Rightarrow\begin{cases}u_1=0\\u_2=4\sqrt{3}\\u_3=-8\sqrt{8}\end{cases}\Rightarrow u_1<u_2>u_3\Rightarrow$ **Loại D**

Có thể dùng Table trong casio để nhập hàm rồi loại trừ với **Start 1; End 20; Step 1**

Chú ý: Nếu bài này mà giải theo tự luận thì rất dài ta phải xét $u_{n+1}-u_n$ của 4 dãy số

Câu 47. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\sqrt{5n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều sai

Lời giải

Chọn A

* Trắc nghiệm: Tính vài số hạng đầu của dãy số rồi suy ra kết quả

* Tự luận:

Ta có $u_{n+1}-u_n=\sqrt{5\left(n+1\right)+2}-\sqrt{5n+2}=\sqrt{5n+7}-\sqrt{5n+2}>0\Leftrightarrow u_{n+1}>u_n$

Câu 48. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1}{3\left(n+1\right)+2}-\dfrac{1}{3n+2}=\dfrac{1}{3n+5}-\dfrac{1}{3n+2}=-\dfrac{3}{\left(3n+5\right)\left(3n+2\right)}<0$.

Vậy $u_{n+1}-u_n<0\Leftrightarrow u_{n+1}<u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*$

Câu 49. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** $u_{n-1} = \dfrac{10}{3^n - 1}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1} - u_n = \dfrac{10}{3^{n+1}} - \dfrac{10}{3^n} = \dfrac{10}{3.3^n} - \dfrac{10}{3^n} = \dfrac{-20}{3.3^n} < 0$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 50. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** $u_{n+1} = 2\left(n + 1^2\right) + 3(n+1) + 1$

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 51. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n \left(n^2 + 1\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số là dãy hữu hạn

Lời giải

Chọn C

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Câu 52. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Mọi số hạng đều âm

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 400(n+1) - n^2 + 400n = 2n - 399$

Do $2n - 399 > 0$ khi $n > \dfrac{399}{2}$ và $2n - 399 < 0$ khi $n < \dfrac{399}{2}$.

Vậy dãy số đã cho không tăng, không giảm

Câu 53. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \dfrac{1}{3^n}$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{2n+1}$. **C.** $u_n = \dfrac{n+1}{3n+2}$. **D.** $u_n = \dfrac{4n-2}{n+3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{3^{n+1}} - \dfrac{1}{3^n} = \dfrac{1}{3.3^n} - \dfrac{1}{3^n} = \dfrac{-2}{3.3^n} < 0 \to$ loại A

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{2(n+1)+1} - \dfrac{1}{2n+1} = \dfrac{1}{2n+3} - \dfrac{1}{2n+1} = \dfrac{-2}{(2n+3)(2n+1)} < 0 \to$ loại B

$u_{n+1}-u_n=\dfrac{n+2}{3n+5}-\dfrac{n+1}{3n+2}=-\dfrac{1}{(3n+5)(3n+2)}<0\ \rightarrow$ loại C

$u_{n+1}-u_n=\dfrac{4n+2}{n+4}-\dfrac{4n-2}{n+3}=\dfrac{14}{(n+4)(n+3)}>0\ \rightarrow$ Chọn D

Câu 54. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

A. $u_n=\left(\dfrac{4}{3}\right)^n$. **B.** $u_n=(-1)^n(5^n-1)$. **C.** $u_n=-3^n$. **D.** $u_n=\sqrt{n+4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$u_{n+1}-u_n=\left(\dfrac{4}{3}\right)^{n+1}-\left(\dfrac{4}{3}\right)^n=\dfrac{4}{3}.\left(\dfrac{4}{3}\right)^n-\left(\dfrac{4}{3}\right)^n=\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{4}{3}\right)^n>0\ \rightarrow$ loại A

Dãy (u_n) với $u_n=(-1)^n(5^n-1)$. có các số hạng đan dấu nên dãy không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

$u_{n+1}-u_n=-3^{n+1}+3^n=-3.3^n+3^n=-2.3^n<0\ \rightarrow$ Chọn C

$u_{n+1}-u_n=\sqrt{n+5}-\sqrt{n+4}=\dfrac{1}{\sqrt{n+5}+\sqrt{n+4}}>0\ \rightarrow$ loại D

Câu 55. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

A. $u_n=n+\dfrac{1}{n}$. **B.** $u_n=5^n+3n$. **C.** $u_n=-3^n$. **D.** $u_n=(-3)^n.\sqrt{n^2+1}$

Lời giải

Chọn D

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Dãy trong đáp án A và B tăng, dãy trong đáp án C là dãy giảm

Câu 56. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=5^n-4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1}-u_n=5^{n+1}-4^{n+1}-5^n+4^n=4\left(5^n-4^n\right)>0,\forall n\in\mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1}-u_n>0\Leftrightarrow u_{n+1}>u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*$

Câu 57. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a=6$ **B.** $a>6$ **C.** $a<6$ **D.** $a\ge 6$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1}-u_n=\dfrac{an+a+2}{3n+4}-\dfrac{an+2}{3n+1}=\dfrac{a-6}{(3n+4)(3n+1)},\forall n\in\mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1}-u_n=\dfrac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}>0,\forall n\in\mathbb{N}^*\Leftrightarrow a>6$

Câu 58. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 2$ **B.** $a > 2$ **C.** $a < 2$ **D.** $a \ge 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - an - a - 2^n + an = 2^n - \text{a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = 2^n - \text{a} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 59. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $\forall a < 0$ **B.** Không tồn tại a **C.** $\forall a \in \mathbb{R}^*$ **D.** $a > 0$

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{3^{n+1}}{an+a} - \frac{3^n}{an} = \frac{a.3^n(2n-1)}{a^2(n^2+n)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = \frac{a.3^n(2n-1)}{a^2(n^2+n)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$

Câu 60. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1} = \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$

Khi đó

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4}} - \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$$
$$= \frac{\left(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+5}\right) + \left(\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n+4}\right)}{\left(\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4}\right)\left(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}\right)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 61. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n - \sqrt{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Các số hạng đều dương

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = n - \sqrt{n^2+1} = \frac{-1}{n + \sqrt{n^2+1}}$

Khi đó

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n+1+\sqrt{(n+1)^2+1}} + \frac{1}{n+\sqrt{n^2+1}} = \frac{1 + \left(\sqrt{(n+1)^2+1} - \sqrt{n^2+1}\right)}{\left(n+1+\sqrt{(n+1)^2+1}\right)\left(n+\sqrt{n^2+1}\right)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$ Vậy

dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 62. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{2n^2 - n - 1}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có số hạng âm

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2n^2+3n}{n+3} - \dfrac{2n^2-n-1}{n+2} = \dfrac{2n^2+10n+3}{(n+3)(n+2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 63. Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \dfrac{n}{2} - 1$ **B.** $u_n = \dfrac{2}{n} + 1$ **C.** $u_n = \dfrac{2n+1}{5n+2}$ **D.** $u_n = (-1)^n.3^n$

Lời giải:

Chọn A
Thử từng đáp án với n=1,2 ta được:

A. $u_1 = -\dfrac{1}{2}; u_2 = 0$ → tăng

B. $u_1 = 3; u_2 = 2$ → giảm (loại)

C. $u_1 = \dfrac{3}{7}; u_2 = \dfrac{5}{12}$ → giảm (loại)

D. $u_1 = -3; u_2 = 9$ → tăng. Tính thêm $u_3 = -27$ → giảm (loại)

Câu 64. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \dfrac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \dfrac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+2}$.

Lời giải

Ta có $u_n = \dfrac{1}{2^n} < \dfrac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 65. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

A. $u_n = \dfrac{n-3}{n+1}$. **B.** $u_n = \dfrac{n}{2}$. **C.** $u_n = \dfrac{2}{n^2}$. **D.** $u_n = \dfrac{(-1)^n}{3^n}$.

Lời giải

Xét A:

Ta có $u_n = \dfrac{n-3}{n+1}$; $u_{n+1} = \dfrac{n-2}{n+2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{n-2}{n+2} - \dfrac{n-3}{n+1} = \dfrac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét B:

Ta có $u_n = \dfrac{n}{2}$; $u_{n+1} = \dfrac{n+1}{2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{n+1}{2} - \dfrac{n}{2} = \dfrac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét C:

Ta có $u_n = \dfrac{2}{n^2}$, $u_{n+1} = \dfrac{2}{(n+1)^2}$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{n^2}{(n+1)^2}<\dfrac{n^2}{n^2}=1,\forall n\in\mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy giảm.

Xét D:

Ta có $u_1=\dfrac{-1}{3};\ u_2=\dfrac{1}{9};\ u_3=\dfrac{-1}{27}$. Vậy (u_n) là dãy số không tăng không giảm.

Câu 66. Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n=\dfrac{5-3n}{2n+3},(n\in\mathbb{N}^*)$.

B. $u_n=\dfrac{n-5}{4n+1},(n\in\mathbb{N}^*)$.

C. $u_n=2n^3+3,(n\in\mathbb{N}^*)$.

D. $u_n=\cos(2n+1),(n\in\mathbb{N}^*)$.

Lời giải

Xét $u_n=\dfrac{5-3n}{2n+3},(n\in\mathbb{N}^*)$, ta có $u_{n+1}-u_n=\dfrac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3}-\dfrac{5-3n}{2n+3}=\dfrac{2-3n}{2n+5}-\dfrac{5-3n}{2n+3}$

$=\dfrac{(2-3n)(2n+3)-(2n+5)(5-3n)}{(2n+5)(2n+3)}$

$=\dfrac{4n-6n^2+6-9n-10n+6n^2-25+15n}{(2n+5)(2n+3)}=\dfrac{-19}{(2n+5)(2n+3)}<0,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

Vậy $u_n=\dfrac{5-3n}{2n+3},(n\in\mathbb{N}^*)$ là dãy giảm.

Câu 67. Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

A. $1;\ 1;\ 1;\ 1;\ 1;\ 1;\cdots$

B. $1;\ -\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{4};\ -\dfrac{1}{8};\ \dfrac{1}{16};\cdots$

C. $1;\ 3;\ 5;\ 7;\ 9;\cdots$

D. $1;\ \dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{4};\ \dfrac{1}{8};\ \dfrac{1}{16};\cdots$

Lời giải

Xét đáp án A: $1;\ 1;\ 1;\ 1;\ 1;\ 1;\cdots$ đây là dãy hằng nên không tăng không giảm.

Xét đáp án B: $1;\ -\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{4};\ -\dfrac{1}{8};\ \dfrac{1}{16};\cdots\longrightarrow u_1>u_2<u_3\longrightarrow$ loại **B.**

Xét đáp án C: $1;\ 3;\ 5;\ 7;\ 9;\cdots\longrightarrow u_n<u_{n+1},\ n\in\mathbb{N}^*\longrightarrow$ **Chọn C.**

Xét đáp án D: $1;\ \dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{4};\ \dfrac{1}{8};\ \dfrac{1}{16};\cdots\longrightarrow u_1>u_2>u_3\ldots>u_n>\ldots\longrightarrow$ loại **D.**

Câu 68. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n=\dfrac{1}{2^n}$.

B. $u_n=\dfrac{1}{n}$.

C. $u_n=\dfrac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}$.

Lời giải

Vì $2^n;n$ là các dãy dương và tăng nên $\dfrac{1}{2^n};\dfrac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và **B.**

Xét đáp án C: $u_n=\dfrac{n+5}{3n+1}\longrightarrow\begin{cases}u_1=\dfrac{3}{2}\\u_2=\dfrac{7}{6}\end{cases}\longrightarrow u_1>u_2\longrightarrow$ loại **C.**

Xét đáp án D: $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}=2-\dfrac{3}{n+1}\Rightarrow u_{n+1}-u_n=3\left(\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}\right)>0\longrightarrow$ **Chọn D.**

Câu 69. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \dfrac{2}{3^n}$. **B.** $u_n = \dfrac{3}{n}$. **C.** $u_n = 2^n$. **D.** $u_n = (-2)^n$.

Lời giải

Xét đáp án C: $u_n = 2^n \longrightarrow u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n > 0 \longrightarrow$ **Chọn C.**

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\dfrac{1}{2^n}; \dfrac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và **B.**

Xét đáp án D: $u_n = (-2)^n \longrightarrow \begin{cases} u_2 = 4 \\ u_3 = -8 \end{cases} \longrightarrow u_2 > u_3 \longrightarrow$ loại **D.**

Câu 70. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$. **B.** $u_n = 2n$. **C.** $u_n = n^3 - 1$. **D.** $u_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$.

Lời giải

$\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có: $n^2 < (n+1)^2$ nên A sai; $2n < 2(n+1)$ nên B sai; $n^3 - 1 < (n+1)^3 - 1$ nên C sai.

Với $u_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$ thì $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-3}{(n-1).n} < 0$ nên dãy $u_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$ giảm.

Câu 71. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \sin n$. **B.** $u_n = \dfrac{n^2+1}{n}$.

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. **D.** $u_n = (-1)^n.(2^n + 1)$.

Lời giải

A. $u_n = \sin n \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2\cos\left(n + \dfrac{1}{2}\right)\sin\dfrac{1}{2}$ có thể dương hoặc âm phụ thuộc n nên đáp án A sai. Hoặc dễ thấy $\sin n$ có dấu thay đổi trên $\mathbb{N}^*$ nên dãy $\sin n$ không tăng, không giảm.

B. $u_n = \dfrac{n^2+1}{n} = n + \dfrac{1}{n} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 1 + \dfrac{1}{n+1} - \dfrac{1}{n} = \dfrac{n^2+n-1}{n(n+1)} > 0$ nên dãy đã cho tăng nên B sai.

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} = \dfrac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$, dãy $\sqrt{n} + \sqrt{n-1} > 0$ là dãy tăng nên suy ra u_n giảm.

Chọn C.

D. $u_n = (-1)^n(2^n + 1)$ là dãy thay dấu nên không tăng không giảm.

Cách trắc nghiệm.

A. $u_n = \sin n$ có dấu thay đổi trên $\mathbb{N}^*$ nên dãy này không tăng không giảm.

B. $u_n = \dfrac{n^2+1}{n}$, ta có $\begin{cases} n = 1 \to u_1 = 2 \\ n = 2 \to u_2 = \dfrac{5}{2} \end{cases} \longrightarrow u_1 < u_2 \longrightarrow u_n = \dfrac{n^2+1}{n}$ không giảm.

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$, ta có $\begin{cases} n = 1 \to u_1 = 1 \\ n = 2 \to u_2 = \sqrt{2} - 1 \end{cases} \longrightarrow u_1 > u_2$ nên dự đoán dãy này giảm.

D. $u_n = (-1)^n(2^n + 1)$ là dãy thay dấu nên không tăng không giảm.

Cách CASIO.

● Các dãy $\sin n;\ (-1)^n(2^n+1)$ có dấu thay đổi trên $\mathbb{N}^*$ nên các dãy này không tăng không giảm nên loại các đáp án A, **D.**

● Còn lại các đáp án B, C ta chỉ cần kiểm tra một đáp án bằng chức năng TABLE.

Chẳng hạn kiểm tra đáp án B, ta vào chức năng TABLE nhập $F(X)=\dfrac{X^2+1}{X}$ với thiết lập $\text{Start}=1,\ \text{End}=10,\ \text{Step}=1$.

Nếu thấy cột $F(X)$ các giá trị tăng thì loại B và chọn C, nếu ngược lại nếu thấy cột $F(X)$ các giá trị giảm dần thị chọn B và loại **C.**

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số $u_n=\dfrac{1}{n}-2$ là dãy tăng.

B. Dãy số $u_n=(-1)^n(2^n+1)$ là dãy giảm.

C. Dãu số $u_n=\dfrac{n-1}{n+1}$ là dãy giảm.

D. Dãy số $u_n=2n+\cos\dfrac{1}{n}$ là dãy tăng.

Lời giải

Xét đáp án A: $u_n=\dfrac{1}{n}-2\longrightarrow u_{n+1}-u_n=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n}<0\longrightarrow$ loại **A.**

Xét đáp án B: $u_n=(-1)^n(2^n+1)$ là dãy có dấu thay đổi nên không giảm nên loại **B.**

Xét đáp án C: $u_n=\dfrac{n-1}{n+1}=1-\dfrac{2}{n+1}\longrightarrow u_{n+1}-u_n=2\left(\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}\right)>0\longrightarrow$ loại **C.**

Xét đáp án D: $u_n=2n+\cos\dfrac{1}{n}\longrightarrow u_{n+1}-u_n=\left(2-\cos\dfrac{1}{n+1}\right)+\cos\dfrac{1}{n+2}>0$ nên **Chọn D.**

Câu 73. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Dãy số $u_n=\dfrac{1-n}{\sqrt{n}}$ là dãy giảm.

B. Dãy số $u_n=2n^2-5$ là dãy tăng.

C. Dãy số $u_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ là dãy giảm.

D. Dãy số $u_n=n+\sin^2 n$ là dãy tăng.

Lời giải

Xét A: $u_n=\dfrac{1-n}{\sqrt{n}}=\dfrac{1}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}\longrightarrow u_{n+1}-u_n=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}+\sqrt{n}-\sqrt{n+1}<0$ nên dãy (u_n) là dãy giảm nên C đúng.

Xét đáp án B: $u_n=2n^2-5$ là dãy tăng vì n^2 là dãy tăng nên B đúng. Hoặc

$$u_{n+1}-u_n=2(2n+1)>0 \text{ nên } (u_n) \text{ là dãy tăng.}$$

Xét đáp án C: $u_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^n>0\longrightarrow\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{n+2}{n+1}.\left(\dfrac{n+2}{n}\right)^n>1\longrightarrow(u_n)$ là dãy tăng nên **Chọn C.**

Xét đáp án D: $u_n=n+\sin^2 n\longrightarrow u_{n+1}-u_n=\left(1-\sin^2(n+1)\right)+\sin^2 n>0$ nên D đúng.

Câu 74. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{-1}{2n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn A

Ta có $2n+3\ge 5,\forall n\in\mathbb{N}^*\Rightarrow 0<\dfrac{1}{2n+3}\le\dfrac{1}{5},\forall n\in\mathbb{N}^*\Rightarrow -\dfrac{1}{5}\le\dfrac{-1}{2n+3}<0,\forall n\in\mathbb{N}^*$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{5}\le u_n<0$

Suy ra dãy số (u_n) bị chặn

Giải nhanh: dãy số (u_n) có u_n có bậc của tử thấp hơn bậc của mẫu nên bị chặn

Câu 75. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{4n+5}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n=\dfrac{4n+5}{n+1}>0,\forall n\in\mathbb{N}^*$

$u_n=\dfrac{4n+5}{n+1}=\dfrac{4(n+1)+1}{n+1}=4+\dfrac{1}{n+1}\le 4+\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{2}\Rightarrow u_n\le\dfrac{9}{2},\forall n\in\mathbb{N}^*$

Suy ra $0<u_n\le\dfrac{9}{2},\forall n\in\mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) bị chặn

Giải nhanh: dãy số (u_n) có u_n có bậc của tử bằng bậc của mẫu nên bị chặn

Câu 76. Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{n^3}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n=\dfrac{n^3}{n^2+1}>0,\forall n\in\mathbb{N}^*\Rightarrow(u_n)$ bị chặn dưới (không bị chặn do bậc của tử cao hơn bậc mẫu)

Câu 77. Trong các dãy số sau dãy số nào bị chặn ?

A. Dãy (a_n), với $a_n=\sqrt{n^3+n},\forall n\in\mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n), với $b_n=n^2+\dfrac{1}{2n},\forall n\in\mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n), với $c_n=(-2)^n+3,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n), với $d_n=\dfrac{3n}{n^3+2},\forall n\in\mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn D

Xét dãy (a_n), có $a_n=\sqrt{n^3+n}>0,\forall n\in\mathbb{N}^*$ bị chặn dưới

Xét dãy (b_n), có $b_n=n^2+\dfrac{1}{2n}>0,\forall n\in\mathbb{N}^*$ bị chặn dưới

Xét dãy (c_n), có $c_n = (-2)^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ không bị chặn

Xét dãy (d_n), có $d_n = \dfrac{3n}{n^3+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ Ta có $n^3 - 3n + 2 = (n-1)^2(n+2) \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Rightarrow n^3 + 2 \geq 3n \Rightarrow 0 < \dfrac{3n}{n^3+2} \leq 1 \Rightarrow (d_n)$ bị chặn.

Cách khác: $n^3 + 2 = n^3 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{n^3.1.1} = 3n$

Giải nhanh: Ta dễ thấy dãy số (d_n) có bậc của tử thấp hơn bậc của mẫu. Suy ra dãy (d_n) bị chặn

Cách khác: Dãy đã cho là dãy số giảm nên bị chặn trên bởi $u_1 = 1$

Câu 78. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = a\sin n + b\cos n$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số không bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Dãy số bị chặn trên

Lời giải

Chọn B

Xét $|u_n| = |a\sin n + b\cos n| \leq |a| + |b| \Rightarrow -(|a|+|b|) \leq u_n \leq |a| + |b|$

Vậy (u_n) bị chặn

Câu 79. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn A

Câu 80. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$

A. Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \to$ Dãy bị chặn dưới

Khi n tiến tới dương vô cực thì u_n cũng tiến tới dương vô cực nên dãy số không bị chặn trên

Vậy dãy đã cho bị chặn dưới

Câu 81. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{n}$. **D.** $u_n = \sqrt{n+1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $0 < u_n = \dfrac{1}{n} \leq 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Nhận xét: Các dãy số n^2; 2^n; $n+1$ là các dãy tăng đến vô hạn khi n tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên (có thể dùng chức năng TABLE của MTCT để kiểm tra).

Câu 82. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \dfrac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}$. **D.** $u_n = n^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{2^n} \le \frac{1}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 83. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \quad \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 84. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

A. Dãy số tăng, bị chặn.
B. Dãy số giảm, bị chặn.
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.
D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$ với mọi $n \ge 1$.

Suy ra $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \ge 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng $\Rightarrow$ dãy bị chặn dưới bởi $u_1 = -\frac{9}{4}$.

Mặt khác: $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \le u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \ge 1$

Vậy dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 85. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0 < u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n^2+1}} = \sqrt{1+\frac{2n}{n^2+1}} \le \sqrt{1+\frac{2n}{2n}} = \sqrt{2}, \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn.

Câu 86. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n = \frac{25}{4} - \left(n+\frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Câu 87. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = n + 1$. **C.** $u_n = \frac{n}{2n^2+1}$. **D.** $u_n = n^2 + n + 1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 88. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n - \sin 3n$ **B.** $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. **D.** $u_n = n.\sin(3n-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \le \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

Câu 89. Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

A. $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$. **B.** $u_n = n^2 + 2017$. **C.** $u_n = (-1)^n(n+2)$. **D.** $u_n = \frac{n}{n^2+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $0 < u_n = \frac{n}{n^2+1} \le \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{n}{n^2+1}$ bị chặn

Câu 90. Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)^2 - (n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \ \forall n$.

Và $0 < u_n = \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn.

Câu 91. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 + 2(n+1) - n^3 - 2n = 3n^2 + 3n + 3 > 0, \ \forall n$

Mặt khác: $u_n > 1, \ \forall n$ và khi n càng lớn thì u_n càng lớn.

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn dưới.

Câu 92. Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$. Mặt khác: $u_2 = \frac{5}{7} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > 0$ nên suy ra dãy (u_n) bị chặn trên bởi số 1.

Câu 93. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Mỗi dãy số tăng là một dãy số bị chặn dưới. **B.** Mỗi dãy số giảm là một dãy số bị chặn trên.

C. Mỗi hàm số là một dãy số. **D.** Mọi dãy số hữu hạn đều bị chặn.

Lời giải

Chọn **C**

Mọi dãy số là một hàm số, điều ngược lại không đúng (khác nhau tập xác định).

Câu 94. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2 + 1$. **B.** $u_n = 1 - \dfrac{2}{3n}$. **C.** $u_n = n + \sin n$. **D.** $u_n = \sin^2 n$.

Lời giải:

Chọn D.

Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có $-1 \le \sin n \le 1 \Rightarrow 0 \le \sin^2 n \le 1$ nên dãy số đã cho bị chặn.

Câu 95. Xét tính bị chặn của dãy số sau $u_n = \dfrac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Lời giải:

Chọn A.

Ta có: $1 < u_n < 2\ \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn

Câu 96. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{-n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Là dãy số không bị chặn.

B. Năm số hạng đầu của dãy là: $\dfrac{-1}{2}; \dfrac{-2}{3}; \dfrac{-3}{4}; \dfrac{-5}{5}; \dfrac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Năm số hạng đầu của dãy là: $\dfrac{-1}{2}; \dfrac{-2}{3}; \dfrac{-3}{4}; \dfrac{-4}{5}; \dfrac{-5}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Năm số hạng đầu của dãy là: $\dfrac{-1}{2}; \dfrac{-2}{3}; \dfrac{-3}{4}; \dfrac{-4}{5}; \dfrac{-5}{6}$.

Câu 97. Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$. **B.** $u_n = 2n + \sin(n)$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải

Xét dãy số $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$ ta có:

* $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1} > 0;\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới bởi giá trị 0.

* $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1} = 2 - \dfrac{1}{n+1} < 2;\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn trên bởi giá trị 2.

$\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 98. Chọn kết luận sai:

A. Dãy số $(2n-1)$ tăng và bị chặn trên. **B.** Dãy số $\left(\dfrac{1}{n+1}\right)$ giảm và bị chặn dưới.

C. Dãy số $\left(-\frac{1}{n}\right)$ tăng và bị chặn trên. **D.** Dãy số $\left(\frac{1}{3.2^n}\right)$ giảm và bị chặn dưới.

Lời giải

Đáp án B đúng vì dãy số $\left(\frac{1}{n+1}\right)$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án C đúng vì dãy số $\left(-\frac{1}{n}\right)$ tăng và bị chặn trên bởi 0.

Đáp án D đúng vì dãy số $\left(\frac{1}{3.2^n}\right)$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án A sai vì dãy số $(2n-1)$ tăng nhưng không bị chặn trên.

Chọn A

Câu 99. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\cos n+\sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A. 0. **B.** 1.

C. $\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn trên.

Lời giải

Ta có $u_n \xrightarrow{MTCT} u_1=\sin 1+\cos 1>1>0$ nên loại các đáp án A và B (dùng TABLE của MTCT để kiểm tra, chỉ cần 1 số hạn nào đó của dãy số lớn hơn α thì dãy số đó không thể bị chặn trên bởi α.)

Ta có $u_n=\cos n+\sin n=\sqrt{2}\sin\left(n+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}\longrightarrow$ **Chọn C.**

Câu 100. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\sin n-\cos n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

A. 0. **B.** -1.

C. $-\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

$u_n \xrightarrow{MTCT} u_5=\sin 5-\cos 5<-1<0\longrightarrow$ loại A và B (dùng TABLE của MTCT để kiểm tra, chỉ cần có một số hạng nào đó của dãy số nhỏ hơn α thì dãy số đó không thể bị chặn dưới với số α.)

Ta có $u_n=\sqrt{2}\sin\left(n-\frac{\pi}{4}\right)\ge-\sqrt{2}\longrightarrow$ **Chọn C.**

Câu 101. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\sqrt{3}\cos n-\sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

A. $m=-2;\ M=2$. **B.** $m=-\frac{1}{2};\ M=\sqrt{3}+1$.

C. $m=-\sqrt{3}+1;\ M=\sqrt{3}-1$. **D.** $m=-\frac{1}{2};\ M=\frac{1}{2}$.

Lời giải

$u_n \xrightarrow{MTCT(TABLE)} u_1>\sqrt{3}-1>\frac{1}{2}\longrightarrow$ loại C và **D.**

$u_n \xrightarrow{MTCT(TABLE)} u_4<-\frac{1}{2}\longrightarrow$ loại **B.** Vậy **Chọn A.**

Nhận xét: $u_n = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin n - \frac{1}{2}\cos n\right) = 2\sin\left(n - \frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow -2 \le u_n \le 2.$

Câu 102. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = (-1)^n.5^{2n+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Nếu n chẵn thì $u_n = 5^{2n+1} > 0$ tăng lên vô hạn (dương vô cùng) khi n tăng lên vô hạn nên dãy (u_n) không bị chặn trên.

Nếu n lẻ thì $u_n = -5^{2n+1} < 0$ giảm xuống vô hạn (âm vô cùng) khi n tăng lên vô hạn nên dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Vậy dãy số đã cho không bị chặn. **Chọn D.**

Câu 103. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + ... + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1;\ 2;\ 3\cdots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Ta có $u_n > 0 \longrightarrow (u_n)$ bị chặn dưới bởi 0. Mặt khác $\frac{1}{k(k+3)} < \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\ \left(k \in \mathbb{N}^*\right)$ nên suy ra:

$$u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$$

nên dãy (u_n) bị chặn trên, do đó dãy (u_n) bị chặn. **Chọn C.**

Câu 104. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2;\ 3;\ 4;\cdots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Ta có $u_n > 0 \longrightarrow (u_n)$ bị chặn dưới bởi 0. Mặt khác $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}\ \left(k \in \mathbb{N}^*, k \ge 2\right)$ nên suy ra:

$$u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$$

nên dãy (u_n) bị chặn trên, do đó dãy (u_n) bị chặn. **Chọn** **C.**

Câu 105. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \sqrt{n^2+1}$. **B.** $u_n = n + \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Lời giải

Các dãy số n^2; n; 2^n dương và tăng lên vô hạn (dương vô cùng) khi n tăng lên vô hạn, nên các dãy $\sqrt{n^2+1}$; $n+\frac{1}{n}$; 2^n+1 cũng tăng lên vô hạn (dương vô cùng), suy ra các dãy này không bị chặn trên, do đó chúng không bị chặn. **Chọn** **D.**

Nhận xét: $0 < u_n = \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$.

Câu 106. Cho dãy số (u_n), xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n}, \ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{6} \le u_n < \frac{5}{2}$. **B.** $\sqrt{6} \le u_n < 3$.

C. $\sqrt{6} \le u_n < 2$. **D.** $\sqrt{6} \le u_n \le 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = \sqrt{12} > 3 > \frac{5}{2} > 2$ nên loại các đáp án A, B, **C. Chọn** **D.**

Nhận xét: Ta có

$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} \ge 0 \end{cases} \longrightarrow u_n \ge 0 \longrightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} \ge \sqrt{6} \end{cases} \longrightarrow u_n \ge \sqrt{6}.$$

Ta chứng minh quy nạp $u_n \le 2\sqrt{3}$.

$$u_1 \le 2\sqrt{3}; u_k \le 2\sqrt{3} \longrightarrow u_{k+1} = \sqrt{6+u_{k+1}} \le \sqrt{6+2\sqrt{3}} < \sqrt{6+6} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 107. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \sin\frac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy là $u_{n+1} = \sin\frac{\pi}{n+1}$.

B. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

C. Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.

D. Dãy số (u_n) không tăng không giảm.

Lời giải

$u_n = \sin\frac{\pi}{n+1} \longrightarrow u_{n+1} = \sin\frac{\pi}{(n+1)+1} = \sin\frac{\pi}{n+2} \longrightarrow$ A sai.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n+1} \longrightarrow -1 \le u_n \le 1 \longrightarrow$ B đúng. **Chọn** **B.**

$u_{n+1} - u_n = \sin\frac{\pi}{n+2} - \sin\frac{\pi}{n+1} < 0 \left(0 < \frac{\pi}{n+2} < \frac{\pi}{n+1} \le \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow$ C, D sai.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 108. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n^2+3n+7}{n+1}$.

Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** Không có.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = \dfrac{n^2+3n+7}{n+1} = n+2+\dfrac{5}{n+1}\ (n \in \mathbb{N}^*)$

Để u_n nhận giá trị nguyên thì $\dfrac{5}{n+1}(n \in \mathbb{N}^*)$ là số nguyên hay $n=4$

Vậy dãy số (u_n) chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}(u_n+1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4.

A. $u_4 = \dfrac{5}{9}$. **B.** $u_4 = 1$. **C.** $u_4 = \dfrac{2}{3}$. **D.** $u_4 = \dfrac{14}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = \dfrac{1}{3}(2+1) = 1$, $u_3 = \dfrac{1}{3}(1+1) = \dfrac{2}{3}$, $u_4 = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{3}+1\right) = \dfrac{5}{9}$

Câu 110. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}+2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_2 = \dfrac{5}{2}$. **B.** $u_3 = \dfrac{15}{4}$. **C.** $u_4 = \dfrac{31}{8}$. **D.** $u_5 = \dfrac{63}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $u_2 = \dfrac{3}{2}+2 = \dfrac{7}{2}$

Câu 111. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n+3 \end{cases}$ khi đó u_5 bằng:

A. 317. **B.** 157. **C.** 77. **D.** 112.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_2 = 2.7+3 = 17$, $u_3 = 2.17+3 = 37$, $u_4 = 2.37+3 = 77$, $u_5 = 2.77+3 = 157$

Câu 112. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n+3 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $-1;2;5$. **B.** $1;4;7$. **C.** $4;7;10$ **D.** $-1;3;7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 = -1$, $u_2 = -1+3 = 2$, $u_3 = 2+3 = 5$

Câu 113. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $-3;6;9$. **B.** $3;-2;-7$. **C.** $3;8;13$. **D.** $3;5;7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_1 = 3,\ u_2 = 3+5 = 8,\ u_3 = 8+5 = 13$

Câu 114. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \ge 2)$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

A. 0. **B.** 93. **C.** 9. **D.** 34.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = 2.(-2) + 2^2 = 0,\ u_3 = 2.0 + 3^3 = 9,\ u_4 = 2.9 + 4^2 = 34$

Câu 115. Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = \dfrac{2}{u_{n-1}^2 + 1}\ khi\ n \ge 2 \end{cases}$. Tính tổng số hạng thứ ba và thứ tư của dãy số đã cho

A. $\dfrac{308}{145}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{64}{35}$. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn A

Ta có: $u_2 = \dfrac{2}{u_1^2+1} = \dfrac{2}{0^2+1} = 2$; $u_3 = \dfrac{2}{u_2^2+1} = \dfrac{2}{2^2+1} = \dfrac{2}{5}$; $u_4 = \dfrac{2}{u_3^2+1} = \dfrac{2}{\left(\dfrac{2}{5}\right)^2+1} = \dfrac{50}{29}$

Do đó $u_3 + u_4 = \dfrac{2}{5} + \dfrac{50}{29} = \dfrac{308}{145}$.

Câu 116. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \left(\dfrac{n-1}{n+2}\right)^{2n+1}$. Tìm số hạng u_{n+1}.

A. $u_{n+1} = \left(\dfrac{n-1}{n+2}\right)^{2n+3}$. **B.** $u_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+3}\right)^{2n+3}$. **C.** $u_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+3}\right)^{2n+1}$. **D.** $u_{n+1} = \left(\dfrac{n}{n+3}\right)^{2n+2}$.

Lời giải:

Chọn B

$$u_{n+1} = \left(\dfrac{(n+1)-1}{(n+1)+2}\right)^{2(n+1)+1} = \left(\dfrac{n}{n+3}\right)^{2n+3}.$$

Câu 117. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2017\sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right) + 2018\cos\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $u_{n+9} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_{n+15} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_{n+12} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_{n+6} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{n+12} = 2017\sin\left(\dfrac{(n+12)\pi}{2}\right) + 2018\cos\left(\dfrac{(n+12)\pi}{3}\right)$

$$=2017\sin\left(\frac{n\pi}{2}+6\pi\right)+2018\cos\left(\frac{n\pi}{3}+4\pi\right)$$

$$=2017\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)+2018\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)=u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*.$$

Câu 118. Cho dãy số (u_n) có $u_1=u_2=1$ và $u_{n+2}=u_{n+1}+u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*$. Tính u_4.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3=u_2+u_1=2$.

$u_4=u_3+u_2=3$.

Câu 119. Cho dãy số $(u_n):\begin{cases}u_1=5\\u_{n+1}=u_n+n\end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$u_1=5,u_2=6,u_3=8,u_4=11,u_5=15,u_6=20$

Vậy số 20 là số hạng thứ 6.

Cách 2:

Dựa vào công thức truy hồi ta có

$u_1=5$

$u_2=5+1$

$u_3=5+1+2$

$u_4=5+1+2+3$

.....

$$\Rightarrow u_n=5+1+2+...+n-1=5+\frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow 20=5+\frac{n(n-1)}{2}\left(n\in\mathbb{N}^*\right)\Leftrightarrow n^2-n-30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=6\\n=-5(\text{loại})\end{array}\right.$$

Vậy 20 là số hạng thứ 6.

Cách 3: Sử dụng máy tính CASIO fx – 570VN PLUS

1 SHIFT STO A

5 SHIFT STO B

Ghi vào màn hình C = B + A: A = A + 1: B = C

Ấn CALC và lặp lại phím =

Ta tìm được số 20 là số hạng thứ 6

Câu 120. Cho dãy số $\begin{cases}u_1=4\\u_{n+1}=u_n+n\end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$. Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

Câu 121. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = 3^{n-1}$. **C.** $u_n = 3^{n+1} - 2$. **D.** $u_n = 3^n - 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$u_1 = 1 = 3^0$

$u_2 = 3^1$

$u_3 = 3^2$

…

Dự đoán $u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức này bằng quy nạp

+ với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$ suy ra khẳng định đúng

+ Giả sử $n = k \geq 2$ ta có $u_k = 3^{k-1}$. Ta phải chứng minh $u_{k+1} = 3^k$

Thật vậy, theo công thức truy hồi ta có $u_{k+1} = 3.u_k = 3.3^{k-1} = 3^k$

Vậy theo nguyên lý quy nạp ta dã chứng minh được $u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$

Câu 122. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0.1; 0.01; 0.001; 0.0001...$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0.00...01}_{n \text{ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0.00...01}_{n-1 \text{ số } 0}$.

C. $u_n = \dfrac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{10^{n+1}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$u_1 = 0.1 = \dfrac{1}{10}$

$u_2 = 0.01 = \dfrac{1}{10^2}$

$u_3 = 0.001 = \dfrac{1}{10^3}$

…

Dự đoán $u_n = \dfrac{1}{10^n} = \underbrace{0.00...01}_{n \text{ số } 0}$.

Câu 123. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: $-1, 3, 19, 53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10}=97$ **B.** $u_{10}=71$ **C.** $u_{10}=1414$ **D.** $u_{10}=971$

Lời giải:

Chọn **A.**

Xét dãy (u_n) có dạng: $u_n=an^3+bn^2+cn+d$

Ta có hệ: $\begin{cases}a+b+c+d=-1\\8a+4b+2c+d=3\\27a+9b+3c+d=19\\64a+16b+4c+d=53\end{cases}$

Giải hệ trên ta tìm được: $a=1,b=0,c=-3,d=1$

$\Rightarrow u_n=n^3-3n+1$ là một quy luật.

Số hạng thứ 10: $u_{10}=971$.

Câu 124. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=5\\u_{n+1}=u_n+n\end{cases}$.Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n=\dfrac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n=5+\dfrac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n=5+\dfrac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n=5+\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có $u_n=5+1+2+3+...+n-1=5+\dfrac{n(n-1)}{2}$.

Câu 125. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+(-1)^{2n}\end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n=1+n$. **B.** $u_n=1-n$. **C.** $u_n=1+(-1)^{2n}$. **D.** $u_n=n$.

Lời giải

Chọn **D.**

Ta có: $u_{n+1}=u_n+(-1)^{2n}=u_n+1\Rightarrow u_2=2;u_3=3;u_4=4;...$ Dễ dàng dự đoán được $u_n=n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n=n\ (*)$ bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n=1\Rightarrow u_1=1$. Vậy $(*)$ đúng với $n=1$

+ Giả sử $(*)$ đúng với mọi $n=k\left(k\in\mathbb{N}^*\right)$, ta có: $u_k=k$. Ta đi chứng minh $(*)$ cũng đúng với $n=k+1$, tức là: $u_{k+1}=k+1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1}=u_k+(-1)^{2k}=k+1$. Vậy $(*)$ đúng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.

Câu 126. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+(-1)^{2n+1}\end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n=2-n$. **B.** u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$,. Dễ dàng dự đoán được $u_n = 2 - n$.

Câu 127. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ \ldots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + \ldots + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

Câu 128. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \ldots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$

Câu 129. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; \ldots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 130. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ ... \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 ... - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 131. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \dfrac{u_1}{2} \\ u_3 = \dfrac{u_2}{2} \\ ... \\ u_n = \dfrac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = (-1).\dfrac{u_1.u_2.u_3...u_{n-1}}{\underbrace{2.2.2...2}_{n-1 \text{ lan}}} \Leftrightarrow u_n = (-1).\dfrac{1}{2^{n-1}} = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 132. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ ... \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = 2.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$

Câu 133. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = \dfrac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \dfrac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ ... \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = \dfrac{1}{2}.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$

Câu 134. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

A. $n = 2017$. **B.** $n = 2019$. **C.** $n = 2020$. **D.** $n = 2018$.

Lời giải

Theo hệ thức đã cho ta có:

$u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 = u_{n-2} + (n-2)^3 + (n-1)^3 = ... = u_1 + 1^3 + 2^3 + ... + (n-1)^3$.

Lại có $1^3 + 2^3 + ... + (n-1)^3 = (1 + 2 + ... + (n-1))^2 = \dfrac{(n-1)^2 n^2}{4}$.

Suy ra: $u_n = 1 + \dfrac{n^2(n-1)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{u_n - 1} = \dfrac{n(n-1)}{2}$.

Sử dụng mode 7 cho n chạy từ 2017 đến 2020, ta được kết quả $n = 2020$.

Câu 135. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$ là

A. Không có n. **B.** 1009. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Với $n = 1$ ta có: $u_2 = u_1 + 3 = 4 = 2^2$.

Với $n = 2$ ta có: $u_3 = u_2 + 2.2 + 1 = 9 = 3^2$.

Với $n = 3$ ta có: $u_4 = u_3 + 2.3 + 1 = 16 = 4^2$.

Từ đó ta có: $u_n = n^2$.

Suy ra $-u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -1 (L) \\ n = 2018 (N) \end{array}\right.$.

Câu 136. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

A. $u_n = 2n - 1$. **B.** $u_n = 3n - 2$.

C. $u_n = 4n - 3$. **D.** $u_n = 8n - 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$u_1 = 1$

$u_2 = 3$

$u_3 = 5$

…

Dự đoán $u_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức dự đoán bằng quy nạp

Câu 137. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $\begin{cases} v_1 = u_1 \\ v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức tổng quát của dãy (v_n).

A. $v_n = \dfrac{n+1}{n+3}$. **B.** $v_n = \dfrac{2n}{3n+1}$.

C. $v_n = \dfrac{n+2}{n+4}$. **D.** $v_n = \dfrac{n}{n+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $v_1 = \dfrac{1}{2}$ và $v_{n+1} - v_n = u_{n+1}$

$v_1 = \dfrac{1}{2}$

$v_2 - v_1 = \dfrac{1}{2.3}$

$v_3 - v_2 = \dfrac{1}{3.4}$

...

$v_n - v_{n-1} = \dfrac{1}{n(n+1)}$

Cộng vế theo vế các đẳng thức trên ta được

$$v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

Câu 138. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = 2 \end{cases} (n \geq 3)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số đó.

A. $u_n = n^2 + 3n - 2$. **B.** $u_n = n^2 - 4n + 3$.

C. $u_n = n^2 - 3n - 2$. **D.** $u_n = n^2 - 3n + 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = 2 \Leftrightarrow u_n - u_{n-1} = u_{n-1} - u_{n-2} + 2,\ n \ge 3$

$$\left.\begin{array}{l} u_3 - u_2 = u_2 - u_1 + 2 \\ u_4 - u_3 = u_3 - u_2 + 2 \\ \ldots \\ u_n - u_{n-1} = u_{n-1} - u_{n-2} + 2 \end{array}\right\} \Rightarrow u_n - u_2 = u_{n-1} - u_1 + 2(n-2) \Leftrightarrow u_n - u_{n-1} = 2n - 4\ (*)$$

Từ $(*)$ và giả thiết ta lại có

$$\left.\begin{array}{l} u_2 - u_1 = 0 \\ u_3 - u_2 = 2 \\ u_4 - u_3 = 4 \\ \ldots \\ u_n - u_{n-1} = 2n - 4 \end{array}\right\} \Rightarrow u_n - u_1 = 0 + 2 + 4 + \ldots + 2n - 4$$

$$\Leftrightarrow u_n - u_1 = \sum_{k=2}^{n}(2k-4) = n^2 - 3n + 2 \Leftrightarrow u_n = n^2 - 3n + 3$$

Câu 139. Tìm công thức tổng quát của dãy số cho bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 - 3n \end{cases}$

A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 3n + 2$.

C. $u_n = 3^n + 2$. **D.** $u_n = 2^n + 3n$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$u_2 = 10 = 2^2 + 3.2$

$u_3 = 17 = 2^3 + 3.3$

$u_4 = 28 = 2^4 + 3.4$

...

$u_n = 2^n + 3n$

Ta có thể chứng minh công thức dự đoán trên bằng quy nạp

Câu 140. Tìm số hạng tổng quát của dãy số cho bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2 + \dfrac{1}{2}n \end{cases}$

A. $u_n = 4 - \dfrac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = 4 - \dfrac{2}{2^n}$.

C. $u_n = 4 - \dfrac{1}{2^{n-2}}$. **D.** $u_n = 4 + \dfrac{1}{2^{n-1}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$u_2 = 3 + \frac{1}{2} = 3 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 4 - \frac{1}{2}$

$u_3 = 3 + \frac{3}{4} = 3 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 4 - \frac{1}{4}$

$u_4 = 3 + \frac{7}{8} = 3 + \left(1 - \frac{1}{8}\right) = 4 - \frac{1}{8}$

...

$u_n = 4 - \frac{1}{2^{n-1}} = 4 - \frac{2}{2^n}$

Ta có thể chứng minh công thức dự đoán trên bằng quy nạp

Câu 141. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 - u_n} \end{cases}$. Đặt $v_n = \dfrac{1 + u_n}{u_n}$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (v_n).

A. $v_n = \dfrac{6}{11 + n}$. **B.** $v_n = \dfrac{2}{1 + 3n}$.

C. $v_n = \dfrac{2}{1 - 2n}$. **D.** $v_n = \dfrac{3}{2} - n$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có $v_n = \dfrac{1 + u_n}{u_n} \Rightarrow v_{n+1} = \dfrac{1 + u_{n+1}}{u_{n+1}} = \dfrac{1 + \dfrac{u_n}{1 - u_n}}{\dfrac{u_n}{1 - u_n}} = \dfrac{1}{u_n} \Rightarrow v_{n+1} - v_n = \dfrac{1}{u_n} - \dfrac{1 + u_n}{u_n} = -1$

Khi đó

$\left.\begin{array}{l} v_2 - v_1 = -1 \\ v_3 - v_2 = -1 \\ ... \\ v_n - v_{n-1} = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow v_n - v_1 = -1(n-1) \Leftrightarrow v_n = 1 - n + v_1$. Ta lại có $v_1 = \dfrac{1 + u_1}{u_1} = \dfrac{1 - 2}{-2} = \dfrac{1}{2}$

Vậy $v_n = 1 - n + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2} - n$

Cách 2:Tìm u_n rồi suy ra v_n

$\left.\begin{array}{l} u_2 = -\dfrac{2}{3} \\ u_3 = -\dfrac{2}{5} \\ u_4 = -\dfrac{2}{7} \\ ... \\ u_n = -\dfrac{2}{2n-1} \end{array}\right\} \Rightarrow v_n = \dfrac{1 - \dfrac{2}{2n-1}}{\dfrac{2}{2n-1}} = \dfrac{3}{2} - n$

Câu 142. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$.

A. $u_n = 2n+1$. **B.** $u_n = 2n-1$.

C. $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = 2^n - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$u_2 = u_1 + 2 = 3 + 2 = 5.$

$u_3 = u_2 + 2 = 5 + 2 = 7.$

$u_4 = u_3 + 2 = 7 + 2 = 9.$

$u_5 = u_4 + 2 = 9 + 2 = 11.$

Từ các số hạng đầu trên, ta dự đoán số hạng tổng quát u_n có dạng:

$u_n = 2n+1 \quad \forall n \ge 1 (*)$

Ta dùng phương pháp chứng minh quy nạp để chứng minh công thức $(*)$ đúng.

Với $n = 1; u_1 = 2.1 + 1 = 3$ (đúng). Vậy $(*)$ đúng với $n = 1$.

Giả sử $(*)$ đúng với $n = k$. Có nghĩa ta có: $u_k = 2k + 1 \quad (2)$

Ta cần chứng minh $(*)$ đúng với $n = k+1$. Có nghĩa là ta phải chứng minh:

$u_{k+1} = 2(k+1) + 1 = 2k + 3.$

Thật vậy từ hệ thức xác định dãy số và theo (2) ta có:

$u_{k+1} = u_k + 2 = 2k + 1 + 2 = 2k + 3.$

Vậy $(*)$ đúng khi $n = k+1$. Kết luận $(*)$ đúng với mọi số nguyên dương n.

Câu 143. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \ge 1.$

A. $u_n = \dfrac{n^2(n-1)^2}{4}$. **B.** $u_n = 1 + \dfrac{n^2(n-1)^2}{4}$.

C. $u_n = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$. **D.** $u_n = 1 - \dfrac{n^2(n-1)^2}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_{n+1} = u_n + n^3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = n^3$.

Từ đó suy ra:

$u_1 = 1$

$u_2 - u_1 = 1^3$

$u_3 - u_2 = 2^3$

$u_4 - u_3 = 3^3$

....

$u_{n-1} - u_{n-2} = (n-2)^3$

$u_n - u_{n-1} = (n-1)^3$

Cộng từng vế n đẳng thức trên:

$u_1+u_2-u_1+u_3-u_2+...+u_{n-1}-u_{n-2}+u_n-u_{n-1}=1+1^3+2^3+3^3+...+(n-2)^3+(n-1)^3$

$\Leftrightarrow u_n=1+1^3+2^3+3^3+...+(n-2)^3+(n-1)^3$.

Bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được: $1^3+2^3+3^3+...+(n-1)^3=\dfrac{(n-1)^2.n^2}{4}$

Vậy $u_n=1+\dfrac{n^2(n-1)^2}{4}$

□ **Mở rộng phương pháp:**

□ Nếu dãy số (u_n) được cho dưới dạng liệt kê thì ta có thể thử giá trị n vào từng đáp án.

□ Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi tính vài số hạng đầu của dãy số sau đó ta có thể thử giá trị n vào từng đáp án.

Câu 144. Cho dãy số (u_n) biết $(u_n):\begin{cases}u_1=2\\ u_n=\dfrac{3u_{n-1}+1}{4} & \forall n\ge 2\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B đều đúng

Lời giải

Chọn B

(**Dãy số này cho bởi công thức truy hồi nên ta làm theo cách 3**)

Ta dự đoán dãy số giảm sau đó ta sẽ chứng minh nó giảm

Ta có $u_n-u_{n-1}=\dfrac{3u_{n-1}+1}{4}-u_{n-1}=\dfrac{1-u_{n-1}}{4}$

Do đó, để chứng minh dãy (u_n) giảm ta chứng minh $u_n>1\ \forall n\ge 1$ bằng phương pháp quy nạp toán học. Thật vậy

Với $n=1\Rightarrow u_1=2>1$

Giả sử $u_k>1\Rightarrow u_{k+1}=\dfrac{3u_k+1}{4}>\dfrac{3+1}{4}=1$

Theo nguyên lí quy nạp ta có $u_n>1\ \forall n\ge 1$

Suy ra $u_n-u_{n-1}<0\Leftrightarrow u_n<u_{n-1}\ \ \forall n\ge 2$ hay dãy (u_n) giảm

Giải nhanh: Dãy (u_n) có dạng $u_{n+1}=au_n+b$

Ở đây $a=\dfrac{3}{4}>0$ và $u_2-u_1=\dfrac{7}{4}-2=-\dfrac{1}{4}<0$ Suy ra dãy số giảm

Tổng quát ta có thể chứng minh dãy số $(u_n):\begin{cases}u_1=c>1\\ u_n=\dfrac{au_{n-1}+b}{a+b},(\text{a,b}>0)\ \forall n\ge 2\end{cases}$ giảm tương tự như trên.

Câu 145. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n=\dfrac{\sin n}{n}$. **B.** $u_n=\dfrac{\sqrt{n^2+1}}{2n+1}$. **C.** $u_n=\dfrac{3^n}{n^2}$. **D.** $u_n=4n^3-3n^2+1$.

Lời giải

Chọn D

* Với $n \in (k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n > 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} > 0$

và $n \in (\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n < 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} < 0$. Suy ra dãy số trong đáp án A không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại A

* Ta có $u_n = \frac{\sqrt{n^2+1}}{2n+1} = \sqrt{\frac{n^2+1}{(2n+1)^2}}$. Xét dãy (v_n) với $v_n = \frac{n^2+1}{(2n+1)^2}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{n^2+2n+2}{4n^2+12n+9} - \frac{n^2+1}{4n^2+4n+1} = \frac{4n^2-2n-7}{(2n+3)^2(2n+1)^2}$

Do $v_{n+1} - v_n$ vừa nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy số (v_n) không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

* $u_{n+1} - u_n = \frac{3.3^n}{(n+1)^2} - \frac{3^n}{n^2} = \frac{3^n(2n^2-2n-1)}{(n+1)^2 n^2}$. Do $u_{n+1} - u_n$ nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy đã cho không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại C

* Theo phương pháp loại trừ ta chọn D

Câu 146. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều sai

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{1}{3}(u_k - u_{k-1}) > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. Vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 147. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \sqrt{u_k^2+3} - \sqrt{u_{k-1}^2+3} = \frac{(u_k - u_{k-1})(u_k + u_{k-1})}{\sqrt{u_k^2+3} + \sqrt{u_{k-1}^2+3}} > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 148. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{3+u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có $u_{10} = 2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_1 > u_2 > u_3$. Dự đoán dãy số đã cho giảm, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k < u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} < u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \dfrac{3u_k}{3+u_k} - \dfrac{3u_{k-1}}{3+u_{k-1}} = \dfrac{9(u_k - u_{k-1})}{(3+u_k)(3+u_{k-1})} < 0 \Leftrightarrow u_{k+1} < u_k$. vậy dãy đã cho là dãy giảm

Câu 149. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + ... + \dfrac{1}{n+n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có hữu hạn số hạng

Lời giải

Chọn A

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{2n+1} + \dfrac{1}{2n+2} - \dfrac{1}{n+1} = \dfrac{4n^2+3n+1}{2(2n+1)(n+1)^2} > 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 150. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n\ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

A. $a > 0$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a < 1$. **D.** $a > 1$.

Lời giải

Chọn D

Xét hiệu $u_{n+2} - u_{n+1} = au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)(u_{n+1} - u_n)$

$\Rightarrow u_3 - u_2 = (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1)$

$\Rightarrow u_4 - u_3 = (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)^2$

...

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = (a-1)^{n-1} > 0$

Để dãy số (u_n) tăng suy ra $a > 1$.

Câu 151. Cho (u_n) biết $u_n = \dfrac{an+b}{cn+d}$ và $c > 0, d > 0$. Khi đó điều kiện đủ để dãy số (u_n) tăng là?

A. $a < 0, b < 0$. **B.** $a > 0, b > 0$. **C.** $a > 0, b < 0$. **D.** $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Chọn C

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \dfrac{ad-bc}{\left[c(n+1)+d\right](cn+d)}$

Câu 152. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2+1}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Là dãy số không đổi

Lời giải

Chọn B

Dự đoán dãy giảm sau đó chứng minh $u_{n+1} - u_n < 0$ bằng quy nạp toán học

Chú ý: Từ giả thiết suy ra $u_n > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta có $u_2 - u_1 = \dfrac{5}{4} - 2 = \dfrac{-3}{4} < 0$

Giả sử $u_{k+1} - u_k < 0, \forall k \geq 1$

Xét hiệu $u_{k+2} - u_{k+1} = \dfrac{u_{k+1}^2+1}{4} - \dfrac{u_k^2+1}{4} = \dfrac{1}{4}(u_{k+1}+u_k)(u_{k+1}-u_k) < 0$

Theo nguyên lý quy nạp suy ra $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) giảm

Câu 153. Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{na+2}{n+1}$, là dãy số tăng?

A. $a \geq 2$. **B.** $a < 2$. **C.** $a \leq 2$. **D.** $a > 2$.

Lời giải:

Chọn D.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{a-2}{(n+2)(n+1)} > 0 \Leftrightarrow a > 2$.

Câu 154. Gọi A là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của a thuộc đoạn $[-5;\ 5]$ sao cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2+1}{2n^2+3}$ là một dãy số tăng. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

A. 6. **B.** 11. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $u_n = \dfrac{a}{2} + \dfrac{2-3a}{2(2n^2+3)}$ nên $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2-3a}{2}\left[\dfrac{1}{2(n+1)^2+3} - \dfrac{1}{2n^2+3}\right]$, với mọi $n = 1,\ 2, \ldots$

Với $n \in \mathbb{N}^*$ thì $\dfrac{1}{2(n+1)^2+3} - \dfrac{1}{2n^2+3} < 0$ nên dãy số tăng khi $u_{n+1} - u_n > 0$ hay $a > \dfrac{2}{3}$.

Trên đoạn $[-5;\ 5]$, ta có 5 giá trị nguyên của a là $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5$.

Câu 155. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n+1}{3^n}$. Biết hiệu $u_{n+1} - u_n = \dfrac{\frac{a}{c}n + \frac{b}{c}}{3^n}$ trong đó $\dfrac{a}{c}, \dfrac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Tính tổng $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$.

A. 1. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -3.

Lời giải

Chọn **B.**

Cách 1: Ta có $u_{n+1}-u_n=\frac{n+2}{3^{n+1}}-\frac{n+1}{3^n}=\frac{-2n-1}{3.3^n}=\frac{-\frac{2}{3}n-\frac{1}{3}}{3^n}$. Do đó $\frac{a}{c}=-\frac{2}{3},\frac{b}{c}=-\frac{1}{3}$, suy ra $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=-1.$

Cách 2: Thay $n=1$ vào $u_{n+1}-u_n=\frac{\frac{a}{c}n+\frac{b}{c}}{3^n}$, ta có $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=3\left(u_2-u_1\right)=-1.$

Câu 156. Cho dãy số tăng $\left(u_n\right)$ với $u_n=\frac{an+3}{bn+1}$, với $a,\ b$ là hai số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3b-a<0$. **B.** $a<3b$. **C.** $a+3b>0$. **D.** $a-3b+6>0$.

Lời giải:

Chọn **A.**

Ta có: $u_{n+1}-u_n=\frac{a\left(n+1\right)+3}{b\left(n+1\right)+1}-\frac{an+3}{bn+1}=\frac{\left(an+a+3\right)\left(bn+1\right)-\left(an+3\right)\left(bn+b+1\right)}{\left(bn+b+1\right)\left(bn+1\right)}$

$=\frac{abn^2+an+abn+3bn+a+3-\left(abn^2+abn+an+3bn+3b+3\right)}{\left(bn+b+1\right)\left(bn+1\right)}$

$=\frac{a-3b}{\left(bn+b+1\right)(bn+1)}$.

Do đó dãy $\left(u_n\right)$ tăng khi $a-3b>0.\ \Leftrightarrow 3b-a<0$

Câu 157. dãy số (u_n) xác định bởi $u_n=\sqrt{2010+\sqrt{2010+...+\sqrt{2010}}}$ (n dấu căn)Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tăng **B.** Giảm **C.** Không tăng, không giảm **D.** Bị chặn sai

Lời giải:

Chọn **A.**

Ta có $u_{n+1}^2=2010+u_n\ \Rightarrow u_{n+1}-u_n=-u_{n+1}^2+u_{n+1}+2010$

Bằng quy nạp ta chứng minh được $u_n<\frac{1+\sqrt{8041}}{2}\quad \forall n$

Suy ra $u_{n+1}-u_n>0\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng

Câu 158. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases}u_1=1\\ u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn A

Ta dự đoán dãy số này bị chặn (dùng máy casio để tính một vài số hạng). Ta sẽ chứng minh bằng quy nạp: $-2 \le u_n \le 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Với $n = 1$ ta có $-2 \le u_1 \le 1$ (đúng)

Giả sử mệnh đề trên đúng với $n = k \ge 1$: $-2 \le u_k \le 1$

$\Rightarrow -1 \le \frac{1}{2}u_k \le \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \le \frac{1}{2}u_k - 1 \le -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow -2 \le u_{k+1} \le 1$

Theo nguyên lí quy nạp ta đã chứng minh được $-2 \le u_n \le 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) bị chặn

Câu 159. Xét tính bị chặn của các dãy số sau $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + ... + \frac{1}{n.(n+2)}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $0 < u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n.(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$ Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 160. Xét tính bị chặn của các dãy số sau $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + ... + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_n = \frac{n}{2n+1} \Rightarrow 0 < u_n < 1$, dãy (u_n) bị chặn.

Câu 161. Cho dãy số (u_n) biết $\mathrm{u_n} = \frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6.2n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn dưới. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số không bị chặn. **D.** Dãy số bị chặn

Lời giải

Chọn D

Xét $\frac{2k-1}{2k} < \frac{2k-1}{\sqrt{4k^2-1}} = \frac{\sqrt{(2k-1)^2}}{\sqrt{(2k-1)(2k+1)}} = \frac{\sqrt{2k-1}}{\sqrt{2k+1}}, \forall k \ge 1$

$\Rightarrow u_n < \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}...\frac{\sqrt{2n-1}}{\sqrt{2n+1}} = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \le \frac{1}{\sqrt{3}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Rightarrow 0 < u_n < \frac{1}{\sqrt{3}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) bị chặn

Câu 162. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \frac{n^2+3n+1}{n+1}$

A. Tăng, bị chặn trên. **B.** Tăng, bị chặn dưới. **C.** Giảm, bị chặn trên. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(n+1)^2+3(n+1)+1}{n+2}-\dfrac{n^2+3n+1}{n+1}=\dfrac{n^2+5n+5}{n+2}-\dfrac{n^2+3n+1}{n+1}$

$=\dfrac{(n^2+5n+5)(n+1)-(n^2+3n+1)(n+2)}{(n+1)(n+2)}=\dfrac{n^2+3n+3}{(n+1)(n+2)}>0\ \forall n\geq 1$

$\Rightarrow u_{n+1}>u_n\ \forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số tăng.

$u_n>\dfrac{n^2+2n+1}{n+1}=n+1\geq 2\Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới.

Câu 163. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n=\dfrac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$

A. Tăng, bị chặn trên. **B.** Tăng, bị chặn dưới. **C.** Giảm, bị chặn. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n>0\ \forall n\geq 1$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{\sqrt{n^2+n+1}}{\sqrt{(n+1)^2+(n+1)+1}}=\sqrt{\dfrac{n^2+n+1}{n^2+3n+3}}<1\ \forall n\in\mathbb{N}^*$

$\Rightarrow u_{n+1}<u_n\ ,\forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Mặt khác: $0<u_n<1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 164. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n=\dfrac{2^n}{n!}$

A. Tăng, bị chặn trên. **B.** Tăng, bị chặn dưới. **C.** Giảm, bị chặn. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{2^{n+1}}{(n+1)!}:\dfrac{2^n}{n!}=\dfrac{2^{n+1}}{(n+1)!}.\dfrac{n!}{2^n}=\dfrac{2}{n+1}\leq 1\ \forall n\geq 1$

Mà $u_n>0\ \forall n\Rightarrow u_{n+1}<u_n\ \ \forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Vì $0<u_n\leq u_1=2\ \forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 165. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\cos n+\sin n.$ Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

A. 0. **B.** -1. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn C

$u_n\xrightarrow{MTCT}u_5=\sin 5-\cos 5<-1<0\longrightarrow$ loại A và B (dùng TABLE của MTCT để kiểm tra, chỉ cần có một số hạng nào đó của dãy số nhỏ hơn α thì dãy số đó không thể bị chặn dưới bởi α)

Ta có $u_n=\sqrt{2}\sin\left(n-\dfrac{\pi}{4}\right)>-\sqrt{2}$

Câu 166. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\sqrt{3}\cos n-\sin n.$ Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

A. $m=-2;\ M=2.$ **B.** $m=-\dfrac{1}{2};\ M=\sqrt{3}+1.$

C. $m=-\sqrt{3}+1;\ M=\sqrt{3}-1.$ **D.** $m=-\dfrac{1}{2};\ M=\dfrac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn A

$u_n \xrightarrow{MTCT(TABLE)} u_1 > \sqrt{3}-1 > \frac{1}{2} \longrightarrow$ loại C và **D**

$u_n \xrightarrow{MTCT(TABLE)} u_4 < -\frac{1}{2} \longrightarrow$ loại **B**

Nhận xét: $u_n = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin n - \frac{1}{2}\cos n\right) = 2\sin\left(n-\frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow -2 < u_n < 2.$

Câu 167. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{n^2}$.

A. Dãy số tăng, bị chặn. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2} > 0 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số tăng.

Do $u_n < 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{n}$

$\Rightarrow 1 < u_n < 2,\ \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 168. Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2},\ \forall n \geq 2 \end{cases}$

A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn.
C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên. **D.** Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn B

Trước hết bằng quy nạp ta chứng minh: $1 < u_n \leq 2,\ \forall n$

Điều này đúng với $n = 1$, giả sử $1 < u_n < 2$ ta có:

$1 < u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} < 2$ nên ta có đpcm.

Mà $u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n}{2} < 0,\ \forall n$.

Vậy dãy (u_n) là dãy giảm và bị chặn.

Câu 169. Cho hai dãy số $(x_n);(y_n)$ xác định: $\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ y_1 = \sqrt{3} \end{cases}$ và $\begin{cases} x_n = x_{n-1} + \sqrt{1 + x_{n-1}^2} \\ y_n = \frac{y_{n-1}}{1 + \sqrt{1 + y_{n-1}^2}} \end{cases}$, $\forall n \geq 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < x_n y_n < 2,\ \forall n \geq 2.$ **B.** $3 < x_n y_n < 4,\ \forall n \geq 2.$
C. $4 < x_n y_n < 5,\ \forall n \geq 2.$ **D.** $2 < x_n y_n < 3,\ \forall n \geq 2.$

Lời giải:

Chọn **D**

Ta có: $x_1=\sqrt{3}=\cot\frac{\pi}{6}\Rightarrow x_2=\cot\frac{\pi}{6}+\sqrt{1+\cot^2\frac{\pi}{6}}=\frac{\cos\frac{\pi}{6}+1}{\sin\frac{\pi}{6}}=\cot\frac{\pi}{2.6}$

Bằng quy nạp ta chứng minh được: $x_n=\cot\frac{\pi}{2^{n-1}.6}$.

Tương tự, ta cũng có: $y_n=\tan\frac{\pi}{2^{n-1}.3}$

Đặt $\alpha_n=\frac{\pi}{2^n.3}\Rightarrow x_n=\cot\alpha_n;\ y_n=\tan2\alpha_n\Rightarrow x_n.y_n=\tan2\alpha_n.\cot\alpha_n$

Đặt $t=\tan\alpha_n\Rightarrow\tan2\alpha_n.\cot\alpha_n=\frac{2t}{1-t^2}.\frac{1}{t}=\frac{2}{1-t^2}$.

Vì $n\ge2\Rightarrow0<\alpha_n<\frac{\pi}{6}\Rightarrow0<t<\tan\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\frac{2}{3}\le1-t^2<1$

$\Rightarrow2<\frac{2}{1-t^2}<3\Rightarrow2<x_ny_n<3,\ \forall n\ge2$.