

BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

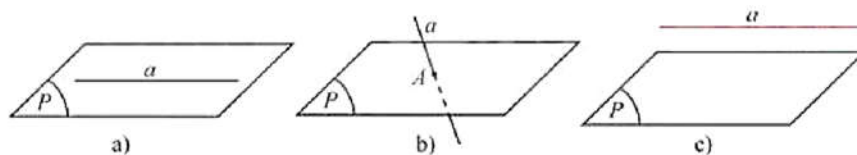
• CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Khi đó có thể xảy ra một trong ba trường hợp sau:



Hình 2

- **Trường hợp 1:** a và (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên (Hình 2a), suy ra mọi điểm thuộc a đều thuộc (P) , ta nói a nằm trong (P) , kí hiệu $a \subset (P)$.

- **Trường hợp 2:** a và (P) có một điểm chung duy nhất A (Hình 2b), ta nói a cắt (P) tại A , kí hiệu $a \cap (P) = A$.

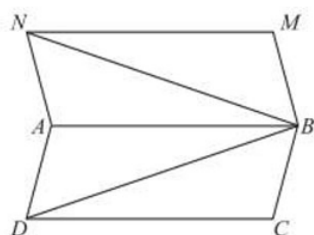
- **Trường hợp 3:** a và (P) không có điểm chung nào (Hình 2c), ta nói a song song với (P) , kí hiệu $a // (P)$.

Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) nếu chúng không có điểm chung.

Ví dụ 1. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABMN$ không đồng phẳng, xác định vị trí tương đối của mặt phẳng $(ABMN)$ lần lượt với các đường thẳng CD , BD và BN .

Giải

Nếu CD có điểm chung O với $(ABMN)$ thì O thuộc giao tuyến AB của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ABMN)$, suy ra CD cắt AB (mâu thuẫn với giả thiết $ABCD$ là hình bình hành). Vậy $CD // (ABMN)$.



Hình 3

BD có một điểm chung duy nhất B với $(ABMN)$, suy ra BD cắt $(ABMN)$ tại B .

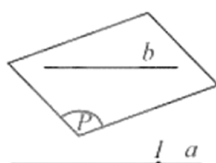
BN có hai điểm chung B và N với $(ABMN)$, suy ra $BN \subset (ABMN)$.

2. Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng

Ta có định lí:

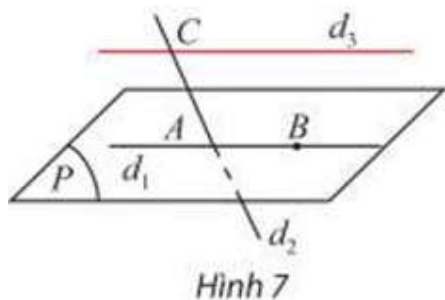
Định lí 1

Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .



Hình 6

Ví dụ 2. Cho hai điểm A, B cùng thuộc mặt phẳng (P) và một điểm C không thuộc (P) . Vẽ đường thẳng d_1 đi qua A, B ; d_2 đi qua A, C ; d_3 đi qua C và song song với AB (Hình 7).



Hình 7

Tìm số điểm chung của mỗi đường thẳng vừa vẽ với (P) . Xét vị trí tương đối của mặt phẳng (P) lần lượt đối với các đường thẳng d_1, d_2, d_3 .

Giải

Đường thẳng d_1 chứa hai điểm A, B thuộc (P) , vậy $d_1 \subset (P)$.

Đường thẳng d_2 không nằm trong (P) vì nó chứa điểm C không thuộc (P) . Mặt khác, d_2 lại có điểm A chung với (P) , suy ra d_2 cắt (P) tại A .

Đường thẳng d_3 không nằm trong (P) và song song với đường thẳng d_1 nằm trong (P) , suy ra $d_3 \parallel (P)$.

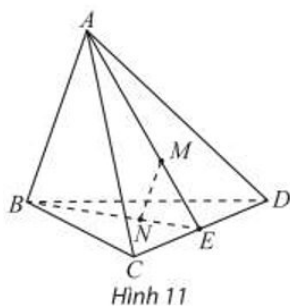
3. Tính chất cơ bản của đường thẳng và mặt phẳng song song

Ta có định lý:

Định lý 2

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu mặt phẳng (Q) chứa a , cắt (P) theo giao tuyến b thì a song song với b .

Ví dụ 3. Cho tứ diện $ABCD$ có M và N lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và BCD (Hình 11). Chứng minh đường thẳng MN song song với các mặt phẳng (CAB) và (DAB) .



Hình 11

Giải

Gọi E là trung điểm của CD . Do M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD và BCD

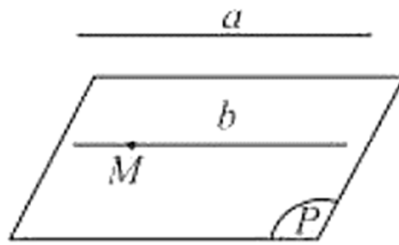
nên ta có $\frac{EM}{EA} = \frac{EN}{EB} = \frac{1}{3}$, suy ra $MN \parallel AB$.

Đường thẳng MN không nằm trong (CAB) và song song với đường thẳng AB nằm trong (CAB) , suy ra $MN \parallel (CAB)$. Tương tự ta cũng có $MN \parallel (DAB)$.

Từ Định lý 2, ta có các hệ quả sau:

Hệ quả 1

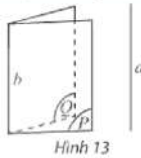
Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu qua điểm M thuộc (P) ta vẽ đường thẳng b song song với a thì b phải nằm trong (P) .



Hình 12

Hệ quả 2

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



Hình 13

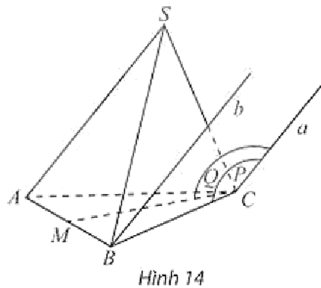
Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của AB . Gọi (P) là mặt phẳng chứa CB và song song với SA , (Q) là mặt phẳng chứa CM và song song với SA .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

b) Vẽ đường thẳng b qua B và $b \parallel SA$.

Chứng minh $b \subset (P)$.

Giải



Hình 14

a) Ta có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng có điểm chung C và cùng song song với SA , suy ra giao tuyến của (P) và (Q) là đường thẳng a đi qua C và $a \parallel SA$.

b) Ta có $SA \parallel (P)$ và B thuộc (P) , b là đường thẳng đi qua B và $b \parallel SA$, suy ra $b \subset (P)$.

Định lý 3

Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì qua a , có một và chỉ một mặt phẳng song song với b .

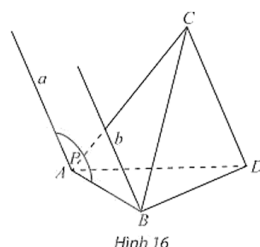
Ví dụ 5. Cho tứ diện $ABCD$.

a) Nêu cách vẽ mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD . Ta có thể vẽ bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (BCD) .

Giải

a) Vẽ đường thẳng a đi qua A và song song với CD . Đặt $(P) = mp(a, AB)$. Ta có $CD \parallel a$, suy ra $CD \parallel (P)$. Do AB và CD chéo nhau nên chỉ có một mặt phẳng (P) duy nhất chứa AB và $(P) \parallel CD$.



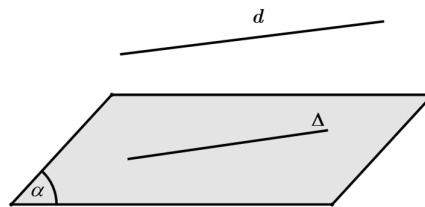
Hình 16

b) Ta có B là điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (BCD) . Ta lại có (BCD) chứa CD và $CD \parallel (P)$, suy ra giao tuyến của (P) và (BCD) là đường thẳng b đi qua B và song song với CD .

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1. BÀI TOÁN CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

$$\begin{cases} d \parallel \Delta \\ d \not\subset (\alpha) \Rightarrow d \parallel (\alpha) \\ \Delta \subset (\alpha) \end{cases}$$



Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Làm thế nào để đặt cây thước kẻ a để nó song song với các trang của một cuốn sách?



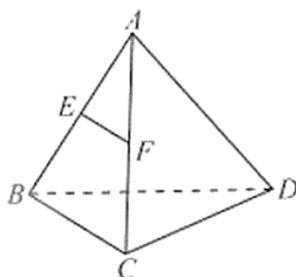
Hình 18

Câu 2. (SGK-CTST 11-Tập 1) Mô tả vị trí tương đối của các đường thẳng a, b, c, d, e với mặt phẳng (P) là mặt trước của toà nhà (Hình 19).



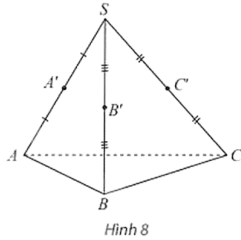
Hình 19

Câu 3. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho E và F lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC của tứ diện $ABCD$. Xác định vị trí tương đối của các đường thẳng BC, AD và EF với mặt phẳng (BCD) .



Hình 4

Câu 4. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B', C' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm các đường thẳng lần lượt nằm trong, cắt, song song với mặt phẳng (ABC) .



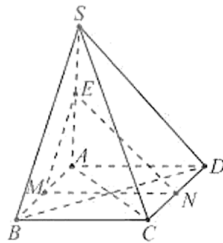
Hình 8

Câu 5. (SGK-CTST 11-Tập 1) Hãy chỉ ra trong Hình 9 các đường thẳng lần lượt nằm trong, song song, cắt mặt phẳng sàn nhà.



Hình 9

Câu 6. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, SA (Hình 17). Chứng minh rằng:



Hình 17

- MN song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) ;
- SB và SC song song với mặt phẳng (MNE) .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình bình hành. M, N là trung điểm của SA, CD . Chứng minh $MN \parallel (SBC)$.

Câu 8. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M, N là trung điểm của $A'C', BC$. Chứng minh $MN \parallel (ABB'A')$

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. M, N thuộc hai đoạn $A'B'$ và DD' để $A'M = DN$. Chứng minh song song với một mặt phẳng cố định.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác $A'B'C'$ và ABB' . Chứng minh rằng $G_1G_2 \parallel (BCC'B')$.

Câu 11. Cho hai hình bình hành $ABCD, ABEF$ không đồng phẳng. $M \in AC, N \in BF$ để $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF} = \frac{1}{3}$. Chứng minh $MN \parallel (CDEF)$.

Câu 12. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, $M \in B'C'$. Vẽ $MN \parallel CC'$, $N \in B'C'$. Vẽ $NP \parallel A'C'$, $P \in A'B'$. Vẽ $PQ \parallel AA'$, $Q \in B'A$. Chứng minh $MQ \parallel (ABC)$.

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. M, N là trung điểm của $A'B', DD'$. Chứng minh $MN \parallel (A'BD)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC ; G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SBC .

a) Chứng minh $MN \parallel (SAC)$.

b) Chứng minh $GG' \parallel (SAC)$.

Câu 15. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm lần lượt là O và O' .

a) Chứng minh rằng OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng $(CDEF)$.

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên AE và BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{x}BD, (x > 0)$. Tìm x để $MN \parallel (CDEF)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA, (x > 0)$. Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh SB và đoạn AC sao cho $\frac{BM}{MS} = x$ và $\frac{NC}{NA} = y, (0 < x, y \neq 1)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y để $MN \parallel (SAD)$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2AC = 3AD$. Gọi Q, O' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp của các tam giác ABC và ABD . Tính tỉ số $k = \frac{BC}{BD}$ khi $OO' \parallel (BCD)$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẪNG

Phương pháp:

Để tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng, ngoài phương pháp “Tìm 2 điểm chung của 2 mặt phẳng”, ta sử dụng định lý về giao tuyến như sau:

Bước 1: Chỉ ra rằng $(\alpha), (\beta)$ lần lượt chứa hai đường thẳng song song a và b .

Bước 2: Tìm một điểm chung M của hai mặt phẳng.

Bước 3: Khi đó $(\alpha) \cap (\beta) = Mx \parallel a \parallel b$.

Câu 20. (SGK-CTST 11- Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm hai đường chéo. Cho M là trung điểm của SC .

a) Chứng minh đường thẳng OM song song với hai mặt phẳng (SAD) và (SBA) .

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (OMD) và (SAD) .

Câu 21. (SGK-CTST 11- Tập 1) Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không nằm trong cùng một mặt phẳng. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$.

a) Chứng minh đường thẳng OO' song song với các mặt phẳng $(CDEF), (ADF)$ và (BCE) .

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AF và BE . Chứng minh $MN \parallel (CDEF)$.

c) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (OMN) và $(ABCD)$.

Câu 22. (SGK-CTST 11- Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi M là trung điểm của $CD, (P)$ là mặt phẳng qua M song song với SA và BC . Tìm giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm của tam giác SAB . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 theo thứ tự là trọng tâm tam giác ABD và tam giác ACD . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (AG_1G_2) với mặt phẳng (ABC) .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Sx là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBD) . M, N lần lượt là trung điểm của AB và DC . Chứng minh MN song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

Câu 27. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của AB, AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN = 2CN$.

a/ Chứng minh rằng: $OM \parallel (SCD)$

b/ Xác định giao tuyến của (SCD) và (AMN) .

DẠNG 3. THIẾT DIỆN ĐAI QUA MỘT ĐIỂM VÀ SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG

Định nghĩa thiết diện: Thiết diện (mặt cắt) là một đa giác phẳng thu được khi cắt một khối chóp bằng một mặt phẳng. (Các cạnh của đa giác thu được là các đoạn giao tuyến của mặt phẳng với mặt bên hoặc mặt đáy của hình chóp).

Phương pháp: Tìm thiết diện của một hình chóp với một mặt phẳng (P) :

Bước 1: Từ điểm chung có sẵn, xác định giao tuyến đầu tiên của (P) với một mặt của hình chóp (có thể là mặt phẳng trung gian).

Bước 2: Cho giao tuyến vừa tìm được cắt các cạnh của mặt đó của hình chóp, ta sẽ được các điểm chung mới của (P) với các mặt khác. Từ đó xác định được giao tuyến với các mặt này.

Bước 3: Tiếp tục như trên tới khi các giao tuyến khép kín ta được thiết diện.

Chú ý:

+ Thiết diện của một khối chóp là một đa giác bao quanh viên ngoài khối chóp, không có đường thẳng nào đâm xuyên bên trong khối chóp đó.

+ Có thể tìm thiết diện bằng phương pháp dựng giao điểm.

Câu 29. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và một điểm M di động trên cạnh AD . Một mặt phẳng (α) qua M , song song với CD và SA , cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q .

a) $MNPQ$ là hình gì?

b) Gọi $I = MQ \cap NP$. Chứng minh rằng I luôn luôn thuộc một đường thẳng cố định khi M di động trên AD .

Câu 30. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB .

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.

b) Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc AC . Xác định thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD .

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Xác định thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD .

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$, lấy điểm M là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD . Hãy xác định thiết diện của mặt phẳng (α) với tứ diện $ABCD$. Thiết diện là hình gì?

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BD . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy trung điểm M , trên cạnh BC lấy điểm N bất kỳ. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD .

a) Hãy xác định thiết diện của mặt phẳng (α) với tứ diện $ABCD$.

b) Xác định vị trí của N trên BC sao cho thiết diện là hình bình hành.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm trên đoạn AB, CD . Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SA .

a) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .

b) Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Điểm I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua I và song song với AB, SC .

Câu 38. Chóp $S.ABCD$ có $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = a$, $SA \perp CD$, $M \in AD$ để $AM = x$ ($0 < x < a$). Mặt phẳng (P) qua M và $// SA, CD$. Dựng (P) . Tìm thiết diện. Tính S_{TD} .

Câu 39. Chóp $S.ABC$, $SA \perp BC$, $SA = 3a$, ΔABC đều, $AB = a$. $M \in AB$ để $AM = x$ ($0 < x < a$). (P) qua M và song song SA, BC . Dựng (P) . Tìm thiết diện. Tìm x để diện tích thiết diện lớn nhất.

Câu 40. Chóp $S.ABCD$, $SA \perp CD$, $SA = 2a$. $ABCD$ là hình thang vuông ở A và D .

$AD = DC = \frac{AB}{2} = a$, $M \in AD$ để $AM = x$, ($0 < x < a$). (P) qua M và song song SA, CD . Dựng (P) . Tìm thiết diện. Tính diện tích thiết diện S_{TD} .

Câu 41. Chóp $S.ABCD$, $SA \perp BD$, $SA = a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . $M \in AO$ để

$AM = x$ ($0 < x < \frac{a\sqrt{2}}{2}$). (P) qua M và song song với SA, BD . Dựng (P) . Tìm thiết diện. Tính S_{TD} .

Câu 42. Chóp $S.ABCD$, $SA = a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a . $AD \perp SB$. $M \in AB$ để

$AM = x$ ($0 < x < a$). (P) qua M và song song với SB, AD . Dựng (P) . Tìm thiết diện. Tính S_{TD} .

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm AB , mặt phẳng (α) qua M , song song với CD' , $A'C'$ và cắt CC' tại P . Tính tỉ số $\frac{PC'}{CC'}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, P lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SB . Biết $SA = SD = 2a$, $AD = 2a$, $BC = a$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (α) qua M, P và song song BC .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)**1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá**

Câu 1. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a // (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b // a$.

C. Nếu $\begin{cases} a // (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a // b$.

D. Nếu $a // (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 2. Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d // (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta // d$.

B. Nếu $d // (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b // d$.

C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

D. Nếu $d // c; c \subset (\alpha)$ thì $d // (\alpha)$.

Câu 3. Cho các mệnh đề sau:

(1). Nếu $a // (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

(2). Nếu $a // (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .

(3). Nếu $a // (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a .

(4). Nếu $a // (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 4. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 5. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 7. Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$. **B.** $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.

C. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$. **D.** $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

Câu 8. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a, d trùng nhau. **B.** a, d chéo nhau. **C.** a song song d . **D.** a, d cắt nhau.

Câu 9. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q) .

B. Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .

C. Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) . **D.** Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\frac{SP}{SA} = \frac{SQ}{SB} = \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. PQ cắt $(ABCD)$. **B.** $PQ \subset (ABCD)$.

C. $PQ \parallel (ABCD)$. **D.** PQ và CD chéo nhau.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. **B.** $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

C. BG_1, AG_2 và CD đồng quy. **D.** $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

B. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA . Gọi H là giao điểm của AC và MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. MN chéo SC . B. $MN \parallel (SBD)$. C. $MN \parallel (ABCD)$. D. $MN \cap (SAC) = H$.

Câu 14. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. MO_2 cắt (BEC) . B. O_1O_2 song song với (BEC) .
C. O_1O_2 song song với (EFM) . D. O_1O_2 song song với (AFD) .

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB; \triangle SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

- A. (SAC) B. (SBD) . C. (SAB) D. $(ABCD)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD . M là trung điểm CD . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $IJ \parallel (SCD)$. B. $IJ \parallel (SBM)$. C. $IJ \parallel (SBC)$. D. $IJ \parallel (SBD)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $OM \parallel (SCD)$. B. $OM \parallel (SBD)$. C. $OM \parallel (SAB)$. D. $OM \parallel (SAD)$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAC) .
B. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AC .
C. Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF) .
D. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (BEF) .

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (ACD) . B. (BCD) . C. (ABD) . D. (ABC) .

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .

Câu 21. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $MN \parallel (SBD)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SAC)$ D. $MN \parallel (SCD)$.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song với (ACD)

B. MG song song với (ABD) .

C. MG song song với (ACB) .

D. MG song song với (BCD) .

Câu 23. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song với

A. $(AC'M)$.

B. $(BC'M)$.

C. $A'N$.

D. AM .

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD = 2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . OM song song với mặt phẳng

A. (SAD) .

B. (SBD) .

C. (SBC) .

D. (SAB) .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a . Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x (0 < x < a\sqrt{2})$. Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

A. $(CB'D')$.

B. $(A'BC)$.

C. $(AD'C)$.

D. $(BA'C')$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}; \frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}; \frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q . Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 27. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1 \parallel (BEC)$.

B. $OO_1 \parallel (AFD)$.

C. $OO_1 \parallel (EFM)$.

D. MO_1 cắt (BEC) .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .

B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overline{MA} = 3\overline{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình vuông B. Hình chữ nhật C. Hình tam giác D. Hình bình hành

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi I là trung điểm cạnh SC . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
 B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
 C. Mặt phẳng (IBD) cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến OI .
 D. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $IO \parallel mp(SAB)$.
 B. $IO \parallel mp(SAD)$.
 C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
 D. $(IBD) \cap (SAC) = OI$.

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) và hình chóp $S.ABCD$ là:

- A. Tứ giác $MNIK$ với K là điểm bất kỳ trên cạnh AD .
 B. Tam giác MNI .
 C. Hình bình hành $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.
 D. Hình Thang $MNIK$ với K là một điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$

Câu 34. Gọi (P) là mặt phẳng qua H , song song với CD và SB . Thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Ngũ giác. B. Hình bình hành.
 C. Tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. D. Hình thang.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình thang. D. Hình ngũ giác.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB . Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình thang. B. Hình chữ nhật. C. Hình bình hành. D. Tam giác.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC , (α) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) .

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{4a^2}{3}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD ,

giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD . Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.

- A. ab . B. $\frac{ab}{9}$. C. $2ab$. D. $\frac{2ab}{9}$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = x \cdot BC$ ($0 < x < 1$). mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q . Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. 9. C. 11. D. 10.

Câu 40. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

- A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Tam giác. D. Lục giác.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB , CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

- A. $\frac{31}{7}$. B. $\frac{18}{7}$. C. $\frac{24}{7}$. D. $\frac{15}{7}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD , BC theo thứ tự lấy các điểm M , N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:

- A. một tam giác.
B. một hình bình hành.
C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ
D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (α) qua G , (α) song song với AB và CD . (α) cắt trung tuyến AM của tam giác ACD tại K . Chọn khẳng định đúng?

- A. (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình tam giác.
B. $AK = \frac{2}{3}AM$.
C. $AK = \frac{1}{3}AM$.
D. Giao tuyến của (α) và (CBD) cắt CD .

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA . Khi đó mặt phẳng (P) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình

- A. Hình thang. B. Hình chữ nhật. C. Hình bình hành. D. Tam giác.

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Tam giác

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB

(M khác S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. Tam giác. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overline{MA} = 3\overline{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (P) không cắt hình chóp.
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với SC và AD . Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Hình thang. B. Hình thang cân. C. Hình chữ nhật. D. Hình bình hành.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB = 3CD$. B. $AB = \frac{1}{3}CD$. C. $AB = \frac{3}{2}CD$. D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

Câu 50. Cho hình tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $6a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CA, CB ; P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$. Diện tích S thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là:

- A. $\frac{5a^2\sqrt{457}}{2}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{457}}{12}$. C. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{2}$. D. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{4}$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$), cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$.

Tam giác SAB cân tại S , $SA = 2a$. Mặt phẳng (P) song song với SA, AB cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q . Đặt $AM = x$ ($0 < x < a$). Gọi x là giá trị để tứ giác $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn, bán kính đường tròn đó là

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{6}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. a .

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , I là trung điểm của AC , J là một điểm trên cạnh AD sao cho $AJ = 2JD$. (P) là mặt phẳng chứa IJ và song song với AB . Tính diện tích thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P).

- A. $\frac{3a^2\sqrt{51}}{144}$. B. $\frac{3a^2\sqrt{31}}{144}$. C. $\frac{a^2\sqrt{31}}{144}$. D. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ➡ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

➡ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

➡ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương