

BÀI 2. BIẾN CỐ HỢP VÀ QUY TẮC CỘNG XÁC SUẤT

• CHƯƠNG 9. XÁC SUẤT

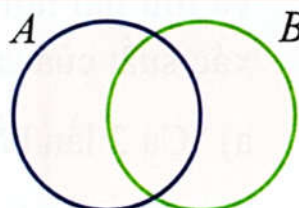
• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Biến cố hợp

Kiến thức trọng tâm

Cho hai biến cố A và B . Biến cố " A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là biến cố hợp của A và B .



Hình 1

Chú ý: Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B .

Ví dụ 1. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu xanh", B là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ".

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ? Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố B ?
b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Giải

a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_3^2 = 3$.

b) $A \cup B$ là biến cố "Hai viên bi lấy ra có cùng màu". Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_5^2 + C_3^2 = 13$.

Ví dụ 2. Thực hiện hai thí nghiệm. Gọi T_1 và T_2 lần lượt là các biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công" và "Thí nghiệm thứ hai thành công". Hãy biểu diễn các biến cố sau theo hai biến cố T_1 và T_2 .

- a) A : "Có ít nhất một trong hai thí nghiệm thành công";
b) B : "Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công".

Giải

a) $A = T_1 \cup T_2$;

b) $B = \bar{T}_1 T_2 \cup T_1 \bar{T}_2$.

2. Quy tắc cộng xác suất

Kiến thức trọng tâm

Cho hai biến cố xung khắc A và B . Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ví dụ 3. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối".

Giải

Gọi A là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 10" và B là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 11". Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta thấy $P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3}$ và $P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}$, nên $P(A \cup B) = \frac{C_9^3 + C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80}$.

Ví dụ 4. Ở lúa, hạt gạo đục là tính trạng trội hoàn toàn so với hạt gạo trong. Cho cây lúa có hạt gạo đục thuần chủng thụ phấn với cây lúa có hạt gạo trong được F_1 toàn hạt gạo đục. Tiếp tục cho các cây lúa F_1 thụ phấn với nhau và thu được các hạt gạo mới. Lần lượt chọn ra ngẫu nhiên 2 hạt gạo mới, tính xác suất của biến cố "Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra".

Giải

Quy ước gene A: hạt gạo đục và gene a: hạt gạo trong. Ở thế hệ F_2 , ba kiểu gene AA, Aa, aa xuất hiện với tỉ lệ 1: 2: 1 nên tỉ lệ hạt gạo đục so với hạt gạo trong là 3: 1.

Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố "Hạt gạo lấy ra lần thứ nhất là hạt gạo đục" và biến cố "Hạt gạo lấy ra lần thứ hai là hạt gạo đục".

Ta có A_1, A_2 là hai biến cố độc lập và $P(A_1) = P(A_2) = \frac{3}{4}$. Xác suất của biến cố "Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra" là

$$\begin{aligned}P(A_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1A_2) &= P(A_1\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1A_2) = P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) \\&= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}.\end{aligned}$$

Với hai biến cố A, B bất kì, ta có công thức cộng tổng quát như sau:

Kiến thức trọng tâm

Cho hai biến cố A và B . Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Ví dụ 5. Một hộp chứa 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Giải

Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3" và B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 5".

$A \cup B$ là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3 nên $P(A) = \frac{33}{100} = 0,33$.

Từ 1 đến 100 có 20 số chia hết cho 5 nên $P(B) = \frac{20}{100} = 0,2$.

Một số chia hết cho cả 3 và 5 khi nó chia hết cho 15. Từ 1 đến 100 có 6 số chia hết cho 15 nên

$$P(AB) = \frac{6}{100} = 0,06 \text{ Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,33 + 0,2 - 0,06 = 0,47.$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Tính xác suất

Câu 1. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,9$ và $P(B) = 0,6$. Hãy tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

Lời giải

$$\begin{aligned}P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\&= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,9 + 0,6 - 0,9 \cdot 0,6 = 0,96\end{aligned}$$

Câu 2. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Khảo sát một trường trung học phổ thông, người ta thấy có 20% học sinh thuận tay trái và 35% học sinh bị cận thị. Giả sử đặc điểm thuận tay nào không ảnh hưởng đến việc học sinh có bị cận thị hay không. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất của biến cố học sinh đó bị cận thị hoặc thuận tay trái.

Lời giải

A là biến cố "Học sinh bị cận thị", $P(A) = 0,35$

B là biến cố "Học sinh thuận tay trái", $P(B) = 0,2$

Xác suất biến cố học sinh bị cận thị hoặc thuận tay trái là:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,48 \end{aligned}$$

Câu 3. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Một hộp chứa 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 2 quả bóng vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng. Tính xác suất của các biến cố:

- a) "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu";
b) "Có ít nhất 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra".

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có màu xanh"; $P(A) = \frac{C_5^3}{C_{13}^3}$

B là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có màu đỏ", $P(B) = \frac{C_6^3}{C_{13}^3}$

C là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều màu vàng, $P(C) = 0$

Khi đó $A \cup B \cup C$ là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra cùng màu"

Do A, B, C là các biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0,105$$

b) Gọi D là biến cố "Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng được chọn"

$$P(D) = \frac{C_5^2 \cdot C_8^1}{C_{13}^3}$$

Khi đó $A \cup D$ là biến cố "Có ít nhất 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra"

$$P(A \cup D) = P(A) + P(D) = 0,315$$

Câu 4. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Trên đường đi từ Hà Nội về thăm Đền Hùng ở Phú Thọ, Bình, Minh và 5 bạn khác ngồi vào 7 chiếc ghế trên một xe ô tô 7 chỗ. Khi xe quay lại Hà Nội, mỗi bạn lại chọn ngồi ngẫu nhiên một ghế. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình".

Lời giải

A là biến cố "Bình vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình", $P(A) = \frac{1}{7}$

B là biến cố "Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình", $P(B) = \frac{1}{7}$

AB là biến cố "Bình và Minh ngồi đúng ghế cũ của mình", $P(AB) = \frac{5!}{7!}$

Khi đó, $A \cup B$ là biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế của mình"

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{11}{42}$$

Câu 5. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau.

a) Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,2$. Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

b) Biết $P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,7$. Tính xác suất của biến cố A .

Lời giải

a) $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ nên $P(B) = \frac{2}{3}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{23}{30}$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

$$\Leftrightarrow 0,7 = P(A) + 0,5 - 0,5P(A)$$

$$\Leftrightarrow P(A) = 0,4$$

Câu 6. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Lan gieo một đồng xu không cân đối 3 lần độc lập với nhau. Biết xác suất xuất hiện mặt sấp trong mỗi lần gieo đều bằng 0,4. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố "Có đúng 1 lần gieo được mặt sấp trong 3 lần gieo".

Lời giải



Lời giải

Nhìn vào sơ đồ, ta thấy xác suất của biến cố "Có đúng 1 lần gieo được mặt sấp trong 3 lần gieo" là: $0,144 + 0,144 + 0,144 + 0,144 = 0,576$

Câu 7. (SGK - CTST 11 - Tập 2) Một hộp chứa 50 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 50. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

- a) A : "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra là số chẵn";
 b) B : "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 4".

Lời giải

a) M là biến cố "Số ghi trên 2 thẻ đều là số chẵn", $P(M) = \frac{C_{25}^2}{C_{50}^2}$

N là biến cố "Số ghi trên 2 thẻ đều là số lẻ", $P(N) = \frac{C_{25}^2}{C_{50}^2}$

Biến cố A "Tổng các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn" là $M \cup N$

Do M, N là 2 biến cố xung khắc $P(A) = P(M) + P(N) = \frac{24}{49}$

b) C là biến cố "Có 1 số chia hết cho 4, 1 số là số lẻ", $P(C) = \frac{C_{12}^1 + C_{25}^1}{C_{50}^2}$

Biến cố B "Tích các số ghi trên 2 thẻ chia hết cho 4" là $M \cup C$

M và C là 2 biến cố xung khắc nên: $P(B) = P(M) + P(C) = \frac{24}{49}$

Câu 8. Trong một hộp có 8 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Gọi A là biến cố: "Cả hai viên bi có màu xanh"; B là biến cố: "Có một viên bi màu xanh và một viên bi màu đỏ".

a) Tính $P(A)$ và $P(B)$.

b) Tính xác suất để trong hai viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh.

Giải

a) Ta có $n(\Omega) = C_{14}^2 = 91; n(A) = C_8^2 = 28, n(B) = 8 \cdot 6 = 48$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{28}{91}, P(B) = \frac{48}{91}.$$

b) Cách 1: Xét biến cố C : "Trong hai viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh", nên C là biến cố hợp của A và B . Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(C) = P(A) + P(B) = \frac{28}{91} + \frac{48}{91} = \frac{76}{91}$.

Cách 2: Xét biến cố đối \bar{C} : "Cả hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ". Khi đó $n(\bar{C}) = C_6^2 = 15$. Suy ra $P(\bar{C}) = \frac{15}{91}$.

$$\text{Vậy } P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{15}{91} = \frac{76}{91}.$$

Câu 9. Một lớp có 29 học sinh, trong đó có 22 em học khá môn Toán, 21 em học khá môn Ngữ văn, 3 em không học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Tính xác suất để học sinh đó:

- Học khá cả hai môn Toán và Ngữ văn.
- Học khá môn Toán và không học khá môn Ngữ văn.
- Học khá môn Ngữ văn và không học khá môn Toán.

Giải

a) Gọi A là biến cố: "Học sinh đó học khá môn Toán", B là biến cố: "Học sinh đó học khá môn Ngữ văn". Ta cần tính $P(AB)$.

$$\text{Ta có: } P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{22}{29} + \frac{21}{29} - \frac{26}{29} = \frac{17}{29}.$$

b) Tính $P(A\bar{B})$:

Ta có: $A = AB \cup A\bar{B}$, suy ra $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$.

$$\text{Do đó } P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{22}{29} - \frac{17}{29} = \frac{5}{29}.$$

c) Tính $P(\bar{A}B)$:

Ta có: $B = AB \cup \bar{A}B$, suy ra $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B)$.

$$\text{Do đó } P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{21}{29} - \frac{17}{29} = \frac{4}{29}.$$

Câu 10. Trong một căn phòng có 36 người, trong đó có 25 người họ Nguyễn và 11 người họ Trần. Chọn ngẫu nhiên hai người trong phòng đó. Tính xác suất để hai người được chọn có cùng họ.

Lời giải

Xét các biến cố sau:

A : "Cả hai người được chọn đều họ Nguyễn"; B : "Cả hai người được chọn đều họ Trần".

C : "Cả hai người được chọn có cùng họ". C là biến cố hợp của A và B . Do A và B xung khắc nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$\text{Ta có: } n(\Omega) = C_{36}^2 = 630;$$

$$n(A) = C_{25}^2 = 300; n(B) = C_{11}^2 = 55.$$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{300}{630}; P(B) = \frac{55}{630}.$$

$$\text{Vậy } P(C) = P(A) + P(B) = \frac{300}{630} + \frac{55}{630} = \frac{355}{630} = \frac{71}{126}.$$

Câu 11. Trong một công ty có 40 nhân viên, trong đó có 19 người thích chơi bóng bàn, 20 người thích chơi cầu lông, 8 người không thích chơi cả cầu lông và bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty đó. Tính xác suất để người đó:

- a) Thích chơi ít nhất một trong hai môn bóng bàn và cầu lông.
- b) Thích chơi cầu lông và không thích chơi bóng bàn.
- c) Thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông.
- d) Thích chơi đúng một trong hai môn.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó thích chơi bóng bàn"; B là biến cố: "Người đó thích chơi cầu lông".

a) Ta cần tính $P(A \cup B)$. Biến cố đối của biến cố $A \cup B$: "Người đó thích chơi ít nhất một trong hai môn" là biến cố $\overline{A \cup B}$: "Người đó không thích chơi cả cầu lông và bóng bàn".

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{19}{40}; P(B) = \frac{20}{40}; P(\overline{A \cup B}) = \frac{8}{40}.$$

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - \frac{8}{40} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}.$$

b) Ta cần tính $P(\overline{AB})$.

$$\text{Ta có: } P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{19}{40} + \frac{20}{40} - \frac{32}{40} = \frac{7}{40}.$$

$B = AB \cup \overline{AB}$, suy ra $P(B) = P(AB) + P(\overline{AB})$, do đó

$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = \frac{20}{40} - \frac{7}{40} = \frac{13}{40}. \text{ c) Ta cần tính } P(A\overline{B}). \text{ Ta có: } A = AB \cup A\overline{B}, \text{ suy ra}$$

$$P(A) = P(AB) + P(A\overline{B}), \text{ do đó } P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{19}{40} - \frac{7}{40} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}.$$

d) Gọi E là biến cố: "Người đó thích chơi đúng một trong hai môn cầu lông hay bóng bàn".

$$\text{Ta có: } E = A\overline{B} \cup \overline{A}B, \text{ suy ra } P(E) = P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) = \frac{12}{40} + \frac{13}{40} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}.$$

Câu 12. Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cành đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cành đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cành đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó:

- a) Mua cành đào hoặc cây quất.
- b) Mua cành đào và không mua cây quất.
- c) Không mua cành đào và không mua cây quất.
- d) Mua cây quất và không mua cành đào.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "Người đó mua cành đào", B là biến cố: "Người đó mua cây quất".

$$\text{Ta cần tính } P(A \cup B). \text{ Ta có: } P(A) = \frac{31}{50}; P(B) = \frac{12}{50}; P(AB) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Do đó: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{12}{50} - \frac{5}{50} = \frac{38}{50} = \frac{19}{25}.$$

b) Ta cần tính $P(A\overline{B})$. Ta có: $A = AB \cup A\overline{B}$, suy ra $P(A) = P(AB) + P(A\overline{B})$,

$$\text{do đó } P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{31}{50} - \frac{5}{50} = \frac{26}{50} = \frac{13}{25}.$$

c) Ta cần tính $P(\overline{A \cup B})$. Ta có biến cố đối của biến cố $A \cup B$ là biến cố $\overline{A \cup B}$.

$$\text{Vậy } P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{38}{50} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}.$$

d) Ta cần tính $P(\overline{AB})$. Ta có: $B = AB \cup \overline{A}B$, suy ra $P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B)$, do đó

$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = \frac{12}{50} - \frac{5}{50} = \frac{7}{50}.$$

Câu 13. Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

- a) "Cả 4 viên bi lấy ra đều có cùng màu";
 b) "Có ít nhất 3 viên bi xanh trong 4 viên bi lấy ra".

Giải

a) Gọi A là biến cố "Cả 4 viên bi lấy ra đều có cùng màu xanh", B là biến cố "Cả 4 viên bi lấy ra có cùng màu đỏ". Vì chỉ có 3 viên bi màu vàng nên $A \cup B$ là biến cố "Cả 4 viên bi lấy ra có cùng màu". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_4^4}{C_{12}^4} + \frac{C_3^4}{C_{12}^4} = \frac{2}{165}.$$

b) Gọi C là biến cố "Có 3 viên bi xanh trong 4 viên bi lấy ra". Khi đó $A \cup C$ là biến cố "Có ít nhất 3 viên bi xanh trong 4 viên bi lấy ra". Do A và C là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \frac{C_4^4}{C_{12}^4} + \frac{C_4^3 C_8^1}{C_{12}^4} = \frac{1}{15}$$

Câu 14. Mai, Lan và 5 bạn cùng lớp xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng".

Giải

Số cách xếp 7 người thành một hàng ngang là $7!$.

Gọi A là biến cố "Mai đứng ở đầu hàng", B là biến cố "Lan đứng ở đầu hàng".

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}.$

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}.$

Xác suất của biến cố "Hai bạn Lan và Mai đứng ở hai đầu hàng" là:

$$P(AB) = \frac{2 \cdot 5!}{7!} = \frac{1}{21}.$$

Xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng" là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{21} = \frac{11}{21}$$

Câu 15. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

- a) Biết $P(A) = 0,8$ và $P(AB) = 0,2$. Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.
 b) Biết $P(B) = 0,3$ và $P(A \cup B) = 0,6$. Tính xác suất của biến cố A .

Giải

a) Do A và B là hai biến cố độc lập nên

$$P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25.$$

Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,85.$

b) Do $P(A \cup B) = 0,6$ nên $P(A) + P(B) - P(AB) = 0,6.$

Theo giả thiết ta có $P(B) = 0,3$ nên $P(A) - P(AB) = 0,3.$

Do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,3P(A).$

Suy ra $0,7P(A) = 0,3.$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}.$

Câu 16. Một nhóm gồm 8 học sinh nam và 12 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 5 học sinh từ nhóm. Sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 học sinh nữ trong 5 học sinh vừa chọn".

Giải

Ta có sơ đồ hình cây:

3 nữ, 2 nam

$$C_{12}^3 C_8^2$$

4 nữ, 1 nam

$$C_{12}^4 C_8^1$$

5 nữ

$$C_{12}^5$$

Xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 học sinh nữ trong 5 học sinh vừa chọn" là

$$\frac{C_{12}^3 C_8^2 + C_{12}^4 C_8^1 + C_{12}^5}{C_{20}^5} = \frac{682}{969}.$$

Câu 17. Một hộp chứa 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 20. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 37";

b) "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 6".

Giải

a) Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ nhỏ hơn 4". Biến cố A xảy ra khi 2 thẻ được chọn ghi số 1 và 2. Do đó $P(A) = \frac{1}{C_{20}^2} = \frac{1}{190}$.

Gọi B là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lớn hơn 37". Biến cố B xảy ra khi 2 thẻ được chọn ghi số 20 và 18 hoặc 20 và 19. Do đó $P(B) = \frac{2}{C_{20}^2} = \frac{2}{190}$.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên xác suất của biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 37" là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{190}.$$

b) Gọi D là biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 6".

Do có 3 thẻ chia hết cho 6 nên xác suất của biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra không có thẻ nào ghi số chia hết cho 6" là

$$P(\bar{D}) = \frac{C_{17}^2}{C_{20}^2} = \frac{68}{95}$$

Vậy xác suất của biến cố D là

$$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = \frac{27}{95}.$$

Gọi E là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 6 nhưng không có thẻ nào ghi số chia hết cho 6". Biến cố E xảy ra khi trong hai thẻ lấy ra có một thẻ ghi số chẵn nhưng không chia hết cho 3 (có 7 thẻ như vậy) và thẻ còn lại ghi số chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 6 (có 3 thẻ như vậy).

Vậy xác suất của biến cố E là

$$P(E) = \frac{7 \cdot 3}{C_{20}^2} = \frac{21}{190}$$

Do D và E là hai biến cố xung khắc nên xác suất của biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 6" là

$$P(D \cup E) = P(D) + P(E) = \frac{15}{38}$$

Câu 18. Trong một cuộc gặp mặt có 63 đoàn viên tham dự, trong đó có 25 người đến từ miền Bắc, 19 người đến từ miền Nam và 19 người đến từ miền Trung.

- a) Gặp ngẫu nhiên 1 đoàn viên trong cuộc gặp mặt, tính xác suất của biến cố "Đoàn viên được gặp đến từ miền Nam hoặc miền Trung".
- b) Gặp ngẫu nhiên 2 đoàn viên trong cuộc gặp mặt, tính xác suất của biến cố "Hai đoàn viên được gặp cùng đến từ miền Bắc hoặc cùng đến từ miền Nam".

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{19+19}{63} = \frac{38}{63}; \\ \text{b)} \quad & \frac{C_{25}^2}{C_{63}^2} + \frac{C_{19}^2}{C_{63}^2} = \frac{157}{651}. \end{aligned}$$

Câu 19. Một túi chứa 2 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ túi. Tính xác suất của các biến cố:

- a) "Cả 3 viên bi lấy ra đều có cùng màu";
- b) "Có không quá 1 viên bi xanh trong 3 viên bi lấy ra";
- c) "Có đúng hai màu trong 3 viên bi lấy ra".

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{C_5^3}{C_{10}^3} + \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{120}; \\ \text{b)} \quad & \frac{C_8^3}{C_{10}^3} + \frac{2C_8^2}{C_{10}^3} = \frac{14}{15}. \end{aligned}$$

c) Gọi A là biến cố "Có đúng hai màu trong 3 viên bi lấy ra". Biến cố đối của biến cố A là biến cố $B \cup C$ với B là biến cố "Cả 3 bi lấy ra đều có cùng màu" và C là biến cố "3 viên bi lấy ra có đủ cả 3 màu". Ta có

$$P(B) = \frac{11}{120}; P(C) = \frac{1}{4}. \text{ Do } B \text{ và } C \text{ là hai biến cố xung khắc nên } P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{41}{120}. \text{ Vậy}$$

$$P(A) = 1 - \frac{41}{120} = \frac{79}{120}.$$

Câu 20. Thanh có 4 tấm thẻ được đánh số 1, 3, 4, 7. Thanh lấy ra 3 trong 4 thẻ và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có 3 chữ số. Tính xác suất của biến cố A : "Số tạo thành chia hết cho 2 hoặc 3".

Lời giải

Số các số có 3 chữ số có thể tạo thành là 24 số.

Gọi B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2". Biến cố B xảy ra khi chữ số hàng đơn vị của số tạo thành là 4. Có thể xếp được $3 \cdot 2 = 6$ số chia hết cho 2. Do đó $P(B) = \frac{6}{24}$.

Gọi C là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3". Biến cố C xảy ra khi 3 chữ số của số tạo thành là 1; 4; 7. Có thể xếp được $3 \cdot 2 = 6$ số chia hết cho 3. Do đó $P(C) = \frac{6}{24}$.

Biến cố BC xảy ra khi số tạo thành chia hết cho 6. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố BC . Do đó $P(BC) = \frac{2}{24}$.

$$\text{Vậy } P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{5}{12}.$$

Câu 21. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau.

- a) Biết $P(A) = 0,4$ và $P(\bar{A}B) = 0,3$. Tính xác suất của các biến cố B và $A \cup B$.
- b) Biết $P(\bar{A}B) = 0,4$ và $P(A \cup B) = 0,9$. Tính xác suất của các biến cố A, B và AB .

Lời giải

a) Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,6$.

Do \bar{A} và B là độc lập nên $P(B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = 0,5$.

Do A và B là độc lập nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0,7.$$

b) $P(A) = 0,5; P(B) = 0,8; P(AB) = 0,4$.

Câu 22. Một hộp chứa 10 quả bóng xanh và 10 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 5 quả bóng từ hộp. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 quả bóng xanh trong 5 quả bóng lấy ra".

Lời giải

Sơ đồ hình cây:



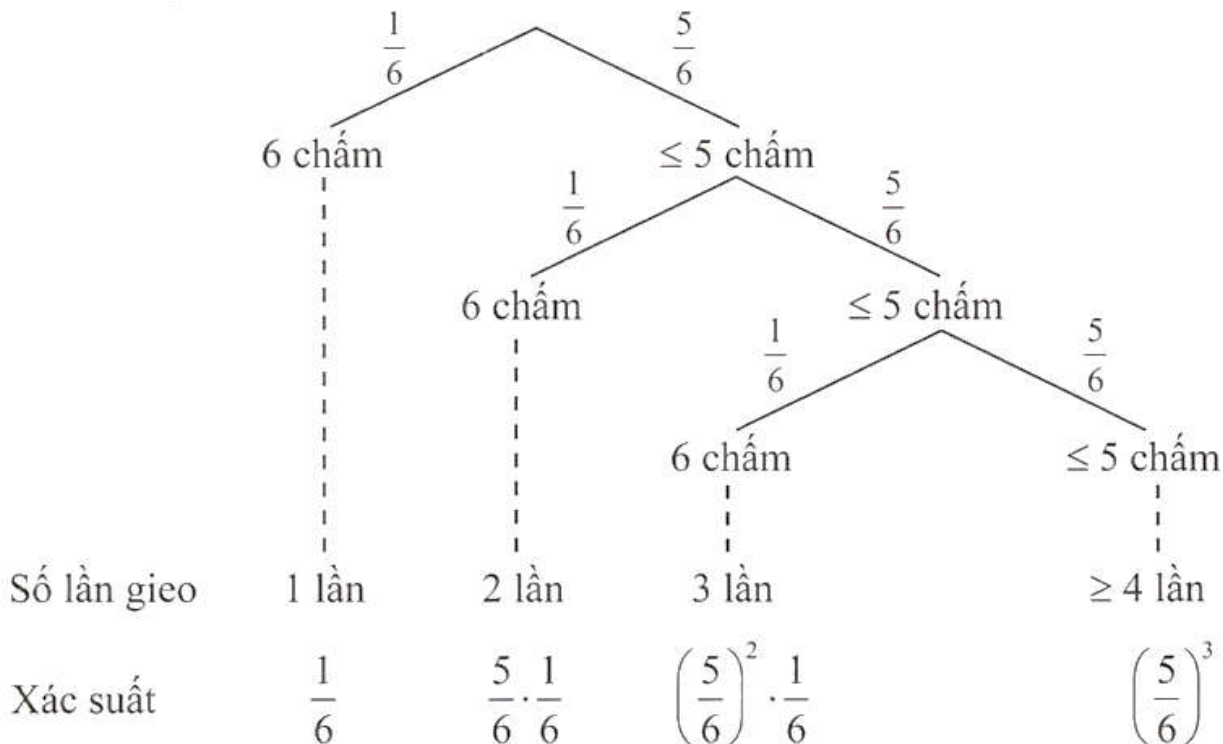
Xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 quả bóng xanh trong 5 quả bóng lấy ra" là

$$\frac{C_{10}^3 C_{10}^2 + C_{10}^4 C_{10}^1 + C_{10}^5}{C_{20}^5} = \frac{1}{2}$$

Câu 23. Châu gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt 6 chấm thì dừng lại. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố "Châu phải gieo không quá 3 lần để xuất hiện mặt 6 chấm".

Lời giải

Sơ đồ hình cây:



Xác suất của biến cố "Châu phải gieo không quá 3 lần để xuất hiện mặt 6 chấm" là

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{216}$$

Câu 24. Trong một trò chơi, Dương chọn ra 5 số từ 100 số tự nhiên đầu tiên. Sau đó, người ta chọn ra ngẫu nhiên 3 số may mắn từ 100 số tự nhiên đầu tiên đó. Tính xác suất của các biến cố:

A : "Không có số may mắn nào trong 5 số Dương đã chọn";

B : "Có đúng 1 số may mắn trong 5 số Dương đã chọn".

Lời giải

Biến cố A xảy ra khi 3 số may mắn nằm trong 95 số mà Dương không chọn. Do đó, xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{C_{95}^3}{C_{100}^3} \approx 0,856$$

Biến cố B xảy ra khi trong 3 số may mắn, có 1 số Dương đã chọn, 2 số còn lại nằm trong 95 số mà Dương không chọn. Do đó, xác suất của biến cố B là

$$P(B) = \frac{C_5^1 C_{95}^2}{C_{100}^3} \approx 0,138.$$

Câu 25. Một hộp chứa 3 quả bóng xanh và một số quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được 2 quả bóng đỏ" gấp 5 lần xác suất của biến cố "Lấy được 2 quả bóng xanh". Tính xác suất của biến cố "Lấy được 2 quả bóng có cùng màu".

Lời giải

Gọi n là số bóng đỏ có trong hộp. Khi đó, tổng số bóng có trong hộp là $n + 3$.

Xác suất lấy được 2 quả bóng xanh là: $\frac{C_3^2}{C_{n+3}^2}$.

Xác suất lấy được 2 quả bóng đỏ là: $\frac{C_n^2}{C_{n+3}^2}$.

Theo đề bài, ta có:

$$\frac{C_n^2}{C_{n+3}^2} = 5 \cdot \frac{C_3^2}{C_{n+3}^2} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 15.$$

Do n là số tự nhiên nên $n = 6$.

Do đó, xác suất của biến cố "Cả 2 quả bóng lấy ra đều có cùng màu" là

$$\frac{C_3^2}{C_{n+3}^2} + \frac{C_n^2}{C_{n+3}^2} = \frac{C_3^2}{C_9^2} + \frac{C_6^2}{C_9^2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 26. Gieo ngẫu nhiên 3 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố A : "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc chia hết cho 15".

Lời giải

Gọi B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc không chia hết cho 5", C là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc không chia hết cho 3".

Khi đó, A là biến cố đối của biến cố $B \cup C$.

$$\text{Ta có } P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(BC) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{3}{4}.$$

Do đó, xác suất của biến cố A : "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc chia hết cho 15" là:

$$P(A) = 1 - P(B \cup C) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

Câu 27. Một hộp chứa 40 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 40. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

- a) "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 76";
b) "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 10".

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 76". Gọi A_1 là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4", A_2 là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra lớn hơn 76".

Khi đó, ta có $A = A_1 \cup A_2$.

Biến cố A_1 xảy ra khi 2 tấm thẻ được chọn ghi số 1 và 2. Do đó $P(A_1) = \frac{1}{C_{40}^2}$.

Biến cố A_2 xảy ra khi 2 tấm thẻ được chọn ghi số (37;40), (38;40), (39;40) hoặc (38;39). Do đó,

$$P(A_2) = \frac{4}{C_{40}^2}.$$

Do A_1 và A_2 là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{1}{156}.$$

b) Từ 1 đến 40 có 8 số chia hết cho 5; 20 số chia hết cho 2 và 4 số chia hết cho 10. Gọi B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 10".

Gọi B_1 là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra không chia hết cho 5", B_2 là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra không chia hết cho 2".

Khi đó, B là biến cố đối của biến cố $B_1 \cup B_2$.

Ta có

$$P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 B_2) = \frac{C_{32}^2}{C_{40}^2} + \frac{C_{20}^2}{C_{40}^2} - \frac{C_{16}^2}{C_{40}^2} = \frac{283}{390}.$$

Do đó, xác suất biến cố B "Tích các số ghi trên hai thẻ chia hết cho 10" là

$$P(B) = 1 - P(B_1 \cup B_2) = \frac{107}{390}.$$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Theo dõi Fanpage: Nguyễn Bảo Vương ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: Nguyễn Vương ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN) ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIE1iRUBT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>