

CHỦ ĐỀ 3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

- BÀI TOÁN THỰC TẾ TOÁN 10
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

NỘI DUNG CÂU HỎI

Câu 1. Góc nghiêng của Mặt Trời tại một vị trí trên Trái Đất là góc nghiêng giữa tia nắng lúc giữa trưa với mặt đất. Trong thực tế, để đo trực tiếp góc này, vào giữa trưa (khoảng 12 giờ), em có thể dựng một thước thẳng vuông góc với mặt đất, đo độ dài của bóng thước trên mặt đất. Khi đó, tang của góc nghiêng Mặt Trời tại vị trí đặt thước bằng tỉ số giữa độ dài của thước và độ dài của bóng thước. Góc nghiêng của Mặt Trời phụ thuộc vào vĩ độ của vị trí đo và phụ thuộc vào thời gian đo trong năm (ngày thứ mấy trong năm). Tại vị trí có vĩ độ ϕ và ngày thứ N trong năm, góc nghiêng của Mặt Trời α còn được tính theo công thức sau:

$$\alpha = 90^\circ - \phi - \left| \cos \left(\left(\frac{2(N+10)}{365} - m \right) 180^\circ \right) \right| \cdot 23,5^\circ$$

trong đó $m = 0$ nếu $1 \leq N \leq 172$, $m = 1$ nếu $173 \leq N \leq 355$, $m = 2$ nếu $356 \leq N \leq 365$.

- Hãy áp dụng công thức trên để tính góc nghiêng của Mặt Trời vào ngày 10/10 trong năm không nhuận (năm mà tháng 2 có 28 ngày) tại vị trí có vĩ độ $\phi = 20^\circ$.
- Hãy xác định vĩ độ tại nơi em sinh sống và tính góc nghiêng của Mặt Trời tại đó theo hai cách đã được đề cập trong bài toán (đo trực tiếp và tính theo công thức) và so sánh hai kết quả thu được.

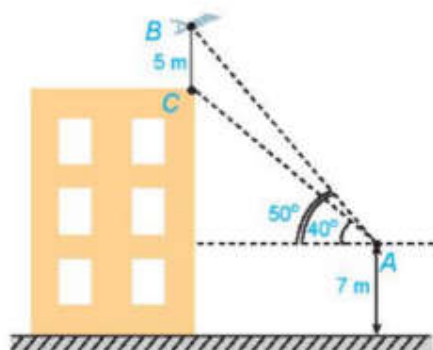
Chú ý. Công thức tính toán nói trên chính xác tới $\pm 0,5^\circ$.

Góc nghiêng của Mặt Trời có ảnh hưởng tới sự hấp thụ nhiệt từ Mặt Trời của Trái Đất, tạo nên các mùa trong năm trên Trái Đất, chẳng hạn, vào mùa hè, góc nghiêng lớn nên nhiệt độ cao.

Câu 2. Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km/h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km/h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

- Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.
- Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Câu 3. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m . Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)



Hình 3.18

- Tính các góc của tam giác ABC .
- Tính chiều cao của tòa nhà.

Câu 4. Từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình, ta có thể ngắm được Đảo Yến. Hãy đề xuất một cách xác định bề rộng của hòn đảo (theo chiều ta ngắm được).



Câu 5. Để tránh núi, giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong Hình. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D . Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?



Câu 6. Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau 15 m . Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang. Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?

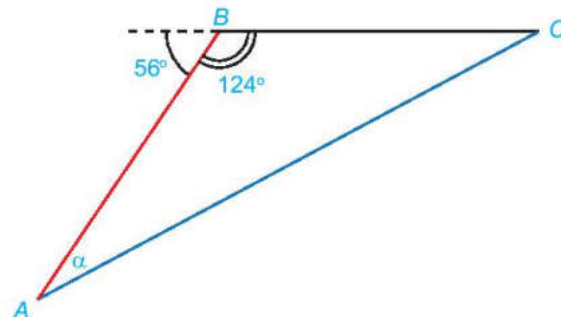
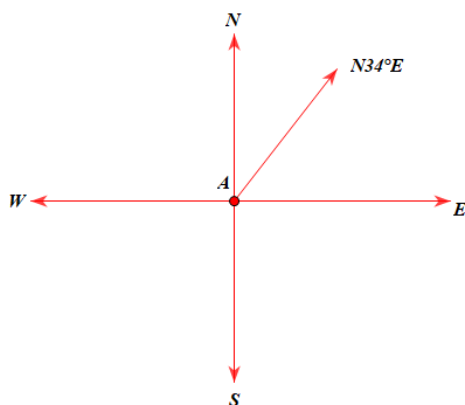
Câu 7. Một tàu cá xuất phát từ đảo A , chạy 50 km theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp 130 km đến ngư trường C .

- Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).
- Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Câu 8. Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc 20 km/h . Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

Câu 9. Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 31 m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang. Hãy tính chiều cao của cây.

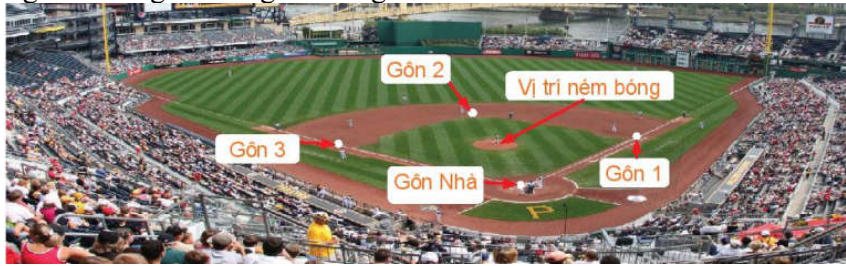
Câu 10. Trên biển, tàu B ở vị trí cách tàu A 53 km về hướng $N34^\circ E$. Sau đó, tàu B chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn 30 km/h về hướng đông, đồng thời tàu A chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn 50 km/h để gặp tàu B .



- Hỏi tàu A cần phải chuyển động theo hướng nào?

b) Với hướng chuyển động đó thì sau bao lâu tàu A gặp tàu B ?

Câu 11. Trên sân bóng chày dành cho nam, các vị trí gôn Nhà (Home plate), gôn 1 (First base), gôn 2 (Second base), gôn 3 (Third base) là bốn đỉnh của một hình vuông có cạnh dài 27,4 m. Vị trí đứng ném bóng (Pitcher's mound) nằm trên đường nối gôn Nhà với gôn 2, và cách gôn Nhà 18,44 m. Tính các khoảng cách từ vị trí đứng ném bóng tới các gôn 1 và gôn 3.



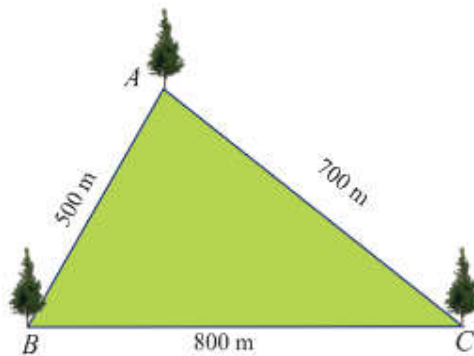
Câu 12. Trên biển, một tàu cá xuất phát từ cảng A , chạy về phương đông 15 km tới B , rồi chuyển sang hướng $E30^\circ S$ chạy tiếp 20 km nữa tới đảo C .

a) Tính khoảng cách từ A tới C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị kilômét).

b) Xác định hướng từ A tới C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Câu 13. Trên sườn đồi, với độ dốc 12% (độ dốc của sườn đồi được tính bằng tang của góc nhọn tạo bởi sườn đồi với phương nằm ngang) có một cây cao mọc thẳng đứng. Ở phía chân đồi, cách gốc cây 30 m, người ta nhìn ngọn cây dưới một góc 45° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của cây đó (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị mét).

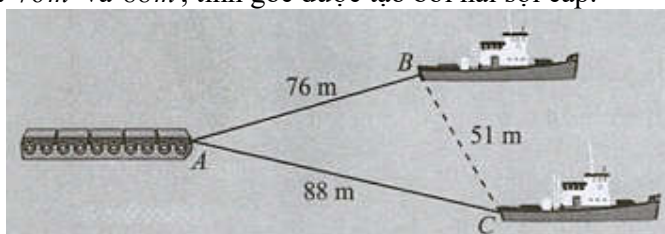
Câu 14. Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình. Tính số đo các góc của tam giác đó.



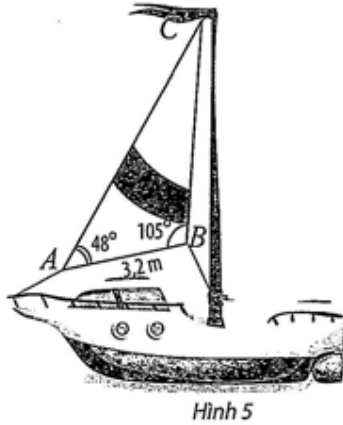
Câu 15. Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh là 35° .



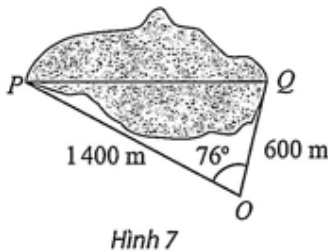
Câu 16. Hai tàu kéo cách nhau 51 m, cùng kéo một chiếc xà lan như Hình 3. Biết chiều dài của hai sợi cáp lần lượt là 76 m và 88 m, tính góc được tạo bởi hai sợi cáp.



Câu 17. Tính diện tích một cánh buồm hình tam giác có chiều dài một cạnh là $3,2m$ và hai góc kề cạnh đó có số đo lần lượt là 48° và 105° (Hình 5).

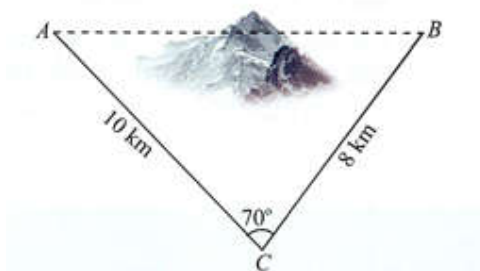


Câu 18. Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách 2 điểm P và Q lần lượt là $1400m$ và $600m$ người quan sát nhìn thấy một góc 76° .

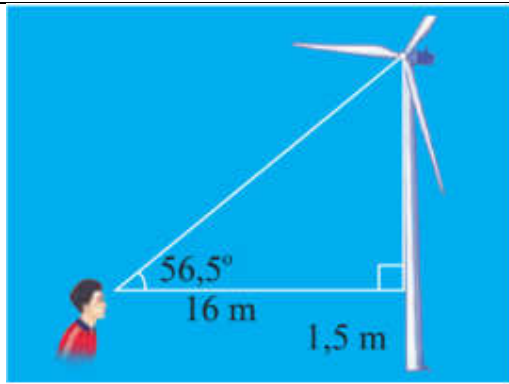


Câu 19. Tính diện tích bề mặt của một miếng bánh mì kebab hình tam giác có hai cạnh lần lượt là $10cm, 12cm$ và góc tạo bởi hai cạnh đó là 35° .

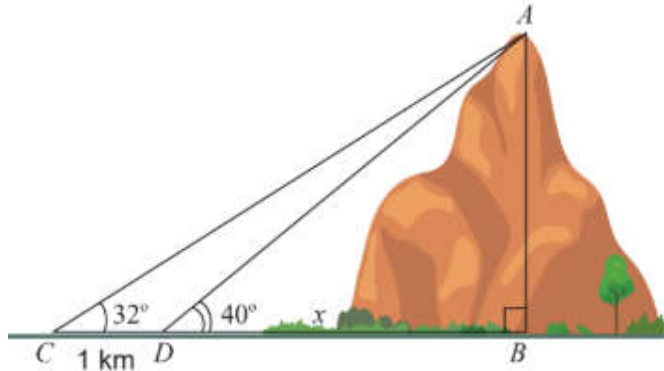
Câu 20. Để lắp đường dây điện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài $10km$, sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài $8km$. Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70° . Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B .



Câu 21. Một người đứng cách thân một các quạt gió $16m$ và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ (Hình). Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là $1,5m$.



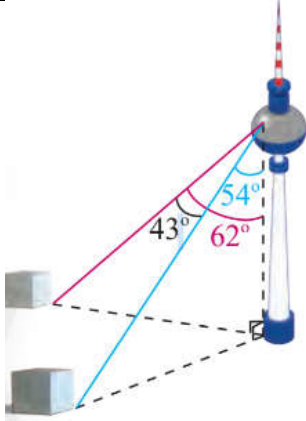
Câu 22. Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).



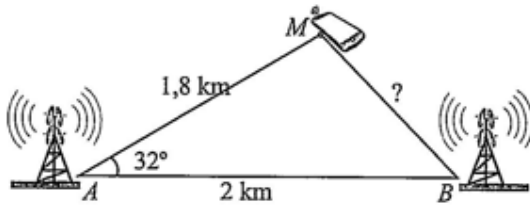
Câu 23. Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau 60 m (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62° . Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Câu 24. Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.

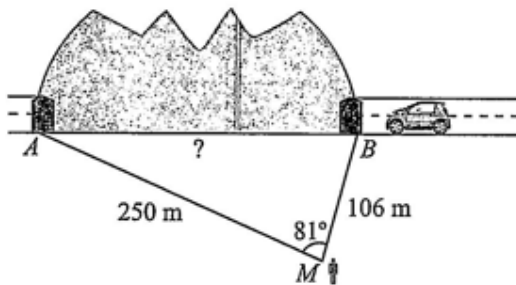


Câu 25. Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.



Hình 2

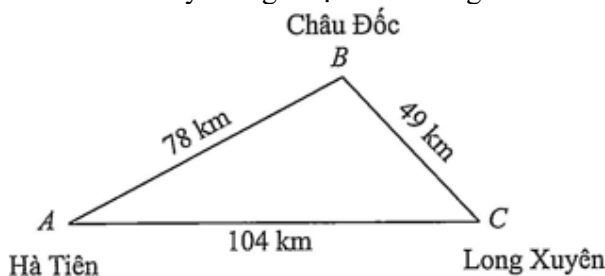
Câu 26. Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Hình 3

Câu 27. Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h . Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

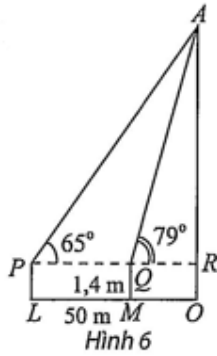
Câu 28. Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.



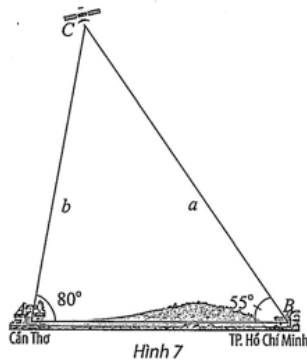
Hình 5

Câu 29. Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M , sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RQA} = 79^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 50 \text{ m}$ thì nhìn

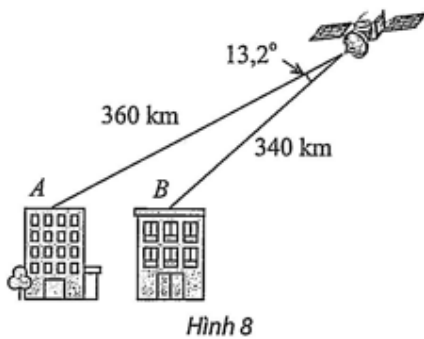
thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RPA} = 65^\circ$. Hãy tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1,4$ m (Hình 6).



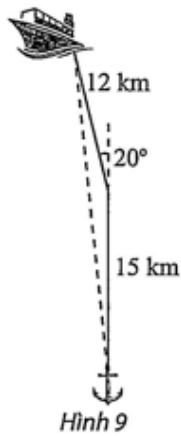
Câu 30. Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần THơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



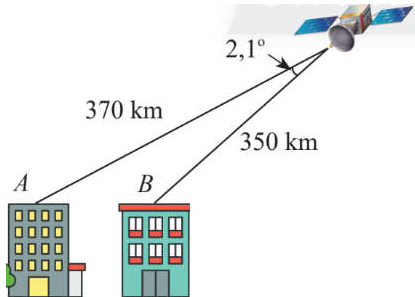
Câu 31. Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là 360km, 340km và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8).



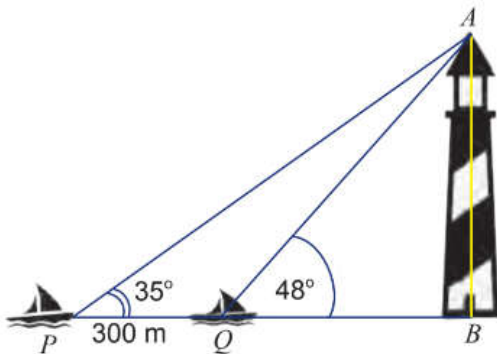
Câu 32. Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc 15 km, sau đó rẽ lái 20° về hướng tây bắc và đi thêm 12 km nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.



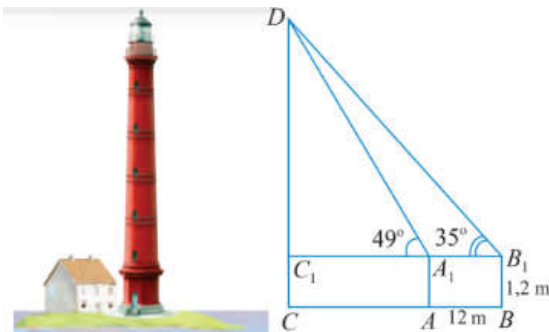
Câu 33. Tính khoảng cách AB giữa hai nóc tòa cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là 370 km , 350 km và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $2,1^\circ$.



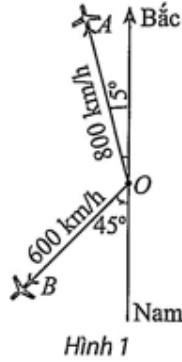
Câu 34. Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau 300 m và thẳng hàng với chân B của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Hình). Từ P và Q , người ta nhìn thấy tháp hải đăng AB dưới các góc $\widehat{BPA} = 35^\circ$ và $\widehat{BQA} = 48^\circ$. Tính chiều cao của tháp hải đăng đó.



Câu 35. Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\text{ m}$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao là $h = 1,2\text{ m}$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$, $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.

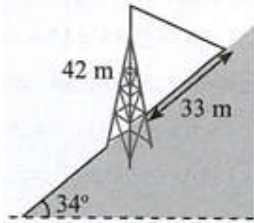


Câu 36. Hai máy bay rời một sân bay cùng một lúc. Một chiếc bay với vận tốc 800 km/h theo hướng lệch so với hướng bắc 15° về phía tây. Chiếc còn lại bay theo hướng lệch so với hướng nam 45° về phía tây với vận tốc 600 km/h (Hình 1). Hỏi hai máy bay đó cách nhau bao xa sau 3 giờ?



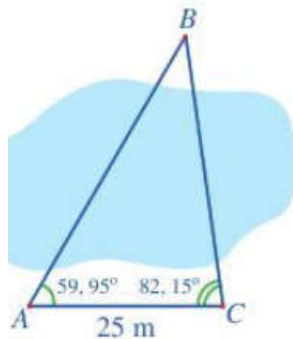
Hình 1

Câu 37. Một tháp viễn thông cao 42 m được dựng thẳng đứng trên một sườn dốc 34° so với phương ngang. Từ đỉnh tháp người ta neo một sợi cáp xuống một điểm trên sườn dốc cách chân tháp 33 m như Hình 2. Tính chiều dài của sợi dây cáp đó.



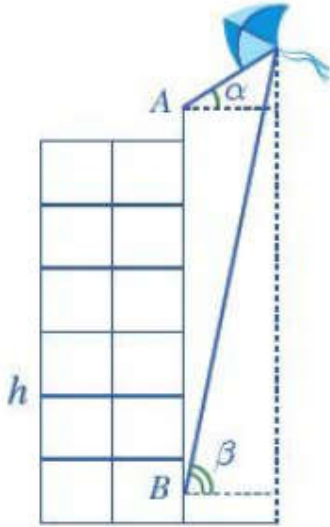
Hình 2

Câu 38. Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA . Biết $AC = 25 \text{ m}$, $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$; $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

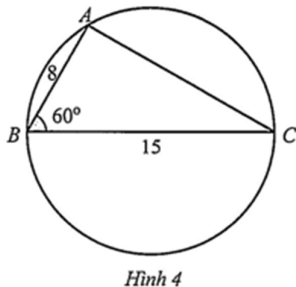


Câu 39. Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lý một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lý một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lý (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 40. Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là $1,5 \text{ m}$. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là $1,5 \text{ m}$. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20 \text{ m}$ (Hình). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

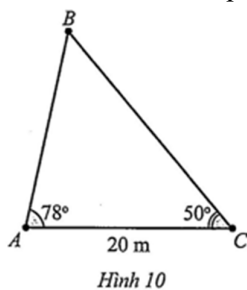


Câu 41. Từ một tấm bìa hình tròn, bạn An cắt ra được một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 15\text{ cm}$ và góc $B = 60^\circ$ (Hình 4). Tính độ dài cạnh AC và bán kính R của miếng bìa.



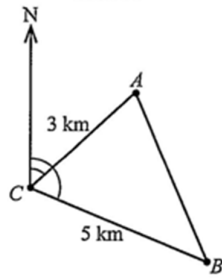
Câu 42. Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 1\text{ m}$, bạn Trí muốn cắt ra một hình tam giác ABC có các góc $A = 45^\circ$, $B = 75^\circ$. Hỏi bạn Trí phải cắt miếng tôn theo hai dây cung AB, BC có độ dài lần lượt bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 43. Một cây cao bị nghiêng so với mặt đất góc 78° . Từ vị trí C cách gốc cây 20 m , người ta tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{ACB} = 50^\circ$ với B là vị trí ngọn cây (Hình 10).



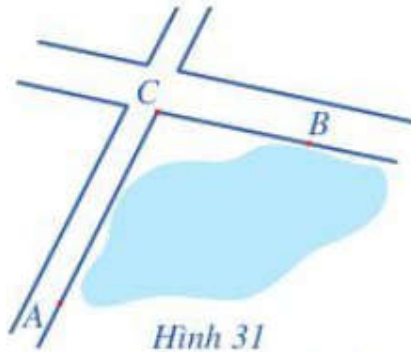
Tính khoảng cách từ gốc cây (điểm A) đến ngọn cây (điểm B) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).

Câu 44. Tàu A cách cảng C một khoảng 3 km và lệch hướng bắc một góc $47,45^\circ$. Tàu B cách cảng C một khoảng 5 km và lệch hướng bắc một góc $112,90^\circ$ (Hình 11). Hỏi khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



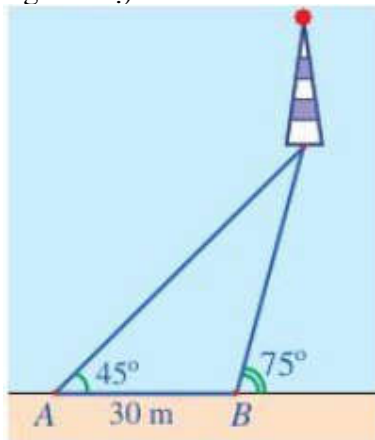
Hình 11

Câu 45. Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,...), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB . Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1\text{ km}, CB = 800\text{ m}$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).

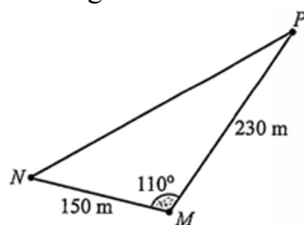


Hình 31

Câu 46. Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là 30 m (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



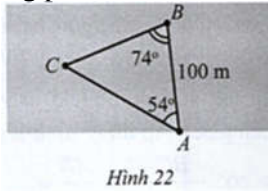
Câu 47. Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là 150 m , chiều dài của hàng rào MP là 230 m . Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



Hình 21

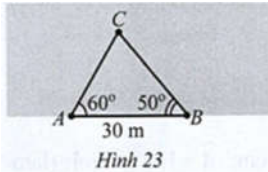
- Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 48. Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C . Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB = 100\text{ m}$. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{CAB} = 54^\circ$, $\widehat{CBA} = 74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?

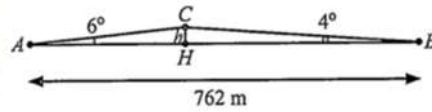


Hình 22

Câu 49. Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB = 30\text{ m}$, $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{CBA} = 50^\circ$ (Hình 23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 23

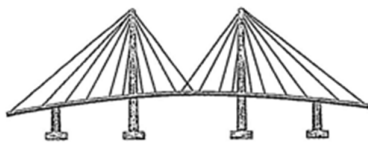


Hình 24

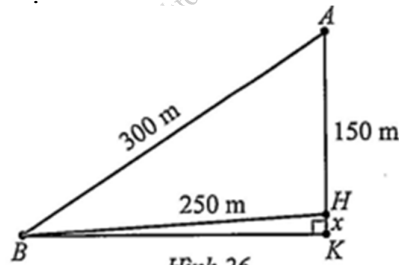
Câu 50. Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m , $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$.

- Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình khi xuống dốc là 19 km/h .

Câu 51. Quan sát cây cầu dây văng minh họa ở Hình 25.



Hình 25

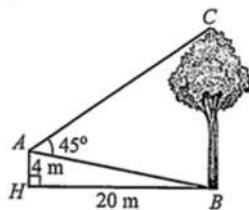


Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là 150 m , độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu (vị trí B) là 300 m , khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

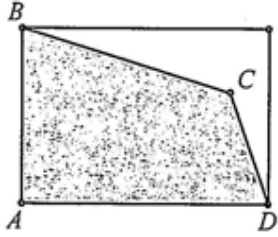
Câu 52. Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao 4 m đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà

20 m và đo được $\widehat{BAC} = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).

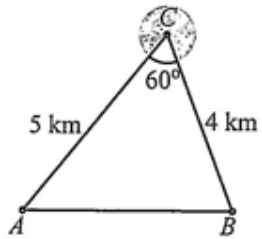


Hình 27

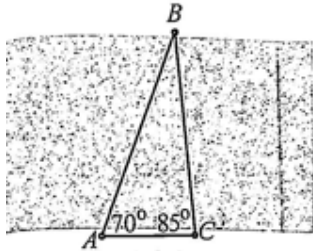
Câu 53. Một mảnh đất hình chữ nhật bị xén đi một góc (Hình), phần còn lại có dạng hình tứ giác $ABCD$ với độ dài các cạnh là $AB = 15m, BC = 19m, CD = 10m, DA = 20m$. Diện tích mảnh đất $ABCD$ bằng bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



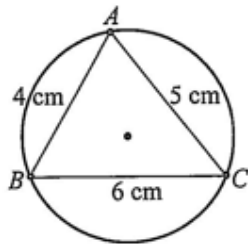
Câu 54. Để đi từ vị trí A đến vị trí B , người ta phải đi qua vị trí C (Hình). Biết quãng đường $AC = 5km$, $CB = 4km$ và góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai địa điểm A, B theo đường chim bay (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị ki-lô-mét).



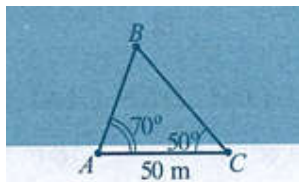
Câu 55. Để đo khoảng cách từ vị trí A bên bờ sông đến bến đò ở vị trí B bên kia sông, bạn An đã đi chuyển dọc bờ sông từ vị trí A tới vị trí C cách A một khoảng bằng $40m$ và đo các góc lệch giữa AB, CB với AC (Hình). Biết $\widehat{BAC} = 70^\circ, \widehat{BCA} = 85^\circ$. Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



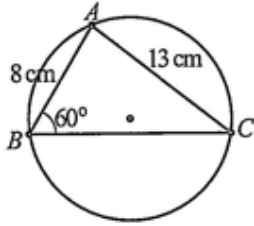
Câu 56. Từ một miếng bìa hình tròn, bạn Nam cắt ra một hình tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = 4cm, AC = 5cm, BC = 6cm$ (Hình). Tính bán kính R của miếng bìa ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị xăng-ti-mét)



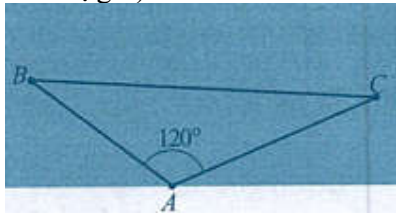
Câu 57. Để đo khoảng cách từ vị trí A trên bờ sông đến vị trí B của con tàu bị mắc cạn gần một cù lao giữa sông, bạn Minh đi dọc bờ sông từ vị trí A đến vị trí C cách A một khoảng bằng $50m$ và đo các góc $\widehat{BAC} = 70^\circ, \widehat{BCA} = 50^\circ$. (Hình). Tính khoảng cách AB theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



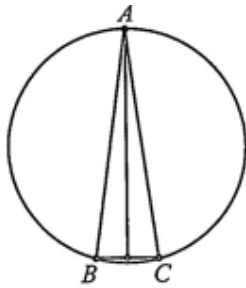
Câu 58. Từ một tấm bìa hình tròn, bạn Thảo cắt ra một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 13\text{ cm}$ và $\hat{B} = 60^\circ$ (Hình). Tính độ dài cạnh BC và bán kính R của miếng bìa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét).



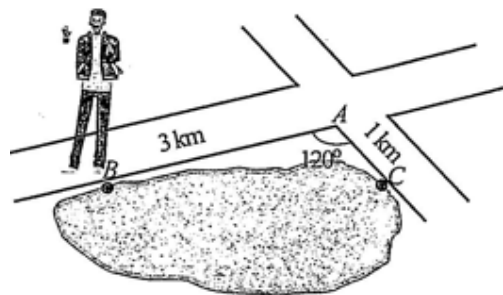
Câu 59. Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 120° (Hình). Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 10 hải lí một giờ. Hỏi sau bao lâu thì khoảng cách giữa hai tàu là 60 hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị giờ)?



Câu 60. Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 6\text{ cm}$, bạn Tuấn muốn cắt ra một vật nhọn có hình tam giác cân ABC với góc ở đỉnh A bằng 15° (Hình). Hỏi bạn Tuấn phải cắt miếng tôn như thế nào?



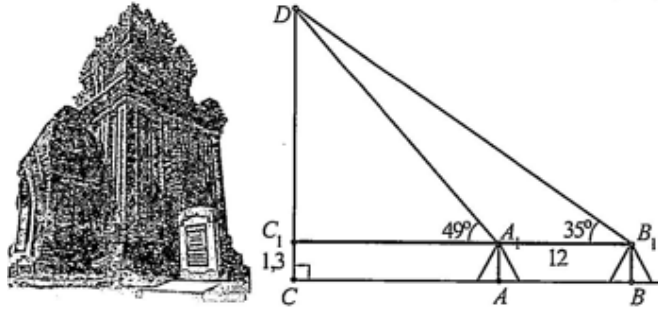
Câu 61. Một hồ nước khá rộng nằm trong góc tạo bởi hai con đường giao nhau tại A . Chú Nam dự định bơi từ vị trí B đến vị trí C (Hình). Biết $AB = 3\text{ km}$, $AC = 1\text{ km}$, $\hat{A} = 120^\circ$ và sức bơi tối đa của chú Nam là 2 km . Chú Nam băn khoăn không biết đưa ra lời khuyên cho chú Nam.



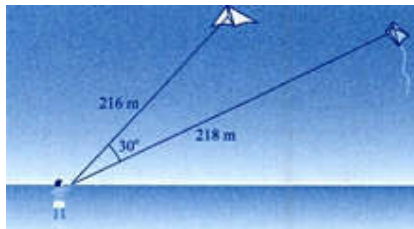
Câu 62. Từ một miếng bìa hình tròn, bạn Dũng cắt ra được một hình tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$, $BC = 7\text{ cm}$ và các đỉnh tam giác đều nằm trên mép miếng bìa. Tính bán kính của miếng bìa ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét).

Câu 63. Muốn đo chiều cao của tháp Chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận, người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\text{ m}$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt giác kế. Chân AA_1, BB_1 của giác kế có chiều cao $1,3\text{ m}$. Gọi D là đỉnh tháp và C_1 thuộc chiều cao CD của tháp và thẳng hàng với

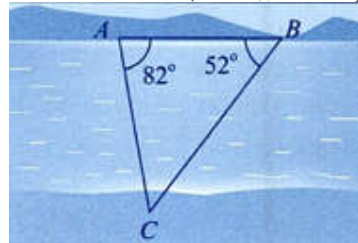
A_1, B_1 . Người ta đo được các góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$ như hình. Tính chiều cao của tháp Chăm Por Klong Garai theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



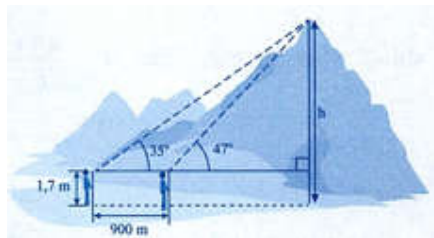
Câu 64. Bạn Nam thả hai con diều cùng một lúc. Con diều thứ nhất Nam thả hết $116m$ dây, con diều thứ hai hết $218m$ dây. Nam ước tính góc giữa hai đường dây diều là 30° (hình bên). Tính khoảng cách giữa hai con diều.



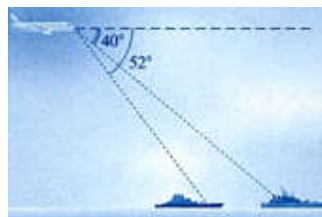
Câu 65. Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí C ở hai bên bờ sông, bạn An chọn vị trí B ở cùng bờ với vị trí A và tiến hành đo các góc BAC và ABC . Biết $AB = 60m$, $\widehat{BAC} = 82^\circ$, $\widehat{ABC} = 52^\circ$ (hình bên). Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí C là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)?



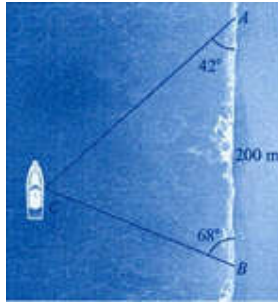
Câu 66. Để đo độ cao của một ngọn núi, bác Nam tiến hành đo góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bác Nam tới đỉnh núi và phương nằm ngang) tại hai vị trí cách nhau $900m$ dưới chân núi. Góc nâng hai lần đo là 47° và 35° . Hỏi ngọn núi có độ cao bao nhiêu mét? Biết chiều cao từ mặt đất đến mắt bác Nam là $1,7m$.



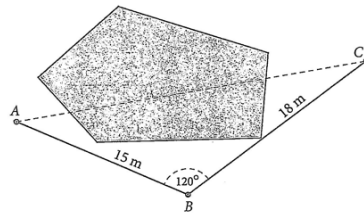
Câu 67. Một máy bay đang bay ở độ cao $1675m$ so với mặt nước biển phát hiện có hai tàu đánh cá trên biển. Phi công đo được các góc tạo bởi phương ngang với phương ngắm hai tàu cá lần lượt là 40° và 52° như hình bên. Hãy tính khoảng cách giữa hai tàu cá đó.



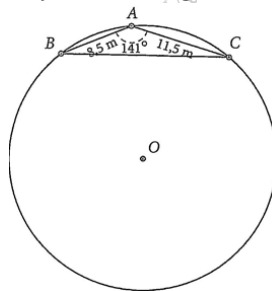
Câu 68. Một chiếc du thuyền đang dừng nghỉ trên biển. Để đo khoảng cách từ bờ biển đến du thuyền đó, bạn Hùng chọn hai vị trí A và vị trí B cách nhau $200m$ dọc bên bờ biển. Từ hai vị trí A và B , Hùng đo được góc nghiêng hợp bởi phương AB và phương quan sát du thuyền lần lượt là 42° và 68° . Hãy tính khoảng cách từ bờ biển đến du thuyền đó.



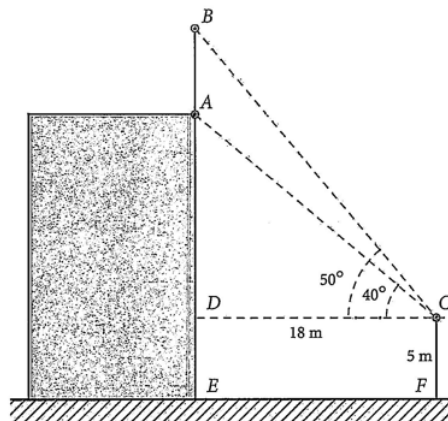
Câu 69. Để kéo dây điện từ cột điện vào nhà phải qua một cái ao, anh Nam không thể đo độ dài dây điện cần mua trực tiếp được nên đã làm như sau: Lấy một điểm B như trong hình, người ta đo được độ dài từ B đến A (nhà) là $15m$, từ B đến C (cột điện) là $18m$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Hãy tính độ dài dây điện nối từ nhà ra đến cột điện.



Câu 70. Để đo đường kính một hồ hình tròn, người ta làm như sau: Lấy ba điểm A, B, C như hình vẽ, sao cho $AB = 8,5m$; $AC = 11,5m$; $\widehat{BAC} = 141^\circ$. Hãy tính đường kính của hồ nước đó.

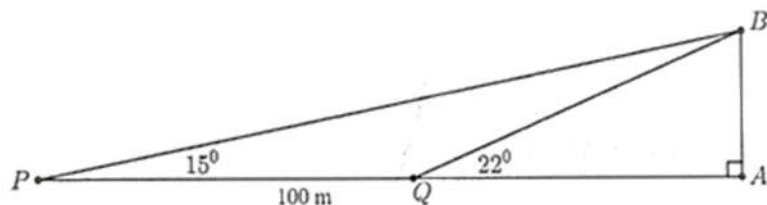


Câu 71. Để đo chiều cao của một cột cờ trên đỉnh một toà nhà anh Bắc đã làm như sau: Anh đứng trên một đài quan sát có tầm quan sát cao $5m$ so với mặt đất, khi quan sát anh đo được góc quan sát chân cột là 40° và góc quan sát đỉnh cột là 50° , khoảng cách từ chân toà nhà đến vị trí quan sát là $18m$. Tính chiều cao cột cờ và chiều cao của toà nhà.



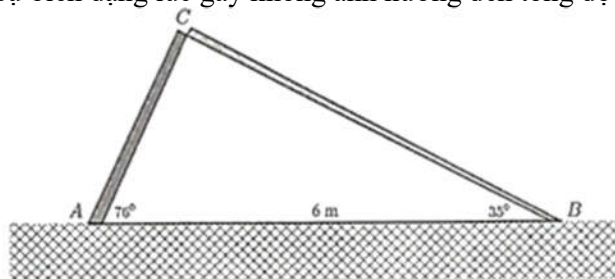
Câu 72. Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau $100m$. Từ P và Q thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển người ra nhìn chiều cao AB của

tháp dưới các góc $\widehat{BPA} = 15^\circ$ và $\widehat{BQA} = 22^\circ$. Tính chiều cao AB của tháp?

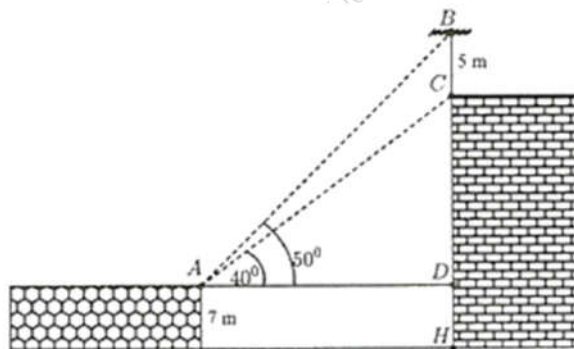


Câu 73. Biết hai lực cùng tác động vào một vật tạo với nhau góc 40° . Cường độ của hai lực đó là $3N$ và $4N$. Tính cường độ của lực tổng hợp?

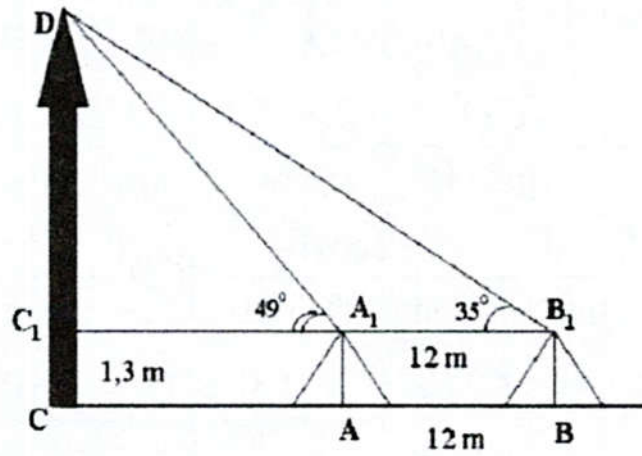
Câu 74. Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6m$, hai góc $\widehat{CAB} = 76^\circ$, $\widehat{CBA} = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây)?



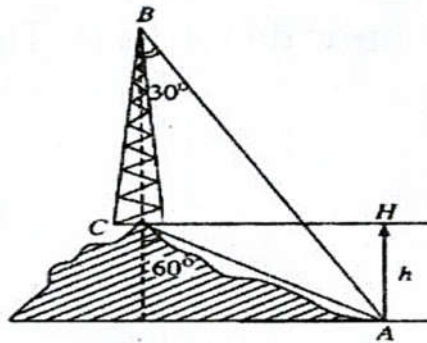
Câu 75. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà đó?



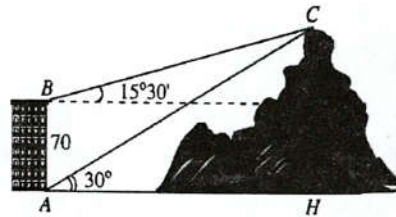
Câu 76. Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3m$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.



Câu 77. Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 100 m (hình vẽ). Đỉnh tháp B và chân tháp C lần lượt nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao AH của ngọn đồi.



Câu 78. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{ m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$ (tham khảo hình vẽ). Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

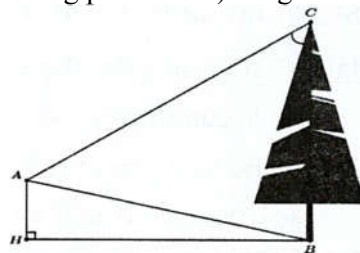


Câu 79. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 20 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 km/h . Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

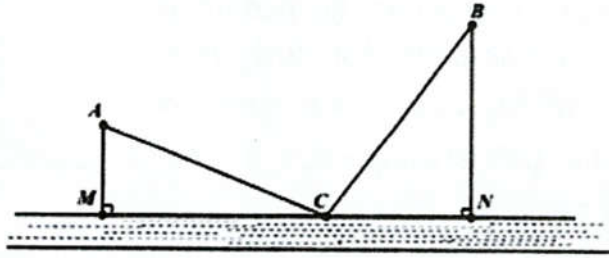
Câu 80. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao.

Biết $AH = 4\text{ m}$, $HB = 20\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Khi đó chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu?



Câu 81. Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17} \text{ km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3 \text{ km}$, $BN = 6 \text{ km}$ (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Tìm giá trị nhỏ nhất của T .



LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Góc nghiêng của Mặt Trời tại một vị trí trên Trái Đất là góc nghiêng giữa tia nắng lúc giữa trưa với mặt đất. Trong thực tế, để đo trực tiếp góc này, vào giữa trưa (khoảng 12 giờ), em có thể dựng một thước thẳng vuông góc với mặt đất, đo độ dài của bóng thước trên mặt đất. Khi đó, tang của góc nghiêng Mặt Trời tại vị trí đặt thước bằng tỉ số giữa độ dài của thước và độ dài của bóng thước. Góc nghiêng của Mặt Trời phụ thuộc vào vĩ độ của vị trí đo và phụ thuộc vào thời gian đo trong năm (ngày thứ mấy trong năm). Tại vị trí có vĩ độ ϕ và ngày thứ N trong năm, góc nghiêng của Mặt Trời α còn được tính theo công thức sau:

$$\alpha = 90^\circ - \phi - \left| \cos \left(\left(\frac{2(N+10)}{365} - m \right) \cdot 180^\circ \right) \right| \cdot 23,5^\circ$$

trong đó $m = 0$ nếu $1 \leq N \leq 172$, $m = 1$ nếu $173 \leq N \leq 355$, $m = 2$ nếu $356 \leq N \leq 365$.

a) Hãy áp dụng công thức trên để tính góc nghiêng của Mặt Trời vào ngày 10/10 trong năm không nhuận (năm mà tháng 2 có 28 ngày) tại vị trí có vĩ độ $\phi = 20^\circ$.

b) Hãy xác định vĩ độ tại nơi em sinh sống và tính góc nghiêng của Mặt Trời tại đó theo hai cách đã được đề cập trong bài toán (đo trực tiếp và tính theo công thức) và so sánh hai kết quả thu được.

Chú ý. Công thức tính toán nói trên chính xác tới $\pm 0,5^\circ$.

Góc nghiêng của Mặt Trời có ảnh hưởng tới sự hấp thụ nhiệt từ Mặt Trời của Trái Đất, tạo nên các mùa trong năm trên Trái Đất, chẳng hạn, vào mùa hè, góc nghiêng lớn nên nhiệt độ cao.

Lời giải

a) Ngày 10/10 là ngày thứ 283 của năm không nhuận. Do đó, góc nghiêng của Mặt Trời vào ngày này tại vĩ độ $\phi = 20^\circ$ bằng

$$\begin{aligned} \alpha &= 90^\circ - 20^\circ - \left| \cos \left(\left(\frac{2(283+10)}{365} - 1 \right) \cdot 180^\circ \right) \right| \cdot 23,5^\circ \\ &= 70^\circ - \left| \cos \frac{221}{365} \cdot 180^\circ \right| \cdot 23,5^\circ \approx 62,35^\circ \end{aligned}$$

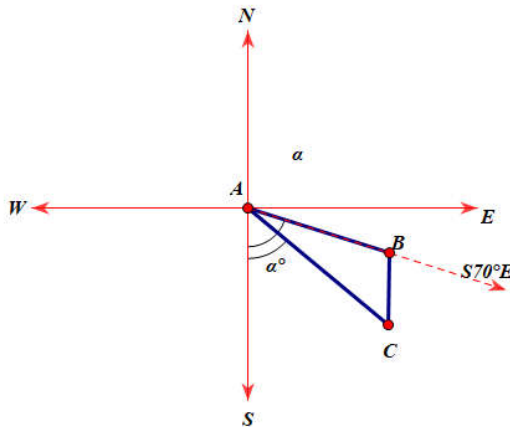
b) Chú ý. Vĩ độ của nơi có góc nghiêng Mặt Trời α vào ngày thứ N trong năm bằng $\phi = 90^\circ - \alpha - \left| \cos \left(\left(\frac{2(N+10)}{365} - 1 \right) \cdot 180^\circ \right) \right| \cdot 23,5^\circ$

Câu 2. Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km/h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km/h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

- a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.
b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Lời giải

- a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.



Trong đó: B là nơi động cơ bị hỏng, C là vị trí neo đậu của tàu trên hòn đảo. Khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là đoạn AC (hay b). Ban đầu tàu đi chuyển theo hướng $S70^\circ E$ nên $\widehat{BAS} = 70^\circ$. Sau khi động cơ bị hỏng, tàu trôi theo hướng Nam do đó BC song song với AS .
 $\Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{BAS} = 110^\circ$ Quãng đường tàu đi được sau 90 phút hay 1,5 giờ (ngay trước khi hỏng động cơ) là: $70.1,5 = 105(km)$ hay $c = 105$. Quãng đường tàu trôi tự do là: $8.2 = 16(km)$ hay $a = 16$. Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$
 $\Rightarrow b^2 = 16^2 + 105^2 - 2.16.105 \cdot \cos 110^\circ \approx 12150,632 \Rightarrow b \approx 110,23$. Vậy khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là khoảng 110,23 km.

- b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Theo sơ đồ, hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S\alpha^\circ E$ với $\alpha^\circ = \widehat{CAS}$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{a \cdot \sin B}{b}$$

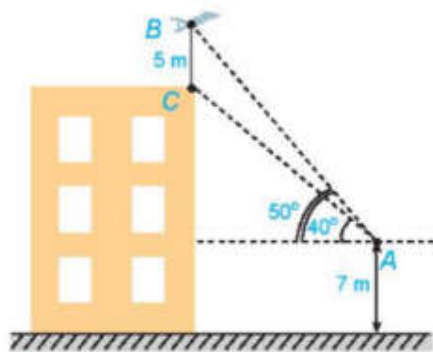
$$\text{Mà } \hat{B} = 110^\circ; b \approx 110,23; a = 16.$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{16 \cdot \sin 110^\circ}{110,23} \approx 0,136 \Rightarrow \hat{A} \approx 7,84^\circ \left(\text{do } \hat{A} < 90^\circ \right)$$

$$\Rightarrow \alpha^\circ \approx 70^\circ - 7,84^\circ = 62,16^\circ.$$

Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S62,16^\circ E$.

Câu 3. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5m. Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)

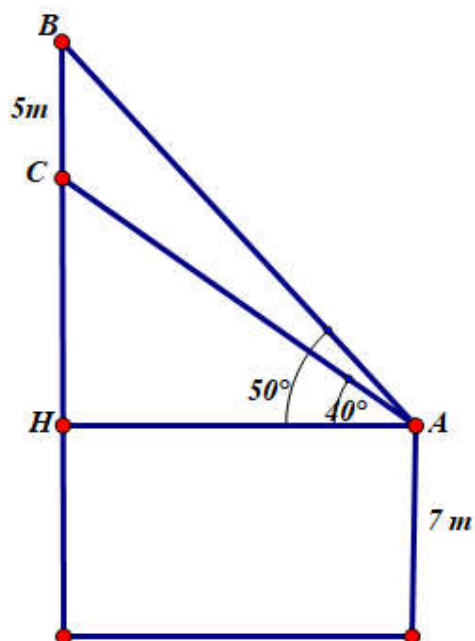


Hình 3.18

- a) Tính các góc của tam giác ABC .
b) Tính chiều cao của tòa nhà.

Lời giải

- a) Tính các góc của tam giác ABC .



Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BC.

Ta có: $\widehat{HAB} = 50^\circ$; $\widehat{HAC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ (1)

Xét tam giác ABH, vuông tại H ta có:

$\widehat{H} = 90^\circ$; $\widehat{BAH} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{HBA} = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ hay $\widehat{CBA} = 40^\circ$.

Từ (1) và (2), suy ra: $\widehat{BCA} = 180^\circ - 40^\circ - 10^\circ = 130^\circ$.

Vậy ba góc của tam giác ABC lần lượt là: $\widehat{A} = 10^\circ$; $\widehat{B} = 40^\circ$; $\widehat{C} = 130^\circ$.

- b) Tính chiều cao của tòa nhà.

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC, ta được:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$\text{Mà: } BC = 5(m); \quad \widehat{C} = 130^\circ; \quad \widehat{A} = 10^\circ \Rightarrow AB = \frac{5 \cdot \sin 130^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 22(m)$$

Xét tam giác ABH, vuông tại H ta có:

$$\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \sin \widehat{BAH}$$

Mà: $AB \approx 22(m)$; $\widehat{BAH} = 50^\circ$

$$\Rightarrow BH \approx 22 \cdot \sin 50^\circ \approx 16,85(m)$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là: $BH - BC + 7 = 16,85 - 5 + 7 = 18,85(m)$

Câu 4. Từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình, ta có thể ngắm được Đảo Yến. Hãy đề xuất một cách xác định bề rộng của hòn đảo (theo chiều ta ngắm được).



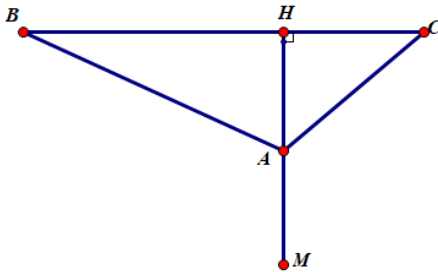
Lời giải

Bước 1:

Đánh dấu vị trí quan sát tại điểm A , chiều rộng của hòn đảo kí hiệu là đoạn BC .

Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

Trên tia đối của tia AH , lấy điểm M , ghi lại khoảng cách $AM = a$.



Bước 2:

Tại A , quan sát để xác định các góc $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{HAC} = \beta$.

Tiếp tục quan sát tại M , xác định góc $\widehat{HMC} = \gamma$.

Bước 3: Giải tam giác AMC , tính AC .

$$AM = a, \widehat{AMC} = \widehat{HMC} = \gamma \text{ và } \widehat{MAC} = 180^\circ - \beta \Rightarrow \widehat{ACM} = 180^\circ - \gamma - (180^\circ - \beta) = \beta - \gamma$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác AMC ta có:

$$\frac{AC}{\sin \angle AMC} = \frac{AM}{\sin \angle ACM} \Rightarrow AC = \sin \gamma \cdot \frac{a}{\sin(\beta - \gamma)}$$

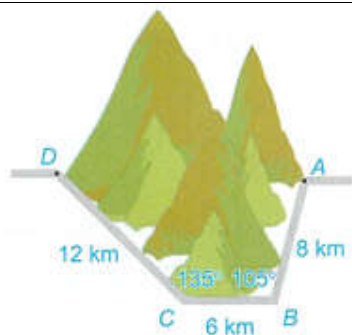
Bước 4:

$$\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{HAB} = 90^\circ - (\alpha - \beta)$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow BC = \sin \alpha \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \frac{a}{\sin(\beta - \gamma)}}{\sin(90^\circ - (\alpha - \beta))}$$

Câu 5. Để tránh núi, giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong Hình. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D . Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?

**Lời giải**

Bước 1:

Áp dụng định lí cos trong tam giác ABC ta có:

$$AC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 105^\circ \Rightarrow AC \approx 11,2(km)$$

Bước 2:

Lại có: Theo định lí sin thì

$$\frac{AB}{\sin ACB} = \frac{AC}{\sin ABC} \Rightarrow \sin ACB = \frac{8 \cdot \sin 105^\circ}{11,2} \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 43,6^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = 135^\circ - 43,6^\circ = 91,4^\circ$$

Bước 3:

Áp dụng định lí cos trong tam giác ACD ta có:

$$AD^2 = 12^2 + 11,2^2 - 2 \cdot 12 \cdot 11,2 \cos 91,4^\circ \Rightarrow AD \approx 16,6(km)$$

Bước 4:

Độ dài đường mới giảm số kilomet so với đường cũ là: $12 + 6 + 8 - 16,6 = 9,4(km)$

Câu 6. Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau $15m$. Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang. Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?

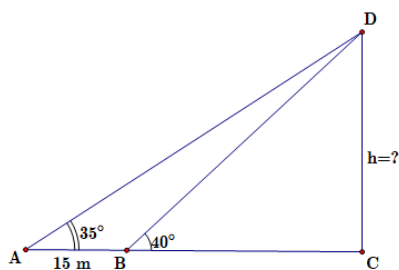
Lời giải

Do $\widehat{CBD} = 40^\circ$, $\widehat{BAD} = 35^\circ$ nên $\widehat{ADB} = 40^\circ - 35^\circ = 5^\circ$. Áp dụng định lí sin cho tam giác ABD ta

$$\text{được } BD = \frac{AB}{\sin D} \cdot \sin A = \frac{15}{\sin 5^\circ} \cdot \sin 35^\circ.$$

Từ đó suy ra chiều cao của tòa nhà bằng

$$h = CD = BD \cdot \sin \widehat{CBD} = \frac{15}{\sin 5^\circ} \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 40^\circ \approx 63,45(m).$$



Nhận xét. Việc sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác giúp ta có thể giải được những bài toán về đo đạc trong thực tế, như đo chiều cao của một vật thể, đo khoảng cách giữa hai điểm mà không thể đo trực tiếp được (xem bài tập 3.10, 3.11, 3.12).

Câu 7. Một tàu cá xuất phát từ đảo A , chạy $50km$ theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp $130km$ đến ngư trường C .

a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).

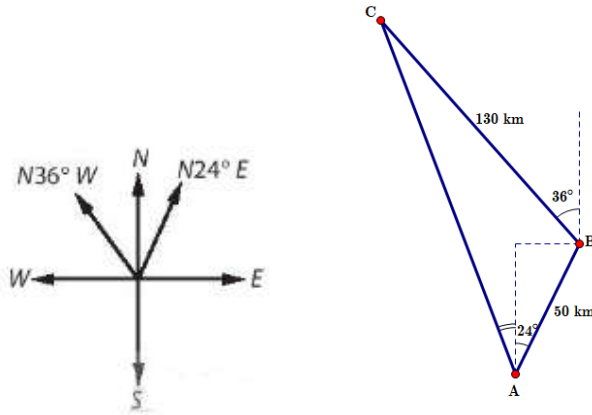
b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Lời giải

a) Từ giả thiết suy ra $\widehat{ABC} = (90^\circ - 24^\circ) + (90^\circ - 36^\circ) = 120^\circ$. Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta được

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 2500 + 16900 - 2 \cdot 50 \cdot 130 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 25900.$$

Suy ra $AC = 10\sqrt{259} \approx 161(km)$.



b) Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta được $\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} \cdot \sin \widehat{ABC} \approx 0,6993$.

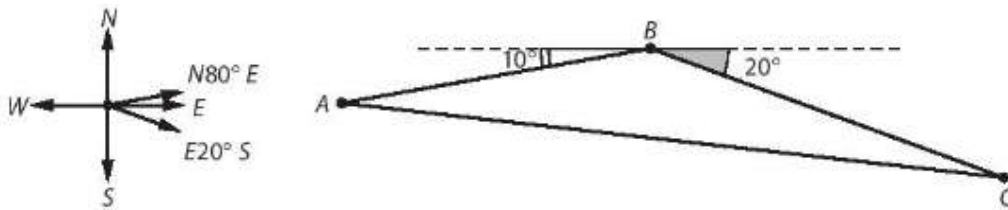
Suy ra $\widehat{CAB} = 44^\circ$ và do đó AC chênh về hướng tây một góc $44^\circ - 24^\circ = 20^\circ$ so với phương bắc. Vậy hướng từ A tới C là $N20^\circ W$.

Câu 8. Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc $20 km/h$. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

Lời giải

Coi điểm xuất phát là A , điểm tàu chuyển hướng là B và đích đến là C . Theo giả thiết

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$$



Do tàu chạy từ A tới B với vận tốc $20 km/h$ trong 30 phút, nên

$$AB = 20 \cdot \frac{30}{60} = 10(km).$$

Do tàu chạy từ B đến C với vận tốc $20 km/h$ trong 36 phút, nên

$$BC = 20 \cdot \frac{36}{60} = 12(km).$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta

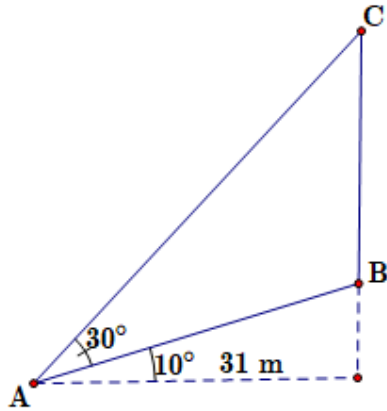
$$\text{được } AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 452$$

Suy ra $AC \approx \sqrt{452} \approx 21(km)$.

Câu 9. Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây $31m$ người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang. Hãy tính chiều cao của cây.

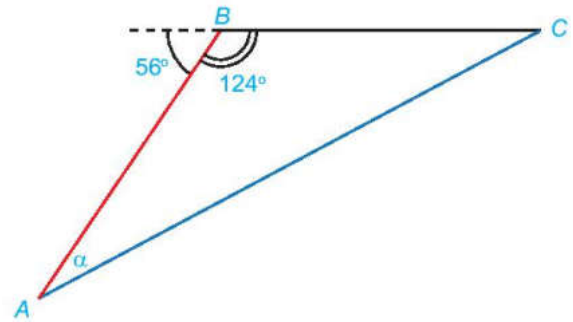
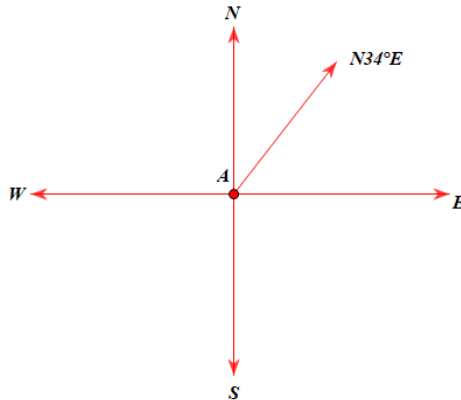
Lời giải

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC .



Đáp số: Chiều cao của cây là $h \approx 20,23(m)$.

Câu 10. Trên biển, tàu B ở vị trí cách tàu A $53km$ về hướng $N34^\circ E$. Sau đó, tàu B chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn $30km/h$ về hướng đông, đồng thời tàu A chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn $50km/h$ để gặp tàu B .



- a) Hỏi tàu A cần phải chuyển động theo hướng nào?
b) Với hướng chuyển động đó thì sau bao lâu tàu A gặp tàu B ?

Lời giải

a)

Gọi t (đơn vị: giờ) là thời gian đi cho đến khi hai tàu gặp nhau tại C
Tàu B đi với vận tốc có độ lớn $30km/h$ nên quãng đường $BC = 30t$
Tàu A đi với vận tốc có độ lớn $50km/h$ nên quãng đường $AC = 50t$

Theo định lí sin, ta có: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin B}$

$$\text{Trong đó: } \begin{cases} a = BC = 30t \\ b = AC = 50t \\ \hat{B} = 124^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{30t}{\sin \alpha} = \frac{50t}{\sin 124^\circ} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{30 \cdot \sin 124^\circ}{50t} = \frac{30 \cdot \sin 124^\circ}{50} \approx 0,4974$$

$$\Leftrightarrow \alpha \approx 30^\circ \text{ hoặc } \alpha \approx 150^\circ \text{ (loại)}$$

Vậy tàu A chuyển động theo hướng tạo với vị trí ban đầu của tàu B góc 30° .

b) Xét tam giác ABC , ta có:

$$\hat{B} = 124^\circ; \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{A}) = 180^\circ - (124^\circ + 30^\circ) = 26^\circ$$

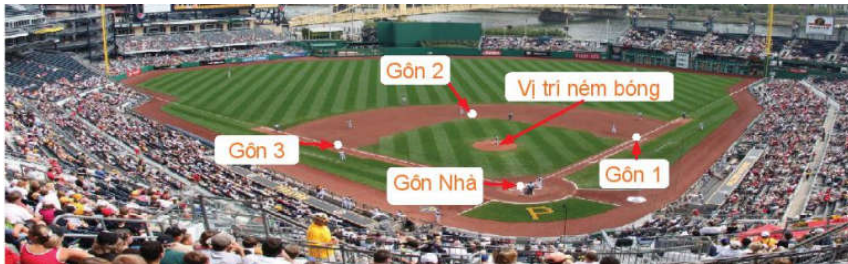
Theo định lí sin, ta có

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow a = \frac{c \cdot \sin A}{\sin C}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} a = BC = 30t \\ c = AB = 53 \\ \hat{A} = 30^\circ; \hat{C} = 26^\circ \end{cases} \Rightarrow 30t = \frac{53 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 26^\circ} \Leftrightarrow 30t \approx 60,45 \Leftrightarrow t \approx 2(h)$$

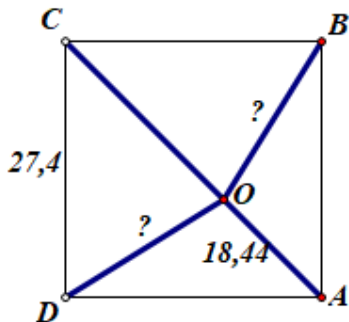
Vậy sau khoảng 2 giờ thì tàu A đuổi kịp tàu B.

Câu 11. Trên sân bóng chày dành cho nam, các vị trí gôn Nhà (Home plate), gôn 1 (First base), gôn 2 (Second base), gôn 3 (Third base) là bốn đỉnh của một hình vuông có cạnh dài 27,4 m. Vị trí đứng ném bóng (Pitcher's mound) nằm trên đường nối gôn Nhà với gôn 2, và cách gôn Nhà 18,44 m. Tính các khoảng cách từ vị trí đứng ném bóng tới các gôn 1 và gôn 3.



Lời giải

Kí hiệu gôn Nhà, gôn 1, gôn 2, gôn 3 và vị trí ném bóng lần lượt là các điểm A, B, C, D, O như hình vẽ.



$$\text{Ta có: } CD = 27,4 \Rightarrow AC = CD \cdot \sqrt{2} = 27,4 \cdot \sqrt{2} \approx 38,75$$

$$\Rightarrow OC = AC - OA \approx 38,75 - 18,44 = 20,31$$

Xét tam giác OCD ta có:

$$\text{Định lí cos: } OD^2 = CD^2 + CO^2 - 2 \cdot CD \cdot CO \cdot \cos C$$

$$\text{Trong đó } \begin{cases} CD = 27,4 \\ CO = 20,31 \\ \hat{C} = 45^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow OD^2 = 27,4^2 + 20,31^2 - 2 \cdot 27,4 \cdot 20,31 \cdot \cos 45^\circ \Leftrightarrow OD^2 \approx 376,255 \Leftrightarrow OD \approx 19,4(m)$$

$$\text{Để thấy } \triangle COB = \triangle COD \text{ (c.g.c)} \Rightarrow OB = OD = 19,4(m)$$

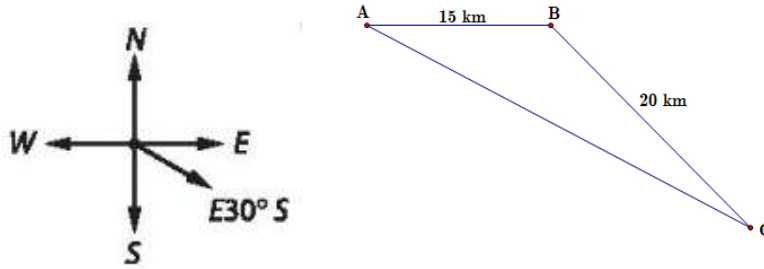
Câu 12. Trên biển, một tàu cá xuất phát từ cảng A, chạy về phương đông 15 km tới B, rồi chuyển sang hướng $E30^\circ S$ chạy tiếp 20 km nữa tới đảo C.

a) Tính khoảng cách từ A tới C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị kilômét).

b) Xác định hướng từ A tới C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Lời giải

a) Do ban đầu tàu chạy theo hướng đông từ A tới B , rồi chuyển sang $E30^\circ S$ chạy tới C , nên $\widehat{ABC} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.



Áp dụng định lí côsin ta được $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} \approx 1144,6$ và do đó $AC \approx 34 \text{ km}$.

b) Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta được

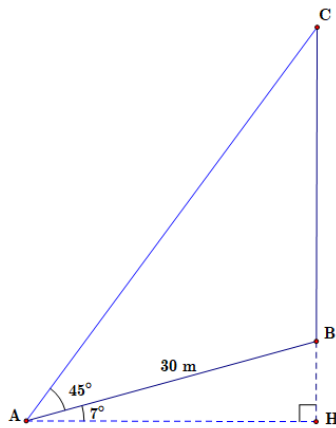
$$\sin \widehat{CAB} = \frac{\sin \widehat{ABC}}{AC} \cdot BC \approx 0,2941.$$

Suy ra $\widehat{CAB} \approx 17^\circ$. Vậy từ A tới C là hướng $E17^\circ S$.

Câu 13. Trên sườn đồi, với độ dốc 12% (độ dốc của sườn đồi được tính bằng tang của góc nhọn tạo bởi sườn đồi với phương nằm ngang) có một cây cao mọc thẳng đứng. Ở phía chân đồi, cách gốc cây 30 m, người ta nhìn ngọn cây dưới một góc 45° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của cây đó (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị mét).

Lời giải

Coi người quan sát từ điểm A cách gốc cây B một khoảng bằng 30 m, nhìn ngọn cây C dưới góc 45° .



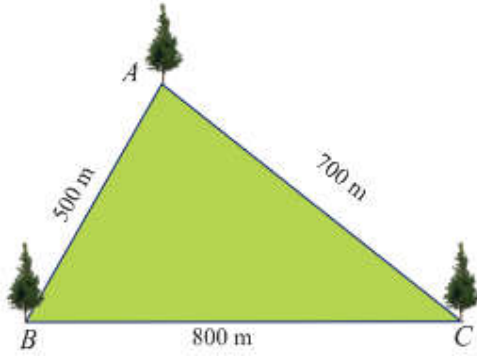
Do sườn đồi có độ dốc 12%, nên sườn đồi tạo với phương nằm ngang một góc $\widehat{BAH} \approx 7^\circ$.

Từ đó $\widehat{BAC} = \widehat{HAC} - \widehat{HAB} \approx 38^\circ$ và $\widehat{BCA} = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC , ta được

$$BC = \frac{AB}{\sin \widehat{BCA}} \cdot \sin \widehat{BAC} = 26(m)$$

Câu 14. Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình. Tính số đo các góc của tam giác đó.



Lời giải

Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$

Ta có: $a = 800, b = 700, c = 500$.

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Suy ra:

$$\cos A = \frac{700^2 + 500^2 - 800^2}{2 \cdot 700 \cdot 500} = \frac{1}{7} \Rightarrow \hat{A} = 81^\circ 47' 12,44''$$

$$\cos B = \frac{500^2 + 800^2 - 700^2}{2 \cdot 500 \cdot 800} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

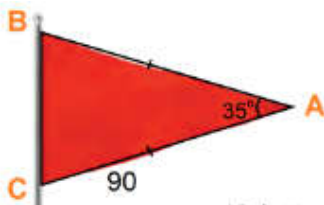
$$\cos C = \frac{800^2 + 700^2 - 500^2}{2 \cdot 800 \cdot 700} = \frac{11}{14} \Rightarrow \hat{C} = 38^\circ 12' 47,56''$$

Vậy $\hat{A} = 81^\circ 47' 12,44''; \hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 38^\circ 12' 47,56''$.

Câu 15. Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh là 35° .



Lời giải



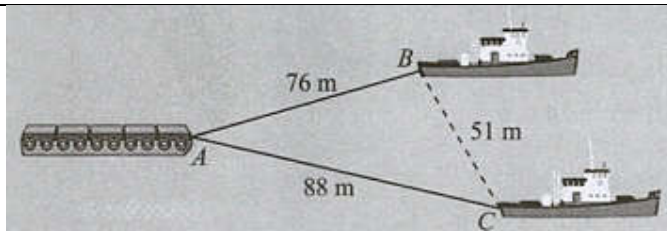
Kí hiệu các điểm A, B, C như hình trên.

Từ giả thiết ta có: $AB = AC = 90, \hat{A} = 35^\circ$

Áp dụng công thức $S = \frac{1}{2}bc \sin A$, ta có:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 \cdot \sin 35^\circ \approx 2323 (cm^2)$$

Câu 16. Hai tàu kéo cách nhau 51 m, cùng kéo một chiếc xà lan như Hình 3. Biết chiều dài của hai sợi cáp lần lượt là 76 m và 88 m, tính góc được tạo bởi hai sợi cáp.

**Lời giải**

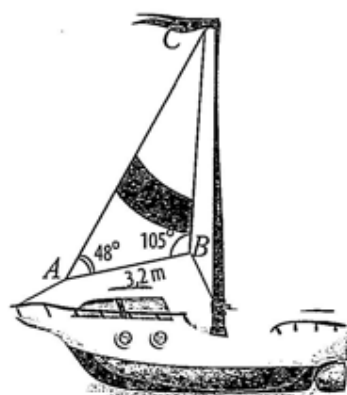
Gọi vị trí của xà lan và hai con tàu lần lượt là A, B, C . Theo hệ quả của định lý cosin, ta có:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{76^2 + 88^2 - 51^2}{2 \cdot 76 \cdot 88} \approx 0,8163.$$

Vậy góc được tạo bởi hai sợi cáp là: $\hat{A} \approx 35^\circ 16' 57''$.

Suy ra: $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$.

Câu 17. Tính diện tích một cánh buồm hình tam giác có chiều dài một cạnh là $3,2m$ và hai góc kề cạnh đó có số đo lần lượt là 48° và 105° (Hình 5).



Hình 5

Lời giải

Gọi ba đỉnh của cánh buồm là A, B, C . Đặt $a = BC; b = AC; c = AB$.

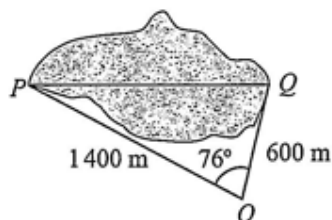
Ta có: $c = 3,2m; \hat{C} = 180^\circ - (105^\circ + 48^\circ) = 27^\circ$.

Áp dụng định lý sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Suy ra: $AC = b = \frac{c \sin B}{\sin C} = \frac{3,2 \cdot \sin 105^\circ}{\sin 27^\circ} \approx 6,8(m)$;

Ta có $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6,8 \cdot 3,2 \cdot \sin 48^\circ \approx 8,1(m^2)$.

Câu 18. Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách 2 điểm P và Q lần lượt là $1400m$ và $600m$ người quan sát nhìn thấy một góc 76° .



Hình 7

Lời giải

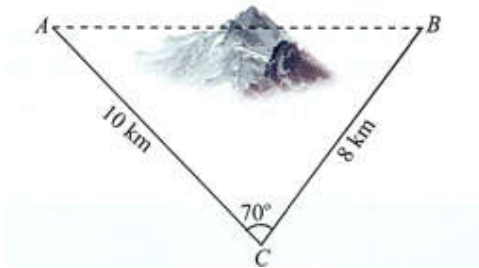
$$PQ = \sqrt{OP^2 + OQ^2 - 2OP \cdot OQ \cdot \cos O} = \sqrt{1400^2 + 600^2 - 2 \cdot 1400 \cdot 600 \cdot \cos 76^\circ} \approx 1383,32(m).$$

Câu 19. Tính diện tích bề mặt của một miếng bánh mì kebab hình tam giác có hai cạnh lần lượt là 10cm , 12cm và góc tạo bởi hai cạnh đó là 35° .

Lời giải

Diện tích miếng bánh mì kebab là: $S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \sin 35^\circ \approx 34,4 (\text{cm}^2)$.

Câu 20. Để lắp đường dây điện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10km , sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài 8km . Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70° . Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B .



Lời giải

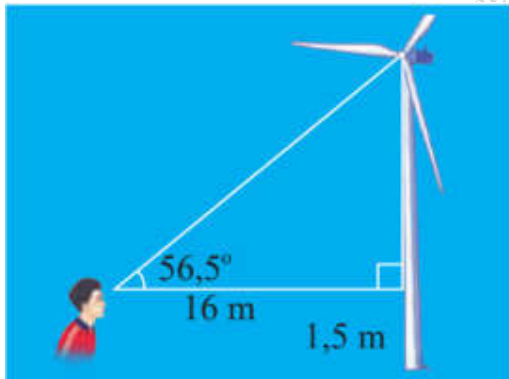
Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C \Leftrightarrow AB^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 70^\circ \Rightarrow AB \approx 10,45$$

Vậy chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp là:

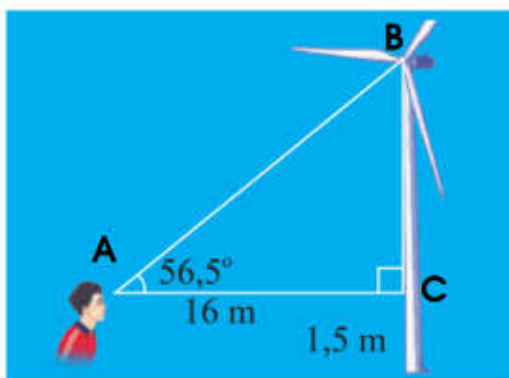
$$AC + CB - AB = 10 + 8 - 10,45 = 7,55 (\text{km}).$$

Câu 21. Một người đứng cách thân một cánh quạt gió 16m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ (Hình). Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là $1,5\text{m}$.



Lời giải

Kí hiệu các điểm A , B , C như hình



Cách 1:

Ta có: $\hat{B} = 90^\circ - 56,5^\circ = 33,5^\circ$

Áp dụng định lý sin, ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$

$$\Rightarrow BC = \sin A \cdot \frac{AC}{\sin B} = \sin 56,5^\circ \cdot \frac{16}{\sin 33,5^\circ} \approx 24,2(m)$$

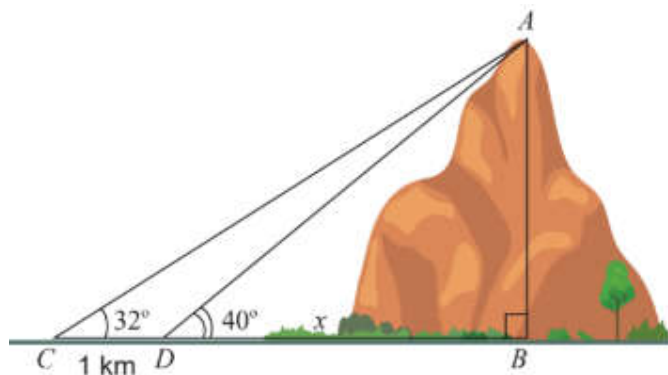
Vậy khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất là $24,2 + 1,5 = 15,7(m)$

Cách 2:

$$\tan A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \tan A = 16 \cdot \tan 56,5^\circ \approx 24,2$$

Vậy khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất là $24,2 + 1,5 = 15,7(m)$

Câu 22. Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).



Lời giải

Tam giác ABC vuông tại B nên ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{CB} \Leftrightarrow AB = \tan 32^\circ \cdot (1 + x)$$

Tam giác ADB vuông tại B nên ta có:

$$\tan D = \frac{AB}{DB} \Leftrightarrow AB = \tan 40^\circ \cdot x$$

$$\Rightarrow \tan 32^\circ \cdot (1 + x) = \tan 40^\circ \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (\tan 40^\circ - \tan 32^\circ) = \tan 32^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\tan 32^\circ}{\tan 40^\circ - \tan 32^\circ}$$

$$\Leftrightarrow x \approx 2,9(km)$$

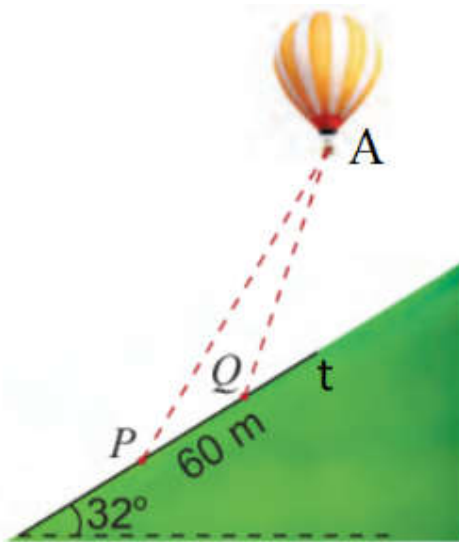
$$\Rightarrow AB \approx \tan 40^\circ \cdot 2,92 \approx 2,45(km)$$

Vậy chiều cao của ngọn núi là 2,45 km.

Câu 23. Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau 60m (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62° . Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Lời giải



Sào Vương

Gọi A là vị trí của khinh khí cầu, Pt là đường sườn đồi như hình.

Ta có:

Tại P, góc nâng của khinh khí cầu là $62^\circ \Rightarrow \hat{P} = 62^\circ - 32^\circ = 30^\circ$

Tại Q, góc nâng của khinh khí cầu là 70°

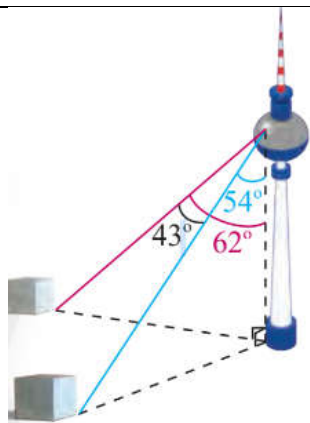
$\Rightarrow \widehat{AQt} = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ \Rightarrow \widehat{AQP} = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$ và $\hat{A} = 180^\circ - 142^\circ - 30^\circ = 8^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác APQ, ta có:

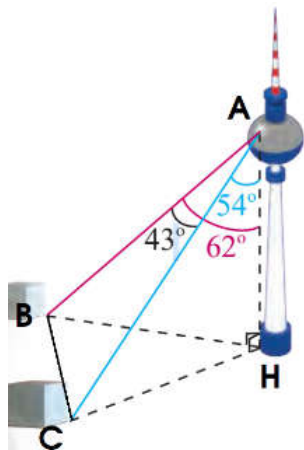
$$\frac{PQ}{\sin A} = \frac{QA}{\sin P} \Rightarrow QA = \sin P \cdot \frac{PQ}{\sin A} = \sin 30^\circ \cdot \frac{60}{\sin 8^\circ} \approx 215,56(m)$$

Vậy khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu là 215,56 m.

Câu 24. Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.



Lời giải



Gọi các điểm A, B, C, H như hình trên.

Xét tam giác ABH ta có:

$$AH = 352, \widehat{BAH} = 62^\circ$$

$$\text{Mà } \cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = 352 \cdot \cos 62^\circ \approx 165,25$$

Tương tự, ta có:

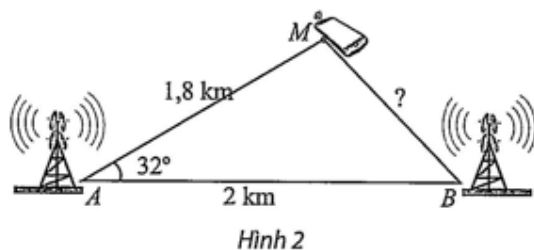
$$\cos \widehat{CAH} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AC = 352 \cdot \cos 54^\circ \approx 206,9$$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow BC^2 = 165,25^2 + 206,9^2 - 2 \cdot 165,25 \cdot 206,9 \cdot \cos 43^\circ \Rightarrow BC \approx 141,8$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột mốc này là 141,8 m.

Câu 25. Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.



Hình 2

Lời giải

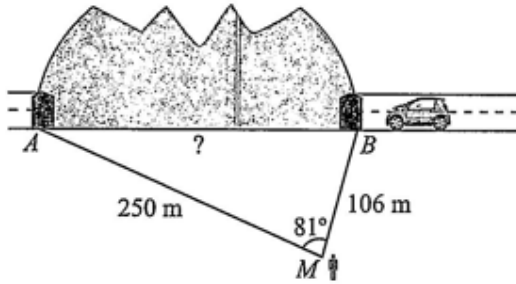
Áp dụng định lí cosin trong tam giác MAB, ta có:

$$MB^2 = AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos A = 2^2 + 1,8^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1,8 \cdot \cos 32^\circ \approx 1,134.$$

$$\text{Suy ra } MB \approx \sqrt{1,134} \approx 1,065 (km).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí của người đó đến trạm phát sóng B là $1,065 \text{ km}$.

Câu 26. Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Hình 3

Lời giải

Gọi vị trí của người quan sát là điểm M và gọi A, B lần lượt là hai đầu đường hầm. Ta có tam giác MAB với $MA = 250 \text{ m}$; $MB = 106 \text{ m}$ và $\hat{M} = 81^\circ$.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác MAB , ta có:
 $AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2 \cdot MA \cdot MB \cdot \cos M = 250^2 + 106^2 - 2 \cdot 250 \cdot 106 \cdot \cos 81^\circ \approx 65444,97$.

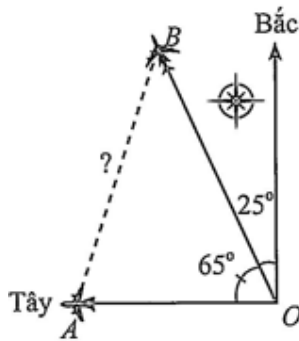
Suy ra $AB \approx \sqrt{65444,97} \approx 255,82 \text{ (m)}$.

Vậy chiều dài của đường hầm AB khoảng $255,82 \text{ m}$.

Câu 27. Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h . Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

Lời giải

Gọi O, A, B lần lượt là vị trí sân bay và hai máy bay sau 90 phút.



Hình 4

Ta có:

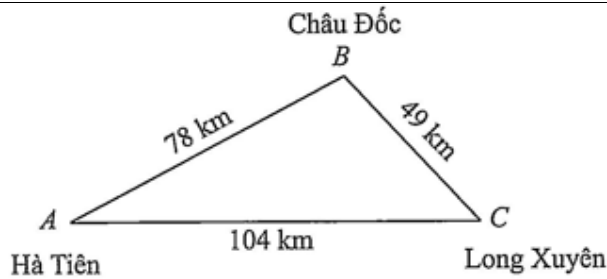
$$OA = 450 \cdot \frac{3}{2} = 675 \text{ (km)}; OB = 630 \cdot \frac{3}{2} = 945 \text{ (km)}; \widehat{AOB} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \widehat{AOB} = 675^2 + 945^2 - 2 \cdot 675 \cdot 945 \cdot \cos 65^\circ \approx 809495.$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{809495} \approx 900 \text{ (km)}$.

Vậy sau 90 phút, hai máy bay cách nhau khoảng 900 km .

Câu 28. Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.



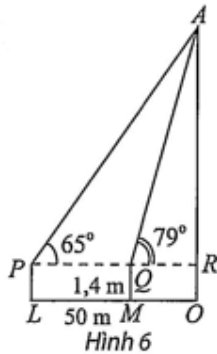
Hình 5

Lời giải

$$\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC} \approx \frac{78^2 + 49^2 - 104^2}{2 \cdot 78 \cdot 49} = \frac{-111}{364} \Rightarrow \hat{B} \approx 107^\circ 45' 18''.$$

Vậy góc tạo bởi hướng của hai cao tốc là $107^\circ 45' 18''$.

Câu 29. Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M , sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RQA} = 79^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 50m$ thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RPA} = 65^\circ$. Hãy tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1,4m$ (Hình 6).



Hình 6

Lời giải

Đặt $d = PQ = 50m$; $h = AR$ là chiều cao từ giác kế đến đỉnh toà nhà.

Ta có: $\widehat{APR} = \alpha = 65^\circ$, $\widehat{AQR} = \beta = 79^\circ$.

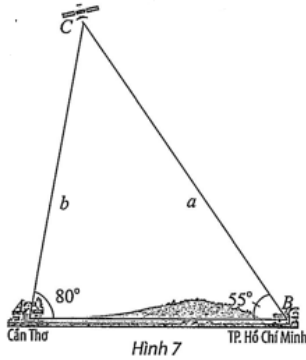
Gọi: $d_1 = PR = \frac{h}{\tan \alpha}$; $d_2 = QR = \frac{h}{\tan \beta}$; ta có:

$$d = d_1 - d_2 = \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{h}{\tan \beta} = h \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right).$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{d}{\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta}} = \frac{50}{\frac{1}{\tan 65^\circ} - \frac{1}{\tan 79^\circ}} \approx 183,9(m).$$

Vậy chiều cao của toà nhà là $AR + RO \approx 183,9 + 1,4 = 185,3(m)$.

Câu 30. Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần Thơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



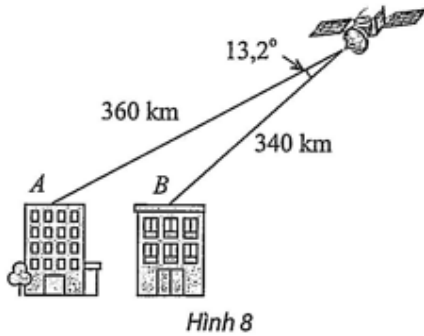
Lời giải

Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 55^\circ) = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có: $AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{127 \cdot \sin 55^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 147(km)$.

Vậy vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Cần Thơ khoảng 147 km.

Câu 31. Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là 360 km, 340 km và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8).



Lời giải

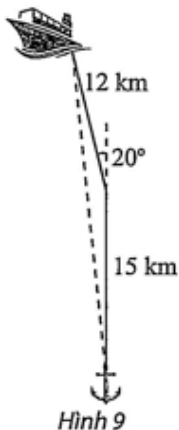
Áp dụng định lí cosin trong tam giác OAB , ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA \cdot OB \cdot \cos \widehat{AOB} = 360^2 + 340^2 - 2.360.340 \cdot \cos 13,2^\circ \approx 6867,88.$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{6867,88} \approx 82,87(km)$.

Vậy khoảng cách giữa nóc hai toà cao ốc khoảng 83 km.

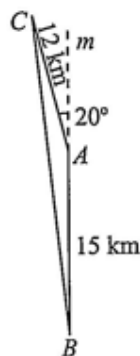
Câu 32. Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc 15 km, sau đó rẽ trái 20° về hướng tây bắc và đi thêm 12 km nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.



Lời giải

Ta có: $AB = 15 \text{ km}$, $AC = 12 \text{ km}$, $\widehat{CAm} = 20^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{CAB} = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ.$$

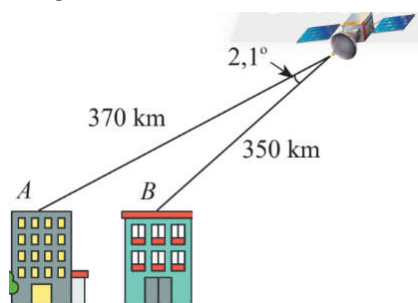


Hình 1

Áp dụng định lí cosin, ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Rightarrow BC \approx 26,59(\text{km})$.

Vậy con tàu cách bến cảng khoảng 27 km.

Câu 33. Tính khoảng cách AB giữa hai nóc tòa cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là 370 km, 350 km và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $2,1^\circ$.



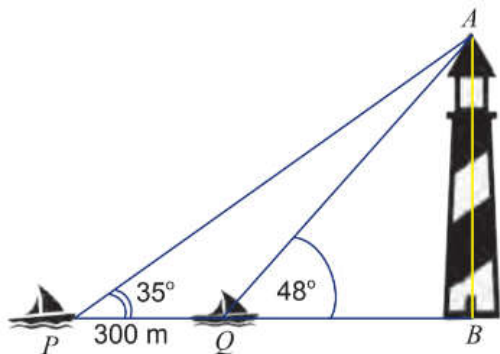
Lời giải

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$AB^2 = 370^2 + 350^2 - 2 \cdot 370 \cdot 350 \cdot \cos 2,1^\circ \Rightarrow AB \approx 23,96(\text{km})$$

Vậy khoảng cách giữa hai tòa nhà là 23,96 km.

Câu 34. Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau 300 m và thẳng hàng với chân B của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Hình). Từ P và Q , người ta nhìn thấy tháp hải đăng AB dưới các góc $\widehat{BPA} = 35^\circ$ và $\widehat{BQA} = 48^\circ$. Tính chiều cao của tháp hải đăng đó.



Lời giải

Xét tam giác APB và AQB , ta có:

$$\tan 35^\circ = \frac{AB}{PB} = \frac{AB}{300 + QB} ; \tan 48^\circ = \frac{AB}{QB}$$

$$\Rightarrow AB = \tan 35^\circ \cdot (300 + QB) = \tan 48^\circ \cdot QB$$

$$\Leftrightarrow \tan 35^\circ \cdot 300 + \tan 35^\circ \cdot QB = \tan 48^\circ \cdot QB$$

$$\Leftrightarrow \tan 35^\circ \cdot 300 = (\tan 48^\circ - \tan 35^\circ) \cdot QB$$

$$\Leftrightarrow QB = \frac{\tan 35^\circ \cdot 300}{\tan 48^\circ - \tan 35^\circ}$$

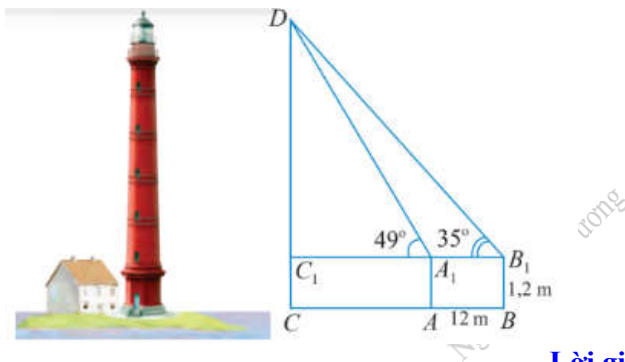
$$\text{Mà } AB = \tan 48^\circ \cdot QB$$

$$\Rightarrow AB = \tan 48^\circ \cdot \frac{\tan 35^\circ \cdot 300}{\tan 48^\circ - \tan 35^\circ} \approx 568,5(m)$$

Vậy tháp hải đăng cao khoảng 568,5 m.

Câu 35. Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao là $h = 1,2m$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp.

Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.



Lời giải

Ta có:

$$\widehat{DA_1C_1} = \widehat{A_1DB_1} + \widehat{DB_1A_1} \Rightarrow \widehat{A_1DB_1} = 49^\circ - 35^\circ = 14^\circ$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác A_1DB_1 , ta có:

$$\frac{A_1D}{\sin B_1} = \frac{A_1B_1}{\sin D} \Leftrightarrow \frac{A_1D}{\sin 35^\circ} = \frac{12}{\sin 14^\circ}$$

$$\Rightarrow A_1D = \sin 35^\circ \cdot \frac{12}{\sin 14^\circ} \approx 28,45$$

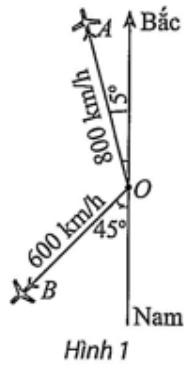
Áp dụng định lí sin trong tam giác A_1DC_1 , ta có:

$$\frac{A_1D}{\sin C_1} = \frac{C_1D}{\sin A_1} \Leftrightarrow \frac{28,45}{\sin 90^\circ} = \frac{C_1D}{\sin 49^\circ}$$

$$\Rightarrow C_1D = \sin 49^\circ \cdot \frac{28,45}{\sin 90^\circ} \approx 21,47$$

Do đó, chiều cao CD của tháp là: $21,47 + 1,2 = 22,67(m)$

Câu 36. Hai máy bay rời một sân bay cùng một lúc. Một chiếc bay với vận tốc $800km/h$ theo hướng lệch so với hướng bắc 15° về phía tây. Chiếc còn lại bay theo hướng lệch so với hướng nam 45° về phía tây với vận tốc $600km/h$ (Hình 1). Hỏi hai máy bay đó cách nhau bao xa sau 3 giờ?



Hình 1

Lời giải

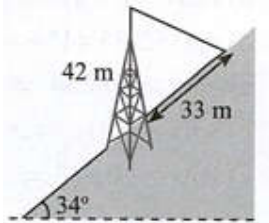
Ta có: $\widehat{AOB} = 180^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 120^\circ$.

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos \widehat{AOB}} = \sqrt{2400^2 + 1800^2 - 2 \cdot 2400 \cdot 1800 \cdot \cos 120^\circ} \approx 3650(km)$$

Vậy hai máy bay cách nhau khoảng 3650 km.

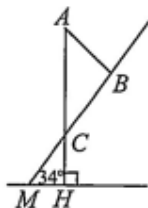
Câu 37. Một tháp viễn thông cao 42 m được dựng thẳng đứng trên một sườn dốc 34° so với phương ngang. Từ đỉnh tháp người ta neo một sợi cáp xuống một điểm trên sườn dốc cách chân tháp 33 m như Hình 2. Tính chiều dài của sợi dây cáp đó.



Hình 2

Lời giải

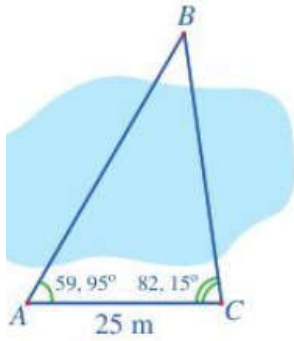
Ta có: $AC = 42, BC = 33, \widehat{CMH} = 34^\circ, \widehat{CHM} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{MCH} = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$.



Hình 2

Áp dụng định lí cosin, ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C \Rightarrow AB \approx 36,1(m)$.

Câu 38. Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA . Biết $AC = 25m, \widehat{BAC} = 59,95^\circ; \widehat{BCA} = 82,15^\circ$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Xét tam giác ABC , ta có: $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$; $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - (59,95 + 82,15) = 37,9^\circ$$

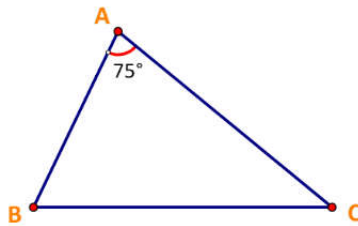
Áp dụng định lí sin trong tam giác BAC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$

$$\Rightarrow AB = \sin C \cdot \frac{AC}{\sin B} = \sin 82,15^\circ \cdot \frac{25}{\sin 37,9^\circ} \approx 28,6$$

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là $28,6m$.

Câu 39. Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lí một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải



Gọi B, C lần lượt là vị trí của tàu thứ nhất và tàu thứ hai sau 2,5 giờ.

Sau 2,5 giờ:

Quãng đường tàu thứ nhất đi được là: $AB = 8 \cdot 2,5 = 20$ (hải lí)

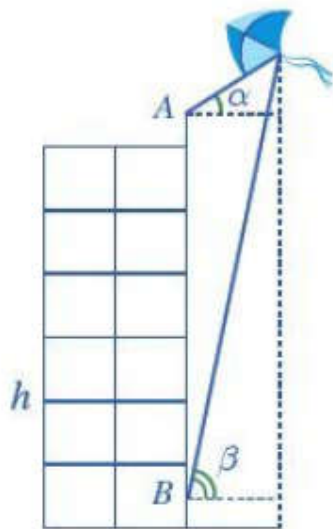
Quãng đường tàu thứ hai đi được là: $AC = 12 \cdot 2,5 = 30$ (hải lí)

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A \Rightarrow BC^2 = 30^2 + 20^2 - 2 \cdot 30 \cdot 20 \cdot \cos 75^\circ \Rightarrow BC^2 \approx 989,4 \Rightarrow BC \approx 31,5$$

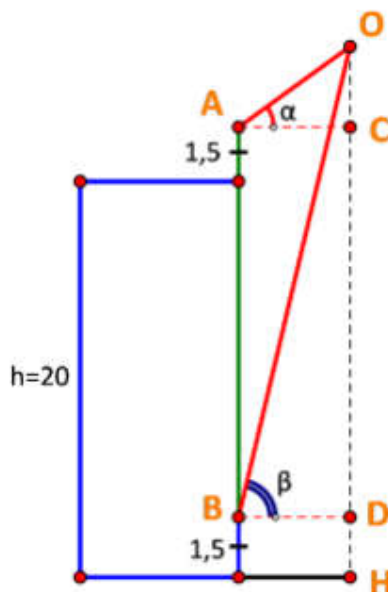
Vậy hai tàu cách nhau 31,5 hải lí.

Câu 40. Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là 1,5 m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là 1,5 m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (Hình). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Gọi các điểm:



O là vị trí của chiếc diều.

H là hình chiếu vuông góc của chiếc diều trên mặt đất.

C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên OH.

Đặt $OC = x$, suy ra $OH = x + 20 + 1,5 = x + 21,5$.Xét tam giác OAC , ta có: $\tan \alpha = \frac{OC}{AC} \Rightarrow AC = \frac{OC}{\tan \alpha} = \frac{x}{\tan 35^\circ}$ Xét tam giác OBD , ta có:

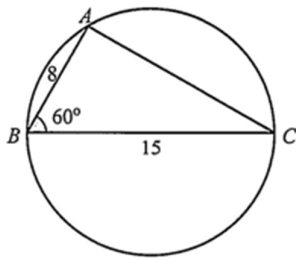
$$\tan \beta = \frac{OD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{OD}{\tan \beta} = \frac{x + 20}{\tan 75^\circ} \text{ Mà: } AC = BD \Rightarrow \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{x + 20}{\tan 75^\circ}$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \tan 75^\circ = (x + 20) \cdot \tan 35^\circ \Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 75^\circ - \tan 35^\circ} \approx 4,6$$

Suy ra $OH = 26,1$.

Vậy chiếc diều bay cao 26,1 m so với mặt đất.

Câu 41. Từ một tấm bìa hình tròn, bạn An cắt ra được một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 15\text{ cm}$ và góc $B = 60^\circ$ (Hình 4). Tính độ dài cạnh AC và bán kính R của miếng bìa.



Hình 4

Lời giải

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$
 $= 8^2 + 15^2 - 2 \cdot 8 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ = 169$.

Suy ra $AC = \sqrt{169} = 13(cm)$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

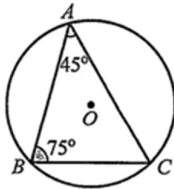
$$\frac{AC}{\sin B} = 2R.$$

$$\text{Suy ra } R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{13}{2 \sin 60^\circ} = \frac{13\sqrt{3}}{3}(cm).$$

Câu 42. Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 1m$, bạn Trí muốn cắt ra một hình tam giác ABC có các góc $A = 45^\circ, B = 75^\circ$. Hỏi bạn Trí phải cắt miếng tôn theo hai dây cung AB, BC có độ dài lần lượt bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét tam giác ABC (Hình 58), ta có: $\hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$.



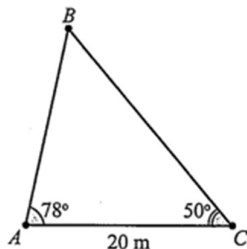
Hình 58

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = 2R = 2$.

Suy ra: $AB = 2 \sin C = 2 \sin 60^\circ \approx 1,73(m)$ $BC = 2 \sin A = 2 \sin 45^\circ \approx 1,41(m)$.

Vậy bạn Trí phải cắt miếng tôn theo hai dây cung AB, BC có độ dài lần lượt là xấp xỉ $1,73m$ và $1,41m$.

Câu 43. Một cây cao bị nghiêng so với mặt đất góc 78° . Từ vị trí C cách gốc cây $20m$, người ta tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{ACB} = 50^\circ$ với B là vị trí ngọn cây (Hình 10).

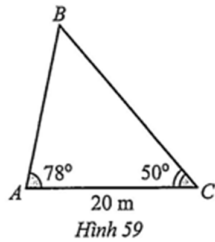


Hình 10

Tính khoảng cách từ gốc cây (điểm A) đến ngọn cây (điểm B) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).

Lời giải

Xét tam giác ABC (Hình 59), ta có:



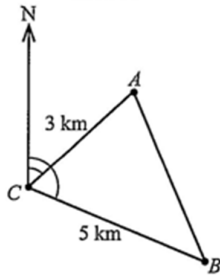
$$\widehat{B} = 180^\circ - 50^\circ - 78^\circ = 52^\circ.$$

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}.$

Do đó: $AB = \frac{20 \sin 50^\circ}{\sin 52^\circ} \approx 19,4(m).$

Vậy chiều dài của cây là xấp xỉ 19,4 m.

Câu 44. Tàu A cách cảng C một khoảng 3 km và lệch hướng bắc một góc $47,45^\circ$. Tàu B cách cảng C một khoảng 5 km và lệch hướng bắc một góc $112,90^\circ$ (Hình 11). Hỏi khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Lời giải

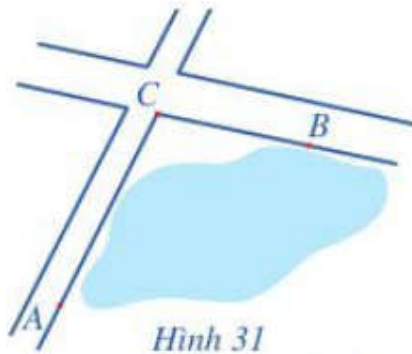
$$\widehat{ACB} = 112,90^\circ - 47,45^\circ = 65,45^\circ.$$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB} \\ &= 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 65,45^\circ \approx 21,54 \end{aligned}$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{21,54} \approx 4,64(km)$. Vậy khoảng cách giữa hai tàu là khoảng 4,64 km.

Câu 45. Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,...), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB. Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1km, CB = 800m$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).



Lời giải

Đổi: 1 km = 1000 m. Do đó $AC = 1000$ m.

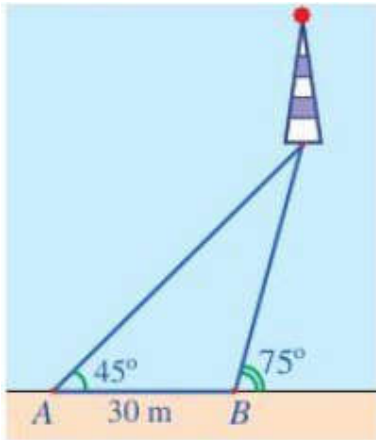
Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C \Rightarrow AB^2 = 1000^2 + 800^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 800 \cdot \cos 105^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 \approx 2054110,5 \Rightarrow AB \approx 1433,2$$

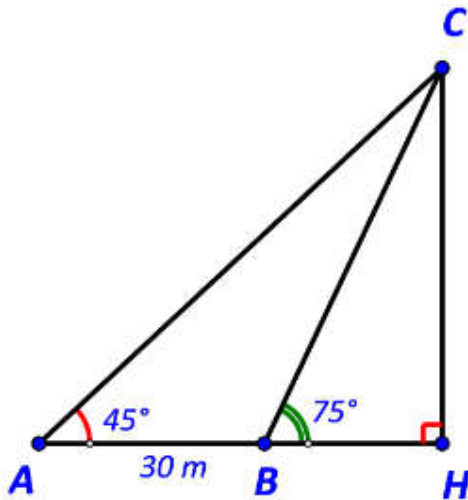
Vậy khoảng cách AB là 1433,2 m.

Câu 46. Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là 30m (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Gọi C là vị trí ngọn hải đăng và H là hình chiếu của C trên AB . Khi đó CH là khoảng cách từ ngọn hải đăng tới bờ biển.



Ta có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{CBH} = 180^\circ - 75^\circ = 115^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{ABC}) = 180^\circ - (45^\circ + 115^\circ) = 20^\circ$ Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC

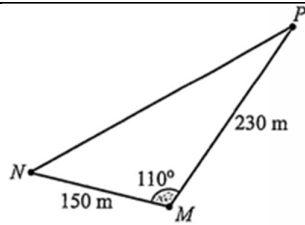
$$\text{ta có: } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \sin B \cdot \frac{AB}{\sin C} = \sin 115^\circ \cdot \frac{30}{\sin 20^\circ} \approx 79,5$$

Tam giác ACH vuông tại H nên ta có:

$$CH = \sin A \cdot AC = \sin 45^\circ \cdot 79,5 \approx 56$$

Vậy ngọn hải đăng cách bờ biển 56m.

Câu 47. Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là 150m, chiều dài của hàng rào MP là 230m. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



Hình 21

a) Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

a) Diện tích mảnh đất của gia đình bạn An (tam giác MNP) là:

$$S = \frac{1}{2} MN \cdot MP \cdot \sin M = \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 230 \cdot \sin 110^\circ \approx 16209,7 (m^2).$$

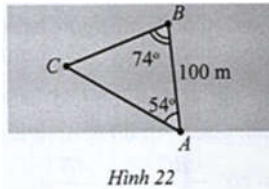
b) Áp dụng định lý côsin ta có:

$$NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos M = 150^2 + 230^2 - 2 \cdot 150 \cdot 230 \cdot \cos 110^\circ \approx 98999,39.$$

$$\text{Suy ra } NP \approx \sqrt{98999,39} \approx 314,6(m).$$

Vậy chiều dài hàng rào NP là khoảng 314,6 m.

Câu 48. Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C . Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB = 100m$. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{CAB} = 54^\circ$, $\widehat{CBA} = 74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?



Hình 22

Lời giải

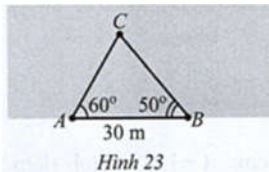
Xét tam giác ABC . Ta có: $\widehat{C} = 180^\circ - 54^\circ - 74^\circ = 52^\circ$.

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BA}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$.

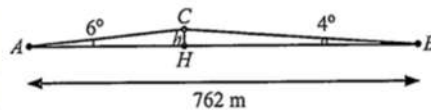
$$\text{Suy ra } BC = \frac{BA \sin A}{\sin C} = \frac{100 \sin 54^\circ}{\sin 52^\circ} \approx 102,7(m).$$

Vậy con tàu cách hòn đảo khoảng 102,7 m.

Câu 49. Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB = 30m$, $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{CBA} = 50^\circ$ (Hình 23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 23



Hình 24

Lời giải

Xét tam giác ABC . Ta có: $\widehat{C} = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$.

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BA}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$.

$$\text{Suy ra } AC = \frac{BA \sin B}{\sin C} = \frac{30 \sin 50^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 24,5(m).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C là khoảng $24,5m$.

Câu 50. Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$.

- Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình khi xuống dốc là $19km/h$.

Lời giải

a) Xét tam giác ABC ta có: $\widehat{ACB} = 180^\circ - 6^\circ - 4^\circ = 170^\circ$.

$$\text{Áp dụng định lí sin ta có: } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{762 \sin 4^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 306(m).$$

Xét tam giác vuông AHC ta có $h = CH = AC \sin A \approx 306 \sin 6^\circ \approx 32(m)$.

Vậy chiều cao con dốc là khoảng $32m$.

$$\text{b) Áp dụng định lí sin ta có: } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{762 \sin 6^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 459(m).$$

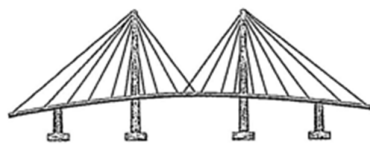
Ta có: $AC \approx 306m = 0,306km$; $CB \approx 459m = 0,459km$.

Như vậy, thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là:

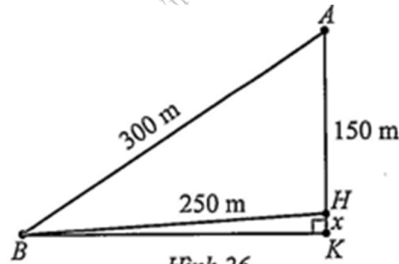
$$t = \frac{AC}{4} + \frac{CB}{19} \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1 \text{ (giờ)} = 6 \text{ (phút)}.$$

Vậy bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 6 phút.

Câu 51. Quan sát cây cầu dây văng minh hoạ ở Hình 25.



Hình 25



Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là $150m$, độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu (vị trí B) là $300m$, khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là $250m$ (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

Lời giải

Độ dốc của cầu là góc nghiêng giữa đường cầu qua trụ và phương nằm ngang, tức là góc KBH .

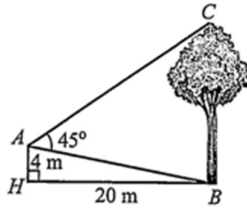
Xét tam giác ABH , áp dụng định lí cosin ta có:

$$\cos \widehat{AHB} = \frac{BH^2 + AH^2 - AB^2}{2BH.AH} = \frac{250^2 + 150^2 - 300^2}{2.250.150} = -\frac{1}{15} \Rightarrow \widehat{AHB} \approx 93,8^\circ.$$

Xét tam giác BHK ta có: $\widehat{HBK} \approx 93,8^\circ - 90^\circ = 3,8^\circ$ (tính chất góc ngoài tam giác). Vậy độ dốc của cầu qua trụ theo đề bài là khoảng $3,8^\circ$.

Câu 52. Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao $4m$ đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà

$20m$ và đo được $\widehat{BAC} = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



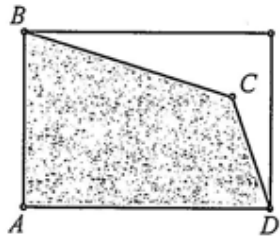
Hình 27

Lời giải

Xét tam giác vuông ABH ta có: $AB = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26}(m)$ (định lý Pythagore) và $\tan \widehat{ABH} = \frac{4}{20} = 0,2 \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 11,3^\circ$. Do đó, $\widehat{ABC} \approx 90^\circ - 11,3^\circ = 78,7^\circ$. Suy ra $\widehat{ACB} \approx 180^\circ - 45^\circ - 78,7^\circ = 56,3^\circ$.

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$
 $\Rightarrow BC = \frac{AB \sin A}{\sin C} \approx \frac{4\sqrt{26} \sin 45^\circ}{\sin 56,3^\circ} \approx 17,3(m)$. Vậy cây cao khoảng 17,3m.

Câu 53. Một mảnh đất hình chữ nhật bị xén đi một góc (Hình), phần còn lại có dạng hình tứ giác $ABCD$ với độ dài các cạnh là $AB = 15m, BC = 19m, CD = 10m, DA = 20m$. Diện tích mảnh đất $ABCD$ bằng bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

Xét tam giác ABD vuông tại A , ta có:

Diện tích tam giác ABD là: $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150(m^2)$.

Áp dụng định lý Pythagore ta có: $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25(m)$.

Xét tam giác BCD :

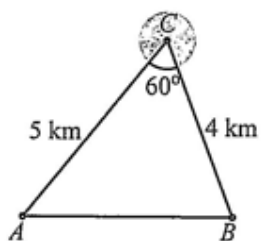
Ta có: $p = \frac{BC + CD + DB}{2} = \frac{19 + 10 + 25}{2} = 27(m)$.

Áp dụng công thức Heron, ta có diện tích tam giác BCD là:

$S_{\triangle BCD} = \sqrt{27 \cdot (27 - 19) \cdot (27 - 10) \cdot (27 - 25)} = 12\sqrt{51} \approx 86(m^2)$.

Vậy diện tích mảnh đất $ABCD$ là: $S = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} \approx 150 + 86 = 236(m^2)$.

Câu 54. Để đi từ vị trí A đến vị trí B , người ta phải đi qua vị trí C (Hình). Biết quãng đường $AC = 5km$, $CB = 4km$ và góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai địa điểm A, B theo đường chim bay (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị ki-lô-mét).

**Lời giải**

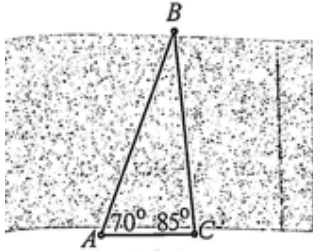
Áp dụng định lý côsin cho tam giác ABC , ta có:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos C = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 21.$$

Suy ra $AB = \sqrt{21} \approx 4,6(km)$.

Vậy khoảng cách giữa hai địa điểm A và B theo đường chim bay là xấp xỉ $4,6 km$.

Câu 55. Để đo khoảng cách từ vị trí A bên bờ sông đến bến đò ở vị trí B bên kia sông, bạn An đã đi chuyển dọc bờ sông từ vị trí A tới vị trí C cách A một khoảng bằng $40m$ và đo các góc lệch giữa AB, CB với AC (Hình). Biết $\widehat{BAC} = 70^\circ, \widehat{BCA} = 85^\circ$. Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).

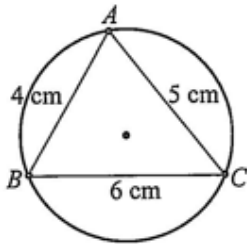


Lời giải

Xét tam giác ABC , ta có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$.

Áp dụng định lý sin, ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \sin C}{\sin B} = \frac{40 \cdot \sin 85^\circ}{\sin 25^\circ} \approx 94,3(m)$.

Câu 56. Từ một miếng bìa hình tròn, bạn Nam cắt ra một hình tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = 4cm, AC = 5cm, BC = 6cm$ (Hình). Tính bán kính R của miếng bìa ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị xăng-ti-mét)



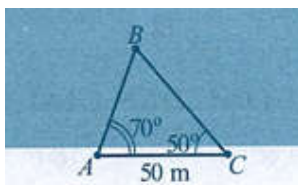
Lời giải

Áp dụng định lý côsin cho tam giác ABC , ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{8}$. Mà

$$\hat{A} < 180^\circ \text{ nên } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

Áp dụng định lý sin, ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{6}{2 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{8}} \approx 3(cm)$.

Câu 57. Để đo khoảng cách từ vị trí A trên bờ sông đến vị trí B của con tàu bị mắc cạn gần một cù lao giữa sông, bạn Minh đi dọc bờ sông từ vị trí A đến vị trí C cách A một khoảng bằng $50m$ và đo các góc $\widehat{BAC} = 70^\circ, \widehat{BCA} = 50^\circ$. (Hình). Tính khoảng cách AB theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

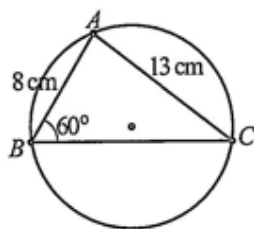


Lời giải

Xét tam giác ABC , ta có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$.

Áp dụng định lý sin, ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \sin C}{\sin B} = \frac{50 \sin 50^\circ}{\sin 60^\circ} \approx 44(m)$

Câu 58. Từ một tấm bìa hình tròn, bạn Thảo cắt ra một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 13\text{ cm}$ và $\hat{B} = 60^\circ$ (Hình). Tính độ dài cạnh BC và bán kính R của miếng bìa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét).



Lời giải

Đặt $BC = x(\text{cm})(x > 0)$.

Áp dụng định lý cosin ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$

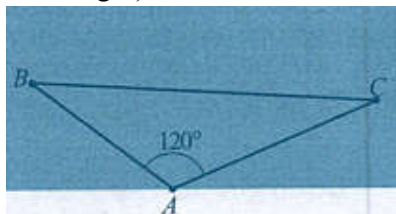
Suy ra $13^2 = 8^2 + x^2 - 2 \cdot 8 \cdot x \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow x^2 - 8x - 105 = 0$.

Giải phương trình trên ta được $x = 15$ hoặc $x = -7$. Vì $x > 0$ nên $x = 15$.

Suy ra $BC = 15(\text{cm})$. Áp dụng định lý sin ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{13}{2 \sin 60^\circ} \approx 7,5(\text{cm}).$$

Câu 59. Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 120° (Hình). Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lý một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 10 hải lý một giờ. Hỏi sau bao lâu thì khoảng cách giữa hai tàu là 60 hải lý (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị giờ)?



Lời giải

Giả sử sau x (giờ) ($x > 0$) tàu thứ nhất ở vị trí B , tàu thứ hai ở vị trí C và khoảng cách $BC = 60$ (hải lý).

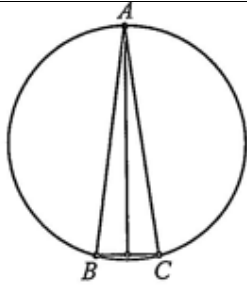
Ta có: $AB = 8x$ (hải lý); $AC = 10x$ (hải lý). Áp dụng định lý cosin, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$$

$$\Leftrightarrow 60^2 = (8x)^2 + (10x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 10x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 244x^2 = 3600 \Rightarrow x \approx 3,8.$$

Vậy sau 3,8 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là 60 hải lý.

Câu 60. Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 6\text{ cm}$, bạn Tuấn muốn cắt ra một vật nhọn có hình tam giác cân ABC với góc ở đỉnh A bằng 15° (Hình). Hỏi bạn Tuấn phải cắt miếng tôn như thế nào?



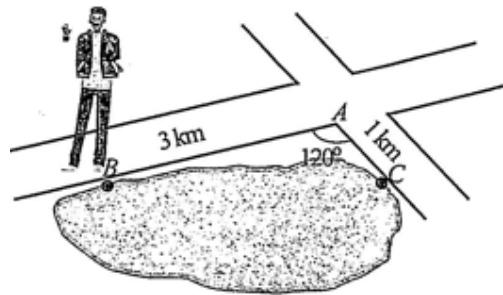
Lời giải

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow BC = 2R \sin A = 2 \cdot 6 \cdot \sin 15^\circ \approx 3,1(cm).$$

Đầu tiên, bạn Tuấn sẽ cắt đường tròn theo dây cung BC có độ dài xấp xỉ $3,1cm$. Tiếp theo, từ điểm chính giữa A của cung lớn BC , cắt đường tròn theo các dây cung AB, AC ta được miếng tôn hình tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 61. Một hồ nước khá rộng nằm trong góc tạo bởi hai con đường giao nhau tại A . Chú Nam dự định bơi từ vị trí B đến vị trí C (Hình). Biết $AB = 3km$, $AC = 1km$, $\hat{A} = 120^\circ$ và sức bơi tối đa của chú Nam là $2km$. Chú Nam băn khoăn không biết đưa ra lời khuyên cho chú Nam.



Lời giải

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 3^2 + 1^2 - 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \cos 120^\circ = 13 \Rightarrow BC = \sqrt{13} \approx 3,6(km).$$

Vì $3,6 > 2$ nên chú Nam không nên bơi từ B đến C .

Câu 62. Từ một miếng bìa hình tròn, bạn Dũng cắt ra được một hình tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 5cm$, $AC = 6cm$, $BC = 7cm$ và các đỉnh tam giác đều nằm trên mép miếng bìa. Tính bán kính của miếng bìa ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét).

Lời giải

$$\text{Áp dụng định lý cosin cho tam giác } ABC \text{ ta có: } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1}{5}$$

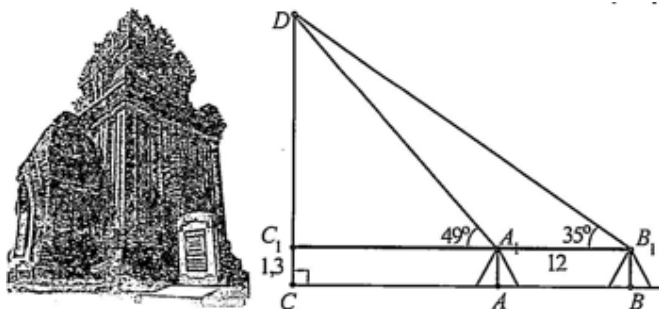
$$\Rightarrow \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ (Vì } 0^\circ < A < 180^\circ \text{)}.$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có:

$$2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{7}{\frac{2\sqrt{6}}{5}} = \frac{35\sqrt{6}}{12} \Rightarrow R = \frac{35\sqrt{6}}{24} \approx 3,6(cm).$$

Vì A, B, C nằm trên mép bìa nên đường tròn đó (mép bìa) ngoại tiếp tam giác ABC , tức là bán kính miếng bìa xấp xỉ $3,6cm$.

Câu 63. Muốn đo chiều cao của tháp Chăm Por Klong Garai ở Ninh Thuận, người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt giác kế. Chân AA_1, BB_1 của giác kế có chiều cao $1,3m$. Gọi D là đỉnh tháp và C_1 thuộc chiều cao CD của tháp và thẳng hàng với A_1, B_1 . Người ta đo được các góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$ như hình. Tính chiều cao của tháp Chăm Por Klong Garai theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải

Xét tam giác A_1DB_1 , áp dụng tính chất góc ngoài của tam giác ta có:

$$\widehat{A_1DB_1} + \widehat{A_1B_1D} = \widehat{DA_1C_1} \Rightarrow \widehat{A_1DB_1} = \widehat{DA_1C_1} - \widehat{A_1B_1D} = 49^\circ - 35^\circ = 14^\circ.$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác A_1DB_1 , ta có:

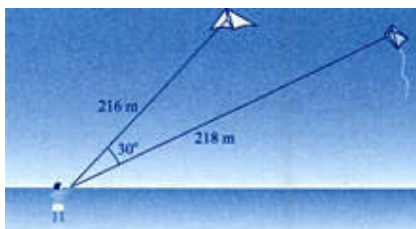
$$\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow \frac{12}{\sin 14^\circ} = \frac{A_1D}{\sin 35^\circ} \Rightarrow A_1D = \frac{12 \sin 35^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 28,45(m).$$

Xét tam giác C_1DA_1 vuông tại C_1 , ta có:

$$C_1D = DA_1 \sin \widehat{DA_1C_1} \approx 28,45 \sin 49^\circ \approx 21,47(m).$$

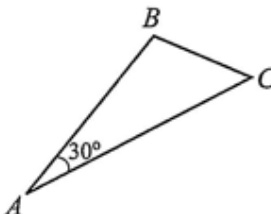
Vậy chiều cao của tháp là: $CD = CC_1 + C_1D \approx 1,3 + 21,47 \approx 22,77(m)$.

Câu 64. Bạn Nam thả hai con diều cùng một lúc. Con diều thứ nhất Nam thả hết $116m$ dây, con diều thứ hai hết $218m$ dây. Nam ước tính góc giữa hai đường dây diều là 30° (hình bên). Tính khoảng cách giữa hai con diều.



Lời giải

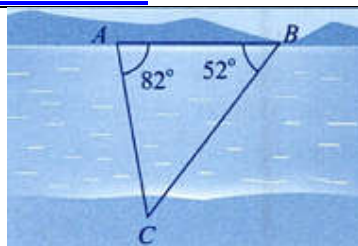
Xét $\triangle ABC$ như hình vẽ, với $AB = 116m$; $AC = 218m$, $\hat{A} = 30^\circ$.



Áp dụng Định lý cosin, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 116^2 + 218^2 - 2 \cdot 116 \cdot 218 \cdot \cos 30^\circ \approx 17179,9.$$

Câu 65. Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí C ở hai bên bờ sông, bạn An chọn vị trí B ở cùng bờ với vị trí A và tiến hành đo các góc BAC và ABC . Biết $AB = 60m$, $\widehat{BAC} = 82^\circ$, $\widehat{ABC} = 52^\circ$ (hình bên). Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí C là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)?



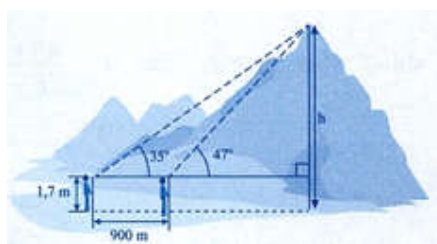
Lời giải

Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 46^\circ$. Áp dụng Định lí sin ta có

$$AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{60 \cdot \sin 52^\circ}{\sin 46^\circ} \approx 65,73(m).$$

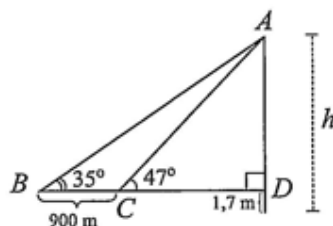
Vậy khoảng cách từ A đến C là 65,73m.

Câu 66. Để đo độ cao của một ngọn núi, bác Nam tiến hành đo góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bác Nam tới đỉnh núi và phương nằm ngang) tại hai vị trí cách nhau 900m dưới chân núi. Góc nâng hai lần đo là 47° và 35° . Hỏi ngọn núi có độ cao bao nhiêu mét? Biết chiều cao từ mặt đất đến mắt bác Nam là 1,7m.



Lời giải

Xét tam giác ABC như hình vẽ, ta có $\widehat{BCA} = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$.



Suy ra $\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \widehat{BCA}) = 180^\circ - (35^\circ + 133^\circ) = 12^\circ$.

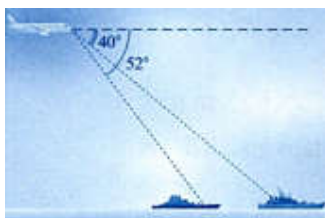
Áp dụng Định lí sin ta có

$$AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{900 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 12^\circ} \approx 2482,88(m).$$

Ta có $AD = AC \cdot \sin 47^\circ = 2482,88 \cdot \sin 47^\circ = 1815,86(m)$.

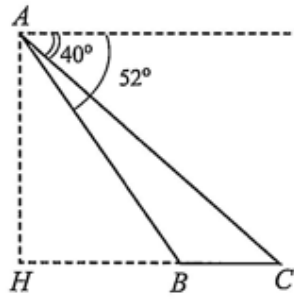
Vậy chiều cao của ngọn núi là: $1815,86 + 1,7 = 1817,56m$.

Câu 67. Một máy bay đang bay ở độ cao 1675m so với mặt nước biển phát hiện có hai tàu đánh cá trên biển. Phi công đo được các góc tạo bởi phương ngang với phương ngắm hai tàu cá lần lượt là 40° và 52° như hình bên. Hãy tính khoảng cách giữa hai tàu cá đó.



Lời giải

Xét tam giác ABC như hình bên,

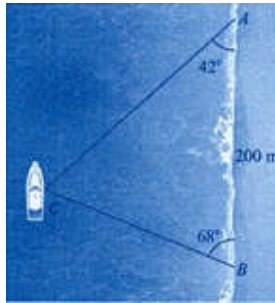


$$AH = 1675m. \widehat{BAC} = 52^\circ - 40^\circ = 12^\circ; \widehat{HAB} = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ \quad \widehat{ACB} = 40^\circ.$$

Ta có $AB = \frac{AH}{\cos \widehat{HAB}} = \frac{1675}{\cos 38^\circ} \approx 2125,6(m)$. Áp dụng Định lí sin ta có

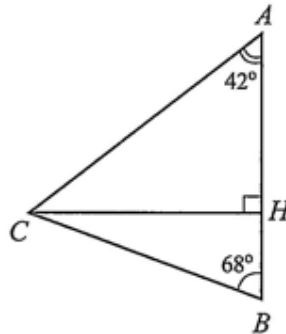
$$BC = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAC}}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{2125,6 \cdot \sin 12^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 687,5(m).$$

Câu 68. Một chiếc du thuyền đang dừng nghỉ trên biển. Để đo khoảng cách từ bờ biển đến du thuyền đó, bạn Hùng chọn hai vị trí A và vị trí B cách nhau $200m$ dọc bên bờ biển. Từ hai vị trí A và B , Hùng đo được góc nghiêng hợp bởi phương AB và phương quan sát du thuyền lần lượt là 42° và 68° . Hãy tính khoảng cách từ bờ biển đến du thuyền đó.



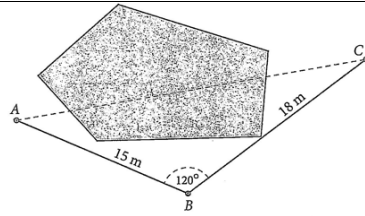
Lời giải

Áp dụng Định lí sin cho tam giác ABC ta có



$$AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{200 \cdot \sin 68^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 197,34 \quad CH = AC \cdot \sin 42^\circ = 197,34 \cdot \sin 42^\circ \approx 126,85(m).$$

Câu 69. Để kéo dây điện từ cột điện vào nhà phải qua một cái ao, anh Nam không thể đo độ dài dây điện cần mua trực tiếp được nên đã làm như sau: Lấy một điểm B như trong hình, người ta đo được độ dài từ B đến A (nhà) là $15m$, từ B đến C (cột điện) là $18m$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Hãy tính độ dài dây điện nối từ nhà ra đến cột điện.



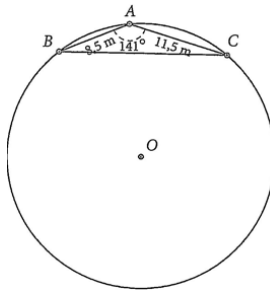
Lời giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \cos 120^\circ} \approx 28,62(m).$$

Vậy độ dài dây điện nối từ nhà ra cột điện dài 28,62 m.

Câu 70. Để đo đường kính một hồ hình tròn, người ta làm như sau: Lấy ba điểm A, B, C như hình vẽ, sao cho $AB = 8,5m$; $AC = 11,5m$; $\widehat{BAC} = 141^\circ$. Hãy tính đường kính của hồ nước đó.



Lời giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

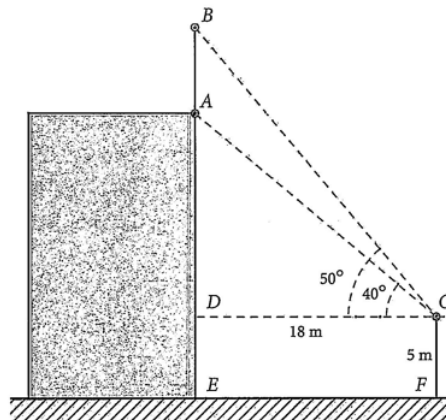
$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{8,5^2 + 11,5^2 - 2 \cdot 8,5 \cdot 11,5 \cdot \cos 141^\circ} \approx 18,88(m).$$

Ta lại có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} \approx \frac{18,88}{2 \cdot \sin 141^\circ} \approx 15(m).$

Do đó, $d = 2R \approx 15 \cdot 2 = 30(m).$

Vậy đường kính của hồ nước khoảng 30 m.

Câu 71. Để đo chiều cao của một cột cờ trên đỉnh một toà nhà anh Bắc đã làm như sau: Anh đứng trên một đài quan sát có tầm quan sát cao 5 m so với mặt đất, khi quan sát anh đo được góc quan sát chân cột là 40° và góc quan sát đỉnh cột là 50° , khoảng cách từ chân toà nhà đến vị trí quan sát là 18 m. Tính chiều cao cột cờ và chiều cao của toà nhà.



Lời giải

Trong tam giác DAC , ta có:

$$\cos \widehat{ACD} = \frac{DC}{AC}, \text{ suy ra } AC = \frac{DC}{\cos A} = \frac{18}{\cos 40^\circ} \approx 23,5(m).$$

$\tan \widehat{ACD} = \tan 40^\circ = \frac{AD}{DC}$, suy ra $AD = DC \cdot \tan 40^\circ = 18 \cdot \tan 40^\circ \approx 15,10(m)$.

Vậy chiều cao của toà nhà là: $AE = AD + DE = AD + CF \approx 15,10 + 5 = 20,1(m)$.

Trong tam giác DBC ta có:

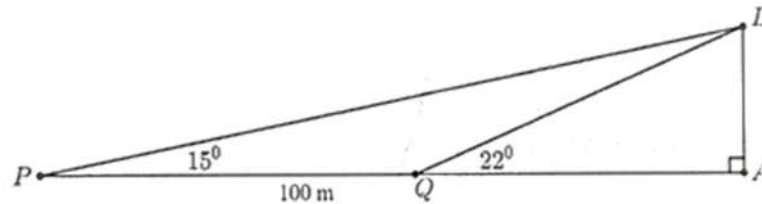
$$\cos \widehat{BCD} = \frac{DC}{BC}, \text{ suy ra } BC = \frac{DC}{\cos B} = \frac{18}{\cos 50^\circ} \approx 28(m).$$

Lại có góc $\widehat{ACB} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$, áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC , ta có:

$$AB = \sqrt{CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos \widehat{ACB}} \\ \approx \sqrt{23,5^2 + 28^2 - 2 \cdot 23,5 \cdot 28 \cdot \cos 10^\circ} \approx 6,34(m).$$

Vậy chiều cao của cột cờ khoảng 6,34 m.

Câu 72. Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau $100m$. Từ P và Q thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển người ra nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $\widehat{BPA} = 15^\circ$ và $\widehat{BQA} = 22^\circ$. Tính chiều cao AB của tháp?



Lời giải

$\triangle ABP$ và $\triangle ABQ$ vuông tại A nên $AP = AB \cdot \cot 15^\circ$, $AQ = AB \cdot \cot 22^\circ$.

Suy ra: $PQ = AP - AQ = AB \cdot \cot 15^\circ - AB \cdot \cot 22^\circ = AB(\cot 15^\circ - \cot 22^\circ)$

$$\Rightarrow AB = \frac{PQ}{\cot 15^\circ - \cot 22^\circ} = \frac{100}{\cot 15^\circ - \cot 22^\circ} \approx 79,56m.$$

Vậy tháp hải đăng có chiều cao xấp xỉ $79,56m$.

Câu 73. Biết hai lực cùng tác động vào một vật tạo với nhau góc 40° . Cường độ của hai lực đó là $3N$ và $4N$. Tính cường độ của lực tổng hợp?

Lời giải

Giả sử vật được đặt ở vị trí A , hai lực tác động vào A lần lượt là các vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} có độ lớn là $3N$, $4N$.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có hợp lực tác động vào A là: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $AD = BC = 4$.

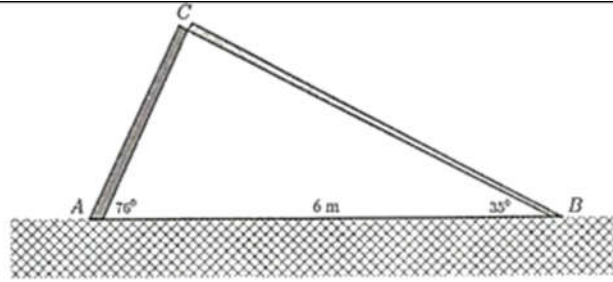
Ta có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Xét tam giác ABC , theo định lí cô-sin ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 140^\circ \approx 43,39$$

$$\Rightarrow AC \approx 6,59.$$

Vậy độ lớn của lực tổng hợp tác động vào vật A là xấp xỉ $6,59N$.

Câu 74. Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6m$, hai góc $\widehat{CAB} = 76^\circ$, $\widehat{CBA} = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây)?



Lời giải

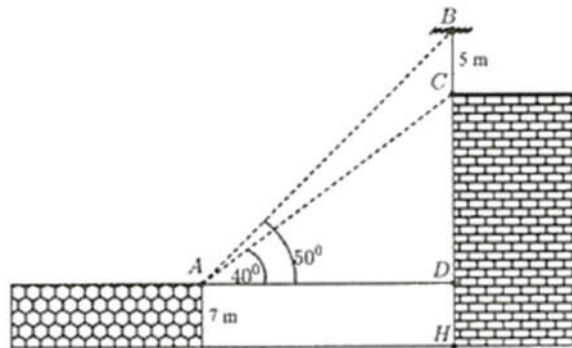
Ta có: $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (76^\circ + 35^\circ) = 69^\circ$.

Theo định lí sin: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 3,69m$;

$\Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 76^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 6,24m \Rightarrow AC + BC \approx 9,93m$.

Vậy chiều cao ban đầu của cây xấp xỉ bằng $9,93m$.

Câu 75. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà đó?



Lời giải

Xét tam giác ABC có $\hat{A} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$, $\hat{B} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

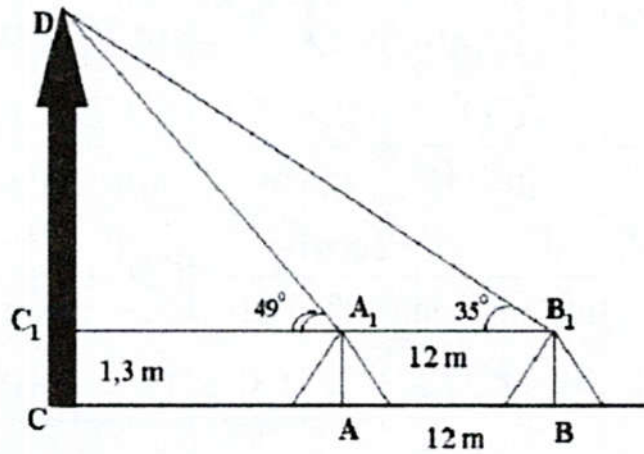
Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC , ta có:

$$AC = b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{5 \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5m.$$

Xét tam giác ACD vuông tại D : $\sin 40^\circ = \frac{CD}{AC} \Rightarrow CD = AC \cdot \sin 40^\circ \approx 11,89m$.

Suy ra: $CH = CD + DH \approx 18,89m$. Vậy chiều cao tòa nhà xấp xỉ $18,89m$.

Câu 76. Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3m$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.



Lời giải

Ta có: $\widehat{C_1DA_1} = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$; $\widehat{C_1DB_1} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$, nên $\widehat{A_1DB_1} = 14^\circ$.

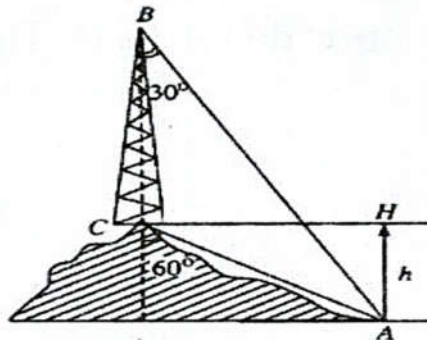
Xét tam giác A_1DB_1 , có: $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow A_1D = \frac{12 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 28,45 \text{ m}$.

Xét tam giác C_1A_1D vuông tại C_1 , có:

$$\sin \widehat{C_1A_1D} = \frac{C_1D}{A_1D} \Rightarrow C_1D = A_1D \cdot \sin \widehat{C_1A_1D} = 28,45 \cdot \sin 49^\circ \approx 21,47 \text{ m}$$

$$\Rightarrow CD = C_1D + CC_1 \approx 22,77 \text{ m}.$$

Câu 77. Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 100 m (hình vẽ). Đỉnh tháp B và chân tháp C lần lượt nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao AH của ngọn đồi.

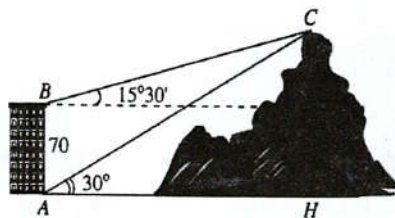


Lời giải

$\widehat{ACB} = 120^\circ$; $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ$. Nên $\triangle ABC$ cân tại $C \Rightarrow AC = BC = 100$

Trong tam giác vuông AHC : $\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} \Leftrightarrow AH = AC \cdot \sin 30^\circ = 50 \text{ m}$.

Câu 78. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70 \text{ m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$ (tham khảo hình vẽ). Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?



Lời giải

$\triangle ABC$ có $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{ABC} = 105^\circ 30'$ và $AB = 70$.

Khi đó $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$.

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m.$$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất: $CH = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{AC}{2} = 134,7m$.

Vậy ngọn núi cao khoảng $135m$.

Câu 79. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $20km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $30km/h$. Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

Lời giải

Ta có quãng đường tàu thứ nhất đi được là $s_1 = v_1 t = 20 \cdot 3 = 60(km)$.

Quãng đường tàu thứ hai đi được là $s_2 = v_2 t = 30 \cdot 3 = 90(km)$.

$\triangle ABC$ với B là vị trí tàu thứ nhất chạy đến sau 3 giờ, nghĩa là $AB = s_1 = 60km$; C là vị trí tàu thứ hai chạy đến sau 3 giờ, nghĩa là $AC = s_2 = 90km$

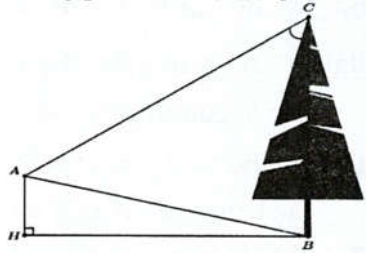
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \Leftrightarrow BC^2 = 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 6300. \text{ Vậy khoảng cách hai tàu sau 3 giờ chạy là } BC = 30\sqrt{7}.$$

Câu 80. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao.

Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Khi đó chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu?.



Lời giải

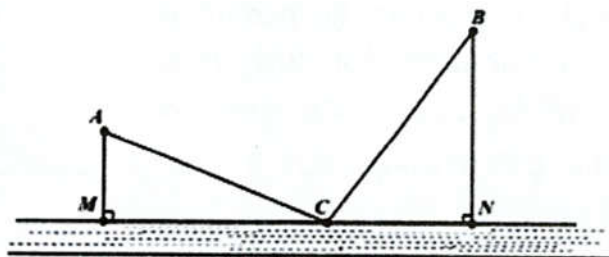
Vì tam giác AHB vuông tại H nên ta có $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$.

$$\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \widehat{BAH} \approx 78,69^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 78,69^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 56,31^\circ.$$

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{4\sqrt{26} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 59^\circ 57'} \approx 17,3$$

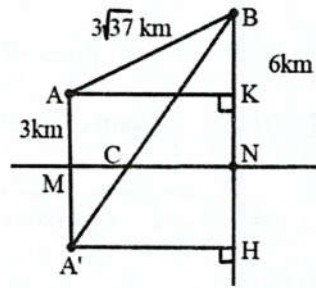
Câu 81. Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17}km$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3km$, $BN = 6km$ (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B .

Tìm giá trị nhỏ nhất của T .



Lời giải

Kẻ $AK \perp BN$; $A'H \perp BN$.



Gọi A' đối xứng với A qua MN , D là trung của NB .

$T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$ (không đổi). Đẳng thức xảy ra khi $\{C\} = MN \cap A'B$.

$$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18 \text{ km}.$$

$$\text{Vậy } A'B = \sqrt{A'H^2 + HB^2} = \sqrt{18^2 + 9^2} = 9\sqrt{5} \approx 20,12 \text{ km}.$$

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN) <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương
https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>