

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)**1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá**

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{4}{x-1}$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = -\frac{4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1.$$

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+7}{x+4}$ tại $x = 2$ ta được:

A. $f'(2) = \frac{1}{36}$.B. $f'(2) = \frac{11}{6}$.C. $f'(2) = \frac{3}{2}$.D. $f'(2) = \frac{5}{12}$.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{(x+4)^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{36}.$$

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = x(x+1)(x+2)(x+3)$ tại điểm $x_0 = 0$ là:

A. $y'(0) = 5$.B. $y'(0) = 6$.C. $y'(0) = 0$.D. $y'(0) = -6$.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } y = x(x+1)(x+2)(x+3) = (x^2+x)(x^2+5x+6)$$

$$\Rightarrow y' = (2x+1)(x^2+5x+6) + (x^2+x)(2x+5)$$

$$\Rightarrow y'(0) = 6.$$

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x} + x$ tại điểm $x_0 = 4$ là:

A. $y'(4) = \frac{9}{2}$.B. $y'(4) = 6$.C. $y'(4) = \frac{3}{2}$.D. $y'(4) = \frac{5}{4}$.**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 \Rightarrow y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 1 = \frac{5}{4}.$$

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = 5\sin x - 3\cos x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là:

A. $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.B. $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$.C. $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$.D. $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -5$.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } y' = 5\cos x + 3\sin x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3.$$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$

- A. $\frac{5}{2}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

$$y'(3) = \frac{-3}{(3-1)^2} = -\frac{3}{4}.$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+4}}$. Tính giá trị biểu thức $f'(0)$.

- A. -3 . B. -2 . C. $\frac{3}{2}$. D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2+4} - (3x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{\left(\sqrt{x^2+4}\right)^2} = \frac{12-x}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{3}{2}.$$

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 + 2x + 1$.

- A. $y' = 3x^2 + 2x$. B. $y' = 3x^2 + 2$. C. $y' = 3x^2 + 2x + 1$. D. $y' = x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 + 2$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây **sai**

- A. $y = x \Rightarrow y' = 1$. B. $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2$.
C. $y = x^5 \Rightarrow y' = 5x$. D. $y = x^4 \Rightarrow y' = 4x^3$.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có: $y = x^n \Rightarrow y' = n.x^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ do đó các mệnh đề A, B, D đúng.

Vì $y = x^5 \Rightarrow y' = 5x^4$ nên mệnh đề C sai.

Câu 10. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 2018$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3x^2 - 4x + 2018$. B. $y' = 3x^2 - 2x - 4$.
C. $y' = 3x^2 - 4x - 4$. D. $y' = x^2 - 4x - 4$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1-m^2)x + m^3 - m^2$ (với m là tham số) bằng

- A. $3x^2 - 6mx - 3 + 3m^2$. B. $-x^2 + 3mx - 1 - 3m$.
 C. $-3x^2 + 6mx + 1 - m^2$. D. $-3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

- A. $y' = -4x^3 + 8x$. B. $y' = 4x^2 - 8x$. C. $y' = 4x^3 - 8x$. D. $y' = -4x^2 + 8x$

Lời giải

Chọn C

$$y' = (x^4 - 4x^2 - 3)' = 4x^3 - 8x.$$

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^4}{2} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$ (a là hằng số) bằng.

- A. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$. B. $2x^3 + 5x^2 + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.
 C. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$. D. $2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}.$$

Câu 14. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

- A. $f(x) = 2\sqrt{x}$. B. $f(x) = \sqrt{x}$. C. $f(x) = \sqrt{2x}$. D. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = (\sqrt{2x})' = \frac{1}{\sqrt{2x}}.$$

Câu 15. Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x) \neq 0$ với $\forall x \in J$. Mệnh đề nào sau đây *sai*?

- A. $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$. B. $\left[\frac{1}{v(x)}\right]' = \frac{v'(x)}{v^2(x)}$.
 C. $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$. D. $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v^2(x)}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 - \frac{1}{x}$.

A. $y' = 2x - \frac{1}{x^2}$. B. $y' = x - \frac{1}{x^2}$. C. $y' = x + \frac{1}{x^2}$. D. $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$

A. $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$. B. $y' = \frac{2}{(x-1)}$. C. $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{-2}{(x-1)}$.

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{2x}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2}.$$

Câu 18. Hàm số $y = \frac{1}{x^2+5}$ có đạo hàm bằng:

A. $y' = \frac{1}{(x^2+5)^2}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2+5)^2}$. C. $y' = \frac{-1}{(x^2+5)^2}$. D. $y' = \frac{-2x}{(x^2+5)^2}$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = \frac{-2x}{(x^2+5)^2}$$

Câu 19. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2017$. Bất phương trình $y' < 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = (-1; 1)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x + 2017 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3, \quad y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$. Tìm x để $f'(x) > 0$?

A. $-1 < x < 0$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < -1$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x > 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow x > 0.$$

Câu 21. Cho hàm số $u(x)$ có đạo hàm tại x là u' . Khi đó đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 u$ tại x là

A. $y' = \sin 2u$. B. $y' = u' \sin 2u$. C. $y' = 2 \sin 2u$. D. $y' = 2u' \sin 2u$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = (\sin^2 u)' = 2 \sin u \cdot (\sin u)' = 2 \sin u \cdot \cos u \cdot u' = u' \sin 2u.$$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - \cos x$

A. $y' = 2 \cos x + \sin x$. B. $y' = \cos 2x + \sin x$.

C. $y' = 2 \cos 2x + \sin x$. D. $y' = 2 \cos x - \sin x$.

Lời giải

Chọn C

$$y = \sin 2x - \cos x \Rightarrow y' = 2 \cos 2x + \sin x.$$

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = 4 \sin 2x + 7 \cos 3x + 9$ là

A. $8 \cos 2x - 21 \sin 3x + 9$.

B. $8 \cos 2x - 21 \sin 3x$.

C. $4 \cos 2x - 7 \sin 3x$. D. $4 \cos 2x + 7 \sin 3x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 8 \cos 2x - 21 \sin 3x.$$

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x + 3$ là:

A. $f'(x) = \sin x - \cos x$. B. $f'(x) = \cos x + \sin x + 3$.

C. $f'(x) = \cos x - \sin x$. D. $f'(x) = -\sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x + 1$ là

A. $y' = -\sin 2x$.

B. $y' = 2 \sin 2x$.

C. $y' = -2 \sin 2x + 1$.

D. $y' = -2 \sin 2x$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = \cos 2x + 1 \Rightarrow y' = (\cos 2x + 1)' = -(2x)' \sin 2x + (1)' = -2 \sin 2x.$$

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = \cos(2x + 1)$ là:

A. $y' = 2 \sin(2x + 1)$

B. $y' = -2 \sin(2x + 1)$

C. $y' = -\sin(2x + 1)$

D. $y' = \sin(2x + 1)$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \cos(2x + 1) \Rightarrow y' = -(2x + 1)' \cdot \sin(2x + 1) = -2 \sin(2x + 1)$$

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là:

A. $f'(x) = 2 \sin x$.

B. $f'(x) = 2 \cos x$.

C. $f'(x) = -\sin(2x)$.

D. $f'(x) = \sin(2x)$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = 2 \sin x \cdot (\sin x)' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x.$$

Câu 28. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \tan x$.

- A. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. B. $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' = \cot x$. D. $y' = -\cot x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$

- A. $y = \sin x - x \cos x$. B. $y = x \sin x - \cos x$. C. $y = \sin x + x \cos x$. D. $y = x \sin x + \cos x$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính đạo hàm của một tích $(u.v)' = u'v + v'u$ ta có

$$(x \sin x)' = (x)' \sin x + x(\sin x)' = \sin x + x \cos x$$

Vậy $y = x \sin x \Rightarrow y' = \sin x + x \cos x$

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. \mathbb{R} . C. $[0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là \mathbb{R}

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là $D = \mathbb{R}$.

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn D

Câu 33. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ D. $y' = \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 34. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. B. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.
 C. $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. D. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (x^2 - x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 35. Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$. B. $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$. C. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$. D. $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ nên $(3^{x^2-x})' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 36. Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

- A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$ B. $y' = x \cdot 13^{x-1}$ C. $y' = 13^x \ln 13$ D. $y' = 13^x$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 13^x \ln 13$.

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ B. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ C. $y' = \frac{2}{2x+1}$ D. $y' = \frac{1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 38. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

- A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$
 C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$ D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{4^x - (x+1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2}$
 $= \frac{4^x \cdot (1 - x \cdot \ln 4 - \ln 4)}{(4^x)^2} = \frac{1 - x \cdot 2 \ln 2 - 2 \ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

Câu 39. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$ B. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$
C. $f'(x) = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}$ D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x) \ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$$

Câu 40. Hàm số $y = 2^{x^2 - 3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x - 3)2^{x^2 - 3x} \ln 2$. B. $2^{x^2 - 3x} \ln 2$.
C. $(2x - 3)2^{x^2 - 3x}$. D. $(x^2 - 3x)2^{x^2 - 3x + 1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (2^{x^2 - 3x})' = (2x - 3)2^{x^2 - 3x} \ln 2.$$

Câu 41. Hàm số $y = 3^{x^2 - 3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x - 3).3^{x^2 - 3x}$. B. $3^{x^2 - 3x} \ln 3$.
C. $(x^2 - 3x).3^{x^2 - 3x - 1}$. D. $(2x - 3).3^{x^2 - 3x} \ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = (3^{x^2 - 3x})' = (2x - 3).3^{x^2 - 3x} \ln 3$.

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x + 1})$.

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}$ B. $y' = \frac{2}{\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}$
C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}$ D. $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x + 1}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$y' = (\ln(1 + \sqrt{x + 1}))' = \frac{(1 + \sqrt{x + 1})'}{1 + \sqrt{x + 1}} = \frac{1}{2\sqrt{x + 1}(1 + \sqrt{x + 1})}.$$

Câu 43. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1 - 2x}$ là

A. $y' = 2e^{1 - 2x}$ B. $y' = -2e^{1 - 2x}$ C. $y' = -\frac{e^{1 - 2x}}{2}$ D. $y' = e^{1 - 2x}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = e^{1-2x} \cdot (1-2x)' = -2e^{1-2x}$$

Câu 44. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$ **B.** $y' = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$ C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$ D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1)\ln 3} = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$$

Câu 45. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

A. $(2x+1)e^x$ **B.** $(2x+1)e^{x^2+x}$ C. $(2x+1)e^{2x+1}$ D. $(x^2 + x)e^{2x+1}$

Lời giải

Chọn B

$$(e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2 + x)' = (2x+1)e^{x^2+x}$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$

A. $f'(1) = 1$. **B.** $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{2}$. **D.** $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 47. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + e^{2x})$.

A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$. **B.** $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$. C. $y' = \frac{1}{e^{2x} + 1}$. **D.** $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = [\ln(1 + e^{2x})]' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}.$$

Câu 48. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

A. $y' = \frac{2-x}{2^x}$. **B.** $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$.
C. $y' = \frac{x-2}{2^x}$. **D.** $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{(1-x)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{-1 \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$$

Câu 49. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2+1)\ln 9}$. **B. $y' = \frac{x}{(x^2+1)\ln 3}$** . C. $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2+1}$. D. $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{(x^2+1)'}{(x^2+1)\ln 9} = \frac{2x}{(x^2+1)\ln 3^2} = \frac{2x}{(x^2+1)2\ln 3} = \frac{x}{(x^2+1)\ln 3}$.

Câu 50. Tính đạo hàm hàm số $y = e^x \cdot \sin 2x$

A. $e^x (\sin 2x - \cos 2x)$. B. $e^x \cdot \cos 2x$.
C. $e^x (\sin 2x + \cos 2x)$. **D. $e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$** .

Lời giải

Chọn D

$y' = (e^x \cdot \sin 2x)' = (e^x)' \cdot \sin 2x + e^x \cdot (\sin 2x)' = e^x \cdot \sin 2x + 2e^x \cdot \cos 2x = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$

Câu 51. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ B. $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ C. $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$ D. $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

$y' = \frac{(x+1)' 4^x - (x+1)(4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\frac{x}{x+1}$. **B. $1 + \frac{1}{x}$** . C. $\frac{x}{1+x+\ln x}$. D. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Lời giải

$y = \frac{1}{x+1+\ln x} \Rightarrow \frac{1}{y} = x+1+\ln x \Rightarrow \left(\frac{1}{y}\right)' = (x+1+\ln x)' \Leftrightarrow -\frac{y'}{y^2} = 1 + \frac{1}{x}$.

Câu 53. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$.

A. $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$. B. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$.
C. $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$. **D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^x$** .

Lời giải

Ta có $y' = 2^x (\ln 2)(\ln x) + \frac{2^x}{x} + \frac{1}{e^x} = \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$.

Câu 54. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2 |x^2 - 2x|$ là

A. $\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$

B. $\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$

C. $\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$

D. $\frac{2x-2}{|x^2-2x|\ln 2}$

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{(x^2-2x)'}{(x^2-2x)\ln 2} = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$

Câu 55. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là:

A. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$

C. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

Lời giải

Áp dụng các công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{\ln u}$ và $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ta có $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Câu 56. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là:

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$

B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$

C. $y' = \frac{1}{x}$

D. $y' = \frac{1}{2x}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng quy tắc tính đạo hàm hàm logarit ta có: $y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$.

Câu 57. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$

B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$

C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$

D. $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 58. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là:

A. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$

B. $y' = \frac{1}{\ln 2}$

C. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$

D. $y' = \frac{1}{x-1}$

Lời giải

Ta có $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 59. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là

A. $y' = -\frac{1}{\ln 3}$

B. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$

C. $y' = \frac{1}{(x+1)}$

D. $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$.

Câu 60. Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$.

B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$.

C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$.

D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^5 - 3x^4 + x + 1 \Rightarrow y' = 5x^4 - 12x^3 + 1 \Rightarrow y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Câu 61. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = -3 \cos x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

A. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$.

B. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$.

C. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

D. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

Lời giải

Chọn C

$y = -3 \cos x \Rightarrow y' = 3 \sin x; y'' = 3 \cos x$.

$y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Câu 62. Cho hàm số $f(x) = (3x - 7)^5$. Tính $f''(2)$.

A. $f''(2) = 0$.

B. $f''(2) = 20$.

C. $f''(2) = -180$.

D. $f''(2) = 30$.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = (3x - 7)^5$

$f'(x) = 15(3x - 7)^4$.

$f''(x) = 180(3x - 7)^3$.

Vậy $f''(2) = -180$.

Câu 63. Cho $y = \sqrt{2x - x^2}$, tính giá trị biểu thức $A = y^3 \cdot y''$.

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}, y'' = \frac{-1}{\left(\sqrt{2x-x^2}\right)^3}$

Do đó: $A = y^3 \cdot y'' = -1$.

Câu 64. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$

B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$

C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$

D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = 3 - \frac{5}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+2)^2}; y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$$

Câu 65. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \cos^2 x$ là

- A. $y'' = -2\cos 2x$. B. $y'' = -2\sin 2x$. C. $y'' = 2\cos 2x$. D. $y'' = 2\sin 2x$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 2\cos x \cdot (-\sin x) = -\sin 2x \Rightarrow y'' = -2\cos 2x.$$

Câu 66. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$. Phương trình $y'' = 0$ có nghiệm.

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x + 1, y'' = 6x - 6 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 67. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khi đó $y''(x)$ bằng

- A. $y'' = \frac{1}{2}\cos 2x$. B. $P = 2\sin 2x$.
C. $y'' = 2\cos 2x$. D. $y'' = 2\cos x$.

Lời giải

Chọn C

$$y = \sin^2 x \Rightarrow y' = 2\sin x \cdot \cos x = \sin 2x \Rightarrow y'' = 2\cos 2x$$

Câu 68. Cho hàm số $y = -\frac{1}{x}$. Đạo hàm cấp hai của hàm số là

- A. $y^{(2)} = \frac{2}{x^3}$. B. $y^{(2)} = \frac{-2}{x^2}$. C. $y^{(2)} = \frac{-2}{x^3}$. D. $y^{(2)} = \frac{2}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{x^2} \text{ nên } y^{(2)} = -\frac{(x^2)'}{x^4} = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}.$$

Câu 69. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 3. D. 2.

Lời giải

$$f'(x) = 3x^2 + 2, f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6.$$

Câu 70. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f'''(-1)$.

- A. $-\frac{8}{27}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{8}{27}$ D. $-\frac{4}{27}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$$f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}, \quad f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}.$$

Khi đó $f''(-1) = -\frac{8}{27}$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 71. Cho $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$. Tính $f'(1) + f'(-1) + 4f'(0)$?
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải:

Chọn A

☐ Phương pháp tự luận:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2$.

$$\Rightarrow f'(1) = 6; f'(-1) = 6; f'(0) = -2 \Rightarrow f'(1) + f'(-1) + 4f'(0) = 4.$$

☐ Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng Casio

Bấm $\left. \frac{d(x^5 + x^3 - 2x - 3)}{dx} \right|_{x=1} + \left. \frac{d(x^5 + x^3 - 2x - 3)}{dx} \right|_{x=-1} - 4 \left. \frac{d(x^5 + x^3 - 2x - 3)}{dx} \right|_{x=0} = 4$.

Câu 72. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$.

A. $y' = \frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$. B. $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

C. $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3x^2 \sqrt{x} + \frac{1}{2} x^2 \sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} x^2 \sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Câu 73. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. B. $\frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. C. $\frac{1-3x}{x^2+1}$. D. $\frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{(x+3)x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 74. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$. Tính giá trị của biểu thức $S = f(1) + 4f'(1)$.

A. $S = 4$.

B. $S = 2$.

C. $S = 6$.

D. $S = 8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$.

Vậy $S = f(1) + 4f'(1) = 4$.

Câu 75. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

B. $y' = \frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

C. $y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

D. $y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \left(\sqrt{2x^2 + 5x - 4}\right)' = \frac{(2x^2 + 5x - 4)'}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}} = \frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$

Câu 76. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 7}{x^2 + 2x + 3}$.

A. $y' = \frac{-7x^2 + 2x + 23}{(x^2 + 2x + 3)^2}$.

B. $y' = \frac{7x^2 - 2x - 23}{(x^2 + 2x + 3)^2}$.

C. $y' = \frac{7x^2 - 2x - 23}{(x^2 + 2x + 3)^2}$.

D. $y' = \frac{8x^3 + 3x^2 + 14x + 5}{(x^2 + 2x + 3)^2}$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 7}{x^2 + 2x + 3} \Rightarrow y' = \frac{(4x - 3)(x^2 + 2x + 3) - (2x + 2)(2x^2 - 3x + 7)}{(x^2 + 2x + 3)^2} = \frac{7x^2 - 2x - 23}{(x^2 + 2x + 3)^2}$$

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$ ($a, b \in \mathbb{R}; b \neq 1$). Ta có $f'(1)$ bằng:

A. $\frac{-a+2b}{(b-1)^2}$.

B. $\frac{a-2b}{(b-1)^2}$.

C. $\frac{a+2b}{(b-1)^2}$.

D. $\frac{-a-2b}{(b-1)^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = \frac{2(x-b) - 2x - a}{(x-b)^2} = \frac{-a-2b}{(x-b)^2}$

Câu 78. Cho $f(x) = \sqrt{1-4x} + \frac{1-x}{x-3}$. Tính $f'(x)$.

A. $\frac{2}{\sqrt{1-4x}} - \frac{2}{x-3}$. B. $\frac{2}{\sqrt{1-4x}} - \frac{2}{(x-3)^2}$.

C. $\frac{1}{2\sqrt{1-4x}} + 1$ D. $\frac{-2}{\sqrt{1-4x}} + \frac{2}{(x-3)^2}$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \left(\sqrt{1-4x} + \frac{1-x}{x-3} \right)' = (\sqrt{1-4x})' + \left(\frac{1-x}{x-3} \right)'$$

$$= \frac{(1-4x)'}{2\sqrt{1-4x}} + \frac{(1-x)'(x-3) - (1-x)(x-3)'}{(x-3)^2} = \frac{-2}{\sqrt{1-4x}} + \frac{2}{(x-3)^2}.$$

Câu 79. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là

A. $y' = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$. B. $y' = \frac{8x^2+4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$. C. $y' = \frac{4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$. D. $y' = \frac{6x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{(2x-1)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}}$

$$= \frac{4x^2+4x+4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}} = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}.$$

Vậy $y' = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$.

Câu 80. Đạo hàm của hàm số $y = (-x^2+3x+7)^7$ là

A. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. B. $y' = 7(-x^2+3x+7)^6$.

C. $y' = (-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. D. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 7(-x^2+3x+7)^6(-x^2+3x+7)' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$.

Câu 81. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$ bằng

A. $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$. B. $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

C. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$. D. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3 \cdot \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)' \cdot \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2 = 6 \left(x + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2.$$

Câu 82. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

$$\text{A. } y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}. \quad \text{B. } y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{C. } y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{8}{3}}. \quad \text{D. } y' = \frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}-1} (x^2+x+1)' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}.$$

Câu 83. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng:

$$\text{A. } 6x^5 - 20x^4 - 16x^3. \quad \text{B. } 6x^5 - 20x^4 + 4x^3. \quad \text{C. } 6x^5 + 16x^3. \quad \text{D. } 6x^5 - 20x^4 + 16x^3.$$

Lời giải

$$y' = 2(x^3 - 2x^2) \cdot (x^3 - 2x^2)' = 2(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3.$$

Câu 84. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

$$\text{A. } \frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}. \quad \text{B. } \frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}. \quad \text{C. } \frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}. \quad \text{D. } \frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có } (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}.$$

$$f'(x) = \left(\sqrt{2-3x^2}\right)' = \frac{(2-3x^2)'}{2\sqrt{2-3x^2}} = \frac{-6x}{2\sqrt{2-3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}.$$

Câu 85. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là

$$\text{A. } [-1; 5]. \quad \text{B. } \emptyset. \\ \text{C. } (-\infty; -1) \cup (5; +\infty). \quad \text{D. } (-\infty; -1] \cup [5; +\infty).$$

Lời giải**Chọn D**

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x \Rightarrow y' = x^2 - 4x - 5$$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty).$$

Câu 86. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x - 5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt:

$$\text{A. } M = (-3; 3). \quad \text{B. } M = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty).$$

C. $M = \mathbb{R}$.

D. $M = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$y = x^3 + mx^2 + 3x - 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2mx + 3.$$

$$y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m < -3 \vee 3 < m.$$

Câu 87. Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m+2)x^2 - 6(m+2)x + 1$. Tập giá trị của m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $[3; +\infty)$.

B. \emptyset .

C. $[4\sqrt{2}; +\infty)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có $y' = 3(m-1)x^2 - 6(m+2)x - 6(m+2)$.

$$\Delta'_{y'} = 27m^2 + 54m.$$

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta'_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -2 \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 88. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ là}$$

A. 5.

B. Có vô số giá trị nguyên m .

C. 3.

D. 4

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3(m+2)x^2 + 3(m+2)x + 3 \geq 0 \Rightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x + 1 \geq 0 \quad (1)$$

Đề phương trình (1) luôn thỏa mãn $\forall x \in \mathbb{R}$

TH1: $m+2=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow y'=1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Nhận)

$$\text{TH2: } m+2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2 \Rightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 \leq m \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -2 < m \leq 2$$

Kết hợp hai trường hợp: $m = -2; -1; 0; 1; 2$.

Câu 89. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3mx^2 - 12x + 3$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của m để $f'(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 1.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = -x^3 + 3mx^2 - 12x + 3 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 6mx - 12$$

$$f'(x) \leq 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3x^2 + 6mx - 12 \leq 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ 9m^2 - 36 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}. \text{ Vậy có 5 giá trị nguyên } m \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 90. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + (3-m)x - 2$. Tìm m để $f'(x) > 0 \quad \forall x \in R$.

- A. $0 \leq m \leq \frac{12}{5}$. B. $0 < m < \frac{12}{5}$. C. $0 \leq m < \frac{12}{5}$. D. $0 < m \leq \frac{12}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = mx^2 - mx + (3-m)$

+ Nếu $m = 0$ thì $f'(x) = 3 > 0 \quad \forall x \in R$ (thỏa mãn)

+ Nếu $m \neq 0$ thì $f'(x) = mx^2 - mx + (3-m)$ là tam thức bậc hai,

$$f'(x) > 0 \quad \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = m^2 - 4m(3-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 5m^2 - 12m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{12}{5}$$

Vậy $0 \leq m < \frac{12}{5}$.

Câu 91. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$. Tập hợp các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là

- A. $\left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$. C. $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$. D. $\left(1; \frac{7}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

Ta có $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9} \Rightarrow f'(x) = \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}}, \forall x \in \left(1; \frac{9}{5}\right)$.

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 7 < 0 \\ 1 < x < \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{7}{5} < x < \frac{9}{5}.$$

Câu 92. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) \geq f(x)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$. Vậy $f'(x) \geq f(x) \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq \sqrt{x^2-2x} \Leftrightarrow \frac{-x^2+3x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq 0$.

Với $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$, ta có: $\frac{-x^2+3x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq 0 \Leftrightarrow -x^2+3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

Kết hợp với điều kiện $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$, ta có: $x \in \left(2; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $x \in \emptyset$.

Vậy $S = \emptyset$.

Câu 93. Cho $\left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{ax-b}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}, \forall x > \frac{1}{4}$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. -16.

B. -4.

C. -1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Với $\forall x > \frac{1}{4}$, ta có:

$$\left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{(3-2x)' \sqrt{4x-1} - (3-2x)(\sqrt{4x-1})'}{(4x-1)} = \frac{-2\sqrt{4x-1} - \frac{6-4x}{\sqrt{4x-1}}}{(4x-1)} = \frac{-4x-4}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}.$$

Do đó $a = -4, b = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1$.

Câu 94. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2-1}$. Nghiệm của phương trình $y'.y = 2x+1$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. Vô nghiệm.

D. $x = -1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Khi đó ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$.

Nghiệm của phương trình $y'.y = 2x+1 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \cdot \sqrt{x^2-1} = 2x+1$ suy ra $x = 2x+1 \Leftrightarrow x = -1$.

Tuy nhiên do điều kiện xác định nên phương trình vô nghiệm.

Trình bày lại

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Khi đó ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$.

Nghiệm của phương trình $y'.y = 2x+1 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \cdot \sqrt{x^2-1} = 2x+1$. ĐK: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$\Leftrightarrow x = 2x+1 \Leftrightarrow x = -1$: Không thỏa mãn.

KL: phương trình vô nghiệm.

Câu 95. Cho $y = \sqrt{x^2-2x+3}$, $y' = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2-2x+3}}$. Khi đó giá trị $a.b$ là:

A. -4.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$y = \sqrt{x^2-2x+3} \Rightarrow y' = \frac{(x^2-2x+3)'}{2\sqrt{x^2-2x+3}} = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+3}} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}} \Rightarrow a = 1; b = -1.$$

Câu 96. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3}$. Tập nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

- A. $\{-1; 3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{-3; 1\}$. D. $\{-3; -1\}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3.$$

Câu 97. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + \frac{b}{x}$ có $f'(1) = 1, f'(-2) = -2$. Khi đó $f'(\sqrt{2})$ bằng:

- A. $\frac{12}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. 2. D. $-\frac{12}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 3ax^2 - \frac{b}{x^2} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = 3a - b \\ f'(-2) = 12a - \frac{b}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = 1 \\ 12a - \frac{b}{4} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = \frac{-8}{5} \end{cases}.$$

$$f'(\sqrt{2}) = 6a - \frac{b}{2} = -\frac{2}{5}.$$

Câu 98. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ có đạo hàm dương trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Tập xác định: } D = (-\infty; -5m) \cup (-5m; +\infty).$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -10 \leq -5m \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn YCBT

Câu 99. Đạo hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{x^2 + 1}$ là

- A. $y' = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$. B. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.
C. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$. D. $y' = -\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = -\left(\sqrt{x^2+1}\right)' \cdot \sin \sqrt{x^2+1} = -\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \sin \sqrt{x^2+1}.$$

Câu 100. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x - \cot x$ là

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$. B. $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$. C. $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$. D. $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \tan x - \cot x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x}.$$

Câu 101. Biết hàm số $y = 5 \sin 2x - 4 \cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a \sin 5x + b \cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng

A. -30. B. 10. C. -1. D. -9.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 20 \sin 5x + 10 \cos 2x$$

$$\text{Vậy } a - b = 10.$$

Câu 102. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

A. $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. B. $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. C. $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. D. $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-2 \sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}.$$

$$\text{Vậy } y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}.$$

Câu 103. Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. B. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.
C. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = 2 \cdot \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} + 2 \cdot \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}.$$

Câu 104. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right)$ là:

A. $-4 \cos 4x$. B. $4 \cos 4x$. C. $4 \sin 4x$. D. $-4 \sin 4x$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - 4x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = -\cos 4x \quad y' = (-\cos 4x)' = 4 \sin 4x.$$

Câu 105. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - 2 \cos x + 1$.

A. $y' = -2 \cos 2x + 2 \sin x$.

B. $y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x$.

C. $y' = 2 \cos 2x - 2 \sin x$. D. $y' = -\cos 2x - 2 \sin x$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x.$$

Câu 106. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

A. $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

B. $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

C. $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

D. $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-2 \sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}.$$

$$\text{Vậy } y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}.$$

Câu 107. Biết hàm số $y = 5 \sin 2x - 4 \cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a \sin 5x + b \cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng:

A. -30.

B. 10.

C. -1.

D. -9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 10 \cos 2x + 20 \sin 5x. \text{ Suy ra: } \begin{cases} a = 20 \\ b = 10 \end{cases}. \text{ Vậy } a - b = 10$$

Câu 108. Cho hàm số $f(x) = a \cos x + 2 \sin x - 3x + 1$. Tìm a để phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm.

A. $|a| < \sqrt{5}$.

B. $|a| \geq \sqrt{5}$.

C. $|a| > 5$.

D. $|a| < 5$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 2 \cos x - a \sin x - 3 = 0 \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow 4 + a^2 \geq 9 \Leftrightarrow a^2 \geq 5 \Leftrightarrow |a| \geq \sqrt{5}.$$

Câu 109. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là

A. $y = \sin 3x$.

B. $y = -3 \sin 3x$.

C. $y = 3 \sin 3x$.

D. $y = -\sin 3x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét hàm số } y = \cos 3x.$$

$$\text{Ta có } y' = (\cos 3x)' = -(3x)' \sin 3x = -3 \sin 3x.$$

Vậy $y' = -3\sin 3x$.

Câu 110. Cho $f(x) = \sin^3 ax$, $a > 0$. Tính $f'(\pi)$

- A. $f'(\pi) = 3\sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$. B. $f'(\pi) = 0$.
C. $f'(\pi) = 3a\sin^2(a\pi)$. D. $f'(\pi) = 3a \cdot \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$.

Lời giải

$$f(x) = \sin^3 ax \Rightarrow f'(x) = 3a \sin^2 ax \cos ax.$$
$$\Rightarrow f'(\pi) = 3a \sin^2 a\pi \cdot \cos a\pi = 0.$$

Câu 111. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$.

- A. $f'(x) = 2\sin 2x$. B. $f'(x) = \cos 2x$. C. $f'(x) = 2\cos 2x$. D. $f'(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \sin 2x$, suy ra $f'(x) = 2\cos 2x$.

Câu 112. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3\sin 4x$.

- A. $y' = 12\cos 4x - 2\sin 4x$. B. $y' = 12\cos 4x + 2\sin 4x$.
C. $y' = -12\cos 4x + 2\sin 4x$. D. $y' = 3\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$.

Lời giải

Ta có $y' = -2\sin 4x + 12\cos 4x$.

Câu 113. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 2x - \cos 3x$.

- A. $f'(x) = 2\sin 4x - 3\sin 3x$. B. $f'(x) = 2\sin 4x + 3\sin 3x$.
C. $f'(x) = \sin 4x + 3\sin 3x$. D. $f'(x) = 2\sin 2x + 3\sin 3x$

Lời giải

$$f'(x) = 2\sin 2x \cdot (\sin 2x)' + 3\sin 3x = 2 \cdot 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x + 3\sin 3x = 2\sin 4x + 3\sin 3x.$$

Câu 114. Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

- A. $1 - \sin 2x$. B. $-1 + 2\sin 2x$. C. $-1 + \sin x \cdot \cos x$. D. $1 + 2\sin 2x$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x = -\cos 2x - x \Rightarrow f'(x) = 2\sin 2x - 1$.

Câu 115. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

- A. -2 . B. $\frac{1}{2}$. C. 0 . D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{1 + \sin x} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{1 + \sin \frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Câu 116. Cho hàm số $y = \cos 3x \cdot \sin 2x$. Tính $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -1 .

D. 1 .

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = (\cos 3x)' \cdot \sin 2x + \cos 3x \cdot (\sin 2x)' = -3 \sin 3x \cdot \sin 2x + 2 \cos 3x \cdot \cos 2x.$$

$$\text{Do đó } y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -3 \sin \pi \cdot \sin \frac{2\pi}{3} + 2 \cos \pi \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = 1.$$

Câu 117. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

A. 1 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

$$\text{Có: } y = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1.$$

$$\Rightarrow y' = 0.$$

Câu 118. Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

D. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 2 \cdot \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} + 2 \cdot \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}.$$

Câu 119. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

A. $S = \frac{4035}{2018}$

B. $S = \frac{2017}{2018}$

C. $S = \frac{2016}{2017}$

D. $S = 2017$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}.$$

Câu 120. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

A. $\ln 2018$.

B. 1 .

C. 2018 .

D. $\frac{2018}{2019}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = \left(\ln \frac{2018x}{x+1}\right)' = \frac{1}{\frac{2018x}{x+1}} \cdot \left(\frac{2018x}{x+1}\right)' = \frac{x+1}{2018x} \cdot \frac{2018}{(x+1)^2} = \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\begin{aligned}\text{Vậy } S &= f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018) \\ &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2018.2019} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} \\ &= 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}.\end{aligned}$$

Câu 121. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2019} |x|, \forall x \neq 0$.

A. $y' = \frac{1}{|x| \ln 2019}$. **B.** $y' = \frac{1}{|x|}$. **C.** $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$. **D.** $y' = x \ln 2019$.

Lời giải

$$y = \log_{2019} |x| = \begin{cases} \log_{2019} x & , khi x > 0 \\ \log_{2019} (-x) & , khi x < 0 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2019} & , khi x > 0 \\ \frac{-1}{(-x) \ln 2019} & , khi x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 2019}.$$

Câu 122. Cho hàm số $f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+2} \right)$. Tổng $f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021)$ bằng

A. $\frac{4035}{2021}$. **B.** $\frac{2021}{2022}$. **C.** $2021..$ **D.** $\frac{2022}{2023}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+2} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$$

Vậy

$$\begin{aligned}f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021) &= \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \\ &= 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}.\end{aligned}$$

Câu 123. Phương trình $f'(x) = 0$ với $f(x) = \ln \left(x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2} \right)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2} > 0.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{4x^3 - 12x^2 + 8x}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta được $x = 1$.

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Câu 124. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019).$$

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2024}{2023}$.

C. $\frac{2022}{2023}$.

D. $\frac{2020}{2023}$.

Lời giải

Chọn C

Với $x \in [0; +\infty)$ ta có $x+1 > 0$ và $x+4 > 0$ nên $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4} = \ln(x+1) - \ln(x+4)$.

$$\text{Từ đó } f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4}.$$

$$\text{Do đó } P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2023}\right) = 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}.$$

Câu 125. Cho hàm số $y = f(x) = (2m-1)e^x + 3$. Giá trị của m để $f'(-\ln 3) = \frac{5}{3}$ là

A. $m = \frac{7}{9}$.

B. $m = \frac{2}{9}$.

C. $m = 3$.

D. $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = (2m-1)e^x.$$

$$\Rightarrow f'(-\ln 3) = (2m-1)e^{-\ln 3} = \frac{2m-1}{e^{\ln 3}} = \frac{2m-1}{3}.$$

$$f'(-\ln 3) = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{2m-1}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 126. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$. B. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$. C. $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$. D. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$.

Lời giải

$$y = \sqrt{1+3x-x^2} \Rightarrow y^2 = 1+3x-x^2$$

$$\Rightarrow 2y \cdot y' = 3-2x \Rightarrow 2 \cdot (y')^2 + 2y \cdot y'' = -2 \Rightarrow (y')^2 + y \cdot y'' = -1$$

Câu 127. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy tìm khẳng định đúng.

A. $y^2 + (y')^2 = 4$.

B. $4y - y'' = 0$.

C. $4y + y'' = 0$.

D. $y = y' \tan 2x$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 2 \cos 2x$ và $y'' = -4 \sin 2x$.

$$4y + y'' = 4 \sin 2x - 4 \sin 2x = 0.$$

Câu 128. Cho hàm $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2 y'' + xy' - 2y + 4 = 0$.

B. $x^2 y'' - xy' - 2xy = 0$.

C. $2x^2 y' + xy'' + 2y - 5 = 0$.

D. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$$

$$y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2\cos(\ln x)$$

$$y'' = -\frac{2}{x}\sin(\ln x)$$

Từ đó kiểm tra thấy đáp án D đúng vì :

$$x^2 y'' - xy' + 2y = y'' = -2x \sin(\ln x) - 2x \cos(\ln x) + 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0.$$

Câu 129. Cho hàm số $f(x) = e^{x-x^2}$. Biết phương trình $f''(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

A. $x_1 x_2 = -\frac{1}{4}$

B. $x_1 x_2 = 1$

C. $x_1 x_2 = \frac{3}{4}$

D. $x_1 x_2 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) = (1-2x)e^{x-x^2}.$$

$$f''(x) = -2e^{x-x^2} + (1-2x)(1-2x)e^{x-x^2} = (-1-4x+4x^2)e^{x-x^2}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow (-1-4x+4x^2)e^{x-x^2} = 0 \Leftrightarrow -1-4x+4x^2 = 0 \text{ khi đó } x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{4}.$$

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>