

BÀI 2. GIỚI HẠN HÀM SỐ

- CHƯƠNG 3. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. Giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn hữu hạn là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \rightarrow x_0$, thì $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow x_0$.

Ví dụ 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$. Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.

Giải

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Giả sử (x_n) là dãy số bất kì, thỏa mãn $x_n \neq -2$ với mọi n và $x_n \rightarrow -2$ khi $n \rightarrow +\infty$. Ta có

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2 - 4}{x_n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x_n - 2)(x_n + 2)}{x_n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - 2) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n - 2 = -2 - 2 = -4.$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$.

Nhận xét: $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ (c là hằng số).

2. Các phép toán về giới hạn hữu hạn của hàm số

Từ các phép toán về giới hạn hữu hạn của dãy số, ta nhận được các kết quả sau đây:

a) Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$. Khi đó:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ (với $M \neq 0$)

b) Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

(Dấu của $f(x)$ được xét trên khoảng tìm giới hạn, $x \neq x_0$.)

Nhận xét:

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} x^k = x_0^k$, k là số nguyên dương;

b) $\lim_{x \rightarrow x_0} [cf(x)] = c \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ($c \in \mathbb{R}$, nếu tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \in \mathbb{R}$).

Ví dụ 2. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 2}{2x + 1}$.

Giải

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 - \lim_{x \rightarrow 1} (4x) + \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 1^2 - 4 \lim_{x \rightarrow 1} x + 2 = 1 - 4 \cdot 1 + 2 = -1$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 2}{2x + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)}{\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 1)} = \frac{3 \lim_{x \rightarrow 2} x - 2}{2 \lim_{x \rightarrow 2} x + 1} = \frac{3 \cdot 2 - 2}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{4}{5}$.

Ví dụ 3: Tìm các giới hạn sau:

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$;
 b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 2 = 2 + 2 = 4. \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} \quad (\text{nhân cả tử và mẫu với } \sqrt{x+1} + 2) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1) - 4}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 3} (x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (x+1)} + 2} = \frac{1}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} x + 1} + 2} = \frac{1}{\sqrt{3+1} + 2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

3. Giới hạn một phía

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$.

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn bên phải là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$ thì $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$.

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn bên trái là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$ thì $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

Chú ý:

a) Ta thừa nhận các kết quả sau:

- $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$;

- Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ thì không tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.

b) Các phép toán về giới hạn hữu hạn của hàm số ở Mục 2 vẫn đúng khi ta thay $x \rightarrow x_0$ bằng $x \rightarrow x_0^+$ hoặc $x \rightarrow x_0^-$.

Ví dụ 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x < 0 \\ 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$

a) Tìm các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

b) Có tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$?

Giải

a) Giả sử (x_n) là dãy số bất kì, $x_n > 0$ và $x_n \rightarrow 0$. Khi đó $f(x_n) = 1$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 = 1$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$.

Giả sử (x_n) là dãy số bất kì, $x_n < 0$ và $x_n \rightarrow 0$. Khi đó $f(x_n) = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} 0 = 0$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$.

b) Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

4. Giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$.

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn hữu hạn là số L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, thì $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow +\infty$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; a)$.

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn hữu hạn là số L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < a$ và $x_n \rightarrow -\infty$, thì $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow -\infty$.

Ví dụ 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Giải

Hàm số xác định trên $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Giả sử (x_n) là dãy số sao cho $x_n > -2$ và $x_n \rightarrow +\infty$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = \frac{2 - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}}{1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x}} = \frac{2-0}{1+0} = 2.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+2} = 2.$$

Chú ý:

a) Với c là hằng số và k là số nguyên dương, ta luôn có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c \text{ và } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^k} = 0.$$

b) Các phép toán trên giới hạn hàm số ở Mục 2 vẫn đúng khi thay $x \rightarrow x_0$ bằng $x \rightarrow +\infty$ hoặc $x \rightarrow -\infty$.

Ví dụ 6. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x}{2x^2+1}$.

Giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x}{2x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{3}{x}}{2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)} = \frac{1 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x}}{2 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}} = \frac{1-0}{2+0} = \frac{1}{2}.$$

5. Giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$.

- Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn bên phải là $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên phải nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, thì $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ hay $f(x) \rightarrow +\infty$ khi $x \rightarrow x_0^+$.

- Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn bên phải là $-\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên phải nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, thì $f(x_n) \rightarrow -\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ hay $f(x) \rightarrow -\infty$ khi $x \rightarrow x_0^+$.

Chú ý:

a) Các giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự như trên.

b) Ta có các giới hạn thường dùng sau:

$$-\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{1}{x-a} = +\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a} = -\infty \quad (a \in \mathbb{R});$$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ với k nguyên dương;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ nếu k là số chẵn;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ nếu k là số lẻ.

c) Các phép toán trên giới hạn hàm số của Mục 2 chỉ áp dụng được khi tất cả các hàm số được xét có giới hạn hữu hạn. Với giới hạn vô cực, ta có một số quy tắc sau đây.

Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = -\infty$) thì $\lim_{x \rightarrow x_0^+} [f(x) \cdot g(x)]$ được tính

theo quy tắc cho bởi bảng sau:

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} [f(x) \cdot g(x)]$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng khi thay x_0^+ thành x_0^- (hoặc $+\infty, -\infty$).

Ví dụ 7. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1-2x}{x-2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 1)$.

Giải

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} (1-2x) = 1-2 \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 1-2 \cdot 2 = -3$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = +\infty$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1-2x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[(1-2x) \cdot \frac{1}{x-2} \right] = -\infty$.

b) Viết $x^2 + 1 = x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)$. Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) = 1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 1 + 0 = 1$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \right] = +\infty$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Giới hạn tại 1 điểm

Câu 1. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - x)$;

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$.

Câu 2. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 5x - 2)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

Câu 3. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 7x + 4)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x-1}$$

Câu 4. (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{khi } x < 1 \\ x & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Tìm các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (nếu có).

Câu 5. Tính giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(3x+1)(2-3x)}{x+1} \quad b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x+x^2+x^3}{1+x}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{5x-1}{2x+7}} \quad e. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x-1}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-2}$$

Câu 6. Tính giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -3} \left| \frac{(x+1)(2-x)}{x-1} \right| \quad b. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2+x-1}}{|x+1|}$$

Câu 7. Tính giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4-16}{x^3+2x^2} \quad b. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4x}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x(x+5)-6}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+2x-15}{x+5} \quad e. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+x^2+\dots+x^n-n}{x-1}$$

Câu 8. Tính giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{4x} \quad b. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}$$

Câu 9. Tính giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{\sqrt{x+2}-2} \quad b. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-\sqrt{3x-2}}{x-1}$$

Câu 10. Tính giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[4]{x+2}-1}{\sqrt[3]{x+2}-1} \quad b. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{x+3}}{x-1}$$

Câu 11. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{3x}$

Dạng 2. Giới hạn của hàm số tại vô cực

Câu 12. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x^2}{x^2+2x}$;
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x+1}$.

Câu 13. (SGK-CTST 11-Tập 1) Một cái hồ đang chứa $200m^3$ nước mặn với nồng độ muối $10kg/m^3$.

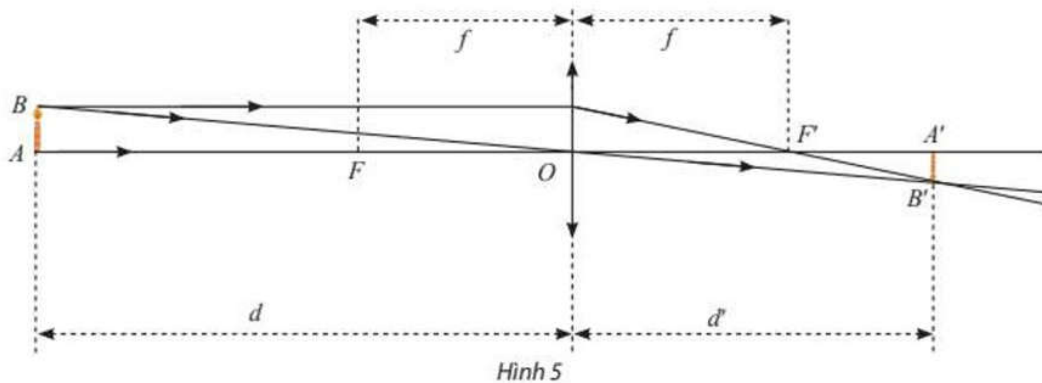
Người ta ngọt hoá nước trong hồ bằng cách bơm nước ngọt vào hồ với tốc độ $2m^3$ / phút.

- a) Viết biểu thức $C(t)$ biểu thị nồng độ muối trong hồ sau t phút kể từ khi bắt đầu bơm.
b) Tìm giới hạn $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$ và giải thích ý nghĩa.

Câu 14. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x}{x-3}$;
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x-1)$.

Câu 15. (SGK-CTST 11-Tập 1) Một thấu kính hội tụ có tiêu cự là $f > 0$ không đổi. Gọi d và d' lần lượt là khoảng cách từ vật thật và ảnh của nó tới quang tâm O của thấu kính (Hình 5).



Ta có công thức: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$ hay $d' = \frac{df}{d-f}$.

Xét hàm số $g(d) = \frac{df}{d-f}$. Tìm các giới hạn sau đây và giải thích ý nghĩa.

a) $\lim_{d \rightarrow f^+} g(d)$;
b) $\lim_{d \rightarrow +\infty} g(d)$.

Câu 16. (SGK-CTST 11-Tập 1) Trong hồ có chứa 6000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút.

- a) Chứng tỏ rằng nồng độ muối của nước trong hồ sau t phút kể từ khi bắt đầu bơm là
$$C(t) = \frac{30t}{400+t} \text{ (gam/lít)}.$$

b) Nồng độ muối trong hồ như thế nào nếu $t \rightarrow +\infty$.

Câu 17. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x^3 + 2x + 5}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 - x + 1}}{5x^2 - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2} + 2}{x\sqrt{x^3} + 1}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2}$

Câu 18. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^3 + 1}{2x^3 + 5}}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x + 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^6 + x^4 + x^2 + 1}}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{2x^2 + 1}}{2x + 3\sqrt{x^2 + 1}}$

Câu 19. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{-2 + 3x - 4x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3x}}{\sqrt{4x^2 + 1} - x + 3}$

Câu 20. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 5}{2x^2 + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^2 + 1}{2 - x}$

Câu 21. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - x + 2} + 2x)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x)$

Câu 22. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + x^2 - x + 1)$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \sqrt{4x^2 + 2x - 1})$

Câu 23. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^2 + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$

Dạng 3. Giới hạn một bên**Câu 24.** (SGK-CTST 11-Tập 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{khi } x \leq -1 \\ x^2 + 2 & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ Tìm các giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ (nếu có).**Câu 25.** (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x + 1}$;

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x^2)$;

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{3 - x}$.

Câu 26. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 + 3x - 2x^2}{x - 3}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x + 1}{x - 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x-2}$

e. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+4}{3-x}$

f. $\lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{3-x} + x)$

Câu 27. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|3-x|}{3-x}$

c. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}$

Câu 28. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 4^-} (4-x) \sqrt{\frac{2x+1}{x^3-64}}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-1) \sqrt{\frac{x^2+1}{x^4+3x+1}}$

Bài toán chứng minh sự tồn tại của giới hạn tại 1 điểm.

Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ thì tổng tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Câu 29. Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \\ -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ tại $x = 1$.

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x} & \text{khi } x \geq 0 \\ \cos x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ tại $x = 0$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2-2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ 4x-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ tại $x = 2$

Câu 30. Tìm m để các hàm số có giới hạn tại:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt[3]{1-x}-1} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1}{2} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ tại $x = 0$

b) $f(x) = \begin{cases} x+m & \text{khi } x < 0 \\ \frac{x^2+100x+3}{x+3} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ tại $x = 0$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ tại $x = 2$

Câu 31. Tìm giá trị của $a; b; c$ để $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}+cx}{x^3-2x^2+x} = -\frac{1}{2}$.

Dạng 4. Một vài quy tắc tính giới hạn vô cực

Câu 32. Tính giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 2x\sqrt{x} - x + 1)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4\sqrt{x} + 2x\sqrt[3]{x} - 2)$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{3x^2 + \frac{2x\sqrt{x}}{5}} - 4$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{\sqrt{x^3-4x+3}}$

$$e. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{x - \sqrt{x}}$$

Câu 33. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{x(x-1)}{(2x+3)^2}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{5x+2}}{(x-4)^2(x+11)}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{x-1}{(x+1)(2x^2-x-3)} \right]$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4} \right)$$

$$e. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+1}{x^2-3x+4}$$

Câu 34. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2+5}{6x^2-3x+2}}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4-16}{x^2+6x+8}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4-27x}{2x^2-3x-9}$$

Câu 35. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3-5x-6}{1-4x^3+x^2}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x^2+8)(2x+1)}{5-4x^3}$$

Câu 36. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x+7}{3-2x}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{2x-1}$$

Câu 37. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^4-x+7}{1+5x^5} \quad b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+3x-6}{2x+3}$$

Câu 38. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}+1}{3x^2+2x+7}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2x^2+8}{5x^2+4}$$

Câu 39. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-5}{4-x} \quad b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+x-2x^3}{3-2x+5x^3}$$

Câu 40. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-3x+5x^2) \quad b. \lim_{x \rightarrow +\infty} (7x^4-4x+2)$$

Câu 41. Tìm giới hạn

$$a. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4+5x}{(-x-2)^2} \quad b. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+4x-5}{x+3}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow +\infty} (1-8x^3-x^2) \quad d. \lim_{x \rightarrow -\infty} (6x^5-x+2)$$

Dạng 5. Giới hạn vô định

Câu 42. (SGK-CTST 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x+3}{2x}$$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3x+1}$;

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$.

Câu 43. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$

b. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

c. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^3 + 1}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 - x - 6}$

e. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$

Câu 44. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$

Câu 45. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{3x}$

b. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x^2+3} - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2}$

d. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x^2+3} - 2}$

Câu 46. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt[3]{8+5x}}{x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{8x+11} - \sqrt{x+7}}{x^2 - 3x + 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$.

Câu 47. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 - x + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2}$

Câu 48. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^6 - x^4 + 1} + \sqrt{x^6 + 1}}{2x - 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + 1}{x^2 + x + 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2} - x}{\sqrt{9x^2 + 1} - x + 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + 4x + 1}{\sqrt{4x^2 + 1} + 2 - x}$

Câu 49. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)\sqrt{x^2 + x\sqrt{x} + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + 2x}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(2x-1)(3x-1)(4x-1)(5x-1)}{(4x+5)^5}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)\sqrt{x^2 + x\sqrt{x} + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + 2x}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\sqrt[3]{x^3 + 1} - x \right)$

Câu 50. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x|^3 - |x| + 1}{4|x^3| + x^2 + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x\sqrt{x^2+3}+1|}{|x^2-1|+x}$

Dạng 6. Giới hạn của hàm lượng giác

Câu 51. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin \frac{x}{2}}$

Câu 52. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x^2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 5x}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \cos x - \cos 2x - \cos 3x}{1 - \cos x}$

Câu 53. Tìm giới hạn

a. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2\cos x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos x}{\sin^2 x}$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)**1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá****Câu 1.** Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. -6.

D. 3.

Câu 2. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. 0.

Câu 3. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$ A. $L = -\infty$.B. $L = 0$.C. $L = +\infty$.D. $L = 1$.**Câu 4.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:A. $+\infty$.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ bằng?

A. 5.

B. 9.

C. 0.

D. 7.

Câu 6. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ bằng?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 7. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ bằng

A. -5.

B. 1.

C. 5.

D. -1.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x+2}$ bằngA. $+\infty$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $-\infty$.

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2020}{2x - 1}$.

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$ D. 2019.

Câu 11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x+1| - 5\sqrt{x^2 - 3}}{2x + 3}$ bằng.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. 3.

Câu 12. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2 + x + 4}$.

- A. $-\frac{1}{6}$. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 13. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$ C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$ D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$

Câu 14. Cho $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1]$.

- A. 5. B. 6. C. 11. D. 9.

Câu 15. Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{2}{\pi}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. 1.

Câu 16. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$. Tính $I - J$.

- A. 6. B. 3. C. -6. D. 0.

Câu 17. Gọi A là giới hạn của hàm số $f(x) = \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{50} - 50}{x - 1}$ khi x tiến đến 1. Tính giá trị của A .

- A. A không tồn tại. B. $A = 1725$. C. $A = 1527$. D. $A = 1275$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là?

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

Câu 20. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 21. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x}$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x + 3)$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$. D. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x-1}{4-x}$.

Câu 22. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 23. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\infty$ D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 24. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$ bằng?

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 25. Tính $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3}$.

A. $-\frac{1}{6}$. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 26. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1}$.

A. 0. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 27. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2a}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 28. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng:

A. $+\infty$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. Kết quả khác.

Câu 29. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 30. Cho $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

A. $+\infty$. B. 1 C. 0. D. $-\infty$

Câu 31. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 1. D. 0

Câu 32. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-2x}{x-1}$.

- A. $-\infty$. B. -2 . C. 0 . D. $+\infty$.

Câu 33. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x-1}$.

- A. 0 . B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1 .

Câu 34. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-x+1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-x+1} + x - 2) = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

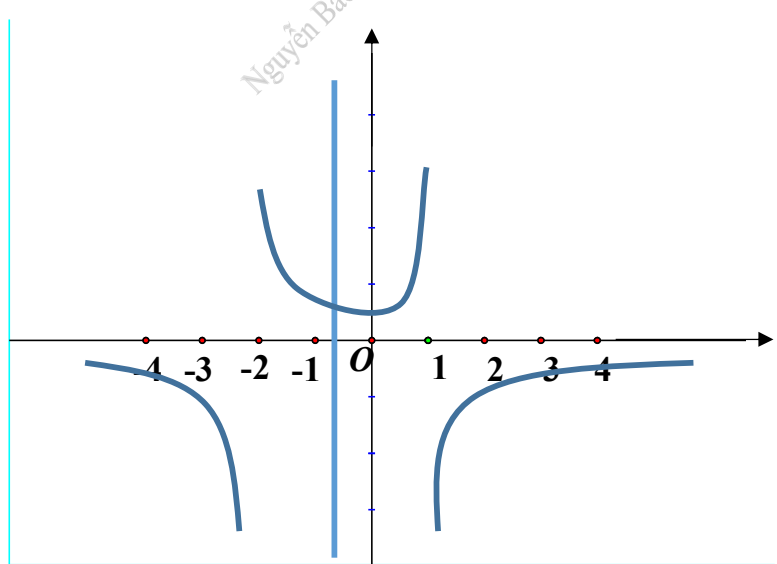
Câu 35. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1}$

- A. $+\infty$. B. 2 . C. $-\infty$. D. -2 .

Câu 36. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$.

- A. $-\infty$. B. 2 . C. $+\infty$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; +\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x = -2$ và $x = 1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.



- A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.

Câu 38. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ bằng

- A. 0 . B. -4 . C. -3 . D. 1 .

Câu 39. Tính giới hạn bên phải của hàm số $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$ khi $x \rightarrow 2$.

- A. $-\infty$. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $-\infty$.
- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
- A. $\frac{1}{8}$. B. $+\infty$. C. 0. D. $-\frac{1}{8}$.
- Câu 41.** Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng:
- A. $-\infty$. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.
- Câu 42.** Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.
- C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.
- Câu 43.** Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$.
- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -4.
- Câu 44.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$
- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2. D. 0.
- Câu 45.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$ bằng
- A. $-\infty$. B. 3. C. -3. D. $+\infty$.
- Câu 46.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{4x+2}$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{-1}{4}$. D. $\frac{-1}{2}$.
- Câu 47.** Cho bảng biến thiên hàm số: $y = \frac{3-x}{x-2}$, phát biểu nào sau đây là đúng:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		-	-
y	a	$+\infty$	b

- A. a là $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. B. b là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$. C. b là $\lim_{x \rightarrow 1^+} y$. D. a là $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$.
- Câu 48.** (SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng:
- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 49. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 50. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Câu 51. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 52. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

Câu 53. Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

- A. $L = -2$. B. $L = -1$. C. $L = -\frac{1}{2}$. D. $L = 2$.

Câu 54. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

- A. -2. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. 2.

Câu 55. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2018x + 3}{2x^2 + 2018x}$ được.

- A. 2018. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2018}$.

Câu 56. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1. C. 2. D. -3.

Câu 57. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{2x+1}$.

- A. $I = -2$. B. $I = -\frac{3}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 58. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2+1}$ bằng.

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 59. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 60. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Câu 61. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -1. D. -4.

Câu 62. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{6x-2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Câu 63. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{4x+3}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 3. D. 1.

Câu 64. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x+1}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 65. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x^2+2}$ bằng

- A. -2. B. $-\frac{3}{2}$. C. 1. D. 0.

Câu 66. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2}$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. -3. C. -1. D. 1.

Câu 67. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x+5}{2-3x^2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 68. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 5. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 69. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng.

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1. C. 2. D. -3.

Câu 70. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{-x+3}$ bằng

- A. $-\frac{5}{3}$. B. -1. C. 3. D. -2.

- Câu 71.** Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x}$
- A. $L = 3$. B. $L = -\frac{1}{2}$. C. $L = -\frac{3}{2}$. D. $L = \frac{3}{2}$.
- Câu 72.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2+2x+3}{x^2+1}$.
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 73.** Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{1-3x}$:
- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. 2.
- Câu 74.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x}{x^2-1}$ bằng
- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.
- Câu 75.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 1}{x}$ bằng
- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. 0.
- Câu 76.** Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-12x+35}{25-5x}$.
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.
- Câu 77.** Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ bằng
- A. 0. B. 4. C. -4. D. 2.
- Câu 78.** Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$ bằng:
- A. 3. B. 6. C. $+\infty$. D. -3.
- Câu 79.** Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x-2}$.
- A. $I = -1$. B. $I = 0$. C. $I = 1$. D. $I = 5$.
- Câu 80.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$
- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.
- Câu 81.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ bằng
- A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. 0.
- Câu 82.** Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x-4}{x-1}$.
- A. $L = -5$. B. $L = 0$. C. $L = -3$. D. $L = 5$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 83. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^3-8} & \text{khi } x > 2 \\ x + \frac{m^2}{2} - 2m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số có giới

hạn tại $x = 2$.

- A. $m = 3$ hoặc $m = -2$. B. $m = 1$ hoặc $m = 3$.
C. $m = 0$ hoặc $m = 1$. D. $m = 2$ hoặc $m = 1$.

Câu 84. Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4}, x < -2 \\ x + 1, x \geq -2 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới

-2 . Tính $3a - b$?

- A. 8. B. 4. C. 24. D. 12.

Câu 85. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 2$.

- A. -1 . B. -2 . C. 2 . D. 1 .

Câu 86. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có

giới hạn tại $x = 0$.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 87. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1}$ có kết quả là

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 88. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$ bằng

- A. -2 . B. $\frac{1}{2}$. C. -3 . D. $\frac{3}{2}$.

Câu 89. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+2)}{x^2 + 9}$ bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. 1 . C. -1 . D. $-\frac{1}{9}$.

Câu 90. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. 1 . D. 0 .

Câu 91. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x)$?

- A. $+\infty$. B. -1 . C. $-\infty$. D. 0 .

Câu 92. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1}$.

- A. $-\frac{1}{4}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 93. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. $-\infty$. D. 2.

Câu 94. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3x}{\sqrt{2x^2 + 3}}$.

- A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 95. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$ bằng?

- A. a. B. b. C. c. D. $\frac{a+b}{c}$.

Câu 96. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - 2}{x - 2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. -1

Câu 97. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3}$ bằng

- A. $-\infty$. B. -1. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 98. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3}$ là.

- A. $-\infty$.
B. -1.
C. $+\infty$.
D. 1

Câu 99. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^4 + x^2 + 2}{(x^3 + 1)(3x - 1)}}$ có kết quả là

- A. $-\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 100. Cho hàm số $f(x) = \frac{(4x + 1)^3 (2x + 1)^4}{(3 + 2x)^7}$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- A. 2. B. 8. C. 4. D. 0.

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = -4$.

- A. $m = -4$. B. $m = -8$. C. $m = 2$. D. $m = -3$.

Câu 102. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. -4 . B. 4 . C. 7 . D. -7 .

Câu 103. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2018}}{x + 1}$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. $-\infty$. D. -2018 .

Câu 104. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 3x + 5}}{2x - 7} = 2$. Khi đó

- A. $-1 \leq a \leq 2$. B. $a < -1$. C. $a \geq 5$. D. $2 < a < 5$.

Câu 105. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)$?

- A. 0 . B. Giới hạn không tồn tại. C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 106. Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x + 1)^{2019}}$

- A. 0 . B. $\frac{1}{2^{2018}}$. C. $\frac{1}{2^{2019}}$. D. $\frac{1}{2^{2017}}$.

Câu 107. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

- A. -2 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Câu 108. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.

- A. 6 . B. 7 . C. 8 . D. 5 .

Câu 109. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. -1 . C. $+\infty$. D. 1 .

Câu 110. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$?

- A. 0 . B. $-\infty$. C. -1 . D. 1 .

Câu 111. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = 1$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = -\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = 0$.

Câu 112. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

- A. $K = 0$. B. $K = 1$. C. $K = -2$. D. $K = 4$.

Câu 113. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + 1}}{x^{2018} - 1}$.

- A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 114. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-x^2}{x}$

- A. 0. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 115. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x+1}$ bằng

- A. -2. B. 2. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 116. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 117. Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì

- A. $\frac{a-1}{b} = 3$. B. $\frac{a+1}{b} = 3$. C. $\frac{-a-1}{b} = 3$. D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.

Câu 118. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

- A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = -\frac{1}{2}$.

Câu 119. Để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \frac{1}{2}$. Giá trị của m thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $[3; 6]$. B. $[-3; 0]$. C. $[-6; -3]$. D. $[1; 3]$.

Câu 120. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = +\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$ là.

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 121. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2}$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 122. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2 + 1} - 2}$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. 0.

Câu 123. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 124. Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

- A. $A = -\infty$. B. $A = 0$. C. $A = 3$. D. $A = +\infty$.

Câu 125. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 20$. B. $S = 17$. C. $S = 10$. D. $S = 25$.

Câu 126. Tính $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$.

- A. 2^{2019} .
B. 2^{2018} .
C. 2.
D. $+\infty$.

Câu 127. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a^2 - b^2$.

- A. 4037. B. 4035. C. -4035. D. 4033.

Câu 128. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$ là

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 129. Tìm $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3}$.

- A. $\frac{2a^2}{a^2 + 3}$. B. $\frac{2a^2 - 1}{3a^2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{2a^2 - 1}{3}$.

Câu 130. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3}$.

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $+\infty$.

Câu 131. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a + b$.

- A. 5. B. 10. C. 3. D. 4.

Câu 132. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$. ($b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = b + c$.

- A. $P = -13$. B. $P = -11$. C. $P = 5$. D. $P = -12$.

Câu 133. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2 + 1}{3x^2 + 8x + 5}$.

- A. $L = -\frac{3}{2}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = -\infty$. D. $L = 0$.

Câu 134. Cặp (a, b) thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ là

- A. $a = -3, b = 0$. B. $a = 3, b = 0$.
C. $a = 0, b = -9$. D. không tồn tại cặp (a, b) thỏa mãn như vậy.

Câu 135. Cho a, b là số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

- A. 18. B. 1. C. 15. D. 5.

Câu 136. Hãy xác định xem kết quả nào sai

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x} = 2$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-4} = 1$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = -1$. D. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20} = \frac{9}{8}$.

Câu 137. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1 - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- A. $\frac{83}{49}$. B. $\frac{105}{49}$. C. $\frac{15}{49}$. D. $\frac{83}{98}$.

Câu 138. Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + a - 1}{x - 1} = 2$. Tính $M = a^2 + 2a$.

- A. $M = 3$. B. $M = 1$. C. $M = -1$. D. $M = 8$.

Câu 139. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$.

- A. $L = 1$. B. $L = -1$. C. $L = 0$. D. $L = \frac{\pi}{2}$.

Câu 140. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tổng $S = a^2 + b^2$ bằng

- A. $S = 13$. B. $S = 9$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Câu 141. Số nào trong các số sau là bằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x - 3}$?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$. D. $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 142. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{13}{12}$. C. $+\infty$. D. $\frac{10}{11}$.

Câu 143. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2 + 16} - 4} = \frac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Ta có tổng $a + 2b$

bằng :

- A. 13. B. 3. C. 14. D. 8.

Câu 144. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2}{x}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 145. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17}$.

- A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 146. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2}$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 147. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{x^2}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. -1. D. 0.

Câu 148. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - b$ là

- A. 1. B. -1. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 149. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$ là

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 150. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$.

- A. -5. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 151. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} = \frac{a}{b^2}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $\sqrt{a} + b + 2018$.

- A. 2021. B. 2023. C. 2024. D. 2022.

Câu 152. Cho a, b là hai số nguyên thỏa mãn $2a - 5b = -8$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 4$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $|a| \leq 5$. B. $a - b > 1$. C. $a^2 + b^2 > 50$. D. $a + b > 9$.

Câu 153. Cho $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 2018}{x - 4} = 2019$. Tính $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1009[f(x) - 2018]}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{2019f(x) + 2019} + 2019)}$.

- A. 2019 B. 2020 C. 2021 D. 2018

Câu 154. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a - b$ là

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{9}{8}$. C. 1. D. -1.

Câu 155. Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+1-bx}-2}{x^3-3x+2} (a, b \in \mathbb{R})$ có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức

$a^2 + b^2$ bằng?

- A. $6+5\sqrt{3}$. B. $\frac{45}{16}$ C. $\frac{9}{4}$. D. $87-48\sqrt{3}$

Câu 156. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T = 2a - b$ là

- A. $\frac{1}{9}$. B. -1 . C. 10 . D. $\frac{9}{8}$.

Câu 157. Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x-8}{\sqrt{2x+5}-1}$.

- A. -3 . B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. -6 . D. 8 .

Câu 158. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$. Tính giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$

- A. $\frac{5}{24}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 159. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 160. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

- A. $K = -\frac{2}{3}$. B. $K = \frac{2}{3}$. C. $K = \frac{4}{3}$. D. $K = 0$.

Câu 161. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0 . D. 1 .

Câu 162. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$.

- A. $L = -6$. B. $L = -4$. C. $L = 2$. D. $L = -2$.

Câu 163. Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

- A. 7 . B. 10 . C. 5 . D. 6 .

Câu 164. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 13$.

B. $P = 0$.

C. $P = 5$.

D. $P = 40$.

Câu 165. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$.

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 0.

Câu 166. Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c$ bằng:

A. 5.

B. 37.

C. 13.

D. 51.

Câu 167. Giá trị của $I = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 168. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x + 3}}{x^2 - 1}$?

A. $I = \frac{7}{8}$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = \frac{3}{8}$.

D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 169. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 170. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$

A. $T = \frac{12}{25}$.

B. $T = \frac{4}{25}$.

C. $T = \frac{4}{15}$.

D. $T = \frac{6}{25}$.

Câu 171. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x + 1} - 4}{3 - \sqrt{x + 4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{9}{4}$.

B. -3.

C. -18.

D. $-\frac{3}{8}$.

Câu 172. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)}$

A. 24.

B. $I = +\infty$.

C. $I = 2$.

D. $I = 0$.

Câu 173. Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}\sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

A. $L = 43$.

B. $L = 23$.

C. $L = 13$.

D. $L = 53$.

Câu 174. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 175. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1}-x)$.

Câu 176. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+ax+3x}) = -2$. Tính giá trị của a .

A. -6. B. 12. C. 6. D. -12

Câu 177. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-x})$. Ta được M bằng

A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 178. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}) = a\sqrt{5}+b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a+b$.

A. $S = -5$. B. $S = -1$. C. $S = 1$. D. $S = 5$.

Câu 179. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+2x})$

A. 2. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 180. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+2}+x+2)$.

A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $-\infty$. D. -2.

Câu 181. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x-\sqrt{9x^2-1})$ bằng:

A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. -1.

Câu 182. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+ax+1}+bx) = -1$. Tính giá của biểu thức $P = a^2-2b^3$.

A. $P = 32$. B. $P = 0$. C. $P = 16$. D. $P = 8$.

Câu 183. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+8x+1}+2x)$ bằng

A. $-\infty$. B. 0. C. -2. D. $+\infty$

Câu 184. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1-\sqrt[3]{x^3+2})$.

A. -1. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 185. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2-3x+1}+x\sqrt{2}) = \frac{a}{b}\sqrt{2}$, ($a; b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là

A. 1. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 186. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{36x^2+5ax+1}-6x+b) = \frac{20}{3}$ và đường thẳng $\Delta: y = ax+6b$ đi qua điểm

$M(3;42)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a^2+b^2$ là:

A. 104. B. 100. C. 41. D. 169.

Câu 187. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+ax+5}+x) = 5$. Khi đó giá trị a là

A. 10. B. -6. C. 6. D. -10.

Câu 188. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+4x+1}+x)$.

A. $I = -2$.

B. $I = -4$.

C. $I = 1$.

D. $I = -1$.

Câu 189. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$.

A. -4 .

B. -2 .

C. 4 .

D. 2 .

Câu 190. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ bằng

A. 0 .

B. 2 .

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 191. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$ bằng:

A. 3 .

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. -3 .

Câu 192. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2 - 11x + 10 = 0$.

B. $x^2 - 5x + 6 = 0$.

C. $x^2 - 8x + 15 = 0$.

D. $x^2 + 9x - 10 = 0$.

Câu 193. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính $a - 4b$ ta được

A. 3 .

B. 5 .

C. -1 .

D. 2 .

Câu 194. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 5x + 4} - \sqrt{x^2 + 5x - 2})$ bằng

A. 3 .

B. 1 .

C. 0 .

D. $+\infty$.

Câu 195. Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} + x)$.

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} (\sqrt{x^2 + 1} + x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

Câu 196. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2 + 1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.

A. $P = 3$.

B. $P = -1$.

C. $P = 2$.

D. $P = 1$.

Câu 197. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

A. -4 .

B. -2 .

C. 4 .

D. 2 .

Câu 198. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 2})$.

A. $I = 1/2$.

B. $I = 46/31$.

C. $I = 17/11$.

D. $I = 3/2$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

🔗 Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương