BÀI 2. ĐƯỜNG THẮNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẮNG

- CHƯƠNG 8. QUAN HỆ VUÔNG GÓC
- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình - khá

- **Câu 1.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P), trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.
 - **A.** Nếu b // a thì b // (P).

B. Nếu b // a thì $b \perp (P)$.

C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

D. Nếu b // (P) thì $b \perp a$.

Lời giải

Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 2. Qua điểm O cho trước, có bao nhiều mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. Vô số.

- **B.** 2.
- **C.** 3.

D. 1.

Lời giải

Theo tính chất 1 SGK Hình học 11 trang 100.

- Câu 3. Khẳng định nào sau đây sai?
 - **A.** Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì d vuông góc với hai đường thẳng trong mặt phẳng (α) .
 - **B.** Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với mặt phẳng (α) .
 - C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với bất kỳ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) .
 - **D.** Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a //(\alpha)$ thì $d \perp a$.

Lời giải

Khẳng định B sai vì: đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) mà hai đường thẳng đó song song thì d không vuông góc với mặt phẳng (α) .

- Câu 4. Trong không gian, khẳng định nào sau đây sai?
 - **A.** Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
 - **B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 - C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 - **D.** Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

- Câu 5. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau đây?
 - **A.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Q).

- **B.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P)thì đường thẳng a song song với đường thẳng b.
- C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P)thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b.
- D. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Lời giải

Phát biểu D đúng theo định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

- Chon mênh đề đúng trong các mênh đề sau đây: Câu 6.
 - A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
 - **B.** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.
 - C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
 - **D.** Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

Lời giải

Hiển nhiên **B** đúng.

Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước. Do đó, A sai. Nếu hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau và cắt nhau thì mặt phẳng chứa cả a và b không thể vuông góc với b. Do đó, C sai.

Qua một đường thẳng có vô số mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác. Do đó, **D** sai.

- Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng (P). Chọn khẳng định đúng? Câu 7.
 - **A.** Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
- **B.** Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
 - C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

 D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải

Chon B

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O, SA = SC, SB = SD. Trong các khẳng Câu 8. đinh sau khẳng đinh nào đúng?

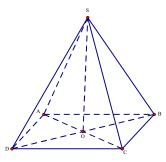
A. $SA \perp (ABCD)$.

B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $SC \perp (ABCD)$. **D.** $SB \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chon B



Ta có O là trung điểm của AC,BD

Mà $SA = SC, SB = SD \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD$

$$\Rightarrow$$
 SO \perp (ABCD).

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABCD). Câu 9.

Khẳng định nào sau đây sai?

A.
$$CD \perp (SBC)$$
.

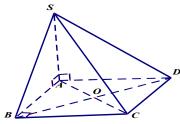
B.
$$SA \perp (ABC)$$
.

C.
$$BC \perp (SAB)$$
.

D.
$$BD \perp (SAC)$$
.

Lời giải

Chon A



Từ giả thiết, ta có : $SA \perp (ABC) \Rightarrow B$ đúng.

Ta có :
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow C \text{ d'ung.}$$
Ta có:
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow D \text{ d'ung.}$$

Ta có:
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow D \text{ dúng}$$

Do đó: A sai. Chọn A.

Nhận xét: Ta có cũng có thể giải như sau:

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

Mà (SCD) và (SAD) không song song hay

Trùng nhau nên $CD \perp (SCD)$ là sai. Chọn

A.

Câu 10. Cho tứ diện ABCD có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

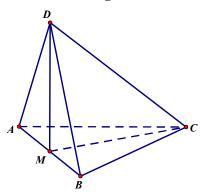
A.
$$CM \perp (ABD)$$
.

B.
$$AB \perp (MCD)$$
.

C.
$$AB \perp (BCD)$$

C.
$$AB \perp (BCD)$$
. **D.** $DM \perp (ABC)$.

Lời giải

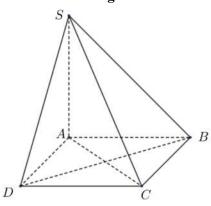


$$\frac{CM \perp AB}{DM \perp AB} \Longrightarrow AB \perp (CDM).$$

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau **Câu 11.** đây sai?

- **A.** $BC \perp (SAB)$.
- **B.** $AC \perp (SBD)$.
- **C.** $BD \perp (SAC)$.
- **D.** $CD \perp (SAD)$.

Lời giải



Ta có:

$$+ \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$+ \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

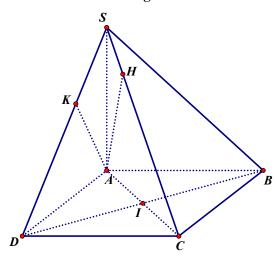
$$+ \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Suy ra: đáp án B sai.

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD, Khẳng định nào sau đây đúng?

- **A.** $AH \perp (SCD)$.
- **B.** $BD \perp (SAC)$.
- C. $AK \perp (SCD)$.
- **D.** $BC \perp (SAC)$.

Lời giải



$$C\acute{o}\left(\frac{CD \perp SA}{CD \perp AD} \right) \Rightarrow CD \perp \left(SAD \right) \Rightarrow CD \perp AK .$$

$$\mathsf{C\acute{o}}\left. \begin{array}{l} \mathit{AK} \perp \mathit{SD} \\ \mathit{AK} \perp \mathit{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathit{AK} \perp \left(\mathit{SCD} \right).$$

Câu 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AM \perp SD$.

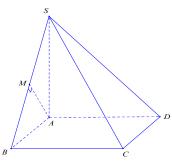
B. $AM \perp (SCD)$.

C. $AM \perp CD$.

D. $AM \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn D



Do $SA \perp (ABCD)$ và ABCD là hình vuông nên $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AM \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow AM \perp BC \; ; \; \begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC)$$

Câu 14. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông, *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $BA \perp (SAD)$.

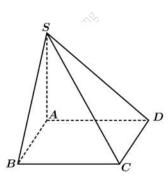
B. $BA \perp (SAC)$.

C. $BA \perp (SBC)$.

D. $BA \perp (SCD)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

 $BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD))$

 $BA \perp AD$ (do ABCD là hình vuông)

 $\Rightarrow BA \perp (SAD)$.

Câu 15. Cho tứ diện MNPQ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q. Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng

A. 45° .

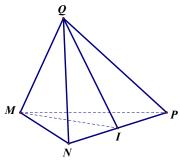
B. 30°.

C. 60° .

D. 90°.

Lời giải

Chọn D

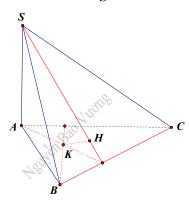


Gọi I là trung điểm cảu NP , ta có: $\begin{cases} NP \perp MI \\ NP \perp QI \end{cases} o NP \perp \left(QIM\right) o NP \perp QM$.

Câu 16. Cho hình chóp SABC có $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBCvà ABC. Mệnh đề nào sai trong các mệnh đề sau?

- **A.** $BC \perp (SAH)$.
- **B.** $HK \perp (SBC)$.
- C. $BC \perp (SAB)$.
- **D.** SH, AK và BC đồng quy.

Lời giải



Cách 1:

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \text{ nên A đúng suy ra C sai vì mặt phẳng } (SAH) \text{ và mặt phẳng}$

(SAB) là hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với BC suy ra (SAH)//(SAB). Điều này không thể vì hai mặt phẳng này có SA chung.

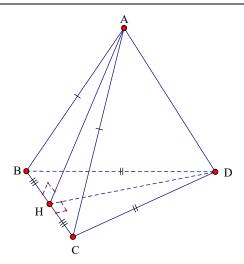
Cách 2:

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BA$ nên tam giác ABC vuông tại B, điều này giả thiết không cho suy ra C sai.

Câu 17. Cho tứ diện ABCD có AB = AC = 2, DB = DC = 3. Khẳng định nào sau đây đúng?

- **A.** $BC \perp AD$.
- **B.** $AC \perp BD$.
- C. $AB \perp (BCD)$. D. $DC \perp (ABC)$.

Lời giải



Theo đề bài ta có: $\triangle ABC$, $\triangle DBC$ lần lượt cân tại A, D. Gọi H là trung điểm của BC.

$$\Rightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ DH \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AD \subset (ADH) \\ BC \perp (ADH) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD.$$

Câu 18. Cho hình chóp S.ABC đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và SB. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

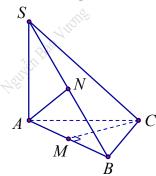
A.
$$CM \perp SB$$
.

B.
$$CM \perp AN$$
.

C.
$$MN \perp MC$$
.

D.
$$AN \perp BC$$
.





Ta có
$$\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB \\ SA, AB \subset (SAB) \end{cases}$$

Mà
$$AN \subset (SAB) \Rightarrow CM \perp AN$$

Mặt khác
$$\begin{cases} MN \parallel SA \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow MN \perp (ABC)$$

$$\operatorname{Vi} \begin{cases} MN \subset (SAB) \\ CM \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow MN \perp CM.$$

Câu 19. Cho tứ diện đều ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

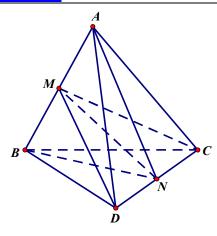
A.
$$MN \perp AB$$
.

B.
$$MN \perp BD$$
.

C.
$$MN \perp CD$$
.

D.
$$AB \perp CD$$
.

Lời giải



- $\triangle NAB$ cân tại N nên $MN \perp AB$.
- ΔMCD cân tại M nên $MN \perp CD$.
- $CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp AB$.
- Giả sử MN ⊥ BD

mà $MN \perp AB$. Suy ra $MN \perp (ABD)$ (Vô lí vì ABCD là tứ diện đều)

Vậy phương án B sai.

Câu 20. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh bằng 2, cạnh bên SA bằng 3 và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh bên SB và N là hình chiếu vuông góc của A trên SO. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.
$$AC \perp (SDO)$$
.

B.
$$AM \perp (SDO)$$

B.
$$AM \perp (SDO)$$
. **C.** $SA \perp (SDO)$. **D.** $AN \perp (SDO)$.

D.
$$AN \perp (SDO)$$
.

Lời giải M0

Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \supset AN \Rightarrow AN \perp BC.$$

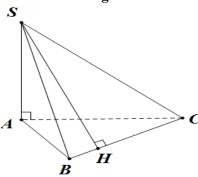
Theo giả thiết: $AN \perp SO$.

Vậy $AD \perp (SDO)$.

Câu 21. Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC. Hãy chọn khẳng đinh đúng.

- **A.** $BC \perp SC$.
- **B.** $BC \perp AH$.
- **C.** $BC \perp AB$.
- **D.** $BC \perp AC$.

Lời giải

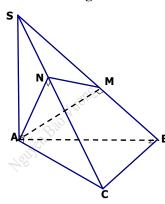


Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH \ .$$

Câu 22. Cho tứ diện S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC. Khẳng định nào sau đây sai?

- **A.** $AM \perp SC$.
- **B.** $AM \perp MN$.
- **C.** $AN \perp SB$.
- **D.** $SA \perp BC$.

Lời giải



Ta có: $\mathit{SA} \perp (\mathit{ABC}) \Rightarrow \mathit{SA} \perp \mathit{BC} \ \text{mà} \ \mathit{BC} \perp \mathit{AB} \Rightarrow \mathit{BC} \perp (\mathit{SAB}), \ \mathit{AM} \subset (\mathit{SAB}) \Rightarrow \mathit{BC} \perp \mathit{AM}$.

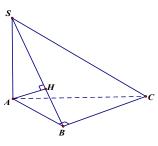
Vậy
$$\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC \Rightarrow \text{Đáp án } AM \perp SC \text{ đúng.}$$

$$\operatorname{Vi} \left\{ \begin{matrix} AM \perp \left(SBC \right) \\ MN \subset \left(SBC \right) \end{matrix} \right. \Rightarrow AM \perp MN \ \Rightarrow \operatorname{Dáp} \text{ án } AM \perp MN \text{ dúng.} \right.$$

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow \text{Dáp án } SA \perp BC \text{ dúng.}$$

Vậy $AN \perp SB$ sai.

Câu 23. Cho hình chóp S.ABC tam giác ABC vuông tại B cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Gọi H là hình chiếu của A trên SB. Mệnh đề nào sau đây SAI?



A. Các mặt bên của hình chóp các tam giác vuông

Blog: Nguyễn Bảo Vương: https://www.nbv.edu.vn/

- **B.** ΔSBC vuông.
- **C.** $AH \perp SC$
- **D.** Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc \widehat{SCB}

Lời giải

Chon D

Ta có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC).

Nên hình chiếu của SC trên mặt phẳng đáy (ABC) là AC

Vậy góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc \widehat{SCA}

Câu 24. Cho hình chóp S.ABC có SA = SB = SC và tam giác ABC vuông tại C. Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

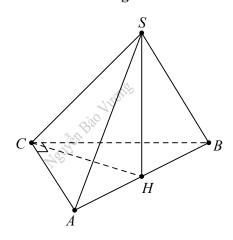
A. H là trung điểm của cạnh AB.

B. H là trọng tâm tam giác ABC.

 \mathbf{C} . H là trực tâm tam giác ABC.

 ${\bf D.}~H$ là trung điểm của cạnh AC.

Lời giải



Do SA = SB = SC nên hình chiếu vuông góc của điểm S trên (ABC) trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Mặt khác tam giác ABC vuông tại C nên H là trung điểm của AB.

Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá – giỏi

Câu 25. Cho hình chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$ và đáy ABCD là hình vuông tâm O; Gọi I là trung điểm của SC; Xét các khẳng định sau:

- 1. $OI \perp (ABCD)$.
- 2. $BD \perp SC$.
- 3. (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD.
- 4. SB = SC = SD.

Trong bốn khẳng định trên, số khẳng định sai là

A. 1.

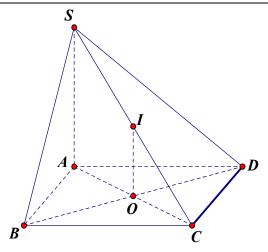
B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chon A



Xét khẳng định 1, Ta có: OI là đường trung bình trong tam giác SAC nên OI / /SA, mà $SA \perp (ABCD)$ suy ra $OI \perp (ABCD)$. Khẳng định 1 đúng.

Xét khẳng định 2, Ta có:
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC \text{ . Khẳng định 2 đúng.}$$

Xét khẳng định 3, Ta có:
$$\begin{cases} BD \cap (SAC) = O \\ BD \perp (SAC) \end{cases}, O \text{ là trung điểm của } BD \text{. Khẳng định 3 đúng.}$$

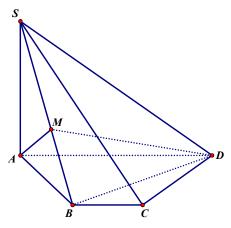
Xét khẳng định 4, Ta có:
$$\begin{cases} SB^2 = SA^2 + AB^2 \\ SC^2 = SA^2 + AC^2 \\ SD^2 = SA^2 + AD^2 \\ \Rightarrow SB = SD \neq SC \text{ . Khẳng định 4 sai.} \\ AB \neq AC \end{cases}$$

Vậy trong các khẳng định trên số khẳng định sai là 1.

Câu 26. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều với cạnh a. Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. M là một điểm khác B và ở trên SB sao cho AM vuông góc với MD. Khi đó, tỉ số $\frac{SM}{SB}$ bằng

A.
$$\frac{3}{4}$$
. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$. **Lòi giải**

Chon A



Áp dụng tính chất nửa lục giác đều, ta có $\mathit{BD} \perp \mathit{AB}$.

Mặt khác, $BD \perp SA$. Suy ra $BD \perp (SAB)$, ta được $BD \perp AM$.

Kết hợp $AM \perp MD$, ta được $AM \perp (SBD)$. Suy ra $AM \perp SB$.

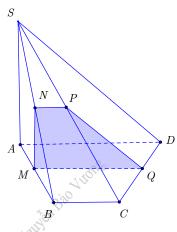
Khi đó
$$\frac{SM}{SB} = \frac{SM.SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3a^2}{4a^2} = \frac{3}{4}$$
.

O trên mặt phẳng (ABC).

 $AH \perp BC$ nên H là trực tâm của tam giác ABC.

Câu 27. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A,B. SA vuông góc với đáy, M là một điểm trên canh AB. Goi (P) là mặt phẳng qua M và song song với SA, AD. Thiết diên của hình chóp với mặt phẳng (P) là

- A. Hình bình hành.
- **B.** Hình vuông.
- C. Hình thang vuông. D. Hình chữ nhật.
- Lời giải



Do (P) // SA và $M \in (SAB) \cap (P)$ nên $(P) \cap (SAB) = MN$ (với $N \in SB$; MN // SA).

Do (P) // AD và $M \in (ABCD) \cap (P)$ nên $(P) \cap (ABCD) = MQ$ (với $Q \in BC; MQ$ // AD).

Do (P) // AD và $N \in (SBC) \cap (P)$ nên $(P) \cap (SBC) = NP$ (với $P \in SC$; NP // AD // BC).

Vậy thiết diện là hình thang vuông MNPQ.

Câu 28. Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, AA' = 3a. Mặt phẳng qua A vuông góc với A'C cắt các cạnh BB', CC', DD' lần lượt tại I, J, K. Tính diện tích thiết diện AIJK

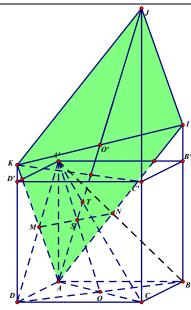
A.
$$\frac{2a^2\sqrt{11}}{3}$$
. **B.** $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $\frac{3a^2\sqrt{11}}{2}$.

B.
$$\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$$
.

C.
$$\frac{a^2\sqrt{11}}{3}$$
.

D.
$$\frac{3a^2\sqrt{11}}{2}$$

Lời giải



Dung $AM \perp A'D$ ta có $AM \perp (A'DC) \Rightarrow AM \perp A'C$,

Turong tự, dựng $AN \perp A'B$ ta có $AN \perp (A'BC) \Rightarrow AN \perp A'C$.

Vậy mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là mặt phẳng (AMN).

Kéo dài $AM \cap DD' = \{K\}, AN \cap BB' = \{I\}, \text{ và } AS \cap CC' = \{J\} \text{ với } \{S\} = MN \cap A'C$.

Thiết diên AIJK là thiết diên cần tìm.

Dễ thấy ABCD là hình chiếu vuông góc của ALJK lên mặt phẳng (ABCD).

Ta có
$$S_{ABCD} = S_{AJJK}.\cos((ABCD),(AIJK))$$
.

Dễ thấy góc giữa hai mặt (AIJK) và (ABCD) là góc giữa hai đường A'A & A'C và là góc $\widehat{AA'C}$.

Xét tam giác vuông $A'AC(\hat{A}=1v)$ có $\cos \widehat{AA'C} = \frac{A'A}{A'C} = \frac{3a}{a\sqrt{11}} = \frac{3}{\sqrt{11}}$.

$$\text{Vậy } S_{AIJK} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \left(\left(ABCD \right), \left(AIJK \right) \right)} \implies S_{AIJK} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{3} \, .$$

Câu 29. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2a, các mặt bên là các tam giác vuông cân tại S. Gọi G là trọng tâm của ΔABC , (α) là mặt phẳng qua G vuông góc với SC. Diện tích thiết diện của hình chóp S.ABC khi cắt bởi mặt phẳng (α) bằng

A.
$$\frac{4}{9}a^2$$
.

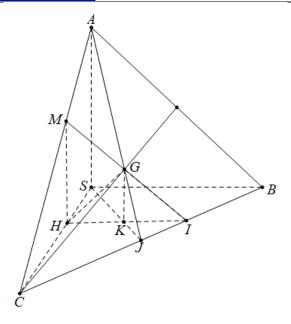
B.
$$\frac{2}{3}a^2$$

B.
$$\frac{2}{3}a^2$$
. **C.** $\frac{4}{3}a^2$.

D.
$$\frac{2}{9}a^2$$
.

Lời giải

Chon A



Xét $\triangle SBC$ vuông cân tại S, BC = 2a ta có:

$$SB^2 + SC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2SB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow SB^2 = 2a^2 \Rightarrow SB = a\sqrt{2} = SA = SC$$
.

Gọi J là trung điểm của BC, trong (SJA) kẻ GK//SA cắt SJ tại K.

Trong (SBC) kẻ đường thẳng qua K song song với SB cắt SC và CB lần lượt tại H và I.

Trong (SAC) kẻ HM//SA cắt SC tại M.

Do các mặt bên của hình chóp S.ABC là các tam giác vuông tại S nên ta có:

$$\begin{cases} SA \perp SC \\ SA \perp SB \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \text{ mà } GK / / SA \Rightarrow GK \perp (SBC) \Rightarrow GK \perp SC (1).$$

Do
$$\begin{cases} SB \perp SC \\ IH //SB \end{cases} \Rightarrow IH \perp SC (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (HMI)$. Vậy thiết diện là ΔHMI .

Ta có: KG//SA; KJ//SB và do G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $\frac{JG}{JA} = \frac{JK}{JS} = \frac{JI}{JB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{CI}{CB} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác: HI //SB; HM //SA nên ta có:

$$\frac{2}{3} = \frac{CI}{CB} = \frac{HI}{SB} \Rightarrow HI = \frac{2}{3}SB = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CI}{CB} = \frac{CH}{CS} = \frac{HM}{SA} \Rightarrow HM = \frac{2}{3}SA = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Do $SB \perp ((SAC); HI / /SB \Rightarrow HI \perp (SAC) \Rightarrow HI \perp MH \Rightarrow \Delta HMI$ vuông tại H.

Diện tích Δ*HIM* là:
$$S_{ΔHIM} = \frac{1}{2}HM.HI = \frac{1}{2}.\left(\frac{2\sqrt{2}a}{3}\right)^2 = \frac{4a^2}{9}.$$

Câu 30. Cho lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng (A'C'M) là

A.
$$\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$$
.

B.
$$\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$$
. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$. **D.** $\frac{9}{8}a^2$.

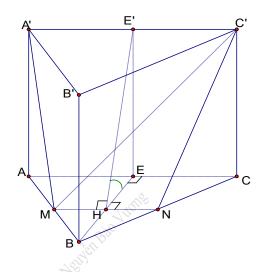
C.
$$\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$$
.

D.
$$\frac{9}{8}a^2$$
.

Lời giải

Chon B

Hình vẽ minh họa



Gọi N là trung điểm BC. Kẻ $MN/AC \Rightarrow MN/A'C'$

Mặt phẳng (A'C'M) cắt lăng trụ theo thiết diện là hình thang A'C'NM.

Goi E, E' lần lượt là trung điểm AC và A'C'. Goi H là giao điểm của MN và BE

Ta dễ dàng chứng minh $MN \perp (E'HE)$.

Ta có
$$\begin{cases} (A'C'NM) \cap (ABC) = MN \\ EH \perp MN \\ E'H \perp MN \end{cases} \Rightarrow \widehat{((A'C'NM), (ACNM))} = \widehat{(HE, HE')} = \widehat{E'HE} = \varphi$$

Ta có
$$BE = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HE = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$
. $E'H = \sqrt{E'E^2 + EH^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{35}}{4}$

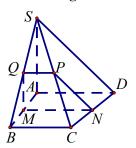
Từ đó
$$\cos \varphi = \frac{HE}{HE'} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{a\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$$

Diện tích hình thang cân
$$S_{ACNM} = \frac{(MN + AC).HE}{2} = \frac{\left(\frac{a}{2} + a\right)\frac{a\sqrt{3}}{4}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}$$

Ta có
$$S_{ACNM} = S_{A'C'NM}.\cos\varphi$$
, $\Rightarrow S_{A'C'NM} = \frac{S_{ACNM}}{\cos\varphi} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}.\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{3}} = \frac{3a^2\sqrt{35}}{16}.$

Câu 31. Cho hình chóp S.ABCD với đáy ABCD là hình thang vuông tại A, đáy lớn AD = 8, đáy nhỏ BC = 6. SA vuông góc với đáy, SA = 6. Gọi M là trung điểm của AB. P là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB. Thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi mặt phẳng P có diện tích bằng: **A.** 20. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 16.

Lời giải



Ta có $\frac{AB \perp SA}{AB \perp AD}$ \Rightarrow $AB \perp (SAD)$. Mà $\stackrel{(P)}{}$ qua M và vuông góc với AB nên $\stackrel{(P)}{}//(SAD)$ $\Rightarrow (P)//SA$, $\stackrel{(P)}{}//AD$ và $\stackrel{(P)}{}//SD$.

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ MQ//SA với $Q \in SB$

Trong mặt phẳng (ABCD) kẻ MN//AD với $N \in CD$

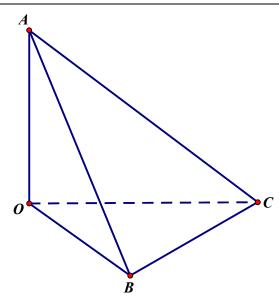
Trong mặt phẳng (SCD) kẻ NP//SD với $P \in SC$.

Vì M là trung điểm của AB nên N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, SC, SB. Do đó thiết diện là hình thang MNPQ vuông tại Q và M.

Ta có $MN = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}(8+6) = 7$, $MQ = \frac{1}{2}SA = 3$ và $PQ = \frac{1}{2}BC = 3$.

Vậy diện tích của thiết diện là : $S_{MNPQ} = \frac{\left(MN + PQ\right).QM}{2} = \frac{\left(7 + 3\right).3}{2} = 15$.

Câu 32. Xét tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α , β , γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).



Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (3 + \cot^2 \alpha) \cdot (3 + \cot^2 \beta) \cdot (3 + \cot^2 \gamma)$ là

A. Số khác.

B. $48\sqrt{3}$.

C. 48

D. 125.

Lời giải

Gọi H là trực tâm tam giác ABC, vì tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên ta có $OH \perp (ABC)$ và $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Ta có
$$\alpha = \widehat{(OA;(ABC))} = \widehat{OAH}$$
, $\beta = \widehat{(OB;(ABC))} = \widehat{OBH}$, $\gamma = \widehat{(OC;(ABC))} = \widehat{OCH}$.

Nên
$$\sin \alpha = \frac{OH}{OA}$$
, $\sin \beta = \frac{OH}{OB}$, $\sin \gamma = \frac{OH}{OC}$.

Đặt
$$a = OA$$
, $b = OB$, $c = OC$, $h = OH$ thì $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ và

$$M = (3 + \cot^{2} \alpha) \cdot (3 + \cot^{2} \beta) \cdot (3 + \cot^{2} \gamma) = \left(2 + \frac{1}{\sin^{2} \alpha}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin^{2} \beta}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin^{2} \gamma}\right)$$

$$= \left(2 + \frac{a^{2}}{h^{2}}\right) \cdot \left(2 + \frac{b^{2}}{h^{2}}\right) \cdot \left(2 + \frac{c^{2}}{h^{2}}\right) = 8 + 4\left(a^{2} + b^{2} + c^{2}\right) \cdot \frac{1}{h^{2}} + 2\left(a^{2}b^{2} + b^{2}c^{2} + c^{2}a^{2}\right) \cdot \frac{1}{h^{4}} + a^{2}b^{2}c^{2} \cdot \frac{1}{h^{6}}.$$

Ta có:
$$(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} = (a^2 + b^2 + c^2) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \ge 3\sqrt[3]{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}} = 9$$
.

$$\left(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2\right) \cdot \frac{1}{h^4} = \left(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2\right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)^2$$

$$\geq 3\sqrt[3]{a^2b^2.b^2c^2.c^2a^2} \cdot \left(3\sqrt[3]{\left(\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}\right)}\right)^2 = 3\sqrt[3]{a^4b^4c^4} \cdot 9\sqrt[3]{\frac{1}{a^4b^4c^4}} = 27.$$

$$a^{2}b^{2}c^{2} \cdot \frac{1}{h^{6}} = a^{2}b^{2}c^{2} \cdot \left(\frac{1}{a^{2}} + \frac{1}{b^{2}} + \frac{1}{c^{2}}\right)^{3} \ge a^{2}b^{2}c^{2} \cdot \left(3\sqrt[3]{\left(\frac{1}{a^{2}} \cdot \frac{1}{b^{2}} \cdot \frac{1}{c^{2}}\right)}\right)^{3} = 27.$$

Do đó:

$$M = 8 + 4(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6}$$

$$\geq 8 + 4.9 + 2.27 + 27 = 125$$
.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c, hay OA = OB = OC.

Vây min M = 125.

