

BÀI 2. TRUNG VỊ, TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

- CHƯƠNG 5. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng. Trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 1. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số cây	3	8	7	3

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{21} là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, x_1, \dots, x_3 thuộc [0;5), x_4, \dots, x_{11} thuộc [5;10),... Hỏi trung vị thuộc nhóm nào?

Lời giải

Ta có: cỡ mẫu $n = 21$, là số lẻ nên trung vị là giá trị chính giữa của mẫu số liệu và là giá trị ở vị trí thứ 11 của mẫu số liệu. Mà x_{11} thuộc [5;10) nên trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm [5;10).

Câu 2. Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{200} là tốc độ giao bóng của vận động viên trong 200 lần giao bóng và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$. Do 2 giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm [165;170) (vì $18 + 28 + 35 + 43 = 124$) nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 170 - 165 = 5$ và ta có

$$M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 \approx 167,21$$

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số cây	3	8	7	3

hãy cho biết tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm nào.

Lời giải

Vì $n = 21$ nên tứ phân vị thứ nhất là trung vị của dãy gồm 10 số liệu đầu tiên và chính là trung bình cộng của giá trị ở vị trí thứ 5 và thứ 6, do đó $Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2}$,

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của dãy gồm 10 số liệu nằm bên phải trung vị là dãy $x_{12}, x_{13}, \dots, x_{21}$ nên $Q_3 = \frac{x_{16} + x_{17}}{2}$. Ta có: $3 + 8 + 7 = 18$, do đó x_{16}, x_{17} thuộc nhóm $[10; 15)$ nên tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm $[10; 15)$.

Câu 4. Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba cho mẫu số liệu ghép nhóm

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{50}, x_{51} đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 3$; $a_3 = 160$; $m_3 = 35$; $m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46$; $a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$ và ta có

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \cdot 5 \approx 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 5$; $a_5 = 170$; $m_5 = 41$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124$; $a_6 - a_5 = 175 - 170 = 5$ và ta có

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 \approx 173,17$$

Câu 5. Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng: x_1, x_2, \dots, x_{35} trong đó x_i là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ i . Vì một lý do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$
Số khách hàng	3	15	10	7

Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng

Hãy tính các số đặc trưng cho mẫu số liệu trong Bảng 3.1 và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Lời giải

Ta có:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$
Số khách hàng	3	15	10	7

Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng

+) Số trung bình

Trong mỗi khoảng số tiền, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	15	45	75	105
Số khách hàng	3	15	10	7

Tổng số khách hàng là $n = 35$. Số trung bình là $\bar{x} = \frac{3.15 + 15.45 + 10.75 + 7.105}{35} = 63$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc. Từ đó, ta thấy số tiền bán xăng trung bình của 35 khách hàng xấp xỉ 63 nghìn đồng và có thể dùng làm đại diện cho mẫu số liệu.

+) Số trung vị, tứ phân vị

Cỡ mẫu là $n = 35$.

- Gọi x_1, x_2, \dots, x_{35} là số tiền xăng của 35 khách hàng và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là x_{18} . Do x_{18} thuộc nhóm $[30; 60)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 60 - 30 = 30$ và ta có

$$M_e = 30 + \frac{\frac{35}{2} - 3}{15} \cdot 30 = 59$$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu gốc thành hai phần, mỗi phần chứa 50 % giá trị. Từ đó ta thấy trung vị của mẫu số liệu gốc xấp xỉ bằng 59, giá trị này là ngưỡng để chia mẫu số liệu gốc thành 2 phần.

- Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_9 . Do x_9 thuộc nhóm $[30; 60)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó,

$$p = 2; a_2 = 30; m_2 = 15; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 60 - 30 = 30 \text{ và ta có } Q_1 = 30 + \frac{\frac{35}{4} - 3}{15} \cdot 30 = 41,5$$

- Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{27} . Do x_{27} thuộc nhóm $[60; 90)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 3; a_3 = 60; m_3 = 10; m_1 + m_2 = 3 + 15 = 18; a_4 - a_3 = 90 - 60 = 30$ và ta có

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.35}{4} - 18}{10} \cdot 30 = 84,75$$

- Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = M_e = 59$.

Do đó, các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc xấp xỉ là $Q_1 = 41,5; Q_2 = 59$ và $Q_3 = 84,75$, mỗi giá trị này là các ngưỡng để chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

+) Một

Tần số lớn nhất là 15 nên nhóm chứa một là nhóm $[30; 60)$. Ta có,

$$j = 2, a_2 = 30, m_2 = 15, m_1 = 3, m_3 = 10, h = 30. \text{ Do đó } M_o = 30 + \frac{15 - 3}{(15 - 3) + (15 - 10)} \cdot 30 \approx 51,18.$$

Do đó, một của mẫu số liệu gốc xấp xỉ bằng 51,18. Vậy số khách hàng mua xăng với giá tiền khoảng 51,18 nghìn đồng là nhiều nhất.

Câu 6. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99
Số thí sinh	12	10	6	3	1

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2.

b) Tìm các tứ phân vị và giải thích ý nghĩa của chúng.

Lời giải

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2 ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	[0; 9,5)	[9,5; 19,5)	[19,5; 29,5)	[29,5; 39,5)	[39,5; 49,5)
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	[49,5; 59,5)	[59,5; 69,5)	[69,5; 79,5)	[79,5; 89,5)	[89,5; 99,5)
Số thí sinh	12	10	6	3	1

b) Cỡ mẫu là $n = 60$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{60} là điểm thi môn Toán của 60 thí sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do hai giá trị x_{30}, x_{31} thuộc nhóm $[49,5; 59,5)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p = 6; a_6 = 49,5; m_6 = 12; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = 1 + 2 + 4 + 6 + 15 = 28; a_7 - a_6 = 59,5 - 49,5 = 10$

$$\text{và ta có } M_e = 49,5 + \frac{\frac{60}{2} - 28}{12} \cdot 10 \approx 51,17$$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15} và x_{16} đều thuộc nhóm $[39,5; 49,5)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 5; a_5 = 39,5; m_5 = 15; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 13; a_6 - a_5 = 10$ và ta có

$$Q_1 = 39,5 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{15} \cdot 10 \approx 40,83$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{45} + x_{46}}{2}$. Do x_{45} và x_{46} đều thuộc nhóm $[59,5; 69,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 7; a_7 = 59,5; m_7 = 10; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 40; a_8 - a_7 = 10$ và ta có

$$Q_3 = 59,5 + \frac{\frac{3 \cdot 60}{4} - 40}{10} \cdot 10 = 64,5$$

Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = M_e \approx 51,17$.

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 \approx 40,83; Q_2 \approx 51,17$ và $Q_3 = 64,5$. Các giá trị này các là ngưỡng để phân điểm của 60 học sinh thành 4 phần để xếp loại học sinh.

Câu 7. Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

a) So sánh thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam và nữ.

b) Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

Lời giải

a) Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
4,5	6	4
5,5	10	8
6,5	13	10
7,5	9	8
8,5	7	8

Tổng số các bạn nam là $n_1 = 6 + 10 + 13 + 9 + 7 = 45$.

Thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam là
 $\bar{x}_1 = \frac{6.4,5 + 10.5,5 + 13.6,5 + 9.7,5 + 7.8,5}{45} \approx 6,52$

Tổng số các bạn nữ là $n_2 = 4 + 8 + 10 + 11 + 8 = 41$.

Thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nữ là
 $\bar{x}_2 = \frac{4.4,5 + 8.5,5 + 10.6,5 + 11.7,5 + 8.8,5}{41} \approx 6,77$.

Vì $6,52 < 6,77$ nên thời gian ngủ trung bình của các học sinh nam ít hơn các học sinh nữ.

b) Ta có:

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số học sinh khối 11
[4;5)	6	4	10
[5;6)	10	8	18
[6;7)	13	10	23
[7;8)	9	11	20
[8;9)	7	8	15

Tổng số học sinh khối 11 được khảo sát là $n = 45 + 41 = 86$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{86}$ là thời gian ngủ của các học sinh khối 11 được khảo sát và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_{43} + x_{44}}{2}$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba $Q_3 = x_{65}$. Vì x_{65} thuộc nhóm [7;8) nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 4; a_4 = 7; m_4 = 20; m_1 + m_2 + m_3 = 10 + 18 + 23 = 51; a_5 - a_4 = 8 - 7 = 1$ và ta có

$$Q_3 = 7 + \frac{\frac{3.86}{20} - 51}{1} = 7,675$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 chia mẫu số liệu thành 2 phần, phần dưới chiếm 75% số liệu của mẫu và phần trên chiếm 25% số liệu của mẫu.

Vậy 75% học sinh khối 11 ngủ ít nhất 7,675 giờ.

Câu 8. Độ bão hoà oxygen trong máu (còn được gọi là chỉ số SpO_2) biểu thị cho tỉ lệ hemoglobin có oxygen trên tổng lượng hemoglobin trong máu. Chỉ số SpO_2 (đơn vị đo là %) từ 97 - 99 là oxygen trong máu tốt, 94 - 96 là oxygen trong máu trung bình, 90-93 là oxygen trong máu thấp, dưới 90 là trường hợp cấp cứu trên lâm sàng

(Theo: Vinmec.com). Đo chỉ số SpO_2 ở một số bệnh nhân Covid-19 người ta thu được kết quả sau:

SpO_2 (%)	90 – 93	94 – 96	97 – 99
Số bệnh nhân	12	31	7

a) Cho biết các nhóm số liệu và tần số tương ứng.

b) Tính số trung bình, trung vị và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

Lời giải

a) Có 3 nhóm số liệu gồm 90 - 93, 94 - 96, 97 - 99 với tần số tương ứng là 12, 31, 7.

b) Trước hết, ta hiệu chỉnh các nhóm số liệu và thu được bảng thống kê sau:

SpO_2 (%)	[89,5;93,5)	[93,5;96,5)	[96,5;99,5)
-------------	-------------	-------------	-------------

Số bệnh nhân	12	31	7
--------------	----	----	---

Các giá trị đại diện cho các nhóm số liệu tương ứng là $(89,5 + 93,5) / 2 = 91,5$; $(93,5 + 96,5) / 2 = 95$ và $(96,5 + 99,5) / 2 = 98$.

Cỡ mẫu $n = 12 + 31 + 7 = 50$. Do đó, số trung bình là $\bar{x} = \frac{1}{50}(12 \cdot 91,5 + 31 \cdot 95 + 7 \cdot 98) = 94,58$

Do có $n/2 = 25$ giá trị nhỏ hơn trung vị nên trung vị thuộc nhóm $[93,5; 96,5)$. Ta có, $a_p = 93,5; a_{p+1} = 96,5; m_1 + \dots + m_{p-1} = 12, m_p = 31$. Do đó, trung vị là $M_e = 93,5 + \frac{25-12}{31} \cdot 3 \approx 94,76$.

Như vậy, chỉ số SpO_2 trung bình của 50 bệnh nhân là 94,58; có 25 bệnh nhân có chỉ số SpO_2 nhỏ hơn 94,76 và 25 bệnh nhân có chỉ số SpO_2 lớn hơn 94,76.

Nhận xét. Nếu chỉ tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thì ta không cần hiệu chỉnh nhóm rời rạc $k_1 - k_2$, chọn giá trị đại diện là $\frac{k_1 + k_2}{2}$.

Câu 9. Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Tìm trung vị của mẫu số liệu và giải thích ý nghĩa của giá trị thu được.

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 2 + 5 + 6 + 9 + 3 = 25$. Nhóm chứa trung vị là $[6; 8)$. Trung vị là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{25}{2} - (2 + 5)}{6} \cdot (8 - 6) \approx 7,83$$

Có 50% số cầu thủ chạy nhiều hơn 7,83 km và có 50% số cầu thủ chạy ít hơn 7,83 km.

Câu 10. Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3; 6)	[6; 9)	[9; 12)	[12; 15)	[15; 18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Hãy ước lượng số trung bình, một và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Hỏi công ty nên gửi đến các hộ tiêu thụ từ bao nhiêu mét khối nước trở lên?

Lời giải

a) Cỡ mẫu $n = 160$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3; 6)	[6; 9)	[9; 12)	[12; 15)	[15; 18)
Giá trị đại diện	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1}{160}(24 \cdot 4,5 + 57 \cdot 7,5 + 42 \cdot 10,5 + 29 \cdot 13,5 + 8 \cdot 16,5) = 9,375.$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm $[6; 9)$.

Do đó: $u_m = 6; n_m = 57; n_{m-1} = 24; n_{m+1} = 42; u_{m+1} = 9$.

Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 6 + \frac{(57-24)}{(57-24)+(57-42)} \cdot (9-6) = 8,0625$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [3;6); x_{25}, \dots, x_{81} \in [6;9); x_{82}, \dots, x_{123} \in [9;12); x_{124}, \dots, x_{152} \in [12;15); x_{153}, \dots, x_{160} \in [15;18)$.

Cỡ mẫu $n = 160$ là số chẵn nên trung vị là $M_e = \frac{1}{2}(x_{80} + x_{81})$.

Do x_{80} và x_{81} thuộc nhóm $[6;9)$ nên trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 6 + \frac{\frac{160}{2} - 24}{57} \cdot (9-6) \approx 8,95$.

b) 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất có lượng nước tiêu thụ không nhỏ hơn Q_3 , với Q_3 là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là $\frac{1}{2}(x_{120} + x_{121})$. Do x_{120} và x_{121} thuộc nhóm $[9;12)$ nên tứ

phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 9 + \frac{\frac{160 \cdot 3}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (12-9) \approx 11,79$.

Vậy công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $11,79 m^3$ nước trở lên.

Câu 11. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Số quả	18	20	24	15	13

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Người ta muốn chia măng cụt trong thùng ra làm ba loại theo cân nặng, bao gồm: loại nhỏ, loại vừa và loại to. Các loại này lần lượt chiếm khoảng 25%, 50% và 25% số măng cụt trong thùng. Hãy xác định ngưỡng cân nặng để phân loại quả.

Lời giải

a) Cỡ mẫu $n = 90$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Khối lượng đại diện	81	83	85	87	89
Số quả	18	20	24	15	13

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{1}{90}(18 \cdot 81 + 20 \cdot 83 + 24 \cdot 85 + 15 \cdot 87 + 13 \cdot 89) = \frac{254}{3} \approx 84,67.$$

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là nhóm $[84;86)$.

Do đó: $u_m = 84; n_m = 24; n_{m-1} = 20; n_{m+1} = 15; u_{m+1} = 86$.

Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 84 + \frac{(24-20)}{(24-20)+(24-15)} \cdot (86-84) \approx 84,62$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{90}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{18} \in [80;82); x_{19}, \dots, x_{38} \in [82;84); x_{39}, \dots, x_{62} \in [84;86);$

$x_{63}, \dots, x_{77} \in [86;88); x_{78}, \dots, x_{90} \in [88;90)$.

Cỡ mẫu $n = 90$ là số chẵn nên trung vị là $M_e = \frac{1}{2}(x_{45} + x_{46})$.

Do x_{45} và x_{46} thuộc nhóm $[84;86)$ nên trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 84 + \frac{\frac{90}{2} - (18 + 20)}{24} \cdot (86 - 84) \approx 84,58.$$

b) Gọi Q_1, Q_3 lần lượt là tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu. Theo đề bài, ta có:

Măng cụt loại nhỏ có cân nặng nhỏ hơn Q_1 .

Măng cụt loại vừa có cân nặng trong $[Q_1; Q_3)$.

Măng cụt loại to có cân nặng không nhỏ hơn Q_3 .

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{90}$ là $x_{23} \in [82; 84)$. Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu

$x_1; x_2; \dots; x_{90}$ là $x_{68} \in [86; 88)$.

$$\text{Do đó, tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = 82 + \frac{\frac{90}{4} - 18}{20} \cdot (84 - 82) = 82,45;$$

$$\text{tứ phân vị thứ ba là } Q_3 = 86 + \frac{\frac{90 \cdot 3}{4} - (18 + 20 + 24)}{15} \cdot (88 - 86) \approx 86,73.$$

Vậy măng cụt loại nhỏ có khối lượng (tính theo gam) thuộc $[80; 82,45)$.

Măng cụt loại vừa có khối lượng (tính theo gam) thuộc $[82,45; 86,73)$.

Măng cụt loại to có khối lượng (tính theo gam) thuộc $[86,73; 90)$.

Câu 12. Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

85	195	187	198	43	223	280	71	205	277
298	142	162	89	167	122	175	168	148	253
234	187	85	193	224	233	117	81	39	85

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là $[0; 60)$. Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

39; 43; 71; 81; 85; 85; 85; 89; 117; 122; 142; 148; 162; 167; 168;

175; 187; 187; 193; 195; 198; 205; 223; 224; 233; 234; 253; 277; 280; 298.

Cỡ mẫu $n = 30$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu là

$$Q_2 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(168 + 175) = 171,5. \text{ Tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = x_8 = 89.$$

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = x_{23} = 223$.

b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2 \in [0; 60); x_3, \dots, x_9 \in [60; 120); x_{10}, \dots, x_{16} \in [120; 180);$

$x_{17}, \dots, x_{26} \in [180; 240); x_{27}, \dots, x_{30} \in [240; 300)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$. Do x_{15} và x_{16} thuộc nhóm $[120; 180)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 120 + \frac{\frac{30}{2} - (2 + 7)}{7} \cdot (180 - 120) = \frac{1200}{7} \approx 171,43.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là $x_8 \in [60; 120)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{7} \cdot (120 - 60) = \frac{750}{7} \approx 107,14.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{23} \in [180; 240)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\text{là } Q_3 = 180 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (2 + 7 + 7)}{10} \cdot (240 - 180) = 219.$$

Câu 13. Một nhóm gồm 45 học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm gồm 40 câu hỏi. Số câu trả lời đúng của mỗi bạn được ghi lại ở bảng sau:

24	35	37	24	30	23	21	39	28	20	32	37	17	40	34
27	34	30	21	26	26	38	37	16	35	19	20	22	25	38
34	29	39	40	36	18	31	24	36	33	24	24	36	26	37

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]
Số học sinh	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Mẫu số liệu đã cho được sắp xếp theo thứ tự không giảm như sau:

16; 17; 18; 19; 20; 20; 21; 21; 22; 23; 24; 24; 24; 24; 24;

25; 26; 26; 26; 27; 28; 29; 30; 30; 31; 32; 33; 34; 34; 34

35; 35; 36; 36; 36; 37; 37; 37; 37; 38; 38; 39; 39; 40; 40

Cỡ mẫu là $n = 45$ là số lẻ nên trung vị của mẫu số liệu là $Q_2 = x_{23} = 30$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_{11} + x_{12}) = \frac{1}{2}(24 + 24) = 24$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{34} + x_{35}) = \frac{1}{2}(36 + 36) = 36$.

b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]
Số học sinh	6	10	8	8	13

c) Do số câu trả lời đúng của học sinh là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu như sau:

Số câu trả lời đúng	[15, 5; 20, 5)	[20, 5; 25, 5)	[25, 5; 30, 5)	[30, 5; 35, 5)	[35, 5; 40, 5)
Số học sinh	6	10	8	8	13

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là số câu trả lời đúng của 45 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_6 \in [15, 5; 20, 5); x_7, \dots, x_{16} \in [20, 5; 25, 5); x_{17}, \dots, x_{24} \in [25, 5; 30, 5);$

$x_{25}, \dots, x_{32} \in [30, 5; 35, 5); x_{33}, \dots, x_{45} \in [35, 5; 40, 5).$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là $x_{23} \in [25, 5; 30, 5)$.

Do đó, tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 25,5 + \frac{\frac{45}{2} - (6 + 10)}{8} \cdot (30,5 - 25,5) = 29,5625.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là $\frac{1}{2}(x_{11} + x_{12})$.

Do x_{11} và x_{12} thuộc nhóm $[20, 5; 25, 5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 20,5 + \frac{45 - 6}{10} \cdot (25,5 - 20,5) = 23,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{45}$ là $\frac{1}{2}(x_{34} + x_{35})$. Do x_{34} và x_{35} thuộc nhóm $[35,5; 40,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 35,5 + \frac{3 \cdot 45 - (6 + 10 + 8 + 8)}{13} \cdot (40,5 - 35,5) \approx 36,173.$$

Câu 14. Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc (phút)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

$$Q_1 = \frac{25}{18}; Q_2 = \frac{103}{34}; Q_3 = \frac{243}{46}$$

Câu 15. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

Tốc độ (km / h)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)	[90; 95)	[95; 100)
Số xe	5	12	18	24	19

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

$$Q_1 = \frac{3085}{36}; Q_2 = \frac{545}{6}; Q_3 = \frac{4555}{48}$$

Câu 16. Thâm niên công tác của các công nhân hai nhà máy A và B.

Thâm niên công tác (năm)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số công nhân nhà máy A	35	13	12	12	8
Số công nhân nhà máy B	14	26	24	11	5

a) Hãy so sánh thâm niên công tác của nhân viên hai nhà máy theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của hai mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

a) So sánh theo số trung bình: $\bar{x}_A = 9,0625; \bar{x}_B = 10,4375$, suy ra $\bar{x}_A < \bar{x}_B$.

So sánh theo trung vị: $M_e(A) = \frac{90}{13}; M_e(B) = 10, M_e(A) < M_e(B)$.

b) $Q_1(A) = \frac{20}{7}, Q_3(A) = 15; Q_1(B) = \frac{80}{13}, Q_3(B) = \frac{85}{6}$.

Câu 17. Thầy giáo thống kê lại số lần kéo xà đơn của các học sinh nam khối 11 ở bảng sau:

Số lần	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]
Số học sinh	35	54	32	17	5

a) Hãy ước lượng số trung bình, một và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

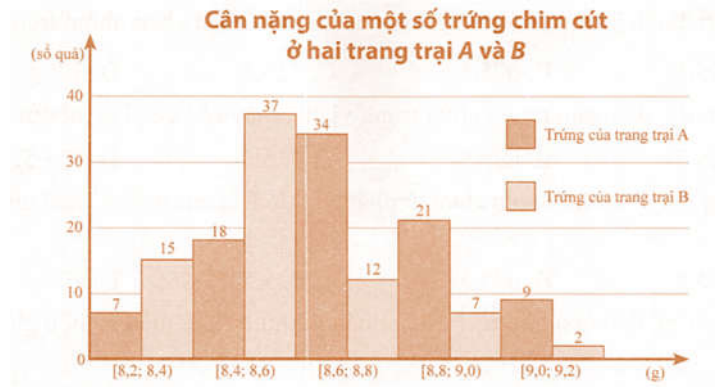
b) Thầy giáo dự định chọn 25% học sinh có số lần kéo thấp nhất để bồi dưỡng thể lực thêm. Thầy giáo nên chọn học sinh có thành tích kéo xà đơn dưới bao nhiêu lần để bồi dưỡng thể lực?

Lời giải

$$a) \bar{x} = \frac{2089}{143}; M_o = \frac{1051}{82}; M_e = \frac{1499}{108}.$$

b) $Q_1 = \frac{797}{72} \approx 11,07$. Thầy giáo nên chọn các bạn có thành tích kéo xà dưới 12 lần để bồi dưỡng thể lực thêm.

Câu 18. Kết quả kiểm tra cân nặng của một số quả trứng chim cút được lựa chọn ngẫu nhiên ở hai trang trại chăn nuôi A và B được biểu diễn ở biểu đồ sau (đơn vị: g).



a) Hãy so sánh cân nặng của trứng chim cút của hai trang trại A và B theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của cân nặng trứng chim cút của trang trại A .

Lời giải

a) Từ biểu đồ đã cho, ta lập được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	[8,2; 8,4)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)
Số quả trứng của trại A	7	18	34	21	9
Số quả trứng của trại B	15	37	12	7	2

Từ đó, ta có bảng thống kê số quả trứng chim cút của hai trang trại theo giá trị đại diện như sau:

Cân nặng đại diện (gam)	8,3	8,5	8,7	8,9	9,1
Số quả trứng của trang trại A	7	18	34	21	9
Số quả trứng của trang trại B	15	37	12	7	2

- Đối với trang trại A : Cỡ mẫu $n_A = 89$.

Cân nặng trung bình của mỗi quả trứng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{8,3 \cdot 7 + 8,5 \cdot 18 + 8,7 \cdot 34 + 8,9 \cdot 21 + 9,1 \cdot 9}{89} \approx 8,72(g).$$

Trung vị của dãy số liệu là số liệu thứ 45 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8,6; 8,8)$.

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } M_e(A) = 8,6 + \frac{\frac{89}{2} - 25}{34} \cdot (8,8 - 8,6) \approx 8,71.$$

- Đối với trang trại B :

Cỡ mẫu $n_B = 73$.

Cân nặng trung bình của mỗi quả trứng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{8,3 \cdot 15 + 8,5 \cdot 37 + 8,7 \cdot 12 + 8,9 \cdot 7 + 9,1 \cdot 2}{73} \approx 8,55.$$

Trung vị của dãy số liệu là số liệu thứ 37 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8, 4; 8, 6)$.

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } M_e(B) = 8,4 + \frac{\frac{73}{2} - 15}{37} \cdot (8,6 - 8,4) \approx 8,52.$$

Ta thấy $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ và $M_e(A) > M_e(B)$. Vậy khi so sánh theo số trung bình hay theo trung vị, cân nặng của trứng chim cú của trang trại A đều lớn hơn cân nặng của trứng chim cú của trang trại B.

b) Đối với trang trại A:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung bình cộng của số liệu thứ 22 và 23 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8, 4; 8, 6)$, nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1(A) = 8,4 + \frac{\frac{1.89}{4} - 7}{18} \cdot (8,6 - 8,4) \approx 8,57$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là trung bình cộng của số liệu thứ 67 và 68 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm $[8, 8; 9, 0)$, nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3(A) = 8,8 + \frac{\frac{3.89}{4} - 59}{21} \cdot (9,0 - 8,8) \approx 8,87.$$

Câu 19. Một công ty bảo hiểm thống kê lại độ tuổi các khách hàng mua bảo hiểm xe ô tô ở bảng sau:

Độ tuổi	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
Số khách hàng	25	38	62	42	37	29

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

$$\bar{x} \approx 39,97; M_o = \frac{415}{11}; Q_1 = \frac{275}{8}, Q_2 = M_e = \frac{4875}{124}, Q_3 = \frac{6815}{148}.$$

Câu 20. Các bạn học sinh một lớp thống kê số túi nhựa mà gia đình bạn đó sử dụng trong một tuần. Kết quả được tổng hợp lại ở bảng sau:

Số túi	[5;9]	[10;14]	[15;19]	[20;24]	[25;29]
Số gia đình	8	15	12	7	2

a) Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu trên.

b) Cô giáo dự định trao danh hiệu "Gia đình xanh" cho 25% gia đình các bạn sử dụng ít túi nhựa nhất. Cô giáo nên trao danh hiệu cho các gia đình dùng không quá bao nhiêu túi nhựa?

Lời giải

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng 14,73.

Mốt của mẫu số liệu là 13.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{21}{2} = 10,5$.

Do đó, cô giáo nên trao danh hiệu cho gia đình các bạn dùng không quá 10 túi nhựa.

Câu 21. Bảng sau thống kê doanh số bán hàng của các nhân viên một trung tâm thương mại trong một ngày.

Doanh số (triệu đồng)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số nhân viên	4	8	12	7	5

a) Hãy ước lượng số trung bình, mốt và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Trung tâm thương mại dự định sẽ thưởng cho 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất. Theo mẫu số liệu trên, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu?

Lời giải

$$a) \bar{x} = \frac{815}{18}; M_o = \frac{400}{9}; M_e = 45.$$

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = \frac{380}{7} \approx 54,29$.

Do đó, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng một ngày ít nhất là 54,29 triệu đồng.

Câu 22. Một cửa hàng sách thống kê số truyện thiếu nhi bán được trong hai tháng ở bảng sau:

Số sách	[14; 20]	[21; 27]	[28; 34]	[35; 41]	[42; 48]
Số ngày	5	7	25	15	9

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

$$\bar{x} = \frac{2003}{61}; M_o = 32; Q_1 = 28,41; Q_2 = M_e = 32,68; Q_3 = \frac{4967}{90}.$$

Câu 23. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và các tứ phân vị của số liệu đó.



Lời giải

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 12 + 5 \cdot 20 + 7 \cdot 37 + 9 \cdot 21 + 11 \cdot 10}{100} = 6,94.$$

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[6; 8)$.

Do đó: $u_m = 6; n_m = 37; n_{m-1} = 20; n_{m+1} = 21; u_{m+1} = 8$.

Vậy mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 6 + \frac{37 - 20}{(37 - 20) + (37 - 21)} \cdot (8 - 6) \approx 7,03.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

$$\text{Do } x_{50} \text{ và } x_{51} \text{ thuộc nhóm } [6; 8) \text{ nên } Q_2 = 6 + \frac{2 \cdot 100}{37} - 32 \cdot (8 - 6) \approx 6,97.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm [4;6) nên

$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{1 \cdot 100}{4} - 12}{20} \cdot (6 - 4) = 5,3.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$. Do x_{75} và x_{76} thuộc nhóm [8;10) nên

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 69}{21} \cdot (10 - 8) \approx 8,57.$$

Câu 24. Xác định trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 5 (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40;45)	5	5
[45;50)	10	15
[50;55)	7	22
[55;60)	9	31
[60;65)	7	38
[65;70)	4	42
	$n = 42$	

Bảng 5

Giải

Số phần tử của mẫu là $n = 42$.

- Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{42}{2} = 21$ mà $15 < 21 < 22$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm [50;55) có $r = 50, d = 5, n_3 = 7$ và nhóm 2 là nhóm [45;50) có $cf_2 = 15$.

Áp dụng công thức, ta có trung vị của mẫu số liệu là: $M_e = 50 + \left(\frac{21-15}{7}\right) \cdot 5 \approx 54,3(km/h)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = M_e \approx 54,3(km/h)$.

- Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$ mà $5 < 10,5 < 15$ nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm [45;50) có $s = 45, h = 5, n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm [40;45) có $cf_1 = 5$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 45 + \left(\frac{10,5-5}{10}\right) \cdot 5 \approx 47,8(km/h).$$

- Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31,5$ mà $31 < 31,5 < 38$ nên nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5.

Xét nhóm 5 là nhóm [60;65) có $t = 60, l = 5, n_5 = 7$ và nhóm 4 là nhóm [55;60) có $cf_4 = 31$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

$$Q_3 = 60 + \left(\frac{31,5-31}{7}\right) \cdot 5 \approx 60,4(km/h).$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $Q_1 \approx 47,8(km/h); Q_2 \approx 54,3(km/h); Q_3 \approx 60,4(km/h)$.

Câu 25. Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng điện thoại trước khi ngủ (đơn vị: phút) của một người trong 120 ngày như ở Bảng 8. Xác định các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu đó (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Tần số
[0;4)	13
[4;8)	29
[8;12)	48
[12;16)	22
[16;20)	8
	$n = 120$

Bảng 8

Lời giải

Số trung bình cộng là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 2 + 29 \cdot 6 + 48 \cdot 10 + 22 \cdot 14 + 8 \cdot 18}{120} \approx 9,4.22$$

Bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy được cho như ở Bảng 10:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[0;4)	13	13
[4;8)	29	42
[8;12)	48	90
[12;16)	22	112
[16;20)	8	120
	$n = 120$	

Bảng 10

Ta có: $\frac{n}{2} = 60, \frac{n}{4} = 30, \frac{3n}{4} = 90$.

Vì $42 < 60 < 90$ nên nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 60.

Suy ra trung vị là: $M_e = 8 + \left(\frac{60 - 42}{48} \right) \cdot 4 = 9,5$.

Tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = M_e = 9,5$.

Vì $13 < 30 < 42$ nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30. Suy ra tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 4 + \left(\frac{30 - 13}{29} \right) \cdot 4 \approx 6,3$

Vì $42 < 90 \leq 90$ nên nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 90. Suy ra tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 8 + \left(\frac{90 - 42}{48} \right) \cdot 4 = 12$

Trong các nhóm, nhóm 3 có tần số lớn nhất. Suy ra một là: $M_0 = 8 + \left(\frac{48 - 29}{2 \cdot 48 - 29 - 22} \right) \cdot 4 \approx 9,7$.

Câu 26. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{31}$ là cân nặng của 31 quả bơ xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_4 \in [150;155)$; $x_5; x_6; \dots; x_{11} \in [155;160)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{31}$ là $x_{16} \in [160;165)$.

Ta xác định được $n = 31, n_m = 12, C = 4 + 7 = 11, u_m = 160, u_{m+1} = 165$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 160 + \frac{\frac{31}{2} - 11}{12} \cdot (165 - 160) = 161,875.$$

Câu 27. Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	58	87	54	44	23

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Do số vỏ chai là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số vỏ lon	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)
Số học sinh	58	87	54	44	23

Số học sinh tham gia thu nhặt vỏ lon nước ngọt là $n = 58 + 87 + 54 + 44 + 23 = 266$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{266}$ lần lượt là số vỏ chai 266 học sinh khối 12 thu nhặt được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{58} \in [10,5;15,5); x_{59}; x_{55}; \dots; x_{145} \in [15,5;20,5)$ nên trung vị của mẫu số liệu

$$x_1; x_2; \dots; x_{266} \text{ là } \frac{1}{2}(x_{133} + x_{134}) \in [15,5;20,5).$$

Ta xác định được $n = 266, n_m = 87, C = 58, u_m = 15,5, u_{m+1} = 20,5$ và $u_{m+1} = 20,5$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{266}{2} - 58}{87} \cdot (20,5 - 15,5) \approx 19,81.$$

Câu 28. Tiền lương nhận được trong 1 giờ làm việc của nhân viên công ty A được thống kê theo mẫu số liệu ghép nhóm sau (đơn vị: ngàn đồng):

Các lớp tiền lương	Số nhân viên
[50; 60)	8
[60; 70)	10
[70; 80)	16
[80; 90)	14
[90; 100)	10
[100; 110)	5
[110; 120)	2

Hãy xác định các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{65}$ là tiền lương của 65 nhân viên nhận được trong 1 giờ.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{65}$ là $x_{33} \in [70; 80)$. Do đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 70 + \frac{\frac{2 \cdot 65}{4} - (8+10)}{16} \cdot (80 - 70) = 79,0625$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{65}$ là $x_{17} \in [60; 70)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{1 \cdot 65}{4} - 8}{10} \cdot (70 - 60) = 68,25$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{65}$ là $x_{49} \in [90; 100)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 90 + \frac{\frac{3 \cdot 65}{4} - (8+10+16+14)}{10} \cdot (100 - 90) = 90,75.$$

Chú ý: Nếu tứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$, trong đó $x_m \in [u_{j-1}; u_j)$ và $x_{m+1} \in [u_j; u_{j+1})$ thuộc hai nhóm liên tiếp thì ta lấy $Q_k = u_j$.

Câu 29. Mức lương hàng tháng ở 1 công ty được Công đoàn thu thập theo bảng sau(đơn vị triệu đồng):

Mức lương	[6;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Nhân viên	17	38	27	21	7

a) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Chủ tịch Công đoàn muốn đề nghị hỗ trợ cho nhóm 25% số nhân viên có mức lương thấp nhất và ước lượng rằng số nhân viên này không ít hơn 10. Nhận định của chủ tịch có hợp lý hay không?

Lời giải

a) Gọi $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{110}$ là mức lương của 110 nhân viên nhận được công ty trả trong 1 tháng.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{110}$ là $\frac{1}{2}(x_{55} + x_{56})$. Do $x_{55} \in [10; 15)$

và $x_{56} \in [15; 20)$. Nên đó tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_2 = 15$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{110}$ là $\frac{1}{2}(x_{27} + x_{28})$. Do $x_{27} \in [10; 15)$ và

$x_{28} \in [10; 15)$ đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{1 \cdot 110}{4} - 17}{38} \cdot (15 - 10) \approx 11,38$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{110}$ là $\frac{1}{2}(x_{82} + x_{83})$. Do $x_{82} \in [15; 20)$ và $x_{83} \in [20; 25)$

đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 20$.

b) Do tứ phân vị thứ nhất $\approx 11,38$ nên nhận định trên là không hợp lý.

Câu 30. Lương tháng của một số giáo viên THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2	12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0
8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8	13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Các tứ phân vị là $Q_2 = 10,8; Q_1 = 9,05; Q_3 = 12,35$.

b) Bảng tần số ghép nhóm theo mẫu :

Lương tháng	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số giáo viên	3	6	8	7

c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{4} - 3}{6} \cdot (10 - 8) = 9$.

Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8} \cdot (12 - 10) = 10,75$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7} \cdot (14 - 12) \approx 12,29$.

Câu 31. Một học sinh làm bài kiểm tra môn Toán gồm 30 câu trong 1 tháng được thống kê lại như sau:

8	18	22	11	25	23	21	13	14	15
18	25	10	11	24	12	14	14	6	8

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Các tứ phân vị là $Q_2 = 14, Q_1 = 11, Q_3 = 21,5$.

b) Bảng tần số ghép nhóm theo mẫu :

Điểm	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Tần số	4	8	2	6

c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 11 + \frac{\frac{1 \cdot 20}{4} - 4}{8} \cdot (15 - 11) = 11,5$.

Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 15,5$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 21 + \frac{\frac{3.20}{4} - 14}{6} \cdot (25 - 21) \approx 21,67$.

Câu 32. Trong một cuộc đua Marathon được tổ chức ở thành phố A người ta thống kê lại được như sau

Thời gian	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200)	[200;220)
Số người	4	6	10	15	25

Hãy ước lượng số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có $n = 4 + 6 + 10 + 15 + 25 = 60$

Trung vị là $M_e = 180 + \frac{\frac{60}{2} - 20}{15} \cdot (200 - 180) = \frac{580}{3} \approx 193,33$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 160 + \frac{\frac{60}{4} - 10}{10} \cdot (180 - 160) = 170$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 200 + \frac{3 \cdot \frac{60}{4} - 35}{25} \cdot (220 - 200) = 208$.

Câu 33. Chiều cao của hai loài hoa được một người thống kê theo biểu đồ sau:



a) Hãy so sánh chiều cao của loài A và loài B theo số trung bình và trung vị.

b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của chiều cao của loài A và loài B.

Lời giải

a) Bảng giá trị đại diện

Chiều cao đại diện (mm)	149,5	249,5	349,5	449,5
Loài A	20	18	14	10
Loài B	35	30	20	15

Chiều trung bình của loài A xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_A = \frac{149,5.20 + 249,5.18 + 349,5.14 + 449,5.10}{62} \approx 272,08.$$

Chiều trung bình của loài B xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_B = \frac{149,5.35 + 249,5.30 + 349,5.20 + 449,5.15}{100} = 201,5.$$

Chiều cao trung bình của loài A lớn hơn loài B.

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{85}$ là chiều cao của 62 cây loài A.

Nên trung vị của mẫu số liệu là $x_{31} \in [200; 299)$.

$$\text{Suy ra trung vị là } M_e = 200 + \frac{\frac{62}{2} - 20}{18} \cdot (299 - 200) = 260,5.$$

Gọi $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{100}$ là chiều cao của 100 loài B.

Nên trung vị của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \in [200; 299)$.

$$\text{Suy ra trung vị là } M_e = 200 + \frac{\frac{100}{2} - 35}{30} \cdot (299 - 200) = 249,5.$$

Chiều cao trung bình của loài A lớn hơn B.

b) Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{62}$ là $x_{16} \in [100; 199)$.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của loài A là

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{1.62}{4} - 0}{20} \cdot (199 - 100) = 176,725.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{62}$ là $x_{47} \in [300; 399)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của loài A là

$$Q_3 = 300 + \frac{\frac{3.62}{4} - 38}{14} \cdot (399 - 300) \approx 360,11.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{100}$ là $y_{25} \in [100; 199)$.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của loài B là

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{1.62}{4} - 0}{35} \cdot (199 - 100) \approx 143,84.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{100}$ là $y_{75} \in [300; 399)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của loài B là

$$Q_3 = 300 + \frac{\frac{3.62}{4} - 65}{20} \cdot (399 - 300) = 208,425.$$

Câu 34. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Nhóm	Tần số
[30; 40)	4
[40; 50)	10
[50; 60)	14
[60; 70)	6

[70;80)	4
[80;90)	2
	$n = 40$

- a) Xác định số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
b) Một của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

a)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30;40)	35	4
[40;50)	45	10
[50;60)	55	14
[60;70)	65	6
[70;80)	75	4
[80;90)	85	2
		$n = 40$

□ Tìm giá trị trung bình

Giá trị trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{35.4 + 45.10 + 55.14 + 65.6 + 75.4 + 85.2}{40} = 55,5$$

□ Tìm trung vị

□ Khoảng chứa trung vị [50;60)

Trung vị của mẫu số liệu là

$$M_e = 50 + \frac{20-14}{14} \cdot 10 \approx 54,29$$

□ Tìm tứ phân vị

Nhóm chứa trung vị thứ nhất Q_1 và nhóm chứa trung vị thứ hai Q_3 lần lượt là [40;50), [60;70).

Khi đó:

$$Q_1 = 40 + \frac{10-4}{10} \cdot 10 = 46$$

$$Q_3 = 60 + \frac{30-28}{6} \cdot 10 = 63,3$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 46$, $Q_2 = 54,29$, $Q_3 = 63,3$.

□ Tìm một

Nhóm chứa một: [50;60)

Một của mẫu số liệu:

$$M_0 = 50 + \frac{4}{4+8} \cdot 10 \approx 53,3$$

Câu 35. Mẫu số liệu sau ghi lại cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam)

17 40 39 40,5 42 51 41,5 39 41 30
 40 42 40,5 39,5 41 40,5 37 39,5 40 41
 38,5 39,5 40 41 39 40,5 40 38,5 39,5 41,5

- a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên có tám nhóm ứng với tám nửa khoảng [15;20), [20;25), [25;30), [30;35), [35;40), [40;45), [45;50), [50;55).

- b) Xác định số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- c) Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu

Lời giải

a)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[15;20)	17,5	1
[20;25)	22,5	0
[25;30)	27,5	0
[30;35)	32,5	1
[35;40)	37,5	10
[40;45)	42,5	17
[45;50)	47,5	0
[50;55)	52,5	1
		$n = 30$

b)

$$\text{Số trung bình cộng: } \bar{x} = \frac{17,5 + 32,5 + 37,5 \cdot 10 + 42,5 \cdot 17 + 52,5}{30} = 40$$

$$\text{Trung vị: } Q_2 = 40 + \frac{15-12}{17} \cdot 5 \approx 40,9$$

Trung vị Q_1 và Q_3 :

$$Q_1 = 35 + \frac{7,5-2}{10} \cdot 5 = 37,75$$

$$Q_3 = 40 + \frac{22,5-12}{17} \cdot 5 \approx 43,1$$

Tứ phân vị: $Q_1 = 37,75$, $Q_2 = 40,9$, $Q_3 = 43,1$

c) Một của mẫu số liệu

$$M_0 = 40 + \frac{7}{7+17} \cdot 5 \approx 41,5$$

Câu 36. An tìm hiểu hàm lượng chất béo (đơn vị: g) có trong 100 g mỗi loại thực phẩm. Sau khi thu thập dữ liệu về 60 loại thực phẩm, An lập được bảng thống kê

Hàm lượng chất béo (g)	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Tần số	2	6	10	13	16	13

a) Xác định giá trị trung bình, trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Tìm một của mẫu số liệu.

Lời giải

Hàm lượng chất béo (g)	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Giá trị đại diện	4	8	12	16	20	24
Tần số	2	6	10	13	16	13

$$\text{a) Giá trị trung bình: } \bar{x} = \frac{4 \cdot 2 + 8 \cdot 6 + 12 \cdot 10 + 16 \cdot 13 + 20 \cdot 16 + 24 \cdot 13}{60} = 16,9$$

$$\text{Trung vị: } M_e = 14 + \frac{30-18}{13} \cdot 4 = 17,7$$

Trung vị thứ nhất và thứ ba:

$$Q_1 = 10 + \frac{15-8}{10} \cdot 4 = 12,8$$

$$Q_3 = 18 + \frac{45-31}{16} \cdot 4 = 21,5$$

Tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 12,8; Q_2 = 17,7; Q_3 = 21,5$

b) Một của mẫu số liệu: $M_0 = 18 + \frac{3}{3+3} \cdot 4 = 20$

Câu 37. Để chuẩn bị cho đề án tốt nghiệp, một sinh viên y khoa đã khảo sát huyết áp tối đa của một số bệnh nhân và lập được bảng tần số ghép nhóm sau:

Huyết áp	Tần số
[90;110)	6
[110;130)	20
[130;150)	35
[150;170)	45
[170;190)	30
[190;210)	16

a) Xác định trung bình, trung vị, tứ phân vị và một của mẫu số liệu.

b) Hãy giải thích vì sao trong trường hợp này, cả ba giá trị trung bình, trung vị và một tìm được đều đại diện tốt cho huyết áp của những bệnh nhân được khảo sát.

Lời giải

Huyết áp	Giá trị đại diện	Tần số
[90;110)	100	6
[110;130)	120	20
[130;150)	140	35
[150;170)	160	45
[170;190)	180	30
[190;210)	200	16

a) Giá trị trung bình:

$$\bar{x} = \frac{100 \cdot 6 + 120 \cdot 20 + 140 \cdot 35 + 160 \cdot 45 + 180 \cdot 30 + 200 \cdot 16}{152} = 155,9$$

Trung vị: $M_e = 150 + \frac{76-61}{45} \cdot 20 = 156,7$

Trung vị thứ nhất và thứ ba:

$$Q_1 = 130 + \frac{38-26}{35} \cdot 20 = 136,9$$

$$Q_3 = 170 + \frac{114-106}{30} \cdot 20 = 175,3$$

Tứ phân vị của mẫu số liệu: $Q_1 = 136,9; Q_2 = 156,7; Q_3 = 175,3$

Mốt: $M_0 = 150 + \frac{10}{10+15} \cdot 20 = 158$

b) Vì ba giá trị này cùng thuộc vào một nhóm ghép có tần số cao nhất và chúng gần như không có sự chênh lệch nhiều.

Câu 38. Một câu lạc bộ thể dục thể thao đã ghi lại số giờ các thành viên của mình sử dụng cơ sở vật chất của câu lạc bộ để tập luyện trong một tháng. Họ tổ chức dữ liệu thu được vào bảng

Thời gian (giờ)	[1;5)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)	[21;25)
Tần số (Số người)	10	14	31	2	5	23

Hãy tính (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

- a) Trung vị của mẫu số liệu.
b) Trung bình của mẫu số liệu. Trong trường hợp này thì trung bình hay trung vị đại diện tốt hơn cho mẫu số liệu?

Lời giải

Thời gian (giờ)	[1;5)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)	[21;25)
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19	23
Tần số (Số người)	10	14	31	2	5	23

- a) Trung vị của mẫu số liệu

$$M_e = 9 + \frac{42,5 - 24}{31} \cdot 4 \approx 11,4$$

- b) Trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = 13,2$

Trung bình thuộc nhóm [13;17) cho thấy trong 85 số liệu đã có ít nhất 55 số liệu nhỏ hơn số trung bình. Suy ra, trong trường hợp này thì trung vị là số đại diện tốt hơn cho mẫu số liệu.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Số a thỏa mãn có 25% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn a và 75% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn a là

- A.** số trung bình. **B.** trung vị. **C.** tứ phân vị thứ nhất. **D.** tứ phân vị thứ ba.

Lời giải

Chọn C

Câu 2. Số a thỏa mãn có 75% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn a và 25% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn a là

- A.** số trung bình. **B.** trung vị.
C. tứ phân vị thứ nhất. **D.** tứ phân vị thứ ba.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu là

- A.** [2;3,5). **B.** [3,5;5). **C.** [5;6,5). **D.** [6,5;8).

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

A. $[2; 3, 5)$.B. $[3, 5; 5)$.C. $[5; 6, 5)$.D. $[6, 5; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	$[2; 3, 5)$	$[3, 5; 5)$	$[5; 6, 5)$	$[6, 5; 8)$
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

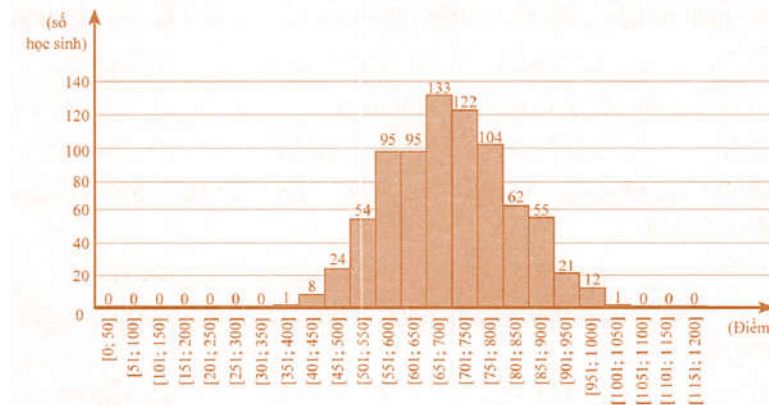
A. $[2; 3, 5)$.B. $[3, 5; 5)$.C. $[5; 6, 5)$.D. $[6, 5; 8)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Cho đồ thị thể hiện điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học vào năm 2020 dưới đây.

Điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học năm 2020



Giá trị đại diện cho nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 625,5.

B. 675,5.

C. 725,5.

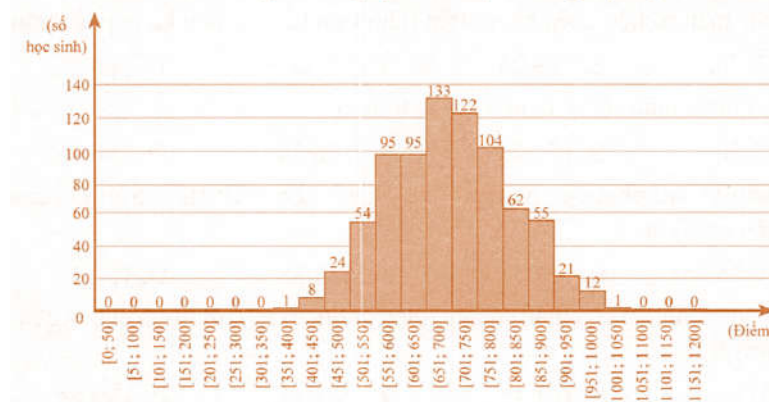
D. 775,5.

Lời giải

Chọn B

Câu 7. Cho đồ thị thể hiện điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học vào năm 2020 dưới đây.

Điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học năm 2020



Giá trị đại diện cho nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 625,5.

B. 675,5.

C. 725,5.

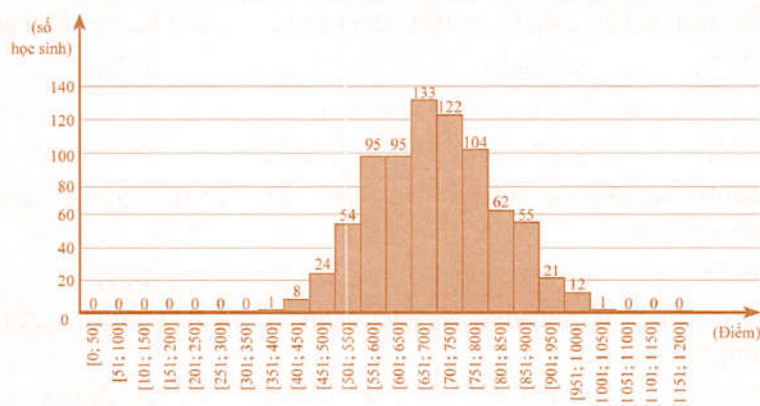
D. 775,5.

Lời giải

Chọn A

Câu 8. Cho đồ thị thể hiện điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học vào năm 2020 dưới đây.

Điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học năm 2020



Giá trị đại diện cho nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 625,5 .
- B. 675,5 .
- C. 725,5 .
- D. 775,5 .

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 157,76 .
- B. 157,25 .
- C. 158,25 .
- D. 160,45 .

Lời giải

Chọn C

Câu 10. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 156,25 .
- B. 157,5 .
- C. 156,38 .
- D. 157,54 .

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

- A. 160,52 .
 B. 161,52 .
 C. 161,14 .
 D. 162,25 .

Lời giải

Chọn C

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 12. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60) . B. [20; 40) . C. [60; 80) . D. [80; 100) .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n = 42$

Nên trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40; 60).

Câu 13. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60) . B. [20; 40) . C. [60; 80) . D. [80; 100) .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = x_{11}$

Mà $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [20; 40).

Câu 14. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60) . B. [20; 40) . C. [60; 80) . D. [80; 100) .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_3 = x_{33}$

Mà $x_{33} \in [60; 80)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm $[60; 80)$.

Câu 15. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7; 9).

B. [9; 11).

C. [11; 13).

D. [13; 15).

Lời giải

Chọn B

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5; 7), x_3, \dots, x_9 \in [7; 9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13), x_{20} \in [13; 15)$

Do đó, trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm $[9; 11)$.

Câu 16. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 7.

B. 7,6.

C. 8.

D. 8,6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5; 7), x_3, \dots, x_9 \in [7; 9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13), x_{20} \in [13; 15)$

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[7; 9)$

$$n = 20, n_m = 7, C = 2, u_m = 7, u_{m+1} = 9$$

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{1.20}{2} - 2}{7} (9 - 7) \approx 7,86 \approx 8.$$

Câu 17. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Chọn B

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5; 7), x_3, \dots, x_9 \in [7; 9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13), x_{20} \in [13; 15)$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm $[9; 11)$

$$n = 20, n_m = 7, C = 9, u_m = 9, u_{m+1} = 11$$

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3.20}{2} - 9}{7} (11 - 9) \approx 10,71 \approx 11$$

Câu 18. Lương tháng của một số nhân viên một văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

A. $Q_1 = 9; Q_2 = 10,75; Q_3 = 12,3$.

B. $Q_1 = 9; Q_2 = 10,75; Q_3 = 14,3$.

C. $Q_1 = 9; Q_2 = 11,75; Q_3 = 12,3$.

D. $Q_1 = 10; Q_2 = 10,75; Q_3 = 12,3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{24}$ lần lượt là số nhân viên theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_3 \in [6;8); x_4, \dots, x_9 \in [8;10); x_{10}, \dots, x_{17} \in [10;12); x_{18}, \dots, x_{24} \in [12;14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13})$ thuộc nhóm $[10;12)$ nên tứ phân vị thứ hai của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8} (12 - 10) = 10,75.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ thuộc nhóm $[8;10)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là 9.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$ thuộc nhóm $[12;14)$ nên tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7} (14 - 12) = 12,3.$$

Câu 19. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định các tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu trong

A. 3,6875.

B. 5,417.

C. 7,042.

D. 7,68.

Lời giải

Chọn C

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{39}$ là $x_{30} \in [6;8)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3 \cdot 39}{4} - (3 + 8 + 12)}{12} \cdot (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,042.$$

Câu 20. Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 11 tiến hành thu nhặt vỏ chai nhựa để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ chai của học sinh khối 11 ở bảng sau:

Số vỏ chai nhựa	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	53	82	48	39	18

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 19,51.

B. 19,59.

C. 20,2.

D. 18,6.

Lời giải

Chọn B

Số học sinh tham gia thu nhặt vỏ chai nhựa là $n = 53 + 82 + 48 + 39 + 18 = 240$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{240}$ lần lượt là số vỏ chai nhựa 240 học sinh khối 11 thu nhặt được xếp theo thứ tự không giảm. Do $x_1; \dots; x_{33} \in [10, 5; 15, 5); x_{34}; \dots; x_{135} \in [15, 5; 20, 5)$ nên trung vị của mẫu số liệu

$$x_1; x_2; \dots; x_{240} \text{ là } \frac{1}{2}(x_{120} + x_{121}) \in [15, 5; 20, 5).$$

Ta xác định được $n = 240, n_m = 82, C = 53, u_m = 15, 5; u_{m+1} = 20, 5$.

$$\text{Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } M_e = 15, 5 + \frac{\frac{240}{82} - 53}{2} \cdot (20, 5 - 15, 5) = \frac{803}{41} \approx 19, 59.$$

Câu 21. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A. 18,1.

B. 18,5.

C. 17,2.

D. 15,6.

Lời giải

Chọn A

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi x_1, \dots, x_{56} là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm $[15, 5; 18, 5)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Do đó, $p = 3; a_3 = 15, 5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ và ta có

$$M_e = 15, 5 + \frac{\frac{56}{15} - 15}{2} \cdot 3 = 18, 1.$$

Câu 22. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả bơ	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [170; 175).

B. [155; 160).

C. [165; 170).

D. [160; 165).

Lời giải

Chọn D

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là cân nặng của 25 quả bơ xếp theo thứ tự không giảm. Do $x_1 \in [150; 155); x_2; \dots; x_8 \in [155; 160); x_9; \dots; x_{20} \in [160; 165)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là $x_{13} \in [160; 165)$.

Câu 23. Một hãng ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[9; 10]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép số trên.

A. 2,64.

B. 2,89.

C. 2,73.

D. 2,98.

Lời giải

Chọn D

Do số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{17} \in [0, 5; 2, 5); x_{18}, \dots, x_{50} \in [2, 5; 4, 5); x_{51}, \dots, x_{75} \in [4, 5; 6, 5);$

$x_{76}, \dots, x_{95} \in [6, 5; 8, 5); x_{96}, \dots, x_{100} \in [8, 5; 10, 5).$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm $[2, 5; 4, 5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{1.100}{4} - 17}{33} \cdot (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98. .$$

Câu 24. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 11 A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Tần số
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép số trên.

A. $Q_1 = 49(kg); Q_2 = 50(kg); Q_3 = 52,5(kg)$. **B.** $Q_1 = 48(kg); Q_2 = 55(kg); Q_3 = 62,5(kg)$.

C. $Q_1 = 47(kg); Q_2 = 54(kg); Q_3 = 63,5(kg)$. **D.** $Q_1 = 46(kg); Q_2 = 53(kg); Q_3 = 64,5(kg)$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của mẫu là $n = 40$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 40 + \left(\frac{10-2}{10}\right) \cdot 10 = 48(kg)$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = M_e = 50 + \left(\frac{20-12}{16}\right) \cdot 10 = 55(kg)$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 60 + \left(\frac{30-28}{8}\right) \cdot 10 = 62,5(kg)$.

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $Q_1 = 48(kg); Q_2 = 55(kg); Q_3 = 62,5(kg)$.

Câu 25. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9; 0,95)	[0,95; 1,0)	[1,0; 1,05)	[1,05; 1,1)	[1,1; 1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $Q_1 = 0,58; Q_2 = 1,02; Q_3 = 1,048$. **B.** $Q_1 = 0,98; Q_2 = 1,02; Q_3 = 1,248$.

C. $Q_1 = 0,98; Q_2 = 1,22; Q_3 = 1,048$. **D.** $Q_1 = 0,98; Q_2 = 1,02; Q_3 = 1,048$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là số viên pin theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_{10} \in [0,9; 0,95); x_{11}, \dots, x_{30} \in [0,95; 1,0); x_{31}, \dots, x_{65} \in [1,0; 1,05).$

$x_{66}, \dots, x_{80} \in [1,05; 1,1); x_{81}, \dots, x_{85} \in [1,1; 1,15).$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{42} + x_{43})$ thuộc nhóm $[1,0;1,05)$ nên tứ phân vị thứ hai

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_2 = 1,0 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35}(1,05 - 1,0) = 1,02.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ thuộc nhóm $[0,95;1,0)$ nên tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20}(1,0 - 0,95) = 0,98.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{63} + x_{64})$ thuộc nhóm $[1,0;1,05)$ nên tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_3 = 1,0 + \frac{\frac{3.85}{4} - 30}{35}(1,05 - 1,0) = 1,048.$$

Câu 26. Tổng lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm):

121,8 158,3 334,9 200,9 165,6 161,5 194,3 220,7 189,8 234,2
165,9 165,9 134 173 169 189 254 168 255

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Hoàn thiện bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau và tìm tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu góp nhóm đó

Tổng lượng mưa trong tháng 8(mm)	[120;175)	[175;230)	[230;285)	[285;340)
Số năm	x	y	z	t

A. $x=10; y=5; z=3; t=1; Q_2=172,5$ **B.** $x=9; y=6; z=3; t=1; Q_2=172,5$.

C. $x=10; y=5; z=2; t=2; Q_2=182,5$. **D.** $x=10; y=4; z=4; t=1; Q_2=162,5$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{19}$ lần lượt là số năm theo thứ tự không giảm

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là x_{10} thuộc nhóm $[120;175)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_2 = 120 + \frac{\frac{19}{2} - 0}{10}(175 - 120) = 172,5.$$

Câu 27. Cân nặng của lợn con giống A và giống B được thống kê như bảng sau:

Cân nặng (kg)	[1,0;1,1)	[1,1;1,2)	[1,2;1,3)	[1,3;1,4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

Hãy ước lượng trung vị và tứ phân vị thứ nhất của cân nặng lợn con mới sinh giống A và của cân nặng lợn con mới sinh giống B

A. $M_A=1,22; Q_{1A}=1,15; M_B=1,223; Q_{1B}=1,12$.

B. $M_A=1,22; Q_{1A}=1,45; M_B=1,223; Q_{1B}=1,12$.

C. $M_A=1,22; Q_{1A}=1,15; M_B=1,43; Q_{1B}=1,12$.

D. $M_A=1,02; Q_{1A}=1,15; M_B=1,223; Q_{1B}=1,12$.

Lời giải

Chọn A

-Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là số lợn con giống A theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_8 \in [1, 0; 1, 1); x_9, \dots, x_{36} \in [1, 1; 1, 2); x_{37}, \dots, x_{68} \in [1, 2; 1, 3); x_{69}, \dots, x_{85} \in [1, 3; 1, 4)$

Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A thuộc nhóm $[1, 2; 1, 3)$

$$M_A = 1, 2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} \cdot (1, 3 - 1, 2) = 1, 22$$

Gọi $y_1; y_2; y_3; \dots; y_{65}$ lần lượt là số lợn con giống B theo thứ tự không gian.

Do $y_1, \dots, y_{13} \in [1, 0; 1, 1); y_{14}, \dots, y_{27} \in [1, 1; 1, 2); y_{28}, \dots, y_{51} \in [1, 2; 1, 3); y_{52}, \dots, y_{65} \in [1, 3; 1, 4)$

Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B thuộc nhóm $[1, 2; 1, 3)$.

$$M_B = 1, 2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24} \cdot (1, 3 - 1, 2) = 1, 223.$$

Vậy cân nặng trung bình của lợn con giống A nhỏ hơn giống B

-Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu giống A là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ thuộc nhóm $[1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân vị

$$\text{thứ nhất của mẫu số liệu là } Q_{1A} = 1, 1 + \frac{\frac{85}{4} - 8}{28} (1, 2 - 1, 1) = 1, 15.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu giống B là $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17})$ thuộc nhóm $[1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân vị

$$\text{thứ nhất của mẫu số liệu là } Q_{1B} = 1, 1 + \frac{\frac{65}{4} - 13}{14} (1, 2 - 1, 1) = 1, 12.$$

Câu 28. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 13.

B. 12.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{20}$ lần lượt là doanh thu bán hàng của 20 ngày sắp xếp theo thứ tự không giảm

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ thuộc nhóm $[9; 11)$ nên tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{2} - 9}{7} (11 - 9) = 10, 7$$

Câu 29. Số lượng huy chương vàng tại Sea Games 31 được thống kê

Số huy chương	$[0; 10)$	$[10; 50)$	$[50; 100)$	$[100; 210)$
Quốc gia	5	2	3	1

Xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. 10

B. 15

C. 20

D. 30.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } Q_2 = 10 + \frac{5 \cdot 5 - 5}{2} \cdot 40 = 20.$$

Câu 30. Đo cân nặng của 1 lớp gồm 40 học sinh lớp 12B

Khối lượng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80]
Số học sinh	4	13	7	5	6	2	1	2

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [40; 45] B. [45; 50] C. [50; 55] D. [55; 60]

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } Q_2 = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 17}{7} \cdot 5 \approx 52,14.$$

Câu 31. Đo cân nặng của 1 lớp gồm 40 học sinh lớp 12B

Khối lượng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80]
Số học sinh	4	13	7	5	6	2	1	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [40; 45] B. [45; 50] C. [50; 55] D. [55; 60]

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } Q_1 = 50 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{13} \cdot 5 \approx 47,3.$$

Câu 32. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 120 môn Toán

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100]
Số học sinh	25	35	37	15	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [40; 45] B. [45; 50] C. [50; 55] D. [55; 60]

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } Q_2 = 40.$$

Câu 33. Đo chiều cao các em học sinh khối 10 ta thu được kết quả

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150; 152)	5
[152; 154)	18
[154; 156)	40
[156; 158)	26
[158; 160)	8
[160; 162)	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 152,2 B. 153,3 C. 154,1 D. 151,5

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } Q_1 = 154 + \frac{25 - 23}{40} \cdot 2 \approx 154,1.$$

Câu 34. Chiều dài của 60 lá dương xỉ trường thành

Lớp của chiều dài (cm)	Tần số
[10; 20)	8
[20; 30)	18
[30; 40)	24
[40; 50)	10

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\frac{95}{3}$

B. $\frac{91}{3}$

C. $\frac{89}{3}$

D. $\frac{93}{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $Q_2 = 30 + \frac{30-26}{24} \cdot 10 = \frac{95}{3} \approx 31,67$.

Câu 35. Khối lượng của 30 củ khoai lang thu hoạch ở 1 hộ gia đình

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70; 80)	3
[80; 90)	6
[90; 100)	12
[100; 110)	6
[110; 120)	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 90

B. 95

C. 98

D. 97

Lời giải

Chọn B

Ta có $Q_2 = 90 + \frac{15-9}{12} \cdot 10 = 95$.

Câu 36. Chiều cao của học sinh lớp 5 được mô tả như bảng sau

Lớp chiều cao	Tần số
[98; 103)	6
[103; 108)	7
[108; 113)	9
[113; 118)	5
[118; 123)	6
[123; 128)	4
[128; 133)	2
[133; 138)	2
[138; 143)	3
[143; 148]	1

Tứ phân vị thứ nhất của bảng phân bố ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây ?

A. [95;100]

B. [101;107]

C. [108;112]

D. [113;115]

Lời giải

Chọn B

Ta có $Q_1 = 103 + \frac{\frac{45}{4} - 6}{7} \cdot 5 = 106,75$.

Câu 37. Điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang 100 điểm) được phân bố như sau

Lớp điểm	Tần số n_i
[40; 50)	4
[50; 60)	6
[60; 70)	10
[70; 80)	6
[80; 90)	4
[90; 100]	2

Tứ phân vị thứ ba của bảng phân bố ghép nhóm bằng

A. $\frac{310}{4}$

B. $\frac{315}{3}$

C. $\frac{220}{4}$

D. $\frac{230}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $Q_3 = 70 + \frac{24-20}{6} \cdot 10 = \frac{230}{3}$.

Câu 38. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. [0; 20)

B. [20; 40)

C. [40; 60)

D. [60; 80)

Lời giải

Chọn B

$\frac{N}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$; $5 + 9 = 14$

Nhóm chứa trung vị thứ nhất [20; 40)

Câu 39. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

A. [0; 20)

B. [20; 40)

C. [40; 60)

D. [60; 80)

Lời giải

Chọn C

$\frac{N}{2} = \frac{42}{2} = 21$; $5 + 9 + 12 = 26$

Nhóm chứa trung vị [40; 60)

Câu 40. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	
Tần số	4	5	23	6	2	$N = 40$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị

A. 74.

B. 75.

C. 76.

D. 77.

Lời giải

Chọn B

$$M_e = 70 + \frac{20-9}{23} \cdot 10 = 75$$

Câu 41. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	
Tần số	4	5	23	6	2	$N = 40$

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. $Q_1 \approx 71, Q_2 \approx 76, Q_3 \approx 78$.B. $Q_1 \approx 71, Q_2 \approx 75, Q_3 \approx 78$.C. $Q_1 \approx 70, Q_2 \approx 76, Q_3 \approx 79$.D. $Q_1 \approx 70, Q_2 \approx 75, Q_3 \approx 79$.

Lời giải

Chọn D

$$Q_1 = 70 + \frac{10-9}{23} \cdot 10 = 70 \text{ và } Q_3 = 70 + \frac{30-9}{23} \cdot 10 = 79$$

Câu 42. Dưới đây là một mẫu số liệu cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm

Nhóm ghép	Tần số	Nhóm ghép	Tần số
[62,5;67,5)	4	[82,5;87,5)	22
[67,5;72,5)	7	[87,5;92,5)	5
[72,5;77,5)	10	[92,5;97,5)	10
[77,5;82,5)	26	[97,5;102,5)	16

A. $77,5 \leq M_e < 82,5$.B. $82,5 \leq M_e < 87,5$.C. $87,5 \leq M_e < 92,5$.D. $92,5 \leq M_e < 97,5$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$4 + 7 + 10 + 26 + 22 = 69$$

Nhóm chứa trung vị là [82,5;87,5)