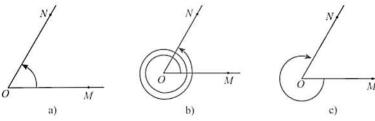
# BÀI 1. GÓC LƯỢNG GIÁC

# • CHƯƠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

# PHẨN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHẨN DẠNG)

# Dạng 1. Đơn vị đo góc

**Câu 1.** Cho  $\widehat{MON} = 60^\circ$ . Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong Hình 6 và viết công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (OM, ON).



Hình 6 **Lời giải** 

Số đo của góc lượng giác (OM, ON) trong Hình 6a là 60°

Số đo của góc lượng giác (OM, ON) trong Hình 6b là  $60^{\circ} + 2.360^{\circ} = 780^{\circ}$ 

Số đo của góc lượng giác (OM, ON) trong Hình 6c là  $60^{\circ} - 360^{\circ} = -300^{\circ}$ 

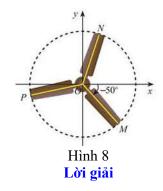
Công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (OM, ON) là:  $(OM, ON) = 60^{\circ} + k.360^{\circ} (k \in \mathbb{Z})$ 

Câu 2. Trong các khoảng thời gian từ 0 giờ đến 2 giờ 15 phút, kim phút quét một góc lượng giác là bao nhiều độ?

# Lời giải

Kim phút quét một góc là: 2.  $(-360^{\circ}) + (-90^{\circ}) = -810^{\circ}$ 

**Câu 3.** Trong Hình 8, chiếc quạt có ba cánh được phân bố đều nhau. Viết công thức tổng quát số đo của góc lượng giác (Ox,ON) và (Ox,OP).



$$(Ox, ON) = 70^{\circ} + k.360^{\circ}$$

$$(Ox; OP) = 190^{\circ} + k.360^{\circ}$$

Câu 4. Hoàn thành bảng chuyển đổi đơn vị đo của các góc sau đây:

Số đo theo độ	0°	?	45°	60°	?	120°	?	150°	180°
Số đo theo rad	?	$\frac{\pi}{6}$ rad	?	?	$\frac{\pi}{2}$ rad	?	$\frac{3\pi}{4}$ rad	?	π rad

						- 5				
Số đo	$0^{\circ}$	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	
theo độ										
Số đo	0rad	$\pi_{uad}$	$\pi_{uad}$	$\pi_{uad}$	$\pi_{uad}$	$2\pi$		$5\pi$	$\pi rad$	
theo		$\frac{-rad}{6}$	$\frac{-rad}{4}$	$\frac{-rad}{3}$	$\frac{-rad}{2}$	3		6		

rad			rad	$\frac{3\pi}{m}$ rad	rad	
				$\frac{-}{4}$		

Câu 5. Hoàn thành bảng sau:

<u> </u>	our mann cun	5 544.				
Số đo độ	15°	?	0°	900°	?	?
Số đo	?	$3\pi$	?	?	$7\pi$	$11\pi$
rađian		8			$-\frac{1}{12}$	8

Lời giải

Số đo độ	15°	67.5°	0°	900°	-105°	-247.5°
Số đo	$\pi$	$3\pi$	0	$5\pi$	$7\pi$	$11\pi$
rađian	12	8			$-{12}$	8

Câu 6. a) Đổi từ độ sang rađian các số đo sau: 360°; -450°;

b) Đổi từ rađian sang độ các số đo sau:  $3\pi; -\frac{11\pi}{5}$ .

Lời giải

a) Ta có:360° = 360. 
$$\frac{\pi}{180}$$
 =  $2\pi$ ;  $-450$ ° =  $-450$ .  $\frac{\pi}{180}$  =  $-\frac{\pi}{4}$ 

b) Ta có: 
$$3\pi = 3\pi \times (\frac{180}{\pi})^{\circ} = 540^{\circ}; -\frac{11\pi}{5} = \frac{-11\pi}{5}.(\frac{180}{\pi})^{\circ} = -396^{\circ}$$

Câu 7. Đổi số đo cung tròn sang số đo độ:

a) 
$$\frac{3\pi}{4}$$

b) 
$$\frac{5\pi}{6}$$

c) 
$$\frac{32\pi}{2}$$

$$d)\frac{3\pi}{7}$$

Lời giải

a) 
$$\frac{3\pi}{4} = 135^{\circ}$$
.

b) 
$$\frac{5\pi}{6} = 150^{\circ}$$
.

c) 
$$\frac{32\pi}{3} = 1920^{\circ}$$
.

d) 
$$\frac{3\pi}{7} = \left(\frac{540}{7}\right)^{\circ}$$
.

e) 
$$2.3 = \frac{2.3.180^{\circ}}{\pi} \approx 131.78^{\circ}$$

f) 
$$5.6 = \frac{5.6.180^{\circ}}{\pi} \approx 320.856^{\circ}$$

Câu 8. Đổi số đo cung tròn sang số đo radian:

Lời giải

a) 
$$45^{\circ} = \frac{\pi}{4}$$

b) 
$$150^{\circ} = \frac{5\pi}{6}$$

c) 
$$72^{\circ} = \frac{2\pi}{5}$$

d) 
$$75^{\circ} = \frac{5\pi}{12}$$

Câu 9. Đổi số đo của các góc sau đây sang radian:

- a) 38°;
- b) -115°;
- c)  $\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\circ}$ .

a) 
$$38^{\circ} = \frac{19\pi}{90} rad$$

b) 
$$-115^{\circ} = -\frac{23\pi}{36} rad$$

c) 
$$\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\circ} = \frac{1}{60} rad$$

Câu 10. Đổi số đo của các góc sau đây sang độ:

a) 
$$\frac{\pi}{12}$$
;

c) 
$$\frac{13\pi}{9}$$
.

Lời giải

a) 
$$\frac{\pi}{12} = 15^{\circ}$$

$$b) - 5 = -286,5^{\circ}$$

$$c) \frac{13\pi}{9} = 260^{\circ}$$

Dạng 2. Độ dài cung tròn

Dạng 3. Mối liên hệ giữa góc hình học và góc lượng giác

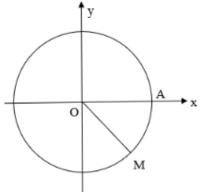
Câu 17. Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các góc lượng giác có số đo là:

a) 
$$-1485^{\circ}$$

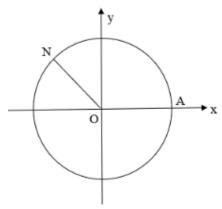
b) 
$$\frac{19\pi}{4}$$

Lời giải

a) Ta có  $-1485^{\circ} = -45^{\circ} + (-4) \cdot 360^{\circ}$ . Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo  $-1485^{\circ}$  là điểm M trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ IV sao cho  $\widehat{AOM} = -45^{\circ}$ 

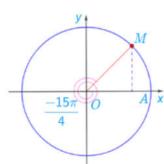


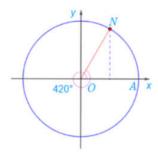
b) Ta có  $\frac{19\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2.2\pi$ . Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo  $\frac{19\pi}{4}$  là điểm N trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ II sao cho  $\widehat{AON} = \frac{3\pi}{4}$ 



**Câu 18.** Xác định các điểm M và N trên đường tròn lượng giác lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có số đo bằng  $-\frac{15\pi}{4}$  và  $420^{\circ}$ .

Lời giải





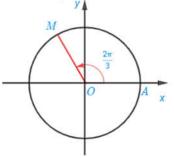
 $\mathbf{C\hat{a}u}$  19. Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm M biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

a) 
$$\frac{2\pi}{3}$$
;

b) 
$$-\frac{11\pi}{4}$$
;

Lời giải

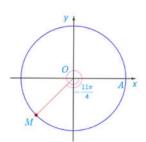
a) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $\frac{2\pi}{3}$  được xác định trong hình sau:



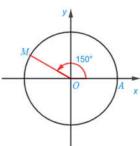


b) Ta có: 
$$\frac{-11\pi}{4} = -(\frac{3\pi}{4} + 2\pi)$$

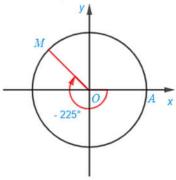
Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $\frac{-11\pi}{4}$  được xác định trong hình sau:



c) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng 150° được xác định trong hình sau:



d) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng  $-225^{\circ}$  được xác định trong hình sau:



**Câu 20.** Cho góc lượng giác (Ou,Ov) có số đo  $\frac{\pi}{5}$ . Hỏi trong các góc  $\frac{6\pi}{5}$ ,  $\frac{9\pi}{5}$ ,  $-\frac{11\pi}{5}$ ,  $\frac{31\pi}{5}$ ,  $-\frac{14\pi}{5}$ , những góc nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho.

$$\frac{6\pi}{5} = \pi + \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{9\pi}{5} = 2\pi - \frac{\pi}{5}$$

$$-\frac{11\pi}{5} = -2\pi - \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{31\pi}{5} = 6\pi + \frac{\pi}{5}$$

$$-\frac{14\pi}{5} = -3\pi + \frac{\pi}{5}$$

New Jeth Bio Vietne

Nhận thấy số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho khi ta quay góc đó chẵn 1 vòng mà 1 vòng có số đo là  $2\pi \Rightarrow$  những số đo thỏa yebt là  $\frac{9\pi}{5}$ ,  $-\frac{11\pi}{5}$ ,  $\frac{31\pi}{5}$ .

**Câu 21.** Hãy tìm số đo  $\alpha$  của góc lượng giác (Ou,Ov) với  $0 \le \alpha \le 2\pi$ , biết một góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc đó có số đo là:

a) 
$$\frac{29\pi}{4}$$

b) 
$$-\frac{128\pi}{3}$$

c) 
$$-\frac{2003\pi}{6}$$

d) 18,5

a) 
$$\frac{29\pi}{4} = 6\pi + \frac{5\pi}{4}$$

b) 
$$-\frac{128\pi}{3} = -44\pi + \frac{4\pi}{3}$$

c) 
$$-\frac{2003\pi}{6} = -334\pi + \frac{\pi}{6}$$

d) 
$$18,5 \approx \frac{18,5}{3.14}\pi = \frac{925}{157}\pi = 4\pi + \frac{297\pi}{157}$$

Dựa vào phân tích trên, góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc đó có số đo thỏa mãn yebt là

a) 
$$\frac{5\pi}{4}$$
 b)  $\frac{4\pi}{3}$  c)  $\frac{\pi}{6}$  d)  $\frac{297\pi}{157}$ 

**Câu 22.** Hãy tìm số đo  $\alpha^{\circ}$  của góc lượng giác (Ou, Ov)  $(0^{\circ} \le \alpha \le 360^{\circ})$  biết một góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với nó có số đo:

d) 
$$(20\pi)^{\circ}$$

Lời giải

a) 
$$395^{\circ} = 360^{\circ} + 35^{\circ}$$

b) 
$$-1052^{\circ} = -3.360^{\circ} + 28^{\circ}$$

c) 
$$-972^{\circ} = -3.360^{\circ} + 288^{\circ}$$

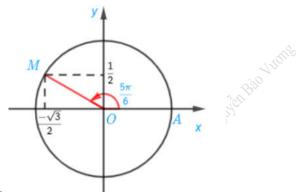
d) 
$$(20\pi)^{\circ} \approx 62.8^{\circ} = -360^{\circ} + 297.2^{\circ}$$

Dựa vào phân tích trên, góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc đó có số đo thỏa mãn yebt là

**Câu 23.** Cho góc lượng giác có số đo bằng  $\frac{5\pi}{6}$ .

- a) Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.
- b) Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Lời giải



- a)
- b) Ta có:

$$\sin(\frac{5\pi}{6}) = \frac{1}{2}; \cos(\frac{5\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \tan(\frac{5\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \cot(\frac{5\pi}{6}) = -\sqrt{3}$$

Câu 24. Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

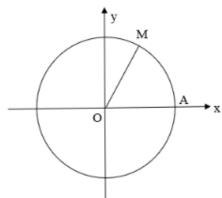
a) 
$$\frac{-17\pi}{3}$$
;

- b)  $\frac{13\pi}{4}$ ;
- c) -765°.

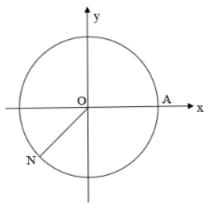
Lời giải

a) Ta có  $\frac{-17\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 3.2\pi$ . Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo  $\frac{-17\pi}{3}$  là điểm M

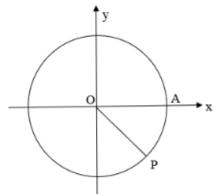
trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ I sao cho  $\widehat{AOM} = \frac{\pi}{3}$ 



b) Ta có  $\frac{13\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi$ . Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo  $\frac{13\pi}{4}$  là điểm N trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ III sao cho  $\widehat{AON} = \frac{5\pi}{4}$ 



c) Ta có  $-765^{\circ} = -45^{\circ} - 2.360^{\circ}$ . Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo  $-765^{\circ}$  là điểm P trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ IV sao cho  $\widehat{AOP} = -45^{\circ}$ 



**Câu 25.** Góc lượng giác  $\frac{31\pi}{7}$  có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?  $\frac{3\pi}{10\pi} = 25\pi$ 

$$\frac{3\pi}{7}; \frac{10\pi}{7}; \frac{-25\pi}{7}.$$

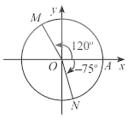
Lời giải

Ta có:

$$\frac{31\pi}{7} = \frac{3\pi}{7} + 2.2\pi \frac{-25\pi}{7} = \frac{3\pi}{7} - 2.2\pi$$

Vậy góc lượng giác  $\frac{31\pi}{7}$  có cùng điểm biểu diễn với góc lượng giác  $\frac{3\pi}{7}$  và  $\frac{-25\pi}{7}$ 

Câu 26. Viết công thức số đo tổng quát của các góc lượng giác (OA, OM) và (OA, ON) trong Hình 14

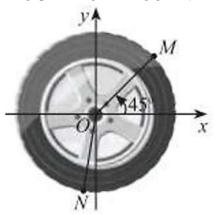


Hình 14

$$(OA, OM) = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi$$

$$(OA, ON) = \frac{5\pi}{12} + k.2\pi$$

**Câu 27.** Trong Hình 15, mâm bánh xe ô tô được chia thành năm phần bằng nhau. Viết công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, ON).



Hình 15

Lời giải

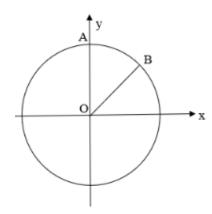
$$(Ox, ON) = -99^{\circ} + k \cdot 360^{\circ}$$

Câu 28. Trên đường tròn lượng giác, hãy biểu diễn các góc lượng giác có số đo có dạng là:

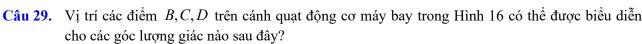
a) 
$$\frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z});$$

b) 
$$k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$$
.

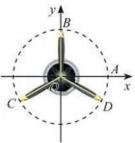
Lời giải



- a) Góc lượng giác có số đo có dạng  $\frac{\pi}{2} + k\pi (k\epsilon \mathbb{Z})$  được biểu diễn bằng điểm A trên đường tròn lượng giác.
- b) Góc lượng giác có số đo có dạng  $k\frac{\pi}{4}(k\in\mathbb{Z})$  được biểu diễn bằng điểm B trên đường tròn lượng giác.



$$\frac{\pi}{2} + k \frac{2\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}); \frac{-\pi}{6} + k \frac{2\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}); \frac{\pi}{2} + k \frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$$



Hình 16

# Lời giải

Điểm B, C, D biểu diễn cho góc lượng giác  $\frac{\pi}{2} + k \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ 

# PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Số đo theo đơn vị rađian của góc 315° là

**A.** 
$$\frac{7\pi}{2}$$
.

**B.** 
$$\frac{7\pi}{4}$$
.

C. 
$$\frac{2\pi}{7}$$
.

**D.** 
$$\frac{4\pi}{7}$$
.

Lời giải

Chon B

Ta có 
$$315^{\circ} = \frac{315}{180} \cdot \pi = \frac{7\pi}{4}$$
 (rađian).

**Câu 2.** Cung tròn có số đo là  $\frac{5\pi}{4}$ . Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

**A.** 5°.

- **B.** 15°.
- **C.** 172°.
- **D.** 225°.

Lời giải

Chọn D

Ta có: 
$$a^{\circ} = \frac{\alpha}{\pi}.180^{\circ} = \frac{\frac{5\pi}{4}}{\pi}.180^{\circ} = 225^{\circ}$$
.

**Câu 3.** Cung tròn có số đo là  $\pi$ . Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

**A.** 30°.

- **B.** 45°.
- **C.** 90°.
- **D.** 180°.

Chọn D

Ta có: 
$$a^{\circ} = \frac{\alpha}{\pi} .180^{\circ} = 180^{\circ}$$
.

**Câu 4.** Góc  $63^{\circ}48'$  bằng (với  $\pi = 3,1416$ )

**A.** 1,113 rad .

- **B.** 1,108 rad.
- **C.** 1,107 rad.
- **D.** 1,114 rad.

Lời giải

Lời giải

Chon D

Ta có 
$$63^{\circ}48' = 63, 8^{\circ} = \frac{63, 8^{\circ} \times 3,1416}{180^{\circ}} \approx 1,114 rad$$

**Câu 5.** Góc có số đo  $\frac{2\pi}{5}$  đổi sang độ là:

**A.** 135<sup>0</sup>.

- **B.**  $72^{\circ}$ .
- $\mathbf{C}.\ 270^{\circ}.$
- **D.** 240°.

### Chon B

Ta có: 
$$\frac{2\pi}{5} = \frac{2.180^{\circ}}{5} = 72^{\circ}$$
.

Góc có số đo  $108^{\circ}$  đổi ra rađian là: Câu 6.

**A.** 
$$\frac{3\pi}{5}$$
.

**B.** 
$$\frac{\pi}{10}$$
.

C. 
$$\frac{3\pi}{2}$$
.

**D.** 
$$\frac{\pi}{4}$$
.

Lời giải

# Chon A

Ta có: 
$$108^{\circ} = \frac{108^{\circ}.\pi}{180^{\circ}} = \frac{3\pi}{5}$$
.

Góc có số đo  $\frac{\pi}{9}$  đổi sang độ là: Câu 7.

A. 
$$25^{\circ}$$
.

 $B. 15^{0}.$ 

$$\mathbf{C}$$
.  $18^{\circ}$ .

**D.**  $20^{\circ}$ .

Lời giải

# Chon D

Ta có: 
$$\frac{\pi}{9} = \frac{180^{\circ}}{9} = 20^{\circ}$$
.

Cho  $a = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ . Tìm k để  $10\pi < a < 11\pi$ Câu 8.

**A.** 
$$k = 7$$
.

**B.** 
$$k = 5$$
. **C.**  $k = 4$ . **D.**  $k = 6$ .

Lời giải

# Chon B

+ Để 
$$10\pi < a < 11\pi$$
 thì  $\frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \Rightarrow k = 5$ 

Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là: Câu 9.

**A.** 
$$60^{\circ}$$
.

**B.**  $30^{\circ}$ .

 $\mathbf{C}.\ 40^{\circ}.$ 

**D.**  $50^{\circ}$ .

Lời giải

### Chon D

+ 1 bánh răng tương ứng với  $\frac{360^{\circ}}{72} = 5^{\circ} \Rightarrow 10$  bánh răng là  $50^{\circ}$ .

Câu 10. Đổi số đo góc 105° sang rađian.

**A.** 
$$\frac{7\pi}{12}$$
.

**B.** 
$$\frac{9\pi}{12}$$
.

C. 
$$\frac{5\pi}{8}$$
.

**D.**  $\frac{5\pi}{12}$ .

Lời giải

#### Chon A

$$105^{0} = \frac{105^{0}.\pi}{180^{0}} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 11. Số đo góc 22°30' đổi sang rađian là:

A. 
$$\frac{\pi}{5}$$

**B.** 
$$\frac{\pi}{8}$$
.

C. 
$$\frac{7\pi}{12}$$
.

$$\frac{\pi}{6}$$
.

Lời giải

#### Chon B

$$22^{\circ}30' = \frac{22^{\circ}30'.\pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{8}.$$

Câu 12. Một cung tròn có số đo là 45°. Hãy chọn số đo radian của cung tròn đó trong các cung tròn sau

A. 
$$\frac{\pi}{2}$$

 $\mathbf{B}$ .  $\pi$ 

C. 
$$\frac{\pi}{4}$$

D.  $\frac{\pi}{3}$ 

Lời giải

Chon C

Ta có: 
$$\alpha = \frac{a^{\circ}.\pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{4}$$
.

**Câu 13.** Góc có số đo  $\frac{\pi}{24}$  đổi sang độ là:

**A.** 
$$7^{\circ}$$
.

$$\mathbf{C.} \ 8^{0}.$$

**D.**  $8^{0}30'$ .

Lời giải

Chon B

Ta có: 
$$\frac{\pi}{24} = \frac{180^{\circ}}{24} = 7^{\circ}30$$
'.

**Câu 14.** Góc có số đo  $120^{\circ}$  đổi sang rađian là:

**A.** 
$$\frac{2\pi}{3}$$
.

**B.** 
$$\frac{3\pi}{2}$$
.

C. 
$$\frac{\pi}{4}$$
.

**D.** 
$$\frac{\pi}{10}$$
.

Lời giải

Chon A

Ta có: 
$$120^{\circ} = \frac{120^{\circ}.\pi}{180^{\circ}} = \frac{2\pi}{3}$$
.

 $\mathbf{C\hat{a}u} \ \mathbf{15}$ . Trên đường tròn với điểm gốc là A. Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AMcó số đo  $60^{\circ}$ . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục  $O_{Y}$ , số đo cung AN là

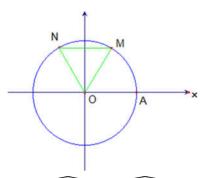
**A.**  $-120^{\circ}$  hoặc  $240^{\circ}$ . **B.**  $120^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$ .

C. 120°.

**D.**  $-240^{\circ}$ .

Lời giải

Chon C



Ta có:  $\widehat{AON} = 60^{\circ}$ ,  $\widehat{MON} = 60^{\circ}$  nên  $\widehat{AOM} = 120^{\circ}$ . Khi đó số đo cung AN bằng  $120^{\circ}$ .

**Câu 16.** Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng):  $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$ ,  $\beta = \frac{\pi}{3}$ ,  $\gamma = \frac{25\pi}{3}$ ,  $\delta = \frac{19\pi}{6}$ , Các cung nào có điểm cuối trùng nhau:

**A.** 
$$\beta$$
 và  $\gamma$ ;  $\alpha$  và  $\delta$ . **B.**  $\alpha, \beta, \gamma$ .

**B.** 
$$\alpha, \beta, \gamma$$

C. 
$$\beta, \gamma, \delta$$
.

 $\alpha$  và  $\beta$ ;  $\gamma$  và  $\delta$ .

Lời giải

Chọn A

C1: Ta có:  $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow 2$  cung  $\alpha$  và  $\delta$  có điểm cuối trùng nhau.

 $\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$  hai cung  $\beta$  và  $\gamma$  có điểm cuối trùng nhau.

C2: Gọi là điểm cuối của các cung  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 

Biểu diễn các cung trên đường tròn lượng giác ta có  $B \equiv C, A \equiv D$ .

**Câu 17.** Cho L, M, N, P lần lượt là điểm chính giữa các cung AB, BC, CD, DA. Cung  $\alpha$  có mút đầu trùng với A và số đo  $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$ . Mút cuối của  $\alpha$  ở đâu?

A. L hoặc N.

- **B.** M hoặc P.
- $\mathbb{C}$ . M hoặc N.
- **D.** L hoặc P.

Lời giải

# Chon A

Nhìn vào đường tròn lượng giác để đánh giá.

**Câu 18.** Biết một số đo của góc  $\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$ . Giá trị tổng quát của góc  $\angle(Ox, Oy)$  là:

**A.** 
$$\angle (Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + k\pi$$
.

**B.** 
$$\angle (Ox, Oy) = \pi + k2\pi$$
.

C. 
$$\angle (Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$
. D.  $\angle (Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

# Chon D

$$\angle (Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi = \frac{\pi}{2} + 2002\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

Câu 19. Cung nào sau đây có mút trung với B hoặc B'?

**A.** 
$$a = 90^{\circ} + k360^{\circ}$$
.

**A.** 
$$a = 90^{\circ} + k360^{\circ}$$
. **B.**  $a = -90^{\circ} + k180^{\circ}$ .

$$\mathbf{C.} \ \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

**C.** 
$$\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$
. **D.**  $\alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ .

Lời giải

# Chon B

Nhìn vào đường tròn lương giác để đánh giá.

**Câu 20.** Cung  $\alpha$  có mút đầu là A và mút cuối là M thì số đo của  $\alpha$  là:

A. 
$$\frac{3\pi}{4} + k2\pi$$

**A.** 
$$\frac{3\pi}{4} + k2\pi$$
. **B.**  $-\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ . **C.**  $\frac{3\pi}{4} + k\pi$ . **D.**  $-\frac{3\pi}{4} + k\pi$ .

$$\mathbf{C.} \ \frac{3\pi}{4} + k\pi$$

**D.** 
$$-\frac{3\pi}{4} + k\pi$$

# Lời giải

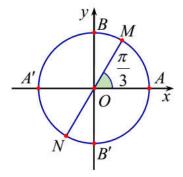
### Chon B

Ta có OM là phân giác góc  $\widehat{A'OB'} \Rightarrow \widehat{MOB'} = 45^{\circ} \Rightarrow \widehat{AOM} = 135^{\circ}$ 

 $\Rightarrow$  góc lượng giác  $(OA, OM) = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi$  (theo chiều âm).

hoặc  $(OA, OM) = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$  (theo chiều dương).

**Câu 21.** Trên hình vẽ hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là:



**A.** 
$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$
.

**B.** 
$$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

C. 
$$x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

**B.** 
$$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$
. **C.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ . **D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$ .

# Chọn C

**Câu 22.** Trên đường tròn lượng giác gốc A, cho điểm M xác định bởi sđ $\stackrel{\frown}{AM} = \frac{\pi}{3}$ . Gọi  $M_1$  là điểm đối xứng của M qua trục Ox. Tìm số đo của cung lượng giác  $\stackrel{\frown}{AM_1}$ .

**A.** sđ 
$$AM_1 = \frac{-5\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

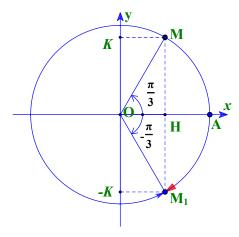
**B.** sđ 
$$AM_1 = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

C. sđ 
$$\stackrel{\frown}{AM_1} = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

**D.** sđ 
$$\stackrel{\frown}{AM}_1 = \frac{-\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

# Chọn C



Vì  $M_1$  là điểm đối xứng của M qua trục Ox nên có 1 góc lượng giác  $(OA, OM_1) = -\frac{\pi}{3}$ 

 $\Rightarrow$  so  $\stackrel{\frown}{AM}_1 = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 23.** Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc  $\frac{7\pi}{4}$ ?

$$\mathbf{A} \cdot -\frac{\pi}{4}$$
.

**B.** 
$$\frac{\pi}{4}$$
.

C. 
$$\frac{3\pi}{4}$$
.

**D.** 
$$-\frac{3\pi}{4}$$
.

Lời giải

# Chọn A

Ta có 
$$\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$$
.

Góc lượng giác có cùng điểm cuối với góc  $\frac{7\pi}{4}$  là  $-\frac{\pi}{4}$ .

**Câu 24.** Có bao nhiều điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn  $\widehat{AM} = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

**A.** 6.

**B.** 4.

- **C.** 3.
- **D.** 8.

Lời giải

# Chọn C

Có 3 điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn  $\widehat{AM} = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , ứng với các giá trị là số dư của phép chia k cho 3.

Câu 25. Cung tròn bán kính bằng 8,43cm có số đo 3,85 rad có độ dài là

**A.** 32,46*cm*.

- **B.** 32,47*cm*.
- **C.** 32,5*cm*.
- **D.** 32,45*cm*.

### Chon A

Độ dài cung tròn là  $l = R\alpha = 8,43 \times 3,85 = 32,4555$ 

**Câu 26.** Trên đường tròn bán kính r = 15, độ dài của cung có số đo  $50^{\circ}$  là:

**A.** 
$$l = 15.\frac{180}{\pi}$$
. **B.**  $l = \frac{15\pi}{180}$ .

**B.** 
$$l = \frac{15\pi}{180}$$
.

**C.** 
$$l = 15.\frac{180}{\pi}.50$$
. **D.**  $l = 750$ .

Lời giải

Chon C

$$l = \frac{\pi . r. n^0}{180^0} = \frac{\pi 15.50}{180}.$$

**Câu 27.** Trên đường tròn bán kính r = 5, độ dài của cung đo  $\frac{\pi}{9}$  là:

**A.** 
$$l = \frac{\pi}{8}$$
.

**B.** 
$$l = \frac{r\pi}{8}$$

**A.** 
$$l = \frac{\pi}{8}$$
. **C.**  $l = \frac{5\pi}{8}$ .

D. kết quả khác.

Lời giải

Chon C

Độ dài cung AB có số đo cung AB bằng n độ:  $l = r.n = 5.\frac{\pi}{9}$ .

**Câu 28.** Một đường tròn có bán kính R = 10cm. Độ dài cung  $40^{\circ}$  trên đường tròn gần bằng

**A.** 11cm.

**B.** 13cm.

**C.** 7cm.

D. 9cm.

Lời giải

Chon C

Đổi đơn vị 
$$40^{\circ} \to \frac{40.\pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \implies \text{độ dài cung } \ell = \frac{2\pi}{9}.10 = \frac{20\pi}{9} = 6,9813(cm) \approx 7(cm)$$
.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 29. Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57cm và kim phút dài 13,34cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vach lên cung tròn có đô dài là

**A.** 
$$2,78cm$$
.

**D.** 2.8cm.

Lời giải

Chon B

6 giờ thì kim giờ vạch lên 1 cung có số đo  $\pi$  nên 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là  $\frac{1}{12}\pi$ , suy ra độ dài cung tròn mà nó vạch lên là  $l = R\alpha = 10,57 \times \frac{3,14}{12} \approx 2,77$ 

Câu 30. Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng 6,5cm (lấy  $\pi = 3,1416$ )

**A.** 22043*cm*.

**B.** 22055cm.

C. 22042*cm*.

**D.** 22054*cm*.

Lời giải

Chon D

3 phút xe đi được  $\frac{3\times60}{20}\times60=540$  vòng. Độ dài 1 vòng bằng chu vi bánh xe là  $2\pi R = 2 \times 3,1416 \times 6,5 = 40,8408$ . Vây quãng đường đi được là  $540 \times 40,8408 = 22054,032cm$