Hashes and MACs
Outlook

- *One-way* functions
- Hash Function: Definition and classification
- Unkeyed hash functions (MDCs)
  - MDCs based on cryptographic algorithms
  - Customized MDCs (MD5, SHAx)
- Keyed hash functions (MACs)
- Applications
- *Randomized hash functions*: UNIX example

One-way Functions

- Une fonction f est dite à sens unique (***one-way function ou OWF***) si $\forall\ x \in X$ on peut facilement calculer $f(x) = y$ mais pour la grande majorité des $y \in Y$ il est calculatoirement impossible de trouver un x tq. $f(x) = y$.
- Exemples:
  - calcul des carrées modulo un composite:

    $f(x) = x^2 \bmod n$ avec $n = pq$ (p et q inconnus)

    est une one-way function car l'inverse est difficile (voir le problème de base SQROOTP).
  - on peut construire une one-way function sur la base de DES ou de n'importe quel autre système de cryptage à blocs E comme suit:

    $y = f(x) = E_k(x) \oplus x$, avec k une clé fixée et connue

    on peut considérer que $E_k(x) \oplus x$ a un comportement (pseudo) aléatoire par construction de E. Le calcul de l'inverse revient à trouver un x t.q. :

    $x = E_k^{-1}(x \oplus y)$

    ce qui est considéré difficile avec les propriétés de E.

    A noter que $f(x) = E_k(x)$ ne suffirait pas pour en faire une OWF car, en connaissant la clé, DES est réversible.

Hash Functions: Définitions

- Une fonction de hachage (***hash function***) est une fonction h ayant les propriétés suivantes:
  - **compression**: la fonction h fait correspondre à un ensemble X composée par des chaînes de bits **de longueur finie mais arbitraire**, un ensemble Y composé par des chaînes de bits **de longueur finie et fixée** (et normalement inférieur à la taille de X) avec $h(x) = y$, et $x \in X, y \in Y$**.**
  - **facile à calculer**: partant de h et $x \in X$, $h(x)$ est facile à calculer.
- Une hash function est dite “à clé” (***keyed hash function***) si une clé intervient dans le calcul de la fct. ($h_k(x) = y$); sinon on l’appelle “sans clé” (***unkeyed hash function***).
- Les hash functions ont des nombreuses applications informatiques dont l’archivage structuré facilitant la recherche. Coté sécurité nous allons étudier deux catégories principales:
  - codes détecteurs d’altérations (***manipulation detection codes (MDC)*** or *message integrity codes (MIC)*): ce sont des *unkeyed functions* permettant de fournir un service d’intégrité sous certaines conditions. Le résultat d’une telle fonction est appelée *MDC-value* ou, simplement, *digest*.
  - codes d’authentification de message (***message authentication codes ou MAC***) qui sont des *keyed functions* permettant d’authentifier la source du message et d’assurer son intégrité sans utiliser des mécanismes (cryptage) additionnels.

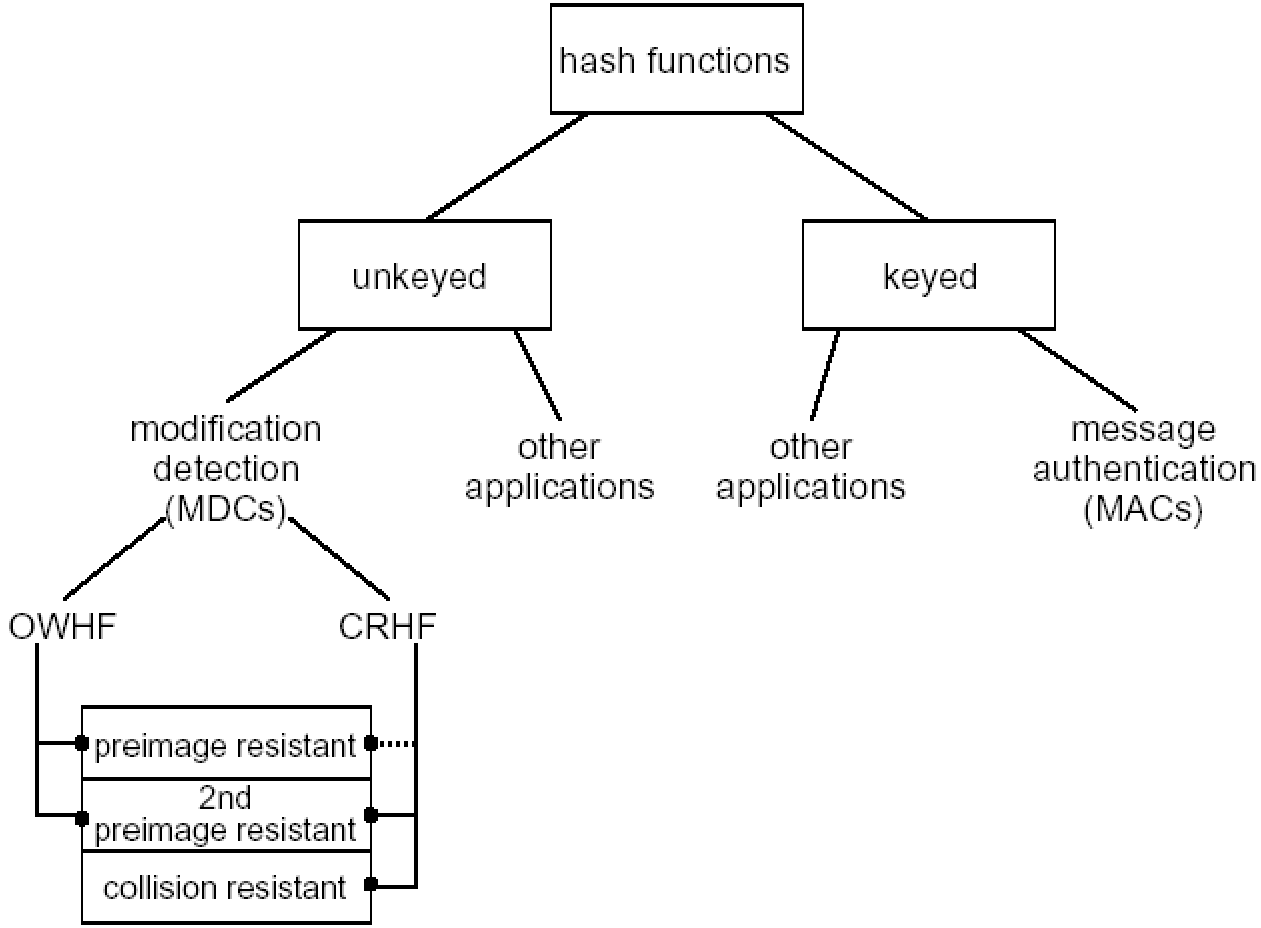
Hash Functions: Définitions (II)

- Quelques propriétés de base des hash functions:
  - 1) *preimage resistance*: étant donné un $y \in Y$, il est calculatoirement impossible de trouver une pré-image $x \in X$ satisfaisant $h(x) = y$.
  - 2) 2^{nd}*-preimage resistance*: étant donné un $x \in X$ et son image $y \in Y$, avec $h(x) = y$, il est calculatoirement impossible de trouver un $x' \neq x$ tel que $h(x) = h(x')$. Aussi appelée *weak collision resistance*.
  - 3) *collision résistance*: il est calculatoirement impossible de trouver deux pré-images $x, x' \in X$ distinctes pour lesquels $h(x) = h(x')$ (pas de restriction sur le choix des valeurs). Aussi appelée *strong collision resistance*.
- Une fonction de hachage à sens unique (***one way hash function ou OWHF***) est un MDC satisfaisant l) et 2). Aussi appelée: *weak one-way hash function.*
- Une fonction de hachage résistante aux collisions (***collision resistant hash function ou CRHF***) est un MDC satisfaisant le propriétés 2) et 3). (A noter que 3) $\Rightarrow$ 2)). Aussi appelée: *strong one-way hash function.*
- OWF ≠> OWHF: A noter qu'une OWHF en tant que hash function impose des restrictions supplémentaires sur les domaines sources et image ainsi que sur la 2nd-*preimage resistance* qui ne sont pas forcement respectés par des OWFs.
  - Exemple: $f(x) = x^2 \bmod n$ avec $n = pq$ (p et q inconnus) n'est pas une OWHF car étant donné x, $-x$ est une collision triviale.

Message Authentication Codes (MAC)

- Un **Message Authentication Code** (**MAC**) est une famille de fonctions h_k paramétrisées par une clé secrète k ayant les propriétés suivantes:
  - 1) **compression**: comme pour les fonctions de hash génériques mais appliqué à h_k.
  - 2) **facile à calculer**: à partir d'une fonction h_k, et d'une clé connue k, on peut facilement calculer $h_k(x)$. Le résultat est appelée un *MAC-value* ou, simplement, un *MAC*.
  - 3) **résistance calculatoire** (*computation-resistance*): sans connaissance de la clé symétrique k, il est (calculatoirement) impossible de calculer des paires $(x, h_k(x))$ à partir de 0 ou plusieurs paires connus $(x_i, h_k(x_i))$ pour tout $x \neq x_i$.
- La propriété 3) implique que les paires $(x_i, h_k(x_i))$ ne peuvent non plus servir à calculer la clé k (*key non-recovery*). Cependant la propriété *key non-recovery* n'implique pas *computation-resistance* car des attaques *chosen/known -plaintext* pourraient mener à des paires $(x, h_k(x))$ falsifiées.
- L'impossibilité de calculer des paires $(x, h_k(x))$ se traduit également en *preimage* et *collision resistance* (cf. transparent précédent) pour toute entité ne possédant pas la clé k.

Hash Functions: Schéma Récapitulatif



(Source [Men97])

Attaques sur des MDCs: *2^nd preimage résistance*

- Problème: étant donné `h(x) = y`, trouver `x'` tq. `h(x')=h(x)`.
- Exemple pratique: on a un texte avec un *digest* associé portant une signature digitale; on veut créer un faux texte portant la même signature (sans avoir le contrôle sur le texte original). Quelles sont nos chances d'un point de vue probabiliste?
- Soit une hash function `h` avec `n` sorties possibles et une valeur donnée `h(x)`. Si `h` est appliquée à `k` valeurs aléatoires, quelle doit être la valeur de `k` pour que la probabilité d'avoir au moins un `y` tq. `h(x) = h(y)` soit `0.5`?
- Pour la première valeur de `y`, la probabilité que `h(x) = h(y)` est `1/n`. Inversement, la probabilité que $h(x) \neq h(y)$ est `1-1/n`. Pour `k` valeurs, la probabilité de n'avoir aucune collision est de: $(1-1/n)^k$, soit:

$$\left(1-\frac{1}{n}\right)^k = 1 - k\frac{1}{n} + \binom{k}{2}\frac{1}{n^2} - \binom{k}{3}\frac{1}{n^3} + \dots$$

  ce qui pour `n` très grand peut être approché par `1 - k/n`. Par conséquent, la probabilité complémentaire d'avoir au moins une collision est d'environ `k/n`; c'est qui nous donne `k = n/2` pour une probabilité de `0.5`.
- Conclusion: pour un digest de `m`-bits, le nombre d'essais nécessaires à trouver un `y` tq. `h(x) = h(y)` avec une probabilité de `0.5` est 2^{m-1}.

Attaques sur des MDCs: *collision résistance*

- Problème: trouver deux valeurs `x`, `x'` distincts t.q. `h(x) = h(x')`.
- Exemple pratique: On doit faire signer un texte à quelqu'un et on veut appliquer cette signature à un texte falsifié (on contrôle le texte original). Quelles sont nos chances de trouver deux textes originaux satisfaisant ce critère?

Dear Anthony,

{This letter is / I am writing} to introduce {you to / to you} {Mr. / —} Alfred {P. / —} Barton, the {new / newly appointed} {chief / senior} jewellery buyer for {our / the} Northern {European / Europe} {area / division}. He {will take / has taken} over {the / —} responsibility for {all / the whole of} our interests in {watches and jewellery / jewellery and watches} in the {area / region}. Please {afford / give} him {every / all the} help he {may need / needs} to {seek out / find} the most {modern / up to date} lines for the {top / high} end of the market. He is {empowered / authorized} to receive on our behalf {samples / specimens} of the {latest / newest} {watch and jewellery / jewellery and watch} products, {up / subject} to a {limit / maximum} of ten thousand dollars. He will {carry / hold} a signed copy of this {letter / document} as proof of identity. An order with his signature, which is {appended / attached} {authorizes / allows} you to charge the cost to this company at the {above / head office} address. We {fully / —} expect that our {level / volume} of orders will increase in the {following / next} year and {trust / hope} that the new appointment will {be / prove} {advantageous / an advantage} to both our companies.

Exemple d'une lettre falsifiée en 2^{37} variations (source [Sta95])

Birthday Paradox: Fondement Mathématique

- Le *birthday paradox* est un problème probabiliste classique qui montre que dans une réunion de 23 personnes seulement, on a déjà une chance sur deux d'avoir deux personnes ayant leur anniversaire le même jour.
- Soit $y_1, y_2, \ldots, y_n$ toutes les sorties possibles d'une hash function. Combien des $h(x_i)$: $h(x_1), h(x_2), \ldots, h(x_k)$ devons nous calculer pour avoir une probabilité de collision égale ou supérieure à 0.5 ?
- Le premier choix pour $h(x_1)$ est arbitraire ($prob = 1$), le deuxième $h(x_2) \neq h(x_1)$ a une probabilité de $1 - 1/n$, le troisième de $1 - 2/n$, etc. Ce qui nous donne une probabilité de ne pas avoir des collisions égale à:

$$P_{no-collision} = \prod_{i=1}^{k-1}\left(1 - \frac{i}{n}\right)$$

On prouve facilement (développement en série de e^{-x}) que pour $0 \leq x \leq 1$: $1 - x \leq e^{-x}$ et donc:

$$P_{no-coll} = \prod_{i=1}^{k-1}\left(1 - \frac{i}{n}\right) \leq \prod_{i=1}^{k-1} e^{-\frac{i}{n}} = e^{\frac{-k(k-1)}{2n}}$$

Birthday Paradox: Fondement Mathématique (II)

La probabilité d'avoir au moins une collision est $P_{au\text{-}moins1} = 1 - P_{no\text{-}coll}$, soit:

$$P_{au-moins1} \geq 1 - e^{\frac{-k(k-1)}{2n}}$$

Pour connaître la valeur de k pour laquelle $P_{au\text{-}moins1}$ est plus grand que 0.5, il suffit de calculer:

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{\frac{-k(k-1)}{2n}}$$

Si k est grand, on remplace $k(k-1)$ par k^2 et on obtient après des calculs simples:

$$k = \sqrt{2(\ln 2)n} \cong 1,17\sqrt{n} \approx \sqrt{n}$$

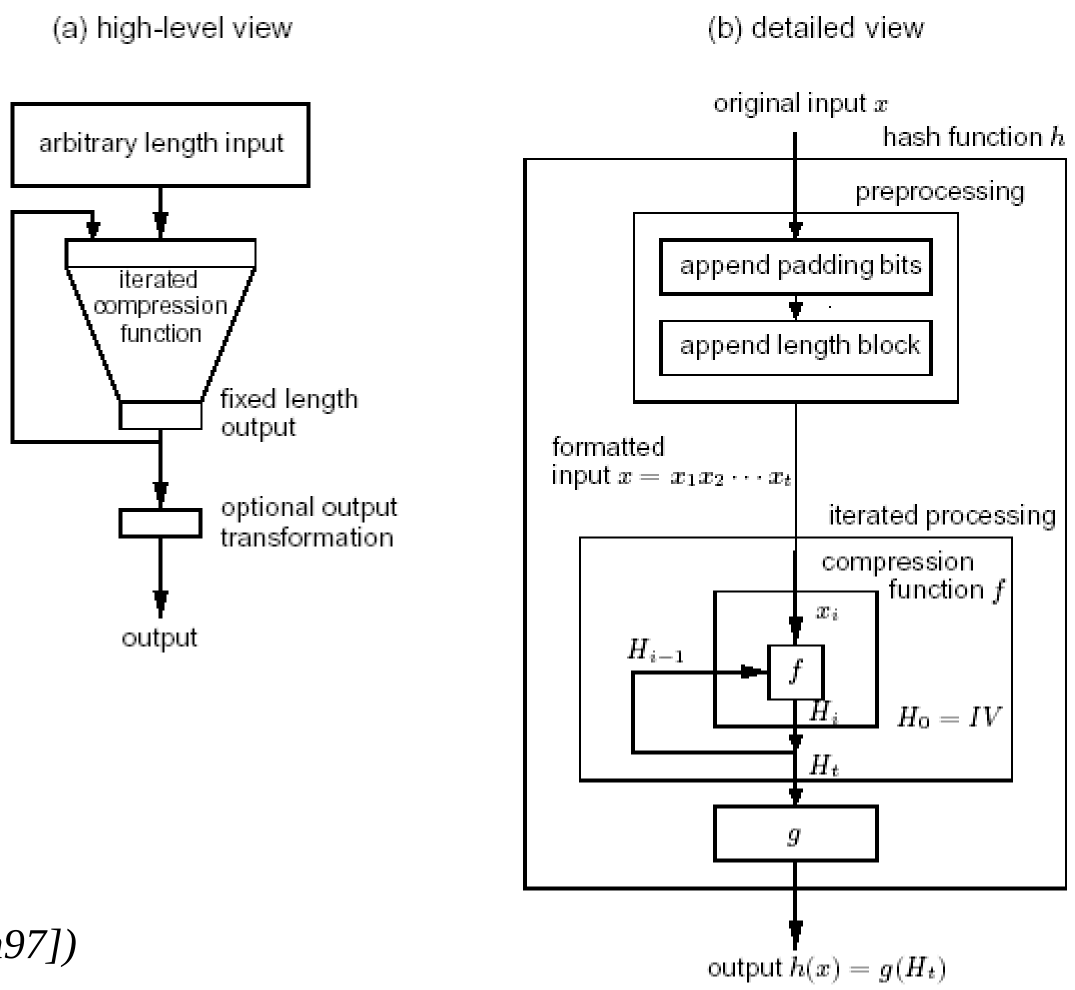
- En prenant n = 365 pour l'anniversaire, on obtient k = 22.3, ce qui confirme l'énoncé du problème
- Conséquence pour les hash functions: Soit une hash function avec 2^m sorties possibles. Si h est appliqué à $k = 2^{m/2}$ entrées on a une probabilité supérieur à 0.5 d'obtenir $h(x_i) = h(x_j)$

Résistance Calculatoire Théorique des Hash Functions: Récapitulation

Type de Hash Fct.	**Caractéristique**	**Difficulté Calculatoire**	**But de l'attaque**	**Taille conseillée du digest/clé**
OWHF	*preimage resistance*	2^{n}	trouver une pré-image	$n \geq 80$ bits
	2nd-preimage résistance	2^{n-1}	trouver x' avec $h(x') = h(x)$	
CRHF	*collision resistance*	$2^{n/2}$	trouver une collision	$n \geq 160$ bits
MAC	*key non-recovery*	2^{t}	trouver la clé	$n \geq 80$
	computation resistance	$\min(2^{t}, 2^{n})$	produire un $(x, h_k(x))$	$t \geq 80$

- n: taille du *MDC-value* ou du *MAC-value* résultant de l'application de la *hash function*
- t: taille de la clé du MAC

Modèle de fonctionnement générique des MDCs

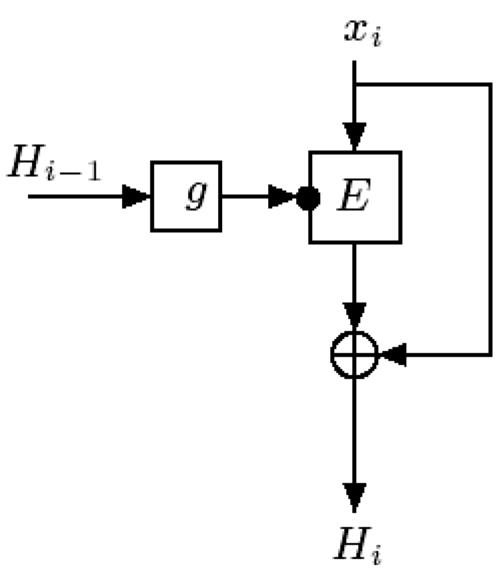


(Source [Men97])

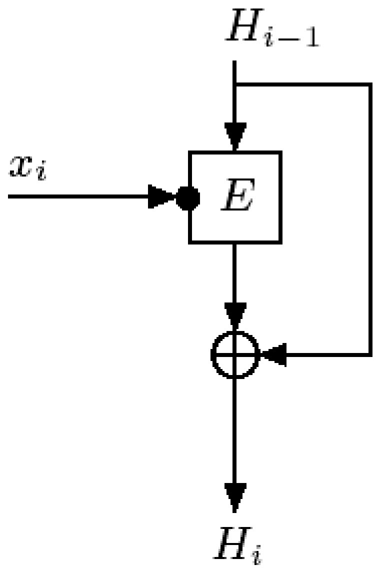
MDCs Basées sur des Systèmes de Cryptage

- Idée: utiliser un système de cryptage symétrique connu pour construire un MDC.
- Problèmes à résoudre:
  - il faut “casser” la réversibilité des algorithmes symétriques pour en faire des OWHF ou des CRHF.
  - La “largeur nominale” de certains systèmes de cryptage (eg. DES) est de 64 bits, ce qui n’est pas suffisant pour construire des CRHF.
- Principe de fonctionnement:
  - les blocs de texte sont séquentiellement traités par la “boîte” de cryptage.
  - la compression se base sur des opérations de chaînage avec les blocs résultant des itérations précédentes et des fonctions logiques (fondamentalement `XOR`). Ceci rend également le procédé irréversible.
  - Si nécessaire, `n` boîtes de cryptage seront combinées pour obtenir des longueurs de *digests* `n` fois supérieures à la largeur nominale des boîtes utilisées.
- Attention: la sécurité de ces algorithmes est fortement dépendante des propriétés des boîtes de cryptage sous-jacents.
- Exemples:
  - Les modèles de *Matyas-Meyer-Oseas*, *Davies-Meyer* et *Miyaguchi-Preneel*.
  - MDC-2 et MDC-4 utilisant respectivement 2 et 4 boîtes DES. *Digest* = 128 bits.

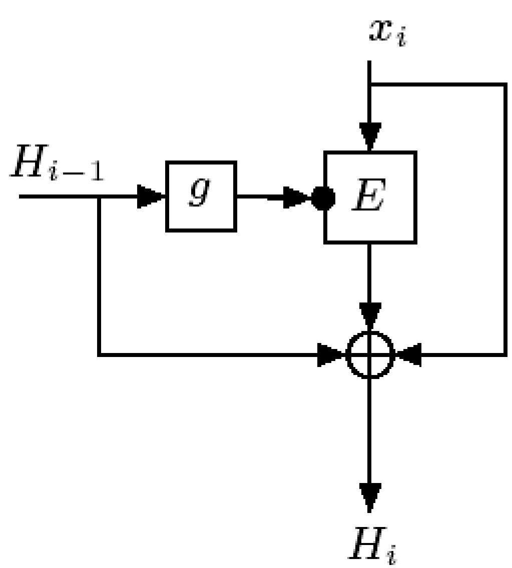
MDCs Basées sur des Systèmes de Cryptage: Modèles Génériques



Matyas-Meyer-Oseas



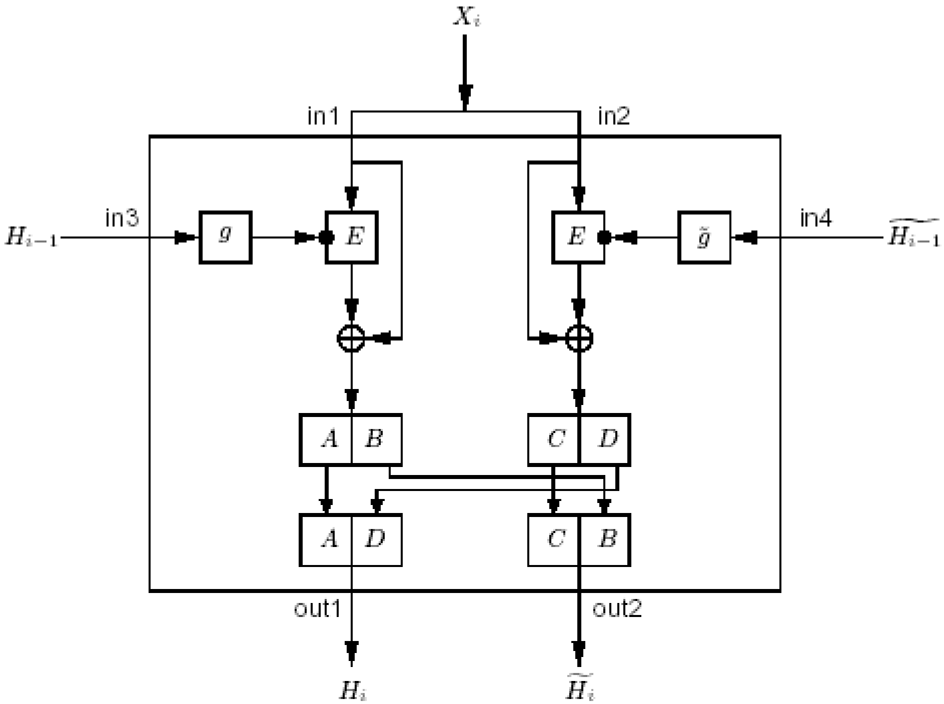
Davies-Meyer



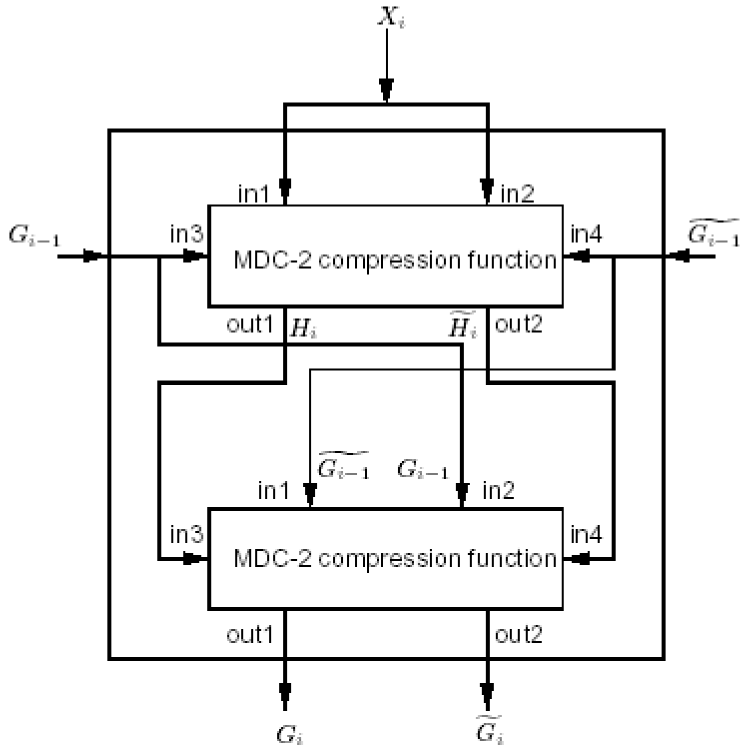
Miyaguchi-Preneel

(source [Men97])

Exemples(II): MDC-2 et MDC-4



Hash Function MDC-2
E-box = DES



Hash Function MDC-4

(Source [Men97])

Customized MDCs

- Il s’agit de fonctions conçues exclusivement pour générer des codes d’intégrité (des *digests*) avec un soucis principal de vitesse et sécurité.
- Leur fonctionnement se base sur les éléments suivants:
  - des opérations d’initialisation (*padding* + rajouter la longueur).
  - un ensemble de constantes prédéfinies choisies spécialement pour augmenter la dispersion.
  - un ensemble “d’étapes” (*rounds*) qui vont séquentiellement s’appliquer a tous les blocs des données originaux. Ces rounds vont effectuer une combinaison d’opérations logiques et des rotations sur les données et les constantes.
  - des opérations de chaînage impliquant les sorties des *rounds* précédents.
- Dans ces fonctions, chaque bit du *digest* est une fonction de chaque bit des entrées.
- Les plus connues sont:
  - MD5: R. Rivest, 1992; RFC 1321. *Digest = 128 bits*. *Cassé!*
  - SHA-0: NIST, 1993. *Digest = 160 bits*. Collisions en 2^{39} opérations au lieu de 2^{80}
  - SHA-1: NIST, 1995. *Digest = 160 bits*. Révision de SHA-0 avec rotation de bits additionnelle. Collisions en 2^{63} opérations (au lieu de 2^{80}).
  - SHA-2: NIST (FIPS 190-3). Comprend: SHA-224, SHA-256, SHA-384 et SHA-512. Les tailles du digest vont de 224 à 512 bits.
  - SHA-3: *Keccak* Algorithm (taille du digest variable de 224 à 512 bits)

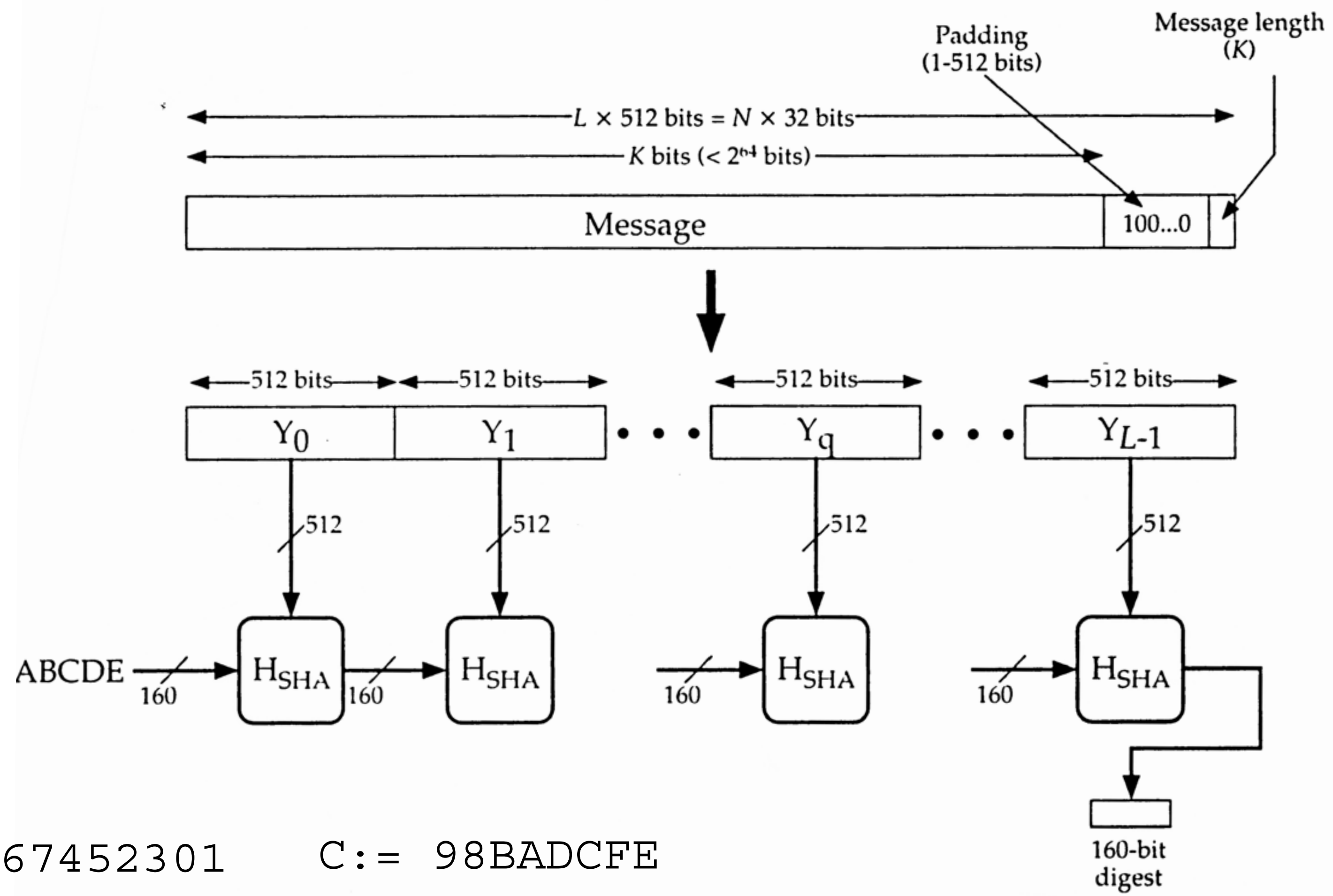
Hash Functions: Derniers Développements

- X.Wang et al.[1] culminent en 2004 un long travail visant à trouver des collisions dans l'algorithme MD5. Ils publient deux paires de collisions pour des messages de 1024 bits.
- En 2005, X.Wang et al.[2] prouvent dans la conférence CRYPTO'05 que le nombre d'opérations nécessaires pour trouver des collisions sur SHA-1 (standard actuel pour les fonctions de hashage sécurisées) est seulement de 2^{63}.
- Ces attaques ont pour cible la recherche de collisions arbitraires mais lors de CRYPTO'06 des chercheurs de l'Université de Graz en Autriche[3] proposent une méthode pour contrôler partiellement le contenu des collisions.
- En Décembre 2008[4] on montre qu'on peut générer des collisions contrôlées sur MD5 et créer ainsi une Certification Authority illicite permettant des forger des certificats acceptés par n'importe quel browser.
- Ces résultats s'appuient sur des approches analytiques (par opposition au *brute force*!)
- Le processus de sélection de successeur de SHA-1 est semblable à celui ayant désigné AES comme standard de cryptage en blocs. Le NIST a décidé (Octobre 2012) que Keccak serait l'algorithme de base pour **SHA-3**.

---

1. X.Wang et al. *Collisions for Hash Functions MD4, MD5, HAVAL-128 and RIPEMD*. http://eprint.iacr.org/2004/199.pdf.
2. X.Wang et al. *Finding Collisions in the Full SHA-1.* Advances in Cryptology. Crypto'05
3. C. Cannière et al. *SHA-1 collisions:Partial meaningful at no extra cost?* Ramp Sessions CRYPTO'06.
4. M. Stevens et al.*Short Chosen-Prefix Collisions for MD5 and the Creation of Rogue CA Certificate*. CRYPTO'09

Secure Hash Algorithm: Vue d'Ensemble



A:= 67452301   C:= 98BADCFE

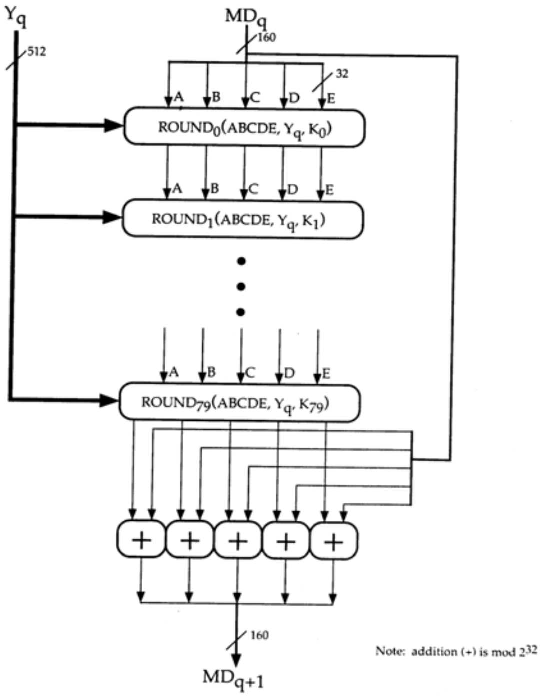
B:= EFCDAB89   D:= 10325476

E:= C3D2E1F0

(Source [Sta95])

SHA-0: Détails de Fonctionnement

SHA: Traitement d'un bloc de 512 bits H_{SHA}



SHA: Opération élémentaire

(Source [Sta95])

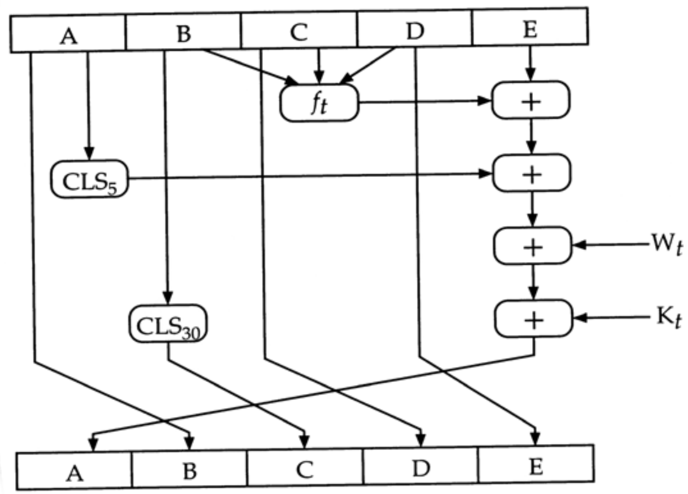


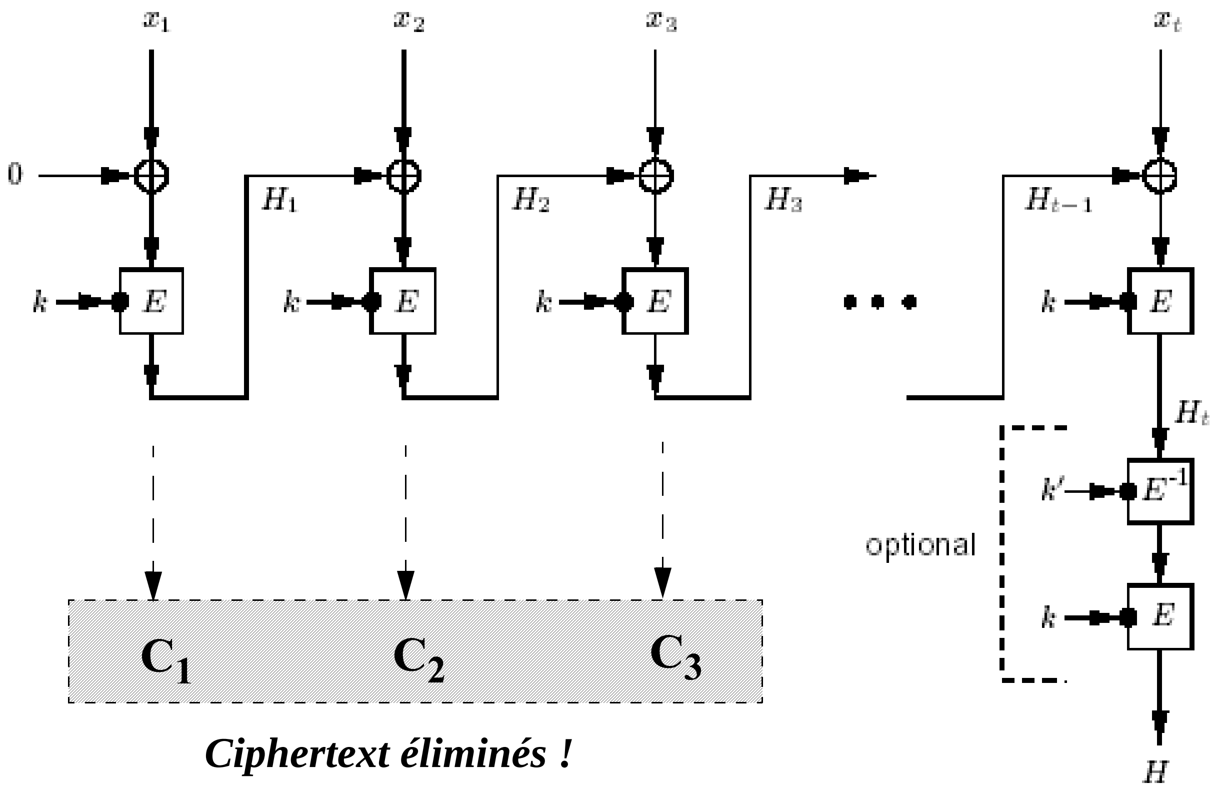
FIGURE 7.7. Elementary SHA Operation

$0 \leq t \leq 19$	K_t:=5A827999	$f_t(b,c,d) := (b \cdot c) \cup (\bar{b} \cdot d)$
$20 \leq t \leq 39$	K_t:=6ED9EBA1	$f_t(b,c,d) := b \oplus c \oplus d$
$40 \leq t \leq 59$	K_t:=8F1BBCDC	$f_t(b,c,d) := (b \cdot c) \cup (b \cdot d) \cup (c \cdot d)$
$60 \leq t \leq 79$	K_t:=CA62C1D6	$f_t(b,c,d) := b \oplus c \oplus d$

Les blocs de text W_t se calculent : $\mathbf{W_t := W_{t-16} \oplus W_{t-14} \oplus W_{t-8} \oplus W_{t-3}}$

MACs basés sur des Systèmes de Cryptage

- Algorithme CBC-MAC basé sur DES-CBC avec `IV = 0` et élimination des *ciphertext* intermédiaires
- longueur de clé = 56 bits (112 en cas d'utilisation de la partie optionnelle)
- Longueur du `MAC-value` = 64 bits



Ciphertext éliminés !

(Source [Men97])

Nested MACs et HMACs

- Un ***Nested MAC*** ou ***NMAC*** est une composition de 2 familles de fonctions MACs G et H paramètrès par les clés k et l tel que:

  $G \circ H = \{ g \circ h \text{ avec } g \in G \text{ et } h \in H \}$ avec $g \circ h_{(k,l)}(x) = g_k(h_l(x))$

- La sécurité d'un NMAC dépend de deux critères:
  - La famille de fonctions G est résistante aux collisions.
  - La famille de fonctions H est résistante aux attaques spécifiques pour MACs, i.e.:

    Il est impossible de trouver un couple (x,y) et une clé m fixée mais inconnue, telle que: $MAC_m(x) = y$.

- Un ***HMAC*** (FIPS 198, 2002) est un Nested MAC utilisant à la base des MDCs sans clé dédiées comme SHA-1 ou SHA-256.
- Un HMAC utilise deux constantes de 512 bits dénommés *ipad* et *opad* telles que:

  opad := 363636 ... 36 et ipad := 5C5C5C ... 5C

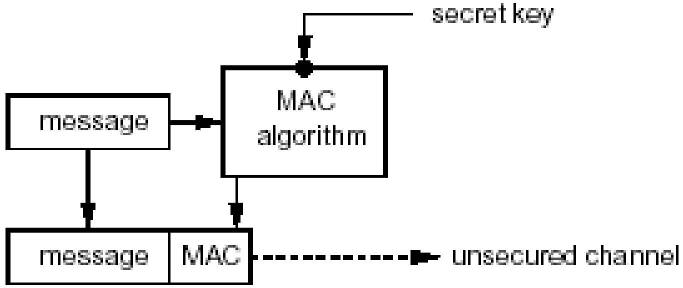
  et une clé k de 512 bits.
- Le schéma de fonctionnement de HMAC-256 (sur la base de SHA-256) est le suivant:

  $\text{HMAC-256}_k(x) := \text{SHA-256}((k \oplus opad) \,||\, \text{SHA-256}((k \oplus ipad) \,||\, x))$

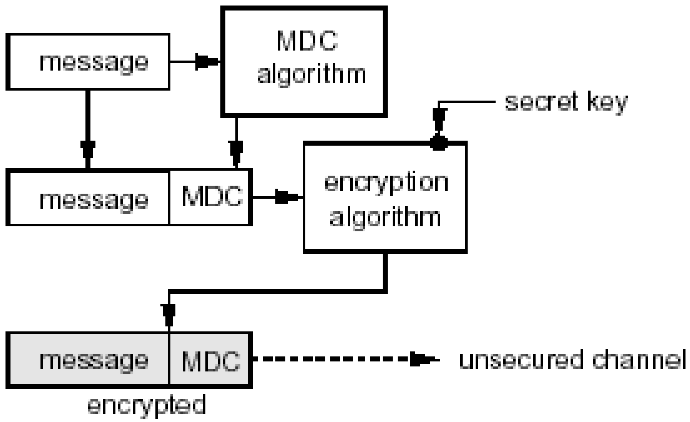
- Les HMACs sont les MACs les plus utilisés. Les attaques mentionnées sur les fonctions de la famille SHA sont plus difficiles à réaliser sur un HMAC par cause de la clé k.

Applications des Hash Functions: Intégrité

MAC Seul:

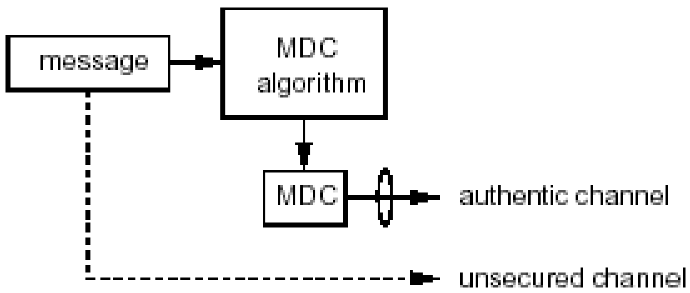


MDC + Encryption:



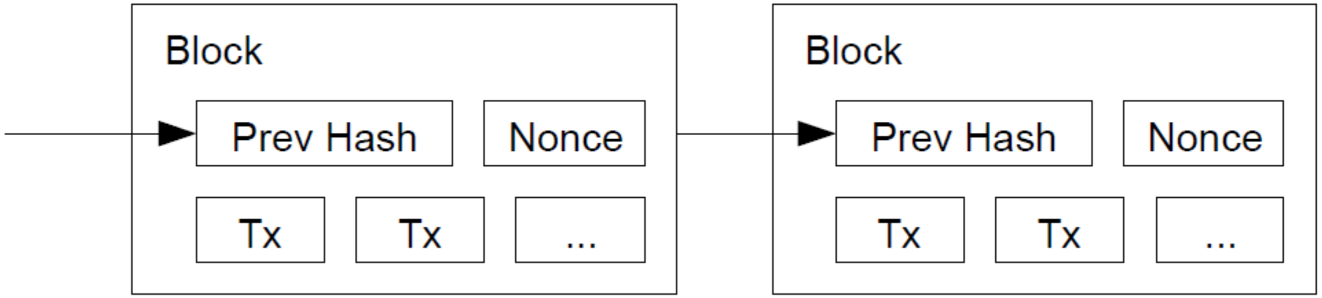
MDC +
canal authentique:

(Source [Men97])



Application des *Hash Functions*: *Blockchains*

- Les transactions bitcoin sont publiées et visibles par tous les intervenants. Elles sont encapsulées dans des **blocs** chaînés à l'aide de fonctions de hachage cryptographiques
- Le **minage** (***mining***) consiste à rajouter itérativement des nouveaux blocs contenant les transactions courantes
- La génération d'un bloc valable nécessite la **résolution d'un *puzzle cryptographique (proof of work)*** très coûteux en temps de calcul (trouver des *pseudo-collisions* dans les fonctions de hachage cryptographiques). La validation reste très efficace
- Le premier mineur capable de générer un bloc valable recevra une récompense monétaire (en bitcoins). Le processus de minage est ouvert à tous les mineurs mais seul le premier est récompensé
- La chaine de blocs résultante (**blockchain**) devient alors un **registre publique** (*public ledger*), décentralisé et immuable protégeant toutes les transactions passées. La falsification/modification des données protégées par la *blockchain* nécessiterait un effort calculatoire supérieur à celui effectué par tous les mineurs *honnêtes*

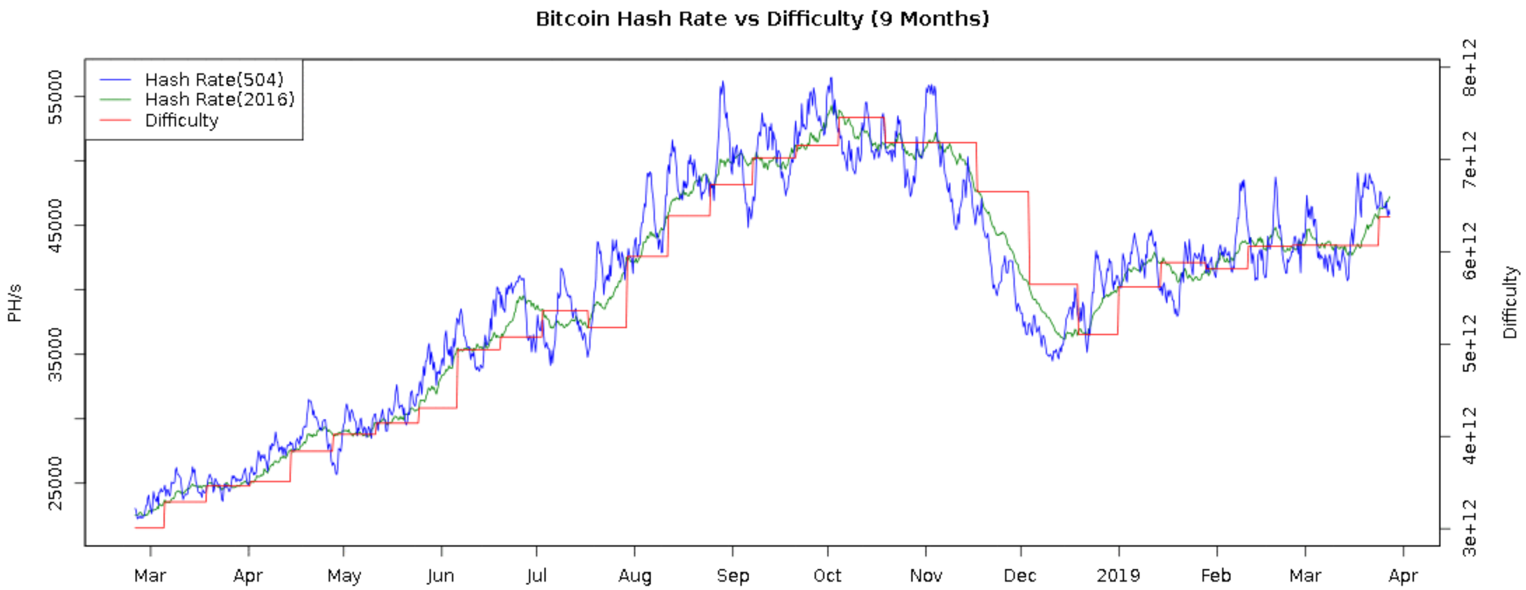


Source Image: Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System. Satoshi Nakamoto

Blockchain: *Proof of Work*

Statistiques Bitcoin 22/10/2019 *(source http://bitcoinwisdom.com):*

- ***Difficulty*: 6,379,265,451,411**
- ***Target*: 2^{224} / *Difficulty*** = ~ **2^{181}**. Le digest valable pour générer un bloc doit être **inférieur à 2^{181}**, ce qui signifie une ***pseudo-collision sur les 74 bits de poids plus fort***. La variation sur les inputs dépend du *nonce*
- ***Hashrate*: ~ 46 * 10^{18} hashes /sec**
- Fonctions de hachage exécutées pour obtenir un bloc: ~ **27* 10^{21}**
- Temps de génération d'un bloc: **9,9 minutes**



UNIVERSITÉ DE GENÈVE

Autres Applications de Hash Functions

- Authentification:
  - *data origin authentication* (DOA)
  - *transaction authentication* (= DOA + *time-variant parameters*)
- *Virus checking*
  - Le créateur d'un logiciel crée un digest = `h(x)` avec `x` étant l'original et le distribue par un canal sûr (eg. CD-ROM).
- Distribution des clés publiques
  - Permet de contrôler l'authenticité d'une clé publique.
- *Timestamp* sur un document:
  - Le document sur lequel on veut effectuer le timestamp est d'abord soumis à une hash function. Le timestamp (avec la signature de l'entité correspondante) s'applique alors seulement au digest.
- *One-time password (S-Key)* (mécanisme d'identification)
  - A partir d'un *seed* secret x_0, on crée une chaîne de hash-values: $x_1 = h(x_0)$, $x_2 = h(x_1)$, ... $x_n = h(x_{n-1})$.
  - Le système mémorise x_n et l'utilsateur rentre x_{n-1}. Si $h(x_{n-1}) == x_n$ => OK.
  - Le système mémorise alors x_{n-1} et ainsi de suite.

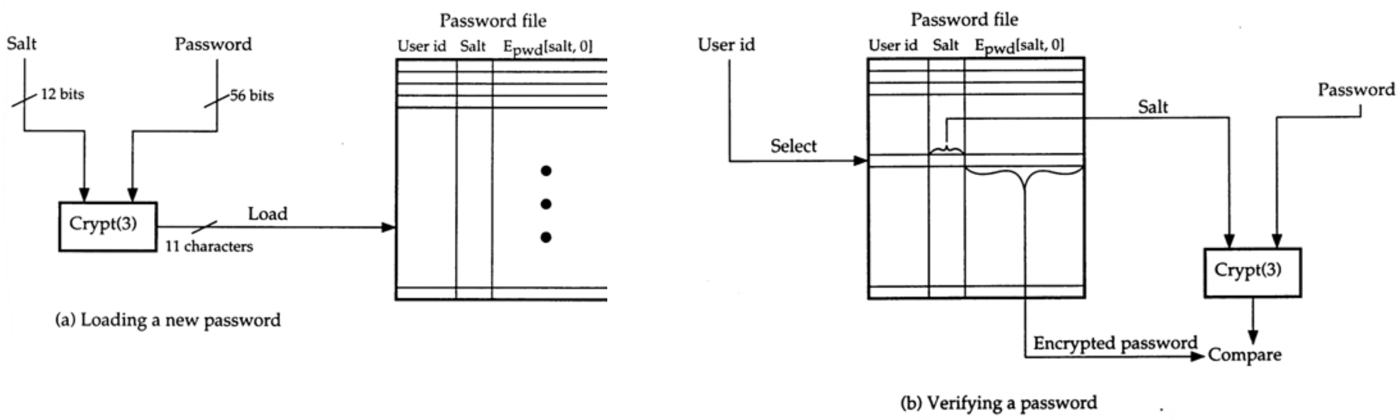
Randomized Hash Functions (l'exemple UNIX) I

- UNIX garde ses mots de passe dans un fichier globalement accessible (ou éventuellement distribué par NIS)
- L'information stockée correspond au résultat produit par une hash function.
- Exemple (fictif):

```
root:Jw87u9bebeb9i:0:1:Operator:/:/bin/csh
pp:1Qhw.oihEtHK6:359:355:PP:/net/spp_telecom/pp:/bin/cs
```

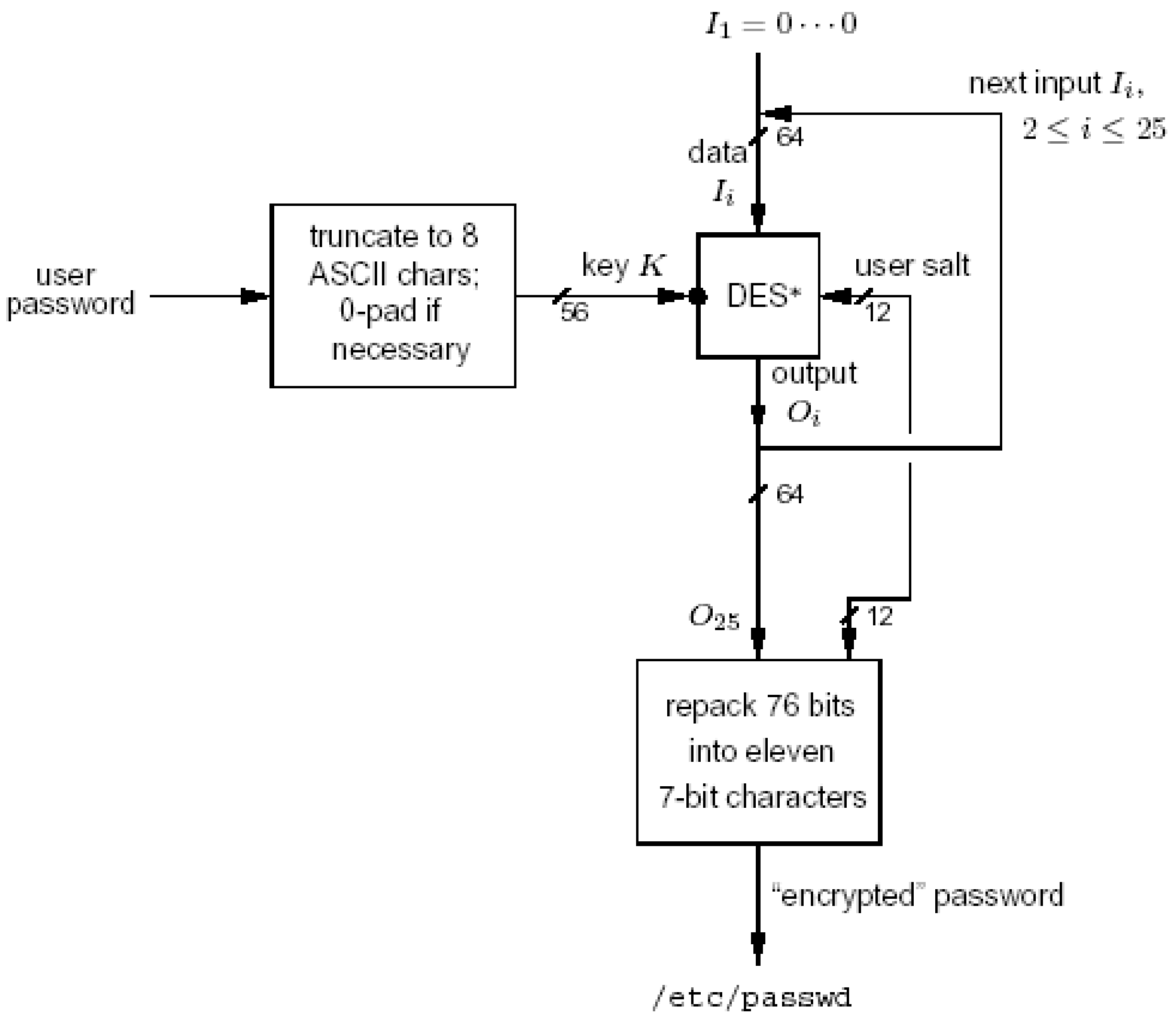
- Problèmes:
  - la hash function étant déterministe, elle produit le même résultat pour des mots de passe identiques.
  - on pourrait créer des “cahiers” (*codebooks*) contenant le résultat de l'application de la hash function à des entrées données (p.ex. un dictionnaire) et les comparer facilement (*off-line*) avec les chaînes stockées par UNIX (*brute force dictionnary attack*).
- Solution:
  - Rajouter un élément (pseudo) aléatoire de 12 bits différent pour chaque mot de passe (appelé *salt*) avant de calculer la hash function et lors de la vérification.
  - Cet élément permet de rajouter un facteur aléatoire de 4096 possibilités pour chaque mot de passe et de prévenir la détection des duplications.

Randomized Hash Functions (l'exemple UNIX) II



(Source [Sta95])

Randomized Hash Functions (l'exemple UNIX) III



(Source [Men97])