Comenzado el	domingo, 9 de junio de 2024, 13:04
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 9 de junio de 2024, 14:43
Tiempo empleado	1 hora 39 minutos
Puntos	30,00/30,00
Calificación	**10,00** de 10,00 (**100**%)

Pregunta 1

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes conjuntos definidos por comprensión:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}, x\ primo, 0 < x \leq 30\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{N}, x\ par, 6 < x \leq 25\}$$

Dada la información anterior, determine lo que se le solicita:

1. Determine la cardinalidad del conjunto A 10
2. El menor elemento del conjunto B corresponde a 8
3. De los dos conjuntos anteriores, determine cuál es el de mayor cardinalidad A

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números o letras en mayúscula** y en caso de ser necesario el signo negativo.

Se tiene que:

- $A = \{x/x \in \mathbb{N}, x\ primo, 0 < x \leq 30\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$
- $B = \{x/x \in \mathbb{N}, x\ par, 6 < x \leq 25\} = \{8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\}$

De lo anterior se tiene que:

1. La cantidad de elementos del conjunto A es 10
2. El menor elemento del conjunto B corresponde a 8
3. La mayor cardinalidad la tiene el conjunto A

Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Dado el conjunto:

$M = \{x/x \in \mathbb{N}; x^3 \leq 125\}$

Considere los siguientes conjuntos:

I. $[\{1,2\},\{2,3\},\{4\}]$

II. $[\{1,2,3\},\{4\},\{5\}]$

III. $[\{1\},\{2\},\{4,5\}]$

IV. $[\{1\},\{2\},\{3,4,5\}]$

V. $[\{1\},\{2,3,4\},\{4,5\},\{5\}]$

¿Cuántos de los conjuntos anteriores son particiones del conjunto M? 2

Nota: **Recuerde que no debe usar ningún otro carácter** (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Considere que:

$M = \{x/x \in \mathbb{N}; x^3 \leq 125\}$=$\{1,2,3,4,5\}$ dado que son los números naturales que elevados al cubo son menores o iguales que 125.

Luego considerando que una partición del conjunto M corresponde a un conjunto que contenga subconjuntos disjuntos entre sí y que incluya a todos los elementos del conjunto M, entonces la respuesta correcta es 2

De los conjuntos anteriores son particiones de M:

II. $[\{1,2,3\},\{4\},\{5\}]$

IV. $[\{1\},\{2\},\{3,4,5\}]$

Observe que:

I. $[\{1,2\},\{2,3\},\{4\}]$ No corresponde a una partición de M porque no contiene al 5 y además se repite 2 en dos subconjuntos.

III. $[\{1\},\{2\},\{4,5\}]$ No corresponde a una partición de M porque no contiene al 3

V. $[\{1\},\{2,3,4\},\{4,5\},\{5\}]$ No corresponde a una partición de M porque dos subconjuntos comparten el 4 y el 5.

Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere el conjunto $B = \{x/x \in \mathbb{N}^*, x^2 + 3x - 4 = 0 \text{ ó } x + 4 = 3\}$, y halle el número de elementos del conjunto potencia de B.

La cantidad de elementos de $P(B)$, corresponde a 2 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el negativo.

Considerando el conjunto $B = \{x/x \in \mathbb{N}^*, x^2 + 3x - 4 = 0 \text{ ó } x + 4 = 3\}$, se tiene que:

Si $x^2 + 3x - 4 = 0$
$\longrightarrow (x+4)(x-1) = 0$
$\longrightarrow x = -4 \vee x = 1$

Note que, el conjunto solución de la anterior ecuación, es igual a $S_1 = \{1\}$, ya que, $x \in \mathbb{N}^*$.

Si $x + 4 = 3$
$\longrightarrow x = 3 - 4$
$\longrightarrow x = -1$

Note que, el conjunto solución de la anterior ecuación, es igual a $S_2 = \emptyset$, ya que, $x \in \mathbb{N}^*$.

Por lo tanto, se concluye que el conjunto $B = \{1\}$, es decir, tiene un único elemento, por ende, $n(P(B)) = 2^1 = 2$.

Entonces, la expresión que responde la respuesta correcta, corresponde a 2.

Pregunta 4

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Se define por comprensión el conjunto K:

$$K = \{x/x \in \mathbb{Z}, -5 < x < 0\}$$

La notación por extensión del conjunto K corresponde a K ={qtypemultianswer1marker, qtypemultianswer2marker, qtypemultianswer3marker,qtypemultianswer4marker}

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Además recuerde que los elementos de un conjunto deben colocarlos en orden **ascendente**.

El conjunto K por extensión comprende los números enteros mayores que -5 y menores que 0, por lo tanto corresponde a

$$K = \{-4, -3, -2, -1\}.$$

Pregunta 5

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}, 10 < x \leq 20\} \quad \text{y} \quad B = \{x/x \in \mathbb{N}, x\,\text{par}, x \leq 20\}$$

De acuerdo con la información anterior, determine

a) Un elemento que pertenece a A pero NO a B es 11 .

b) Un elemento que pertenece tanto a A como a B es 12 .

c) Un elemento que pertenece a B pero NO a A es 2 .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

Se obtienen los conjuntos A y B por extensión:

$A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}; \quad B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

a) Un elemento que pertenece a A pero NO a B puede ser el $11, 13, 15, 17$ o 19.

b) Los números 12, 14, 16, 18 y 20 se encuentran en la intersección de los conjuntos dados, por lo tanto, pertenecen tanto a A como a B .

c) Los números 2, 4, 6, 8 y 10 pertenecen a B pero NO a A.

Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere los conjuntos:

$$A = \{1, 3, 5, 7\}$$
$$B = \{x/x \in \mathbb{N}, \sqrt{x} = 7\}$$
$$C = \{x/x \in \mathbb{Z}, 4 < x < 6\}$$
$$D = \{2x - 1/x \in \mathbb{N}, 0 < x < 5\}$$

El conjunto A es igual al conjunto D ✔

Primeramente se procede a determinar los elementos pertenecientes a cada conjunto:

Si $A = \{1, 3, 5, 7\}$

$B = \{x/x \in \mathbb{N}, \sqrt{x} = 7\}$, corresponde al número natural $B = \{49\}$

$C = \{x/x \in \mathbb{Z}, 4 < x < 6\}$ corresponde al número natural $C = \{5\}$

$D = \{2x - 1/x \in \mathbb{N}, 0 < x < 5\}$

$2 \cdot 1 - 1 = 1$

$2 \cdot 2 - 1 = 3$

$2 \cdot 3 - 1 = 5$

$2 \cdot 4 - 1 = 7$

entonces, corresponde a los números naturales $D = \{1, 3, 5, 7\}$

Por lo que se puede asegurar que los conjuntos A y D son iguales.

Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere los siguientes conjuntos, con U el universo.

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$
$$M = \{x/x \in \mathbb{N}, x \leq 5, x \text{ ''} \, impar \text{ ''} \, y \, m\acute{u}ltiplo \, de \, 3\}.$$
$$N = \{1, 2\}.$$

Determine el conjunto resultante de resolver la operación $N^c \cap M$, para ello complete cada espacio según corresponda

M = {qtypemultianswer1marker}

N^c ={qtypemultianswer2marker,qtypemultianswer3marker,qtypemultianswer4marker}.

$N^c \cap M$ = 3 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Además considere que los elementos de los conjuntos deben estar ordenados en forma **ascendente.**

Primero se define al conjunto M = {3}

Luego se determina el complemento del conjunto N

N^c ={3,4,5}.

Después se realiza la intersección

$N^c \cap M$ = {3}

Pregunta 8

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Dados los conjuntos

$A = \{n/n \in \mathbb{N}, 1 \leq n < 4\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

y el conjunto universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Determine:

$A^C \cap B =$ {4,6} ✔

$A \cup B =$ {1,2,3,4,6} ✔

$A \oplus B =$ {1,3,4,6} ✔

$A \setminus B =$ {1,3} ✔

$A \cap B =$ {2} ✔

Respuesta correcta

Primero considere que

$A = \{n/n \in \mathbb{N}, 1 \leq n < 4\} = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Luego utilizando la definición de cada una de las operaciones estudiadas se tiene que

$A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 4, 6\} = \{2\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

$A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 6\} - \{2\} = \{1, 3, 4, 6\}$

$A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{1, 3\}$

$A^C \cap B = \{4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4, 6\}$ considere que $A^C = \{4, 5, 6, 7\}$

La respuesta correcta es: $A^C \cap B =$
→ {4,6}, $A \cup B =$
→ {1,2,3,4,6}, $A \oplus B =$
→ {1,3,4,6}, $A \setminus B =$
→ {1,3}, $A \cap B =$
→ {2}

Pregunta 9

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los conjuntos

$$A = \{x/x \in \mathbb{N},\ x \leq 8\ \} \quad \text{y} \quad B = \{x/x \in \mathbb{N},\ 2 < x \leq 9\}$$

Determine el conjunto resultante de la operación $A \cup (B \cap A)$ corresponde a

{qtypemultianswer1marker,qtypemultianswer2marker,qtypemultianswer3marker,qtypemultianswer4marker,qtypemultianswer5marker,qtypemultianswer6marker,qtypemultianswer7marker,qtypemultianswer8marker}

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Además, considere que los elementos de los conjuntos deben estar ordenados en forma ascendente.

Considere que

$$A = \{x/x \in \mathbb{N},\ x \leq 8\ \} = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{N}, 2 < x \leq 9\} = \{3,4,5,6,7,8,9\}$$

Siguiendo el orden de prioridad de las operaciones, se tiene

$B \cap A$=$\{3,4,5,6,7,8,9\} \cap \{1,2,3,4,5,6,7,8\} = \{3,4,5,6,7,8\}$ es el conjunto con los elementos que tienen en común B y A.

Entonces $A \cup (B \cap A)$=$\{1,2,3,4,5,6,7,8\} \cup \{3,4,5,6,7,8\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ es el conjunto con la unión de elementos de A y $(B \cap A)$.

Pregunta 10

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere la expresión que se muestra a continuación:

$$A^c \cap (A \cup B) \cup (B \cup A) = A \cup B$$

Demuestre por medio de álgebra de conjuntos la identidad presentada en la expresión anterior .(Valor 5 puntos)

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio10_JonathanObando.jpeg

Para demostrar la expresión partimos de izquierda a derecha utilizando la agrupación: $[A^c \cap (A \cup B)] \cup (B \cup A)$

Procedemos a aplicar la ley distributiva: $[(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)] \cup (B \cup A)$ (1 punto)

Usando la propiedad $A^c \cap A = \varnothing$ y la conmutatividad de la unión se tiene que:

$\varnothing \cup (A^c \cap B) \cup (A \cup B)$

$(A^c \cap B) \cup A \cup B$ (1 punto)

Utilizando la ley distributiva y asociatividad se tiene:

$[(A^c \cap B) \cup A] \cup B$

$[(A \cup A^c) \cap (A \cup B)] \cup B$ (1 punto)

Utilizando la propiedad $(A \cup A^c) = U$

$[U \cap (A \cup B)] \cup B$

$(A \cup B) \cup B$ (1 punto)

Usando la propiedad $B \cup B = B$ finalmente se tiene que:

$(A \cup B) \cup B = A \cup B$ (1 punto)

Comentario:

Pregunta 11

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Compruebe por inducción matemática que para todo $n \in \mathbb{N}$ se cumple que: (5 puntos)

$$5 + 9 + 13 + \ldots + (4n + 1) = n \cdot (2n + 3)$$

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio11_JonathanObando.jpeg

Paso 1: Comprobar que se cumple para $n = 1$

$$4 \cdot 1 + 1 = 5 = 1 \cdot (2 \cdot 1 + 3) \qquad (1 \text{ punto })$$

Por tanto, se cumple para $n = 1$

Paso 2: Supongo para $n = k$ la propiedad es verdadera (Hipótesis Inductiva)

$$5 + 9 + 13 + \ldots + (4k + 1) = k \cdot (2k + 3)$$

Paso 3: Pruebo para $n = k + 1$:

$$5 + 9 + 13 + \ldots + 4(k + 1) + 1 = (k + 1) \cdot (2(k + 1) + 3)$$

$$5 + 9 + 13 + \ldots (4k + 5) = (k + 1) \cdot (2k + 5) \qquad (1 \text{ punto }) \qquad (*) \text{ Se quiere llegar a esto}$$

Ahora, si a la hipótesis se le suma (4k+5) que es el término siguiente, se tiene:

$$5 + 9 + 13 + \ldots + (4k + 1) + (4k + 5) = k \cdot (2k + 3)$$

$$5 + 9 + 13 + \ldots + (4k + 1) + (4k + 5) = 2k^2 + 3k + 4k + 5 \qquad (1 \text{ punto })$$

$$5 + 9 + 13 + \ldots + (4k + 1) + (4k + 5) = 2k^2 + 7k + 5 \qquad (1 \text{ punto })$$

$$5 + 9 + 13 + \ldots + (4k + 1) + (4k + 5) = (k + 1)(2k + 5) \qquad (1 \text{ punto })$$

Que es a lo que se quería llegar en la prueba, por tanto se cumple para $n = k + 1$. Por lo tanto, la proposición es váida para $n + 1$ y se prueba mediante inducción matemática que la propiedad es verdadera para todo $n \in \mathbb{N}$.

Comentario: