Comenzado el	domingo, 28 de agosto de 2022, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 28 de agosto de 2022, 16:52
Tiempo empleado	3 horas 51 minutos
Puntos	16,00/34,00
Calificación	**4,71** de 10,00 (**47,06**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Para los vectores $u = i + 2j - 2k$ y $v = 3i + k$, el vector $w = u \times v$ corresponde a:

Seleccione una:

- a. $w = -i + j - k$
- b. $w = 3i - 2j$
- c. $w = -2i + 7j + 6k$
- d. $w = 2i - 7j - 6k$ ✔

Respuesta correcta

Si calculamos

$$u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2i - 7j - 6k$$

La respuesta correcta es: $w = 2i - 7j - 6k$

Pregunta **2**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Un punto P contenido en el plano π daddo por

$$\pi : -10x + 12y - 7z = 23$$

corresponde a:

- a. $(0, 0, 0)$
- b. $(-2, 1, 1)$
- c. $(-1, 4, 3)$ ✖
- d. $(2, 3, -1)$

Respuesta incorrecta.

Notemos que si $P = (2, 3, -1)$, entonces:

$$-10(2) + 12(3) - 7(-1) : 23$$

$$23 : 23$$

Así el punto solicitado corresponde a $P(2, 3, -1)$

La respuesta correcta es: $(2, 3, -1)$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere los siguientes vectores:

$$u = (1, 2) \quad \text{y} \quad v = (4, -2)$$

Según los vectores dados, con certeza, se puede afirmar que

Seleccione una:

- a. u y v son paralelos.
- b. $u \times v$ es paralelo a u y v.
- c. u y v son ortogonales. ✔
- d. $u \cdot v \neq 0$.

Respuesta correcta

Siendo los vectores $u = (1, 2)$ y $v = (4, -2)$, entonces

$u \cdot v = 1 \cdot 4 + 2 \cdot -2$

$u \cdot v = 0$

Por tanto, los vectores $u = (1, 2)$ y $v = (4, -2)$ son ortogonales.

La respuesta correcta es: u y v son ortogonales.

Pregunta **4**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Sea $P_2(x)$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor a igual a dos. Dado el cojunto $S = \{x^2, x^2 + x, 2x, 3\}$ analice las siguientes proposiciones:

I) S genera a $P_2(x)$.

II) S es linealmente independiente

III) S es una base para $P_2(x)$

¿Cuál de ellas es verdadera?

- a. La II
- b. La I
- c. Ninguna
- d. La III ✖

Respuesta incorrecta.

Presentado un polinomio cuadrático como combinación lineal de los vectores de S obtenemos:

$ax^2 + bx + c = \alpha \cdot x^2 + \beta(x^2 + x) + \theta \cdot 2x + \delta \cdot 3$

Lo que nos lleva a:

$\alpha + \beta = a$

$\beta + 2\theta = b$

$3\delta = c$

De esta manera cualquier polinomio de grado dos o menor se puede escribir como combinación lineal de los elementos de S, así este conjunto genera a $P_2(x)$

La respuesta correcta es: La I

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dado el conjunto

$U = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\right\}$ el mismo es generado a partir del conjunto:

- a. $\{(1,0,1),(1,1,1)\}$
- b. $\{(1,1,1)\}$
- c. $\{(1,0,-1),(0,1,-1)\}$ ✔
- d. $\{(1,0,-1)\}$

Respuesta correcta

Dado que

$x + y + z = 0 \Rightarrow z = -x - y$

Así obtenemos que para cualquier vector $(x, y, z) = (x, y, -x-y)$

$(x, 0, -x) + (0, y, -y) = x(1,0,-1) + y(0,1,-1)$

La respuesta correcta es: $\{(1,0,-1),(0,1,-1)\}$

Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Para $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x + y\}$ analice las siguientes proposiciones:

I) S es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$

II) $B = \{(1,0,0),(0,1,0),(1,1,2)\}$ es una base para S.

III) S no posee base pues no es un espacio vectorial.

¿Cuál de ellas es verdadera?

- a. La I ✔
- b. Ninguna
- c. La III
- d. La II

Respuesta correcta

Si $a = (x, y, z), b = (u, v, w) \in S$ entonces

$a + b = (x, y, z) + (u, v, w) = (x + u, y + v, z + w) \in S$

así es cerrado bajo la suma. Además

$\alpha(x, y, z) = (\alpha x, \alpha y, \alpha z) \in S$

también está bien definida la multiplicación por escalar. De esta manera S es un subespacio vectorial.

La respuesta correcta es: La I

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 0,00 sobre 5,00

Determine la ecuación del plano E que contiene a P(-1,5,0) y que además sea paralelo a las rectas con ecuaciones: (5 puntos)

$$l_1 : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$$

$$l_2 : \frac{x-4}{5} = \frac{7-y}{3} = z$$

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Solución:

Note que los vectores directores de la recta l_1 y l_2 son respectivamente:

$$\overrightarrow{v_1} = (0, 2, -1),\ \overrightarrow{v_2} = (5, -3, 1) \qquad (1 \text{ punto})$$

Calculamos el producto cruz de $\overrightarrow{v_1} \times \overrightarrow{v_2}$ para encontrar el vector perpendicular a ambas rectas:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2 & -1 \\ 5 & -3 & 1 \end{vmatrix} = -i - 5j - 10k \qquad (2 \text{ puntos})$$

Por tanto, considerando el punto de P(-1,5,0) del plano y el vector normal encontrado, se calcula la ecuación del plano como:

$$-(x+1) - 5(y-5) - 10z = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 10z = 24 \qquad (2 \text{ puntos})$$

Comentario:

No responde.

Pregunta **8**

Finalizado

Se puntúa 0,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x-\frac{2}{3}y+\frac{z}{3}+\frac{4}{3}w &= 0 \\ 8x-5y-4z+w &= 0 \\ x-\frac{y}{2}-3z-\frac{7}{2}w &= 0 \end{cases}$$

Según la información anterior, encuentre una base para el espacio solución del sistema homogéneo dado. (5 puntos)

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Escribiendo el sistema de ecuaciones en forma de matriz aumentada y aplicando operaciones elementales sobre filas, tenemos:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 8 & -5 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{-1}{2} & -3 & \frac{-7}{2} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3\to -F_1+F_3]{F_2\to -8F_1+F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{-20}{3} & \frac{-29}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{-10}{3} & \frac{-29}{6} & 0 \end{array}\right) \quad \text{(1 punto)}$$

$$\xrightarrow{3F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -20 & -29 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{-10}{3} & \frac{-29}{6} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3\to \frac{-1}{6}F_2+F_3]{F_1\to \frac{2}{3}F_2+F_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -13 & -18 & 0 \\ 0 & 1 & -20 & -29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \text{(1 punto)}$$

De donde se obtiene que:

$x=13z+18w$, además $y=20z+29w$. (1 punto)

Así:

$$\begin{pmatrix} 13z+18w \\ 20z+29w \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13z \\ 20z \\ z \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18w \\ 29w \\ 0 \\ w \end{pmatrix} \quad \text{(1 punto)}$$

$$\begin{pmatrix} 13z+18w \\ 20z+29w \\ z \\ w \end{pmatrix} = z\begin{pmatrix} 13 \\ 20 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + w\begin{pmatrix} 18 \\ 29 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto, una base para el espacio solución del sistema de ecuaciones es $\left\{\begin{pmatrix} 13 \\ 20 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 18 \\ 29 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ (1 punto)

Comentario:

No responde.

◄ Foro Académico N°4

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°4 ►