Comenzado el	domingo, 9 de julio de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 9 de julio de 2023, 16:43
Tiempo empleado	3 horas 43 minutos
Puntos	18,50/36,00
Calificación	**5,14** de 10,00 (**51,39**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{-3}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ si $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$, entonces

$y =$ 3 ✔

Se puntúa 1,00 sobre 1,00, $w =$ 2 ✔

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Tenemos que

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Así

$$y = 3 \;\; w = 2$$

Pregunta **2**

Parcialmente correcta

Se puntúa 3,50 sobre 4,00

Considere la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine la factorización LU de la matriz dada.

Solución:

La factorización LU de A corresponde a:

$$A = LU = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y **en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Calculando la factorización LU de la matriz dada, se tiene:

$$A = L \cdot U$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ a & -2a+b \end{pmatrix}$$

Igualando término a término se obtiene:

$$a = 3$$

$$-2a + b = 1 \Rightarrow b = 7$$

Por tanto, la factorización LU de la matriz A corresponde a:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Si se sebe que la siguiente matriz:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & \frac{5}{22} \\ \frac{1}{11} & \frac{-3}{22} \end{pmatrix}$$

es la matriz inversa de la matriz A asociada al sistema $Ax = b$, donde $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Según la información anterior, la solución única x corresponde a:

- a. $\begin{pmatrix} \frac{-43}{22} \\ \frac{-17}{22} \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} \frac{43}{22} \\ \frac{-17}{22} \end{pmatrix}$ ✔
- c. $\begin{pmatrix} \frac{-43}{22} \\ \frac{17}{22} \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} \frac{43}{22} \\ \frac{17}{22} \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Sabemos por teorema 3.4.4 que si A es invertible, el sistema $Ax = b$ tiene una solución unica $x = A^{-1}b$.

Procedemos a hacer la multiplicación de $A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & \frac{5}{22} \\ \frac{1}{11} & \frac{-3}{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{43}{22} \\ \frac{-17}{22} \end{pmatrix}$

La respuesta correcta es: $\begin{pmatrix} \frac{43}{22} \\ \frac{-17}{22} \end{pmatrix}$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la matriz $N = \begin{pmatrix} -10 & 12 & 1 & 0 \\ -12 & 11 & 9 & -8 \\ -16 & 12 & 7 & -5 \end{pmatrix}$ y la matriz elemental E generada al aplicarle la operación (P_{31}) a la matriz identidad I_3.

De acuerdo con la información anterior, halle el resultado de $E \cdot N$.

Respuesta: El resultado de $E \cdot N$ corresponde a:

$$E \cdot N = \begin{pmatrix} -16 & 12 & 7 & -5 \\ -12 & 11 & 9 & -8 \\ \boxed{-10} & \boxed{12} & \boxed{1} & \boxed{0} \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** Si es fracción se escribe a/b por ejemplo para $\frac{a}{b}$.

Solución:

Considere la matriz identidad:

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Al aplicarle la operación (P_{31}) a la misma, se obtiene la matriz elemental:

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ahora resolviendo el producto de matrices:

$$EN = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -10 & 12 & 1 & 0 \\ -12 & 11 & 9 & -8 \\ -16 & 12 & 7 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 & 12 & 7 & -5 \\ -12 & 11 & 9 & -8 \\ \boxed{-10} & \boxed{12} & \boxed{1} & \boxed{0} \end{pmatrix}.$$

Pregunta **5**

Finalizado

Se puntúa 1,00 sobre 5,00

Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & x-y-1 & x+y \\ 2y & 1 & 2 \\ -2x & 2 & x^2-y^2 \end{pmatrix}$$

Halle el valor para x, y para y, tal que, M cumpla con ser una matriz simétrica.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio 5_KristelCastro.jpeg

Para M ser simétrica debe cumplir con ser igual a su traspuesta, de esta manera obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & x-y-1 & x+y \\ 2y & 1 & 2 \\ -2x & 2 & x^2-y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2y & -2x \\ x-y-1 & 1 & 2 \\ x+y & 2 & x^2-y^2 \end{pmatrix} \qquad \text{(1 punto)}$$

De lo anterior extraemos que:

$$\begin{cases} x-y-1=2y \\ x+y=-2x \end{cases} \qquad \text{(1 punto)}$$

Que es equivalente al sistema:

$$\begin{cases} x-3y=1 \\ 3x+y=0 \end{cases} \qquad \text{(1 punto)}$$

Se tienen las soluciones $x = \dfrac{1}{10}; y = \dfrac{-3}{10}$ (2 puntos)

Comentario:
Incompleto

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Si A es una matriz de $n \times n$ invertible, se cumple que $detA^{-1} = \dfrac{1}{detA}$.

Considere la matriz A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior encuentre el valor del determinante de la matriz A y el valor del determinante de A^{-1}.

Respuesta:

El valor del determinante de A es

18

✖ .

El valor del determinante de A^{-1} es

1/18

✖ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución

Calculamos el valor del determinante:

$$detA = 1\begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} + -3\begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$detA = 1(14) - 2(-2) + -3(-4) - 1(-8) = 38$$

Ahora aplicando $detA^{-1} = \dfrac{1}{detA}$ se tiene que $detA^{-1} = \dfrac{1}{38}$.

Pregunta **7**

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 2,00

Considere la matriz A de tamaño 3×3 tal que:

$$det\,A = 5$$

Según la información anterior, determine lo solicitado según corresponda:

a) El $det\left(-3 \cdot A^T\right)$ corresponde a:

-15

✖

b) El $det\,B$, donde B es la matriz que resulta de intercambiar la columna 1 y la columna 3 de la matriz A, corresponde a:

-5

✔

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Considerando la información anterior que la matriz A es de orden 3 y que $det\,A = 5$. Además recordando la propiedad:

"Si multiplicamos todos los elementos de una matriz cuadrada de orden n por un número k, su determinante queda multiplicado por k^n, es decir: $\det\left(k \cdot A\right) = \; k^n \cdot \det\left(A\right)$**".** De lo anterior, se tiene que:

a) $det\left(-3 \cdot A^T\right) = (-3)^3 \cdot det\,A^T \;= -27 \cdot 5 = -135$

b) Por la propiedad de intercambio de fila, el determinante de la matriz A se multiplica por -1. Así, $det\,B = -5$.

Pregunta **8**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Si B corresponde a la matriz de cofactores de la matriz A, tal que

$$B = \begin{pmatrix} -18 & b_{12} & -6 \\ -6 & -10 & b_{23} \\ b_{31} & -1 & 28 \end{pmatrix}$$

Si b_{12} es el cofactor de A_{12}, b_{23} es el cofactor de A_{23} y b_{31} es el cofactor de A_{31}, entonces el resultado de la operación $b_{12} + b_{23} + b_{31}$ corresponde a:

1

✖

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$

Primeramente debemos encontar los cofactores solicitados:

$$b_{12} = -\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -(-15 - 2) = 17$$

$$b_{23} = -\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(2) = -2$$

$$b_{31} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = (-4 - 6) = -10$$

Por lo tanto, el resultado de realizar $b_{12} + b_{23} + b_{31} = 17 + -2 + -10 = 5$

Pregunta **9**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Considere la siguiente información:

Una tienda de alquiler de video juegos, compra 7 controles, 8 juegos y 2 televisores por lo que canceló un monto de 494000 colones, posteriormente y con los mismos precios de la primera compra, solicita 10 juegos, 6 controles y 1 televisor, cancelando en esta ocasión un monto de 452000 colones. En un último pedido compran 7 controles y 15 juegos y pagan un total de 529000 colones.

Además, considere que "C" representa la cantidad de controles, "J" representa la cantidad de juegos y "T" la cantidad de televisores.

Según la información anterior y usando la regla de Cramer, con certeza, se puede asegurar que

- a. $\Delta_C = -198000$ y $\Delta_T = 630000$ ✖
- b. $\Delta_J = -225000$ y $\Delta = 9$
- c. $\Delta = -9$ y $\Delta_T = -630000$
- d. $\Delta_J = -225000$ y $\Delta_C = 198000$

Respuesta incorrecta.

Solución:

Según la información brindada por la situación planteada, se genera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 7C + 8J + 2T = 494000 \\ 6C + 10J + T = 452000 \\ 7C + 15J = 529000 \end{cases}$$

Se calcula el determinante Δ, que corresponde a la matriz de los coeficientes de las variables, para posteriormente hacer la sustitución de las columnas.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 6 & 10 & 1 \\ 7 & 15 & 0 \end{vmatrix} = -9$$

Luego se calcula el valor de Δ_C:

$$\Delta_C = \begin{vmatrix} 494000 & 8 & 2 \\ 452000 & 10 & 1 \\ 529000 & 15 & 0 \end{vmatrix} = -198000$$

Se calcula Δ_J

$$\Delta_J = \begin{vmatrix} 7 & 494000 & 2 \\ 6 & 452000 & 1 \\ 7 & 529000 & 0 \end{vmatrix} = -225000$$

Se calcula Δ_T

$$\Delta_T = \begin{vmatrix} 7 & 8 & 494000 \\ 6 & 10 & 452000 \\ 7 & 15 & 529000 \end{vmatrix} = -630000$$

La respuesta correcta es: $\Delta = -9$ y $\Delta_T = -630000$

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 3,00 sobre 5,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

De la información anterior:

a) Calcule el determinante de A usando la Ley de Sarrus.

b) Calcule la matriz adjunta de A.

c) Si A es invertible, calcule su inversa.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio 10_KristelCastro.jpeg

a) Calcule el determinante de A usando la Ley de Sarrus. (1 punto)

Solución:

Se plantea el determinante de la siguiente forma, para aplicar la técnica de Sarrus:

$$det(A) = \left| \begin{array}{ccc|cc} 2 & 4 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 7 & 3 & 5 \end{array} \right| = 14 - 12 + 0 - 9 + 10 - 0 = 3 \quad \text{(1 punto)}$$

b) Calcule la matriz adjunta de A.

Solución:

Se calcula matriz de cofactores de la siguiente forma: (2 puntos)

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = 12 \qquad A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = -3$$

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = -3 \qquad A_{21} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = -13$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = 5 \qquad A_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = 2$$

$$A_{31} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -7 \qquad A_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

$$A_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2$$

Luego recuerde que la adjunta de la matriz A es la transpuesta de la matriz de cofactores, así:

$$AdjA = \begin{pmatrix} 12 & -3 & -3 \\ -13 & 5 & 2 \\ -7 & 2 & 2 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 12 & -13 & -7 \\ -3 & 5 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{(1 punto)}$$

c) Si A es invertible, calcule su inversa.

Solución:

La matriz inversa se obtiene por la fórmula:

$$A^{-1} = \frac{1}{detA} AdjA = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 12 & -13 & -7 \\ -3 & 5 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -13/3 & -7/3 \\ -1 & 5/3 & 2/3 \\ -1 & 2/3 & 2/3 \end{pmatrix} \quad \text{(2 puntos)}$$

Comentario:
falto en la inversa y en la adjunta

◄ Vídeos de tutorías: Capítulo #4

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°3 ►