| | |
|---|---|
| **Comenzado el** | domingo, 27 de noviembre de 2022, 13:01 |
| **Estado** | Finalizado |
| **Finalizado en** | domingo, 27 de noviembre de 2022, 16:55 |
| **Tiempo empleado** | 3 horas 53 minutos |
| **Puntos** | 32,00/40,00 |
| **Calificación** | **8,00** de 10,00 (**80**%) |

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Determine para qué valores $b$ y $c$ se tiene que el vector $(1, b, c)$ cumple con

$(1, b, c) \times (3, 1, 2) = (-4, 4, 4)$

**Respuesta.**

El valor de $b$ corresponde a

-1

.

El valor de $c$ corresponde a

2

.

**Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.**

Se tiene que

$(1, b, c) \times (3, 1, 2) = (-4, 4, 4)$

Por lo tanto

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & b & c \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (2b - c)\, I - (2 - 3c)\, j + (1 - 3b)\, k = -4i + 4j + 4k$$

De donde se tiene se tiene

$-(2 - 3c) = 4$

$-2 + 3c = 4$

$3c = 6$

$c = 2$

Tambien,

$1 - 3b = 4$

$1 - 4 = 3b$

$-3 = 3b$

$-1 = b$

Por lo tanto $b = -1$ y $c = 2$.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Determine la ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos $Q(5,3,-1)$ y $R(5,2,-1)$.

**Solución:**

De esta manera la ecuación paramétrica está dada por:

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 - t \\ z = -1 \end{cases}$$

**Solución:**

Se calcula un vector director dada por

$$\overrightarrow{QR} = (0,-1,0)$$

De esta manera la ecuación paramétrica está dada por:

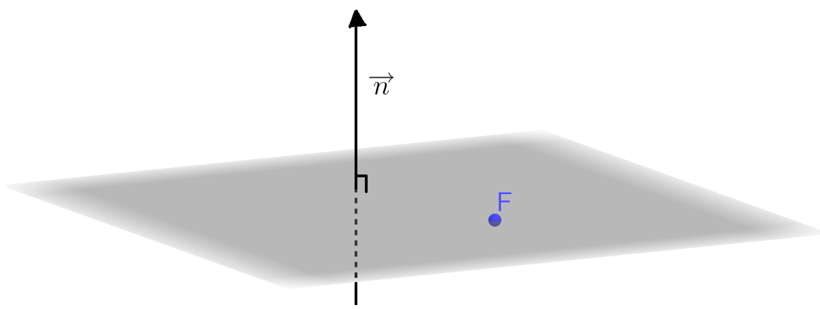
$$\begin{cases} x = & 5 \\ y = & 3-t \\ z = & -1 \end{cases}$$

Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el siguiente plano $\pi$ con vector normal $\overrightarrow{n}$ y $F \in \Pi$.




Si sabe que $F = (1, 3, 1)$ y además $\overrightarrow{n} = (2, 1, 0)$, calcule la ecuación del plano $\pi$.

Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$

**Solución:**

La ecuación del plano $\Pi$ corresponde a

2

$x+$

1

$y =$

5

**Solución:**

Como se conoce un punto del plano y el vector normal, entonces la ecuación está dada por:

$$2(x - 1) + 1(y - 3) + 0(z - 1) = 0$$

$$2x - 2 + y - 3 = 0$$

$$2x + y = 5$$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dado el vector $\upsilon\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ su dirección corresponde a:

Seleccione una:

- a. $-\frac{\pi}{3}$
- b. $\frac{5\pi}{6}$
- c. $\frac{\pi}{3}$
- d. $\frac{2\pi}{3}$ ✔

Respuesta correcta

Podemos notar que el punto se encuentra en el II cuadrante. Entonces haciendo

$$\tan\theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

De esta manera obtenemos que:

$$\theta = \arctan(-\sqrt{3}) + \pi = \frac{2\pi}{3}$$

La respuesta correcta es: $\frac{2\pi}{3}$

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Determine los ángulos directores del vector dado como $u = (3, 8, 15)$

Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** En caso de usar decimales debe escribir coma y solamente dos decimales sin redondear.

**Solución:**

El ángulo de $\alpha$ =

79,99

✔ °.

El ángulo de $\beta$ =

62,39

✔ °.

El ángulo de $\theta$ =

29,66

✔ °.

**Solución:**

Los ángulos directores se calcula de la siguiente manera, considere $|u| = \sqrt{298}$

$$\alpha = cos^{-1}\left(\frac{x}{|u|}\right) \approx 79.99°$$

$$\beta = cos^{-1}\left(\frac{y}{|u|}\right) \approx 62.39°$$

$$\theta = cos^{-1}\left(\frac{z}{|u|}\right) \approx 29.66°$$

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Sea $P_3(x)$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a tres. Entonces analice las siguientes proposiciones:

I) Los polinomios $(x-1)^2, x(x-1)^2$ son linealmente dependientes.

II) $B = \left\{(x-1)^2, x(x-1)^3\right\}$ determinan una base para $P_3(x)$.

III) $B = \left\{x^2 - 2x + 1, x^3 - 2x^2 + x\right\}$ determinan una base para $P_3(x)$.

¿Cuál de ellas es verdadera?

- a. La II
- b. Ninguna
- c. La III
- d. La I ✗

Respuesta incorrecta.

Notemos que los vectores $x^2 - 2x + 1, x^3 - 2x^2 + x$ son linealmente independientes. Así estos definen una base para $P_3(x)$.

La respuesta correcta es: La III

Pregunta **7**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Sean $u = (1,4,-5,2)$, $v = (1,2,3,-1)$ vectores de $\mathbb{R}^4$. Si el vector $w = (1,0,\alpha,\beta)$ pertenece a $gen\ \{u,v\}$, entonces un valor para $\alpha, \beta$ corresponden a:

- a. $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{6}$
- b. $\alpha = 0, \beta = 3$
- c. $\alpha = -1, \beta = -2$
- d. $\alpha = 11, \beta = 4$ ✓

Respuesta correcta

Calculamos $w$ como combinación lineal de $u, v$:

$$(1,0,\alpha,\beta) = x(1,4,-5,2) + y(1,2,3,-1)$$

Así obtenemos que:

$$x + y = 1$$

$$4x + 2y = 0$$

$$-5x + 3y = \alpha$$

$$2x - y = \beta$$

De esto se desprende que $\alpha = 11, \beta = 4$

La respuesta correcta es: $\alpha = 11, \beta = 4$

Pregunta **8**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

La matriz: $A = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$ es una combinación lineal de las matrices

- a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ✔
- c. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Multiplicando un escalar por un vector, se sabe que

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

De donde se tiene que:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto, $A = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$ es una combinación lineal de las matrices $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

La respuesta correcta es: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Pregunta 9

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dado el conjunto $E = \{Carro\}$ sobre el cual se definen las operaciones

$Carro + Carro = Carro$

$\lambda \cdot Carro = Carro, \forall \lambda \in \mathbb{R}$

Analice las siguientes proposiciones:

I) No es un grupo conmutativo.

II) Es un espacio vectorial.

III) No es cerrado bajo la adición

¿Cuál de ellas es verdadera?

- a. La I
- b. La II ✔
- c. Ninguna
- d. La III

Respuesta correcta

Notemos que la operación de suma es cerrada, pues $Carro + Carro = Carro$.

Además $Carro + (Carro + Carro) = Carro + Carro = (Carro + Carro) + Carro$, es asociativa.

Es fácil ver que el elemento neutro e inverso corresponde a $Carro$.

Notemos que

$$\lambda(Carro + Carro) = \lambda Carro = Carro,$$

que es equivalente a

$\lambda Carro + \lambda Carro = Carro + Carro = Carro$

También $(\lambda + \mu)Carro) = \lambda Carro + \mu Carro = Carro$

entonces cumple con la distributividad.

Luego $(\lambda\mu)Carro = \lambda(\mu Carro) = Carro$

De esta manera E es un espacio vectorial.

La respuesta correcta es: La II

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere la recta que pasa por los puntos $P = (1, 3, 2)$ y $Q = (2, 1, 4)$. Calcule la ecuación:

a) Vectorial: (2 puntos)

b) Paramétrica (2 puntos)

c) Simétrica (1 punto)

**Nota:** Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Pregunta10_KentonySeguraLevell.jpeg

a) Vectorial: (2 puntos)

Solución:

Encontramos un vector director

$\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = (2, 1, 4) - (1, 3, 2) = (1, -2, 2)$ (1 punto)

De esta manera la ecuación vectorial, esta dada por:

$(x, y, z) = (1, 3, 2) + t(1, -2, 2)$ (1 punto)

b) Paramétrica (2 puntos)

Solución:

La ecuación paramétrica está dada por:

$$\begin{cases} x(t) = 1 + t \\ y(t) = 3 - 2t \\ z(t) = 2 + 2t \end{cases} \quad \text{(2 puntos)}$$

c) Simétrica (1 punto)

Solución:

La ecuación simétrica es:

$$x - 1 = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z - 2}{2} \quad \text{(1 punto)}$$

Comentario:

Pregunta 10.

$P = (1,3,2)$ y $Q = (2,1,4)$

$\vec{PQ} = (2-1, 1-3, 4-2)$

$\vec{PQ} = (1, -2, 2)$

a) Vectorial

$(x,y,z) = (1,3,2) + t(1,-2,2)$

b) Paramétrica

$x = 1 + 1t$

$y = 3 - 2t$

$z = 2 + 2t$

c) Simétricas

5

Excelente

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{2}$$

Kentony Segura Levell

702680468


Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+3y-5z+4w &= 0 \\ -2x+5y+6z+3w &= 0 \end{cases}$$

Según la información anterior, encuentre una base para el espacio solución del sistema homogéneo dado. (5 puntos)

**Nota:** Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Escribiendo el sistema de ecuaciones en forma de matriz aumentada y aplicando operaciones elementales sobre filas, tenemos:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -5 & 4 & 0 \\ -2 & 5 & 6 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \to 2F_1+F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -5 & 4 & 0 \\ 0 & 11 & -4 & 11 & 0 \end{array}\right) \quad \text{(1 punto)}$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{11}F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -5 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-4}{11} & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 \to -3F_2+F_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{-43}{11} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-4}{11} & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \text{(1 punto)}$$

De donde se obtiene que:

$x = \frac{43}{11}z - w$, además $y = \frac{4}{11}z - w$. (1 punto)

Así:

$$\begin{pmatrix} \frac{43}{11}z - w \\ \frac{4}{11}z - w \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{43}{11}z \\ \frac{4}{11}z \\ z \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -w \\ -w \\ 0 \\ w \end{pmatrix} \quad \text{(1 punto)}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{43}{11}z - w \\ \frac{4}{11}z - w \\ z \\ w \end{pmatrix} = z\begin{pmatrix} \frac{43}{11} \\ \frac{4}{11} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + w\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto, una base para el espacio solución del sistema de ecuaciones es $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{43}{11} \\ \frac{4}{11} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ (1 punto)

◀ Tutorías de cuatrimestres anteriores

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°4 ▶