Comenzado el	domingo, 23 de julio de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 23 de julio de 2023, 15:47
Tiempo empleado	2 horas 46 minutos
Puntos	16,00/25,00
Calificación	**6,40** de 10,00 (**64**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Sean los vectores $a = 2i + j - k$ y $b = -6i - 3j + 3k$, con certeza, ¿Cuál de las siguientes condiciones es una proposición verdadera?

a. a y b son vectores en $\mathbb{R}^2$

b. a y b son vectores perpendiculares.

c. a y b son vectores unitarios.

d. a y b son vectores paralelos.

Respuesta correcta

Calculando el **producto cruz** entre los vectores a y b:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ -6 & -3 & 3 \end{vmatrix} = (3-3)\,i - (6-6)\,j + (6-6)\,k = 0i - 0j + 0k$$

Entonces por el ***Teorema 5.4.2*** se puede afirmar que los vectores son paralelos, ya que $a \times b = 0$

La respuesta correcta es: a y b son vectores paralelos.

Pregunta **2**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Para los vectores $a = 4i - 2j + 5k$ y $b = 3i + j - k$. Determine $a \times b$:

- a. $-3i - 19j + 2k$
- b. $-3i - 19j - 10k$
- c. $-3i + 19j + 10k$
- d. $3i - 19j - 10k$
- e. \(-3i+19j-2k \)✖

Respuesta incorrecta.

Calculando el producto cruz entre los vectores \(a\) y \(b \):

\(\left|\begin{array}{c c c}i&j&k\\4&-2&5\\3&1&-1\\\end{array}\right|=\left(2-5\right)i-\left(-4-15\right)j+\left(4--6 \right)k=-3i+19j+10k\)

La respuesta correcta es: \(-3i+19j+10k \)

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere los puntos P y Q en $\mathbb{R}^{3}$ definidos por:

$$P=(-1,3,4) \quad \text{y} \quad Q=(2,1,-2)$$

Según la información anterior, determine la ecuaciones paramétricas de la recta L que pasa por los puntos indicados.

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\dfrac{a}{b}$

Solución:

Las ecuaciones paramétricas de la recta L que pasa por los puntos P y Q está dada por:

$$\begin{cases} x= & \boxed{-1} \checkmark + \boxed{3} \checkmark \; t \\ y= & \boxed{3} \checkmark + \boxed{-2} \checkmark \; t \\ z= & \boxed{4} \checkmark + \boxed{-6} \checkmark \; t \end{cases}$$

Primero calculamos el vector $\overrightarrow{PQ}$, así:

$\overrightarrow{PQ}=Q-P=(2,1,-2)-(-1,3,4)=(3,-2,-6)$

Ahora, con el vector $\overrightarrow{PQ}$ y el punto P escribimos la ecuación vectorial de la recta L:

$L: (x,y,z)=(-1,3,4) + t(3,-2,-6)$, con $t \in \mathbb{R}$.

Por último, se determinan las ecuaciones paramétricas de la recta L:

$$\begin{cases} x=-1+3t \\ y=3-2t \\ z=4-6t \end{cases}$$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Determine la ecuación del plano π, que contiene los puntos $A=(-2, 1, 3)$, $B=(0,1,4)$ y $C=(1,0,-1)$.

Respuesta: π: 1 $x +$ 11 $y-$ 2 $z=$ 3

Primero se obtienen los vectores $$u=\overrightarrow{AB}$$ y $$v=\overrightarrow{BC}$$.

$$u=\overrightarrow{AB}=(0--2)i+(1-1)j+(4-3)k=2i+k$$

$$v=\overrightarrow{BC}=(1-0)i+(0-1)j+(-1-4)k=i-j-5k$$

Luego, se busca el vector normal:

$$n=u \times v = \left|\begin{matrix} i&j&k\\ 2&0&1\\ 1&-1&-5\\ \end{matrix} \right|= (0\cdot -5-1\cdot 1)i+(2\cdot -5-1\cdot 1)j+(2\cdot -1-1\cdot 0)k =i+11j-2k$$

Finalmente, tomando el punto $$A=(-2,1,3)$$, se resuelve la ecuación $$\overrightarrow{AM} \cdot n=0$$ donde $$M=(x,y,z)$$.

$$(x+2,y-1,z-3)(1,11,-2)=0$$

$$x+2+11(y-1)-2(z-3)=0$$

$$x+2+11y-11-2z+6=0$$

$$\pi: x+11y-2z=3$$

Pregunta **5**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la siguiente información:

El vector $v= (-5 \sqrt{3}, -5)$ se encuentra en el III cuadrante del plano cartesiano.

Según la información anterior, la dirección del vetor v corresponde a

Seleccione una:

a. $\dfrac{5 \pi }{6}$

b. $\dfrac{-7 \pi }{6}$

c. $\dfrac{\pi }{6}$

d. $\dfrac{7 \pi }{6}$

Respuesta incorrecta.

Aplicando la fórmula $\tan \theta_{R} =\dfrac{b}{a}$ se obtiene el ángulo de referencia del vector v.

$$\tan \theta_{R}=\dfrac{-5}{-5\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \theta_{R}=\tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)=30^{°}$$

Luego, la dirección del vector corresponde a:

$$\theta =180+30=210^{°}=\dfrac{7\pi}{6}$$

La respuesta correcta es: $\dfrac{7 \pi }{6}$

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Sean los vectores en $\mathbb{R}^{3}$, definido por:

$\overrightarrow{u}=(-1,1,2)$ y $\overrightarrow{v}=(2,-3,4)$

Según la información anterior, la proyección del $\overrightarrow{u}$ sobre el $\overrightarrow{v}$ viene dado por:

$proy_{v} u= ($ -1/2 ✖ , 1/2 ✖ , 1 ✖ $)$

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\dfrac{a}{b}$

La proyección del $\overrightarrow{u}$ sobre el $\overrightarrow{v}$ viene dada por $proy_{v}u=\dfrac{u \cdot v}{|v|^{2}} \cdot v$, por lo que:

$$proy_{v}u=\dfrac{(-1,1,2) \cdot (2,-3,4)}{\left(\sqrt{2^{2}+(-3)^{2}+4^{2}} \right)^{2} } \cdot (2,-3,4)$$

$$proy_{v}u=\dfrac{-2-3+8}{29} \cdot (2,-3,4)$$

Por lo que:

$$proy_{v}u=\left(\dfrac{6}{29}, \dfrac{-9}{29}, \dfrac{12}{29}\right)$$

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 6,00 sobre 6,00

Considere los planos π_{1} y π_{2}, definidos por:

$\pi_{1}: 2x-3y-z=1$ y $\pi_{2}: -3x+5y-4z=-1$.

Según la información anterior, determine la ecuación vectorial de la recta L que se define mediante la intersección de los planos π_{1} y π_{2}.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio; si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

[WhatsApp Image 2023-07-23 at 3.46.27 PM.jpeg]

Sea (x,y,z) un punto sobre la recta de intersección entre los planos π_{1} y π_{2}. Cualquier punto sobre la recta de intersección deberá satisfacer ambas ecuaciones de los planos, por lo que deberá satisfacer el sistema:

$\left\{ \begin{array}{ccc} 2x-3y-z&=&1 \\ -3x+5y-4z &=&-1 \\ \end{array} \right.$

Resolviendo el sistema anterior usando el método de Gauss-Jordan se tiene:

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 5 & -4 & -1 \\ \end{array} \right) \begin{array}{c } R_1 \rightarrow \dfrac{R_{1}}{2}\\ \xrightarrow \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \dfrac{-3}{2} & \dfrac{-1}{2} & \dfrac{1}{2} \\ -3 & 5 & -4 & -1 \\ \end{array} \right)$

$\begin{array}{c } R_2 \rightarrow R_2+3R_1 \\ \xrightarrow \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \dfrac{-3}{2} & \dfrac{-1}{2} & \dfrac{1}{2} \\ 0 & \dfrac{1}{2} & \dfrac{-11}{2} & \dfrac{1}{2} \\ \end{array} \right)\begin{array}{c } R_2 \rightarrow 2R_2 \\ \xrightarrow \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \dfrac{-3}{2} & \dfrac{-1}{2} & \dfrac{1}{2} \\ 0 & 1& -11 & 1 \\ \end{array} \right) \begin{array}{c } R_1 \rightarrow \dfrac{3 R_{2}}{2}+R_1\\ \xrightarrow \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -17& 2 \\ 0 & 1& -11 & 1 \\ \end{array} \right) \hspace{1cm}$

De donde se obtiene que

$\left\{ \begin{array}{ccc} x&=&2+17z \\ y &=&1+11z \\ \end{array} \right.$

Sea $z=t \in \mathbb{R}$, entonces la solución al sistema corresponde a:

$\left\{ \begin{array}{ccc} x&=&2+17t \\ y &=&1+11t \\ z & = & t \\ \end{array} \right. \hspace{1cm}$

De la cual se sabe que el punto $\left(2,1, 0 \right)$ está sobre ambos planos.

Ahora, para hallar el vector director $\overrightarrow{n}$ de la recta L, se calcula haciendo el producto cruz entre los vectores normales de los planos dados, $\overrightarrow{n_{\pi_{1}}} = (2,-3,-1)$ y $\overrightarrow{n_{\pi_{2}}} = (-3,5,-4)$, así:

$$\begin{align*} \overrightarrow{n}&= \left|\begin{matrix} i & j & k \\ 2 & -3 & -1 \\ -3 & 5 & -4 \\ \end{matrix}\right| \hspace{1cm} \\\\ \overrightarrow{n}& = (-1)^{1+1} \cdot \left| \begin{array}{cc} -3&-1\\ 5&-4\\ \end{array}\right| i + (-1)^{1+2} \cdot \left| \begin{array}{cc} 2&-1\\ -3&-4\\ \end{array}\right| j + (-1)^{1+3} \cdot \left| \begin{array}{cc} 2&-3\\ -3&5\\ \end{array}\right| k \\\\ \overrightarrow{n} & =17i+11j+k \hspace{1cm} \\ \end{align*}$$

Por lo que la ecuación vectorial de la recta L de intersección entre los planos π_{1} y π_{2} viene dada por:

$L: (x,y,z)= \left(2,1, 0 \right) + t (17,11,1)$

Comentario:
Debe tener el cuidado de escribir siempre el parámetro en las ecuaciones.

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #5

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°4 ►