Comenzado el	domingo, 6 de agosto de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 6 de agosto de 2023, 16:53
Tiempo empleado	3 horas 52 minutos
Puntos	17,00/27,00
Calificación	**6,30** de 10,00 (**62,96**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el conjunto V de vectores.

$$V = \{(3,2,1),(4,1,2),(0,1,5)\}$$

Según la información anterior, se puede afirmar:

Respuesta.

Se puede afirmar que V [es una base] ✔ de $\mathbb{R}^3$, ya que los vectores son [linealmente independientes] ✔ , debido a que su determinante corresponde a [-27] ✔ , además [generan] ✔ a $\mathbb{R}^3$ y su dimensión corresponde a [3] ✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Para que un conjunto finito de vectores sea una base para un espacio vectorial V, estos vectores deben ser linealmente independientes y generar a V.

Para que sean independientes su determinante debe ser distinto de cero, calculando el determinante se tiene que:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -27$$

El determinante da como resultado -27, es decir, los vectores de B son linealmente independientes y generan a $\mathbb{R}^3$, así B es una base.

También, como se trata de tres vectores que forman una base, su dimensión es 3.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el conjunto V de vectores.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ -12 \end{pmatrix} \right\}$$

Según la información anterior, se puede afirmar:

Respuesta.

Se puede afirmar que el conjunto V de vectores no son una base ✔ de $\mathbb{R}^3$, ya que los vectores son linealmente dependientes ✔ , debido a que su determinante corresponde a 0 ✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Para que un conjunto finito de vectores sea una base para un espacio vectorial V, estos vectores deben ser linealmente independientes y generar a V.

Para que sean independientes su determinante debe ser distinto de cero, calculando el determinante se tiene que:

$$\begin{vmatrix} 1 & -5 & -3 \\ 2 & 0 & -6 \\ 4 & 3 & -12 \end{vmatrix} = 0$$

El determinante da como resultado 0, es decir, los vectores no son linealmente independientes y por lo tanto no forman una base.

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}.$$

Entonces una base para el espacio fila de A contiene a los vectores: (1,0,1,3) y (0,1,1,-1) ✔ (1,0,1,3) y (0,1,1,-1)

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Tomando la matriz A y realizando operaciones elementales se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 6 & -2 \end{pmatrix} \underset{R_3 = -R_1 + R_3}{\xrightarrow{R_2 = -2R_1 + R_2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & 4 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 = \frac{-1}{3} R_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 4 & -4 \end{pmatrix} \underset{R_3 = -4R_2 + R_3}{\xrightarrow{R_1 = -R_2 + R_1}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por lo que una base para el espacio fila de A contiene a los vectores $(1, 0, 1, 3)$ y $(0, 1, 1, -1)$

Pregunta **4**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 34 \end{pmatrix}.$$

Entonces una base para el espacio columna de A contiene los vectores a: (1,3), (2,1) y (3,34) ✖

Tomando la matriz A y realizando operaciones elementales se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 34 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 = -3R_1 + R_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 25 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 = \frac{-1}{5} R_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

Se tiene que las primeras dos columnas son linealmente independientes, por lo que forman una base.

Por lo que una base para el espacio columna de A contiene a los vectores $(1, 0)$ y $(2, 1)$.

Pregunta **5**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere los siguientes polinomios $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, definidos por:

$$P(x) = (k+4)x^2 + 5x + (k-3) \quad Q(x) = -x^2 + 5x - 2 \ \text{ y } \ R(x) = x^2 - x$$

Según la información anterior, y considerando el parámetro k una constante real:

a) el valor del parámetro k que hace que el polinomio $P(x)$ sea una combinación lineal de los polinomios $Q(x)$ y $R(x)$, corresponde a: $k =$ 3 ✖

b) para el valor correcto del parámetro k, hallado en el apartado a) se puede expresar el polinomio $P(x)$ como una combinación lineal de los polinomios $Q(x)$ y $R(x)$, por lo que: $P(x) =$ -1 ✖ $\cdot Q(x)$ + 2 ✖ $\cdot R(x)$

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Considerando la información brindada, $P(x)$ es una combinación lineal de los polinomios $Q(x)$ y $R(x)$ si y solo si el sistema con matriz aumentada $(\vec{q}, \vec{r} \mid \vec{p})$ es consistente.

Entonces, considerando los polinomios como vectores columna y aplicando operaciones elementales por fila para reducir la matriz aumentada, tenemos:

$$\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 1 & k+4 \\ 5 & -1 & 5 \\ -2 & 0 & k-3 \end{array}\right) \xrightarrow{-R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -k-4 \\ 5 & -1 & 5 \\ -2 & 0 & k-3 \end{array}\right) \xrightarrow[R_3 \to 2R_1 + R_3]{R_2 \to -5R_1 + R_2} \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 1 & -k-4 \\ 0 & 4 & 5k+25 \\ 0 & -2 & -k-11 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[R_3 \to R_2 + 2R_3]{} \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 1 & -k-4 \\ 0 & 4 & 5k+25 \\ 0 & 0 & 3k+3 \end{array}\right)$$

De la última fila se obtiene que $3k + 3 = 0$, por lo que $k = -1$.

Luego, se sustituye el valor del parámetro k y se continúa con la reducción de la matriz sin considerar la última fila, tenemos:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & 20 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{1}{4} \cdot R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{R_1 \to R_2 + R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{array}\right)$$

Por lo que, la combinación lineal solicitada corresponde a: $3x^2 + 5x - 4 = 2 \cdot (-x^2 + 5x - 2) + 5 \cdot (x^2 - x)$.

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la siguiente información:

El subespacio vectorial generado por los vectores $(1, 3, 2)$ y $(3, 1, -2)$.

Según la información anterior, determine el valor de β para que el vector $(1, -2, \beta)$ en $\mathbb{R}^3$ pertenezca al subespacio vectorial generado por los vectores $(1, 3, 2)$ y $(3, 1, -2)$.

Solución:

El valor de β corresponde a: 1 ✖

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

El vector $(1, -2, \beta)$ pertenece al subespacio vectorial generado por los vectores $(1, 3, 2)$ y $(3, 1, -2)$ si y sólo si $(1, -2, \beta)$ es combinación lineal de $(1, 3, 2)$ y $(3, 1, -2)$, o sea, si existen α_1 y α_2 tales que $(1, -2, \beta) = \alpha_1(1, 3, 2) + \alpha_2(3, 1, -2)$.

Es decir, se debe resolver el sistema

$$\begin{cases} 1 = \alpha_1 + 3\alpha_2 \\ -2 = 3\alpha_1 + \alpha_2 \\ \beta = 2\alpha_1 + -2\alpha_2 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, se concluye que tiene solución si y sólo si $\beta = -3$.

Pregunta 7

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Demuestre que el subconjunto de Q de todos los polinomios de grado dos o inferior es un subespacio del espacio vectorial P_n, el conjunto de todos los polinomios de grado N.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

ejecicio7-1-kennethvargasaguilar.jpeg

ejecicio7-2-kennethvargasaguilar.jpeg

Solución:

Considere el conjunto de polinomios de grado dos como $P_2 = \{ax^2 + bx + c,\}$ note que $\mathbf{O} \in P_2$, por lo cual es diferente a vacío. (1 punto).

Luego si $p, q \in P_2$, entonces:

$$p(x) + q(x) = (a_1x^2 + b_1x + c_1) + (a_2x^2 + b_2x + c_2) = (a_1 + a_2)x^2 + (b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2) \in P_2 \qquad (1 \text{ punto})$$

Además si $\alpha \in \mathbb{R}$ entonces se tiene que

$$\alpha \cdot p = \alpha(a_1x^2 + b_1x + c_1) = \alpha a_1x^2 + \alpha b_1x + \alpha c_1 \in P_2 \qquad (2 \text{ puntos})$$

De esta manera, P_2 es un subespacio vectorial del conjunto

$$P_n,\ n \in \mathbb{N} \qquad (1 \text{ punto})$$

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #6

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°5 ►