Comenzado el	domingo, 13 de noviembre de 2022, 13:11
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 13 de noviembre de 2022, 16:44
Tiempo empleado	3 horas 33 minutos
Puntos	23,00/40,00
Calificación	**5,75** de 10,00 (**57,5**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dada la matriz,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

El valor de $|A|$ corresponde a:

Seleccione una:

- a. -16
- b. 13
- c. -13 ✔
- d. 16

Respuesta correcta

Expandiendo por cofactores en la fila 2, se tiene:

$$detA = 5(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + 4(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= -5(5) + -4(-3)$$

$$= -25 + 12 = -13$$

La respuesta correcta es:

$$-13$$

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

El valor de $det\ A$ corresponde al número.

Seleccione una:

- a. -1 ✔
- b. 1
- c. 11
- d. -11

Respuesta correcta

Al ser una matriz $2x2$, se tiene que:

det $A = -1 \cdot 6 - 5 \cdot -1 = -1.$

La respuesta correcta es: -1

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

La definición:

"Sea $A = (a_{ij})$ una matriz de $n \times n$, entonces $\det\ A = \det\ A^T$"

corresponde a un enunciado:

Seleccione una:

- Verdadero ✔
- Falso

La proposición es verdadera, es el teorema 4.2.4 página 228 del libro.

La respuesta correcta es 'Verdadero'

Pregunta **4**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & k & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & k \\ -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Determinar el valor o valore del parámetro k para el cual $A \cdot B$, NO tiene inversa:

Seleccione una:

- a. $k = \mathbb{R} - \left\{ \dfrac{-7}{4} \right\}$
- b. $k = \dfrac{-7}{4}$
- c. $\left\{ \dfrac{-11}{2} \right\}$
- d. No es posible determinar valor alguno para k para que se cumpla la condición indicada. ✖

Respuesta incorrecta.

Calculando el producto

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 - k + 2 & -k + 2k + 3 \\ 0 - 1 - 2 & 0 + 2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - k & k + 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

Para que $A \cdot B$ no posea inversa, se debe cumplir que $|A \cdot B| = 0$

Así:

$$\begin{vmatrix} 2 - k & k + 3 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = -2 + k - -3(k + 3) = 4k + 7$$

Igualando a cero se tiene que $k = \dfrac{-7}{4}$

Por tanto, para que $A \cdot B$ NO posea inversa, el valor de k debe ser $\dfrac{-7}{4}$

La respuesta correcta es: $k = \dfrac{-7}{4}$

Pregunta **5**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Mediante el uso de la fórmula

$$A^{-1} = \frac{1}{detA} \cdot adjA$$

determine la inversa de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-4}{3} & -1 & \frac{2}{3} \\ \frac{5}{3} & 1 & \frac{-1}{3} \\ \frac{8}{3} & 2 & \frac{-1}{3} \end{pmatrix}$$

Respuesta: $A^{-1} =$

-0.429 ✖	-0.429 ✖	0.429 ✖
0.618 ✖	0.951 ✖	-0.285 ✖
-0.286 ✖	-2.306 ✖	1.296 ✖

Calculando $|A|$ mediante la regla de Sarrus, se tiene:

$$|A| = \begin{vmatrix} \frac{-4}{3} & -1 & \frac{2}{3} \\ \frac{5}{3} & 1 & \frac{-1}{3} \\ \frac{8}{3} & 2 & \frac{-1}{3} \end{vmatrix}$$

$$|A| = \frac{1}{3}$$

Ahora, calculando los cofactores de la matriz

$$A$$

, tenemos:

$$A_{11} = (-1)^{1+1}|M_{11}| = \begin{vmatrix} 1 & \frac{-1}{3} \\ 2 & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{3}$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2}|M_{12}| = -\begin{vmatrix} \frac{5}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{8}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = \frac{-1}{3}$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}|M_{13}| = \begin{vmatrix} \frac{5}{3} & 1 \\ \frac{8}{3} & 2 \end{vmatrix} = \frac{2}{3}$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1}|M_{21}| = -\begin{vmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ 2 & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}|M_{22}| = \begin{vmatrix} \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{8}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = \frac{-4}{3}$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3}|M_{23}| = -\begin{vmatrix} \frac{-4}{3} & -1 \\ \frac{8}{3} & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}|M_{31}| = \begin{vmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ 1 & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = \frac{-1}{3}$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2}|M_{32}| = -\begin{vmatrix} \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{5}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = \frac{2}{3}$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}|M_{33}| = \begin{vmatrix} \frac{-4}{3} & -1 \\ \frac{5}{3} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3}$$

Así, la matriz

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & \frac{-4}{3} & 0 \\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

es la matriz de cofactores de la matriz

$$A$$

.

De modo que, la matriz adjunta de A viene dada por:

$adj\, A = B^T$

$$adj\, A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Por último, usando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{det\ A} \cdot adjA$, se tiene que:

$$A^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = 3 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & -4 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

En la matriz

$$C=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ -7 & 4 & 0 & 6 \\ -2 & 1 & -3 & 8 \\ 9 & 0 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

Los cofactores C_{12} y C_{33} son respectivamente:

Seleccione una:

a. -59 y 259

b. 59 y 259 ✖

c. -59 y -259

d. 59 y -259

Respuesta incorrecta.

Para calcular el cofactor \(C_{12}\) se procede:

\[C_{12}=(-1)^{1+2} \cdot |C_{12}|\]

\[C_{12}=-\left| \begin{matrix} -7&0&6\\ -2&-3&8\\ 9&1&-7\\ \end{matrix} \right| \]

\[C_{12}=- 59 \]

Ahora calculando el cofactor \(C_{33}\), tenemos:

\[C_{33}=(-1)^{3+3} \cdot |C_{33}|\]

\[C_{33}= \left| \begin{matrix} 3&1&5\\ -7&4&6\\ 9&0&-7\\ \end{matrix} \right| \]

\[C_{33}=- 259 \]

Por tanto, los cofactores \(C_{12}\) y \(C_{33}\) son, \(-59\) y \(-259\), respectivamente

La respuesta correcta es: \[-59\] y \[-259\]

Pregunta **7**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left\{\begin{array}{rcl}ax+y&=&17\\bx+2y&=&19\\ \end{array} \right.$

Al resolver el sistema de ecuaciones mostrado usando la regla de Cramer, se cumple que $D=3$ y $D_{y}=-9$.

Según la información suministrada, el valor de los parámetros a y b, respectivamente, corresponden a

Seleccione una:

- a. 4 y 5 ✔
- b. -4 y 1
- c. -1 y 3
- d. 5 y -3

Respuesta correcta

Usando la información que se brinda $D=3$ y $D_{y}=-9$ tendríamos

$D=3$

$\left|\begin{array}{cc}a&1\\b&2\\ \end{array} \right|=3$

$2a-b=3$

Luego

$D_{y}=-9$

$\left|\begin{array}{cc}a&17\\b&19\\ \end{array} \right|=-9$

$19a-17b=-9$

Resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta

$\left\{\begin{array}{rcl}2a-b&=&3\\19a-17b&=&-9\\ \end{array} \right.$

Multiplicando por -17 la primera ecuación y sumando ambas ecuaciones obtenemos

$-15a=-60$

por lo que

$a=4$.

Sustituyendo en la primera ecuación para encontrar b, tenemos

$2\cdot 4-3=b$

por lo que

$b=5$

Por tanto, los valores de los parámetros corresponden a

$a=4$ y $b=5$.

La respuesta correcta es: 4 y 5

Pregunta **8**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left\{\begin{array}{rcl}2x+ay&=&-4\\6x+by&=&12\\ \end{array} \right.$

Al resolver el sistema de ecuaciones anterior, usando la regla de Cramer, se cumple que $D=16$ y $D_{x}=-8$.

Según la información anterior, el valor numérico del parámetro "a" corresponde a:

El valor numérico del parámetro "a" corresponde a:

2

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo o una coma para los decimales.**

Según la información que se brinda, $D=16$ y $D_{x}=-8$, entonces calculando e igualando en cada caso, tenemos:

$D=16$

$\left|\begin{array}{cc}2&a\\6&b\\ \end{array} \right|=16$

$2b-6a=16$

Ahora:

$D_{x}=-8$

$\left|\begin{array}{cc}-4&a\\12&b\\ \end{array} \right|=-8$

$-4b-12a=-8$

Resolviendo el sistema de ecuaciones resultante

$\left\{\begin{array}{rcl}2b-6a&=&16\\-4b-12a&=&-8\\ \end{array} \right.$

Multiplicando por -2 la ecuación 1 y sumando ambas ecuaciones obtenemos

$-8b=-40$

así

$b=5$

Sustituyendo

$2\cdot 5-16=6a$

se tiene que

$a=-1$

Por tanto, el valor del parámetro "a" corresponde a -1.

Pregunta **9**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left\{ \begin{array}{ccc} x+y&=&8\\ z+y&=&-3\\ -x+2y&=&1\\ \end{array} \right.$

Según la información anterior, use la regla de Cramer para determinar la solución del sistema dado.(5 puntos)

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

1668379318517453420556991399454.jpg

Escribiendo el sistema en forma matricial, tenemos:

$\left(\begin{array}{ccc} 1&1&0\\ 0&1&1\\ -1&2&0\\ \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} x\\y\\z\\ \end{array} \right)=\left(\begin{array}{c} 8\\-3\\1\\ \end{array} \right)$

Calculando el determinante de la matriz de coeficientes:

$D=\left| \begin{array}{ccc} 1&1&0\\ 0&1&1\\ -1&2&0\\ \end{array} \right|=-3$ (1 punto)

Como $D=-3\neq 0$ entonces el sistema de ecuaciones tiene solución.

Ahora calculando los determinantes para cada una de la variables, tenemos: (2 puntos)

$D_{x}=\left| \begin{array}{ccc} 8&1&0\\ -3&1&1\\ 1&2&0\\ \end{array} \right|=-15$

$D_{y}=\left| \begin{array}{ccc} 1&8&0\\ 0&-3&1\\ -1&1&0\\ \end{array} \right|=-9$

$D_{z}=\left| \begin{array}{ccc} 1&1&8\\ 0&1&-3\\ -1&2&1\\ \end{array} \right|=18$

Así, calculando los valores para cada variable, tenemos: (1 punto)

$x=\dfrac{D_{x}}{D}=\dfrac{-15}{-3}=5$

$y=\dfrac{D_{y}}{D}=\dfrac{-9}{-3}=3$

$z=\dfrac{D_{z}}{D}=\dfrac{18}{-3}=-6$

Por tanto, la solución al sistema dado corresponde a $S=\{(5,3,-6)\}$. (1 punto)

Comentario:
bien

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 5,00

Considere la matriz F invertible, tal que:
(5 puntos)

$$F = \left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
3&{ - 1}&1&1 \\
{ - 3}&0&{11}&6 \\
2&4&{15}&{ - 4} \\
{ - 1}&0&{42}&2
\end{array}} \right|$$

De acuerdo con la información anterior, halle $\det {F^{ - 1}}$

Nota: Debe añadir una fotografía de su solución en el espacio asignado de procedimiento de respuesta de este ítem. El desarrollo debe ser a mano (no digital). Procure presentarlo de forma limpia y ordenada mostrando todos los procedimientos que le permitieron llegar al resultado final. Además, debe agregar su nombre, número de cédula y firmar al final de cada solución por ejercicio. Si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

16683793652533173293174826686834.jpg

Solución:

(1 punto)

Se sabe que la matriz F es invertible, asegurando que $\det F \ne 0$. Con esta información se puede utilizar el siguiente resultado:

$\det {F^{ - 1}} = \dfrac{1}{{\det F}}$. Se requiere entonces, calcular a ${\det F}$.

$$\det F = - 1 \cdot {\left({ - 1} \right)^{1 + 2}} \cdot \left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
{ - 3}&{11}&6 \\
2&{15}&{ - 4} \\
{ - 1}&{42}&2
\end{array}} \right| + 4 \cdot {\left({ - 1} \right)^{3 + 2}} \cdot \left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
3&1&1 \\
{ - 3}&{11}&6 \\
{ - 1}&{42}&2
\end{array}} \right|$$

$$\det F = 1 \cdot \left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
{ - 3}&{11}&6 \\
2&{15}&{ - 4} \\
{ - 1}&{42}&2
\end{array}} \right| + - 4 \cdot \left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
3&1&1 \\
{ - 3}&{11}&6 \\
{ - 1}&{42}&2
\end{array}} \right|$$

(1 punto)

Ahora calculando cada uno de los determinantes por Regla de Sarrus y realizando operaciones, se tiene que:

$$\left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrr}
{ - 3}&{11}&6 \\
2&{15}&{ - 4} \\
{ - 1}&{42}&2 \\
{ - 3}&{11}&6 \\
2&{15}&{ - 4}
\end{array}} \right| = \left({ - 90 + 504 + 44} \right) - \left({ - 90 + 504 + 44} \right) = 0 \Rightarrow 1 \cdot 0 = 0$$

(1 punto)

$$\left| {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrr}
3&1&1 \\
{ - 3}&{11}&6 \\
{ - 1}&{42}&2 \\
3&1&1 \\
{ - 3}&{11}&6
\end{array}} \right| = \left({66 + - 126 + - 6} \right) - \left({ - 11 + 756 + - 6} \right) = - 805 \Rightarrow - 4 \cdot - 805 = 3220$$

(1 punto)

Se tiene que: $\det F = 0 + 3220 = 3220$.

(1 punto)

Finalmente; $\det {F^{ - 1}} = \dfrac{1}{{\det F}} \Rightarrow \det {F^{ - 1}} = \dfrac{1}{{3220}}$

Comentario:
bien, pero no escribe en concreto la respuesta final.

◄ Tutorías de cuatrimestres anteriores

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°3 ►