Comenzado el	domingo, 18 de febrero de 2024, 13:16
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 18 de febrero de 2024, 18:00
Tiempo empleado	4 horas 43 minutos
Puntos	14,77/27,00
Calificación	**5,47** de 10,00 (**54,71**%)

Pregunta 1

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere los siguientes conjuntos definidos por comprensión:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}, x\ par\ , 6 < x \leq 17\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{N},\ x^2 - 10x + 25 = 0\}$$

Dada la información anterior, determine lo que se le solicita:

1. Escriba el conjunto A por extensión: { 8 ✔ , 10 ✔ , 12 ✔ , 14 ✔ , 16 ✔ }
2. Un elemento de A que sea múltiplo del elemento del conjunto B corresponde a 10 ✔
3. De los dos conjuntos anteriores, determine cuál es el de menor cardinalidad B ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar **números o letras en mayúscula** y en caso de ser necesario el signo negativo.

Se tiene que:

- $A = \{x/x \in \mathbb{N}, x\ par, 6 < x \leq 17\} = \{8, 10, 12, 14, 16\}$
- Para el conjunto B note que $x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ por lo que $B = \{x/x \in \mathbb{N}, x^2 - 10x + 25 = 0\} = \{5\}$

De lo anterior se tiene que:

1. Escriba el conjunto A por extensión: $\{8, 10, 12, 14, 16\}$
2. Un elemento de A que sea múltiplo del elemento del conjunto B corresponde a 10
3. De los dos conjuntos anteriores, determine cuál es el de menor cardinalidad B

Pregunta 2

Parcialmente correcta

Se puntúa 0,11 sobre 2,00

Sea el conjunto $R = \{w, x, y, z\}$. Determine:

a) Una clase de subconjuntos de R que contenga exactamente dos elementos de R corresponde a { 1 ✖ , 2 ✖ },{ 1 ✖ , 3 ✖ },{ 1 ✖ , 4 ✖ },{ 2 ✖ , 3 ✖ },{ 2 ✖ , 4 ✖ },{ 3 ✖ , 4 ✖ }.

b) La cantidad de subconjuntos de R que contienen exactamente 3 elementos de R corresponde a 4 ✔

c) Una clase de subconjuntos de R que contenga al elemento "y" y a otro elemento de R corresponde a { 3 ✖ , 1 ✖ },{ 3 ✖ , 2 ✖ },{ 3 ✖ , 4 ✖ }.

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Considere que los elementos deben estar ordenados de manera **ascendente**.

a) Se deben agrupar de dos en dos los elementos de R, obteniendo así:

$A = [\{w, x\}, \{w, y\}, \{w, z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}]$

b) La cantidad de subconjuntos de R que contienen exactamente 3 elementos de R.

Se agrupan los elementos de R de 3 en 3, así se tienen los siguientes subconjuntos

$\{w, x, y\}, \{w, x, z\}, \{w, y, z\}, \{x, y, z\}$

Por lo tanto, se tienen 4 subconjuntos.

c) En este caso, los elementos de R se deben agrupar de dos en dos pero con la condición de que y aparezca en cada una de esas agrupaciones.

$B = [\{w, y\}, \{x, y\}, \{y, z\}]$

Pregunta 3

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 2,00

Dado el conjunto

$$M = \{x/x \in \mathbb{N}, x = 2a + 1, 21 < a < 29\}$$

Determine:

a) El cardinal del conjunto potencia de M corresponde a: 512 ✖ .

b) Uno de los elementos del conjunto potencia de M corresponden a {43} ✖ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Con respecto al conjunto M se debe determinar los elementos que pertenecen a este, los cuales son:

$$a = 22 \to x = 2 \cdot 22 + 1 = 45$$

$$a = 23 \to x = 2 \cdot 23 + 1 = 47$$

$$a = 24 \to x = 2 \cdot 24 + 1 = 49$$

$$a = 25 \to x = 2 \cdot 25 + 1 = 51$$

$$a = 26 \to x = 2 \cdot 26 + 1 = 53$$

$$a = 27 \to x = 2 \cdot 27 + 1 = 55$$

$$a = 28 \to x = 2 \cdot 28 + 1 = 57$$

Entonces:

a) Se tiene que $M = \{x/x \in \mathbb{N}, x = 2a + 1, 21 < a < 29\}$ = $\{45, 47, 49, 51, 53, 55, 57\}$ y el cardinal de M es $n = 7$ según los siete elementos anteriores, por definición el cardinal del conjunto potencia de M corresponde a $2^n = 2^7 = 128$.

b) Uno de los elementos de M es $\{53\}$.

Pregunta 4

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Dado el conjunto $Q = \{x|x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 3\}$, escrito por extensión corresponde a:

Q = { -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 }

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Considere además que los elementos de un conjunto deben estar ordenados de manera **ascendente.**

Según el conjunto $Q = \{x|x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 3\}$, los elementos enteros que cumplen la condición dada corresponden a:

$Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, porque son mayores o iguales que -3 pero menores que 3.

Pregunta 5

Parcialmente correcta

Se puntúa 0,67 sobre 2,00

Dados los conjuntos

$A = \{x/x \in \mathbb{N}, x = \sqrt{a} - 3, 0 < a < 30\}$ y $B = \left\{x/x \in \mathbb{N}, x^2 - 4 \leq 16\right\}$

Complete las expresiones según corresponda:

1) Un elemento del conjunto A es 1 ✔ .

2) $A \in B$ Verdadero ✖ .

3) $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ Verdadero ✖ .

Determinamos los conjuntos

$A = \{x/x \in \mathbb{N}, x = \sqrt{a} - 3, 0 < a < 30\}$ es decir:

Si $a = 16 \quad \sqrt{16} - 3 = 1$

Si $a = 25 \quad \sqrt{25} - 3 = 2$

$A = \{1, 2\}$

$B = \left\{x/x \in \mathbb{N}, x^2 - 4 \leq 16\right\}$, es decir:

$x^2 \leq 16 + 4$

$x \leq \sqrt{20}$

$B = \{1, 2, 3, 4\}$

Entonces

1. Un elemento del conjunto A es 1.
2. $A \in B$ Es falso, ya que el símbolo $\in$ hace referencia a si un elemento pertenece a un conjunto. No se usa para conjuntos.
3. $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ Es falso porque $5 \notin B$

Pregunta 6

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 2,00

Se definen por comprensión los siguientes conjuntos:

$$S = \{x/x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 3\} \qquad T = \{x/x \in \mathbb{N}, x^2 < 25\}$$

Determine:

a)Si el conjunto S es igual al conjunto X, entonces el conjunto X por extensión corresponde a: -2,-1,0,1,2 ✔ .

b)Si el conjunto T es igual al conjunto Y, entonces el conjunto Y por extensión corresponde a: 0,1,2,3,4 ✖ .

a) En este caso se tiene que el conjunto S por extensión corresponde a $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ los números enteros, mayores a menos tres y menores a tres.

b)El conjunto T por extensión corresponde a:

$$x = 1^2 = 1$$
$$x = 2^2 = 4$$
$$x = 3^2 = 9$$
$$x = 4^2 = 16$$

Es decir, $T = \{1, 2, 3, 4\}$

Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere los conjuntos: $B=\{x/x\in\mathbb{N}, x\ par, x<8\}$ y $C=\{x/x\in\mathbb{N}, x\ primo, x<14\}$

Y el conjunto universo $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13\}$

Según la información anterior, el conjunto resultante de la operación $(B\cup C)^C$ corresponde a { 1 ✔ , 8 ✔ , 9 ✔ , 10 ✔ , 12 ✔ }

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Además considere que los elementos de los conjuntos deben estar ordenados en forma ascendente.

Primero se considera:

$B=\{x/x\in\mathbb{N}, x\ par, x<8\}=\{2,4,6\}$ y $C=\{x/x\in\mathbb{N}, x\ primo, x<14\}=\{2,3,5,7,11,13\}$

Siguiendo el orden de prioridad de las operaciones se tiene

$(B\cup C)=\{2,4,6\}\cup\{2,3,5,7,11,13\}=\{2,3,4,5,6,7,11,13\}$

\((B\cup C)^C =\{2,3,4,5,6,7,11,13\}^C = \{1,8,9,10,12\} \)

Pregunta 8

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes conjuntos:

$M = \{x/x \in \mathbb{N}, x^2 - 5x + 6 = 0\}$ y $N = \{x/x \in \mathbb{N}, 2x + 2 \leq 10\}$ del conjunto universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Determine:

$(M \cap N)^C = \{$ 1 , 4 , 5 $\}$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Además, considere que los elementos de los conjuntos deben estar ordenados en forma ascendente.

Primero, se debe definir los elementos que conforman los conjuntos M y N.

Como $M = \{x/x \in \mathbb{N}, x^2 - 5x + 6 = 0\}$ se debe resolver $x^2 - 5x + 6 = 0$, veamos:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-2) \cdot (x-3) = 0$

$x - 2 = 0$ o $x - 3 = 0$

$x = 2$ o $x = 3$

Entonces, $M = \{2, 3\}$

Luego, se hace para $N = \{x/x \in \mathbb{N}, 2x + 2 \leq 10\}$, con lo que se debe resolver $2x + 2 \leq 10$ veamos:

$2x + 2 \leq 10$

$2x \leq 10 - 2$

$x \leq \frac{8}{2}$; como $x \in \mathbb{N}; x \in \{1, 2, 3, 4\}$. Entonces, $N = \{1, 2, 3, 4\}$

Ahora, primero se hace $M \cap N$ donde se ponen solo los que poseen en común. Así, $M \cap N = \{2, 3\}$.

En seguida, se hace el complemento de $\{2, 3\}$. Entonces:

$(M \cap N)^C = \{1, 4, 5\}$

Pregunta 9

Sin contestar

Puntúa como 5,00

Demuestre mediante álgebra de conjuntos la equivalencia de la siguientes expresiones.

a) $A \oplus B \equiv B \oplus A$ (Valor 3 puntos)

b) $(A \cap B) - A \equiv \emptyset$ (Valor 2 puntos)

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Para demostrar la expresión partimos de izquierda y utilizamos la definición de diferencia simétrica:

$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$ (1 punto)

$A \oplus B = (B - A) \cup (A - B)$ (1 punto)

$A \oplus B = B \oplus A)$ (1 punto)

Para la parte b igualmente partimos del lado izquierdo.

$(A \cap B) - A = A \cap B \cap A^c$

$(A \cap B) - A = A \cap A^c \cap B$ (1 punto)

$(A \cap B) - A = \emptyset$ (1 punto)

Pregunta 10

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 5,00

Compruebe utilizando inducción matemática que para todo número natural n se cumple que: (5 puntos)

$$1+5+9+13+...+(4n-3)=n(2n-1)$$

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

WhatsApp Image 2024-02-18 at 17.46.37.jpeg

Primero se debe comprobar para $n=1$ la propiedad es válida

El primer elemento es 1 y al sustituir n por 1 a ambos lados de la igualdad se obtiene:

$$4\cdot 1-3=1(2\cdot 1-1)=1$$

Por lo tanto, para $n=1$ es válida. (1 punto)

Ahora se considera que la propiedad es verdadera para $n=k$, es decir

$$1+5+9+13+...+(4k-3)=k(2k-1)$$

Y se debe demostrar que se cumple para $n=k+1$, es decir, debemos demostrar que se cumple

$$1+5+9+13+...+(4k-3)+(4(k+1)-3)=(k+1)(2(k+1)-1)$$

Demostración:

Se reduce el lado derecho de la igualdad $(k+1)(2(k+1)-1)$

Que al realizar la multiplicación se obtiene $(k+1)(2k+2-1)$

Y sumando semejantes $(k+1)(2k+1)$ (1 punto)

Ahora se trabaja en el lado izquierdo donde se tiene

$$1+5+9+13+...+(4k-3)+(4(k+1)-3)$$

Utilizando lo dado en la hipótesis se puede puede cambiar $1+5+9+13+...+(4k-3)$ por $k(2k-1)$ obteniendo como resultado $k(2k-1)+(4(k+1)-3)$ donde se deben realizar diferentes operaciones:

$$k(2k-1)+(4(k+1)-3)$$

$$2k^2-k+4k+4-3 \qquad \text{(1 punto)}$$

$$2k^2+3k+1 \qquad \text{(1 punto)}$$

$$(k+1)(2k+1) \qquad \text{(1 punto)}$$

Con lo que queda demostrado, ya a ambos lados de la igualdad se llega a la misma expresión.

Comentario:

La factorización que coloca no se entiende. No coloca que pasa con n=k+1 para comprobar que es verdadera.