

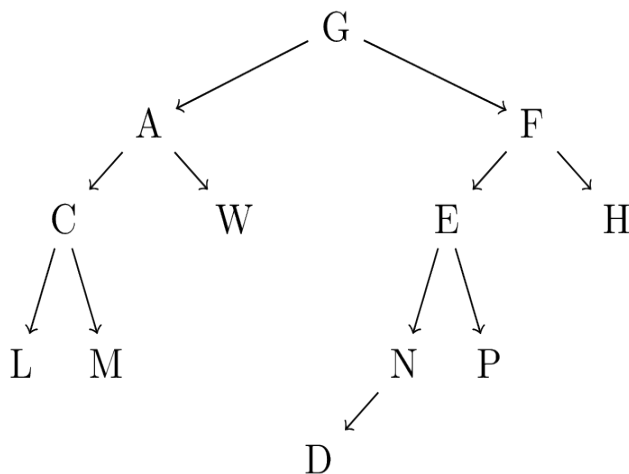
<b>Comenzado el</b>	domingo, 23 de junio de 2024, 13:00
<b>Estado</b>	Finalizado
<b>Finalizado en</b>	domingo, 23 de junio de 2024, 17:00
<b>Tiempo empleado</b>	3 horas 59 minutos
<b>Puntos</b>	20,42/38,00
<b>Calificación</b>	<b>5,37</b> de 10,00 ( <b>53,73%</b> )

Pregunta 1

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere el siguiente árbol  $T$ :



Considerando el árbol binario  $T$  anterior, responda las siguientes preguntas:

**Respuestas.**

- a) El hijo derecho del nodo  $C$  corresponde a:  ✓
- b) La raíz del subárbol principal izquierdo corresponde a:  ✓
- c) El nodo hermano del nodo  $H$  corresponde a:  ✓

**Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar letras en mayúscula.**

**Respuestas.**

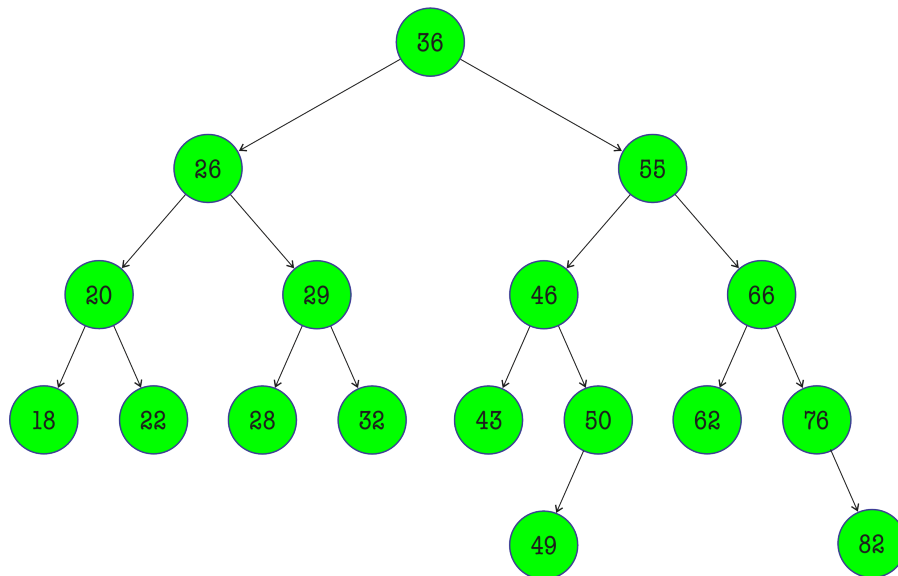
- a) El hijo derecho del nodo  $C$  corresponde a  $M$ .
- b) La raíz del subárbol principal izquierdo corresponde a  $A$ .
- c) El nodo hermano del nodo  $H$  corresponde a  $E$ .

## Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere el siguiente árbol binario:



Al eliminar **ITEM=55** en el árbol binario, con certeza, se cumple que:

El nodo 46 quedará como hijo izquierdo de 62. ✓

### Solución:

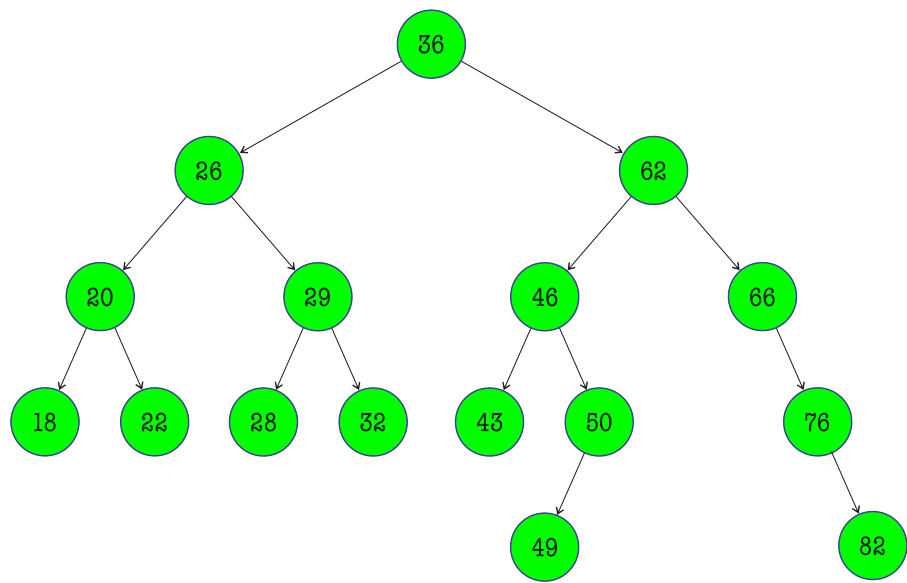
Observe el recorrido **inorden**:

**18 20 22 26 28 29 32 36 43 46 49 50 55 62 66 76 82**

Al observar el árbol binario, se nota que **ITEM=55** posee dos hijos originalmente. Cuando este se elimina del árbol, se sustituyéndolo por su **sucesor inorden**, el cual es **62**.

El **nodo 62** tomará la posición del **nodo 55** una vez que este sea eliminado. Por lo que "El nodo **46** quedará como hijo izquierdo de **62**".

La representación gráfica del árbol binario después de la eliminación del **nodo 55**, es la siguiente:



### Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente representación secuencial de un montículo.

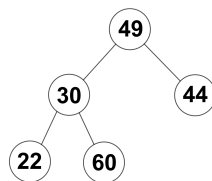
49	30	44	22
----	----	----	----

Se debe insertar el ITEM=60 en este montículo.

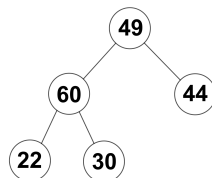
La representación secuencial con este ítem queda de la forma:

60	✓	49	✓	44	✓	22	✓	30	✓
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

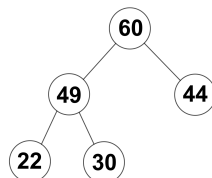
Como estamos en presencia de un montículo y aplicando el algoritmo adecuado, tenemos:  
ITEM=60 se inserta al final. Como se muestra en el árbol.



Se compara con su padre, que es 30. Como  $60 > 30$ , se intercambian de lugar. Como se muestra en la imagen.



ITEM=60 se compara ahora con su nuevo padre, que es 49. Como  $60 > 49$ , se intercambian de lugar. Como se muestra en la imagen.



ITEM=60 ha subido a su sitio apropiado. Por tanto, la representación secuencial será:

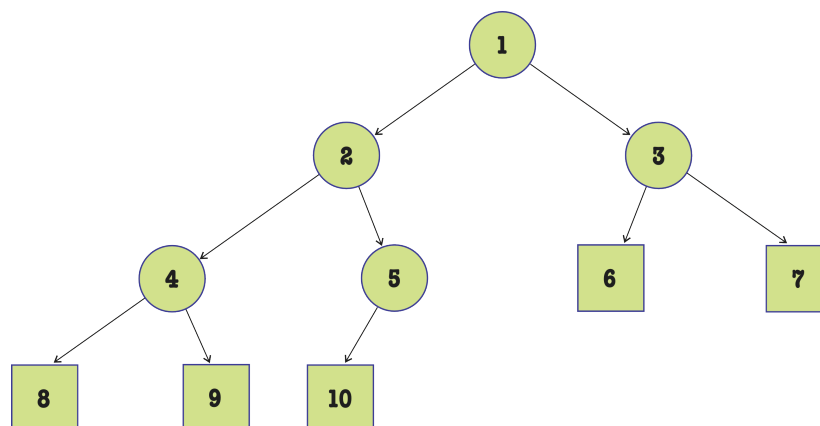
60	49	44	22	30
----	----	----	----	----

#### Pregunta 4

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere el siguiente árbol binario:



Con base al árbol binario anterior,

a) El recorrido en **Preorden**, corresponde a:  ✓

b) El recorrido en **Postorden**, corresponde a:  ✓

**Nota:** Recuerde que no se debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, símbolo) solamente debe usar números y/o letras en mayúscula según corresponda. En el caso que debe digitar un nodo (número) de dos dígitos, escríbalo de forma consecutiva sin espacios.

#### Solución:

a) El recorrido en Preorden, corresponde a **12489510367**

b) El recorrido en Postorden, corresponde a **89410526731**

### Pregunta 5

Parcialmente correcta

Se puntúa 0,67 sobre 1,00

Considere la siguiente representación ligada de un árbol binario  $T$ :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
INFO	A	C	R	I	E	D	G	F	L	M	S	Q						
LEFT	0	5	0	9	0	1	10	0	0	8	3	11						
RIGHT	0	0	0	2	12	0	4	0	0	6	0	0						

ROOT 7  ↑

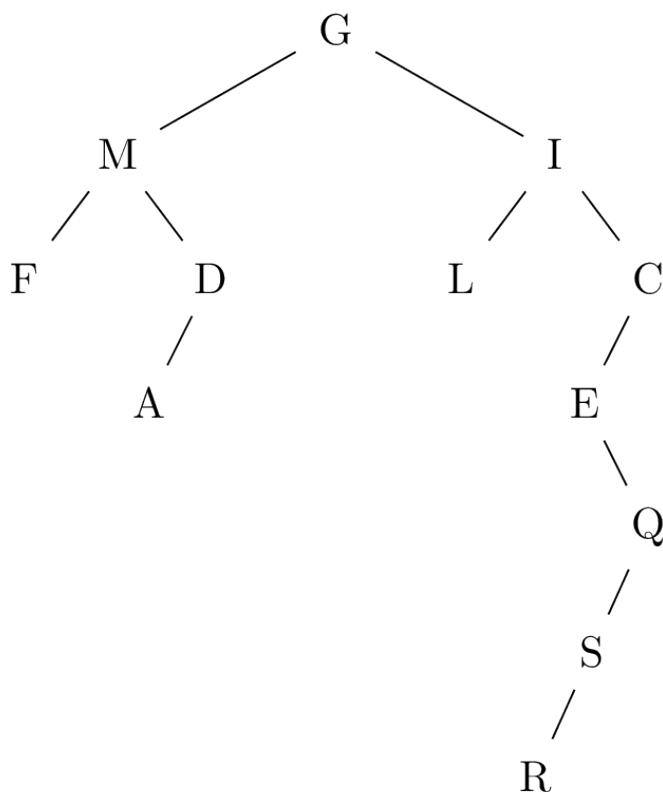
Con base a la representación anterior, responda las siguientes preguntas:

a) El hijo izquierdo de  $C$ , corresponde a: E ✓

b) El hijo derecho de  $M$ , corresponde a: D ✓

c) La profundidad o altura del árbol binario  $T$  corresponde a: 5 ✗

**Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y letras en mayúsculas.**



- a) El hijo izquierdo del nodo  $C$  es el nodo  $E$ . Pues  $LEFT[2]=5$ . Por tanto,  $INFO[5]=E$ .
- b) El hijo derecho del nodo  $M$  es el nodo  $D$ . Pues  $RIGHT[10]=6$ . Por tanto,  $INFO[6]=D$ .
- c) Recuerdo que la profundidad de un árbol binario  $T$  es el número máximo de nodos en una rama de  $T$  y que esta es una unidad mayor que el número de nivel, por lo tanto la profundidad de este  $T$  árbol es 7.

#### Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

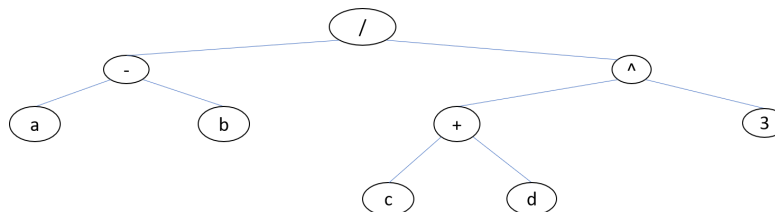
Dada la expresión

$$\frac{a - b}{(c + d)^3}$$

En su representación como un 2-árbol, el recorrido posfijo corresponde a:

a b ✓ - c d ✓ + 3 ^ / ✓

Construyendo el árbol obtenemos:



Así el recorrido está dado por:

ab-cd+3^/

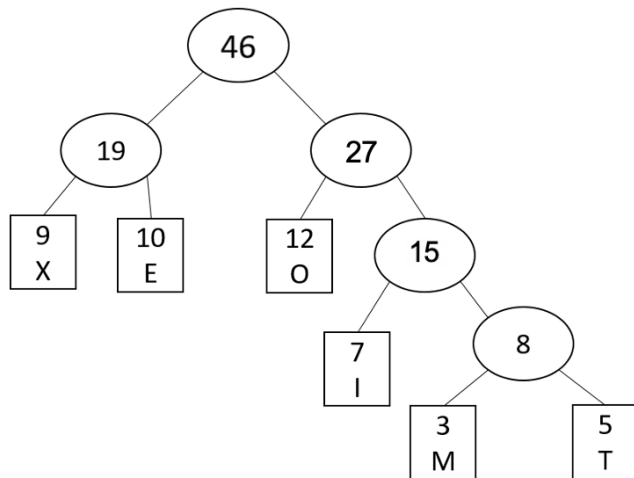


### Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Dado el siguiente 2 - árbol:



Su longitud de camino ponderado corresponde a:  ✓

**Nota: Recuerde no utilizar ningún otro carácter (ni espacio, coma, punto o símbolo) solamente debe usar números.**

La longitud de camino ponderado se obtiene sumando todos los productos obtenidos al multiplicar cada uno de los pesos de los nodos externos por su respectiva longitud del camino desde la raíz R hasta el nodo , así:

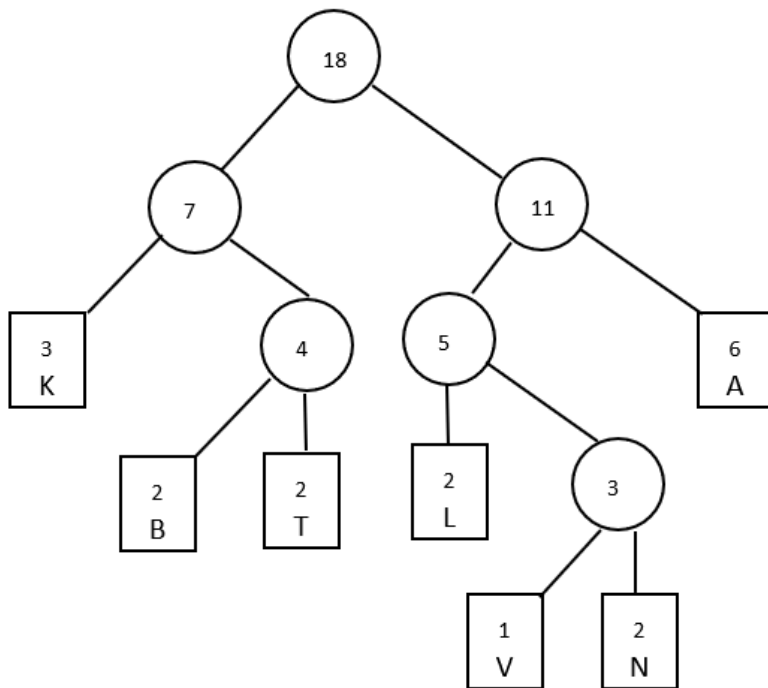
$$P = 9 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 115$$

### Pregunta 8

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

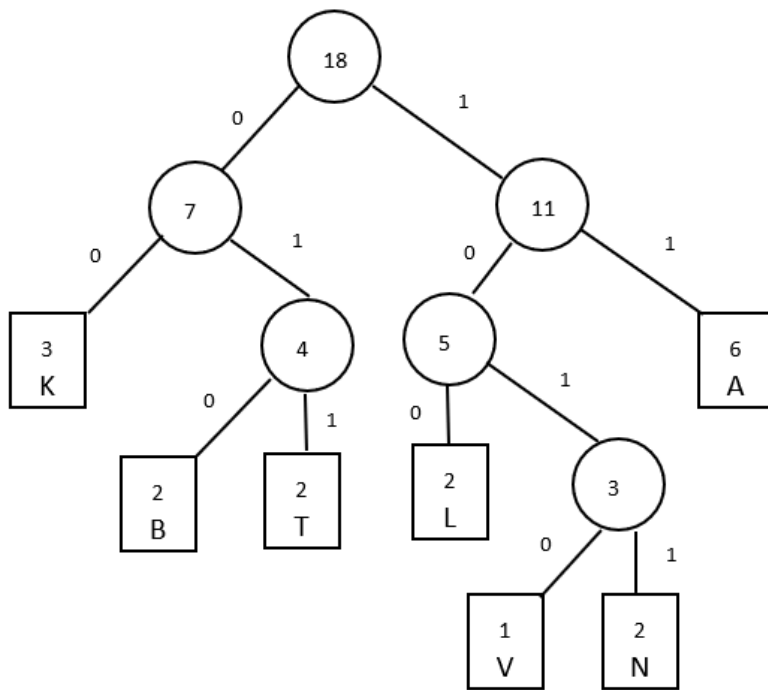
Considere el siguiente árbol binario, que se obtuvo a partir del Algoritmo de Huffman,



Determine el código de Huffman, para: **KVAN**:  ✓

**Nota:** Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, símbolo) solamente debe usar números o letras en mayúscula según corresponda.

De acuerdo con el dibujo siguiente,



El código para **KVAN** corresponde:

K: 00

V: 1010

A: 11

N: 1011

De esta manera el código para **KVAN** es: 001010111011 en mayúscula según corresponda.

Pregunta 9

Parcialmente correcta

Se puntúa 0,75 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones en una matriz aumentada:

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 4 & -2 & 10 & 18 & -34 \\ 1 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -5 & -9 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

Según la información anterior, el sistema se denomina  ✓ , ya que el renglón 1 =  ✗ .

✗ .

Por lo tanto, el sistema  ✗ .

**NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

Note que el sistema tiene el renglón 1 múltiplo del renglón 3, es decir,  $R_1 = -2R_3$ , por lo tanto, realizando una operación elemental se tiene que:

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 4 & -2 & 10 & 18 & -34 \\ 1 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -5 & -9 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{2R_3 + R_1} \left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -5 & -9 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

De esta manera, obtenemos un sistema con infinitas soluciones, es decir, consistente.

**Pregunta 10**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Determine el punto de intersección entre las rectas  $l_1 : 4x + 3y - 2 = 0$  y  $l_2 : x + y = -2$ .

**Solución:**

La intersección entre las rectas  $l_1$  y  $l_2$  corresponde al punto (  ✖ ,  ✖ )

**Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

**Respuesta:**

Para determinar la intersección entre rectas se debe resolver el sistema de ecuación:

$$\begin{cases} 4x + 3y - 2 = 0 \\ x + y = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

Multiplicando por -4 la segunda ecuación y sumando a la primera se obtiene:

$$-y = 10 \rightarrow y = -10$$

Considerando que  $x + y = -2$  se tiene entonces que el valor de  $x$  que corresponde a  $x = -2 - y = -2 - (-10) = 8$ .

Por lo tanto, el punto de intersección entre ambas rectas corresponde a  $(8, -10)$

**Pregunta 11**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones homogéneo:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 2w = 0 \\ x + 4y - w = 0 \\ 2x + 6y - z + 5w = 0 \end{cases}$$

De acuerdo con el mismo, el conjunto solución (en terminos de la variable  $w$ ), corresponde a:

$$S = \{ ( \boxed{17/3} \times w, \boxed{-5/3} \times w, \boxed{-11/3} \times w, w ) \}$$

**NOTA:** Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario, el signo negativo. En caso de usar fracciones, debe escribirlas de la forma  $a/b$  para representar la fracción  $\frac{a}{b}$

**Solución:**

Aplicando operaciones elementales de fila (Gauss-Jordan) para generar una matriz escalonada, se tiene que:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 2w = 0 \\ x + 4y - w = 0 \\ 2x + 6y - z + 5w = 0 \end{cases} \Rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & -1 & 5 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{f_1 \sim f_2} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & -1 & 5 & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-2f_1 + f_2; \quad -2f_1 + f_3} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -9 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 7 & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\frac{-1}{2}f_3} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -9 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{-7}{2} & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{9f_3 + f_2; \quad -4f_3 + f_1} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{15}{2} & \frac{-55}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{f_2 \sim f_3} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 13 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{15}{2} & \frac{-55}{2} & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\frac{2}{15}f_3} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 13 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-11}{3} & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\frac{-1}{2}f_3 + f_2; \quad 2f_3 + f_1} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{17}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-5}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-11}{3} & 0 \end{array} \right)$$

De lo anterior se sigue que:

$$x + \frac{17}{3}w = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{-17}{3}w}; \quad y - \frac{5}{3}w = 0 \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{3}w}; \quad z - \frac{11}{3}w = 0 \Rightarrow \boxed{z = \frac{11}{3}w}$$

Por lo tanto, el conjunto solución del sistema corresponde a:

$$S = \left\{ \left( \frac{-17}{3}w, \frac{5}{3}w, \frac{11}{3}w, w \right) \right\}$$

## Pregunta 12

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -7x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

, de incógnitas  $x, y$  y  $z$ .

Si se utiliza el método de Gauss Jordan para resolverlo se obtiene que:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -7 & -1 & 2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{k \cdot R_1 + R_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \end{array} \right)$$

De acuerdo al texto anterior se cumple con certeza que  $k =$   ✖ ,  $a =$   ✖ y  $b =$   ✖ .

**Nota:** "Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo."

Si se utiliza el método de Gauss Jordan para resolverlo se obtiene que

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -7 & -1 & 2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{7 \cdot R_1 + R_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -8 & 9 & 0 \end{array} \right)$$



### Pregunta 13

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere la siguiente situación entre la cantidad de postales repetidas del álbum del mundial que tienen Felipe y Gabriel:

Felipe le dice a Gabriel: "Tengo más cantidad de postales repetidas que tú, ya que, si te doy 10 postales repetidas tendríamos la misma cantidad de postales repetidas".

Gabriel responde: "Tienes razón, pero te faltan 10 postales repetidas para doblarme el número de postales repetidas que tengo."

Según la información anterior, se afirma que:

a) Gabriel tiene  ✓ postales repetidas

b) La diferencia entre la cantidad de postales repetidas entre Felipe y Gabriel es  ✓ .

**Nota:** Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Según la información brindada, considere las variables  $f$  y  $g$  definidas por:

$f$  : cantidad de postales repetidas de Felipe.

$g$  : cantidad de postales repetidas de Gabriel.

Además, de la primera oración se obtiene la ecuación  $f - 10 = g + 10$ , luego

de la segunda oración se obtiene la expresión  $f + 10 = 2g$ .

De donde se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} f - g = 20 \\ f - 2g = -10 \end{cases}$$

Multiplicando por  $-2$  la primera ecuación se obtiene el sistema equivalente:

$$\begin{cases} -2f + 2g = -40 \\ f - 2g = -10 \end{cases}$$

Sumando ambas ecuaciones se obtiene que  $-f = -50$ , por lo que  $f = 50$ .

Sustituyendo en la segunda ecuación se obtiene que  $g = \frac{-10 - 50}{-2}$ , esto es  $g = 30$ .

Así, Felipe tiene 50 postales repetidas y Gabriel tiene 30 postales repetidas, por lo que la diferencia entre las postales repetidas de Felipe y las de Gabriel es 20.

#### Pregunta 14

Finalizado

Se puntúa 0,00 sobre 5,00

Considere la siguiente notación Polaca en prefijo:

$$\div * d + + abc + xy$$

a) Determine la expresión algebraica que se corresponde con la notación anterior.

b) Dibuje el 2-árbol correspondiente.

**Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio. Si esto no se presenta la respuesta no será calificada.**

#### Respuesta a)

Recuerde que en la notación Polaca en prefijo cada expresión de la forma **operación-constante-constante** se traduce como **operación-constante-constante**. Por ejemplo  $+ab$  es  $(a+b)$ . De modo que siguiendo esta idea tenemos:

$$\div * d + + abc + xy$$

$$\div * d + (a + b)c(x + y)$$

$$\div * d[(a + b) + c](x + y)$$

$$\div [d * [(a + b) + c]](x + y)$$

$$[d * [(a + b) + c]] \div (x + y)$$

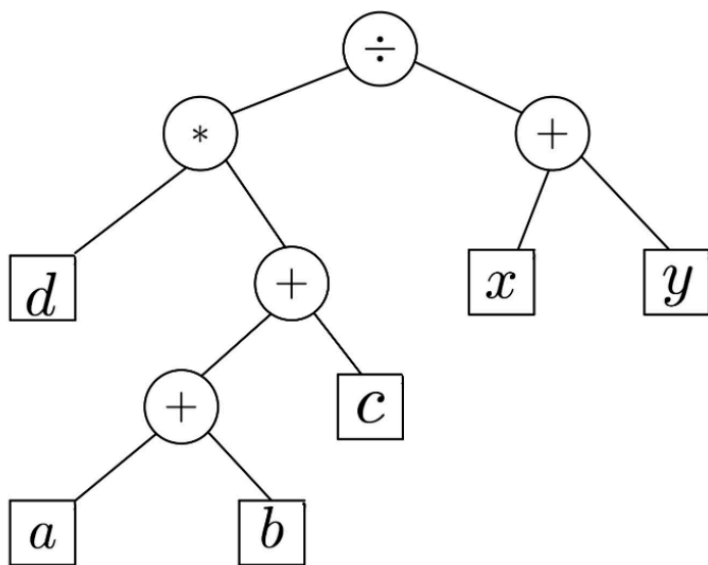
Simplificando tenemos:

$$\frac{d[(a + b) + c]}{(x + y)}$$

(3 puntos)

#### Respuesta b)

El 2-árbol asociado corresponde a:



(2 puntos)

Comentario:

### Pregunta 15

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 5,00

Considere los siguientes datos con los respectivos pesos asignados:

Dato	A	C	D	E	I	N	P
Peso	9	5	15	24	16	23	8

Según la información anterior, determine:

- El árbol binario  $T$  resultante al aplicar el algoritmo de Huffman.
- Codifique la palabra INDEPENDENCIA mediante etiqueta de bits.

**Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.**

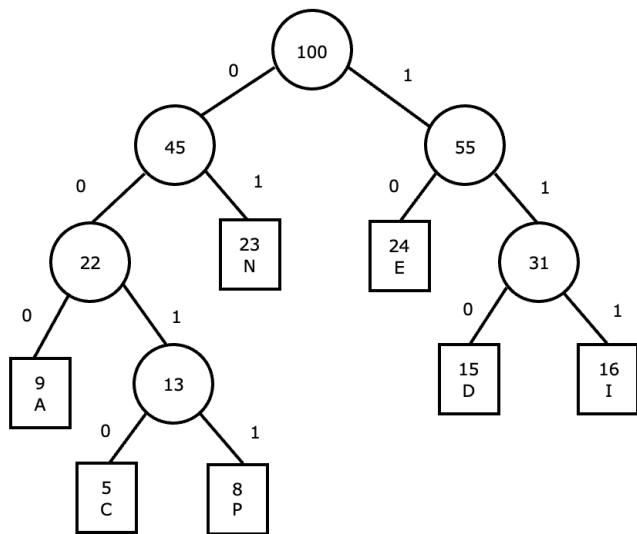
 [\\_Ejercicio15\\_JessicaVargas.jpg](#)

Solución:

Considerando los datos y sus respectivos pesos indicados se inicia haciendo la suma de estos como sigue:

	A	C	D	E	I	N	P
	9	5	15	24	16	23	8
(1)	9		15	24	16	23	<u>13</u>
(2)			15	24	16	23	<u>22</u>
(3)				24	<u>31</u>	23	22
(4)				24	31	<u>45</u>	-
(5)					<u>55</u>	45	-
(6)					<u>100</u>	-	-

Seguidamente, con esta información, se construye el árbol  $T$ , el cual resulta en:



Ubicando cero y uno en las aristas a los hijos izquierdo y derecho, respectivamente, la codificación de la palabra INDEPENDENCIA corresponde a:

I	N	D	E	P	E	N	D	E	N	C	I	A
111	01	110	10	0011	10	01	110	10	01	0010	111	000

Comentario:

**Pregunta 16**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Utilizando el método eliminación gaussiana o de Gauss-Jordan determine el conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 12x - 9y - 6z = 0 \\ 15x - 3y + 3z = -2 \end{cases}$$

**Nota:** Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

 [Ejercicio16\\_JessicaVargas.jpg](#)

Se plantea la matriz aumentada y se aplican las operaciones elementales por renglón:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -3 & -6 \\ 12 & -9 & -6 & 0 \\ 15 & -3 & 3 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_1 \rightarrow \frac{R_1}{3} \\ R_2 \rightarrow \frac{R_2}{3}}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 4 & -3 & -2 & 0 \\ 15 & -3 & 3 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_2 \rightarrow R_2 - 4R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - 15R_1}}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & -11 & 2 & 8 \\ 0 & -33 & 18 & 28 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 \rightarrow -\frac{R_2}{11}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{11} & -\frac{8}{11} \\ 0 & -33 & 18 & 28 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_1 \rightarrow R_1 - 2R_2 \\ R_3 \rightarrow R_3 + 33R_2}}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{-7}{11} & \frac{-6}{11} \\ 0 & 1 & \frac{-2}{11} & \frac{-8}{11} \\ 0 & 0 & 12 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \rightarrow \frac{R_3}{12}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{-7}{11} & \frac{-6}{11} \\ 0 & 1 & \frac{-2}{11} & \frac{-8}{11} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_1 \rightarrow R_1 + \frac{7R_3}{11} \\ R_2 \rightarrow R_2 + \frac{2R_3}{11}}}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{-1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} \end{array} \right)$$

(4pts.)

Así, se obtiene que  $S = \left\{ \left( \frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{1}{3} \right) \right\}$  (1pt.)

Comentario: