Comenzado el	domingo, 23 de julio de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 23 de julio de 2023, 16:21
Tiempo empleado	3 horas 20 minutos
Puntos	23,00/25,00
Calificación	**9,20** de 10,00 (**92**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes vértices de un triángulo $P=(1,0,3)$, $Q=(-1,2,1)$ y $R=(-4,-4,-2)$. Determine el área del triángulo.

- a. $8\sqrt{2}$
- b. $9\sqrt{2}$ ✔
- c. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$
- d. $18\sqrt{2}$

Respuesta correcta

Los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{PR}$ pueden considerarse como dos lados del triángulo. Puesto que

$\overrightarrow{PQ}=Q-P=(0,2,-2)$ y $\overrightarrow{PR}=R-P=(-5,-4,-5)$

Entonces tenemos que

$$\begin{vmatrix}-2 & -2\\ -4 & -5\end{vmatrix} i-\begin{vmatrix}-2 & -2\\ -5 & -5\end{vmatrix} j+\begin{vmatrix}-2 & 2\\ -5 & -4\end{vmatrix} k=-18i-0j+18k$$

Así , se tiene que

$$A_{\triangle}=\frac{\left|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}\right|}{2}=$$

$$\frac{18\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}$$

La respuesta correcta es: $9\sqrt{2}$

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dados los vectores $\vec{u}(3,3,3)$ y $\vec{v}(-1,-1,-1)$, entonces el vector $\vec{u} \times \vec{v}$ corresponde a:

- a. $\vec{u}(6,6,6)$
- b. $\vec{u}(-9,9,-9)$
- c. $\vec{u}(9,9,9)$
- d. $\vec{u}(0,0,0)$ ✔

Respuesta correcta

Notemos que al ser paralelo $\vec{v}$ con $\vec{u}$ tenemos que $\vec{u} \times \vec{v} = (0,0,0)$.

Además, se puede verificar:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = [3 \cdot -1 - (-1 \cdot 3)]\, i - [3 \cdot -1 - (-1 \cdot 3)]\, j + [3 \cdot -1 - (-1 \cdot 3)]\, k = (0,0,0)$$

La respuesta correcta es: $\vec{u}(0,0,0)$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Las ecuaciones simétricas de la recta que contiene los puntos $P(-3,-2,1)$, $Q(1,1,1)$ corresponde a:

a. $x+4=y++3=z$

b. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{3},\ z=1$

c. $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-1}{-2}=z-1$

d. $\frac{x-4}{-3}=\frac{y-3}{-2}=z$

Respuesta correcta

Calculamos el vector $\overrightarrow{PQ}=Q-P=(1,1,1)-(-3,-2,1)=(4,3,0)$. Con esta información podemos escribir las ecuaciones paramétricas del plano y con ello determinar las ecuaciones simétricas. Se tiene entonces que:

$$\begin{cases} x=x_1+(x_2-x_1)\,t \\ y=y_1+(y_2-y_1)\,t \\ z=z_1+(z_2-z_1)\,t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1+4t \\ y=1+3t \\ z=1+0t \end{cases}$$

Luego se tiene que las ecuaciones paramétricas del plano vienen dadas por:

$$x=1+4t \Rightarrow \frac{x-1}{4}=t;\ y=1+3t \Rightarrow \frac{y-1}{3}=t;\ z=1+0t \Rightarrow z=1$$

Se concluye que las ecuaciones paramétricas que definen este plano corresponden a:

$$\frac{x-1}{4},\ \frac{y-1}{3},\ z=1$$

La respuesta correcta es: $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{3},\ z=1$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dados los puntos $A(1,0,5)$, $B(2,1,-3)$, $C\left(-2,4,\frac{-1}{2}\right)$ el plano π que los contiene posee ecuación vectorial dada por

$X = ($

1

$,0,5) + t(1,$

1

$,-8) + s\,(-3,$

4

$, \frac{-11}{2})$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Calculamos los vectores directores

$$\overrightarrow{AB} = (1,1,-8)$$

$$\overrightarrow{AC} = \left(-3,4,-\frac{11}{2}\right)$$

Así la ecuación corresponde a

$$X = (1,0,5) + t(1,1,-8) + s\left(-3,4,\frac{-11}{2}\right)$$

Pregunta **5**

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 3,00

Considere el punto $A=(-2,-5,0)\in L_1$ y una recta $L_2:\frac{5-x}{3}=\frac{y-4}{2}=-z+7$ Determine la ecuación de la recta L_1 en su forma vectorial si sabe que $L_1||L_2$.

Solución:

Con base a la información anterior, se sabe que $L_1:(x,y,z)=(-2,-5,0)+t\Big($

3

✖ ,

2

✔ ,

1

✖ $\Big)$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b, en su forma simplificada, para representar la fracción $\dfrac{a}{b}$.

Solución:

Con base a la información anterior, se sabe que $L_1:(x,y,z)=(-2,-5,0)+t(-3,2,-1)$, pues la recta L_2 se reescribe como: $L_2:\frac{x-5}{-3}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-7}{-1}$ de donde se obtiene que su vector director es $(-3,2,-1)$ entonces como $L_1||L_2$, este vector director sirve para la dirección de la recta L_1.

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes puntos en $\mathbb{R}^3$, definidos por:

$$P = (1, 2, -1)\ , \qquad Q = (2, -1, 1) \qquad \text{y} \qquad R = (4, -2, 4)$$

Además, junto con el punto $S = (a, b, c)$ son los puntos consecutivos que forman un paralelogramo, donde S es diagonalmente opuesto a Q.

Según la información anterior, las coordenadas del punto S corresponden a: $S = ($

3

✔ ,

1

✔ ,

2

✔)

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$

Si $PQRS$ es un paralelogramo, entonces debe cumplirse que $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$. Así:

$$\overrightarrow{PQ} = Q - P = (2, -1, 1) - (1, 2, -1) = (1, -3, 2)$$

$$\overrightarrow{SR} = R - S = (4, -2, 4) - (a, b, c) = (4 - a, -2 - b, 4 - c)$$

Igualando entradas se tiene que:

$4 - a = 1$, entonces $a = 3$

$-3 = -2 - b$, entonces $b = 1$

$2 = 4 - c$, entonces $c = 2$

Por lo que las coordenadas del punto S corresponden a $S = (3, 1, 2)$.

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 6,00 sobre 6,00

Dada la siguiente lista de vectores en $\mathbb{R}^2$:

$$\vec{u} = (2, -3)\,;\ \vec{v} = \left(-5\sqrt{2}, 6\right)\,;\ \vec{w} = \left(-4\sqrt{2}, -7\right)$$

De acuerdo con los mismos determine lo siguiente:

a. La magnitud, es decir, $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ y $|\vec{w}|$.
b. La dirección para $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$.
c. La operación $\alpha \cdot \vec{v} + \beta \cdot \vec{w}$, sabiendo que $\alpha = -2$ y $\beta = -\dfrac{1}{3}$.
d. El vector unitario para $\vec{w}$.

Nota: Debe añadir una fotografía de su solución en el espacio asignado de procedimiento de respuesta de este ítem. El desarrollo debe ser a mano (no digital). Procure presentarlo de forma limpia y ordenada mostrando todos los procedimientos que le permitieron llegar al resultado final. Además, debe agregar su nombre, número de cédula y firmar al final de cada solución por ejercicio. Si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio7_YasherJerezRivera.jpg

Solución a:

(1 punto)

Al determinar la magnitud para cada uno del los vectores, dados se tiene que:

$$|\vec{u}| = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(-5\sqrt{2}\right)^2 + \left(6^2\right)} = \sqrt{86}$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{\left(-4\sqrt{2}\right)^2 + (-7)^2} = 9$$

Solución b:

(2 puntos)

El vector $\vec{u} = (2, -3)$ se localiza en el IV cuadrante, por lo que la dirección viene dada por:

$$\theta = 2\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Recordemos que $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$. Primero calcularemos $\tan^{-1}\left(-\dfrac{3}{2}\right)$. Con ello se realiza previamente el análisis del ángulo de referencia necesario:

$$\tan^{-1}\left(-\tfrac{3}{2}\right) = -\ 56,30993247^\circ$$

Notesé que si usamos este ángulo en la fórmula, no se cumple que $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$. Por lo que se toma ángulo de referencia

$$\theta_r = 56,30993247^\circ = 0,9827937232\ rad.$$

Ahora se tiene que:

$$\theta = 2\pi - 0,9827937232 = 5,30\ rad = 303,67^\circ.$$

El vector $\vec{v} = \left(-5\sqrt{2}, 6\right)$ se localiza en el II cuadrante, por lo que la dirección viene dada por:

$$\theta = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Recordemos que $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$. Primero calcularemos $\tan^{-1}\left(\dfrac{6}{-5\sqrt{2}}\right)$. Con ello se realiza previamente el análisis del ángulo de referencia a escoger.

$$\tan^{-1}\left(\frac{6}{-5\sqrt{2}}\right) = -40,31554221°.$$

Notesé que si usamos este ángulo en la fórmula, no se cumple que $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$. Por lo que se toma ángulo de referencia
$\theta_r = 40,31554221° = 0,7036389513\ rad.$

Ahora se tiene que:

$$\theta = \pi - 0,7036389513\ rad = 2,437953702\ rad.$$

El vector $\vec{w} = \left(-4\sqrt{2}, -7\right)$ se localiza en el III cuadrante, por lo que la dirección viene dada por:

$$\theta = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Recordemos que $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$ por lo que para no tener inconvenientes, primero calcularemos $\tan^{-1}\left(\frac{-7}{-4\sqrt{2}}\right)$. Con ello se realiza previamente el análisis del ángulo de referencia a escoger.

$$\tan^{-1}\left(\frac{-7}{-4\sqrt{2}}\right) = 51,05755873°$$

Notesé que si usamos este ángulo en la fórmula, se cumple que $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$. Por lo que se toma ángulo de referencia
$\theta_r = 51,05755873° = 0,8911225079\ rad.$

Ahora se tiene que:

$$\theta = \pi + 0,8911225079\ rad = 4,032715161\ rad.$$

Solución c:

(1 punto)

Al efectuar las operaciones se tiene que:

$\alpha \cdot \vec{v} + \beta \cdot \vec{w} = -2 \cdot \left(-5\sqrt{2}, 6\right) + -\frac{1}{3} \cdot \left(-4\sqrt{2}, -7\right)$

$\alpha \cdot \vec{v} + \beta \cdot \vec{w} = \left(10\sqrt{2}, -12\right) + \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}, \frac{7}{3}\right) = \left(\frac{34}{3}\sqrt{2}, -\frac{29}{3}\right)$

Solución d:

(1 punto)

El vector unitario para $\vec{w} = \left(-4\sqrt{2}, -7\right)$, viene dado por $\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$, por lo que se tiene que:

$\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{\left(-4\sqrt{2}, -7\right)}{\sqrt{\left(-4\sqrt{2}\right)^2 + (-7)^2}} = \frac{\left(-4\sqrt{2}, -7\right)}{9} = \left(-\frac{4}{9}\sqrt{2}, -\frac{7}{9}\right)$

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #5

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°4 ►