Comenzado el	domingo, 6 de agosto de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 6 de agosto de 2023, 15:05
Tiempo empleado	2 horas 5 minutos
Puntos	26,00/27,00
Calificación	**9,63** de 10,00 (**96,3**%)

Pregunta 1

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente información referente a un conjunto de vectores que se encuentran en el plano:

$$\pi = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 0 = -y - 4x - 5z \right\}$$

Según la información anterior, determine los valores de a, b y c para que los vectores $\begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ -5 \\ c \end{pmatrix}$ sean una base para el plano π.

Respuesta.

Para que los vectores $\begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ -5 \\ c \end{pmatrix}$ sean una base para el plano π se tiene que:

El valor de a corresponde a

0

✔ .

El valor de b corresponde a

-4

✔ .

El valor de c corresponde a

1

✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Solución:

Se sabe que π es un plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por el origen, por lo que es un espacio vectorial.

Para encontrar una base, primero se escogen x, y y z arbitrariamente y si $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ esta en π, entonces $y = -4x - 5z$.

Así los vectores en π tienen la forma :

$$\begin{pmatrix} x \\ -4x-5z \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -4x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -5z \\ z \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:el valor de a corresponde a 0, el valor de b corresponde a -4 y el valor de c corresponde a 1.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente información referente a un sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Según la información anterior, determine una base para el espacio de solución S del sistema homogéneo.

Respuesta.

Una base para el espacio de solución S del sistema homogéneo está dada por:

$$\left(\begin{array}{c} -1 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right)$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Solución:

Se plantea la matriz de coeficientes del sistema, para llevarla a su forma escalonada reducida,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \underset{R_3 \to R_3 - R_1}{\overset{R_2 \to R_2 - 2R_1}{\longrightarrow}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 \end{array} \right) \underset{R_3 \to \frac{R_3}{2}}{\overset{R_2 \to \frac{R_2}{3}}{\longrightarrow}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \end{array} \right) \underset{R_3 \to R_3 - R_2}{\overset{R_1 \to R_1 + R_2}{\longrightarrow}} \left(\begin{array}{ccc|} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right.$$

Así, se obtiene que

$x_1 + x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = -x_3$

$x_2 - 3x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 3x_3$

De manera que todas las soluciones son de la forma

$$\begin{pmatrix} -x_3 \\ 3x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ es una base para el espacio de solución S.

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Determine, en caso de existir, el valor $k \in \mathbb{R}$ tal que el vector $(1, k, 5)$ pertenece a $\text{gen}\{(1,2,3),(1,1,1)\}$. (**En caso de no existir valor de $k \in \mathbb{R}$, escribir como respuesta 999**)

El valor de k corresponden a:

3

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Realizando la combinación lineal obtenemos: $(1, k, 5) = a(1,2,3) + b(1,1,1)$. Así, el sistema de ecuaciones que resuelta es:

$a + b = 1$
$2a + b = k$
$3a + b = 5$
El sistema tiene solución si $k = 3$ ■

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, la nulidad de la matriz A es equivalente a:

1

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

La matriz A es de tamaño 3×4. La $imA = C_A$; C_A es el espacio de las columnas de la matriz A, donde imA es un subespacio de $\mathbb{R}^m$, es decir; un subespacio de $\mathbb{R}^3$.

Las primeras tres columnas de A son linealmente independiente en $\mathbb{R}^3$, pues

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -10 \neq 0.$$

Por lo tanto, las tres columnas de la matriz A forman una base para $\mathbb{R}^3$.

$imA = C_A = \mathbb{R}^3$. Como el rango de

$$\rho(A) = dim\ imA = dim\,\mathbb{R}^3 = 3$$

.

Por el teorema 6.7.7 página 425, se tiene que para una matriz de A de tamaño $m \times n$ se cumple que $\rho(A) + v(A) = n$

Por lo anterior, $\rho(A) + v(A) = n$ se tiene que $3 + v(A) = 4 \Rightarrow v(A) = 1$.

Por lo tanto la nulidad de la matriz A es 1.

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes polinomios $P(x)$ y $Q(x)$, definidos por:

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5 \quad \text{y } Q(x) = -4x^3 + 2x + 7$$

Según la información anterior, si se cumple que el polinomio $R(x)$ es combinación lineal de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$, entonces se puede escribir como:

$$R(x) = 2P(x) - 2Q(x).$$

De acuerdo con lo anterior complete la combinación lineal según corresponda que permita que $R(x) = 2P(x) - 2Q(x)$.

Respuesta.

$R(x) =$

8

✔ $x^3 +$

4

✔ $x^2 +$

-10

✔ $x +$

-4

✔ .

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Se tiene que:

\(R(x)=2P(x)-2Q(x)\)

Por tanto:

\(2 \left(\begin{array}{c} 0 \\ 2 \\ -3 \\ 5 \\ \end{array} \right) - 2 \left(\begin{array}{c} -4 \\ 0 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 2 \cdot 0 - 2 \cdot -4 \\ 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 \\ 2 \cdot -3 - 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 5 - 2 \cdot 7\end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 8 \\ 4 \\ -10 \\ -4 \end{array} \right) \)

De lo anterior obtenemos que:

$8x^{3}+4x^{2}-10x-4$

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Determine si cada de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa.

1) $V=\left\{ 0 \right\}$ es un espacio vectorial.

2) $V=\left\{(x,y): y=3x-3\right\}$ es un espacio vectorial.

3) $V=\left\{(x,y,z): -x-y-z=0\right\}$ es un espacio vectorial.

Respuestas.

1) $V=\left\{ 0 \right\}$ es un espacio vectorial, es una afirmación verdadera ✔ .

2) $V=\left\{(x,y): y=3x-3\right\}$ es un espacio vectorial, es una afirmación falsa ✔ .

3) $V=\left\{(x,y,z): -x-y-z=0\right\}$ es un espacio vectorial, es una afirmación verdadera ✔ .

1) Para saber que $V=\left\{ 0 \right\}$ es un espacio vectorial, basta con observar que $0+0=1 \cdot 0=0+(0+0)=(0+0)+0=0$, por lo tanto es un espacio vectorial.

2) $V=\left\{(x,y): y=3x-3\right\}$ es un espacio vectorial es una afirmación falsa, ya que el conjunto de puntos en $\mathbb{R}^{2}$ que se encuentran en una recta que no pasan por el origen no constituyen un espacio vectorial.

3) $V=\left\{(x,y,z): -x-y-z=0\right\}$ es un espacio vectorial, ya que el conjunto de puntos en $\mathbb{R}^{3}$ que se encuentran en un plano que pasa por el origen constituyen un espacio vectorial.

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

\(\left\{ \begin{array}{rcc} x+3y-5z+4w&=&0 \\ -2x+5y+6z+3w &=&0 \\ \end{array} \right. \)

Según la información anterior, encuentre una base para el espacio solución del sistema homogéneo dado.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio_7-KristelCastro.jpeg

Escribiendo el sistema de ecuaciones en forma de matriz aumentada y aplicando operaciones elementales sobre filas, tenemos:

\(\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -5 & 4 & 0 \\ -2 & 5 & 6 & 3 & 0 \\ \end{array} \right) \xrightarrow{F_{2} \to 2F_{1}+F_{2}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -5 & 4 & 0 \\ 0 & 11 & -4 & 11 & 0 \\ \end{array} \right) \) (1 punto)

\(\xrightarrow{\frac{1}{11} F_{2}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -5 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-4}{11} & 1 & 0 \\ \end{array} \right) \xrightarrow{F_{1} \to -3F_{2}+F_{1}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{-43}{11} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-4}{11} & 1 & 0 \\ \end{array} \right) \) (1 punto)

De donde se obtiene que:

\(x=\frac{43}{11} z -w\), además \(y=\frac{4}{11}z-w\). (1 punto)

Así:

\(\left(\begin{array}{c} \frac{43}{11} z -w\\ \frac{4}{11}z-w\\ z\\w\\ \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{43}{11} z\\ \frac{4}{11}z\\ z\\0\\ \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} -w\\-w\\ 0\\w\\ \end{array} \right) \) (1 punto)

\(\left(\begin{array}{c} \frac{43}{11} z -w\\ \frac{4}{11}z-w\\ z\\w\\ \end{array} \right) = z\left(\begin{array}{c} \frac{43}{11} \\ \frac{4}{11}\\ 1\\0\\ \end{array} \right) + w\left(\begin{array}{c} -1\\-1\\ 0\\1\\ \end{array} \right) \)

Por tanto, una base para el espacio solución del sistema de ecuaciones es \(\left\{ \left(\begin{array}{c} \frac{43}{11} \\ \frac{4}{11}\\ 1\\0\\ \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} -1\\-1\\ 0\\1\\ \end{array} \right) \right\} \) (1 punto)

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #6

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°5 ►