Comenzado el	domingo, 9 de julio de 2023, 13:03
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 9 de julio de 2023, 16:53
Tiempo empleado	3 horas 50 minutos
Puntos	32,00/36,00
Calificación	**8,89** de 10,00 (**88,89**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dadas las matrices,

$$A = \begin{pmatrix} 9 & \alpha^3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2\beta - 7 & 27 \\ \frac{\theta}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Determine los valores numéricos de θ, α y β, si se sabe que $A = B$.

Respuesta

El valor de α es

3

✔ .

El valor de β es

8

✔ .

El valor de θ es

16

✔ .

NOTA: Recuerde que no debe utilizar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario, el signo negativo. En caso de usar fracciones, debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Para que dos matrices sean iguales, sus entradas deben ser iguales, de donde se tiene que:

$$\begin{pmatrix} 9 & \alpha^3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\beta - 7 & 27 \\ \frac{\theta}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Igualando las entradas respectivas, se concluye que

$$\alpha^3 = 27 \rightarrow \alpha = 3$$
$$2\beta - 7 = 9 \rightarrow \beta = 8$$
$$\frac{\theta}{2} = 8 \rightarrow \theta = 16$$

Por lo tanto , se tiene que $\alpha = 3,\ \beta = 8,\ \theta = 16$

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere una matriz A de tamaño 4×5, en la cual sin realizar permutaciones es posible encontrar una factorización LU tal que $A = LU$.

De acuerdo con la información anterior, determine el valor numérico que completa correctamente las siguientes proposiciones.

1) El tamaño de la matriz L, corresponde a:

4 ✔ x 4 ✔

2) El tamaño de la matriz U, corresponde a:

4 ✔ x 5 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

1) Considerando el teorema de la factorización LU para matrices no cuadradas, existe una matriz triangular inferior L de $m \times m$ con unos en la diagonal y una matriz U de $m \times n$ con $u_{ij} = 0$ si i es mayor que j tales que $A = LU$; por lo tanto L es de tamaño 4×4, mientras que U es de tamaño 4×5.

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} k & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

La matriz A no posee inversa si k es igual a ✔

1

✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Una matriz A es invertible si y solo si $|A| \neq 0$.

Sabemos que el $|A| = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$, entonces,

$|A| = -k + 1$

$1 - k = 0$

$\Rightarrow 1 = k$

La matriz A no posee inversa si $k = 1$.

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B=\begin{pmatrix}4 & 0 & -1\\ -2 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

Para las matrices dadas, con certeza, se comprueba que

Seleccione una:

- a. $(3A)^T = B$
- b. $A^{-1} = B^T$
- c. $(A+B)^T = A^T + B^T$ ✔
- d. $B^2 = A^T$

Respuesta correcta

Basta con observar que, por el tamaño de las matrices, la única de las operaciones que, con certeza, se cumple es \(\left(A+B\right)^{T}=A^{T}+B^{T}\)

La respuesta correcta es: \(\left(A+B\right)^{T}=A^{T}+B^{T}\)

Pregunta **5**

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 5,00

Dadas las matrices \(X=\left(\begin{array}{c c c}
1 & 0 & 0 \\
-3 & 1 & 0 \\
2 & -2 & 1
\end{array} \right) \) y \(Y=\left(\begin{array}{c c c}
-4 & -7 & -2 \\
0 & 1 & 3 \\
0 & 0 & -1
\end{array} \right) \)

determine la matriz \(W\) tal que \(XY+W=\left(\begin{array}{c c c}
-3 & -2 & 1 \\
10 & 11 & 12 \\
4 & 5 & 6
\end{array} \right) \)

Nota:Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

respuesta de pregunta 5.jpeg

Se obtiene \(XY\)

\[\left(\begin{array}{c c c}
1 & 0 & 0 \\
-3 & 1 & 0 \\
2 & -2 & 1
\end{array} \right)\left(\begin{array}{c c c}
-4 & -7 & -2 \\
0 & 1 & 3 \\
0 & 0 & -1
\end{array} \right)= \left(\begin{array}{c c c}
-4 & -7 & -2 \\
12 & 22 & 9 \\
-8 & -16 & -11
\end{array} \right) \]

(1pt.)

Así, considere \(W=\left(\begin{array}{c c c}
a & b & c \\
d & e & f \\
g & h & i
\end{array} \right) \)

De donde:

\[\left(\begin{array}{c c c}
-4 & -7 & -2 \\
12 & 22 & 9 \\
-8 & -16 & -11
\end{array} \right)+\left(\begin{array}{c c c}
a & b & c \\

d & e & f \\
g & h & i
\end{array} \right)=\left(\begin{array}{c c c}
-3 & -2 & 1 \\
10 & 11 & 12 \\
4 & 5 & 6
\end{array} \right) \]

(2pts.)

Lo que implica:

\[-4+a=-3\Rightarrow a=1\ \ -7+b=-2\Rightarrow b=5\ \ -2+c=1\Rightarrow c=3 \]

\[12+d=10\Rightarrow d=-2\ \ 22+e=11\Rightarrow e=-11\ \ 9+f=12\Rightarrow f=3 \]

\[-8+g=4\Rightarrow g=12\ \ -16+h=5 \Rightarrow h=21\ \ -11+i=6\Rightarrow i=17 \]

(1pt.)

Por lo tanto:

\[W=\left(\begin{array}{c c c}
1 & 5 & 3 \\
-2 & -11 & 3 \\
12 & 21 & 17
\end{array} \right) \]

(1pt.)

Comentario:
Existe un error en la columna 2 fila 3.

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere la siguiente matriz:

Si A es una matriz de $n\times n$ invertible; se cumple que $det A^{-1}=\frac{1}{det A}$.

Considere la matriz

$$A=\left(\begin{array}{c c c } 5 & -2 & 1 \\ 6 & 0 & 3\\ -2 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

Según la información anterior:

El valor numérico de $det A$ corresponde a

51

✔

El $det A^{-1}$ equivale a

1/51

✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo o una coma para los decimales.** En el caso de que las respuesta sean un número fraccionario negativo o positivo, por ejemplo $\frac{-7}{5}$ escríbalo de la forma $-7/5$ o $\frac{7}{5}$ escríbalo de la forma $7/5$.

Considere la matriz

$$A =\left(\begin{array}{c c c } 5 & -2 & 1 \\ 6 & 0 & 3\\ -2 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

Calculando el $|A|$ se tiene que

$|A| = 5(0-3)+2(24+6)+1(6+0)$

$|A| = -15+60+6$

$|A| =51$

De acuerdo al resultado obtenido y con la propiedad antes mencionada se tiene que $det A^{-1}=\frac{1}{51}$.

Pregunta **7**

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere la matriz A definida por:

$$ A = \left(\begin{array}{ccc} -x & y & z \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ \end{array} \right) $$

Según la información anterior, y sabiendo que $|A| =\dfrac{5}{3}$, entonces el valor numérico de

$ \left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6x & 6y & 6z \\ \dfrac{1}{15} & \dfrac{1}{15} & \dfrac{-1}{15} \\ \end{array} \right| $, corresponde a:

-10/3

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\dfrac{a}{b}$.

Solución:

Considerando la información anterior que la matriz A es de orden 3 y que $det \, A =\dfrac{5}{3} $, se tiene, aplicando las propiedades de los determinantes, que:

Extrayendo $\dfrac{1}{15}$ de la fila 3:

$\left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6x & 6y & 6z \\ \dfrac{1}{15} & \dfrac{1}{15} & \dfrac{-1}{15} \\ \end{array} \right| = \dfrac{1}{15} \cdot \left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6x & 6y & 6z \\ 1 & 1 & -1 \\ \end{array} \right| $

Ahora se extrae 5 de la fila 1:

$ \left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6x & 6y & 6z \\ \dfrac{1}{15} & \dfrac{1}{15} & \dfrac{-1}{15} \\ \end{array} \right| =\dfrac{1}{15} \cdot 5 \cdot \left| \begin{array}{ccc} 2 & -2 & 4 \\ -6x & 6y & 6z\\ 1 & 1 & -1 \end{array} \right|$

Se extrae 6 de la segunda fila:

$ \left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6x & 6y & 6z \\ \dfrac{1}{15} & \dfrac{1}{15} & \dfrac{-1}{15} \end{array} \right| = \dfrac{1}{15} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \left|\begin{array}{ccc} 2 & -2 & 4 \\ -x & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ \end{array} \right| $

Se intercambia fila 1 por fila 2:

$\left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6 & 6y & 6z \\ \dfrac{1}{15} & \dfrac{1}{15} & \dfrac{-1}{15} \\ \end{array} \right| = \dfrac{1}{15} \cdot 5 \cdot 6 \cdot -1 \cdot \left| \begin{array}{ccc} -x & y & z \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & 1 &-1 \\ \end{array} \right|$

Por tanto:

$\left| \begin{array}{ccc} 10 & -10 & 20 \\ -6x & 6y & 6z \\ \dfrac{1}{15} & \dfrac{1}{15} & \dfrac{-1}{15}\\ \end{array} \right|= \dfrac{1}{15} \cdot 5 \cdot 6 \cdot -1 \cdot \dfrac{5}{3}=\dfrac{-10}{3}$.

Pregunta **8**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la matriz

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 2\\ 1 & 0 & -3 \\ \end{array} \right)$$

Si B corresponde a la matriz de cofactores de la matriz A, tal que

$$B= \left(\begin{array}{ccc} -18 & b_{12} & -6\\ -6 & -10 & b_{23}\\ b_{31} & -1 & 28 \\ \end{array} \right)$$

Si b_{12} es el cofactor de A_{12}, b_{23} es el cofactor de A_{23} y b_{31} es el cofactor de A_{31},

entonces el resultado de la operación $b_{12}+b_{23}+b_{31}$ corresponde a:

1

✖

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\dfrac{a}{b}$

Primeramente debemos encontar los cofactores solicitados:

$b_{12}= -\left|\begin{matrix} 5&2\\1&-3\\ \end{matrix} \right|=-(-15-2)=17$

$b_{23}= -\left|\begin{matrix} 3&-2\\1&0\\ \end{matrix} \right|=-(2)=-2$

$b_{31}= \left|\begin{matrix} -2&1\\6&2\\ \end{matrix} \right|=(-4-6)=-10$

Por lo tanto, el resultado de realizar $b_{12}+b_{23}+b_{31}=17+-2+-10=5$

Pregunta **9**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente situación:

Un agricultor tiene 37 animales entre conejos y gallinas, el total de patas entre todos los animales es de 120, considere que todas las gallinas tienen dos patas y todos los conejos cuatro patas.

Si "C" representa la cantidad de conejos y "G" representa la cantidad de gallinas que tiene el agricultor, entonces, al resolver la situación planteada mediante la regla de Cramer, el valor numérico de D_{C} y D_{G} corresponde respectivamente a:

El valor numérico de D_{C} corresponde a:

-46

El valor numérico de D_{G} corresponde a:

-28

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo o una coma para los decimales.

Según la información brindada por la situación planteada, se genera el sistema de ecuaciones

$\left\{\begin{array}{rcl}C+G&=&37\\4C+2G&=&120\\ \end{array} \right.$

De donde se obtiene que

$D_{C}=\left|\begin{array}{cc}37&1\\120&2\\ \end{array}\right|$

$D_{C}= 37\cdot 2-1\cdot 120 =74-120=-46$

Por lo que, $D_{C}=-46$

$D_{G}=\left|\begin{array}{cc}1&37\\4&120\\ \end{array}\right|$

$D_{G}= 1\cdot 120-37\cdot 4 =120-148=-28$

Por lo que, $D_{G}=-28$

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere la siguiente matriz:

$A= \left(\begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right)$

Según la matriz dada y usando únicamente propiedades de los determinantes e indicando su aplicación, calcule el valor del $det A$.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

respuesta de pregunta 10.jpeg

Calculando el valor del $det A$ usando únicamente las propiedades de los determinantes, tenemos que:

$\left| \begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right| = 3 \cdot \left| \begin{array}{ccc} 3 & 5 & 5 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right|$ "Sale a factor común 3 de la fila 1".

$\left| \begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right| = 9 \cdot \left| \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 5 \\ 5 & 9 & 25 \\ 5 & 25 & 9 \\ \end{array} \right|$ "Sale a factor común 3 de la columna 1". (1 punto)

$\left| \begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right| = 9 \cdot \left| \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 5 \\ 0 & -16 & 0 \\ 5 & 25 & 9 \\ \end{array} \right|$ "Se aplica la operación elemental $F_{2} \to -5 F_{1}+F_{2}$". (1 punto)

$\left| \begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right| = 9 \cdot \left| \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 5 \\ 0 & -16 & 0 \\ 0 & 0 & -16 \\ \end{array} \right|$ "Se aplica la operación elemental $F_{3} \to -5 F_{1}+F_{3}$". (1 punto)

$\left| \begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right| = 9 \cdot 1 \cdot \left| \begin{array}{cc} -16 & 0 \\ 0 & -16 \\ \end{array} \right|$ "Se aplica la desarrollo por cofactores por columna 1". (1 punto)

$\left| \begin{array}{ccc} 9 & 15 & 15 \\ 15 & 9 & 25 \\ 15 & 25 & 9 \\ \end{array} \right| = 9 \cdot (-16)^{2} = 2 304$ "Determinante de una matriz diagonal". (1 punto)

Por tanto, $det A= 2 304$.

Comentario:

◄ Vídeos de tutorías: Capítulo #4

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°3 ►