Comenzado el	domingo, 17 de julio de 2022, 13:01
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 17 de julio de 2022, 16:35
Tiempo empleado	3 horas 34 minutos
Puntos	34,00/42,00
Calificación	**8,10** de 10,00 (**80,95**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales y determine el valor de la incógnita z.

$$2x - 3y + 4z = 13$$
$$x + y + 2z = 4$$
$$3x + 5y - z = -4$$

Respuesta:

2

El sistema de ecuaciones se escribe como una matriz aumentada y se resuelve el mismo mediante el método Gaussiano, de la siguiente forma:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 13 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & -1 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 4 & 13 \\ 3 & 5 & -1 & -4 \end{array}\right) \underset{R_3 \to -3R_1 + R_3}{\xrightarrow{R_2 \to -2R_1 + R_2}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & -7 & -16 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2 \to \frac{-R_2}{5}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -7 & -16 \end{array}\right) \underset{R_3 \to -2R_2 + R_3}{\xrightarrow{R_1 \to -R_2 + R_1}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -14 \end{array}\right) \xrightarrow{R_3 \to \frac{-R_3}{7}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

Por lo tanto, $z = 2$.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dada la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

.

El resultado de B^T corresponde a:

Seleccione una:

a. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ✔

d. $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Para determinar la matriz transpuesta de B, se debe intercambiar las filas de B por sus columnas, así:

$$B^T = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

La respuesta correcta es:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas se denomina inconsistente cuando:

Seleccione una:

- a. Tiene infinitas soluciones.
- b. Tiene dos soluciones.
- c. No tiene solución. ✔
- d. Tiene solución única.

Respuesta correcta

Por definición, un sistema es inconsistente si no tiene solución.

La respuesta correcta es: No tiene solución.

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Si $\left(\frac{-5}{k}, k\right)$ es el punto de intersección entre las rectas $L_1 : 4x + 5y = 0$ y $L_2 : 2x + y + 3 = 0$.

El valor del parámetro k corresponde a

Seleccione una:

- a. 2 ✔
- b. 7
- c. -5
- d. -3

Respuesta correcta

Para determinar el valor del parámetro k es necesario resolver el sistema de ecuaciones.

Multiplicando por -2 la ecuación de la recta L_2 y luego sumando ambas ecuaciones

$$\begin{aligned} 4x + 5y &= 0 \\ -4x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

Así, obtenemos:

$3y = 6$

$y = 2$, por tanto, $k = 2$.

La respuesta correcta es: 2

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

A una matriz A de dimensiones $3x3$ se le aplicó de forma consecutiva las siguientes operaciones elementales:

$R_3 \rightarrow -\frac{2}{5}R_1 + R_3$

$R_3 \rightarrow -\frac{1}{4}R_2 + R_3$

Obteniedo la matriz $U = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{17}{10} \end{pmatrix}$

Según la información anterior, si continuamos con la factorización LU a la matriz A, entonces la matriz L corresponde a:

a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$ ✔

b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{5} & -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Sabemos que la matriz L de la factorización LU depende únicamente de las operaciones elementales que apliquemos a A para obtener U por lo que obtenemos las siguiente matrices elementales:

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_3 \longrightarrow -\frac{2}{5}R_1 + R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{5} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_3 \longrightarrow -\frac{1}{4}R_2 + R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

Pero recuerde que :

$L = E_1^{-1} \cdot E_2^{-1} \cdot \ldots$

De esta forma tenemos que:

$L = E_1^{-1} \cdot E_2^{-1}$

Así se tiene que:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

La respuesta correcta es: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Sean las matrices A, B, C y D de tamaño $m \times n$, $n \times p$, $p \times n$ y $n \times m$, respectivamente.

De los siguientes, el producto que está bien definido corresponde a

Seleccione una:

- a. $D \cdot B$
- b. $A \cdot C^T$ ✔
- c. $B \cdot A$
- d. $A \cdot D^T$

Respuesta correcta

De los productos mostrados, $A \cdot C^T$ es el que queda bien definido.

Esto pues, C^T resulta en una matriz de tamaño 3×5, así, al realizar la operación $A \cdot C^T$, el tamaño de la matriz resultante queda definido por 2×5.

La respuesta correcta es: $A \cdot C^T$

Pregunta **7**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Determine el valor de "x" para que se cumpla la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} x+1 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -30 \\ 20 & -54 \end{pmatrix}$$

Respuesta:

15/7

✖

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Para que se cumpla la igualdad basta multiplicar la fila 1 de la primer matriz con la columna 1 de la segunda matriz e igualarla con la entrada Fila 1-Columna 1 de la matriz resultante, así:

$$2 \cdot (x+1) + 5 \cdot 2 = 10$$

$$2x + 2 + 10 = 10$$

$$2x = -2$$

$$\Rightarrow x = -1$$

Pregunta **8**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Se definen las siguientes matrices: (5 puntos)

$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ $Q = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Resuelva, si es posible, la siguiente operación de matrices $(P \cdot Q + R)^t$

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

respuesta 8.jpeg

Solución:

Primero resolvemos el producto de matrices, note que la operación está bien definida porque las dimensiones de las matrices son 2×2 y 2×3

$$P \cdot Q = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$P \cdot Q = \begin{pmatrix} -1 \cdot -2 + 0 \cdot 5 & -1 \cdot 6 + 0 \cdot 1 & -1 \cdot 3 + 0 \cdot 4 \\ 4 \cdot -2 + -3 \cdot 5 & 4 \cdot 6 + -3 \cdot 1 & 4 \cdot 3 + -3 \cdot 4 \end{pmatrix} \qquad \text{(2 puntos)}$$

$$P \cdot Q = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -3 \\ -23 & 21 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(1 punto)}$$

Sumamos la matriz R, al resultado anterior:

$$P \cdot Q + R = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -3 \\ -23 & 21 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P \cdot Q + R = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -2 \\ -22 & 22 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(1 punto)}$$

Luego aplicamos la transpuesta,

$$(P \cdot Q + R)^t = \begin{pmatrix} 3 & -22 \\ -6 & 22 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(1 punto)}$$

Comentario:

Pregunta **9**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere el siguiente problema: (5 puntos)

Una Empresa de Informática, brinda a cada uno de sus empleados un monto extra por la producción exitosa de programas. En este mes, la Empresa gira un cierto monto, si decide entregarles $80 a cada uno de sus empleados, le sobran $20 del total por entregar y si les entrega $90 les haría falta $40 del monto.

Con base al problema anterior, y considerando x como la cantidad de empleados y y como el total del monto que tienen la empresa para repartir, determine: ¿Cuántos empleados tiene la Empresa? y ¿Cuánto dinero tiene la Empresa para repartir?

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Respuesta 9.jpeg

Solución:

Considerando las siguientes variables x representa la cantidad de empleados y y el total del dinero por repartir por parte de la Empresa. De esta manera, se considera un sistema de ecuación: (1 punto)

$$\begin{cases} 80x + 20 = y \\ 90x - 40 = y \end{cases}$$

Note que:

$$80x + 20 = 90x - 40$$

(1 punto)

$$60 = 10x$$

$$6 = x$$

Por lo que se tienen que

$$80(6) + 20 = 500 = y$$

(1 punto).

Por lo tanto, el dinero que tiene la Empresa para repartir entre sus empleados es de 500 dólares, y en total trabajan 6 personas. (2 puntos).

Comentario:

Pregunta **10**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Al resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x+2y-4z &= 0 \\ 2x+7y+3z &= 0 \end{cases}$$

Se obtiene como solución

Seleccione una:

- a. Un número infinito de soluciones.
- b. La solución trivial.
- c. $(34,-11,3)$
- d. $\left(\frac{34}{3},\frac{-11}{3},1\right)$ ✖

Respuesta incorrecta.

Escribiendo el sistema de ecuaciones en la forma matricial para trabajar con la matriz aumentada

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -4 & 0 \\ 2 & 7 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2\to -2F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & 11 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{3}F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{11}{3} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1\to -2F_2+F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{-34}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{11}{3} & 0 \end{array}\right)$$

De donde se obtiene que

$x-\frac{34}{3}z=0$ entonces $x=\frac{34}{3}z$

Además

$y+\frac{11}{3}z=0$ por lo que $y=\frac{-11}{3}z$

Tomando a $z=t$ con $t\in\mathbb{R}$ entonces la solución del sistema de ecuaciones homogéneo viene dado por

$$x=\begin{pmatrix} \frac{34}{3}t \\ \frac{-11}{3}t \\ t \end{pmatrix}, \text{ con } t\in\mathbb{R}.$$

De modo que el sistema de ecuaciones tiene una cantidad infinita de soluciones.

La respuesta correcta es: Un número infinito de soluciones.

◄ Foro Académico N°2

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°2 ►