Comenzado el	domingo, 23 de julio de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 23 de julio de 2023, 15:13
Tiempo empleado	2 horas 13 minutos
Puntos	20,50/25,00
Calificación	**8,20** de 10,00 (**82**%)

Pregunta **1**

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,50 sobre 3,00

Considere los vectores $a = -3i + 4j - 2k$ y $b = i + 5j$.

Según la información anterior, determine:

1. $a \times b$
2. $(-3a) \times b$

Respuestas:

1. $a \times b =$

10

✔ $i +$

2

✖ $j +$

-19

✔ k

$(-3a) \times b =$

30

✖ $i+$

-6

✖ $j +$

57

✔ $k.$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Se tiene que:

1.

$$(a \times b) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} k = (0 - -10)i - (0 - -2)j + (-15 - 4)k = 10i - 2j - 19k$$

2. Podemos calcular $(-3a) \times b$ haciendo uso de las propiedades del producto cruz de la siguiente manera.

$$(-3a) \times b = -3(a \times b) = -3(10i - 2j - 19k) = -30i + 6j + 57k$$

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dados los vectores $\overrightarrow{u}(3,3,3)$ y $\overrightarrow{v}(-1,-1,-1)$, entonces el vector $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$ corresponde a:

- a. $\overrightarrow{u}(9,9,9)$
- b. $\overrightarrow{u}(6,6,6)$
- c. $\overrightarrow{u}(0,0,0)$ ✔
- d. $\overrightarrow{u}(-9,9,-9)$

Respuesta correcta

Notemos que al ser paralelo $\overrightarrow{v}$ con $\overrightarrow{u}$ tenemos que $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v} = (0,0,0)$.

Además, se puede verificar:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = [3 \cdot -1 - (-1 \cdot 3)]\, i - [3 \cdot -1 - (-1 \cdot 3)]\, j + [3 \cdot -1 - (-1 \cdot 3)]\, k = (0,0,0)$$

La respuesta correcta es: $\overrightarrow{u}(0,0,0)$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere los siguientes puntos en $\mathbb{R}^3$:

$$P_0 = (2, 6, -3) \qquad P_1 = (3, 3, -2)$$

De acuerdo con la información anterior, la ecuación **vectorial** y la ecuación **paramétrica** de la recta r que contiene a los puntos P_0 y P_1, son de la forma:

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$

1. Vectorial

Solución:

La ecuación vectorial corresponde a $(x, y, z) =$(

2

✔ ,

6

✔ ,

-3

✔)$+t$(

1

✔ ,

-3

✔ ,

1

✔)

con $t \in \mathbb{R}$

2. Paramétrica

Solución:

La ecuación paramétrica corresponde a:

$$\begin{cases} x = \boxed{2} \; + \boxed{1}\, t \\ y = \boxed{6} \; - \boxed{3}\, t \\ z = \boxed{-3} \; + \boxed{1}\, t \end{cases}$$

con $t \in \mathbb{R}$

1. Vectorial

Solución:

Se calcula el vector director de la siguiente forma:

$$\overrightarrow{P_0P_1} = (3,3,-2) - (2,6,-3) = (1,-3,1)$$

De esta manera la ecuación está dada por:

$$(x,y,z) = (2,6,-3) + t(1,-3,1)$$

2. Paramétrica

Solución:

La ecuación paramétrica corresponda a:

Considere $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x & = 2 + 1t \\ y & = 6 - 3t \\ z & = -3 + 1t \end{cases}$$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

El vector normal al plano que contiene los puntos $P(-3,-2,1)$, $Q(1,-2,3)$, $R(1,1,1)$ corresponde a:

- a. $(-7, 8, -1)$
- b. \((-6,8,12) \)
- c. \((1,1,1) \)
- d. \((3,2,-1) \)

Respuesta correcta

Para hallar el vector \(\overrightarrow{n} \) hacemos:

\(\overrightarrow{PQ}=(4,0,2) \), \(\overrightarrow{QR}=(0,3,-2) \)

Así

\[\overrightarrow{n}= \overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{QR}=\left(\begin{array}{c c c}
\hat{i} & \hat{j} &\ \hat{k}\\
4 & 0 &\ 2 \\
0 & 3 & -2
\end{array} \right)=-6\hat{i}+8\hat{j}+12\hat{k} \]

Por tanto el vector está dado por \((-6,8,12) \)

La respuesta correcta es: \((-6,8,12) \)

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes vectores:

$u=(1,2)$ y $v=(4,-2)$

Según los vectores dados, con certeza, se puede afirmar que

Seleccione una:

- a. u y v son ortogonales.
- b. $u \times v$ es paralelo a u y v.
- c. u y v son paralelos.
- d. $u\cdot v \neq 0$.

Respuesta correcta

Siendo los vectores $u=(1,2)$ y $v=(4,-2)$, entonces

$u\cdot v =1\cdot 4+2\cdot -2$

$u\cdot v=0$

Por tanto, los vectores $u=(1,2)$ y $v=(4,-2)$ son ortogonales.

La respuesta correcta es: u y v son ortogonales.

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere el punto $W=(3,4,0)$ y el plano $\Pi: x=-2y-2z+7$ entonces la distancia d entre el punto y el plano corresponde a:

Solución:

La distancia $d(W, \Pi)=$

1

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b, en su forma simplificada, para representar la fracción $\dfrac{a}{b}$.

Solución:

La distancia $d(W, \Pi)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0-d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{(3)+2(4)+2(0)-7}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{4}{3}$. Note que $x=-2y-2z+7 \Rightarrow x+2y+2z-7=0$.

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 6,00 sobre 6,00

Considere los siguientes vectores en \(\mathbb{R}^{3}\), y \(k \in \mathbb{R}\):

\(\overrightarrow{a}=(k,-1,5) \), \(\overrightarrow{b}=(k,-1,7) \), \(\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{a}- \overrightarrow{b}\) y \(\overrightarrow{v}=(2-k,3,2)\)

Según la información anterior, determine el valor o valores del parámetro \(k\) de modo que los vectores \(\overrightarrow{u}\) y \(\overrightarrow{v}\) sean perpendiculares.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio7_KristelCastro.jpeg

Primero se debe calcular \(\overrightarrow{u}=2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}\), esto es:

\begin{align*} \overrightarrow{u} &= 2 (k,-1,5) - (k,-1,7) \\ \overrightarrow{u} &= (k,-1,3) \hspace{1cm} (1 punto) \\ \end{align*}

Ahora, considerando la expresión \(\cos \theta = \dfrac{\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}}{|\overrightarrow{u}| \cdot |\overrightarrow{v}|}\), y como los vectores \(\overrightarrow{u} \) y \(\overrightarrow{v} \) son perpendiculares, esto es, que el ángulo que forman entre ellos es \(90°\), se tiene que:

\begin{align*}
\cos 90°&= \dfrac{(k,-1,3) \cdot (2-k,3,2)}{\sqrt{ k^{2} + (-1)^{2} + 3^{2} } \cdot \sqrt{(2-k)^{2} +3^{2} + 2^{2} } } \hspace{1cm} (1 punto)\\
0&= k(2-k)-1 \cdot 3+3 \cdot 2 \\
0 & = k^{2}-2k-3 \hspace{1cm} (1 punto)\\
\end{align*}

Resolviendo para \(k\) se tiene que \(k=-1\) y \(k=3\) (1 punto).

Por tanto, los valores del parámetro \(k\) para que los vectores \(\overrightarrow{u}\) y \(\overrightarrow{v}\) sean ortogonales corresponden a \(k=-1\) y \(k=3\) (1 punto).

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #5

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°4 ►