Comenzado el	domingo, 6 de agosto de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 6 de agosto de 2023, 17:09
Tiempo empleado	4 horas 8 minutos
Puntos	17,17/27,00
Calificación	**6,36** de 10,00 (**63,58**%)

Pregunta **1**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Determine el valor de k que permita que los vectores que se presentan a continuación, no sean una base para $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{pmatrix} k \\ k \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} k \\ k-4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Respuesta.

El valor de k corresponde a 1 ✖ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Para que un conjunto finito de vectores sea una base para un espacio vectorial V, estos vectores deben ser linealmente independientes y generar a V.

Para que sean independientes su determinante debe ser distinto de cero y se tiene que:

$$\begin{vmatrix} k & k & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & k-4 & 0 \end{vmatrix} = 3k$$

Dado que se quiere el valor de k que permita que no sea una base para $\mathbb{R}^3$ se tiene que resolver $3k = 0$, de donde se obtiene que $k = 0$.

Es decir, en caso de que $k = 0$ el determinante da como resultado 0, es decir, los vectores no son linealmente independientes y por lo tanto no forman una base.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el conjunto V de vectores.

$V = \{(1,1),(1,-1)\}$

Según la información anterior, se puede afirmar:

Respuesta.

Se puede afirmar que V [es una base] ✔ de $\mathbb{R}^2$, ya que los vectores son [linealmente independientes] ✔, debido a que su determinante corresponde a [-2] ✔, además [generan] ✔ a $\mathbb{R}^2$ y su dimensión corresponde a [2] ✔.

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Para que un conjunto finito de vectores sea una base para un espacio vectorial V, estos vectores deben ser linealmente independientes y generar a V.

Para que sean independientes su determinante debe ser distinto de cero, calculando el determinante se tiene que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2$$

El determinante da como resultado -2, es decir, los vectores de V son linealmente independientes y por lo tanto forman una base ya que se trata de dos vectores que generan a $\mathbb{R}^2$ (Teorema 6.4.7 del libro de texto).

También, como se trata de dos vectores que forman una base, su dimensión es 2.

Pregunta 3

Parcialmente correcta

Se puntúa 2,67 sobre 4,00

Calcule el espacio nulo de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Solución:

Se tiene que el espacio nulo corresponde a:

$$N_A = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Nota: Recuerde que no debe escribir ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Se escribe la matriz en la forma escalonada reducida:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 5 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{f_1+f_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 0 \end{array} \right)$$

De esta forma, se tiene que las soluciones se puede escribir como

$$y = -6z$$

y

$$x = -z$$

$$\begin{pmatrix} -z \\ -6z \\ z \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, se tiene que

$$N_A = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

.

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Sean $u = (1,4,-5,2)$, $v = (1,2,3,-1)$ vectores de $\mathbb{R}^4$. Si el vector $w = (1,0,\alpha,\beta)$ pertenece a $gen\{u,v\}$, entonces:

$\alpha =$ 11

$\beta =$ 4

Calculamos w como combinación lineal de u, v:

$(1,0,\alpha,\beta) = x(1,4,-5,2) + y(1,2,3,-1)$

Así obtenemos que:

$x + y = 1$

$4x + 2y = 0$

$-5x + 3y = \alpha$

$2x - y = \beta$

De esto se desprende que $\alpha = 11, \beta = 4$

Pregunta **5**

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,50 sobre 3,00

Dados los vectores \(\left(1,1,0\right)\) y \(\left(0,\dfrac{-1}{2},0\right)\). Si \(\left(2,3,0\right)\) es combinación lineal tal que:

\(\alpha\left(1,1,0\right)+\beta\left(0,\dfrac{-1}{2},0\right)=\left(2,3,0\right)\)

Entonces:

\(\alpha=\) 2

\(\beta=\) 3

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción \(\dfrac{a}{b}\).

Notemos que \((2,3,0)=\alpha (1,1,0)+\beta \left(0,\dfrac{-1}{2},0 \right) \), así

\(\alpha=2\) y \(\alpha-\dfrac{\beta}{2}=3 \Rightarrow \beta=-2\)

Por lo tanto \(\alpha=2\) y \(\beta=-2\)

Pregunta 6

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Analice las siguientes proposiciones relacionadas subespacio de $\mathbb{R}^3$ generado por el vector $v=(1,0,0)$

I) v genera al eje X.

II) v general a $G=\left\{(x,y,z):x>0;\ y=z=0 \right\}$

III) v genera a $G=\left\{(x,y,z):x\neq0;\ y=z=0 \right\}$

¿Cuál de ellas es verdadera?

- a. Ninguna
- b. La I
- c. La III
- d. La II

Respuesta incorrecta.

Notemos que para $\alpha \in \mathbb{R}$ el vector

$(\alpha,0,0)=\alpha (1,0,0)$

que corresponde al eje X

La respuesta correcta es: La I

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere el conjunto H, denotado por:

$$H=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \, | \, 2x+3y=0\}$$

Según la información anterior, demuestre que H es subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

WhatsApp Image 2023-08-06 at 4.49.04 PM.jpeg

Sea $(x,y)\in H\Rightarrow 2x+3y=0$ y sea $(a,b)\in H\Rightarrow 2a+3b=0$. (1 punto)

Veamos que la suma de vectores de H sea cerrada:

$(x,y)+(a,b)=(x+a,y+b)$, en ese caso $2(x+a)+3(y+b)=2x+2a+3y+3b=2x+3y+2a+3b=0+0=0$. (1.5 puntos)

Por lo anterior es claro que $(x,y)+(a,b)\in H$. (*)

Veamos que la multiplicación escalar sea cerrada:

$\alpha \cdot (x,y)= (\alpha\cdot x,\alpha\cdot y)$, en ese caso $2\cdot\alpha x+3\cdot\alpha y=\alpha (2x+3y)=\alpha\cdot 0=0$. (1.5 punto)

Por lo anterior es claro que $\alpha(x,y)\in H$. (**)

De (*) y (**) se concluye que tanto la suma vectorial y la multiplicación escalar son cerradas en H y con esto se prueba que H es subespacio de $\mathbb{R}^2$. (1 punto)

Comentario: