Comenzado el	domingo, 26 de noviembre de 2023, 13:01
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 26 de noviembre de 2023, 14:59
Tiempo empleado	1 hora 58 minutos
Puntos	30,00/30,00
Calificación	**10,00** de 10,00 (**100**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Una base para el espacio solución del sistema homogéneo

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

corresponde a:

- a. $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ✔
- c. $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Presentando el sistema obtenemos la matriz aumentada y aplicamos Gauss-Jordan:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[R_3-R_1]{-2R_1+R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\frac{R_3}{2}]{\frac{R_2}{3}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[R_2+R_1]{R_2-R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

De esto obtenemos que $x = -z,\ y = 3z$, así la base corresponde a $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

La respuesta correcta es: $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dado el sistema homogéneo

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 4x - 2y + 7z = 0 \end{cases}$$

Una base para el espacio solución corresponde a:

a. $\begin{pmatrix} \frac{-5}{6} \\ \frac{11}{6} \\ 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} \frac{5}{6} \\ \frac{-11}{6} \\ 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ \frac{3}{6} \\ \frac{-5}{6} \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} \frac{-3}{6} \\ \frac{7}{6} \\ \frac{1}{6} \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Presentando el sistema obtenemos la matriz aumentada y aplicamos Gauss-Jordan:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 7 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{-4R_1+R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & 11 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{-R_2}{6}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-11}{6} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{R_1-R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{5}{6} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-11}{6} & 0 \end{array}\right)$$

De esto obtenemos que $x = \frac{-5}{6}z,\ y = \frac{11}{6}z$, así la base corresponde a $\begin{pmatrix} \frac{-5}{6} \\ \frac{11}{6} \\ 1 \end{pmatrix}$

La respuesta correcta es: $\begin{pmatrix} \frac{-5}{6} \\ \frac{11}{6} \\ 1 \end{pmatrix}$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Determine si el siguiente conjunto de vectores llamado A es linealmente independiente o dependiente.

$$A = \{(2,1,3),(5,4,1),(8,4,12)\}$$

Solución:

Se tiene que el conjunto A es linealmente dependiente

Solución:

Si se plantea el conjunto de vectores como una matriz y calculamos su determinante, encontramos que:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & 12 \end{vmatrix} = 0$$

Debido a que el primer reglón y el tercero son múltiplos, entonces su determinante es cero, por que el conjunto A es linealmente dependiente.

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Sea

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 2\\ 2 & -1 & 1 & 7\\ 1 & 5 & 6 & -2\end{pmatrix}.$$

Entonces una base para el espacio fila de A contiene a los vectores: (1,0,1,3) y (0,1,1,-1)

(1,0,1,3) y (0,1,1,-1)

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Tomando la matriz A y realizando operaciones elementales se obtiene:

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 2\\ 2 & -1 & 1 & 7\\ 1 & 5 & 6 & -2\end{pmatrix} \underset{R_3=-R_1+R_3}{\overset{R_2=-2R_1+R_2}{\longrightarrow}} \begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 2\\ 0 & -3 & -3 & 3\\ 0 & 4 & 4 & -4\end{pmatrix} \overset{R_2=\frac{-1}{3}R_2}{\longrightarrow}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 2\\ 0 & 1 & 1 & -1\\ 0 & 4 & 4 & -4\end{pmatrix} \underset{R_3=-4R_2+R_3}{\overset{R_1=-R_2+R_1}{\longrightarrow}} \begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Por lo que una base para el espacio fila de A contiene a los vectores $(1,0,1,3)$ y $(0,1,1,-1)$

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Determine los valores de los escalares a y b que permitan que el vector $\begin{pmatrix} -10 \\ 5 \end{pmatrix}$ sea una combinación lineal de los vectores $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Respuestas.

El valor de a corresponde a 3 ✔.

El valor de b corresponde a -1 ✔.

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Para que $\begin{pmatrix} -10 \\ 5 \end{pmatrix}$ sea una combinación lineal de los vectores $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$, debe darse que

$$\begin{pmatrix} -10 \\ 5 \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Para resolver este sistema de ecuaciones, se plantea una matriz aumentada y se le aplican operaciones elementales.

$$\left(\begin{array}{cc|c} -2 & 4 & -10 \\ 4 & 7 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{f_2=2f_1+f_2} \left(\begin{array}{cc|c} -2 & 4 & -10 \\ 0 & 15 & -15 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{f_1=\frac{f_1}{-2}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 15 & -15 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{f_2=\frac{f_2}{15}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{f_1=2f_2+f_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$ (1 punto)

Por lo tanto, los valores de a y b son respectivamente 3 y -1.

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dado en siguiente conjunto:

$U = \{(x, x + y, 0) : x, y \in \mathbb{R}, \}$

Analice las siguientes proposiciones:

I) U posee la cerradura bajo la multiplicación por un escalar α

II) U posee la cerradura bajo la suma.

¿Cual de ellas es verdadera?

- a. Solo la I)
- b. Ninguna
- c. Solo la II)
- d. Ambas ✔

Respuesta correcta

Primero tome:

$a = (x_1, x_1 + y_1, 0) \in U$ y $b = (x_2, x_2 + y_2, 0) \in U$

Ahora se tiene que :

$a + b = (x_1 + x_2, x_1 + y_1 + x_2 + y_2, 0) \in U$, pues $x_1 + x_2 \in \mathbb{R}$ y $x_1 + y_1 + x_2 + y_2 \in \mathbb{R}$

De esta forma es cerrado bajo la suma.

Ahora sea $\alpha \in \mathbb{R}$

Vea que $\alpha \cdot a = (a \cdot x_1, \alpha \cdot (x_1 + y_1), \alpha \cdot 0) \in U$ pues $a \cdot x_1 \in \mathbb{R}$ y $\alpha \cdot (x_1 + y_1) \in \mathbb{R}$

Por lo que se concluye que U es cerrado bajo la multiplicación por un escalar α

La respuesta correcta es: Ambas

Pregunta 7

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine una base el espacio nulo de A

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio 7_JonathanSanchezAraya.jpeg

Tenemos que $N_A = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\}$, esto es, el espacio nulo de A. Como A es de tamaño 2×4, entonces N_A es un subconjunto de $\mathbb{R}^4$.

Así, reduciendo la matriz A por filas, tenemos:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \to -F_1 + F_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \text{(1 punto)}$$

$$\xrightarrow{F_1 \to \frac{1}{3}F_2 + F_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{-1}{3} & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \text{(1 punto)}$$

Como N_A es el espacio solución para un sistema homogéneo, se obtiene la siguiente solución para "x" y "y", en términos de "z" y "w":

$x = \dfrac{z}{3} + w$ y $y = \dfrac{-z}{3}$. (1 punto)

esto es:

$$\begin{pmatrix} \frac{z}{3} + w \\ \frac{-z}{3} \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{z}{3} \\ \frac{-z}{3} \\ z \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w \\ 0 \\ 0 \\ w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{z}{3} + w \\ \frac{-z}{3} \\ z \\ w \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{(1 punto)}$$

Por tanto, una base para el espacio nulo de A corresponde a:

$$N_A = gen \left\{ \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{(1 punto)}$$

Comentario:

Pregunta **8**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere los siguientes polinomios $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, definidos por:

$$P(x) = x^2 - 2x - 5 \quad Q(x) = 2x^2 + 5x + 6 \text{ y } R(x) = 7x^2 + 4x - 3$$

Según la información anterior, si se cumple que el polinomio $R(x)$ es combinación lineal de los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$, entonces se puede escribir $R(x) = \alpha \cdot P(x) + \beta \cdot Q(x)$.

Complete la combinación lineal según corresponda:

$7x^2 + 4x - 3 =$ 3 ✔ $\cdot (x^2 - 2x - 5)$ + 2 ✔ $\cdot (2x^2 + 5x + 6)$

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Considerando la información brindada, se tiene que

$$7x^2 + 4x - 3 = \alpha \cdot (x^2 - 2x - 5) + \beta \cdot (2x^2 + 5x + 6)$$

$$7x^2 + 4x - 3 = \alpha x^2 - 2\alpha x - 5\alpha + 2\beta x^2 + 5\beta x + 6\beta$$

Igualando término a término se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta & = & 7 \\ -2\alpha + 5\beta & = & 4 \\ -5\alpha + 6\beta & = & -3 \end{cases}$$

De la primera ecuación se despeja α y se tiene que $\alpha = 7 - 2\beta$, sustituyendo en la segunda ecuación (o en la tercera ecuación) se tiene que $\beta = 2$. Por último con el valor de β se obtiene que $\alpha = 3$.

Así, los valores de los parámetros son $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

Por tanto, se escribe $7x^2 + 4x - 3 = 3 \cdot (x^2 - 2x - 5) + 2 \cdot (2x^2 + 5x + 6)$.

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #6

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°5 ►