Comenzado el	domingo, 9 de julio de 2023, 13:01
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 9 de julio de 2023, 16:58
Tiempo empleado	3 horas 57 minutos
Puntos	26,00/36,00
Calificación	**7,22** de 10,00 (**72,22**%)

Pregunta **1**
Correcta
Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{-3}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ si $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$, entonces

$y =$ 3 ✔

Se puntúa 1,00 sobre 1,00, $w =$ 2 ✔

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Tenemos que

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Así

$$y = 3 \quad w = 2$$

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -7 & 8 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, al aplicar la factorización LU a la matriz A. La matriz triangular inferior L corresponde a:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

Solución:

Se escribe la matriz A como un producto LU:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -7 & 8 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} = LU$$

Donde $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}$ corresponde a una matriz triangular inferior con unos en la diagonal y $U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}$ es una matriz triangular superior.

Multiplicando se tiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -7 & 8 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 2a+x & -a+y \\ b & 2b+xc & -b+cy+z \end{pmatrix}$$

De donde se obtiene que:

$$a = -3, b = 2$$

Además

$$2a + x = -7 \Rightarrow 2 \cdot -3 + x = -7 \Rightarrow x = -7 + 6 = -1$$

$$2b + xc = 4 \Rightarrow 2 \cdot 2 + -1 \cdot c = 4 \Rightarrow c = \frac{4-4}{-1} = 0$$

Por tanto, la matriz L viene dada por:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} k & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

La matriz A no posee inversa si k es igual a ✔

1

✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Una matriz A es invertible si y solo si $|A| \neq 0$.

Sabemos que el $|A| = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$, entonces,

$|A| = -k + 1$

$1 - k = 0$

$\Rightarrow 1 = k$

La matriz A no posee inversa si $k = 1$.

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Sean las matrices A, B, C y D de tamaño $m \times n$, $n \times p$, $p \times n$ y $n \times m$, respectivamente.

De los siguientes, el producto que está bien definido corresponde a

Seleccione una:

- a. $D \cdot B$
- b. $A \cdot C^T$ ✔
- c. $B \cdot A$
- d. $A \cdot D^T$

Respuesta correcta

De los productos mostrados, $A \cdot C^T$ es el que queda bien definido.

Esto pues, C^T resulta en una matriz de tamaño 3×5, así, al realizar la operación $A \cdot C^T$, el tamaño de la matriz resultante queda definido por 2×5.

La respuesta correcta es: $A \cdot C^T$

Pregunta **5**

Finalizado

Se puntúa 3,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones en su forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Determine el conjunto solución del sistema anterior, usando una matriz inversa.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio5_YasherJerezRivera.jpg

Solución:

Note que el conjunto solución está determinado por:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Entonces debemos calcular la inversa:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[R_2:R_2-2R_1]{R_3:R_3-3R_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{R_2:\frac{-1}{3}R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ 0 & -4 & -8 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[R_1:R_1-2R_2]{R_3:R_3+4R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{-4}{3} & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[R_3:\frac{-3}{4}]{R_3:R_3+4R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & 1 & \frac{-3}{4} \end{array}\right) \xrightarrow[R_2:R_2-\frac{5}{3}R_3]{R_1:R_1+\frac{1}{3}R_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{-1}{4} & 1 & \frac{-1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -2 & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & 1 & \frac{-3}{4} \end{array}\right)$$

Entonces:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{4} & 1 & \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{4} & -2 & \frac{5}{4} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{-3}{4} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto el conjunto solución corresponde a: $S = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\}$

Comentario:
No se presentan todos los pasos para obtener la solución.

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1-k \\ 1 & k & 0 \\ 2 & 4 & k \end{pmatrix}$$

De acuerdo con la matriz anterior, encuentre el o los valores de k para que el determinante de la matriz A sea cero.

Respuesta:

El determinante vale cero cuando $k =$

0

✖ y $k =$

0

✖ .

Nota: Escriba en el primer espacio el resultado del valor de k mayor y en el segundo espacio el valor de k menor. Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En el caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución

Calculamos el valor del determinante:

$$detA = 1\begin{vmatrix} k & 0 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + (1-k)\begin{vmatrix} 1 & k \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$detA = k^2 + 4(1-k) - 2k(1-k) - k = k^2 + 4 - 4k - 2k + 2k^2 = 3k^2 - 7k + 4$$

Resolviendo la ecuación cuando $3k^2 - 7k + 4 = 0$ nos da que los valores para que el determinante sea 0 son:

$$k = \frac{4}{3}$$

$$k = 1$$

Pregunta 7

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 2,00

Considere la matriz A, de tamaño 2×2, tal que:

$$det\, A = \frac{3}{5}$$

Según la información anterior, determine lo solicitado según corresponda:

a) El valor de $|A^3|$ corresponde a:

27/125

b) El $det\,(-5 \cdot A^T)$, corresponde a:

-3

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Considerando la información anterior que la matriz A es de orden 2 y que $det\, A = \frac{3}{5}$, se tiene que:

a) La matriz A^3 se puede escribir como $A \cdot A \cdot A$, entonces se tiene que:

$$det\, A^3 = det\,(A \cdot A \cdot A)$$

$$det\, A^3 = det\, A \cdot det\, A \cdot det\, A$$

$$det\, A^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$$

$$det\, A^3 = \frac{27}{125}$$

b) Recuerde que el $det\, A = det\, A^T$. Así:

$$det\,(-5 \cdot A^T) = (-5)^2 \cdot det\, A^T$$

$$det\,(-5 \cdot A^T) = 25 \cdot det A$$

$$det(-5 \cdot A^T) = 25 \cdot \frac{3}{5}$$

$det(-5 \cdot A^T) = 15$

Pregunta **8**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 6 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Si B corresponde a la matriz de cofactores de la matriz A. La matriz $adjA$ corresponde a

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} -3 & 9 & -6 \\ -30 & 22 & -9 \\ 6 & -1 & 12 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que **no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo)** solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo **negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma **a/b** para representar la fracción $\frac{a}{b}$

Se determinan los cofactores de la matriz A:

$$A_{11} = (-1)^{1+1}|M_{11}| = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2}|M_{12}| = -\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = -30$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}|M_{13}| = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1}|M_{21}| = -\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 9$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}|M_{22}| = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 22$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3}|M_{23}| = -\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}|M_{31}| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -6$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2}|M_{32}| = -\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = -9$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}|M_{33}| = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = 12$$

Así, la matriz $B = \begin{pmatrix} -3 & -30 & 6 \\ 9 & 22 & -1 \\ -6 & -9 & 12 \end{pmatrix}$ es la matriz de cofactores de la matriz A.

De modo que, la matriz adjunta de A viene dada por $adj\, A = B^T$

$$adj\, A = \begin{pmatrix} -3 & 9 & -6 \\ -30 & 22 & -9 \\ 6 & -1 & 12 \end{pmatrix}$$

Pregunta **9**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Considere la siguiente situación:

Un agricultor tiene 37 animales entre conejos y gallinas, el total de patas entre todos los animales es de 120, considere que todas las gallinas tienen dos patas y todos los conejos cuatro patas.

Si "C" representa la cantidad de conejos y "G" representa la cantidad de gallinas que tiene el agricultor, entonces, al resolver la situación planteada mediante la regla de Cramer, el valor numérico de D_C y D_G corresponde respectivamente a:

El valor numérico de D_C corresponde a:

23

✖

El valor numérico de D_G corresponde a:

14

✖

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo o una coma para los decimales.

Según la información brindada por la situación planteada, se genera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} C+G &= 37 \\ 4C+2G &= 120 \end{cases}$$

De donde se obtiene que

$$D_C = \begin{vmatrix} 37 & 1 \\ 120 & 2 \end{vmatrix}$$

$D_C = 37 \cdot 2 - 1 \cdot 120 = 74 - 120 = -46$

Por lo que, $D_C = -46$

$$D_G = \begin{vmatrix} 1 & 37 \\ 4 & 120 \end{vmatrix}$$

$D_G = 1 \cdot 120 - 37 \cdot 4 = 120 - 148 = -28$

Por lo que, $D_G = -28$

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Calcule el valor numérico del siguiente determinante:

$$F = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 11 & 6 \\ 2 & 4 & 15 & -4 \\ -1 & 0 & 42 & 2 \end{vmatrix}$$

Nota: Debe añadir una fotografía de su solución en el espacio asignado de procedimiento de respuesta de este ítem. El desarrollo debe ser a mano (no digital). Procure presentarlo de forma limpia y ordenada mostrando todos los procedimientos que le permitieron llegar al resultado final. Además, debe agregar su nombre, número de cédula y firmar al final de cada solución por ejercicio. Si esto no se presenta la respuesta no será calificada

Ejercicio10-YasherJerezRivera.jpg

Solución:

(2 puntos)

Note que en la segunda columna hay presencia de entradas nulas (ceros). Esto permite usar cofactores sobre esta fila y minimizar calculos. Por lo que aplicando expansión por cofactores se tiene que:

$$\det F = -1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} -3 & 11 & 6 \\ 2 & 15 & -4 \\ -1 & 42 & 2 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -3 & 11 & 6 \\ -1 & 42 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\det F = 1 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 11 & 6 \\ 2 & 15 & -4 \\ -1 & 42 & 2 \end{vmatrix} + -4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -3 & 11 & 6 \\ -1 & 42 & 2 \end{vmatrix}$$

(2 puntos)

Ahora calculando cada uno de los determinantes por Regla de Sarrus y realizando operaciones, se tiene que:

$$\begin{vmatrix} -3 & 11 & 6 \\ 2 & 15 & -4 \\ -1 & 42 & 2 \\ -3 & 11 & 6 \\ 2 & 15 & -4 \end{vmatrix} = (-90 + 504 + 44) - (-90 + 504 + 44) = 0 \Rightarrow 1 \cdot 0 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -3 & 11 & 6 \\ -1 & 42 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -3 & 11 & 6 \end{vmatrix} = (66 + -126 + -6) - (-11 + 756 + -6) = -805 \Rightarrow -4 \cdot -805 = 3220$$

(1 punto)

Nótese que el determinante que tiene como factor 0, no es necesario calcularlo dado que por resultado directo será cero.

Finalmente, se tiene que:

$$\det F = 0 + 3220 = 3220$$

Comentario:

◄ Vídeos de tutorías: Capítulo #4

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°3 ►