Comenzado el	domingo, 21 de julio de 2024, 13:14
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 21 de julio de 2024, 13:55
Tiempo empleado	41 minutos 18 segundos
Puntos	20,00/20,00
Calificación	**10,00** de 10,00 (**100**%)

Pregunta 1
Correcta
Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -9 & 4 \\ -1 & -4 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Si $C = AB$, entonces $b =$ 0 , $e =$ 1 , $i =$ 1

Tenemos que

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -9 & 4 \\ -1 & -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2 + 2\cdot 0 + (-1)(-1) & 1\cdot 0 + 2(-1) + (-1)(-2) & 1\cdot 1 + 2\cdot 2 + (-1)\cdot 5 \\ (-2)\cdot 2 + (-9)\cdot 0 + 4(-1) & (-2)\cdot 0 + (-9)(-1) + 4(-2) & 1\cdot 1 + 2\cdot 2 + (-1)\cdot 5 \\ (-1)\cdot 2 + (-4)\cdot 0 + 2(-1) & (-1)\cdot 0 + (-4)(-1) + 2(-2) & (-1)\cdot 1 + (-4)\cdot 2 + 2\cdot 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -8 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Así $b = 0;\ \ e = 1;\ \ i = 1.$

Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \\ x & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad y \qquad B = \begin{pmatrix} m & 2 & w \\ 0 & y & -1 \\ 7 & 0 & z \end{pmatrix}$$

De acuerdo con la información anterior, determine el valor numérico que completa correctamente las siguientes expresiones:

1) En la matriz B se tiene que $(b_{32}) =$ 0 ✔ .

2) Si $A = B$ entonces $x =$ 7 ✔ .

3) Si se realiza la operación AB la matriz resultante tendrá en total 3 ✔ filas.

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

Solución:

(1 punto)

1) En la matriz A se tiene que $(b_{32}) = 0,$ se refiere a la componente en la posición reglón tres columna dos.

(1 punto)

2) Si $A = B$ entonces $x = 7$, dos matrices son iguales si sus componentes correspondientes son iguales.

(1 punto)

3) Si se realiza la operación AB la matriz resultante tendrá en total 3 filas, considere que A es 3×3 y B es 3×3 por lo cual AB es 3×3

Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente matriz A definida por:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine, a partir de la factorización LU de la matriz dada, los elementos L_{21}, L_{31}, U_{23} y U_{33}.

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Los valores de los elementos solicitados, corresponden a:

$L_{21} =$ 1/2 ✔

$L_{31} =$ 1/2 ✔

$U_{23} =$ 3/2 ✔

$U_{33} =$ -9 ✔

Calculando la factorización LU de la matriz A, se tiene:

$$A = L \cdot U$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2a & 3a + x & a + y \\ 2b & 3b + cx & b + cy + z \end{pmatrix}$$

Igualando término a término se obtiene:

$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$3a + x = 1 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$a + y = 2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$3b + cx = -1 \Rightarrow c = 5$$

$$b + cy + z = -1 \Rightarrow z = -9$$

Así:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

Por tanto, de la factorización LU de la matriz A, los elementos solicitados corresponden a:

$L_{21} = \frac{1}{2}$

$L_{31} = \frac{1}{2}$

$U_{23} = \frac{3}{2}$

$U_{33} = -9$

Pregunta 4

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine la factorización LU de la matriz dada.

Solución:

La factorización LU de A corresponde a:

$$A = LU = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y **en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Calculando la factorización LU de la matriz dada, se tiene:

$$A = L \cdot U$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2a & 2a + x \end{pmatrix}$$

Igualando término a término se obtiene:

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$2a + x = 2 \Rightarrow x = 0$$

Por tanto, la factorización LU de la matriz A corresponde a:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pregunta 5

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Dadas las matrices

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$$

Si $Z = (XY)^T$, entonces $z_{22} =$ -64

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

Recordemos que $(XY)^T = Y^T X^T$, así

$$Z = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -5 \\ -2 & -4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 & -49 \\ -28 & -64 \end{pmatrix}$$

Entonces $z_{22} = -64$

Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente matriz H tal que la misma viene definida por:

$$H = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Al aplicarle las siguientes operaciones de renglón a la forma $(H|I) \to (I|H)$ de manera consecutiva, se obtiene su inversa.

1. $R_1 \to -R_1$ **2.** $R_2 \to -R_1 + R_2$ **3.** $R_3 \to -R_1 + R_3$ **4.** $R_2 \leftrightarrow R_3$ **5.** $R_2 \to \frac{1}{5} R_2$

De acuerdo con lo anterior, escriba en los espacios vacíos las entradas que completan la matriz inversa de H.

Respuesta: La matriz inversa de H corresponde a:

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ \boxed{1/5} & \boxed{0} & \boxed{1/5} \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Se escribe este sistema en la forma de matriz aumentada $(H|I)$ y reducir por renglones para intentar obtener $(I|H)$. Así setiene que:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{R_1 \to -R_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2 \to -R_1 + R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{R_3 \to -R_1 + R_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2 \to \frac{1}{5} R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/5 & 0 & 1/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

De esta forma se tiene que:

$$H^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ \boxed{1/5} & \boxed{0} & \boxed{1/5} \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 2 \end{cases}$$

De acuerdo con el mismo, si se sabe que la matriz inversa de coeficientes viene dada por:

$$\begin{pmatrix} -8/21 & 2/21 & 1/3 \\ 31/21 & 8/21 & -2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine la solución del sistema de ecuaciones dado.

Respuesta: La solución del sistema de ecuaciones lineales corresponde a:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8/7 \\ -17/7 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Se sabe que el sistema se puede escribir de la forma $Ax = b$, donde A es la matriz de cofactores. Si esta es invertible, entonces $x = A^{-1} \cdot b$.

De lo anterior se tiene que la solución del sistema viene dado por:

$$x = \begin{pmatrix} -8/21 & 2/21 & 1/3 \\ 31/21 & 8/21 & -2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{8/7} \\ \boxed{-17/7} \\ \boxed{-1} \end{pmatrix}.$$

Pregunta 8

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 21 & -12 \\ 3 & 22 & 4 \\ -1 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

Al aplicar de forma consecutiva las siguientes operaciones elementales:

$$R_1 \to \frac{1}{3}R_1$$

$$R_2 \to -3R_1 + R_2$$

$$R_3 \to R_1 + R_3$$

Complete los recuadros en blancos con los valores de la matriz obtenida luego de realizar las operaciones elementales anteriormente

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 7 & \boxed{-4} \\ 0 & 1 & 16 \\ \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Se procede aplicar las operaciones elementales a la matriz dada para reducirla:

$$\begin{pmatrix} 3 & 21 & -12 \\ 3 & 22 & 4 \\ -1 & -7 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \to \frac{R_1}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 3 & 22 & 4 \\ -1 & -7 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \to -3R_1 + R_2} \begin{pmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 0 & 1 & 16 \\ -1 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3 \to R_1 + R_3} \begin{pmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 0 & 1 & 16 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, el número que completa correctamente el valor de, a corresponde a 1, b corresponde a -4, c corresponde a 0 y d corresponde a 1.

Pregunta 9

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

La matriz resultante de realiza la operación $2A^T + B$ corresponde a

$$2A^T + B = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.**

Solucion:

Primero se determina la transpuesta de A

$$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego se multiplica por el escalar 2

$$2A^T = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & 2 \\ 8 & 4 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

Finalmente se realiza la suma $2A^T + B$

$$2A^T + B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & 2 \\ 8 & 4 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Pregunta 10

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 5 & 6 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, si $AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ entonces $c =$ 5 ✔ y $f =$ 4 ✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Note que la matriz A corresponde a la matriz identidad. De esta manera se tiene que $AB = B$, por la tanto $c = 5$ y $f = 4$.

Pregunta 11

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Determine el valor x tal que el determinante

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ x & 7 \end{vmatrix} = 44$$

Así el valor de x corresponde a -3 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Realizando el cálculo del determinante obtenemos:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ x & 7 \end{vmatrix} = 35 - 3x$$

Así

$$35 - 3x = 44 \rightarrow x = -3$$

Pregunta 12

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$$

Si se sabe que

$$|M| = -2$$

entonces el resultado del siguiente deteminante

$$\begin{vmatrix} -3z & -3w \\ x & y \end{vmatrix}$$

corresponde a -6 ✔ .

En primer instancia se observa que en el determinante

$$\begin{vmatrix} -3z & -3w \\ x & y \end{vmatrix}$$

la primera fila se puede extraer el -3.

A partir de la propiedad 4.2.2 (" Si el renglón i o columna j de una matriz A se multiplica por un escalar c, entonces $\det A$ se multiplica por c"), podemos deducir un primer resultado:

$$\begin{vmatrix} -3z & -3w \\ x & y \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} z & w \\ x & y \end{vmatrix}$$

Además, observe que en el determinante

$$\begin{vmatrix} z & w \\ x & y \end{vmatrix}$$

se han cambiado las filas 1 y 2 entre sí respecto al determinante $\begin{vmatrix} x & y \\ z & w \end{vmatrix}$ original.

Por lo tanto, según la propiedad 4.2.4 (El intercambio de cualesquiera dos filas o columnas distintas de $|A|$ tienen el efecto de multiplicar $|A|$ por -1), tenemos que el resultado es el mismo que el resultado del determinante original pero cambiado de signo, es decir, 2.

Finalmente tenemos

$$\begin{vmatrix} -3z & -3w \\ x & y \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} z & w \\ x & y \end{vmatrix} = -3 \cdot -1 \cdot |M| = -3 \cdot -1 \cdot -2 = -6$$

Pregunta 13

Finalizado

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k \\ -1 & -1 & 0 \\ k & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine:

1) El o los valores del parámetro k para el cual la matriz A, NO posea inversa.

2) Para el valor de $k = 0$, calcular, si es posible A^{-1}.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio, si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Pregunta13_ReinerArayaRetana.jpeg

1. Para que la matriz A no posea inversa debe cumplirse que $det\ A = 0$, por lo que, calculando el determinante tenemos:

$$|A| = -1 + 0 - 2k + k^2 + 0 + 0 = k^2 - 2k - 1$$

Igualando a cero

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

obtenemos que $k = 1 + \sqrt{2}$, o bien que, $k = 1 - \sqrt{2}$.

Por tanto, el valor del parámetro k para que la matriz dada no posea inversa corresponde a $1 \pm \sqrt{2}$.

2. Para el valor de $k = 0$, tenemos que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

i) Obtenemos su determinante para verificar si es invertible:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 0 + 0 = -1.$$

ii) Como $|A| \neq 0$, se tiene que A es invertible.

iii) Calculamos al inversa por reducción Gauss- Jordan

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2 \to R_1 + R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{R_2 \to -R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{R_3 \to -2R_2 + R_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

Por lo tanto $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Comentario:

Pregunta 14

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere una matriz A cuyo determinante es el siguiente:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ k & 0 & -8 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = -66$$

.

Al evaluar el $|A|$ por medio de un desarrollo por cofactores a lo largo de la segunda fila, el valor de la variable k corresponde al número 2 .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$

Al evaluar el $|A|$ por medio de un desarrollo por cofactores a lo **largo de la segunda fila**, este viene dado por:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ k & 0 & -8 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = -66$$

$$(-1)^{2+1}k \cdot \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2}0 + (-1)^{2+3} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -66$$

$$-k \cdot \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} - -8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -66$$

$$-k(12+21) + 8(-3+3) = -66$$

$$-k(33) + 8(0) = -66$$

$$-33k = -66$$

$$k = 2$$

Pregunta 15

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente información:

$$\begin{cases} 3x+4y-z=7 \\ 5x-2y+z=23 \\ -10x+5y+2z=69 \end{cases}$$

Según la información anterior y usando la regla de Cramer, con certeza, se puede asegurar que $\Delta =$ -112 ,

$\Delta_x =$ -224 , $\Delta_y =$ -784 y $\Delta_z =$ -3024 .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Solución:

Se calcula el determinante Δ, que corresponde a la matriz de los coeficientes de las variables, para posteriormente hacer la sustitución de las columnas.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 5 & -2 & 1 \\ -10 & 5 & 2 \end{vmatrix} = -112$$

Luego se calcula el valor de Δ_x:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 23 & -2 & 1 \\ 69 & 5 & 2 \end{vmatrix} = -224$$

Se calcula Δ_y

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 7 & -1 \\ 5 & 23 & 1 \\ -10 & 69 & 2 \end{vmatrix} = -784$$

Se calcula Δ_z

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 5 & -2 & 23 \\ -10 & 5 & 69 \end{vmatrix} = -3024$$

Pregunta 16

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax - 3y = 1 \\ bx + 35y = 5 \end{cases}$$

Según la información anterior, determine el valor número de los parámetros a y b de manera que al resolver el sistema de ecuaciones anterior, usando la regla de Cramer, se cumpla que $D = 51$ y $D_y = -7$.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio; si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Pregunta16_ReinerArayaRetana.jpeg

Solución:

Según la información que se brinda, $D = 51$ y $D_y = -7$, entonces calculando e igualando en cada caso, se tiene:

$D = 51$

$$\begin{vmatrix} a & -3 \\ b & 35 \end{vmatrix} = 51 \Rightarrow 35a + 3b = 51$$

Ahora:

$D_y = -7$

$$\begin{vmatrix} a & 1 \\ b & 5 \end{vmatrix} = -7 \Rightarrow 5a - b = -7$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones resultante

$$\begin{cases} 35a + 3b = 51 \\ 5a - b = -7 \end{cases}$$

Multiplicando por -7 la ecuación 2 y sumando ambas ecuaciones obtenemos

$$10b = 100 \Rightarrow b = 10$$

Ahora, sustituyendo

$$5a - b = -7 \Rightarrow 5a - 10 = -7 \Rightarrow 5a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

Por tanto, el valor del parámetro $a = \dfrac{3}{5}$ y el valor del parámetro $b = 10$.

Comentario: