Comenzado el	domingo, 7 de julio de 2024, 13:37
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 7 de julio de 2024, 14:30
Tiempo empleado	52 minutos 51 segundos
Puntos	25,75/30,00
Calificación	**8,58** de 10,00 (**85,83**%)

Pregunta 1

Parcialmente correcta

Se puntúa 2,25 sobre 3,00

Considere $f : A \to \mathbb{N}$ con $A = \{1, 2, 3, 7\}$, cuyo criterio es $f(x) = 3n - 2$.

Determine el ámbito de la función $f =$ 1 ✔ , 3 ✖ , 7 ✔ , 19 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, símbolo) solamente debe usar números. Además en cada espacio solamente debe colocar un elemento del conjunto en forma **ascendente.**

Para calcular el ámbito de f, se evalúa la función en los cuatro elementos del dominio:

$f(1) = 1,\ f(2) = 4,\ f(3) = 7,\ f(7) = 19$

Con lo cual, el ámbito de la función $f(A) = \{1, 4, 7, 19\}$.

Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Sea m y p funciones cuyos criterios están dados por:

$$m(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 15} \quad \text{y} \quad p(x) = \frac{2-x}{15-5x}$$

Determine la veracidad de las siguientes expresiones; para ello seleccione entre Verdadero o Falso según corresponda:

1. El dominio máximo de la función $m(x)$: $D_{max} = \mathbb{R}$ Verdadero ✔ .
2. El dominio máximo de la función $p(x)$: $D_{max} = \mathbb{R}$ - { 2, 3} Falso ✔ .

1. Para la función m hay que hallar el conjunto solución de $P(x) = x^2 - 2x + 15 \geqslant 0$.

Como P es una función cuadrática, el discriminante brinda información valiosa para determinar el dominio de m.

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = -56$, indicando que no hay raíces reales para la función y por ende no se factoriza el criterio.

Otro elemento importante es que $a = 1$, con lo cual la gráfica es convexa (cóncava hacia arriba). Lo anterior, permite asegurar que la función siempre toma valores positivos, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Por lo tanto el dominio de la la función, indicado para m: $D_{max} = \mathbb{R}$ es Verdadero.

2. En el caso de la función $p(x) = \dfrac{2-x}{15-5x}$ el denominador corresponde a una función polinomial, por lo tanto, se tiene que:

$15 - 5x = 0$

$15 = 5x$ despejando x se obtiene el valor que indefine la función, en este caso para:

$3 = x$

El dominio máximo de p es $D_{max} = \mathbb{R} - \{3\}$.

Por lo tanto, el dominio máximo indicado sobre la función p: $D_{max} = \mathbb{R} - \{2, 3\}$ es Falso.

Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dada la función biyectiva, bien definida en su dominio máximo, cuyo criterio corresponde a:

$$f(x) = \frac{x-3}{5}$$

Entonces:

a) El criterio de la función inversa de $f(x)$ corresponde a $f^{-1}(x) =$ 5x+3

b) El valor numérico de $f^{-1}(0) =$ 3

c)El valor numérico de $f^{-1}(2) =$ 13

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

a)En este caso debemos calcular el criterio de la función inversa, por lo que procedemos de la siguiente manera (despejando x):

$$f(x) = \frac{x-3}{5}$$

$$y = \frac{x-3}{5}$$

$$5y = x - 3$$

$$5y + 3 = x$$

Por lo que $h^{-1}(x) = 5x + 3$

Para el inciso b) $f^{-1}(0) = 5 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$

Luego para el inciso c) se debe realizar:

$$f^{-1}(2) = 5 \cdot 2 + 3 = 10 + 3 = 13$$

Pregunta 4

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,50 sobre 3,00

Sean a y b números naturales y suponga que Q se define recursivamente de la siguiente manera:

$$Q(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si} \quad a \geq b \\ Q(2a,b) & \text{si} \quad b > a \end{cases}$$

Determine el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $Q(4,3) =$ 3 ✖

b) $Q(3,4) =$ 8 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Se tiene:

a) Como $4 \geq 3$ entonces $Q(4,3) = 2 \cdot 3 = 6$

b) Como $4 > 3$ entonces $Q(3,4) = Q(2 \cdot 3, 4) = Q(6,4)$

Luego Como $6 \geq 4$ entonces $Q(6,4) = 2 \cdot 4 = 8$

Pregunta 5

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Determine el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $INT(\sqrt{30}) - INT(-21,45)$= 26

b) $INT(18,25) + INT(\log 5)$= 18

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Recuerde que la función $INT(x)$ convierte a x en un entero al eliminar la parte decimal, entonces:

a) $INT(\sqrt{30}) - INT(-21,45)$
=$INT(5,47) - INT(-21,45)$
=$5 - -21$
=26

b)$INT(18,25) + INT(\log 5)$
= $INT(18,25) + INT(0,69)$
=$18 + 0$
=18

Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Sean m y n números enteros no negativos y suponga que A (función de Ackermann) se define recursivamente de la siguiente manera:

$$A(m,n)=\begin{cases} n+1, \text{ si } m=0 \\ A(m-1,1), \text{ si } m\neq 0, n=0 \\ A(m-1,A(m,n-1)) \text{ si } m\neq 0, n\neq 0 \end{cases}$$

Según la información anterior, determine el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $A(1,1)$= 3

b)$A(0,15)$= 16

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

a)$A(1,1)=(0,A(1,0))$ pues $m\neq 0$, $n\neq 0$
$A(1,1)=(0,A(0,1))$ pues $n=0$ en $A(1,0)$
$A(1,1)=(0,2)$ pues $m=0$ en $A(0,1)$
$A(1,1)=3$ pues $m=0$

b) $A(0,15)=15+1=16$ pues según la definición $A(m,n)=n+1$ cuando $m=0$.

Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dadas las funciones

$m(x) = 3x$ y $n(x) = x^2 + 3.$

Determine el valor numérico de las siguientes composiciones:

a) $(m \circ n)(-2) =$ 21

b) $(n \circ m)(2) =$ 39

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Considerando la información anterior:

a) $(m \circ n)(-2) = m(n(-2))$

$n(-2) = (-2)^2 + 3 = 7$

$m(7) = 3 \cdot 7 = 21$

b) $(n \circ m)(2) = n(m(2))$

$m(2) = 3 \cdot 2 = 6$

$n(6) = (6)^2 + 3 = 39$

Pregunta 8

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 3,00

Considere la permutación β dada por

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Con base en la información anterior, determine lo que se le solicita:

a) $\beta^2(1)$ = 3 ✔ .

b) $\beta^2(3)$ = 6 ✖ .

c) $\beta^2(6)$ = 5 ✖ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. Además, no se le olvide que las respuestas se dan en forma ascendente, es decir, de menor a mayor. Si es fracción se escribe a/b por ejemplo: $\frac{a}{b}$ = a/b

a) Para hallar β^2 es necesario considerar donde se manda cada valor para β, así:

$\beta(1) = 2$ entonces $\beta^2(2) = 3$

$\beta(2) = 3$ entonces $\beta^2(3) = 6$

$\beta(3) = 6$ entonces $\beta^2(6) = 5$

$\beta(4) = 4$ entonces $\beta^2(4) = 4$

$\beta(5) = 1$ entonces $\beta^2(1) = 2$

$\beta(6) = 5$ entonces $\beta^2(5) = 1$

De esta forma se obtiene:

$$\beta^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, tenemos que $\beta^2(1)$ = 3.

b) Anteriormente se anotó que β^2 está dada por:

$$\beta^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

De esta forma, se tiene que $\beta^2(3)$ = 5.

c) Como β^2 está dada por:

$$\beta^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

De esta forma, se tiene que $\beta^2(6)$ = 1.

Pregunta 9

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, determine el valor de a y de b en el siguiente arreglo para que α corresponda a una permutación del conjunto A

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \mathbf{a} & 6 & 7 \\ 1 & 4 & \mathbf{b} & 2 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Respuesta: El valor numérico de a es 5 ✔ y el valor numérico de b es 7 ✔

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Considere que el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ por lo que en el primer reglón falta el 5 y en el segundo el 7

Por lo tanto el valor $a = 5$ y $b = 7$

Pregunta 10

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere las siguientes funciones para determinar lo que se le solicita, simplifique al máximo donde sea posible:

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+3}} - 4 \qquad h(x) = \frac{8-2x}{2} \qquad y \qquad g(x) = x^2 + 3$$

a) Determine el dominio máximo de la función $f(x)$. (1 punto)

b) Determine el criterio de la función $h^{-1}(x)$. (2 puntos)

c) Determine la expresión resultante de la composición. $(h \circ g)(x)$ (2 puntos)

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Pregunta10 JonatahanObrandoObregon.jpeg

a) En este caso considere que la restricción para la función f es que el subradical debe ser positivo, por lo que para determinar el dominio máximo de esa función se debe resolver la siguiente inecuación:

$$x + 3 > 0$$

$$x > 0 - 3$$

$$x > -3$$

Por lo tanto, el dominio máximo de la función f es $D_f =]-3, +\infty[$ (1 punto)

b) Para determinar la inversa de $h(x)$ se sigue el siguiente proceso:

$$h(x) = \frac{8-2x}{2}$$

$$y = \frac{8-2x}{2}$$

$$2y = 8 - 2x$$

$$2y - 8 = -2x \qquad \text{(1 punto)}$$

$$\frac{2y-8}{-2} = x$$

$$-y + 4 = x \qquad \text{(1 punto)}$$

Por lo tanto $h^{-1}(x) = -x + 4$

C) Sustituyendo g en h obtenemos:

$$(h \circ g)(x) = h(g(x)) = \frac{8 - 2 \cdot g(x)}{2}$$

$$= \frac{8 - 2 \cdot (x^2 + 3)}{2} \qquad \text{(1 punto)}$$

$$= \frac{8 - 2x^2 - 6}{2}$$

$$= \frac{2 - 2x^2}{2} = 1 - x^2$$

$$(h \circ f)(x) = 1 - x^2 \qquad \text{(1 punto)}$$

Comentario: