Área personal / Mis cursos / 03069 - MATEMATICA PARA COMPUTACION II - IIC2023 / Espacios Vectoriales / Cuestionario N°5

Comenzado el	domingo, 6 de agosto de 2023, 13:03
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 6 de agosto de 2023, 16:56
Tiempo empleado	3 horas 52 minutos
Puntos	18,00/27,00
Calificación	**6,67** de 10,00 (**66,67**%)

Pregunta 1

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 4,00

Sea $B=\{(1,1,1,1),(1,1,1,0),(1,1,0,0),(1,0,0,0)\}$ una base para $\mathbb{R}^4$. Dado $v=(3,2,0,6)\in\mathbb{R}^4$ su representación respecto a la base B corresponde a:

Respuesta.

La representación de v respecto a la base B corresponde a: (

3

✖ ,

-3

✖ ,

2

✔ ,

0

✖)

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Presentando a v como combinación lineal de los vectores de B se tiene que:

$$(3,2,0,6)=\alpha(1,1,1,1)+\beta(1,1,1,0)+\theta(1,1,0,0)+\varphi(1,0,0,0)$$

Generando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}\alpha+\beta+\theta+\varphi=3\\ \alpha+\beta+\theta=2\\ \alpha+\beta=0\\ \alpha=6\end{cases}$$

De donde se obtiene que

$$\alpha=6,\quad \beta=-6,\quad \theta=2,\quad \varphi=1$$

Por lo tanto, la representación de v respecto a la base B corresponde a $(6,-6,2,1)$.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Sea $B=\{(1,2,3,4),(5,-2,7,8),(8,7,6,5),(4,3,2,0)\}$ una base para $\mathbb{R}^4$. Dado $v=(51,31,43,35)\in\mathbb{R}^4$ su representación respecto a la base B corresponde a:

Respuesta.

La representación de v respecto a la base B corresponde a: (

1

✔ ,

2

✔ ,

3

✔ ,

4

✔)

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Presentando a v como combinación lineal de los vectores de B se tiene que:

$$(51,31,43,35)=\alpha(1,2,3,4)+\beta(5,-2,7,8)+\theta(8,7,6,5)+\varphi(4,3,2,0)$$

Generando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}\alpha+5\beta+8\theta+4\varphi=51\\ 2\alpha-2\beta+7\theta+3\varphi=31\\ 3\alpha+7\beta+6\theta+2\varphi=43\\ 4\alpha+8\beta+5\theta=35\end{cases}$$

De donde se obtiene que

$$\alpha=1,\quad \beta=2,\quad \theta=3,\quad \varphi=4$$

Por lo tanto, la representación de v respecto a la base B corresponde a $(1,2,3,4)$.

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dados el conjunto $B = \{(1,4,-6),(1,5,8),(2,1,1),(0,1,0)\}$ de vectores $\mathbb{R}^3$, podemos afirmar que son linealmente dependientes ✔ y que no generan ✔ a $\mathbb{R}^3$.

Como el conjunto está formado por vectores en $\mathbb{R}^3$, cualquier subconjunto linealmente independiente de este espacio vectorial de dimensión 3 debe contener como máximo 3 elementos.

Por tanto, $\{(1,4,-6),(1,5,8),(2,1,1),(0,1,0)\}$ es un conjunto linealmente dependiente de $\mathbb{R}^3$ y no puede generar dicho espacio.

Pregunta **4**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 4,00

Determine si el siguiente conjunto de vectores llamado A es linealmente independiente o dependiente.

$$A = \{(2,1,3),(5,4,1),(8,4,12)\}$$

Solución:

Se tiene que el conjunto A es linealmente independiente ✖

Solución:

Si se plantea el conjunto de vectores como una matriz y calculamos su determinante, encontramos que:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & 12 \end{vmatrix} = 0$$

Debido a que el primer reglón y el tercero son múltiplos, entonces su determinante es cero, por que el conjunto A es linealmente dependiente.

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Dados los vectores $(1,-1)$ y $(-2,1)$. Si $(-4,3)$ es combinación lineal de los vectores tales que:

$$(-4,3)=\alpha(1,-1)+\beta(-2,1)$$

Entonces:

$$\alpha =$$

-2

$$\beta =$$

1

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Presentamos la combinación lineal:

$$\alpha(1,-1)+\beta(-2,1)=(-4,3)$$

Tenemos el sistema:

$$\begin{cases} \alpha-2\beta=-4 \\ -\alpha+\beta=3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & -4 \\ -1 & 1 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2+R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow{-R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{2R_2+R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

De esto obtenemos que $\alpha=-2,\ \beta=1$

Pregunta **6**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Determine si el conjunto $H = \{m \in \mathbb{R}^2 : (x, -5x)\}$ corresponden a un subespacio vectorial de $V = \mathbb{R}^2$.

Solución:

a)Primeramente H es no vacío .

b) Sean $m_1 = (a, -5a)$ y $m_2 = (b, -5b) \in H \Rightarrow m_1 + m_2 = ($ a+b , -5a-5b $)$.

c) Con lo anterior, $m_1 + m_2$, pertenece al conjunto H.

d) Además, si $m_1 = (a, -5a) \in H \Rightarrow ($ ua , -5au
Se puntúa 1,00 sobre 1,00 $) \in H, \ u \in \mathbb{R}$.

e) Por lo tanto H, sí es un subespacio vectorial de V.

Solución:

Primero note que H no es vacío, ya que $(0, 0) \in H$

Ahora, si $m_1 = (a, -5a)$ y $m_2 = (b, -5b)$ son elementos del conjunto H entonces se tiene que $m_1 + m_2 = (a + b, -5a - 5b)$ lo cual pertenece al conjunto H, pues $-5a - 5b = -5(a + b)$ que sigue siendo menos cinco veces la primera coordenada.

Si $m_1 = (a, -5a) \in H$ entonces $(au, -5au) \in H$, para todo escalar u.

Entonces H, sí es un subespacio vectorial de V.

Pregunta **7**

Finalizado

Se puntúa 3,00 sobre 5,00

Considere el conjunto H, denotado por:

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times 2} \,|\, 2a + 3d = 0 \wedge c = b \right\}$$

Según la información anterior, demuestre que H es subespacio vectorial de $M_{2\times 2}$.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

respuesta.jpg

Sea $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in H \Rightarrow 2a + 3d = 0 \wedge b = c$ y sea $\begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix} \in H \Rightarrow 2w + 3z = 0 \wedge x = y$. (1 punto)

Veamos que la suma de vectores y la multiplicación esacalar por vector en H sean cerradas:

$\alpha \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a + w & \alpha \cdot b + x \\ \alpha \cdot c + y & \alpha \cdot d + z \end{pmatrix}$, en ese caso

$2(\alpha \cdot a + w) + 3(\alpha \cdot d + z) = 2\alpha a + 2w + 3\alpha d + 3z = \alpha(2a + 3d) + 2w + 3z = \alpha \cdot 0 + 0 = 0$. (3 puntos)

Además $\alpha \cdot b + x = \alpha \cdot c + y$.

Por lo anterior $\alpha \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix} \in H$, es decir la suma y la multiplicación escalar por vector es cerrada en H, entonces se concluye que H es subespacio vectorial de $M_{2\times 2}$. (1 punto)

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #6

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°5 ►