Comenzado el	domingo, 5 de marzo de 2023, 13:46
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 5 de marzo de 2023, 16:38
Tiempo empleado	2 horas 52 minutos
Puntos	30,00/36,00
Calificación	**8,33** de 10,00 (**83,33**%)

Pregunta **1**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Sean las matrices;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 10 & \beta \\ \beta+\alpha & 20 \end{pmatrix}$$

Tales que $5 \cdot A = B$. Según la igualdad anterior, los valores de β y α corresponden a:

- a. $\beta = 5$ y $\alpha = 10$ ✔
- b. $\beta = 10$ y $\alpha = 10$
- c. $\beta = 10$ y $\alpha = 5$
- d. $\beta = 15$ y $\alpha = 5$

Respuesta correcta

Desarrollando la igualdad que aparece en el enunciado, se tiene:

$$5 \cdot A = B \Rightarrow 5 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & \beta \\ \beta+\alpha & 20 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 15 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & \beta \\ \beta+\alpha & 20 \end{pmatrix}$$

De esta última igualdad de matrices se obtiene que:

$\beta = 5$ y $\beta+\alpha = 15 \Rightarrow 5+\alpha = 15 \Rightarrow \alpha = 10$

La respuesta correcta es: $\beta = 5$ y $\alpha = 10$

Pregunta **2**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 2,00

Una matriz escalonada por renglones corresponde a la expresión:

Seleccione una:

a. $$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b. $$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c. $$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

d. $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Respuesta incorrecta.

La definición de matriz escalonada establece que:

i) Todos las filas (si las hay) cuyos elementos son todos cero aparecen en la parte inferior de la matriz.

ii) El primer número diferente de cero aparece (comenzando por la izquierda) en cualquier fila cuyos elementos no todos son cero es 1.

iii) Si dos filas sucesivas tienen elementos distintos de cero, entonces el primer 1 en la fila de abajo está más hacia la derecha que el primer 1 en la fila de arriba.

De lo anterior, la matriz que cumple dichas condiciones corresponde a:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

La respuesta correcta es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Pregunta **3**

Correcta

Se puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, el resultado de hacer la operación $(A^t)^{-1}$ corresponde a:

a. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Respuesta correcta

Primeramente veamos que :

$$A^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora procedemos a calcular $(A^t)^{-1}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} :$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) R_1 \longrightarrow \frac{1}{2}R_1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) R_2 \longrightarrow \frac{1}{5}R_1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-2}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) R_2 \longrightarrow \frac{2}{5}R_3 + R_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

La respuesta correcta es: $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Dados los vectores, $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

El resultado del producto escalar de estos vectores corresponde a:

Seleccione una:

- a. 13
- b. -10
- c. -1 ✔
- d. 1

Respuesta correcta

Se procede a calcular el producto escalar de los dos vectores, es decir;

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot 4 = 6 - 3 - 4 = -1$$

La respuesta correcta es: -1

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente matriz P de tamaño 3×3 :

$$P = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -5 \\ 0 & 4 & -10 \\ -10 & 30 & -38 \end{pmatrix}$$

Al aplicar de forma consecutiva las siguientes dos operaciones de renglón sobre la matriz I_3:

1. $R_3 \to 2R_1 + R_3$ **2.** $R_3 \to -4R_2 + R_3$

Se puede determinar la matriz triangular superior U y escribir la misma como un producto de ***matrices elementales*** y P, es decir:

$$U = E_2 \cdot E_1 \cdot P.$$

De acuerdo con la información anterior, determine la matriz U.

Respuesta: El resultado de U corresponde a:

$$U = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -5 \\ 0 & 4 & -10 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.** Si es fracción se escribe a/b por ejemplo para $\frac{a}{b}$.

Solución:

De acuerdo con las operaciones de renglón dadas, se determinan las matrices elementales:

$$E_2 = (-4R_2 + R_3)\, I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_1 = (2R_1 + R_3)\, I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix})$$

Como se sabe que $U = E_2 \cdot E_1 \cdot P$, se realizan los productos correspondientes, como sigue:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & -7 & -5 \\ 0 & 4 & -10 \\ -10 & 30 & -38 \end{pmatrix}}_{P} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & -7 & -5 \\ 0 & 4 & -10 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}}_{U}$$

Por lo tanto la matriz triangular superior U corresponde a:

$$U = \begin{pmatrix} \boxed{5} & \boxed{-7} & \boxed{-5} \\ 0 & \boxed{4} & \boxed{-10} \\ 0 & 0 & \boxed{-8} \end{pmatrix}$$

Pregunta **6**

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 5,00

Dadas las matrices $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ y $Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-2}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{7}{5} & \frac{-7}{10} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Determine la matriz W tal que $XY + W = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ 6 & 8 & 9 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Pregunta 6 Maria Gabriela Araya Duran parte 1.jpeg

Pregunta 6 Maria Gabriela Araya Duran parte 2.jpeg

Se obtiene XY

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-2}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{7}{5} & \frac{-7}{10} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1pt.)

Así, considere $W = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

De donde:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ 6 & 8 & 9 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(2pts.)

Lo que implica:

$$1 + a = 5 \Rightarrow a = 4 \;\; b = -4 \;\; 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3$$

$$d = 6 \;\; 1 + e = 8 \Rightarrow e = 7 \;\; f = 9$$

$$g = -1 \;\; h = -1 \;\; 1 + i = -1 \Rightarrow i = -2$$

(1pt.)

Por lo tanto:

$$W = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 6 & 7 & 9 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

(1pt.)

Comentario:

Debe usar la notación adecuada para las matrices.

Pregunta **7**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere las matrices A y B, dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, determine lo que se solicita:

Respuesta:

El valor del determinante de A corresponde a

17

El valor del determinante de B corresponde a

-27

El valor de $det(A \cdot B)$ corresponde a

-459

El valor de $det(A + B)$ corresponde a

-14

Nota: Recuerde que **no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto o símbolo)** solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo **negativo o una coma para los decimales.**

Por definición de determinante para una matriz $2x2$ se tiene

$detA = 15 - -2 = 17$ y $detB = -3 - 24 = -27.$

Luego, $det(A \cdot B) = 17 \cdot -27 = -459$

Además para encontrar $det(A + B)$ se debe calcular la matriz resultante de $A + B$

$A + B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}.$

Por lo que $det(A + B) = -14$

Pregunta **8**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la siguiente situación:

Sean A y B dos matrices de tamaño 3×3, tales que $|A| = a$ y $|B| = b$, con $a,\ b \neq 0$.

Según la información anterior, con certeza, se cumple que:

Seleccione una:

- a. $\left|(B \cdot A^{-1})^T\right| = \dfrac{b}{a}$
- b. $\left|\left(A \cdot B^{-1}\right)^{-1}\right| = a \cdot b$ ✖
- c. $|A \cdot B| = a + b$
- d. $|A^{-1}| = a$

Respuesta incorrecta.

Considerando la opción $\left|(B \cdot A^{-1})^T\right|$ tenemos que:

$\left|(B \cdot A^{-1})^T\right| = \left|B \cdot A^{-1}\right|$ por propiedad de determinantes.

Además

$\left|B \cdot A^{-1}\right| = |B| \cdot \left|A^{-1}\right|$ por propiedad de determinantes.

Luego

$|B| \cdot \left|A^{-1}\right| = |B| \cdot \dfrac{1}{|A|}$ por propiedad de inversas y determinantes.

Por último

$|B| \cdot \dfrac{1}{|A|} = b \cdot \dfrac{1}{a} = \dfrac{b}{a}$

Por tanto, la expresión

$\left|(B \cdot A^{-1})^T\right| = \dfrac{b}{a}$

La respuesta correcta es: $\left|(B \cdot A^{-1})^T\right| = \dfrac{b}{a}$

Pregunta **9**

Correcta

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+4y-z=7 \\ 5x-2y+z=23 \\ -10x+5y+2z=69 \end{cases}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones dado, usando la regla de Cramer, con certeza, se puede asegurar que

- a. $\Delta_y = -784$ y $\Delta = 112$
- b. $\Delta = -112$ y $\Delta_z = -3024$ ✔
- c. $\Delta_y = 784$ y $\Delta_x = -224$
- d. $\Delta_x = -224$ y $\Delta_z = 3024$

Respuesta correcta

Solución:

Se calcula el determinante Δ, que corresponde a la matriz de los coeficientes de las variables, para posteriormente hacer la sustitución de las columnas.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 5 & -2 & 1 \\ -10 & 5 & 2 \end{vmatrix} = -112$$

Luego se calcula el valor de Δ_x:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 23 & -2 & 1 \\ 69 & 5 & 2 \end{vmatrix} = -224$$

Se calcula Δ_y

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 7 & -1 \\ 5 & 23 & 1 \\ -10 & 69 & 2 \end{vmatrix} = -784$$

Se calcula Δ_z

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 5 & -2 & 23 \\ -10 & 5 & 69 \end{vmatrix} = -3024$$

La respuesta correcta es: $\Delta = -112$ y $\Delta_z = -3024$

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Según la matriz dada, y mostrando todos los pasos necesarios, determine la matriz inversa de A usando su matriz adjunta.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Pregunta 10 Maria Gabriela Araya Duran.jpeg

Para calcular matriz inversa de A, usamos la expresión:

$$A^{-1} = \frac{1}{detA} \cdot adjA$$

Calculando la matriz B de cofactores, tenemos: (2 puntos)

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |-1| = -1$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |3| = -3$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |-2| = 2$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |4| = 4$$

Por lo que la matriz de cofactores B viene dada por:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Así, la matriz adjunta de A corresponde a:

$$adjA = B^T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$ (1 punto)

Calculando el determinante de la matriz A:

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 6 = 2$$ (1 punto)

Por lo que, la matriz inversa de A, viene dada por

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & 1 \\ \frac{-3}{2} & 2 \end{pmatrix}$$ (1 punto)

Comentario:

◄ Vídeos de tutorías: Capítulo #4

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°2 ►