Área personal / Mis cursos / 03069 - MATEMATICA PARA COMPUTACION II - IIC2023 / Sistemas de Ecuaciones Lineales / Cuestionario N°2

Comenzado el	domingo, 25 de junio de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 25 de junio de 2023, 16:30
Tiempo empleado	3 horas 30 minutos
Puntos	13,00/30,00
Calificación	**4,33** de 10,00 (**43,33**%)

Pregunta **1**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 2,00

De las siguientes afirmaciones, con certeza, la que es falsa corresponde a:

Seleccione una:

- a. Dos rectas perpendiculares se intersecan en un único punto.
- b. Un sistema de ecuaciones consistente tiene solución única.
- c. Dos rectas paralelas y distintas no tiene intersección.
- d. Un sistema de ecuaciones inconsistente está formado por rectas paralelas y distintas. ✖

Respuesta incorrecta.

La afirmación "Un sistema de ecuaciones consistente tiene solución única" es falsa, pues los sistemas pueden tener solución única o coincidir en su representación gráfica, para lo cual, tiene infinitas soluciones.

La respuesta correcta es: Un sistema de ecuaciones consistente tiene solución única.

Pregunta **2**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 2,00

Considere los siguientes sistemas de ecuación en una matriz aumentada, seleccione el sistema de ecuación lineal inconsistente.

a. $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5 & 8 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 9 & 4 & 7 \end{array}\right)$

b. $\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 3 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 7 & 2 \end{array}\right)$

c. $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 14 & 16 & 18 \end{array}\right)$ ✖

d. $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right)$

Respuesta incorrecta.

Note que el sistema tiene el reglón cuatro múltiplo del reglón 3, es decir:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5 & 8 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 9 & 4 & 7 \end{array}\right) \xrightarrow{-9R_3+R_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5 & 8 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right)$$

De esta manera, obtenemos un sistema inconsistente, pues el último reglón se obtiene que $0 = -2$, lo cual es imposible.

La respuesta correcta es: $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 5 & 8 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 9 & 4 & 7 \end{array}\right)$

Pregunta **3**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales (dos ecuaciones lineales con dos incógnitas):

$$\begin{cases} (k-3)\,x + 7y = 2 \to \text{ecuación } (1) \\ x + (2k-5)\,y = -1 \to \text{ecuación } (2) \end{cases}$$

En el mismo se cumple que la ecuación de la recta (1) y la ecuación de la recta (2) son paralelas. De acuerdo con el mismo, el valor específico del parámetro k para que el sistema no tenga solución y cumpla las condiciones dadas corresponden a:

Respuesta: Para que el sistema no tenga solución y satisfaga las condiciones dadas, se tiene que los valores aproximados (con redondeo a dos decimales) de:

$k \approx$

1/2

✖ o $k \approx$

8

✖

Nota: Para completar el espacio indicado usar la notación aproximada aplicando correctamente la regla de redondeo a dos decimales. Si requiere colocar un signo negativo utilice el símbolo "-". Utilice la coma decimal y no el punto. DEBE ESCRIBIR LAS RESPUESTAS DE FORMA ASCENDENTE (DE MENOR A MAYOR)

Solución:

Se sabe que las dos rectas son paralelas y además se requiere como consecuencia que el sistema de ecuaciones tenga solución vacía. Despejando en ambas ecuaciones la variable y para conocer explícitamente sus pendientes en términos de la constante k se tiene que:

$$\text{ecuación } (1): \ (k-3)\,x + 7y = 2 \Rightarrow 7y = -(k-3)\,x + 2 \Rightarrow y = -\frac{(k-3)}{7}x + \frac{2}{7} \to m = -\frac{(k-3)}{7}$$

$$\text{ecuación } (2): \ x + (2k-5)\,y = -1 \Rightarrow (2k-5)\,y = -x - 1 \Rightarrow y = -\frac{x}{(2k-5)} - \frac{1}{(2k-5)} \to m = -\frac{1}{(2k-5)}$$

Al igualar ambas pendientes (se conoce que son paralelas), se tiene que:

$$-\frac{(k-3)}{7} = -\frac{1}{(2k-5)} \Rightarrow (k-3)\,(2k-5) = 7 \Rightarrow 2k^2 - 5k - 6k + 15 - 7 = 0 \Rightarrow 2k^2 - 11k + 8 = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{11+\sqrt{57}}{4} \approx 4,64; \ k = \frac{11-\sqrt{57}}{4} \approx 0,86$$

Por lo tanto, el valor aproximado (regla de aproximación a dos decimales) para que k cumpla con las condiciones corresponde a

$$k \approx 0,86 \text{ o } k \approx 4,64.$$

Pregunta **4**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2y + x + 2z = 20 \\ 3x + 2y + 4z = 40 \\ 2x + 3y + z = 30 \end{cases}$$

De acuerdo con el mismo, el conjunto solución corresponde a

- A. $S = \{(3,4,5)\}$
- B. $S = \{(8,4,2)\}$
- C. $S = \{(3,4,7)\}$
- D. \(S = \left\{ {\left({11,3,5} \right)} \right\}\)

Respuesta correcta

Solución:

Al reducir por renglones mediante las operaciones elementales, conformamos primero la matriz de coeficientes y le agregamos la columna de resultados para conformar la matriz ampliada. Entonces se tiene que:

\(\begin{align}&&\left\{ {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
{x + 2y + 2z = 20} \\
{3x + 2y + 4z = 40} \\
{2x + 3y + z = 30}
\end{array}} \right.{\text{ }} \Rightarrow {\text{ }}\left({\left. {\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
1&2&2 \\
3&2&4 \\
2&3&1
\end{array}} \right|\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
{20} \\
{40} \\
{30}
\end{array}} \right){\text{ }}\overrightarrow { - 3{f_1} + {f_2}} {\text{ }}\left({\left. {\begin{array}
{rrrrrrrrrrrrrrr}
1&2&2 \\
0&{ - 4}&{ - 2} \\
2&3&1
\end{array}} \right|\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}
{20} \\
{ - 20} \\
{30}
\end{array}} \right){\text{ }}\overrightarrow { - 2{f_1} + {f_3}} {\text{ }}\left({\left. {\begin{array}
{rrrrrrrrrrrrrrr}
1&2&2 \\
0&{ - 4}&{ - 2} \\
0&{ - 1}&{ - 3}
\end{array}} \right|\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrr}

{20} \\
{ - 20} \\
{ - 10}
\end{array}} \right)\\&&\\&&\overrightarrow { - \frac{1}{4}{f_2}} {\text{ }}\left({\left. {\begin{array}
{rrrrrrrrrrrrrr}
1&2&2 \\
0&1&{\frac{1}{2}} \\
0&{ - 1}&{ - 3}
\end{array}} \right|\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrr}
{20} \\
5 \\
{ - 10}
\end{array}} \right){\text{ }}\overrightarrow {{f_2} + {f_3}} {\text{ }}\left({\left. {\begin{array}
{rrrrrrrrrrrrrr}
1&2&2 \\
0&1&{\frac{1}{2}} \\
0&0&{ - \frac{5}{2}}
\end{array}} \right|\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrr}
{20} \\
5 \\
{ - 5}
\end{array}} \right){\text{ }}\overrightarrow { - \frac{2}{5}{f_3}} {\text{ }}\left({\left. {\begin{array}
{rrrrrrrrrrrrrr}
1&2&2 \\
0&1&{\frac{1}{2}} \\
0&0&1
\end{array}} \right|\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrr}
{20} \\
5 \\
2
\end{array}} \right)\end{align}\)

Luego se tiene que:

\(\begin{align}&&z = 2;{\text{ }}y + \frac{1}{2}z = 5 \Rightarrow y = 5 - \frac{1}{2}z \Rightarrow y = 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \Rightarrow \boxed{y = 4};{\text{ }}\\&&x + 2y + 2z = 20 \Rightarrow x = 20 - 2y - 2z \Rightarrow x = 20 - 2 \cdot 4 - 2 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{x = 8}\end{align}\)

Por lo tanto el conjunto solución corresponde a**:** \(S = \left\{ {\left({8,4,2} \right)} \right\}\)

La respuesta correcta es: \(S = \left\{ {\left({8,4,2} \right)} \right\}\)

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

\(\left\{ \begin{array}{lcl} x_1+x_3 +x_2&= & 24 \\ x_2+3x_3 &=& 26 \\ -2x_3-3x_2+36&=&0 \\ \end{array} \right. \)

El conjunto solución del sistema anterior corresponde a:

Nota: "Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo."

Solución:

El conjunto solución del sistema anterior corresponde a: \((x_1,x_2,x_3)=\) (

10

✔ ,

8

✔ ,

6

✔).

Respuesta:

Se reescribe el sistema anterior:

\(\left\{ \begin{array}{lcl} x_1+ x_2+x_3&= & 24 \\ x_2+3x_3 &=& 26 \\ -3x_2-2x_3&=&-36 \\ \end{array} \right. \)

Si multiplicamos la segunda ecuación por 3 y la sumamos a la tercera se obtiene:

\(\left\{ \begin{array}{lcl} x_1+ x_2+x_3&= & 24 \\ x_2+3x_3 &=& 26 \\ 7x_3&=&42 \\ \end{array} \right. \)

De donde se obtiene que \(x_3= 6\)

Así \(x_2+3(6)=26 \rightarrow x_2=8\) y el valor de \(x_1+8+6=24 \rightarrow x_1=10\)

Entonces el conjunto solución corresponde a \((x_1,x_2,x_3)=(10,8,6)\)

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\left\{\begin{array}{l} kx+y+z=0\\ x+ky+z=0 \\ x+y+kz =0 \end{array}\right.$$

, de incógnitas x,y y z.

¿Cuál es el valor de k negativo, de manera que el sistema tenga infinitas soluciones?

De acuerdo al texto anterior se cumple con certeza que $k=$

-1

✖ .

Nota: "Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo."

Primero se puede calcular el determinante de la matriz de coeficientes:

$\left| \begin{array}{rrr}k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{array}\right|=k^3-k+2$.

Si $k^3-k+2=0$ se obtiene que $k=1 \vee k=-2$, pero sólo nos piden el valor positivo así que $k=-2$.

Pregunta **7**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Considere la matriz de coeficientes de un sistema homogéneo, con $\alpha \in \mathbb{R}$:

$\left(\begin{array}{cc} 3 & \alpha \\ \alpha-2 & 5 \end{array} \right)$

Con base a lo anterior, determine la condición sobre α para que el sistema tenga infinitas soluciones.

Solución:

El sistema tiene infinitas soluciones si $\alpha=$ -6 ✖ o $\alpha=$ 0 ✖ .

Respuesta:

Se intenta resolver el sistema con el método de Gauss-Jordan:

$\left(\begin{array}{cc} 3 & \alpha \\ \alpha-2 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{1}{3}R_1}\left(\begin{array}{cc} 1 & \frac{\alpha}{3} \\ \alpha-2 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{-(\alpha-2)R_1+R_2}\left(\begin{array}{cc} 1 & \frac{\alpha}{3} \\ 0 & -(\alpha-2)\cdot \frac{\alpha}{3}+5 \end{array} \right)$

Por lo tanto, el sistema tiene inifinitas soluciones si $-(\alpha-2)\cdot \frac{\alpha}{3}+5 = 0 \Leftrightarrow -\frac{\alpha^2}{3}+\frac{2\alpha}{3}+5=0 \Leftrightarrow \alpha=5 \vee \alpha=-3$.

Pregunta **8**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere la siguiente situación referente a dos números naturales:

El quíntuplo de, la diferencia entre dos números, equivale a 30.

La suma de estos dos números aumentada en 4 equivale a 14.

Según la información anterior, con certeza se sabe que:

a) El mayor de los números corresponde a:

8

b) El producto entre los dos números corresponde a:

16

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Según la información brindada, considere las variables \(x\) y \(y\) definidas por:

\(x:\) el mayor de los números.

\(y:\) el menor de los números.

Además, de la primera oración se obtiene la ecuación \(5(x-y) =30\), luego

de la segunda oración se obtiene la expresión \(x+y+4=14\).

De donde se obtiene el sistema de ecuaciones:

\(\left\{ \begin{array}{ccc} 5(x-y)&=&30 \\ x+y+4&=&14 \\ \end{array} \right. \)

Distribuyendo y reduciendo términos semejantes, se obtiene el sistema equivalente:

\(\left\{ \begin{array}{ccc} x-y&=&6 \\ x+y&=&10 \\ \end{array} \right. \)

Sumando ambas ecuaciones se obtiene que \(2x=16\), por lo que \(x= 8\).

Sustituyendo en la primera ecuación se obtiene que \(y=8-6\), esto es \(y=2\).

Así, el mayor de los números es 8 y el menor de los números es 2, por lo que el producto de estos corresponde a 16.

Pregunta **9**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Resuelva la siguiente situación problema

"Un bibliotecario necesita organizar 3 tipos de libros (A,B,C) en una caja para su almacenaje. El espacio requerido por cada unidad es de 30 cm^3 el tipo A, 25 cm^3 el tipo B y 20 cm^3 el tipo C. Cada tipo de libro pesa 2 lb, 1 lb, 0,5 lb respectivamente. El valor de cada tipo de libro es de 5000, 8000 y 2000 colones, respectivamente. Determine el número de libros almacenados de cada tipo, si la caja tiene un valor en libros de 383000 colones, pesa 79 lbs por los libros y completamente llena ocupó un espacio de 1990 cm^3 ".

Total de libros tipo A:

15

Total de libros tipo B:

28

Total de libros tipo C:

42

Nota: Recuerde no usar ningún otro caracter (ni espacio, punto, coma, símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario, el signo negativo.

Según el problema, se puede tomar;

\(x=\) libros tipo A; \(y=\) libros tipo B y \(z=\) libros tipo C.

Al tomar en cuenta el espacio, el peso y el valor de cada tipo de libro se puede formar el sistema de ecuaciones:

\(30x+25y+20z = 1990\)

\(2x+y+\dfrac{1}{2}z = 79\)

\(5000x+8000y+2000z = 383000\)

Con este se forma una matriz aumentada, la cual se puede resolver mediante el método de Gauss - Jordan, quedando de la siguiente manera:

\(\begin{array}{r c c c l} \left(\begin{array}{c c c | c} 30 & 25 & 20& 1990 \\ 2 & 1 & \dfrac{1}{2} & 79 \\ 5000 & 8000 & 2000 & 383000 \end{array} \right) & \begin{array}{c } R_{1}\rightarrow \dfrac{R_{1}}{30}\\ \longrightarrow \\ \end{array} & \left(\begin{array}{c c c | c} 1 & \dfrac{5}{6} & \dfrac{2}{3}& \dfrac{199}{3} \\ 2 & 1 & \dfrac{1}{2} & 79 \\ 5000 & 8000 & 2000 & 383000 \end{array} \right) &

\begin{array}{c } R_{2}\rightarrow -2 R_{1}+ R_{2}\\ \longrightarrow \\ R_{3}\rightarrow -5000R_{1}+ R_{3} \end{array}& \end{array}\)

\(\begin{array}{r c c c l} \left(\begin{array}{c c c | c} 1 & \dfrac{5}{6} & \dfrac{2}{3}& \dfrac{199}{3} \\ 0 & \dfrac{-2}{3} & \dfrac{-5}{6} & \dfrac{-161}{3} \\ 0 & \dfrac{11500}{3} & \dfrac{-4000}{3} & \dfrac{154000}{3} \end{array} \right) &
\begin{array}{c } R_{2}\rightarrow \dfrac{-3}{2}R_{2}\\ \longrightarrow \\ \end{array} &\left(\begin{array}{c c c | c} 1 & \dfrac{5}{6} & \dfrac{2}{3}& \dfrac{199}{3} \\ 0 & 1 & \dfrac{5}{4} & \dfrac{161}{2} \\ 0 & \dfrac{11500}{3} & \dfrac{-4000}{3} & \dfrac{154000}{3} \end{array} \right) &\begin{array}{c } R_{1}\rightarrow \dfrac{-5}{6} R_{2}+ R_{1}\\ \longrightarrow \\ R_{3}\rightarrow \dfrac{-11500}{3}R_{2}+ R_{3} \end{array}& \end{array}\)

\(\begin{array}{r c c c l} \left(\begin{array}{c c c | c} 1 & 0 & \dfrac{-3}{8}& \dfrac{-3}{4} \\ 0 & 1 & \dfrac{5}{4} & \dfrac{161}{2} \\ 0 & 0 & -6125 & -257250 \end{array} \right) &\begin{array}{c } R_{3}\rightarrow \dfrac{-1}{6125}R_{3}\\ \longrightarrow \\ \end{array} &\left(\begin{array}{c c c | c} 1 & 0 & \dfrac{-3}{8}& \dfrac{-3}{4} \\ 0 & 1 & \dfrac{5}{4} & \dfrac{161}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 42 \end{array} \right) &\begin{array}{c } R_{1}\rightarrow \dfrac{3}{8} R_{3}+ R_{1}\\ \longrightarrow \\ R_{2}\rightarrow \dfrac{-5}{4}R_{3}+ R_{2} \end{array}& \end{array}\)

\(\left(\begin{array}{c c c | c} 1 & 0 & 0& 15 \\ 0 & 1 & 0 & 28 \\ 0 & 0 & 1 & 42 \end{array} \right)\)

Esto significa que hay \(15\) libros tipo A, \(28\) libros tipo B y \(42\) libros tipo C.

Pregunta **10**

Finalizado

Se puntúa 1,00 sobre 5,00

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left \lbrace \begin{array}{rl} x+2y-3z&=\alpha \\ 2x+6y-11z&=\beta \\ x-2y+7z&= \theta \end{array}\right.$

Determine las condiciones sobre los parámetros reales α, β y θ para que el sistema sea consistente.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio10_KristelCastro.jpeg

Solución:

Para determinar las condiciones sobre los parámetros reales, aplicamos el método de Gauss para simplificar el sistema, de la siguiente forma:

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & \alpha \\ 2 & 6 & -11 & \beta \\ 1 & -2 & 7 & \theta \end{array}\right) \xrightarrow[R_2: R_2-2R_1]{R_3: R_3-R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & \alpha \\ 0 & 2 & -5 & -2\alpha+\beta \\ 0 & -4 & 10 & -\alpha+\theta \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{1}{2}R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & \alpha \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{-2\alpha+\beta}{2} \\ 0 & -4 & 10 & -\alpha+\theta \end{array}\right)$

$\xrightarrow{R_3: R_3-4R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & \alpha \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{-2\alpha+\beta}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -5\alpha+2\beta+\theta \end{array}\right)$

Observe que el sistema es consistente si se cumple que $-5 \alpha+2 \beta+\theta =0$ esto ocurre si y solo si $\theta=5 \alpha-2 \beta$, es decir, lo anterior es la condición sobre los parámetros reales para que el sistema sea consistente.

Comentario:

◄ Vídeos de tutorías: Capítulo #2

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°2 ►