Comenzado el	domingo, 6 de agosto de 2023, 13:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	domingo, 6 de agosto de 2023, 15:52
Tiempo empleado	2 horas 52 minutos
Puntos	19,00/27,00
Calificación	**7,04** de 10,00 (**70,37**%)

Pregunta **1**

Parcialmente correcta

Se puntúa 2,00 sobre 4,00

Determine los valores de a y b que permitan que los vectores $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 2 \\ b \\ -1 \end{pmatrix}$ no sean una base para $\mathbb{R}^3$.

Respuestas.

El valor de a corresponde a 0 ✖ .

El valor de b corresponde a 1 ✔ .

Para que un conjunto finito de vectores sea una base para un espacio vectorial V, estos vectores deben ser linealmente independientes y generar a V.

Para que sean independientes su determinante debe ser distinto de cero, por lo tanto, si se considera $a = 1$ y $b = 1$ se tiene que:

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

El determinante da como resultado 0, es decir, los vectores no son linealmente independientes y por lo tanto no forman una base.

Pregunta **2**

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere el conjunto V de vectores.

$V = \{(1,2,1),(2,1,2),(0,1,0)\}$

Según la información anterior, se puede afirmar:

Respuesta.

Se puede afirmar que el conjunto V de vectores no son una base ✔ de $\mathbb{R}^3$, ya que los vectores son linealmente dependientes ✔ , debido a que su determinante corresponde a 0 ✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo.

Para que un conjunto finito de vectores sea una base para un espacio vectorial V, estos vectores deben ser linealmente independientes y generar a V.

Para que sean independientes su determinante debe ser distinto de cero, calculando el determinante se tiene que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

El determinante da como resultado 0, es decir, los vectores no son linealmente independientes y por lo tanto no forman una base.

Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Considere la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El rango $\rho(A) =$

2

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Como la matriz A está escrita en la forma escalonada y tiene una fila de ceros, entonces el rango $\rho(A)$ de la matriz A es 2.

Pregunta **4**

Parcialmente correcta

Se puntúa 1,00 sobre 4,00

Determine el espacio generado por el conjunto de vectores: $\{(1,0,2),(1,2,1),(0,2,-1)\}$

Solución:

Sea $\begin{cases} a_1 + a_2 = & x \\ 2a_2 + 2a_3 = & y \\ 2a_1 + a_2 - a_3 = & z \end{cases}$, con $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Por lo tanto, el espacio corresponde a:

0

✖ $x+$

0

✖ $y+$

0

✖ $z =$

0

✔ .

Nota: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b, en su forma simplificada, para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Solución:

Se debe formar un sistema de ecuación con los vectores dados, descrito como: $\begin{cases} a_1 + a_2 = & x \\ 2a_2 + 2a_3 = & y \\ 2a_1 + a_2 - a_3 = & z \end{cases}$, con $x, y, z \in \mathbb{R}$. De esta manera, se forma una matriz aumentada como:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & x \\ 0 & 2 & 2 & y \\ 2 & 1 & -1 & z \end{array}\right) \xrightarrow{R_3=-2R_1+R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & x \\ 0 & 2 & 2 & y \\ 0 & -1 & -1 & -2x+z \end{array}\right) \xrightarrow{R_2=1/2R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 1 & y/2 \\ 0 & -1 & -1 & -2x+z \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{R_3=R_2+R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 1 & y/2 \\ 0 & 0 & 0 & -2x+y/2+z \end{array}\right)$$

De donde se obtiene que el sistema tiene solución si y solo si $-2x + \frac{1}{2}y + z = 0$, el cual corresponde al espacio generado por $\{(1,0,2),(1,2,1),(0,2,-1)\}$.

Pregunta **5**

Correcta

Se puntúa 3,00 sobre 3,00

Considere las siguientes matices A, B y C, definidas por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -10 & -10 \end{pmatrix}$$

Según la información anterior, la matriz C se puede escribir como $C = \alpha \cdot A + \beta \cdot B$, esto es, como una combinación lineal de las matrices A y B.

Complete la combinación lineal según corresponda:

$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -10 & -10 \end{pmatrix}$ =

2

✔ $\cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ +

-3

✔ $\cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

NOTA: Recuerde que no debe usar ningún otro carácter (ni espacio, punto, coma o símbolo) **solamente debe usar números y en caso de ser necesario el signo negativo**. En caso de usar fracciones debe escribirlas de la forma a/b para representar la fracción $\frac{a}{b}$.

Considerando la información brindada, se tiene que:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} = \alpha \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 3\alpha \\ -2\alpha & \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ 2\beta & 4\beta \end{pmatrix}$$

Igualando término a término se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \alpha & = & 2 \\ 3\alpha + \beta & = & 3 \\ -2\alpha + 2\beta & = & -10 \\ \alpha + 4\beta & = & -10 \end{cases}$$

De la primera ecuación se tiene que $\alpha = 2$, sustituyendo en la segunda ecuación (o en la tercera, o bien, en la cuarta ecuación) se tiene que $\beta = -3$.

Así, los valores de los parámetros son $\alpha = 2$ y $\beta = -3$.

Por tanto, se escribe $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Pregunta **6**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 3,00

Dado el siguiente conjunto formado por vectores de $\mathbb{R}^n$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} : x_j \in \mathbb{R} - \{2\}\,,\ \text{para } j = 1, 2, \ldots, n \right\}$$

Analice las siguientes proposiciones:

I) V es un espacio vectorial

II) V posee la cerradura bajo la suma

¿Cual de ellas es verdadera?

- a. Ninguna
- b. Ambas ✖
- c. Solo la I)
- d. Solo la II)

Respuesta incorrecta.

Por contraejemplo basta tomar :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in V$$

Así:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ \vdots \\ 2 \end{pmatrix} \notin V$$

Lo cual es un vector que no está en V pues los $x_j \in \mathbb{R} - \{2\}$, de esta forma no es cerrado con la suma y no es un espacio vectorial.

La respuesta correcta es: Ninguna

Pregunta 7

Finalizado

Se puntúa 5,00 sobre 5,00

Considere los siguientes polinomios:

$$Q(x) = x^2 - x$$
$$R(x) = x - 1$$
$$S(x) = x^2 - 1$$

Según la información anterior, determine si el polinomio $P(x) = x^2 + x + 1$ es una una combinación lineal de los polinomios dados.

Nota: Recuerde que debe subir una fotografía del procedimiento de respuesta de este ítem. El mismo debe desarrollarlo a mano (no digital) y deberá agregar su nombre, número de cédula y firmar al final del ejercicio si esto no se presenta la respuesta no será calificada.

Ejercicio7-YasherJerezRivera.jpg

Si $P(x)$ fuese una combinación lineal de los polinomios Q, R y S, deben existir constantes reales a, b y c, tales que, se cumple:

$P(x) = a \cdot Q(x) + b \cdot R(x) + c \cdot S(x)$, esto es:

$x^2 + x + 1 = a \cdot (x^2 - x) + b \cdot (x - 1) + c \cdot (x^2 - 1)$ (1 punto)

Distribuyendo se obtiene

$x^2 + x + 1 = ax^2 - ax + bx - b + cx^2 - c$

Sumando términos semejantes

$x^2 + x + 1 = (a + c)x^2 + (-a + b)x - b - c$ (1 punto)

Igualando los términos, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a + c & = & 1 \\ -a + b & = & 1 \\ -b - c & = & 1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones usando Gauss-Jordan:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \to F_1 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$ (1 punto)

$$\xrightarrow{F_3 \to F_2 + F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$$ (1 punto)

De donde se obtiene que $0 = 3$ es una igualdad falsa.

Por tanto, el polinomio $P(x)$ NO es una combinación lineal de los polinomios $Q(x)$, $R(x)$ y $S(x)$. (1 punto)

Comentario:

◄ Vídeos tutorías: Capitulo #6

Ir a...

Equipo Base Cuestionario N°5 ►