

DM Les transistors d'Ornicar

Rapport

Question

Que peut-on dire d'un ensemble de transistors dont la dispersion vaut zéro ?

Rappel :

On définit la dispersion d'un ensemble de transistors T_1, \dots, T_n , où T_i a un h_{fe} égal à h_i , et un v_{be} égal à v_i , par la formule suivante :

```
D({T1, . . . , Tn}) = max( dh/MAXHFE , dv/MAXVBE)\newline
où \; \; dh = max (hi)_i - min (hi)_i \; et \; dv = max (vi)_i - min (vi)_i.
```

Conclusion :

Pour que la dispersion de l'ensemble soit de 0 il faut que dh et dv soient nuls, pour cela il faut que la valeur maximale et minimum des transistors soit égal, ce qui implique que tous les transistors ont les mêmes valeurs (ou qu'il n'y a qu'un transistor dans l'ensemble).

Exemple :

TRANS	h_{fe}	v_{be}
T1	100	0.5
T2	100	0.5
T3	100	0.5

Question 1

Choix des paramètres

Pour déterminer les paramètres nous devons définir les données qui sont connues au début du programme.

Pour le choix des paramètres nous avons `MAXHFE` et `MAXVBE` qui représente la valeur maximum qu' h_{fe} et v_{be} peut avoir.

La liste des transistors est représentée par un ensemble de transistors.

Chaque caractéristique d'un transistor est représenté par un paramètre indicé par cet ensemble, nous avons donc trois paramètres supplémentaires :

```
param hfe {TRANS};
param vbe {TRANS};
param type {TRANS} symbolic;
```

le paramètre `type` n'étant pas un entier il est désigné comme un symbole.

Choix des variables

Définissons maintenant les variables. Comme leur nom l'indique, ces données peuvent varier et ne sont pas connues au début du programme.

Il faut représenter la valeur minimum et maximum de h_{fe} et v_{be} de l'ensemble des transistors.

Nous aurons donc quatre variables :

- `max_hfe`, `min_hfe`, `max_vbe` et `min_vbe`

Nous verrons comment les calculer dans la prochaine section (contrainte).

Pour calculer dh et dv nous aurons besoin de deux variables supplémentaires :

- `dh = max_hfe - min_hfe`
- `dv = max_vbe - min_vbe`

Choix des contraintes et résolution du problème

Revenons à nos variables `max_hfe`, `min_hfe`, `max_vbe`, `min_vbe`.

Un des moyens de les calculer et d'utiliser directement la fonction `max` et `min` disponibles avec AMPL, mais ce faisant nous aurions à un moment des problèmes de linéarité des contraintes. Il faut donc trouver une autre solution permettant de calculer ces valeurs tout en ayant des contraintes linéaires :

la solution que nous avons opté est d'assigner une contrainte à ces valeurs, AMPL se chargera donc de trouver le maximum en respectant la contrainte.

Exemple :

Pour le maximum, on sait que `max_hfe` doit être supérieur ou égal à toutes les valeurs de `hfe` dans l'ensemble.

il faut alors le préciser dans AMPL dans une contrainte que nous nommons `contrainte_max_vbe` :

```
subject to contrainte_max_vbe {val in TRANS} :  
    max_vbe >= vbe[val];
```

il suffit donc de faire la meme chose pour `max_hfe`. Concernant `min_hfe` et `min_vbe` il ne faut pas oublier d'inverser l'inégalité car on cherche cette fois-ci le minimum.

```
subject to contrainte_max_vbe {val in TRANS} :  
    min_vbe <= vbe[val];
```

Pour la dispersion maximum nous allons avoir besoin de deux contraintes et d'une variable `dispersion_max`. Nous allons dire à AMPL comment calculer la dispersion pour `hfe` et `vbe` en indiquant que `dispersion_max` doit être supérieur ou égal a ces deux valeurs. `dispersion_max` sera donc assignée à deux contraintes et le solveur devra les respecter toutes les deux.

```
subject to contrainte_dispersion_max_hfe {val in TRANS} :  
    dispersion_max >= dh/MAXHFE;  
  
subject to contrainte_dispersion_max_vbe {val in TRANS} :  
    dispersion_max >= dv/MAXVBE;
```

Nous venons d'avoir une borne minimum pour la résolution du problème mais rien n'oblige AMPL de donner une valeur très grande qui n'est pas égale à nos deux dispersions.

Par exemple si la dispersion de `hfe` est de 0.5 et `vbe` et de 0.6, `dispersion_max` Pourrait avoir une valeur de 1 et il respecterait tout de même les contraintes. Pour pallier à cela nous devons minimiser la valeur de `dispersion_max` pour qu'elle soit la plus petite possible tout en respectant les différentes contraintes.

```
minimize dispersion: dispersion_max;
```

Résultat et conclusion

Après chargement du modèle, nous lançons le solveur Minos et nous obtenons le résultat suivant :

```
ampl: model annexe/exo1.ampl  
MINOS 5.51: optimal solution found.  
3 iterations, objective 0.6519189267  
Adding meminc=0.0998 to $minos_options might save time.  
dispersion = 0.651919
```

La dispersion de l'ensemble des transistors est `0.651919` ce qui est un peu élevé. Nous verrons dans la prochaine question comment le réduire. Elle correspond donc à la dispersion des gains `hfe`.

Question 2

Choix des paramètres et des variables

Pour cette question nous nous sommes inspirée de l'annexe A. Dans l'annexe des étudiants pouvaient être affectés dans des créneaux avec une variable `est_affecte`. Cette problématique a beaucoup de points communs avec notre problème.

Pour exclure certains transistors nous avons choisi de créer une nouvelle variable `transistor_est_pris` cette variable sera indicée par les transistors et aura donc deux valeurs possibles :

- 1 si le transistor n'est pas exclu
- 0 s'il est exclu

Nous aurons aussi besoin d'un paramètre `E` indiquant le nombre de transistors à exclure.

Choix des contraintes et résolution du problème

Nous pouvons extraire deux contraintes de cette question.

Une permettant d'exclure `E` transistors au maximum et une autre permettant d'exclure les transistors.

Pour exclure les transistors nous utilisons donc la valeur de `transistor_est_pris`.

```

- Pour la recherche de `hfe_max` (et `vbe_max`) nous allons modifier la contrainte et ajouter seulement la multiplication de cette \
...
subject to contrainte_max_hfe {val in TRANS} :
max_hfe >= transistor_est_pris[val] * hfe[val];
...

```

Si transistor est pris vaut 1 cela ne change pas le calcul ($1 * x = x$). S'il n'est pas pris transistor est pris vaut 0 et le résultat sera de 0, la contrainte sera donc respectée de base qu'importe la valeur de `hfe[val]` et le maximum ne changera pas.

- Pour la recherche de `min_hfe` (et `vbe_min`) c'est un peu plus compliqué, multiplié la valeur de `hfe[val]` par `transistor_est_pris` ne suffit pas, en effet si cette valeur vaut 1 le résultat sera toujours bon, le problème vient dans le cas où `transistor_est_pris` vaut 0, dans ce cas là le résultat sera de 0 et `min_hfe` sera donc contraint de positionner sa valeur à 0 sachant que le transistor est exclu, il faut donc trouver un moyen de ne pas impacter la contrainte dans le cas où le transistor n'est pas pris. Nous allons donc un peu modifier le calcul voici la nouvelle contrainte :

```

subject to contrainte_min_hfe {val in TRANS} :
min_hfe <= transistor[val] * hfe[val] + (1 - transistor[val]) * MAXHFE;

```

Avec ce nouveau calcul, l'expression de droite sera égale à `MAXHFE` dans le cas où le transistor est exclu, le minimum d'hfe ne changera pas.

Il nous reste maintenant à trouver une contrainte permettant de n'exclure que `E` transistor, une idée pour cela est de faire la somme de $(1 - \text{la valeur transistor_est_pris})$ de chaque transistor

```

subject to contrainte_nb_max_exclusion:
sum {val in TRANS} (1 - transistor_est_pris[val]) <= E;

```

Pour cet exercice on pouvait aussi inverser la valeur de `transistor_est_pris` et avoir une variable qui s'appellera `transistor_est_exclu` à la place, les calculs seraient donc un peu différents mais le programme serait globalement le même. Nous avons choisi d'avoir une variable `transistor_est_pris` car cela était plus naturel pour nous.

Résultat et conclusion

Avant d'obtenir le résultat nous avons changé le solveur pour Gurobi et nous avons obtenu les valeurs suivantes :

```

ampl: model annexe/exo2.ampl
Gurobi 9.1.2: optimal solution; objective 0.5666726417
86 simplex iterations
1 branch-and-cut nodes
plus 5 simplex iterations for intbasis
dispersion = 0.566673

transistor [*] :=
  T1 1   T13 1   T17 1   T20 1   T24 1   T28 1   T31 0   T6 1
T10 1   T14 1   T18 1   T21 1   T25 1   T29 1   T32 1   T7 1
T11 0   T15 1   T19 1   T22 1   T26 1   T3 1    T4 1    T8 1
T12 1   T16 0   T2 1    T23 1   T27 1   T30 0   T5 1    T9 1
;

```

On a obtenu la dispersion (`0.5666726417`) ce qui est inférieur à la première question avec une différence de `0.085246285` Les transistors qui ont été exclus sont `T11`, `T16`, `T30`, `T31`.

T	HFE	VBE
T11	473.747183	0.620745
T16	477.658861	0.673297
T30	480.551455	0.530568
T31	446.039682	0.584432

On constate que les transistors avec les valeurs les plus extrêmes (ici en HFE) ont été exclus. Cela est logique car pour obtenir la dispersion on soustrait la valeur maximale et minimale qu'on divise par un paramètre. Donc pour minimiser la valeur de la dispersion Gurobi va exclure les valeurs les plus extrêmes, ici les valeurs maximales sont les valeurs les plus éloignées des autres valeurs, ce sont donc ces transistors qui vont être exclus.

dans le cas où il existe plusieurs valeurs différentes, la dispersion obtenue ne peut être que plus grande qu'à la question précédente car en éliminant certains transistors on ne peut que diminuer la distance entre ces derniers.

Question 3

Pour cette question il va falloir trouver un critère permettant de séparer les transistors en plusieurs paquets voici les différentes solutions que nous avons trouvées :

V1) - première version, on pourrait trier en fonction du type de transistor, PNP ou NPN, le problème est qu'il n'y a que deux types de transistors pour 3 paquets, et en fonctionnant comme cela on pourrait avoir des paquets inégalement repartis et avoir une grande dispersion sur un paquet et une petite sur un autre, cette méthode a donc beaucoup trop d'inconvénient.

V2) - Pour minimiser les paquets on pourrait ensuite se concentrer que sur hfe ou que sur vbe, en triant les valeurs et en prenant la valeur la plus haute et la valeur la plus basse pour le premier paquet, puis la 2e valeur la plus haute et la deuxième la plus basse sur un autre, cette manière de faire simplifie le problème et permet d'avoir des paquets de même longueurs.

V3) - Une dernière solution est de minimiser la somme de la dispersion de chaque paquet et de regarder pour chaque paquet la dispersion sur VBE et HFE, pour regrouper les paquets nous allons séparer les transistors en trois groupes avec pour le premier groupe les X plus petites valeurs, pour le second les Y valeurs intermédiaires et pour le dernier groupe les Z transistor avec les valeurs les plus élevées, en faisant comme cela nous réduisons énormément la distance entre la valeur maximale et minimale de la dispersion de chaque paquet tout en ayant des paquets assez équivalents en dispersion, nous allons donc utiliser cette version.

Question 4

Choix des paramètres et des variables

Pour diviser les transistors par groupes, nous avons donc besoin d'un paramètre `P` qui représentera le nombre de paquets. Nous avons aussi besoin d'un ensemble de paquets que nous nommons `GROUP`, finalement nous aurons besoin du nombre total de transistor, pour indiquer combien de transistor doit-il y avoir par paquets (nous verrons cela plus précisément dans la prochaine section).

Les valeurs maximales et minimales des transistors seront maintenant indicées par le groupe exemple :

```
var max_hfe {g in GROUP} .
```

Nous avons choisi de changer la variable dispersion pour avoir une dispersion par groupe, cela permettra d'afficher la dispersion par groupe.

Le point de plus important est la façon de pouvoir représenter des paquets dans un groupe. Notre solution a été d'avoir une valeur binaire, `gtransistor` indicé par un transistor et un groupe

- si `gtransistor = 1`, le transistor est dans le groupe.
- si `gtransistor = 0`, le transistor n'est pas dans le groupe.

Choix des contraintes et résolution du problème

Nous avons pensé à trois grandes contraintes pour pouvoir résoudre il faudrait :

- Calculer le `max_hfe/vbe` et `min_hfe/vbe` en prenant en compte le groupe dans lequel est le transistor.
- Fixer un transistor dans un groupe pour qu'il soit dans un et un seul groupe de transistor.
- Fixer un transistor dans un groupe pour qu'il soit dans un et un seul groupe de transistor.

Modélisation :

Dans le même état d'esprit que `est_exclu` une expression permet de séparer les transistors dans des groupes en multipliant la valeur du transistor(hfe / vbe) par `gtransistor`.

```
subject to contrainte_max_hfe {g in GROUP, val in TRANS} :  
    max_hfe [g] >= gtransistor[g,val] * hfe[val];
```

Pour récupérer le minimum on fait attention à la valeur que doit prendre le transistor quand il n'est pas dans le groupe :

```
subject to contrainte_max_vbe {g in GROUP, val in TRANS} :  
    max_vbe [g] >= gtransistor[g,val] * vbe[val];
```

Pour fixer un transistor dans un groupe, il faut vérifier que la somme `gtransistor[g,val]` pour chaque groupe soit égal à 1.

Il existe différents moyens de vérifier que les groupes ont un nombre de transistors égale. Par exemple en contraignant le nombre de transistors d'un paquet à être plus petit que le cardinal de l'ensemble des paquets par le nombre de paquets + 1.

Résultat et conclusion

à partir des données ci-dessous, nous pouvons voir que le deuxième groupe a la dispersion la plus faible et le troisième à la plus grande dispersion, bien que ce dernier à une dispersion un peu différente la dispersion reste globalement la même avec comme avantage d'avoir une dispersion basse.

```

ampl: model annexe/exo4.ampl
Gurobi 9.1.2: optimal solution; objective 0.5818244
3678 simplex iterations
47 branch-and-cut nodes
plus 15 simplex iterations for intbasis
:   max_hfe   max_vbe   min_hfe   min_vbe   dispersion   :=
1   480.551   0.678436   380.632   0.511903   0.166533
2   188.987   0.627137    89.4001   0.505002   0.165978
3   369.713   0.699465   220.125   0.505002   0.249314
;

gtransistor [*,*] (tr)
:   1   2   3   :=
T1    0   0   1
T10   0   1   0
T11   1   0   0
T12   1   0   0
T13   0   1   0
T14   0   0   1
T15   1   0   0
T16   1   0   0
T17   0   1   0
T18   0   1   0
T19   1   0   0
T2    0   1   0
T20   0   0   1
T21   0   1   0
T22   1   0   0
T23   0   1   0
T24   0   0   1
T25   0   1   0
T26   0   1   0
T27   1   0   0
T28   0   0   1
T29   0   0   1
T3    1   0   0
T30   1   0   0
T31   1   0   0
T32   0   0   1
T4    0   0   1
T5    0   1   0
T6    0   0   1
T7    0   1   0
T8    1   0   0
T9    0   0   1;

```

Cette solution permet donc de réduire la dispersion totale, qui passe à 0.5818244 sans pour autant exclure un certain nombre de transistors.

Question 5
