



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

## Simulace Barev Oblohy Rozptyl světla na částicích prostředí - Rayleigh, Mie

Fyzikální optika – Semestrální projekt

Autor: Martin Smutný, xsmutn13@stud.fit.vutbr.cz  
Datum: 13. dubna 2021

## Abstrakt

Cílem semestrálního projektu bylo zpracovat zvolené téma a vytvořit vhodnou aplikaci pro vizualizaci jevu *rozptylu světla na částicích prostředí*, konkrétně *Rayleighova* a *Mieova rozptylu*. Jako vhodné téma pro předvedení tohoto jevu bylo zvoleno téma počítačové grafiky zabývající se simulací barev oblohy, tj. *atmosferický rozptyl* (*atmospheric scattering*). Pro účely vizualizace byl navrhnut na základě těchto druhů rozptylů atmosferický model, pro zobrazení barev oblohy za pomoci technik počítačové grafiky, konkrétně za použití techniky *ray casting*. Teoretické pozadí Rayleighova a Mieova rozptylu bylo nastudováno, a poté byly odvozeny zobrazovací rovnice pro vykreslení barev oblohy, tj. šíření světla v *opticky aktivním médiu*. Daný atmosferický model byl následně implementován a bylo dosaženo real-time simulace pomocí OpenGL API na moderním hardware.

## Klíčová slova

Fyzikální optika, Rayleighův rozptyl, Mieův rozptyl, počítačová grafika, atmosferický rozptyl, barvy oblohy, ray casting, opticky aktivní médium, integrál pro zobrazování objemů, OpenGL

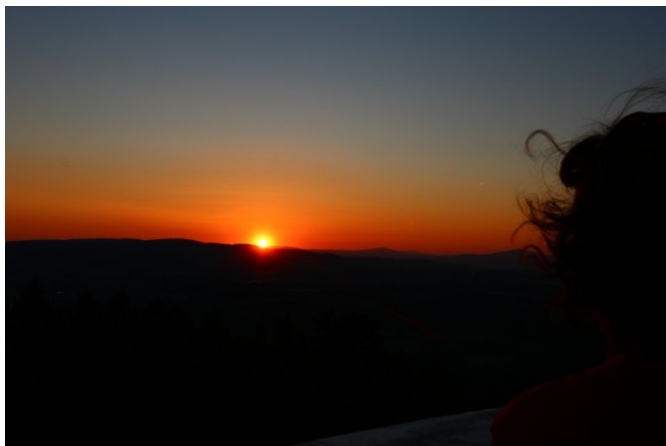
# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Atmosferický model</b>	<b>4</b>
2.1	Opticky aktivní prostředí . . . . .	4
2.2	Rayleighův rozptyl . . . . .	5
2.3	Mieův rozptyl . . . . .	6
2.4	Výpočet barvy oblohy . . . . .	7
2.4.1	Průhlednost média . . . . .	7
2.4.2	Sluneční záření . . . . .	8
2.4.3	Barva oblohy . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Řešení</b>	<b>9</b>
3.1	Známé způsoby řešení . . . . .	9
3.2	Přeložení a spuštění aplikace . . . . .	9
3.2.1	Minimální systémové požadavky . . . . .	9
3.2.2	Zdrojové soubory . . . . .	9
3.2.3	Použité knihovny . . . . .	10
3.2.4	Kompilace a spuštění . . . . .	10
3.3	Ovládání aplikace a výstup . . . . .	10
	<b>Seznam použité literatury</b>	<b>13</b>
	<b>Seznam symbolů, veličin a zkratk</b>	<b>14</b>

# 1 Úvod

Již od pradávna byli lidé fascinováni barvou oblohy, a pokládali si otázky jako, proč je barva oblohy načervenalá, když je slunce nízko nad obzorem, nebo proč je barva oblohy modrá během dne.

V prvních snahách o vysvětlení tohoto fenoménu bylo uvažováno, že molekuly plynů nacházející se ve vzduchu mají modrou barvu. Okolní krajina by ale vypadala poněkud jinak, jelikož při pohledu do větší vzdálenosti bychom se dívali přes silnější vrstvu vzduchu, a tím by došlo k namodralému zbarvení vzdálenějších předmětů. Další teorií bylo, že modrá barva vzniká smícháním černé barvy oblohy v noci s bílou barvou slunečních paprsků. Tato teorie byla vyvrácena *Isaacem Newtonem* (1643 – 1727), který naopak předpokládal, že modrá barva oblohy vzniká stejně jako modrá část duhy, tedy lomem světla na dešťových kapkách.



(a) Západ slunce, rozptyl světla na částicích atmosféry [4]



(b) Rozptyl světla na částicích prachu [2]

Další teorii podal až 200 let po Newtonovi *Lord Rayleigh* (vlastním jménem *John William Strutt*) (1842 – 1919), který se zabýval výzkumem světla. Při provádění pokusů v temné laboratoři si všimnul, že paprskům světla se dostávala do cesty prachová zrnka, která byla těmito paprsky osvětlena (viz obrázek 1b). Proto roku 1871 vysvětlil, že drobná prachová zrnka, která mají velikost menší než vlnová délka světla, mají kvůli rozptylu dopad na zbarvení oblohy.

Po nějaké době ale došlo k nalezení trhliny v této teorii. Pokud bychom uvažovali, že modré zbarvení oblohy způsobují zrnka prachu, musela by potom obloha ve městech kde je prachu více, být modřejší než obloha v horách. Nicméně Rayleigh ověřil své rovnice jako správné. Proto uvažoval, že čím je vzduch čistší, tím je barva oblohy modřejší, a dospěl k závěru, že k rozptylu tedy musí docházet na molekulách vzduchu.

Již se zdálo, že tato poslední teorie vysvětluje v plné míře zbarvení oblohy, ale roku 1907 se znovu objevily pochybnosti. Až Ruský fyzik *Leonid Mandelštam* dořešil tuto otázku, tím že poukázal na vznik větších či menších shluků molekul vzduchu, které způsobují modrou barvu oblohy. Tyto shluky vznikají vzájemnými srážkami a těsným přiblížením částic při náhodném pohybu plynů, který se obecně děje o relativně vysokých rychlostech závislých na teplotě (např. molekula kyslíku  $O_2$  se při teplotě  $T = 273\text{ K}$  pohybuje střední rychlostí cca  $650\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). Byť byla tato otázka dořešena Leonidem Mandelštamem, tak se rozptyl nazývá po Rayleighovi, jelikož přispěl k této teorii nejvýznamnější měrou. Nedlouho poté roku 1908 uveřejnil také *Gustav Mie* svou teorii rozptylu světla, která navíc zobecňuje Rayleighovu teorii [6].

Cílem tohoto projektu je tedy vytvoření řešení pro vizualizaci rozptylu světla na částicích prostředí, konkrétně atmosféry pomocí Rayleighova a Mieova rozptylu. Za tímto účelem byl vytvořen atmosferický model (viz Sekce 2) pro pokud možno real-time simulaci atmosféry, barev oblohy za pomoci technik počítačové grafiky. Výsledné řešení je předvedeno v Sekci 3.

## 2 Atmosferický model

Pro simulaci atmosféry je nejprve nutné si definovat atmosferický model, reprezentující vlastnosti atmosféry a následně porozumět šíření světla prostředím. Chováním světla, které se šíří tzv. *opticky aktivním médiem*, či jednoduše objemem obsahující nějaké částice, se zabývá odvětví počítačové grafiky *Realistické zobrazování*, neboli *Physically-based Rendering*. Na simulaci šíření světla v takových prostředí bude tedy nahlíženo z pohledu tohoto odvětví.

Atmosféra je vrstva plynu obklopující planetu (sféru, kouli), která je "zachycena" působením gravitačního pole planety. Atmosféra je definována svou tloušťkou a složením. Atmosféra planety Země je tlustá přibližně 100 km (končí *Kármánovou hranicí* [16]) a je složena z plynů: dusík (78 %), kyslík (1 %), vodní páry a ostatních jako argon (objeven Rayleighem), oxid uhličitý, vodík, helium, ozon, atd [15].

Při šíření světla určitým směrem nějakým opticky aktivním médiem (např. atmosférou), dochází ke kolizi fotonů a jiných částic (ideálně sférických) a tím k vychýlení či rozptýlení fotonů do dalších směrů. Tento jev se nazývá *rozptyl* (*scattering*) na částicích prostředí. Frekvence s jakou dochází k rozptylu světla záleží jak na vlastnostech částic (hlavně jejich velikosti), tak i na jejich hustotě v daném objemu, skrze který se světlo šíří. Pro účel tohoto projektu uvažujeme takovou velikost a hustotu molekul (respektive z toho plynoucí vlastnosti o rozptylu na nich), jakou mají molekuly atmosféry Země.

Hustota částic v atmosféře klesá s její výškou. Tedy, ve výšce hladiny moře je obsaženo více molekul na metr krychlový vzduchu, než např. ve výšce 2 km nad mořem. Množství rozptylu je tedy dáno šířením světla skrze vrstvy atmosféry, počínaje od vyšších až po povrch (tedy pozorovatele). Uvažujeme, že hustota atmosféry klesá exponenciálně s výškou, vyjádřeno pomocí rovnice:

$$density(h) = density(0)e^{-\frac{h}{H}} \quad (1)$$

, kde  $density(0)$  je hustota vzduchu ve výšce hladiny moře,  $h$  je výška (nadmořská výška) měřené hustoty, a  $H$  je tzv. *výška stupnice* (pozn. volný překlad *Scale height*), jedná se o nadmořskou výšku, při které dochází k exponenciálnímu úbytku hustoty v atmosféře.

Atmosféra je složena z malých částic (*částice vzduchu*), které se mísí v nižších nadmořských výškách s tzv. *aerosoly*, což jsou větší částice např. prachu či písku vyneseny do vzduchu atmosferickými větry. Přítomnost těchto částic má na vzhled atmosféry odlišný dopad než je tomu u částic vzduchu. Dochází tedy k odlišnému chování rozptylu světla než je tomu u částic vzduchu [11].

Pro účely tohoto projektu použijeme k simulaci rozptylu světla na částicích vzduchu *Rayleighova rozptylu* (*Rayleigh scattering*), a k simulaci rozptylu na aerosolech použijeme *Mieova rozptylu* (*Mie scattering*). Důvody použití a tyto druhy rozptylů jsou popsány dále v Sekcích 2.2 a 2.3. Dále pro účely zjednodušení se předpokládá, že hlavním zdrojem osvětlení oblohy je slunce. Přičemž uvažujeme, že je posazeno tak daleko od atmosféry, že paprsky dopadající na atmosféru jsou vzájemně *rovnoběžné*, jediná se tedy o rovinné vlnění.

Pro pochopení použitých rovnic těchto druhů rozptylů se předpokládá znalost realistické počítačové grafiky, konkrétně *šíření světla v opticky aktivních prostředích*. Pojmy ohledně opticky aktivních prostředí z pohledu počítačové grafiky pro tento projekt jsou shrnuty v Sekci 2.1.

### 2.1 Opticky aktivní prostředí

Opticky aktivní prostředí (*participating media*) je takový prostor, ve kterém je přítomné nějaké médium, které se aktivně účastní transportu světla. Trajektorie šíření světla je v tomto prostředí aktivně ovlivňována.

Úlohou je zobrazit objemová data, která jsou např. reprezentována skalární funkcí  $f(X)$  reprezentující hustotu v bodě  $X[x, y, z]$ . Tato funkce může být spojitá, či diskrétní s lineární aproximací hodnot mezi vzorky. Při výpočtu osvětlení může být objem reprezentován pomocí voxelů nebo oblakem částic (*particles*). Osvětlovací model, tj. způsob výpočtu barvy pixelu na obrazovce pro daný směr paprsku a danou cestu objemem, kombinuje:

- příspěvky světla, které prošlo celým objemem a bylo jím utlumené – *absorption*,
- příspěvky vyzařené ve směru k pozorovateli každým mikroobjemem – *emission*,
- příspěvky rozptýlené zrcadlovým odrazem a difúzí do směru k pozorovateli každým mikroobjemem – *scattering*.

Vyzářené a rozptýlené příspěvky světla se cestou k pozorovateli tlumí stejně jako světlo z pozadí průchodem ostatními mikroobjekty. Navíc v *úplném osvětlovacím modelu* dochází k výpočítání zastínění světelných paprsků (od světelných zdrojů) jinými částmi objemu (stíny), a k přidání příspěvků vzájemných odrazů mezi mikroobjekty tzv. *multiple scattering*.

Objemové algoritmy zobrazující takové objemy jsou založeny na myšlence, šíření světla neviditelným prostorem částic, kde intenzita oblasti je dána integrací jejich příspěvků. Model může předpokládat určitou hustotu částic v objemu a definuje se osvětlovací model, který závisí na vzdálenosti, kterou v prostředí paprsek urazil, a na úhlu, pod kterým dopadá světlo od světelného zdroje.

V tomto projektu je použita aproximace objemového osvětlovacího modelu bez vícenásobných odrazů (tzv. *single scattering*) a bez vržených stínů. Předpokladem je, že částice v objemu o dané hustotě, mají malou odrazivost, a proto jen rozptylují a tlumí světlo, které jimi prochází k pozorovateli. Tento typ algoritmů se nazývá *vrháním paprsků* (*ray casting*), protože nedochází k vzájemným odrazům a je sledován pro každý pixel pouze jeden (*primární*) paprsek procházející okem pozorovatele. Paprsek prochází objemem, je jím utlumován a ztrácí tak svou energii. V každém bodě objemu současně přebírá energii, která přichází ze světelných zdrojů do daného místa a je opticky aktivním prostředím rozptýlena do směru pozorovatele. Výsledná intenzita se získá integrací těchto příspěvků podél dráhy paprsku [18].

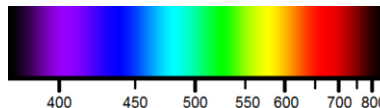
Při výpočtu výsledné intenzity se používá tzv. *fázové funkce*  $p$  (*phase function*), která popisuje množství světla rozptýleno v určitém směru, když narazí do částic objemu [11].

## 2.2 Rayleighův rozptyl

Jev, při kterém dochází k rozptylu světla na částicích vzduchu. Rayleighův rozptyl je omezen dvěma podmínkami:

1. musí být splněno:  $2\pi \cdot r/\lambda \ll 1$ , kde  $r$  je poloměr rozptylující částice, a  $\lambda$  je vlnová délka,
2. rozptylující částice musí být elektricky nevodivé [6].

Z omezení plyne, že tento jev je pozorovatelný pouze u částic, které jsou mnohem menší než je vlnová délka viditelného světla (částice by měla být minimálně o velikosti jedné desetin vlnové délky rozptýleného světla). Tímto vzniká silná závislost rozptylu na vlnové délce světla. Konkrétně pro viditelné světlo, dochází k většímu rozptylu na částicích vzduchu pro modrou složku světla než pro zelenou či červenou složku. Vlnové délky viditelného světla jsou udávány v rozsahu od 380 nm do 780 nm, přičemž hodnoty 440 nm, 550 nm a 680 nm, jsou v pořadí považovány za modré, zelené a červené světlo.



Obrázek 3: Viditelné spektrum, vlnová délka v nanometrech [17]

Rayleighova rovnice rozptylu udává koeficient rozptylu objemu, pro který je nám známá hustota částic (molekul vzduchu):

$$\beta_R^s(h, \lambda) = \frac{8\pi^3(n^2 - 1)^2}{3N\lambda^4} e^{-\frac{h}{H_R}} \quad (2)$$

, kde  $\beta^s$  (s pro scattering) označuje koeficienty rozptylu,  $\beta_R^s$  označuje potom koeficient Rayleighova rozptylu (R pro Rayleigh) pro určitou nadmořskou výšku  $h$ , a vlnovou délku  $\lambda$ .  $N$  je hustota částic ve výšce hladiny moře,  $n$  je index lomu vzduchu a  $H_R$  označuje výšku stupnice.

Z rovnice plyne, že světlo s kratší vlnovou délkou (např. modré světlo) má vyšší hodnotu koeficientu rozptylu, než světlo s delší vlnovou délkou (např. červené světlo). To také vysvětluje proč se obloha během dne jeví jako modrá a při východu (západu) slunce se jeví oranžová. Když je slunce posazeno v tzv. zenitu, tedy kolmo nad pozorovatelem, tak světlo musí urazit nejkratší vzdálenost atmosférou k pozorovateli, a tím se více modrého světla rozptýlí směrem k pozorovateli, než zeleného a červeného. Naopak při východu (západu) slunce, musí světlo urazit větší vzdálenost

atmosférou k pozorovateli, čímž dojde k rozptýlení modrého světla do směrů dříve, než je schopno dosáhnout pozorovatele, tudíž složky s větší vlnovou délkou, které jsou méně rozptýleny do směrů dosáhnou pozorovatele ve větší intenzitě.

Pro účely toho projektu, za cílem dosáhnoutí real-time výsledků, zjednodušíme výpočet rovnice 2, tak že levý člen zlomek před exponenciálním členem nahradíme za konstantu  $\beta_R^s(0, \lambda)$ , tj. koeficient Rayleighova rozptylu ve výšce hladiny moře, ale ponecháme exponenciální člen pro vyjádření exponenciálního poklesu hustoty částic. Potom použitá rovnice pro Rayleighův rozptyl je následující:

$$\beta_R^s(h, \lambda) = \beta_R^s(0, \lambda) e^{-\frac{h}{H_R}} \quad (3)$$

Koeficient úbytku (*extinction coefficient*)  $\beta_R^e$ , který je součtem koeficientů útlumu (absorpce) a rozptylu, je pro Rayleighův rozptyl (pro účel projektu uvažujeme nulový absorpční koeficient atmosféry) dán tedy jako:

$$\beta_R^e = 0 + \beta_R^s \quad (4)$$

Fázová funkce  $p_R$  Rayleighova rozptylu pro hodnotu cosinu úhlu  $\mu$  mezi vektorem světla a vektorem pohledu je definována jako [11]:

$$p_R(\mu) = \frac{3}{16\pi}(1 + \mu^2) \quad (5)$$

## 2.3 Mieův rozptyl

Na Mieův rozptyl je pohlíženo jako na obecnější variantu Rayleighovy teorie rozptylu. Zatímco Rayleighův rozptyl je omezen dvěma podmínkami (zmíněných v předchozí Sekci 2.2), Mieův rozptyl taková omezení nemá, ale zato je komplexnější. Obecně je používán pro výpočet rozptylu u částic libovolné velikosti [6]. Pro účely tohoto projektu se omezíme na zjednodušení Mieova rozptylu pro výpočet rozptylu jen těch částic, které jsou větší než uvažované částice vzduchu.

Rovnice pro výpočet koeficientů rozptylu je dána jako:

$$\beta_M^s(h, \lambda) = \beta_M^s(0, \lambda) e^{-\frac{h}{H_M}} \quad (6)$$

, kde  $\beta_M^s$  je koeficient Mieova rozptylu pro nadmořskou výšku  $h$  a vlnovou délku  $\lambda$ . Dále  $H_M$  reprezentuje výšku měřítka pro Mieův rozptyl.

Jako zjednodušení budeme uvažovat předpočítání Mieova koeficientu rozptylu při výšce hladiny moře a to pro všechny hodnoty  $\lambda$ . Ale ponecháme exponenciální člen napravo rovnice pro simulaci exponenciálního poklesu hustoty pro aerosoly.

Koeficient úbytku  $\beta_M^e$  pro Mieův rozptyl:

$$\beta_M^e = 1.1 * \beta_M^s \quad (7)$$

Rovnice pro fázovou funkci Mieova rozptylu:

$$p_M(\mu) = \frac{3}{8\pi} \frac{(1 - g^2)(1 + \mu^2)}{(2 + g^2)(1 + g^2 - 2g\mu)^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

, kde člen  $g$  ovládá *anizotropii* média (pro izotropní média:  $g = 0$ ) zde aerosolů, které rozptylují světlo více ve směru šíření světla (typicky volíme  $g \in < 0, 1 >$ ) [11].

## 2.4 Výpočet barvy oblohy

Zde je popsán postup vykreslování opticky aktivního (sférického) média, tedy výpočet barvy každého bodu oblohy pomocí kombinace příspěvků vypočtených z rovnic koeficientů z uvedených v předchozích sekcích: absorpční (absorption), vyzáření (emission), rozptýlené (scattering). Pro vykreslení oblohy, tj. sférického objemu, je použit *ray-marching algoritmus*, který spočívá ve vrhání paprsků od pozorovatele. Pozorovatel (kamera) se může nacházet buď uvnitř objemu (např. stojí na planetě) nebo vně (např. nad atmosférou).

Uvažujme, že pozorovatel je na povrchu (uvnitř atmosféry) a paprsky jsou vrhány z pozice  $P_c$  pozorovatele ve směru vektoru  $\mathbf{V}$  (tzv. *View ray* nebo *primary ray*), pro každý pixel obrazu. Takový paprsek při odchodu atmosférou ji protíná v nějakém bodě  $P_a$  (vypočtený pomocí analytického řešení průsečíku přímky a koule). Následně je tento paprsek  $\mathbf{V}$  pravidelně vzorkován se vzdáleností mezi sousedními vzorky  $ds$ , tak že pro každý vzorek  $X$  podél  $\mathbf{V}$ , je vržen světelný paprsek (tzv. *secondary ray*) směrem ke slunci  $\mathbf{L}$  (viz obrázek 4). Světelné paprsky reprezentují tak rovnoběžné paprsky slunce dopadající na atmosféru, kde dále dochází k jejich rozptýlu na částicích směrem k pozorovateli. Nakonec je vypočteno množství šířeného světla směrem k pozorovateli, tak že jsou sečteny (integrovány) jednotlivé příspěvky světla paprsků vržených podél paprsku pozorovatele. Jedná se o přístup, *single scattering*, tj. žádný další odraz primárního paprsku není uvažován.

Pro výpočet barvy oblohy, tedy množství šířeného světla podél vrženého paprsku pro určitý pixel obrazu mezi body  $P_c$  a  $P_a$ , je použita rovnice pro vykreslení objemu:

$$L(P_c, P_a) = \int_{P_c}^{P_a} T(P_c, X) L_{sun}(X) ds \quad (9)$$

, kde  $T(P_c, X)$  je průhlednost média (*transmittance*) mezi bodem  $P_c$  a vzorkovaným bodem  $X$  podél vrženého paprsku a  $L_{sun}(X)$  je množství světla, které se "dostane" do bodu  $X$  v daném médiu.

Pomocí rovnice 9 numericky integrujeme, tedy jsou sčítány jednotlivé příspěvky světla na pozicích vzorků  $X$  podél paprsku vrženého od pozorovatele ve směru  $\mathbf{V}$ . Čím více vzorků použijeme, tím roste výpočetní náročnost a tím je dosaženo lepších výsledků.

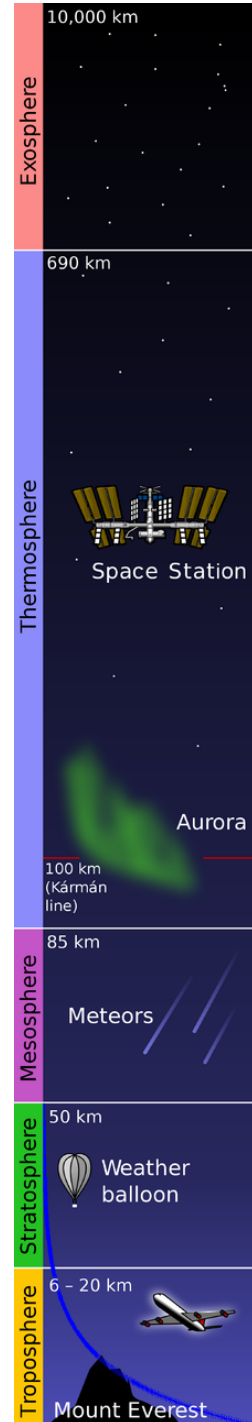
### 2.4.1 Průhlednost média

Pro výpočet průhlednosti mezi dvěma body, což představuje útlum světla šířícího se mezi dvěma body kvůli absorpci a rozptýlu do jiných směrů, je použita následující rovnice:

$$T(P_a, P_b) = \frac{L_a}{L_b} = \exp\left(-\sum_{P_a}^{P_b} \beta^e(h) ds\right) \quad (10)$$

, kde  $L_b$  je množství světla v bodě  $P_b$ , a  $L_a$  je množství světla v bodě  $P_a$  šířeného z bodu  $P_b$ . V opticky aktivním prostředí bude vždy  $L_a$  menší než  $L_b$ . Potom tedy průhlednost představuje poměr  $L_a$  ku  $L_b$ , jehož hodnoty jsou v intervalu od nula do jedné. Tento poměr představuje exponenciální funkci záporného součtu úbytků (extinction) výšek jednotlivých vzorků mezi body  $P_a$  a  $P_b$ , které jsou od sebe vzdáleny délkou  $ds$ .

Po dosazení rovnice 4 pro výpočet koeficientu úbytku Rayleighova rozptýlu do rovnice průhlednosti 10, a následně vytknutí konstanty  $\beta_R^s(0)$  (koeficient



Obrázek 2: Vrstvy atmosféry [16]



Rayleighova rozptylu ve výšce hladiny moře z rovnice 3, určený pro vlnové hodnoty modré, zelené a červené složky viditelného spektra) před integrál, dostáváme výslednou rovnici pro výpočet průhlednosti pro Rayleighův rozptyl (obdobně provedeme i pro Mieův po dosazení rovnice úbytku 7):

$$T(P_a, P_b) = \exp(-\beta_R^s(0) \sum_{P_a}^{P_b} \exp(-\frac{h}{H}) ds) \quad (11)$$

Tato rovnice je v literatuře nazývána jako *optická hloubka* [11].

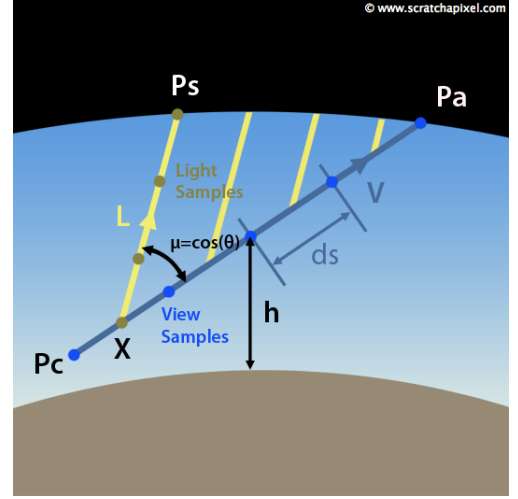
#### 2.4.2 Sluneční záření

Pro výpočet příspěvku slunečního světla  $L_{sun}(X)$  dopadajícího na vzorek  $X$  podél paprsku  $\mathbf{V}$  (viz obrázek 4) je použita následující rovnice:

$$L_{sun}(X) = \int I_{sun} \cdot T(X, P_s) \cdot p(\mathbf{V}, \mathbf{L}) \cdot \beta^s(h) \quad (12)$$

, která představuje vržený paprsek světla ze vzorku  $X$  (podél vektoru pozorovatele  $\mathbf{V}$ ) ve směru slunečního záření  $\mathbf{L}$ , který protíná atmosféru v bodě  $P_s$ . Z rovnice 12 dochází k následujícím jevům:

1. paprsek o určité intenzitě  $I_{sun}$  je během šíření mezi body  $P_s$  a  $X$  utlumen členem  $T$ , tedy průhledností média,
2. podle fázové funkce  $p$  dochází k šíření určitého množství světla přicházející ze směru vrženého světelného paprsku ve směru  $\mathbf{L}$ , rozptýleného (člen koeficientu rozptylu  $\beta^s(h)$ ), směrem k vektoru pozorovatele  $\mathbf{V}$ ,
3. každý vržený paprsek světla je vzorkován podél vektoru  $\mathbf{L}$  podle počtu vzorků v odpovídajících výškách  $h$ , a každý příspěvek světla takového vzorku je sečten pro každý vzorek  $X$  podél vektoru pozorovatele  $\mathbf{V}$  [11].



Obrázek 4: Vržený paprsek  $\mathbf{V}$  z bodu pozorovatele  $P_c$  do průsečíku s atmosférou  $P_a$ , vržené paprsky  $\mathbf{L}$  ze vzorků  $X$  podél paprsku  $\mathbf{V}$  [17].

#### 2.4.3 Barva oblohy

Po dosazení do rovnice 9 pro výpočet barvy oblohy (a vytknutí konstant před integrál), z předchozí vyjádřené rovnice 12, dostáváme rovnici pro výpočet barvy oblohy:

$$L(P_c, P_a) = I_{sun} \cdot p(\mathbf{V}, \mathbf{L}) \int_{P_c}^{P_a} T(P_c, X) \cdot T(X, P_s) \cdot \beta^s(h) ds \quad (13)$$

, kde členy  $T(P_c, X) \cdot T(X, P_s)$  dokážeme zjednodušit (podle rovnice 10, bez napsání sum) na:

$$T(P_c, X) \cdot T(X, P_s) = e^{-\beta^{e0}} \cdot e^{-\beta^{e1}} = e^{-(\beta^{e0} + \beta^{e1})} \quad (14)$$

Protože barva oblohy je výsledkem Rayleighova a Mieova rozptylu, tak je nutné rovnici 13 spočítat pro oba druhy rozptylu, čímž získáme finální barvu oblohy mezi body  $P_c$  a  $P_a$  vrženého paprsku pozorovatele  $\mathbf{V}$  [11].

$$color(P_c, P_a) = L_R(P_c, P_a) + L_M(P_c, P_a) \quad (15)$$

## 3 Řešení

Pro tento projekt byla vytvořena aplikace umožňující vizualizaci atmosferického rozptylu v real-time čase na relativně moderním výpočetním stroji (z roku 2010 a výše). Aplikace byla implementována v jazyce C++, pomocí multiplatformního API *OpenGL* [5] pro vykreslování 2D a 3D grafiky. Konkrétně vizualizační aplikace byla napsána pro podporu OpenGL verze 3.3 pro starší zařízení, a zároveň verze 4.5.

Jako podklady, inspirace zejména z pohledu počítačové grafiky bylo čerpáno (mimo zdrojů uvedených v seznamu použité literatury) z několika uvedených zdrojů, projektů:

- *LearnOpenGL* [14]: prvky struktury programu,
- *Hazel Engine* [1]: prvky struktury programu,
- *A Minimal Ray-Tracer* [10]: výpočet průsečíku paprsku a koule,
- *Atmospheric Scattering on Precedurally Genrated Sphere* [12]: implementace v shaderech,
- *OpenGL Sky* [13]: implementace v shaderech.

### 3.1 Známé způsoby řešení

První článek publikovaný v roce 1993 na konferenci počítačové grafiky *Siggraph*, zabývající se atmosferickým rozptylem se nazývá *Display of the Earth Taking into account Atmospheric Scattering* [8]. Kde autoři v čele s *Tomoyuki Nishita* popisují algoritmus pro simulování barev oblohy. Následně byl roku 1996 publikován od stejnojmenného autora další článek ohledně tohoto tématu: *Display Method of the Sky Color taking into Account Multiple Scattering* [7]. Který se spíše zaměřuje na realistické vykreslování Země, společně s vykreslením oceánů, mračen a kontinentů.

Další model oblohy byl popsán autory v čele s *A. J. Preethamem*, publikován roku 1999: *A Practical Analytic model for Daylight* [9]. Ve, kterém je popsán analytický model, který provádí přesnou simulaci barev oblohy. Nicméně, přístup tohoto modelu je více omezující než přístup navržen Nishitou (např. uvažuje jen zobrazí pozorovatele na zemi).

Je vhodné zmínit ještě poněkud novější článek od autorů v čele s autorem *H. W. Jensen* z roku 2011: *A Physically-Based Nightsky Model* [3].

Tento projekt vycházel ze zdrojů [11], který popisuje algoritmus založený na Nishitově modelu, tudíž je možné simulovat barvy oblohy, jak z pohledu pozorovatele na zemi, tak i nad atmosférou.

### 3.2 Přeložení a spuštění aplikace

Aplikace byla otestována na operačních systémech Ubuntu 20.04 a Windows 10 běžící na různorodém hardware. Pro přeložení je popsán postup pro unixové systémy. Dále jsou popsány minimální systémové požadavky, rozložení zdrojových souborů a použité knihovny.

#### 3.2.1 Minimální systémové požadavky

- GCC, nebo MINGW, verze implementující normu C++17,
- OpenGL verze 3.3,
- CMake verze 3.16.

#### 3.2.2 Zdrojové soubory

Program byl implementován modulárně se snahou čistého kódu. Zdrojové soubory jsou roztrženy do složek ve složce projektu `src`. Stručný popis složek a jejich obsahů je uveden níže.

- **core**: hlavní moduly aplikace, nastavující prostředí (OpenGL kontext, okno, atd.) aplikace,

- **opengl**: moduly implementující abstrakci nad použitými objekty OpenGL API,
- **scene**: moduly implementující objekty scény, jako je např. model atmosféry v souboru `atmosphere.hpp`,
- **shaders**: zdrojové kódy shaderů pro spuštění na grafickém procesoru implementující zejména výpočet barvy oblohy (soubor `draw_atmosphere.frag`),
- **libs**: dále obsahuje složky použitých knihoven.

### 3.2.3 Použité knihovny

- GLFW<sup>1</sup>: multiplatformní knihovna pro správu oken, uživatelských vstupů, OpenGL kontextu, a dalších,
- GLAD<sup>2</sup>: knihovna pro nahrání funkcí OpenGL,
- GLM<sup>3</sup>: matematická knihovna pro OpenGL a C++, založená na specifikaci GLSL,
- stb<sup>4</sup>: specificky *stb\_image* jednoduchá knihovna pro nahrávání obrázků v C/C++,
- tinyobjectloader<sup>5</sup>: minimalistická knihovna pro načítání modelů,
- Dear ImGui<sup>6</sup>: odlehčená knihovna pro tvorbu GUI v C++, jedná se o „Immediate GUI“, používaná herními enginy, real-time 3D aplikacemi, ve vestavěných aplikacích, atd.

### 3.2.4 Kompilace a spuštění

Níže jsou popsány příkazy pro kompilaci a následně spuštění na unixovém systému. Předpokládá se, že žádný příkaz neselže.

1. Ve složce s projektem:  
\$ `mkdir build && cd build`
2. Generace build-systému (zde Makefile) pomocí CMake:  
\$ `cmake ..`
3. Kompilace závislostí a programu, navíc se provádí kopírování shaderů a obrázku do build složky:  
\$ `make`
4. Spuštění programu (výstup viz Sekci 3.3)<sup>7 8</sup>:  
\$ `./demo`

## 3.3 Ovládání aplikace a výstup

Aplikace umožňuje širokou volbu parametrů. Po spuštění je aplikace nastavena s hodnotami odpovídající simulaci atmosféry Země (viz obrázek 5). Vedle volby hlavních parametrů jsou také uvedeny otázníky, které po najetí myší zobrazují nápovědu vysvětlující o jaký parametr se jedná a jak jeho hodnoty ovlivňují výstup.

Pro simulaci atmosféry Země byly nastaveny hodnoty parametrů níže (zdroj [11]). Kvůli výkonnostním omezením a reprezentaci reálných čísel na číslíkových počítačích byly hodnoty vynásobeny konstantou  $10^3$  (tedy např. místo metrů se udávají v kilometrech).

<sup>1</sup><https://www.glfw.org/>

<sup>2</sup><https://glad.dav1d.de/>

<sup>3</sup><https://github.com/g-truc/glm>

<sup>4</sup><https://github.com/nothings/stb>

<sup>5</sup><https://github.com/tinyobjloader/tinyobjloader>

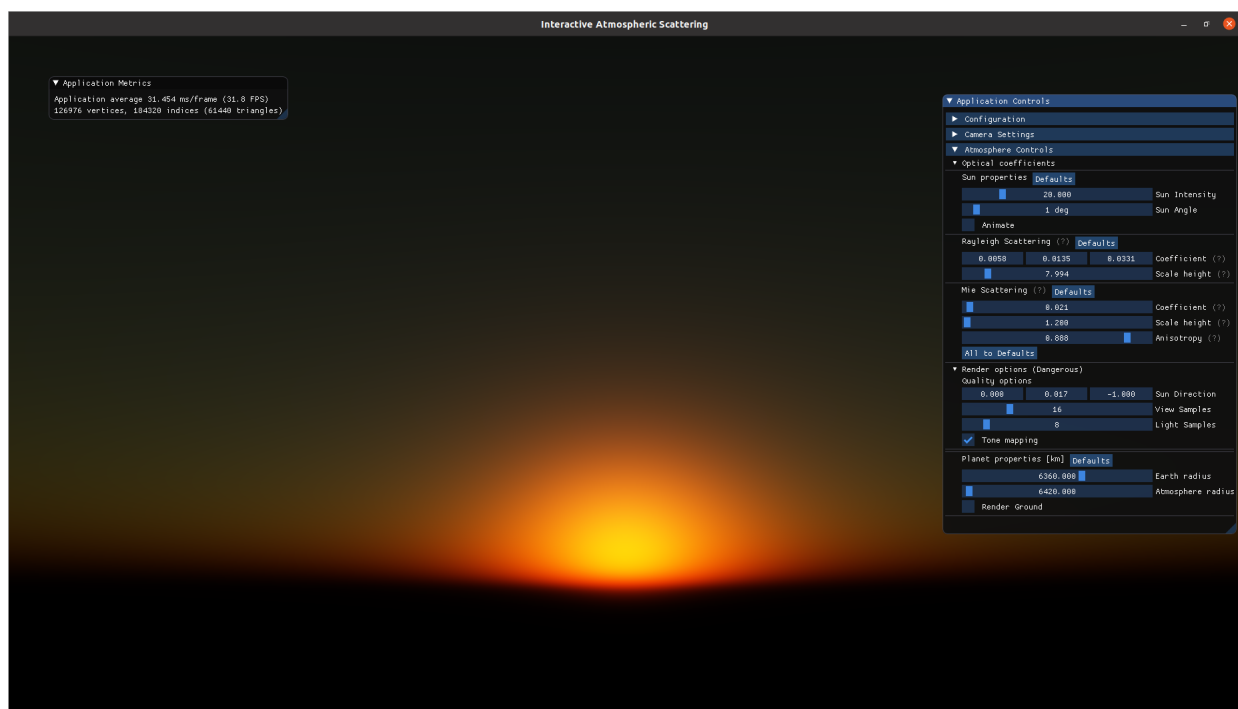
<sup>6</sup><https://github.com/ocornut/imgui>

<sup>7</sup>Pozn. Po prvním spuštění programu dojde k tomu, že se GUI posune na nějakou zdánlivě náhodnou pozici, ale po dalším spuštění si ImGui již pamatuje předchozí pozici vlastních oken. Okna lze přesunout pomocí jejich horní lišty.

<sup>8</sup>Program po úspěšném spuštění vytváří soubor `log.txt`, do které zapisuje stav aplikace. V případě, že dojde ke spuštění aplikace, ale aplikace spadne, nebo její výstup se neshoduje s obrázkem 5, je možné nahlédnout do tohoto souboru pro možné chyby.

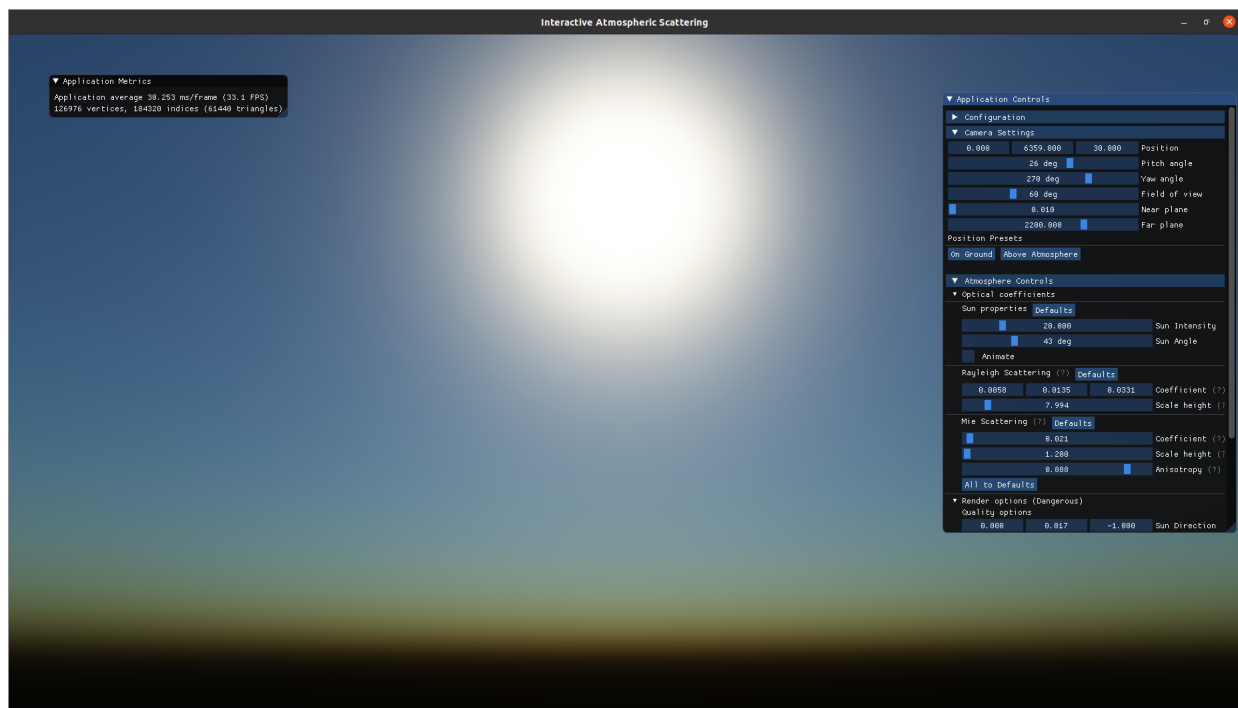
parametr	hodnota	poznámka
$R_e$	6360 km	poloměr planety (zde Země)
$R_a$	6420 km	poloměr atmosféry
$I_{sun}$	20.0	intenzita slunečního záření
$\beta_R^s(0, \lambda_r)$	$3.8 \cdot 10^{-3} m^{-1}$	pro výšku hladiny moře a červené světlo
$\beta_R^s(0, \lambda_g)$	$13.5 \cdot 10^{-3} m^{-1}$	pro výšku hladiny moře a zelené světlo
$\beta_R^s(0, \lambda_b)$	$5.8 \cdot 10^{-3} m^{-1}$	pro výšku hladiny moře a modré světlo
$H_R$	7.994 km	
$\beta_M^s(0)$	$21 \cdot 10^{-3} m^{-1}$	koefficient Mieova rozptylu pro složky viditelného světla ve výšce hladiny moře
$H_M$	1.2 km	
$g$	0.888	výrazná direkcionalita světla při rozptylu na aerosolu v atmosféře

Po spuštění aplikace jsou přítomná dvě okna, jedno zobrazující metriky programu a druhé umožňující volbu parametrů implementované FPS kamery a modelu atmosféry. Kamera je posazena na povrchu planety a dívá se směrem do slunce. Nejdůležitější je rozvinutý panel *Atmosphere Controls*. Kromě volby dříve uvedených parametrů pomocí posuvníků<sup>9</sup>, umožňuje i zapnutí animace změny pozice slunce, nebo také navrácení do původních hodnot skupiny parametrů pomocí tlačítek mající ve jméně slovo *Defaults*. Okna, panely lze rozvinout či schovat manuálně kliknutím na jejich horní lištu, nebo pomocí klávesy ESC (či držením pravého tlačítka myši) lze přejít do stavu ovládání kamery. Kameru lze natáčet pomocí pohybu myši, a lze s hýbat pomocí kláves W, A, S, D. Po rozvinutí panelu *Camera Settings* lze nalézt kromě volby parametrů kamery, také tlačítka pozicování kamery zpět na povrch planety, nebo nad atmosféru pro náznak pohledu z vesmíru. Dále níže jsou uvedeny příklady výstupů aplikace.

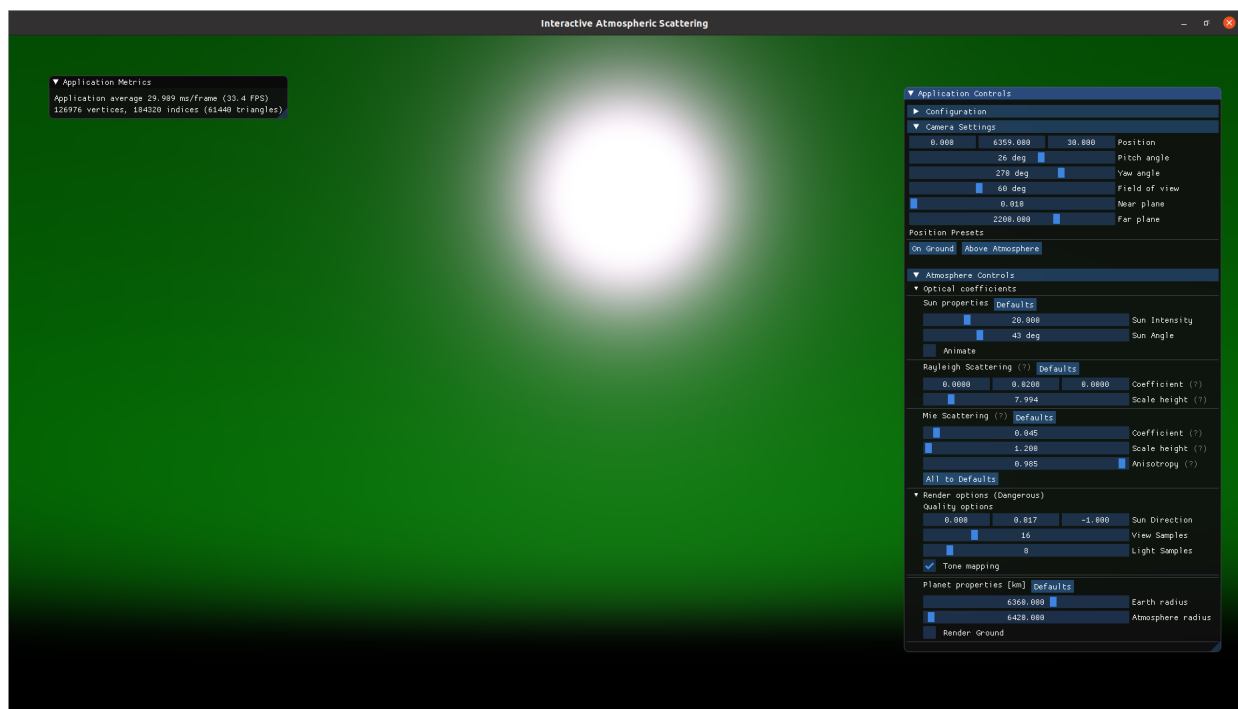


Obrázek 5: Východ slunce s danými parametry simulující atmosféru Země

<sup>9</sup>Posuvníky jsou i obdelníky umožňující nastavení tří složek vektorů jako je u koeficientu Rayleighova rozptylu, po kliknutí jednotlivé obdelníky lze zadat hodnotu manuálně, nebo posunutím myši při držení levého tlačítka.



Obrázek 6: Denní svit slunce s danými parametry simulující atmosféru Země



Obrázek 7: Rozptyl pouze zeleného světla, vlnové délky červeného a modrého světla jsou utlumené

# Seznam použité literatury

## Reference

- [1] CHERNIKOV, Y. *Hazel Engine*. 2021 [cit. 2021-13-04]. Dostupné z: <https://github.com/TheCherno/Hazel>.
- [2] DREVAL, S. *Dust particles in slow motion within the ray of sun* [online]. [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: <https://dissolve.com/video/Dust-particles-slow-motion-within-ray-royalty-free-stock-video-footage/001-D632-6-008>.
- [3] JENSEN, H. W., DURAND, F., DORSEY, J., STARK, M. M., SHIRLEY, P. et al. A Physically-Based Night Sky Model. In: New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2001, s. 399–408. SIGGRAPH '01. DOI: 10.1145/383259.383306. ISBN 158113374X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/383259.383306>.
- [4] KAPLICE, M. *iKaplice* [online]. [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: [https://www.ikaplice.cz/clanky/zapad-slunce-z-hradistske-rozhledny\\_103.html](https://www.ikaplice.cz/clanky/zapad-slunce-z-hradistske-rozhledny_103.html).
- [5] KHRONOS. *OpenGL* [online]. 2021 [cit. 2021-13-04]. Dostupné z: <https://www.opengl.org/>.
- [6] MAŇÁK, R. *Optické ukázky v atmosféře, Rayleighův a Mieův rozptyl* [online]. 2012 [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: <http://ukazy.astro.cz/Rayleighuv-a-Mieuv-rozptyl.php>.
- [7] NISHITA, T., DOBASHI, Y., KANEDA, K. a YAMASHITA, H. Display method of the sky color taking into account multiple scattering. Leden 1996.
- [8] NISHITA, T., SIRAI, T., TADAMURA, K. a NAKAMAE, E. Display of the Earth Taking into Account Atmospheric Scattering. In: *Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1993, s. 175–182. SIGGRAPH '93. DOI: 10.1145/166117.166140. ISBN 0897916018. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/166117.166140>.
- [9] PREETHAM, A. J., SHIRLEY, P. a SMITS, B. A Practical Analytic Model for Daylight. In: *Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. USA: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999, s. 91–100. SIGGRAPH '99. DOI: 10.1145/311535.311545. ISBN 0201485605. Dostupné z: <https://doi.org/10.1145/311535.311545>.
- [10] PRUNIER, J.-C. *Scratchapixel, A Minimal Ray-Tracer: Rendering Simple Shapes (Sphere, Cube, Disk, Plane, etc.)* [online]. 2016 [cit. 2021-13-04]. Dostupné z: <https://www.scratchapixel.com/lessons/3d-basic-rendering/minimal-ray-tracer-rendering-simple-shapes/ray-sphere-intersection>.
- [11] PRUNIER, J.-C. *Scratchapixel, Simulating the Colors of the Sky* [online]. 2016 [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: <https://www.scratchapixel.com/lessons/procedural-generation-virtual-worlds/simulating-sky>.
- [12] REIMERS, D. *Atmospheric Scattering on Procedurally Generated Sphere* [online]. 2019 [cit. 2021-13-04]. Dostupné z: <https://dane-reimers.github.io/AtmosScatteringOnProcGenWorld/>.
- [13] SHFF. *OpenGL Sky*. 2017 [cit. 2021-13-04]. Dostupné z: [https://github.com/shff/opengl\\_sky](https://github.com/shff/opengl_sky).
- [14] VRIES, J. de. *Learn OpenGL* [online]. 2020 [cit. 2021-13-04]. Dostupné z: <https://learnopengl.com/>.
- [15] WIKIPEDIE, O. e. *Atmosféra Země* [online]. 2021 [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Atmosf%C3%A9ra\\_Zem%C4%9B](https://cs.wikipedia.org/wiki/Atmosf%C3%A9ra_Zem%C4%9B).
- [16] WIKIPEDIE, O. e. *Kármánova hranice* [online]. 2021 [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/K%C3%A1rm%C3%A1n\\_line](https://en.wikipedia.org/wiki/K%C3%A1rm%C3%A1n_line).
- [17] WIKISKRIPTA. *Viditelné světlo* [online]. 2019 [cit. 2021-12-04]. Dostupné z: [https://www.wikiskripta.eu/w/Viditeln%C3%A9\\_sv%C4%9Btlo](https://www.wikiskripta.eu/w/Viditeln%C3%A9_sv%C4%9Btlo).
- [18] ŽÁRA, J., BENEŠ, B. a FELKEL, J. S. P. *Moderní počítačová grafika*. 2. Praha: Computer Press, 2005. ISBN 80-251-0454-0.

## Seznam symbolů, veličin a zkratek

symbol	popis	jednotka ("[" "]" značí bezrozměr.)
$h$	nadmořská výška	$[m]$
$density$	hustota vzduchu (počet částic vzduchu v prostoru)	$[m^3]$
$H$	výška stupnice (scale height)	$[m]$
$\lambda$	vlnová délka	$[m]$
$\beta^s$	koeficient rozptylu (scattering)	$[m^{-1}]$
$\beta_R^s$	koeficient rozptylu pro Rayleighův rozptyl	$[m^{-1}]$
$N$	hustota částic ve výšce hladiny moře	$[m^3]$
$n$	index lomu vzduchu	$[\ ]$
$H_R$	výška stupnice (scale height) pro Rayleighův rozptyl	$[m]$
$\beta^e$	koeficient úbytku (extinction)	$[m^{-1}]$
$\beta_R^e$	koeficient úbytku pro Rayleighův rozptyl	$[m^{-1}]$
$p$	fázová funkce	$[\ ]$
$p_R$	fázová funkce pro Rayleighův rozptyl	$[\ ]$
$\beta_M^s$	koeficient rozptylu pro Mieův rozptyl	$[\ ]$
$H_M$	výška stupnice (scale height) pro Mieův rozptyl	$[m]$
$g$	anizotropie média (směrovost)	$[\ ]$
$\beta_M^e$	koeficient úbytku pro Mieův rozptyl	$[\ ]$
$p_M$	fázová funkce pro Mieův rozptyl	$[\ ]$
$P_c$	pozice, bod pozorovatele (kamery)	$[x, y, z]$
$\mathbf{V}$	směrový vektor paprsku vrženého z pozice pozorovatele	$(x, y, z)$
$P_a$	průsečík $\mathbf{V}$ a atmosféry (koule)	$[x, y, z]$
$L$	vykreslení objemu pro výpočet barvy oblohy	$(x, y, z)$
$T$	průhlednost média (transmittance)	$[\ ]$
$ds$	vzdálenost mezi dvěma sousedními vzorky	$[m]$
$L_{sun}$	příspěvek slunečního světla	$(x, y, z)$
$\mathbf{L}$	směrový vektor paprsků světla dopadající na atmosféru	$(x, y, z)$
$P_s$	průsečík vektoru $\mathbf{L}$ a atmosféry	$[x, y, z]$
$I_{sun}$	intenzita slunečního záření	$[\ ]$
$color$	finální barva pixelu oblohy pro nějaký vektor $\mathbf{V}$ a $\mathbf{L}$	$(x, y, z)$