第5章 二元配置法

5.1 二元配置実験

二元配置実験とは二つの因子を取り上げて，特性に影響を及ぼしているかどうかを調べるときに行う実験である．二つの因子の水準が変わることで特性にどう影響するか，それぞれの因子をどの水準にしたときに特性が最大になるか，そしてそのときの特性の母平均はいくらになるかなどを調べるのである．たとえば，ある機械部品の強度に焼成温度や材料組成が影響しているか，表面加工の方法や光沢剤の違いによって光沢度に違いがあるか，添加剤の種類や反応温度によって反応速度に違いがあるかなどを二元配置実験で調べることができる．

一元配置実験では，焼成温度（因子A）を3水準にとって，繰り返し4回の実験を行って，12個の機械部品を試作した．このとき，材料組成（因子B）を若干変更したものを一つ用意して，各焼成温度において，それぞれの材料で二つずつの機械部品を試作しても，やはり12個の機械部品ができる．

表5.1　データ表

	B_1（従来品）	B_2（変更品）	合計	平均
A_1(1200℃)	135, 140	128, 137	540	135.0
A_2(1300℃)	151, 147	166, 158	622	155.5
A_3(1400℃)	158, 151	145, 136	590	147.5
合計	882	870	1752	
平均	147.0	145.0		146.0

この結果の平均の値だけを見ると，焼成温度は水準A_2(1300℃）のときに，材料は水準B_1(従来品）のときに強度が高くなっている．しかし，焼成温度と材料の組合せで見ると，焼成温度が水準A_2(1300℃）で，材料が水準B_2(変更品）のときに強度が最も高くなっている．焼成温度によって強度が高くなる材料が異なっているようである．これが交互作用である．焼成温度や材料をどう設定すると強度を最も高くすることができるのか．そのときの強度はいくつになるのか．これらを解析するのが二元配置法である．

5.1.1 二元配置データの構造

因子Aにl個の水準，因子Bにm個の水準をとって，ABの各水準組合せにおいて

繰り返し r 回の実験を行う．水準組合せ A_iB_j における母平均を μ_{ij} とする．A_iB_j で k 回目に実験したときの誤差を ε_{ijk} とすると，このときに得られるデータ x_{ijk} は，一元配置データと同じように，母平均に誤差 ε_{ijk} が加わったものとして観測されるので，

$$x_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk},\quad \varepsilon_{ijk} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2) \tag{5.1}$$

と表される．ここで，誤差 ε_{ijk} は平均 0，分散 σ^2 の正規分布に独立に従うものとしている．

二つの因子を同時に取り上げると，因子の組合せによる相乗効果や相殺効果が現れることがある．一方の因子がどの水準をとるかによって他方の因子の効果に違いが生じるという交互作用である．もし，交互作用がなければ，一方の因子をどの水準にとっても他方の因子には影響しない．

各水準組合せにおける母平均は，全体の母平均 μ にこれらの要因効果が合わさったものになる．このとき，因子 A による主効果 a_i と因子 B による主効果 b_j のほかに，因子 A と因子 B の交互作用効果 $(ab)_{ij}$ が考えられるので，二元配置データの構造式は

$$\begin{aligned} x_{ijk} &= \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \\ (\text{データ}) &= (\text{全体平均}) + (\text{主効果 } A) + (\text{主効果 } B) \\ &\quad + (\text{交互作用 } A \times B) + (\text{誤差}) \end{aligned} \tag{5.2}$$

となる．ここでは，制約条件

$$\sum_i a_i = 0,\quad \sum_j b_j = 0,\quad \sum_i (ab)_{ij} = \sum_j (ab)_{ij} = 0,\quad \varepsilon_{ijk} \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2) \tag{5.3}$$

を満たさなければならない．

5.1.2 交互作用のしくみ

交互作用がない場合には，因子 A による違いは B の水準によらずに一定となるので，平行なグラフになる．しかし，交互作用があると，B の水準によって因子 A の効果に違いに差が生じるので，グラフは平行にはならない．

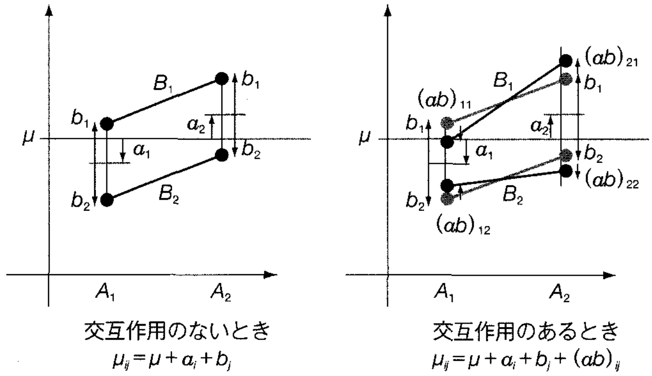


図 5.1 交互作用のしくみ

図5.1の例では，水準 B_1 においては A_1 と A_2 の違いは大きいが，水準 B_2 においてはほとんどない．つまり，水準 B_1 では A の主効果は見られるが，水準 B_2 では A の主効果は見られない．このような因子の組合せで変わる効果が交互作用であり，複数の因子を取り上げる実験では重要な要因である．

5.1.3　平方和の分解

データの総平方和 S_T は，要因 A と要因 B によるばらつき（要因平方和 S_{AB}）と誤差によるばらつき（誤差平方和 S_E）に分解される．

$$\begin{aligned} S_T &= \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r}(x_{ijk}-\overline{x})^2 \\ &= \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r}(x_{ijk}-\overline{x}_{ij\cdot}+\overline{x}_{ij\cdot}-\overline{x})^2 \\ &= \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r}(x_{ijk}-\overline{x}_{ij\cdot})^2 + r\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}(\overline{x}_{ij\cdot}-\overline{x})^2 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$S_T = S_E(\text{誤差平方和}) + S_{AB}(\text{要因平方和}) \tag{5.5}$$

さらに，S_{AB} は，主効果 A の平方和 S_A，主効果 B の平方和 S_B と交互作用 $A\times B$ の平方和 $S_{A\times B}$ に分解される．

$$\begin{aligned} S_{AB} &= r\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}(\overline{x}_{ij\cdot}-\overline{x})^2 \\ &= r\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}(\overline{x}_{i\cdot\cdot}-\overline{x}+\overline{x}_{\cdot j\cdot}-\overline{x}+\overline{x}_{ij\cdot}-\overline{x}_{i\cdot\cdot}-\overline{x}_{\cdot j\cdot}+\overline{x})^2 \\ &= mr\sum_{i=1}^{l}(\overline{x}_{i\cdot\cdot}-\overline{x})^2 + lr\sum_{j=1}^{m}(\overline{x}_{\cdot j\cdot}-\overline{x})^2 + r\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}(\overline{x}_{ij\cdot}-\overline{x}_{i\cdot\cdot}-\overline{x}_{\cdot j\cdot}+\overline{x})^2 \\ &= S_A(\text{主効果}A) + S_B(\text{主効果}B) + S_{A\times B}(\text{交互作用}A\times B) \end{aligned} \tag{5.6}$$

以上より，総平方和は四つの平方和に分解できる．

$S_T = S_A + S_B + S_{A\times B} + S_E$

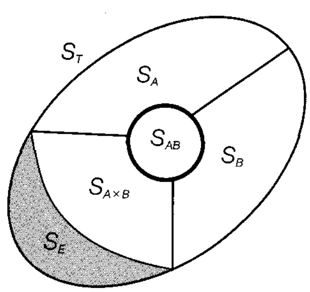


図5.2　平方和の分解

5.1.4 各平方和と自由度の計算

平方和を実際に計算するときには,

$$CT=\frac{T^2}{N} \tag{5.7}$$

$$S_T=(\text{個々のデータの 2 乗和})-CT \tag{5.8}$$

$$S_A=\sum_{i=1}^{l}\frac{(\text{水準 }A_i\text{ のデータの合計})^2}{\text{水準 }A_i\text{ のデータ数}}-CT \tag{5.9}$$

$$S_B=\sum_{j=1}^{m}\frac{(\text{水準 }B_j\text{ のデータの合計})^2}{\text{水準 }B_j\text{ のデータ数}}-CT \tag{5.10}$$

$$S_{AB}=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\frac{(\text{水準 }A_iB_j\text{ のデータの合計})^2}{\text{水準 }A_iB_j\text{ のデータ数}}-CT \tag{5.11}$$

$$S_{A\times B}=S_{AB}-S_A-S_B \tag{5.12}$$

$$S_E=S_T-(S_A+S_B+S_{A\times B}) \tag{5.13}$$

を使う．ここで，$N=lmr$ は全データ数である．

主効果の自由度は水準数－1，交互作用の自由度は主効果の自由度の積になり，誤差自由度は総自由度から要因自由度の和を引くと得られる．

$$\text{総自由度：}\phi_T=N-1=lmr-1 \tag{5.14}$$

$$\text{主効果 }A\text{ の自由度：}\phi_A=l-1 \tag{5.15}$$

$$\text{主効果 }B\text{ の自由度：}\phi_B=m-1 \tag{5.16}$$

$$\text{交互作用 }A\times B\text{ の自由度：}\phi_{A\times B}=\phi_A\times\phi_B=(l-1)(m-1) \tag{5.17}$$

$$\text{誤差自由度：}\phi_E=\phi_T-(\phi_A+\phi_B+\phi_{A\times B})=lm(r-1) \tag{5.18}$$

5.1.5 平均平方の期待値

平方和を自由度で割ると平均平方が得られ，その期待値 $E(V)$ も一元配置と同様に与えられる．一般に，各要因の分散にデータ数をかけたものが誤差分散に加わっている．

$$E(V_E)=\sigma^2 \tag{5.19}$$

$$E(V_A)=\sigma^2+mr{\sigma_A}^2 \tag{5.20}$$

$$E(V_B)=\sigma^2+lr{\sigma_B}^2 \tag{5.21}$$

$$E(V_{A\times B})=\sigma^2+r{\sigma_{A\times B}}^2 \tag{5.22}$$

5.1.6 分 散 分 析

二元配置では，主効果 A，主効果 B，交互作用 $A\times B$ の要因効果があるかどうかの三つの検定を同時に行う．それぞれの F_0 値あるいは P 値によって，各要因が統計的に有

意であるかどうかを判定する．以上の結果をまとめて分散分析表を作成する（表 5.2）．

表 5.2　分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0	P 値	$E(V)$
A	S_A	ϕ_A	V_A	V_A/V_E	P_A	$\sigma^2+mr{\sigma_A}^2$
B	S_B	ϕ_B	V_B	V_B/V_E	P_B	$\sigma^2+lr{\sigma_B}^2$
$A\times B$	$S_{A\times B}$	$\phi_{A\times B}$	$V_{A\times B}$	$V_{A\times B}/V_E$	$P_{A\times B}$	$\sigma^2+r{\sigma_{A\times B}}^2$
E	S_E	ϕ_E	V_E			σ^2
T	S_T	ϕ_T				

5.1.7　最適水準とその母平均の点推定

因子間に交互作用があるときには，因子を別々に考えてはいけない．因子の組合せを見て，どの水準組合せのときに特性値が最大（あるいは最小）になるかを求め，これが最適水準となる．最適水準における母平均の点推定値は，そこでの標本平均によって求める．

$$\hat{\mu}(A_iB_j) = \widehat{\mu + a_i + b_j + (ab)_{ij}} = \frac{T_{ij\cdot}}{r} = \bar{x}_{ij} \tag{5.23}$$

5.1.8　母平均の区間推定

各水準組合せにおける標本平均は r 個のデータの平均である．この分散の推定値は

$$V(\bar{x}_{ij}) = \frac{V_E}{r} \tag{5.24}$$

となるから，水準 A_iB_j における母平均の信頼率 $100(1-\alpha)$％の信頼区間は

$$\hat{\mu}(A_iB_j) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\frac{V_E}{r}} \tag{5.25}$$

で与えられる．

5.1.9　母平均の差の推定

二つの水準組合せ間における母平均の差を推定する．水準 A_iB_j と水準 $A_{i'}B_{j'}$ における母平均の差の点推定値は，各水準での標本平均の差となる．

5

$$\widehat{\mu(A_iB_j)-\mu(A_{i'}B_{j'})}=\widehat{\mu+a_i+b_j+(ab)_{ij}}-\widehat{\mu+a_{i'}+b_{j'}+(ab)_{i'j'}}$$
$$=\frac{T_{ij\cdot}}{r}-\frac{T_{i'j'\cdot}}{r}$$
$$=\bar{x}_{ij}-\bar{x}_{i'j'} \tag{5.26}$$

この分散の推定値は

$$V(\bar{x}_{ij}-\bar{x}_{i'j'})=\frac{V_E}{r}+\frac{V_E}{r}=\frac{2}{r}V_E \tag{5.27}$$

となるから，母平均の差の信頼率 $100(1-\alpha)$%の信頼区間は

$$(\bar{x}_{ij}-\bar{x}_{i'j'})\pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\frac{2}{r}V_E} \tag{5.28}$$

で与えられる．

5.1.10　データの予測

ある水準組合せで新たにデータをとるとき，どんな値が得られるかを予測する．点予測値は点推定値と同じである．

$$\hat{x}(A_iB_j)=\frac{T_{ij\cdot}}{r} \tag{5.29}$$

また，区間予測では，点推定値のばらつき V_E/r に，データのばらつき V_E が加わる．信頼率 $100(1-\alpha)$%の予測区間は

$$\hat{x}(A_iB_j)\pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\left(1+\frac{1}{r}\right)V_E} \tag{5.30}$$

で与えられる．

5.2　繰り返しのある二元配置法の解析例

表 5.1 のデータを解析してみる．焼成温度（A）と材料組成（B）は強度に影響しているか，また，交互作用はあるだろうか，についてデータ解析してみる．

手順 1　**分散分析表の作成**

まず，平方和を計算する．

$$CT=\frac{1752^2}{12}=255792 \tag{5.31}$$

$$S_T = (135^2 + 140^2 + \cdots + 136^2) - 255792 = 1402 \tag{5.32}$$

$$S_{AB} = \frac{275^2}{2} + \frac{265^2}{2} + \frac{298^2}{2} + \frac{324^2}{2} + \frac{309^2}{2} + \frac{281^2}{2} - 255792 = 1244 \tag{5.33}$$

$$S_A = \frac{540^2}{4} + \frac{622^2}{4} + \frac{590^2}{4} - 255792 = 854 \tag{5.34}$$

$$S_B = \frac{882^2}{6} + \frac{870^2}{6} - 255792 = 12 \tag{5.35}$$

$$S_{A\times B} = 1244 - 854 - 12 = 378 \tag{5.36}$$

$$S_E = 1402 - 1244 = 158 \tag{5.37}$$

自由度は

$$\phi_T = 12 - 1 = 11,\ \phi_A = 3 - 1 = 2,\ \phi_B = 2 - 1 = 1,\ \phi_{A\times B} = 2 \times 1 = 2,$$
$$\phi_E = 11 - (2 + 1 + 2) = 6$$

となり，表5.3の分散分析表が得られる．

5

表5.3　分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0	P 値	$E(V)$
A	854	2	427.0	16.2**	0.4%	$\sigma^2+4\sigma_A{}^2$
B	12	1	12.0	0.46	52.5%	$\sigma^2+6\sigma_B{}^2$
$A\times B$	378	2	189.0	7.18*	2.6%	$\sigma^2+2\sigma_{A\times B}{}^2$
E	158	6	26.33			σ^2
T	1402	11				

$F(2,6;0.05) = 5.14$,　$F(2,6;0.01) = 10.9$
$F(1,6;0.05) = 5.99$,　$F(1,6;0.01) = 13.7$

主効果 A は高度に有意となり，交互作用 $A\times B$ は有意となる．焼成温度は強度に大きく影響を及ぼし，材料との交互作用も存在している．

手順2　最適水準の決定

交互作用があるので，AB の6通りの水準組合せの中で最大となる A_2B_2 が最適水準となる．つまり，焼成温度1300℃で変更品を用いたときに強度が最も高くなる．

手順3　母平均の推定

A_2B_2 における母平均の点推定は，A_2B_2 における平均から，

$$\hat{\mu}(A_2B_2) = \widehat{\mu + a_2 + b_2 + (ab)_{22}} = \frac{324}{2} = 162.0 \tag{5.38}$$

である．また，信頼率95%での信頼区間は，

$$\hat{\mu}(A_2B_2) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\frac{V_E}{r}} = 162.0 \pm t(6, 0.05)\sqrt{\frac{26.33}{2}}$$
$$= 162.0 \pm 2.447 \times 3.628$$
$$= 162.0 \pm 8.9$$
$$= 153.1,\ 170.9 \tag{5.39}$$

が得られる．

最適水準と水準 A_1B_1 における母平均の差を推定する．点推定値は，

$$\widehat{\mu(A_2B_2) - \mu(A_1B_1)} = \frac{324}{2} - \frac{275}{2} = 24.5 \tag{5.40}$$

である．また，信頼率 95％での信頼区間は，

$$(\bar{x}_{22} - \bar{x}_{11}) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\frac{V_E}{r} + \frac{V_E}{r}} = 24.5 \pm t(6, 0.05)\sqrt{\frac{26.33}{2} + \frac{26.33}{2}}$$
$$= 24.5 \pm 2.447 \times 5.132$$
$$= 24.5 \pm 12.6$$
$$= 11.9,\ 37.1 \tag{5.41}$$

が得られる．

手順 4 データの予測

最適水準と同じ条件で新たにデータをとるとき，得られる強度の値を予測する．点予測値は点推定値と同じになり，

$$\hat{x}(A_2B_2) = 162.0 \tag{5.42}$$

である．また，信頼率 95％での予測区間は

$$\hat{x}(A_2B_2) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\left(1 + \frac{1}{r}\right)V_E} = 162.0 \pm t(6, 0.05)\sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times 26.33}$$
$$= 162.0 \pm 2.447 \times 6.285$$
$$= 162.0 \pm 15.4$$
$$= 146.6,\ 177.4 \tag{5.43}$$

が得られる．

Excel 解析 2

繰り返しのある二元配置法

表5.1のデータをExcelで解析してみる．表5.1のデータは，ある機械部品の強度に因子Aとして焼成温度，因子Bとして材料組成を取り上げ，二元配置の実験を行った結果である．この実験では，交互作用の有無を確認するため，繰り返しのある二元配置法を行っている．

表5.1(再掲)　データ表

	B_1（従来品）	B_2（変更品）	合計	平均
A_1(1200℃)	135, 140	128, 137	540	135.0
A_2(1300℃)	151, 147	166, 158	622	155.5
A_3(1400℃)	158, 151	145, 136	590	147.5
合計	882	870	1752	
平均	147.0	145.0		146.0

5

(1)　Excel 表計算による二元配置法（繰り返しあり）

手順1　**分散分析表の作成**

1)　データを入力し，基本統計量を計算する

データ表を作成する．

操作1　セルB2:C7にデータを入力する．

各水準組合せにおける繰り返しは行方向に入れる．各水準の合計や平均を計算し，交互作用を求めるための二元表も作成する．

操作2　水準A_1の合計　[D2]=SUM(B2:C3)

操作3　水準A_1の平均　[E2]=AVERAGE(B2:C3)

操作4　水準A_2, A_3は，セルD2:E2をD4:E4とD6:E6にコピーする

操作5　水準B_1の合計　[B8]=SUM(B2:B7)

操作6　水準B_1の平均　[B9]=AVERAGE(B2:B7)

操作7　水準B_2は，セルB8:B9をC8:C9にコピーする

操作8　全体の合計　[D8]=SUM(B2:C7)

操作9　全体の平均　[E9]=AVERAGE(B2:C7)

また，ABの各水準組合せにおける合計を求める．

操作10　水準A_1B_1の合計　[H2]=B2+B3

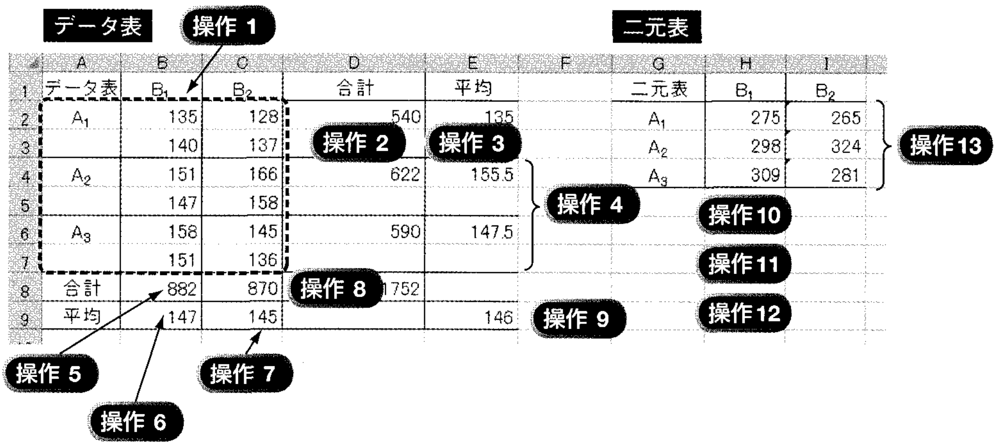


図 5.3　データ表と二元表

操作11　水準 A_2B_1 の合計 [H3]=B4+B5

操作12　水準 A_3B_1 の合計 [H4]=B6+B7

操作13　水準 A_1B_2, A_2B_2, A_3B_2 は，セル H2:H4 を I2:I4 にコピーする．

2)　データをグラフ化する

一つのグラフにまとめるには，データ配列を作り直す．

操作14　K 列には横軸にくる水準名を入れる．

操作15　因子 A の各水準の平均 [L2]=E2, [L3]=E4, [L4]=E6

操作16　因子 B の各水準の平均 [M5]=B9, [M6]=C9

操作17　水準 A_1B_1 における平均 [N7]=H2/2

操作18　他の水準組合せにおける平均は，セル N7 を N7:O9 にコピーする．

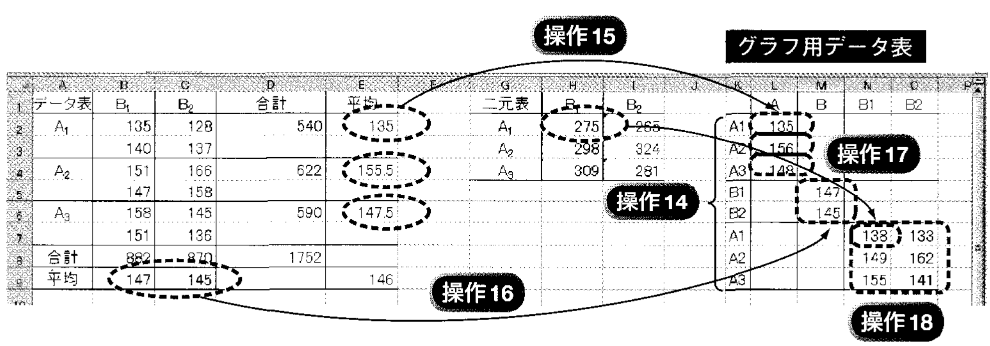


図 5.4　グラフ作成用データ表の作成

操作19　データ範囲 K1:O9 を指定する．

操作20　「挿入」タブの「折れ線」から「マーカー付き折れ線」を選ぶと，折れ線グラフが表示される．

操作21　グラフを右クリックしてから「データ系列の書式設定(F)」をクリッ

クして，グラフを整形する．必要なら「マーカーのオプション」や「マーカーの塗りつぶし」「線の色」「マーカーの色」を設定する．

操作22 縦軸をクリックしてから，右クリックして「軸の書式設定(F)」をクリックする．「軸のオプション」:「最小値」は「固定」を選んで「120」を入れる．「目盛間隔」は「固定」を選んで「10」を入れる．「閉じる」をクリックする．

補助線は必要なければ，クリックしたのち，削除キーで削除する．

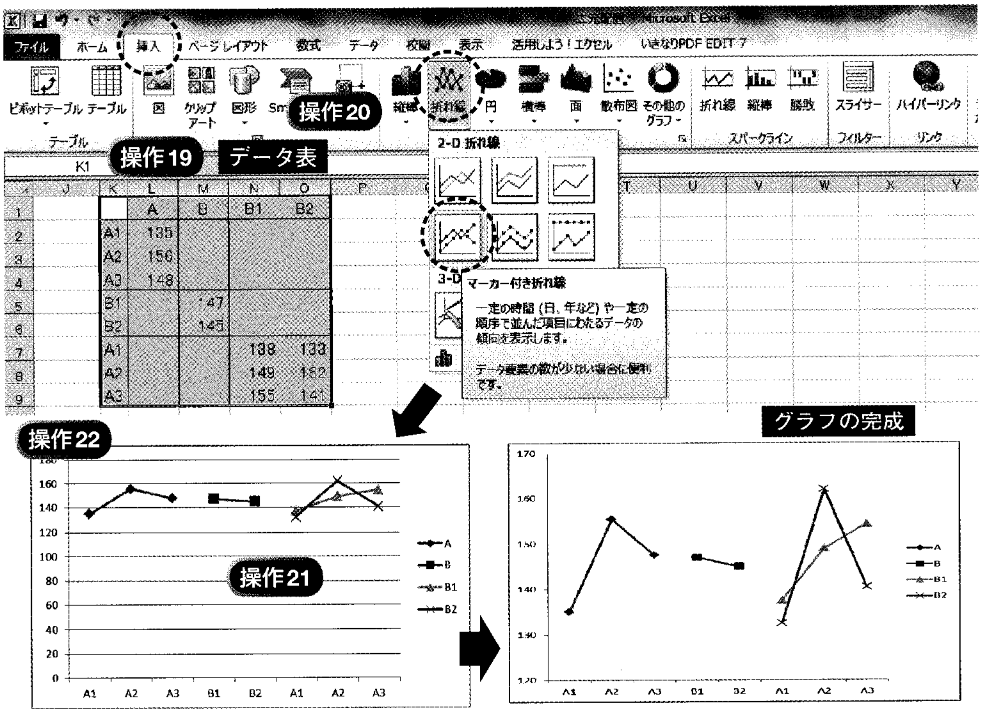


図 5.5　グラフ化

3)　平方和を計算する

操作23 修正項 CT を計算する．[B11]=D8^2/12

操作24 総平方和 S_T を計算する．[B12]=SUMSQ(B2:C7)-B11

操作25 要因平方和 S_{AB} を計算する．[B13]=SUMSQ(H2:I4)/2-B11

操作26 要因平方和 S_A を計算する．[B14]=SUMSQ(D2:D6)/4-B11

操作27 要因平方和 S_B を計算する．[B15]=SUMSQ(B8:C8)/6-B11

操作28 要因平方和 $S_{A\times B}$ を計算する．[B16]=B13-B14-B15

操作29 誤差平方和 S_E を計算する．[B17]=B12-(B14+B15+B16)

4)　分散分析表にまとめる

操作30 平方和と自由度を入力する．

S	[E12]=B14	ϕ_A	[F12]=2
S_B	[E13]=B15	ϕ_B	[F13]=1
$S_{A\times B}$	[E14]=B16	$\phi_{A\times B}$	[F14]=2
S_E	[E15]=B17	ϕ_E	[F15]=6
S_T	[E16]=B12	ϕ_T	[F16]=11

誤差自由度ϕ_Eは，[F15]=F16-(F12+F13+F14) によって求めてもよい．

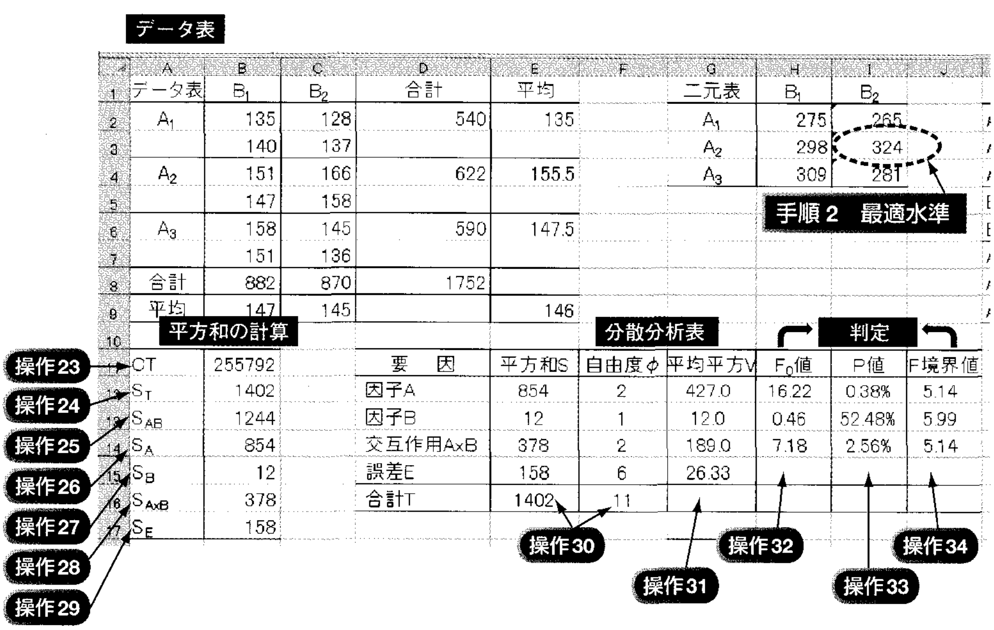
操作31 平均平方を計算する．[G12]=E12/F12，セル G12 を G13:G15 にコピーする．

操作32 F_0 値を計算する．[H12]=G12/$G$15，セル H12 を H13:H14 にコピーする．

操作33 P 値を求める．[I12]=FDIST(H12,F12,$F$15)，セル I12 を I13: I14 にコピーする．

操作34 F 境界値を求める．F 分布の 5% 点 [J12]=FINV(0.05,F12,$F$15)，セル J12 を J13:J14 にコピーする．

注）Excel 2010 では，F.INV.RT(0.05,F12,$F$15) を使用



データ表	B_1	B_2	合計	平均		二元表	B_1	B_2
A_1	135	128	540	135		A_1	275	265
	140	137				A_2	298	324
A_2	151	166	622	155.5		A_3	309	281
	147	158						
A_3	158	145	590	147.5				
	151	136						
合計	882	870	1752					
平均	147	145		146				

CT	255792
S_T	1402
S_{AB}	1244
S_A	854
S_B	12
$S_{A\times B}$	378
S_E	158

要因	平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値
因子A	854	2	427.0	16.22	0.38%	5.14
因子B	12	1	12.0	0.46	52.48%	5.99
交互作用AxB	378	2	189.0	7.18	2.56%	5.14
誤差E	158	6	26.33			
合計T	1402	11				

図 5.6　分散分析表

手順 2　最適水準の決定

手順 1 で計算した AB 二元表の水準組合せにおいて最大となる A_2B_2 が最適水準である.

手順 3　母平均の推定

1)　A_2B_2 における母平均の点推定

操作35　点推定値を計算する. [B19]=I3/2

2)　A_2B_2 における母平均の信頼率 95%での区間推定

操作36　信頼区間の幅を計算する. [B20]=TINV(0.05,F15)*SQRT(G15/2)

注) Excel 2010 では, T.INV.2T(0.05,F15)*SQRT(G15/2) を使用

操作37　信頼下限を計算する. [B21]=B19-B20

操作38　信頼上限を計算する. [B22]=B19+B20

3)　最適水準 A_2B_2 と水準 A_1B_1 における母平均の差の点推定

操作39　平均の差を計算する. [E19]=I3/2-H2/2

4)　A_2B_2 と A_1B_1 における母平均の差の区間推定

操作40　信頼区間の幅を計算する.
[E20]=TINV(0.05,F15)*SQRT(G15/2+G15/2)

注) Excel 2010 では, T.INV.2T(0.05,F15)*SQRT(G15/2+G15/2) を使用

操作41　信頼下限を計算する. [E21]=E19-E20

操作42　信頼上限を計算する. [E22]=E19+E20

手順 4　データの予測

1)　A_2B_2 におけるデータの点予測

操作43　点予測値を計算する. [H19]=B19

2)　A_2B_2 におけるデータの信頼率 95%での区間予測

操作44　予測区間の幅を計算する.
[H20]=TINV(0.05,F15)*SQRT((1+1/2)*G15)

注) Excel 2010 では, T.INV.2T(0.05,F15)*SQRT((1+1/2)*G15) を使用

操作45　予測下限を計算する. [H21]=H19-H20

操作46　予測上限を計算する. [H22]=H19+H20

5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	データ表	B_1	B_2	合計	平均		二元表	B_1	B_2	
2	A_1	135	128	540	135		A_1	275	265	
3		140	137				A_2	298	324	
4	A_2	151	166	622	155.5		A_3	309	281	
5		147	158					手順 2 最適水準		
6	A_3	158	145	590	147.5					
7		151	136							
8	合計	882	870	1752						
9	平均	147	145		146					
10										
11	CT	255792		要　因	平方和S	自由度 ϕ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値
12	S_T	1402		因子A	854	2	427.0	16.22	0.38%	5.14
13	S_{AB}	1244		因子B	12	1	12.0	0.46	52.48%	5.99
14	S_A	854		交互作用A×B	378	2	189.0	7.18	2.56%	5.14
15	S_B	12		誤差E	158	6	26.33			
16	$S_{A \times B}$	378		合計T	1402	11				
17	S_E	158								
18	A_2B_2	A_2B_2の推定		A_2B_2とA_1B_1の差の推定			A_2B_2	A_2B_2の予測		
19	点推定値	162.0	操作35	A_2B_2とA_1B_1の差	24.5	操作39	点予測値	162.0	操作43	
20	区間幅	8.88	操作36	区間幅	12.56	操作40	予測幅	15.38	操作44	
21	信頼下限	153.1	操作37	信頼下限	11.9	操作41	予測下限	146.6	操作45	
22	信頼上限	170.9	操作38	信頼上限	37.1	操作42	予測上限	177.4	操作46	
23										

図 5.7　推　定

(2)　Excel「分析ツール」による分散分析表の作成

分散分析表を作るまでなら，Excel「分析ツール」を使うこともできる．

手順 1　「データ」タブから「データ分析」を選ぶ．

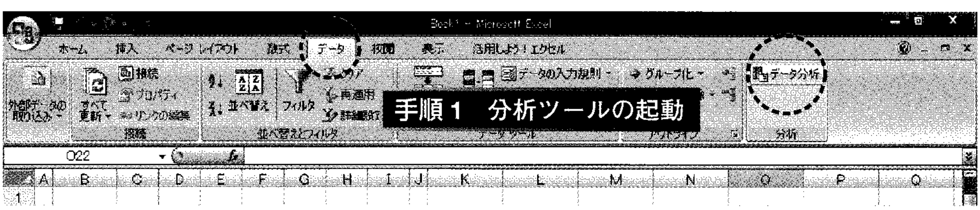


図 5.8　分析ツールの起動

手順 2　「分散分析：繰り返しのある二元配置」を選んで，「OK」を押す．

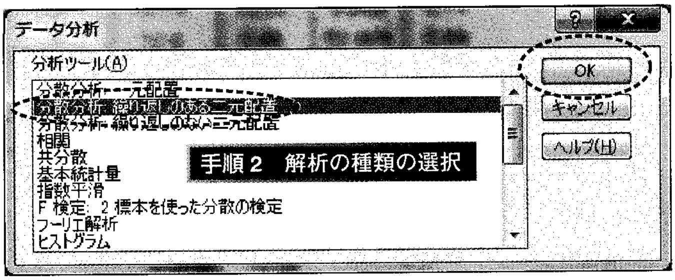


図 5.9　解析の種類の選択

手順 3　分析のための諸元を入力する．

操作 1　「入力範囲(W)」にデータを指定する．

ここでは，ラベルも含めて，「A1:C7」となる．

操作 2　「1 標本あたりの行数」を入力する．

ここでは，繰り返し数が 2 であるので，「2」と入力する．

操作 3　「出力オプション」を指定する．

ここでは，2)新規ワークシート(P) を選択している．

1) **出力先(O)**：同じワークシートに表示する場合（セルを指定する）

2) **新規ワークシート(P)**：同じファイルの新規別シートに表示する場合

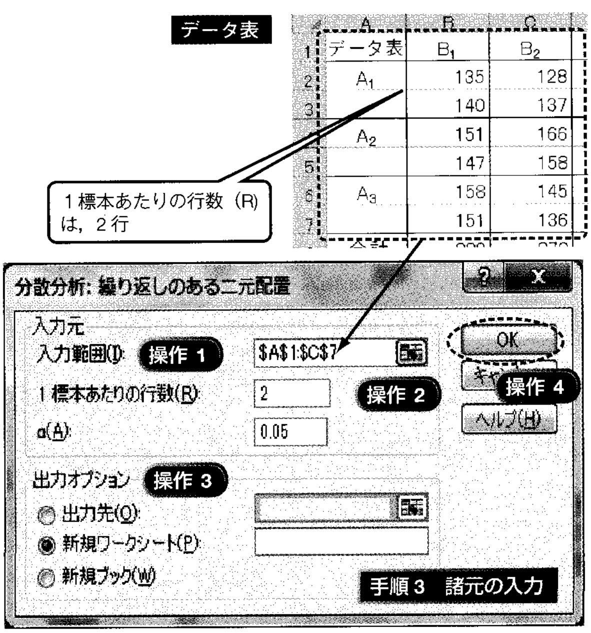


図 5.10　分析ツールの入力

5

3) **新規ブック(W)**：新規ファイルに表示する場合

操作 4 「OK」をクリックする．

手順 4 分散分析表が表示される．セルに表示される要因名などは，適切な表現に読み替える．

「変動要因」→「要因」　「変動」→「平方和 S」
「自由度」→「自由度 ϕ」　「分散」→「平均平方 V」
「観測された分散比」→「F_0 値」　「P- 値」→「P 値」
「標本」→「因子 A」　「列」→「因子 B」
「交互作用」→「交互作用」　「繰り返し誤差」→「誤差 E」

	A	B	C	D	E	F	G
1	分散分析: 繰り返しのある二元配置						
2							
3	概要	B1	B2	合計			
4	A1						
5	標本数	2	2	4			
6	合計	275	265	540			
7	平均	137.5	132.5	135			
8	分散	12.5	40.5	26			
9							
10	A2						
11	標本数	2	2	4			
12	合計	298	324	622			
13	平均	149	162	155.5			
14	分散	8	32	69.66667			
15							
16	A3						
17	標本数	2	2	4			
18	合計	309	281	590			
19	平均	154.5	140.5	147.5			
20	分散	24.5	40.5	87			
21							
22	合計						
23	標本数	6	6				
24	合計	882	870				
25	平均	147	145				
26	分散	69.2	208.8				
27							
28	要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0 値	P 値	F 境界値
29	分散分析表						
30	変動要因	変動	自由度	分散	測された分散	P-値	F 境界値
31	標本 (因子 A)	854	2	427	16.21519	0.003806	5.143253
32	列 (因子 B)	12	1	12	0.455696	0.524788	5.987378
33	交互作用 (交互作用)	378	2	189	7.177215	0.025614	5.143253
34	繰り返し誤 (誤差 E)	158	6	26.33333			
35							
36	合計	1402	11				

手順 4　分散分析表

図 5.11　分析ツールの出力

5.3 交互作用のプーリング

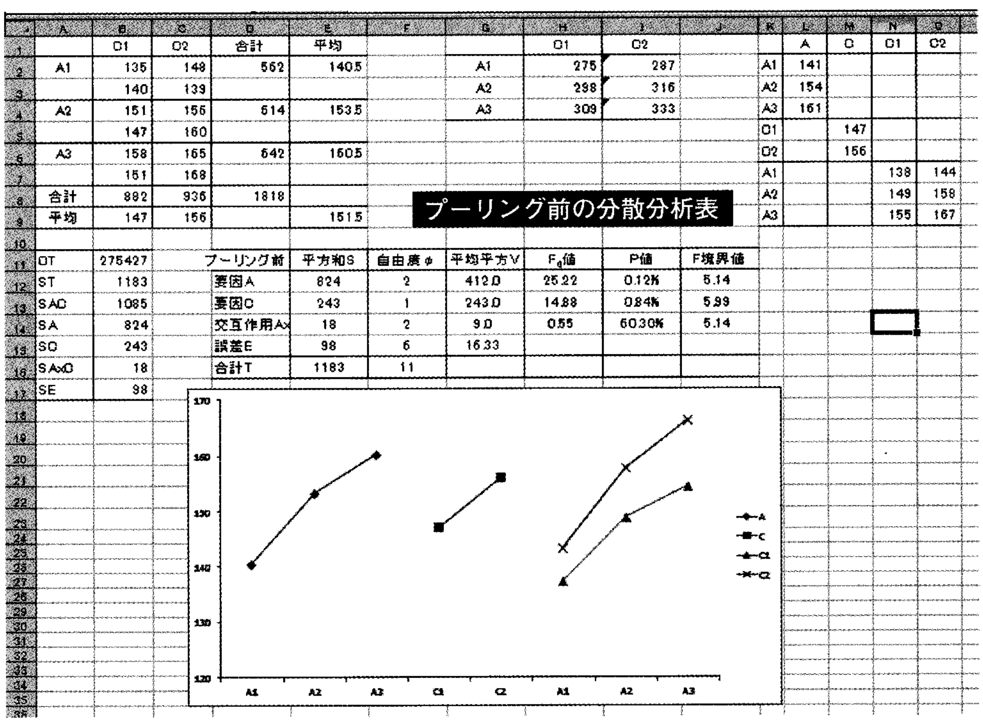
分散分析の結果，要因効果が認められなかった要因は誤差と見なす．二元配置では交互作用効果が見られなければ，交互作用として計算されたばらつきは誤差ばらつきと見なし，誤差項にプーリングする．

焼成温度（因子 A：3 水準）と焼成時間（因子 C：2 水準）を取り上げて，各水準組合せで 2 回実験して強度を測定した．

表 5.4　データ表

	C_1(10 分)	C_2(15 分)	合計	平均
A_1(1200℃)	135, 140	148, 139	562	140.5
A_2(1300℃)	151, 147	156, 160	614	153.5
A_3(1400℃)	158, 151	165, 168	642	160.5
合計	882	936	1818	
平均	147.0	156.0		151.5

このデータを先ほどの Excel シートに入力すると，図 5.12 の分散分析表が得られる．



	C1	C2	合計	平均
A1	135	148	562	140.5
	140	139		
A2	151	156	614	153.5
	147	160		
A3	158	165	642	160.5
	151	168		
合計	882	936	1818	
平均	147	156		151.5

	C1	C2
A1	275	287
A2	298	316
A3	309	333

	A	C	C1	C2
A1	141			
A2	154			
A3	161			
C1		147		
C2		156		
A1			138	144
A2			149	158
A3			155	167

プーリング前の分散分析表

CT	275427
ST	1183
SAC	1085
SA	824
SC	243
SA×C	18
SE	98

プーリング前	平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値
要因A	824	2	412.0	25.22	0.12%	5.14
要因C	243	1	243.0	14.88	0.84%	5.99
交互作用A×	18	2	9.0	0.55	60.30%	5.14
誤差E	98	6	16.33			
合計T	1183	11				

図 5.12　二元配置分散分析の計算シート

交互作用 $A \times C$ は有意ではなく，P 値は 60% あるため，交互作用はなさそうである．交互作用がないときには $\sigma_{A\times C}{}^2=0$ と見なされ，期待値は $E(V_{A\times C})=\sigma^2$ となり，誤差分

散と同じになる．このことは，効果がないと判断した要因は誤差と見なされることを意味している．したがって，その要因の平方和と自由度を誤差の平方和と自由度に足し合わせて，新たに誤差を算出する．この操作をプーリングという．

効果を判断する際，P 値が 20%程度より大きい場合には効果がないとする考え方がある．また，F 分布の 20%点は，自由度によって変わるものの，およそ 2 となることから，F_0 値が 2 より小さいときには効果がないとすることもある．ただし，固有技術的な観点からの判断も重要であり，2 より小さいものは一律に効果なしと判断するものではない．

交互作用が本当に存在しないなら，プーリングによって誤差自由度が大きくなり，より精度の高い検定や推定ができる．しかし，交互作用が存在しているときにプーリングしてしまうと，誤差を本来の誤差より大きく見積もってしまい，検定や推定の精度が下がる．

プーリング前	平方和S	自由度 ϕ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値
要因A	824	2	412.0	25.22	0.12%	5.14
要因C	243	1	243.0	14.88	0.84%	5.99
交互作用A×C	18	2	9.0	0.55	60.30%	5.14
誤差E	98	6	16.33			
合計T	1183	11				

誤差 E にプール

プーリング後	平方和S	自由度 ϕ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値
要因A	824	2	412.0	28.41	0.02%	4.46
要因C	243	1	243.0	16.76	0.35%	5.32
誤差E	116	8	14.50			
T	1183	11				

プーリング後の分散分析表

図 5.13　プーリング後の分散分析表

5.4 交互作用がないときの最適水準と母平均の推定

交互作用をプーリングすると組合せの効果はないことになるため，因子の組合せではなく，因子ごとに最適水準を決定する．

水準 A_iC_j における母平均の点推定 $\widehat{\mu+a_i+c_j}$ は，A_i における平均 $\widehat{\mu+a_i}$ と C_j における平均 $\widehat{\mu+c_j}$ から求める．データの構造式を次のように変形すると，全体平均 $\hat{\mu}$ が 2 回現れるので，1 回引いている．

$$\hat{\mu}(A_iC_j) = \widehat{\mu + a_i + c_j} = \widehat{\mu + a_i} + \widehat{\mu + c_j} - \hat{\mu}$$

$$= (A_i\text{における平均}) + (C_j\text{における平均}) - (\text{全体平均})$$

$$= \frac{T_{i\cdot\cdot}}{mr} + \frac{T_{\cdot j\cdot}}{lr} - \frac{T}{lmr} \tag{5.44}$$

この点推定量の分散は,

$$V\left[\hat{\mu}(A_iC_j)\right] = \frac{\sigma^2}{n_e} \tag{4.45}$$

となる．ここで，n_e は有効反復数と呼ばれ，点推定に用いたデータ数に相当する数と解釈できる．n_e は田口の式あるいは伊奈の式で計算できる．

$$\frac{1}{n_e} = \frac{\text{点推定に用いた要因の自由度の和} + 1}{\text{総データ数}} = \frac{l+m-1}{lmr} \quad \text{（田口の式）} \tag{5.46}$$

$$\frac{1}{n_e} = \text{点推定に用いた式の係数の和} = \frac{1}{mr} + \frac{1}{lr} - \frac{1}{lmr} \quad \text{（伊奈の式）} \tag{5.47}$$

有効反復数 n_e は次のように導かれる．水準 A_2B_2 における母平均の点推定値は

$$\hat{\mu}(A_2C_2) = (A_2\text{における平均}) + (C_2\text{における平均}) - (\text{全体平均})$$

$$= \frac{1}{mr}\sum_{j,k} x_{2jk} + \frac{1}{lr}\sum_{i,k} x_{i2k} - \frac{1}{lmr}\sum_{i,j,k} x_{ijk}$$

$$= \left(\frac{1}{mr} + \frac{1}{lr} - \frac{1}{lmr}\right)\sum_k x_{22k} + \left(\frac{1}{mr} - \frac{1}{lmr}\right)\sum_{j\neq 2}\sum_k x_{2jk}$$

$$+ \left(\frac{1}{lr} - \frac{1}{lmr}\right)\sum_{i\neq 2}\sum_k x_{i2k} - \frac{1}{lmr}\sum_{i\neq 2}\sum_{j\neq 2}\sum_k x_{ijk}$$

$$= \frac{l+m-1}{lm}\bar{x}_{22} + \frac{l-1}{lm}\sum_{j\neq 2}\bar{x}_{2j} + \frac{m-1}{lm}\sum_{i\neq 2}\bar{x}_{i2} - \frac{1}{lm}\sum_{i\neq 2}\sum_{j\neq 2}\bar{x}_{ij} \tag{5.48}$$

と変形できる．この分散は

$$V\left[\hat{\mu}(A_2C_2)\right] = \left(\frac{l+m-1}{lm}\right)^2\frac{\sigma^2}{r} + \left(\frac{l-1}{lm}\right)^2\frac{\sigma^2}{r}(m-1) + \left(\frac{m-1}{lm}\right)^2\frac{\sigma^2}{r}(l-1)$$

$$+ \left(-\frac{1}{lm}\right)^2\frac{\sigma^2}{r}(l-1)(m-1)$$

$$= \frac{l+m-1}{lmr}\sigma^2 \tag{5.49}$$

となるため，これより有効反復数が次のように求められる．

$$\frac{1}{n_e} = \frac{l+m-1}{lmr} = \frac{1}{mr} + \frac{1}{lr} - \frac{1}{lmr} \tag{5.50}$$

この点推定量の分散の推定値は

$$\hat{V}\left[\hat{\mu}(A_iC_j)\right] = \frac{V_E}{n_e} \tag{5.51}$$

だから，水準 A_iC_j における母平均の信頼率 100(1－α)％の信頼区間は

$$\hat{\mu}(A_iC_j) \pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\frac{V_E}{n_e}} \tag{5.52}$$

で与えられる．

また，この条件で新たに実験するとるときのデータの予測では，点予測値は点推定値と同じである．また，信頼率 100(1－α)％の予測区間は

$$\hat{x}(A_iC_j) \pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\left(1+\frac{1}{n_e}\right)V_E} \tag{5.53}$$

で与えられる．

5.5 母平均の差の推定

二つの因子とも水準が異なる場合と一方の因子だけ水準が異なる場合で，有効反復数 n_e が異なるが，いずれの場合もデータの構造式に基づいて導出できる．

水準 A_iB_j と水準 $A_{i'}B_{j'}$ におけるデータの構造式は，それぞれ

$$\hat{\mu}(A_iB_j) = \bar{x}_{ij} = \widehat{\mu+a_i} + \widehat{\mu+b_j} - \hat{\mu} = \frac{T_{i\cdot}}{m} + \frac{T_{\cdot j}}{l} - \frac{T}{lm} \tag{5.54}$$

$$\hat{\mu}(A_{i'}B_{j'}) = \bar{x}_{i'j'} = \widehat{\mu+a_{i'}} + \widehat{\mu+b_{j'}} - \hat{\mu} = \frac{T_{i'\cdot}}{m} + \frac{T_{\cdot j'}}{l} - \frac{T}{lm} \tag{5.55}$$

である．まず，$i \neq i'$，$j \neq j'$ のとき，点推定値は

$$\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'} = \left(\frac{T_{i\cdot}}{m} - \frac{T_{i'\cdot}}{m}\right) + \left(\frac{T_{\cdot j}}{l} - \frac{T_{\cdot j'}}{l}\right) \tag{5.56}$$

となり，$\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'}$ の分散の推定値は $V(\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'}) = \left(\frac{2}{m} + \frac{2}{l}\right)V_E$ となる．このときの母平均の差の信頼区間は

$$(\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'}) \pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\left(\frac{2}{m}+\frac{2}{l}\right)V_E} \tag{5.57}$$

となる．$\hat{\mu}(A_iB_j)$ と $\hat{\mu}(A_{i'}B_{j'})$ の差をとると共通の項が消え，残った項から求めた点推定値

$$\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'} = \left(\frac{T_{i\cdot}}{m} + \frac{T_{\cdot j}}{l}\right) - \left(\frac{T_{i'\cdot}}{m} - \frac{T_{\cdot j'}}{l}\right) \tag{5.58}$$

では，$\bar{x}_{ij}, \bar{x}_{i'j'}$ のそれぞれの有効反復数が $\frac{1}{n_e} = \frac{1}{m} + \frac{1}{l}$ となることから，$\frac{2}{n_e}$ が V_E の

係数になると考える．

次に，$i \neq i'$，$j=j'$ のように一方の水準が同じとき，点推定値は

$$\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j} = \frac{T_{i\cdot}}{m} - \frac{T_{i'\cdot}}{m} \tag{5.59}$$

となり，$\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'}$ の分散の推定値は $V(\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'}) = \dfrac{2}{m}V_E$ となる．このときの母平均の差の信頼区間は

$$(\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i'j'}) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\frac{2}{m}V_E} \tag{5.60}$$

となる．

5

5.6 繰り返しのない二元配置実験

データには誤差が含まれているため，各水準組合せで1回しか実験をしなかったら，組合せ効果が見られたとしても，それが交互作用によるものか誤差によるものかを区別できない．繰り返しのある二元配置では，繰り返しデータから誤差を推測することができるから，交互作用を検出できるのである．

データの構造式は，繰り返しがないときには添え字 k がなくなり，

$$x_{ij} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \varepsilon_{ij} \tag{5.61}$$

となる．このとき，交互作用 $(ab)_{ij}$ と誤差 ε_{ij} の添え字が同じであるから，両者を区別できない．これを交互作用と誤差が交絡するという．

交互作用が存在するときに繰り返しのない二元配置実験を行うと，交互作用は誤差に含まれてしまうため，誤差の大きさは過大に見積もられる．したがって，主効果の検定が適切にできない．二元配置実験をするときには，原則として繰り返しをすることが必要である．交互作用が存在しないとはっきりしているときに限って，繰り返しのない二元配置実験をしてもよい．

実験の繰り返しとは，各因子の水準設定からデータをとるまでの一連の操作を繰り返すことをいう．測定だけを繰り返してデータをとっても，実験を繰り返したことにはならない．

各平方和と自由度の計算方法はこれまでと同じである．交互作用は検出できないため，総平方和 S_T は

$$S_T = S_A(\text{要因 } A) + S_B(\text{要因 } B) + S_E(\text{誤差}) \tag{5.62}$$

と分解される．このとき，誤差平方和と誤差自由度は

$$S_E = S_T - (S_A + S_B) \tag{5.63}$$

$$\phi_E = \phi_T - (\phi_A + \phi_B) \tag{5.64}$$

から求められる．

繰り返しのない二元配置では，主効果 A と主効果 B の要因効果を検定する．このとき，表 5.5 の分散分析表にまとめられる．

表 5.5　分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0	P 値	$E(V)$
A	S_A	ϕ_A	V_A	V_A/V_E	P_A	$\sigma^2+m\sigma_A{}^2$
B	S_B	ϕ_B	V_B	V_B/V_E	P_B	$\sigma^2+l\sigma_B{}^2$
E	S_E	ϕ_E	V_E			σ^2
T	S_T	ϕ_T				

一般に，有意でなく F_0 値も小さい要因は，誤差項にプーリングするが，要因配置実験では主効果はプーリングしない．要因配置実験では，取り上げた因子のすべての組合せで実験をするため，影響を与えていると思われている因子を取り上げているからである．

繰り返しのない二元配置法の分散分析表は，繰り返しのある二元配置実験で交互作用をプーリングした後の分散分析表と同じ形になる．したがって，最適水準の求め方や母平均の推定，データの予測の方法は，繰り返しのある二元配置実験で交互作用をプーリングしたときの方法と同じである．

5.7　繰り返しのない二元配置法の解析例

2 種類の材料に対して焼成温度を 3 水準とり，6 個の機械部品を作製して，強度を測定した．このときに得られたデータを解析してみる（表 5.6）．

表 5.6　データ表

	B_1（従来品）	B_2（変更品）	合計	平均
A_1(1200℃)	135	148	283	141.5
A_2(1300℃)	151	156	307	153.5
A_3(1400℃)	158	165	323	161.5
合計	444	469	913	
平均	148.0	156.3		152.2

手順 1　**分散分析表の作成**

まず，平方和を計算する．

$$CT = \frac{913.0^2}{6} = 138928.2 \tag{5.65}$$

$$S_T=(135^2+148^2+\cdots+165^2)-138928.2=526.8 \tag{5.66}$$

$$S_A=\frac{283^2}{2}+\frac{307^2}{2}+\frac{323^2}{2}-138928.2=405.3 \tag{5.67}$$

$$S_B=\frac{444^2}{3}+\frac{469^2}{3}-138928.2=104.2 \tag{5.68}$$

$$S_E=526.8-(405.3+104.2)=17.3 \tag{5.69}$$

自由度は $\phi_T=6-1=5$，$\phi_A=3-1=2$，$\phi_B=2-1=1$，$\phi_E=5-(2+1)=2$ となり，表5.7の分散分析表が得られる．

表5.7　分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0	P値	$E(V)$
A	405.3	2	202.7	23.4*	4.1%	$\sigma^2+2\sigma_A{}^2$
B	104.2	1	104.2	12.0	7.4%	$\sigma^2+3\sigma_B{}^2$
E	17.3	2	8.65			σ^2
T	526.8	5				

$F(2,2;0.05)=19.0$，$F(1,2;0.05)=18.5$

主効果 A は有意となる．主効果 B は有意ではないが，F_0 値も大きく，主効果であるからプーリングはしない．

手順2　最適水準の決定

因子 A が最大となるのは水準 A_3，因子 B が最大となるのは水準 B_2 だから，A_3B_2 が最適水準である．

手順3　母平均の推定

A_3B_2 における母平均の点推定は，A_2 における平均と B_4 における平均から，

$$\hat{\mu}(A_3B_2)=\widehat{\mu+a_3+b_2}=\widehat{\mu+a_3}+\widehat{\mu+b_2}-\hat{\mu}$$
$$=\frac{323}{2}+\frac{469}{3}-\frac{913}{6}=165.7 \tag{5.70}$$

である．有効反復数は，伊奈の式から，$\dfrac{1}{n_e}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$ となるので，信頼率95%での信頼区間は，

$$\hat{\mu}(A_3B_2)\pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\frac{V_E}{n_e}}=165.67\pm t(2,0.05)\sqrt{\frac{2}{3}\times 8.65}$$
$$=165.67\pm 4.303\times 2.401$$
$$=165.67\pm 10.33$$
$$=155.3,\ 176.0 \tag{5.71}$$

最適水準 A_3B_2 と水準 A_1B_1 における母平均の差を推定する．点推定値は

$$\begin{aligned}\bar{x}_{32}-\bar{x}_{11} &= \left(\frac{T_{3\cdot}}{2}+\frac{T_{\cdot 2}}{3}-\frac{T}{6}\right)-\left(\frac{T_{1\cdot}}{2}+\frac{T_{\cdot 1}}{3}-\frac{T}{6}\right)\\ &= \left(\frac{T_{3\cdot}}{2}+\frac{T_{\cdot 2}}{3}\right)-\left(\frac{T_{1\cdot}}{2}+\frac{T_{\cdot 1}}{3}\right)\\ &= \left(\frac{323}{2}+\frac{469}{3}\right)-\left(\frac{283}{2}+\frac{444}{3}\right)\\ &= 28.3 \end{aligned} \tag{5.72}$$

である．$\bar{x}_{32}-\bar{x}_{11}$ の分散の推定値は $V(\bar{x}_{32}-\bar{x}_{11})=2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)V_E=\frac{5}{3}V_E$ であり，このときの母平均の差の信頼率 95％での信頼区間は

$$\begin{aligned}(\bar{x}_{32}-\bar{x}_{11})\pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\frac{5}{3}V_E} &= 28.33\pm t(2,0.05)\sqrt{\frac{5}{3}\times 8.65}\\ &= 28.33\pm 4.303\times 3.797\\ &= 28.33\pm 16.34\\ &= 12.0,\ 44.7\end{aligned} \tag{5.73}$$

が得られる．

手順 4 データの予測

最適水準と同じ条件で新たにデータをとるとき，得られる強度の値を予測する．点予測値は点推定値と同じになり，

$$\hat{x}(A_3B_2)=165.7 \tag{5.74}$$

である．また，信頼率 95％での予測区間は

$$\begin{aligned}\hat{x}(A_3B_2)\pm t(\phi_E,\alpha)\sqrt{\left(1+\frac{1}{n_e}\right)V_E} &= 165.67\pm t(2,0.05)\sqrt{\left(1+\frac{2}{3}\right)\times 8.65}\\ &= 165.67\pm 4.303\times 3.797\\ &= 165.67\pm 16.34\\ &= 149.3,\ 182.0\end{aligned} \tag{5.75}$$

が得られる．

Excel 解析 3

繰り返しのない二元配置法

表 5.6 のデータを Excel で解析してみる．表 5.6 のデータは，2 種類の材料に対して焼成温度を 3 水準とり，6 個の機械部品を作製して，強度を測定した．このときに得られたデータを解析してみる．

表 5.6(再掲)　データ表

	B_1（従来品）	B_2（変更品）	合計	平均
A_1(1200℃)	135	148	283	141.5
A_2(1300℃)	151	156	307	153.5
A_3(1400℃)	158	165	323	161.5
合計	444	469	913	
平均	148.0	156.3		152.2

(1)　Excel 表計算による二元配置法（繰り返しなし）

手順 1　**分散分析表の作成**

1)　データを入力し，基本統計量を計算する．

データ表を作成する．

操作 1　セル B2:C4 にデータを入力する．

操作 2　水準 A_1 の合計　[D2]=SUM(B2:C2)

操作 3　水準 A_1 の平均　[E2]=AVERAGE(B2:C2)

操作 4　水準 A_2, A_3 は，セル D2:E2 を D3:E3 と D4:E4 にコピーする．

操作 5　水準 B_1 の合計　[B5]=SUM(B2:B4)

データ表　操作 1　操作 2　操作 3

	A	B	C	D	E	F
1		B_1	B_2	合計	平均	
2	A_1	135	148	283	141.5	
3	A_2	151	156	307	153.5	操作 4
4	A_3	158	165	323	161.5	
5	合計	444	469	913		
6	平均	148	156.33333		152.16667	
7						

操作 5　操作 6　操作 7　操作 8　操作 9

図 5.14　データ表

操作6 水準 B_1 の平均 [B6]=AVERAGE(B2:B4)

操作7 水準 B_2 は，セル B5:B6 を C5:C6 にコピーする．

操作8 全体の合計 [D5]=SUM(B2:C4)

操作9 全体の平均 [E6]=AVERAGE(B2:C4)

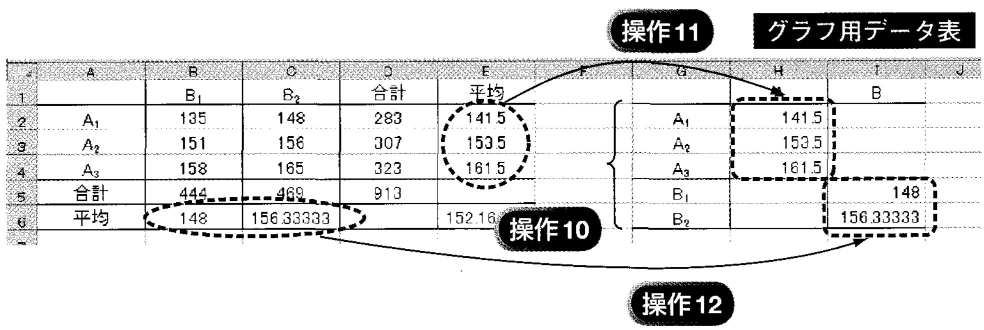
2) データをグラフ化する

一つのグラフにまとめるには，データ配列を作り直す．

操作10 G 列には横軸にくる水準名を入れる．

操作11 因子 A の各水準の平均 [H2]=E2, [H3]=E3, [H4]=E4

操作12 因子 B の各水準の平均 [I5]=B6, [I6]=C6



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		B_1	B_2	合計	平均				B	
2	A_1	135	148	283	141.5		A_1	141.5		
3	A_2	151	156	307	153.5		A_2	153.5		
4	A_3	158	165	323	161.5		A_3	161.5		
5	合計	444	469	913			B_1		148	
6	平均	148	156.33333		152.16		B_2		156.33333	

図 5.15　グラフ作成用データ表の作成

操作13 データ範囲 G1:I6 を指定する．

操作14 「挿入」タブの「折れ線」から「マーカー付き折れ線」を選ぶと，折れ線グラフが表示される．

操作15 グラフを右クリックしてから「データ系列の書式設定(F)」をクリックして，グラフを整形する．必要なら「マーカーのオプション」や「マーカーの塗りつぶし」「線の色」「マーカーの色」を設定する．

操作16 縦軸をクリックしてから，右クリックして「軸の書式設定(F)」をクリックする．「軸のオプション」:「最小値」は「固定」を選んで「140」を入れる．「目盛間隔」は「固定」を選んで「10」を入れる．「閉じる」をクリックする．

補助線は必要なければ，クリックしたのち，削除キーで削除する．

3) 平方和を計算する

操作17 修正項 CT を計算する．[B8]=D5^2/6

操作18 総平方和 S_T を計算する．[B9]=SUMSQ(B2:C4)-B8

操作19 要因平方和 S_A を計算する．[B10]=SUMSQ(D2:D4)/2-B8

操作20 要因平方和 S_B を計算する．[B11]=SUMSQ(B5:C5)/3-B8

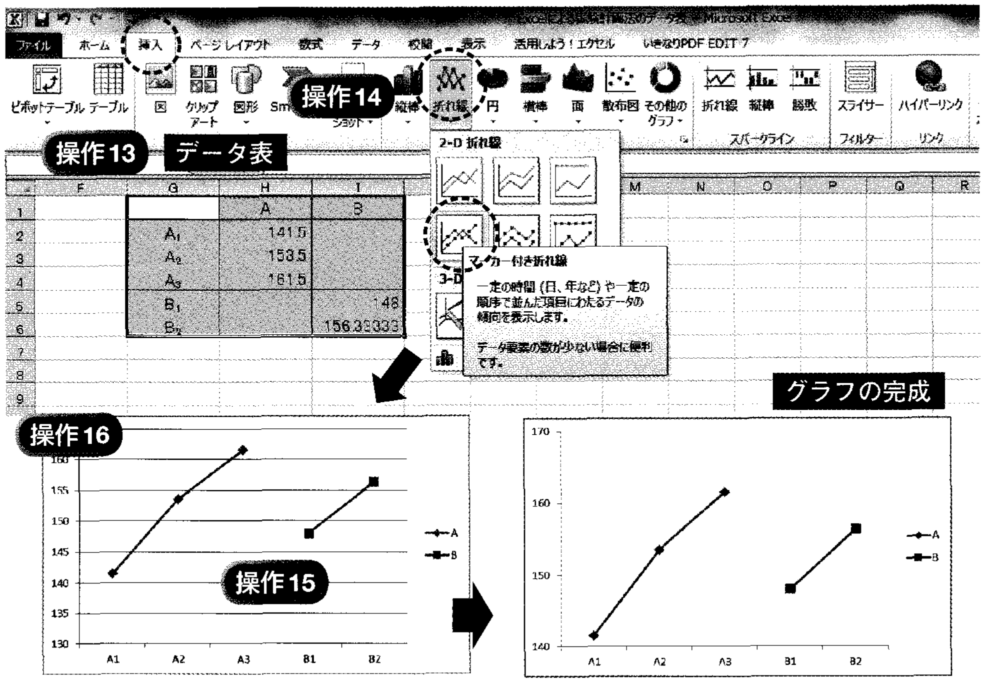


図 5.16　グラフ化

操作21 誤差平方和 S_E を計算する．[B12]=B9-(B10+B11)

4）　分散分析表にまとめる

操作22 平方和と自由度を入力する．

S_A	[B15]=B10	ϕ_A	[C15]=2
S_B	[B16]=B11	ϕ_B	[C16]=1
S_E	[B17]=B12	ϕ_E	[C17]=C18-(C15+C16)
S_T	[B18]=B9	ϕ_T	[C18]=5

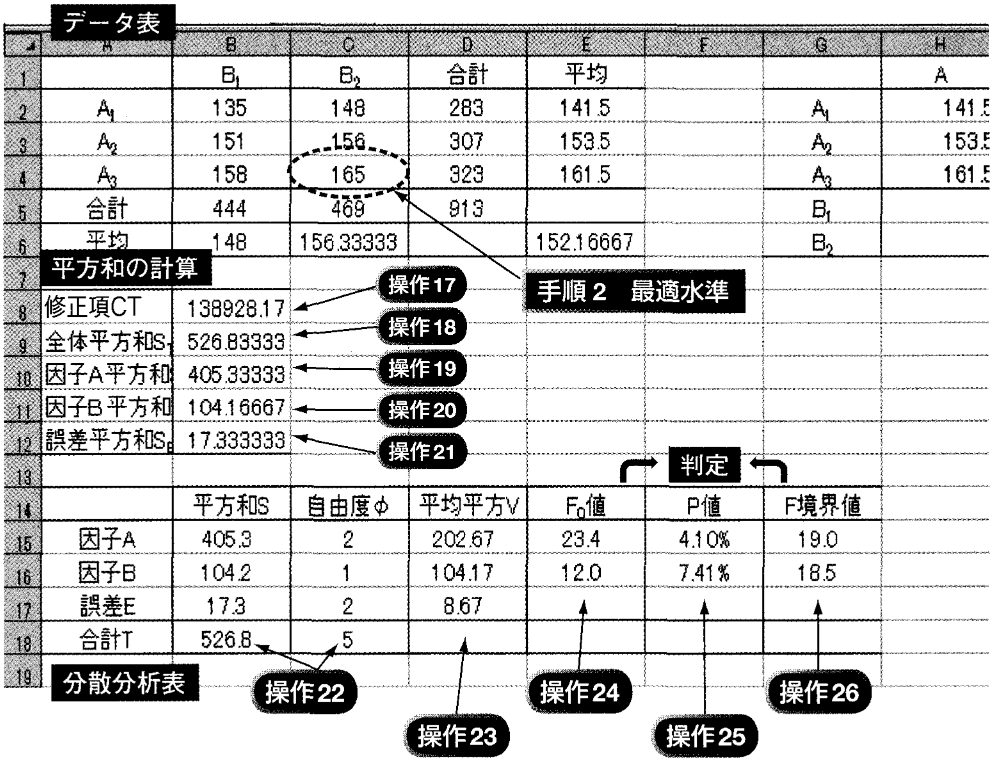
操作23 平均平方を計算する．[D15]=B15/C15，セル D15 を D16:D17 にコピーする．

操作24 F_0 値を計算する．[E15]=D15/$D$17，セル E15 を E16 にコピーする．

操作25 P 値を求める．[F15]=FDIST(E15,C15,$C$17)，セル F15 を F16 にコピーする．

操作26 F 境界値を求める．F 分布の 5%点 [G15]=FINV(0.05,C15,$C$17)，セル G15 を G16 にコピーする．

注）Excel 2010 では，F.INV.RT(0.05,C15,$C$17) を使用



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		B_1	B_2	合計	平均			A
2	A_1	135	148	283	141.5		A_1	141.5
3	A_2	151	156	307	153.5		A_2	153.5
4	A_3	158	165	323	161.5		A_3	161.5
5	合計	444	469	913			B_1	
6	平均	148	156.33333		152.16667		B_2	
7								
8	修正項CT	138928.17						
9	全体平方和S	526.83333						
10	因子A平方和	405.33333						
11	因子B平方和	104.16667						
12	誤差平方和S	17.333333						
13								
14		平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値	
15	因子A	405.3	2	202.67	23.4	4.10%	19.0	
16	因子B	104.2	1	104.17	12.0	7.41%	18.5	
17	誤差E	17.3	2	8.67				
18	合計T	526.8	5					
19								

図 5.17 分散分析表

手順2 **最適水準の決定**

A が最大となるのは，E2:E4 の中で最大となる水準 A_3，B が最大となるのは，B6:C6 の中で最大となる水準 B_2 である．最適水準は A_3B_2 である．

手順3 **母平均の推定**

1) **A_3B_2 における母平均の点推定**

操作27 点推定値を計算する．[B21]=E4+C6-E6

2) **A_3B_2 における母平均の信頼率 95%での区間推定**

操作28 有効反復数を計算する．[B22]=1/3+1/2-1/6

操作29 信頼区間の幅を計算する．

[B23]=TINV(0.05,C17)*SQRT(D17*B22)

注）Excel 2010 では，T.INV.2T(0.05,C17)*SQRT(D17*B22)を使用

操作30 信頼下限を計算する．[B24]=B21-B23

操作31 信頼上限を計算する．[B25]=B21+B23

3) **最適水準 A_3B_2 と水準 A_1B_1 における母平均の差の点推定**

操作32 平均の差を計算する．[E21]=(E4+C6)-(E2+B6)

4) A_3B_2 と A_1B_1 における母平均の差の区間推定

操作33 有効反復数を計算する．[E22]=2*(1/3+1/2)

操作34 信頼区間の幅を計算する．[E23]=TINV(0.05,C17)*SQRT(D17*E22)

注）Excel 2010 では，YINV2T(0.05,C17)*SQRT(D17*E22) を使用

操作35 信頼下限を計算する．[E24]=E21-E23

操作36 信頼上限を計算する．[E25]=E21+E23

手順 4　データの予測

1) A_3B_2 におけるデータの点予測

操作37 点予測値を計算する．[H21]=B21

2) A_3B_2 におけるデータの信頼率 95％での区間予測

操作38 $1+1/n_e$ を計算する．[H22]=1+B22

操作39 予測区間の幅を計算する．[H23]=TINV(0.05,C17)*SQRT(D17*H22)

注）Excel 2010 では，T.INV.2T(0.05,C17)*SQRT(D17*H22) を使用

操作40 予測下限を計算する．[H24]=H21-H23

操作41 予測上限を計算する．[H25]=H21+H23

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		B_1	B_2	合計	平均			A	B
2	A_1	135	148	283	141.5		A_1	141.5	
3	A_2	151	156	307	153.5		A_2	153.5	
4	A_3	158	165	323	161.5		A_3	161.5	
5	合計	444	469	913			B_1		148
6	平均	148	156.33333		152.16667		B_2		156.33333
7									
8	修正項CT	138928.17							
9	総平方和S_T	526.83333							
10	因子A平方和	405.33333							
11	因子B 平方和	104.16667							
12	誤差平方和S_E	17.333333							
13									
14		平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値		
15	因子A	405.3	2	202.67	23.4	4.10%	19.0		
16	因子B	104.2	1	104.17	12.0	7.41%	18.5		
17	誤差E	17.3	2	8.67					
18	合計T	526.8	5						
19									
20	最適水準	A_3B_2		A_3B_2とA_1B_1の差			予測		
21	点推定値	165.7	操作27	点推定値	28.3	操作32	点予測値	165.7	操作37
22	1/ne	0.67	操作28	2/ne'	1.67	操作33	1+1/ne	1.67	操作38
23	区間幅	10.34	操作29	区間幅	16.35	操作34	予測幅	16.35	操作39
24	信頼下限	155.3	操作30	信頼下限	12.0	操作35	予測下限	149.3	操作40
25	信頼上限	176.0	操作31	信頼上限	44.7	操作36	予測上限	182.0	操作41

手順 2　最適水準

A_3B_2の推定　A_3B_2とA_1B_1の差の推定　A_3B_2の予測

図 5.18　推定と予測

(2)　Excel「分析ツール」による分散分析表の作成

分散分析表を作るまでなら，Excel「分析ツール」を使うこともできる．

手順 1　「データ」タブから「データ分析」を選ぶ．

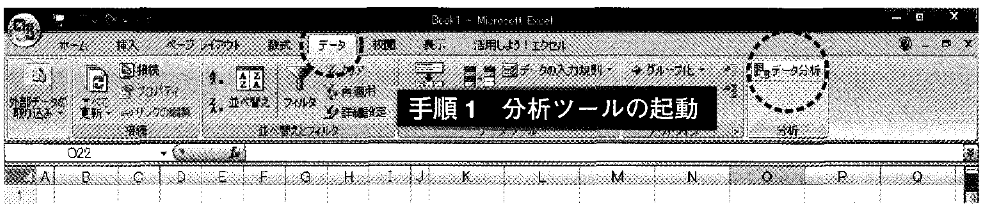


図 5.19　分析ツールの起動

手順 2　「分散分析：繰り返しのない二元配置」を選んで，「OK」を押す．

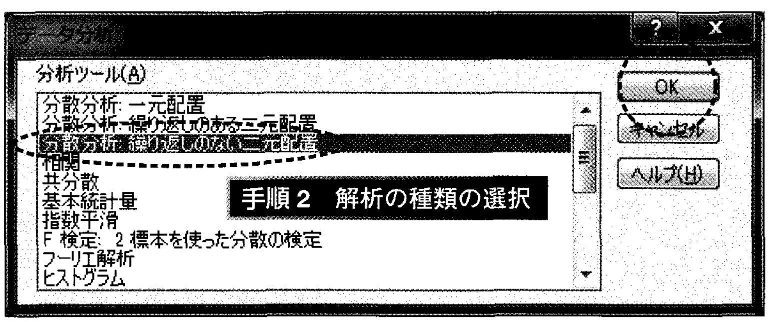


図 5.20　解析の種類の選択

手順 3　分析のための諸元を入力する．

操作 1　「入力範囲(I)」にデータを指定する．
ここでは，ラベルも含めて，「A1:C4」となる．

操作 2　「ラベル(L)」を行う．
A 列には水準名があるので「ラベル(L)」にチェックを入れる．

操作 3　「出力オプション」を指定する．
ここでは，2)**新規ワークシート(P)** を選択している．

1)　**出力先(O)**：同じワークシートに表示する場合（セルを指定する）

2)　**新規ワークシート(P)**：同じファイルの新規別シートに表示する場合

3)　**新規ブック(W)**：新規ファイルに表示する場合

操作 4 「OK」をクリックする．

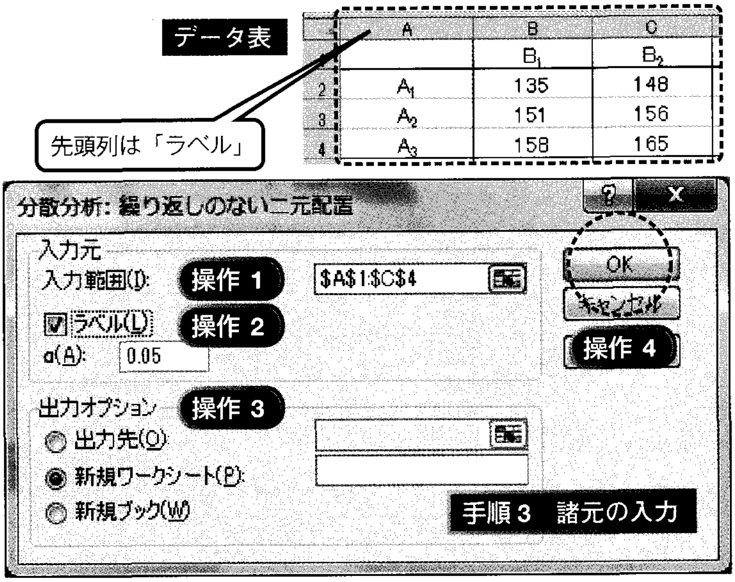


図 5.21　分析ツールの入力

手順 4　分散分析表が表示される．要因名などは，適切な表現に読み替える．

「変動要因」→「要因」　　「変動」→「平方和 S」
「自由度」→「自由度 ϕ」　　「分散」→「平均平方 V」
「観測された分散比」→「F_0 値」　　「P- 値」→「P 値」
「行」→「因子 A」　　「列」→「因子 B」
「誤差」→「誤差 E」

		A	B	C	D	E	F	G
	1	分散分析: 繰り返しのない二元配置						
	2							
	3	概要	標本数	合計	平均	分散		
	4	A1	2	283	141.5	84.5		
	5	A2	2	307	153.5	12.5		
	6	A3	2	323	161.5	24.5		
	7							
	8	B1	3	444	148	139		
	9	B2	3	469	156.3333	72.33333333		
	10							
	11	要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0 値	P 値	F 境界値
	12	分散分析表						
	13	変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
因子 A	14	行	405.3333	2	202.6667	23.38461538	0.041009	19
因子 B	15	列	104.1667	1	104.1667	12.01923077	0.074074	18.51282
誤差 E	16	誤差	17.33333	2	8.666667			
	17					手順4 分散分析表		
	18	合計	526.8333	5				
	19							

図 5.22 分析ツールの出力

第7章 2水準系直交配列表実験

7.1 直交配列表による実験の計画

たくさんの因子による実験をするときに，すべての要因効果を調べる要因配置型実験ではすべての水準組合せで実験をする必要がある．多元配置実験では水準組合せが膨大な数になってしまう．取り上げる要因を絞ることで，すべての水準組合せで実験するのではなく，一部の水準組合せの実験から取り上げた要因効果を効率的に調べることのできるのが直交配列表実験の考え方である．

要因配置実験で効果がありそうな因子を取り上げて，効果があるかどうかを検出するのはもちろんだが，それらの効果の大きさを調べることが主な目的である．これに対して，効果があるかどうかわからない因子に対して，それらの効果の有無を調べることを目的とする場合は，多くの因子を取り上げる実験が必要となる．

取り上げる因子が増えると，それらの間に存在する交互作用の数は指数的に増える．五つの因子（A, B, C, D, F）による要因効果は表 7.1 に示すように $2^5 = 32$ 個あるが，26 個は交互作用である．しかも 3 因子以上の交互作用が 16 個もある．実際には 3 因子以上の交互作用を考えることはほとんどないため，これらを検出するための実験はしなくてもいいだろう．さらに 2 因子交互作用の中でも，技術的に見て交互作用があるとは考えられない交互作用は取り上げないことにすれば，検出すべき要因効果を絞り込むことができる．10 個の 2 因子交互作用のうちで五つの交互作用だけを取り上げるなら，全部で 11 個の要因効果を検出できるように実験すればよい．

要因を絞り込むことによって実験回数を抑える際には，検出したい要因を適切に検出できるように実験を計画する必要がある．このときに使われるのが直交配列表である．

表 7.1　因子とその個数

要　因	個数	
誤差	1	
主効果	5	A, B, C, D, F
2 因子交互作用	10	$A\times B, A\times C, A\times D, A\times F, B\times C, B\times D, B\times F, C\times D, C\times F, D\times F$
3 因子交互作用	10	$A\times B\times C, A\times B\times D, A\times B\times F, A\times C\times D, A\times C\times F, A\times D\times F,$ $B\times C\times D, B\times C\times F, B\times D\times F, C\times D\times F$
4 因子交互作用	5	$A\times B\times C\times D, A\times B\times C\times F, A\times B\times D\times F, A\times C\times D\times F,$ $B\times C\times D\times F$
5 因子交互作用	1	$A\times B\times C\times D\times F$

7.1.1 水準組合せとデータの構造

簡単のため主効果だけを考えることにする．四つの2水準因子（A, B, C, D）を取り上げると，これらの因子の水準組合せは全部で $2^4=16$ 通りある．

要因 A の水準効果は a_1, a_2 で表す．A_1 水準のときには全体平均から a_1 だけ大きくなり，A_2 水準のときには全体平均から a_2 だけ大きくなるとしている．したがって，$a_1+a_2=0$ という関係が成り立つ．これらは他の因子についても同様である．もし，四つの因子とも第1水準で実験をしたら，そのときに得られるデータの構造式は

$$x=\mu+a_1+b_1+c_1+d_1+\varepsilon \tag{7.1}$$

となる．つまり，全体平均に各要因効果が合わさって，それに誤差が加わる．16通りの水準組合せとそのときのデータの構造式は表7.2のようになる．たとえば，No.3の実験では，(A_1, B_1, C_2, D_1) の水準組合せで実験する．

表7.2　データの構造式

No.	A	B	C	D	データの構造
1	1	1	1	1	$x_1=\mu+a_1+b_1+c_1+d_1+\varepsilon_1$
2	1	1	1	2	$x_2=\mu+a_1+b_1+c_1+d_2+\varepsilon_2$
3	1	1	2	1	$x_3=\mu+a_1+b_1+c_2+d_1+\varepsilon_3$
4	1	2	1	1	$x_4=\mu+a_1+b_2+c_1+d_1+\varepsilon_4$
5	2	1	1	1	$x_5=\mu+a_2+b_1+c_1+d_1+\varepsilon_5$
6	1	1	2	2	$x_6=\mu+a_1+b_1+c_2+d_2+\varepsilon_6$
7	1	2	1	2	$x_7=\mu+a_1+b_2+c_1+d_2+\varepsilon_7$
8	1	2	2	1	$x_8=\mu+a_1+b_2+c_2+d_1+\varepsilon_8$
9	2	1	1	2	$x_9=\mu+a_2+b_1+c_1+d_2+\varepsilon_9$
10	2	1	2	1	$x_{10}=\mu+a_2+b_1+c_2+d_1+\varepsilon_{10}$
11	2	2	1	1	$x_{11}=\mu+a_2+b_2+c_1+d_1+\varepsilon_{11}$
12	1	2	2	2	$x_{12}=\mu+a_1+b_2+c_2+d_2+\varepsilon_{12}$
13	2	1	2	2	$x_{13}=\mu+a_2+b_1+c_2+d_2+\varepsilon_{13}$
14	2	2	1	2	$x_{14}=\mu+a_2+b_2+c_1+d_2+\varepsilon_{14}$
15	2	2	2	1	$x_{15}=\mu+a_2+b_2+c_2+d_1+\varepsilon_{15}$
16	2	2	2	2	$x_{16}=\mu+a_2+b_2+c_2+d_2+\varepsilon_{16}$

7.1.2 要因効果の現れ方

水準 A_1 のときの実験は，No.1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12の8回ある．この8回には，水準 B_1 と水準 B_2 は4回ずつ含まれており，要因 C と D についても同じである．8個のデータを合計すると，$b_1+b_2=0$，$c_1+c_2=0$，$d_1+d_2=0$ だから，要因 B, C, D の水準効果は相殺される．

水準 A_1 と水準 A_2 における合計は，それぞれ次のように表される．

$$T_{A1} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 + x_{12} + (\text{誤差}) = 8\mu + 8a_1 + (\text{誤差}) \tag{7.2}$$

$$T_{A2} = x_5 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + (\text{誤差}) = 8\mu + 8a_2 + (\text{誤差}) \tag{7.3}$$

これらの差をとると

$$T_{A1} - T_{A2} = 8a_1 - 8a_2 + (\text{誤差}) \tag{7.4}$$

となるので，要因 A の水準効果だけが残る．他の要因 B, C, D についても，水準間の差をとるとその要因の水準効果しか残らない．すべての水準組合せで実験を行う要因配置実験では，特定の要因について水準の合計を求めると，他の要因の効果は相殺される．

7.1.3　要因効果が交絡しないために

一部の水準組合せで実験を行う場合でも，他の要因効果が相殺されるように水準組合せを決めることができれば，必要な要因効果を求めることができる．そのためには，2水準因子の場合，任意の二つの因子の水準組合せは（1, 1），(1, 2)，(2, 1)，(2, 2）の4通りがあるが，これらが同じ回数現れるように実験すればよい．この性質を満たすような組合せを表にしたものが直交配列表であり，2水準因子に対して作られた表を2水準系直交配列表という．

表7.3　$L_8(2^7)$直交配列表

No.	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
成分	a	b	a b	c	a c	b c	a b c

表7.3には七つの列があり，各列には1と2がそれぞれ4回ずつ現れる．さらに，どの二つの列の組合せを見ても，(1, 1)，(1, 2)，(2, 1)，(2, 2）は2回ずつ現れる．8通りの水準組合せでは，最大で七つの列をとることができることから，この表を $L_8(2^7)$ と表す．各列を七つの8次元ベクトルと見ると，これらのベクトルは互いに直交していることから，直交配列表という．成分とは，列の性質を表す記号で，交互作用を考え

るときに使う．

より大きな直交配列表でも，どの二つの列においても (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2) の組合せが同じ回数現れるような表にするには，16 通り，32 通り，64 通りのように 2 倍ずつ大きくしなければならない．$L_8(2^7)$ の次に大きな直交配列表は $L_{16}(2^{15})$ で，16 通りの水準組合せで 15 列ある（表 7.4）．

表 7.4 $L_{16}(2^{15})$ 直交配列表

No.	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
成分	a	b	a b	c	a c	b c	a b c	d	a d	b d	a b d	c d	a c d	b c d	a b c d

7.1.4 主効果の割り付け

直交配列表を用いて実験を計画するには，取り上げた因子を列に割り付けて，実験する水準組合せを決定する．このとき，交互作用を考えないのであれば，どの列にどの因子を割り付けてもよい．たとえば，四つの因子（A, B, C, D）を取り上げて $L_8(2^7)$ に割り付けるとき，A を第[1]列，B を第[2]列，C を第[3]列，D を第[4]列に割り付けたとすると，8 通りの水準組合せは表 7.5 のようになる．No.3 の実験では，$A_1B_2C_3D_1$ の水準組合せで実験をする．

表 7.5　データの構造式

No.	[1] A	[2] B	[3] C	[4] D	[5]	[6]	[7]	水準組合せ	データの構造
1	1	1	1	1	1	1	1	$A_1B_1C_1D_1$	$x_1=\mu+a_1+b_1+c_1+d_1+\varepsilon_1$
2	1	1	1	2	2	2	2	$A_1B_1C_1D_2$	$x_2=\mu+a_1+b_1+c_1+d_2+\varepsilon_2$
3	1	2	2	1	1	2	2	$A_1B_2C_2D_1$	$x_3=\mu+a_1+b_2+c_2+d_1+\varepsilon_3$
4	1	2	2	2	2	1	1	$A_1B_2C_2D_2$	$x_4=\mu+a_1+b_2+c_2+d_2+\varepsilon_4$
5	2	1	2	1	2	1	2	$A_2B_1C_2D_1$	$x_5=\mu+a_2+b_1+c_2+d_1+\varepsilon_5$
6	2	1	2	2	1	2	1	$A_2B_1C_2D_2$	$x_6=\mu+a_2+b_1+c_2+d_2+\varepsilon_6$
7	2	2	1	1	2	2	1	$A_2B_2C_1D_1$	$x_7=\mu+a_2+b_2+c_1+d_1+\varepsilon_7$
8	2	2	1	2	1	1	2	$A_2B_2C_1D_2$	$x_8=\mu+a_2+b_2+c_1+d_2+\varepsilon_8$

7.1.5　交互作用の割り付け

要因 A と要因 B の交互作用効果を $(ab)_{11}$, $(ab)_{12}$, $(ab)_{21}$, $(ab)_{22}$ で表す．水準 A_1 では，水準 B_1 のときに全体平均から $(ab)_{11}$ だけ大きくなり，水準 B_2 のときに全体平均から $(ab)_{12}$ だけ大きくなるので，$(ab)_{11}+(ab)_{12}=0$ という関係がある．これらは他の要因についても同様であるから，$(ab)_{21}+(ab)_{22}=0$, $(ab)_{11}+(ab)_{21}=0$, $(ab)_{12}+(ab)_{22}=0$ となる．この結果，$(ab)_{11}=(ab)_{22}$, $(ab)_{12}=(ab)_{21}$ となり，交互作用効果は，{(1, 1), (2, 2)} のデータの和と {(1, 2), (2, 1)} のデータの和との差に現れる． 7

A を第[1]列，B を第[2]列に割り付けたとき，第[3]列を見ると，A_1B_1 と A_2B_2 の組合せでは水準 1，A_1B_2 と A_2B_1 の組合せでは水準 2 となっており，A と B の交互作用が第[3]列に現れていることを示している．

交互作用が現れる列に他の要因を割り付けると，これらが交絡してしまう．今，交互作用 $A\times B$ は第[3]列に現れるが，因子 C を第[3]列に割り付けている．そのため，第[3]列に現れる要因効果が有意となっても，この効果が因子 C の主効果なのか，交互作用 $A\times B$ なのかを区別することができない．もし交互作用 $A\times B$ を取り上げるのであれば，因子 C は第[3]列に割り付けてはいけない．

交互作用の現れる列は，直交配列表の成分表示から見つけることができる．成分 p の列と成分 q の列の交互作用は成分 pq の列に現れる．たとえば，第[1]列：a と第[7]列：abc の交互作用は，

$$a\times abc=a^2bc=bc \rightarrow \text{第[6]列}$$

より，第[6]列に現れる．ここで，2 水準系だから，$a^2=b^2=c^2=1$ とする．主効果を割り付けた後で，交互作用の現れる列を求め，これらが他の要因と交絡していなければよい．交絡していれば，主効果を他の列に移すなどして交絡しない割り付けを見つけなければならない．

主効果と交互作用の関係を表した線点図が，それぞれの直交配列表についてあらかじ

め用意されている．主効果を点で，交互作用を線で表現したものである．実験で取り上げる要因に対して必要な線点図と同じ構造を，用意された線点図に見つけることができれば，その直交配列表を使って要因を割り付けることができる．図 7.1 と図 7.2 に線点図を示す．

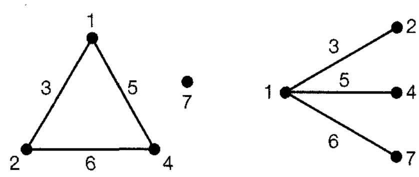


図 7.1 $L_8(2^7)$直交配列表の線点図

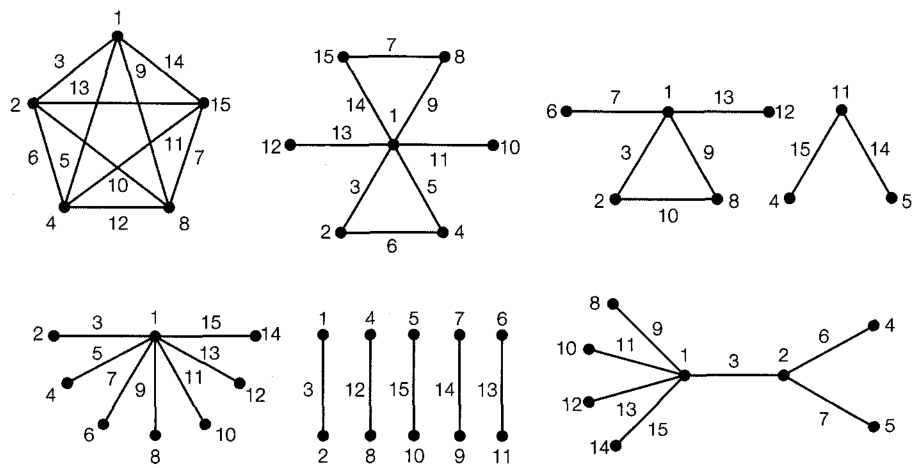


図 7.2 $L_{16}(2^{15})$直交配列表の線点図

四つの 2 水準因子（A, B, C, D）を取り上げ，それらの主効果と二つの交互作用（$A \times B$, $A \times C$）を調べる実験を計画してみる．六つの要因効果を調べるので，7 列以上が必要になるため，$L_8(2^7)$直交配列表を用いる．必要となる線点図を求め，用意された線点図へのあてはめを考える．

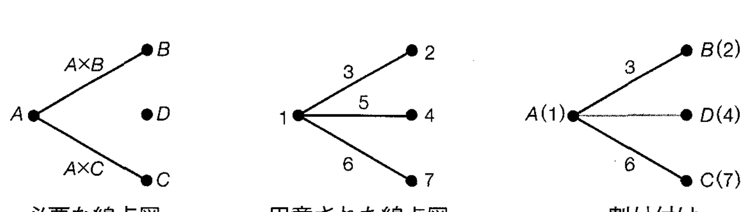


図 7.3 線点図による L_8 への割り付け

このとき，因子 A を第[1]列，因子 B を第[2]列，因子 C を第[7]列，因子 D を第[4]列に割り付け，二つの交互作用は $A \times B$ が第[3]列，$A \times C$ が第[6]列に現れる．誤差は第[5]列に現れる．

もう少し複雑な割り付けの例として，五つの主効果（A, B, C, D, F）を取り上げ，それらの主効果と六つの交互作用（$A\times B, A\times C, A\times D, A\times F, B\times C, D\times F$）を調べる実験を計画してみる．ここでは 11 の要因効果を調べるので，12 列以上が必要になるため，$L_{16}(2^{15})$ 直交配列表を用いる．

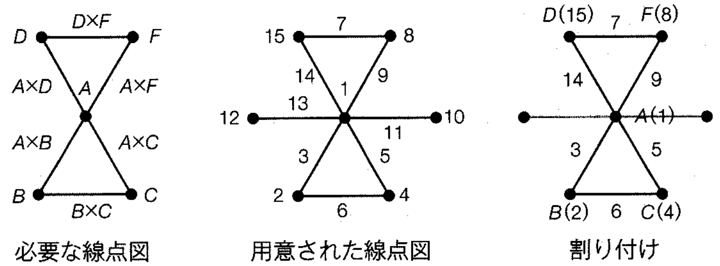


図 7.4　線点図による L_{16} への割り付け

このとき，因子 A は第[1]列，因子 B は第[2]列，因子 C は第[4]列，因子 D は第[15]列，因子 F は第[8]列に割り付け，六つの交互作用は $A\times B$ が第[3]列，$A\times C$ が第[5]列，$A\times D$ が第[14]列，$A\times F$ が第[9]列，$B\times C$ が第[6]列，$D\times F$ が第[7]列に現れることになる．誤差はその他の第[10][11][12][13]列に現れる．

7

7.1.6 分散分析

四つの 2 水準因子（A, B, C, D）の主効果と二つの交互作用（$A\times B, A\times C$）を調べる実験を $L_8(2^7)$ 直交配列表を用いて計画して，8 回の実験を行い，表 7.6 と図 7.5 のデータを得た．

この結果を見ると，主効果 A, B, C と交互作用 $A\times B$ の効果がありそうだが，主効果 D と交互作用 $A\times C$ の効果は判然としない．

要因効果を調べるために，分散分析を行う．第[k]列の平方和は

表 7.6　因子の割り付けとデータ

No.	[1] A	[2] B	[3] $A\times B$	[4] D	[5]	[6] $A\times C$	[7] C	水準組合せ	データ
1	1	1	1	1	1	1	1	$A_1B_1C_1D_1$	20
2	1	1	1	2	2	2	2	$A_1B_1C_2D_2$	22
3	1	2	2	1	1	2	2	$A_1B_2C_2D_1$	25
4	1	2	2	2	2	1	1	$A_1B_2C_1D_2$	19
5	2	1	2	1	2	1	2	$A_2B_1C_2D_1$	27
6	2	1	2	2	1	2	1	$A_2B_1C_1D_2$	24
7	2	2	1	1	2	2	1	$A_2B_2C_1D_1$	19
8	2	2	1	2	1	1	2	$A_2B_2C_2D_2$	22

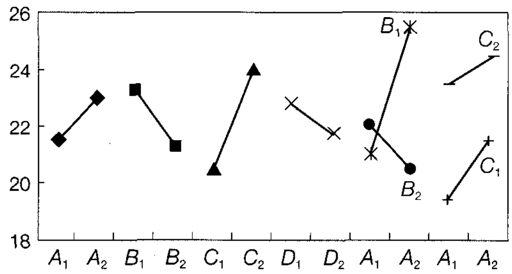


図 7.5 グラフ化

$$S_{[k]} = \frac{{T_{[k]1}}^2}{N/2} + \frac{{T_{[k]2}}^2}{N/2} - \frac{T^2}{N} = \frac{(T_{[k]1} - T_{[k]2})^2}{N} \tag{7.5}$$

で計算できる．各列で第 1 水準と第 2 水準の合計（$T_{[k]1}$, $T_{[k]2}$）を計算し，その差の 2 乗を総データ数 N で割ったものが，その列の平方和となる．要因平方和は，割り付けられた列の平方和であり，何も割り付けられなかった列の平方和の合計が誤差平方和となる．

各列の水準数は 2 だから，列自由度は 1 であり，各要因の自由度は 1 となる．誤差自由度は誤差列の列自由度の和である．

平方和と自由度が決まると，分散分析表にまとめて，要因効果の有無を検定する．

7.1.7 プーリング

取り上げた要因のうち効果がないと判断できるものは誤差にプーリングする．誤差自由度が小さいときには，要因効果はなかなか検出できないし，有意でないからといって効果がないのではない．目安として，P 値が約 20% 以内か F_0 値が約 2 以上であればプーリングしないという判断基準がある．技術的に見て交互作用があると考えられる場合には，たとえ有意でなくてもプーリングしないで残すこともある．

直交配列表実験は，主効果でもプーリングの対象とする．ただ，F_0 値が小さくてプーリングの対象となる主効果でも，他の因子との交互作用が存在するときには，その主効果はプーリングしない．交互作用があるときには，最適な水準組合せを決める際にその因子の水準を設定するが，プーリングをすると，その要因効果は誤差であると見なすことになり，その因子の水準を設定することに意味がなくなるからである．

プーリング後に分散分析表を作成し直し，そこで得られた誤差分散の値が母平均の推定などに用いられる．なお，プーリング後に作成し直した分散分析表で再度プーリングすることはしない．プーリングは誤差分散をより正確に推測するために行うもので，1 回しか行わない．

7.1.8 最適水準と母平均の推定

分散分析の結果，特性に影響を及ぼすと考えられる要因が選ばれ，特性を最大あるいは最小にする最適な水準組合せが決められる．二元配置のときと同じ考え方により，交互作用がないものは単独で決め，交互作用があるものは因子の組合せで決める．

母平均の点推定値を求めるときのデータの構造式の展開も，交互作用に基づいて行われる．区間推定をするときに必要となる有効反復数 n_e は，伊奈の式あるいは田口の式によって求められる．信頼率 $100(1-\alpha)\%$ の信頼区間は

$$\hat{\mu}(ABC) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\frac{V_E}{n_e}} \tag{7.6}$$

で与えられ，誤差分散と誤差自由度は分散分析表で得られた値を用いる．

7.2 2水準系直交配列表実験の解析例

表7.6のデータを解析してみる．どの因子が影響しているだろうか．

7

手順1 **データの整理**

各列で第1水準と第2水準の合計を計算して，列平方和を求める．また，交互作用を調べるために二元表にまとめる（表7.7）．

表7.7　データ表

No.	[1] A	[2] B	[3] $A\times B$	[4] D	[5]	[6] $A\times C$	[7] C
第1水準の和	86	93	83	91	91	88	82
第2水準の和	92	85	95	87	87	90	96
差	−6	8	−12	4	4	−2	−14
$S_{[k]}$	4.5	8.0	18.0	2.0	2.0	0.5	24.5

AB 二元表

	B_1	B_2
A_1	42	44
A_2	51	41

AC 二元表

	C_1	C_2
A_1	39	47
A_2	43	49

次に，各平方和を計算する．要因の割り付けられた列の列平方和が要因平方和となる．

手順2 分散分析表の作成

表 7.8 分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0 値	P 値	$E(V)$
A	4.5	1	4.5	2.25	37.4%	$\sigma^2+4\sigma_A^{\ 2}$
B	8.0	1	8.0	4.00	29.5%	$\sigma^2+4\sigma_B^{\ 2}$
C	24.5	1	24.5	12.25	17.7%	$\sigma^2+4\sigma_C^{\ 2}$
D	2.0	1	2.0	1.00	50.0%	$\sigma^2+4\sigma_D^{\ 2}$
$A\times B$	18.0	1	18.0	9.00	20.5%	$\sigma^2+2\sigma_{A\times B}^{\ 2}$
$A\times C$	0.5	1	0.5	0.25	70.5%	$\sigma^2+2\sigma_{A\times C}^{\ 2}$
E	2.0	1	2.0			σ^2
T	59.5	7				

$F(1,1;0.05)=161$, $F(1,1;0.01)=4052$

どの要因も有意水準5%で有意ではないが，F_0 値が小さい主効果 D と交互作用 $A\times C$ をプーリングする．プーリング後の分散分析表を作り直す．

表 7.9 プーリング後の分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0 値	P 値	$E\ (V)$
A	4.5	1	4.5	3.00	18.2%	$\sigma^2+4\sigma_A^{\ 2}$
B	8.0	1	8.0	5.33	10.4%	$\sigma^2+4\sigma_B^{\ 2}$
C	24.5	1	24.5	16.3*	2.7%	$\sigma^2+4\sigma_C^{\ 2}$
$A\times B$	18.0	1	18.0	12.0*	4.1%	$\sigma^2+2\sigma_{A\times B}^{\ 2}$
E	4.5	3	1.5			σ^2
T	59.5	7				

$F(1,3;0.05)=10.1$, $F(1,3;0.01)=34.1$

プーリング後の分散分析の結果，主効果 C と交互作用 $A\times B$ が5%有意となった．

手順3 最適水準の決定と母平均の推定

推定に用いるデータの構造式は，

$$x=\mu+a+b+d+(ab)+\varepsilon \tag{7.7}$$

であるから，因子 AB が最大となるのは AB 二元表から水準 A_2B_1，因子 D は単独で水準 D_2 が選ばれ，最適水準は $A_2B_1D_2$ となる．

最適水準 $A_1B_2D_2$ における母平均の点推定値は，A_2B_1 における平均と C_2 における平均から求める．

$$\hat{\mu}(A_2B_1D_2) = \widehat{\mu + a_2 + b_1 + c_2 + (ab)_{21}}$$
$$= \widehat{\mu + a_2 + b_1 + (ab)_{21}} + \widehat{\mu + c_2} - \hat{\mu}$$
$$= \frac{51}{2} + \frac{96}{4} - \frac{178}{8}$$
$$= 27.25 \tag{7.8}$$

有効反復数 n_e は，伊奈の式から，

$$\frac{1}{n_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \tag{7.9}$$

となるので，信頼率 95%での信頼区間は，次のようになる．

$$\hat{\mu}(A_2B_1D_2) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\frac{V_E}{n_e}} = 27.25 \pm t(3,0.05)\sqrt{\frac{5}{8} \times 1.5}$$
$$= 27.25 \pm 3.182 \times 0.968$$
$$= 27.25 \pm 3.08$$
$$= 24.2,\ 30.3 \tag{7.10}$$

手順 4　データの予測

最適水準と同じ条件で新たにデータをとるとき，得られる値を予測する．点予測値は，母平均の点推定値と同じになる．

$$\hat{x}(A_2B_1C_2) = 27.25 \tag{7.11}$$

また，信頼率 95%の予測区間は，次のようになる．

$$\hat{x}(A_2B_1D_2) \pm t(\phi_E, \alpha)\sqrt{\left(1 + \frac{1}{n_e}\right)V_E} = 27.25 \pm t(3,0.05)\sqrt{\left(1 + \frac{5}{8}\right) \times 1.5}$$
$$= 27.25 \pm 3.182 \times 1.561$$
$$= 27.25 \pm 4.97$$
$$= 22.3,\ 32.2 \tag{7.12}$$

Excel 解析 5

2 水準系直交配列表実験

四つの 2 水準因子 (A, B, C, D) の主効果と二つの交互作用 ($A \times B, A \times C$) を調べる実験を $L_8(2^7)$ 直交配列表を用いて計画して，8 回の実験を行い，表 7.6 のデータを得た．このデータ表を基に Excel で 2 水準系直交配列表実験の解析を行ってみる．

表 7.6（再掲）因子の割り付けとデータ

No.	[1] A	[2] B	[3] $A \times B$	[4] D	[5]	[6] $A \times C$	[7] C	水準組合せ	データ
1	1	1	1	1	1	1	1	$A_1B_1C_1D_1$	20
2	1	1	1	2	2	2	2	$A_1B_1C_2D_2$	22
3	1	2	2	1	1	2	2	$A_1B_2C_2D_1$	25
4	1	2	2	2	2	1	1	$A_1B_2C_1D_2$	19
5	2	1	2	1	2	1	2	$A_2B_1C_2D_1$	27
6	2	1	2	2	1	2	1	$A_2B_1C_1D_2$	24
7	2	2	1	1	2	2	1	$A_2B_2C_1D_1$	19
8	2	2	1	2	1	1	2	$A_2B_2C_2D_2$	22

手順 1　データの整理

1）データを入力して，列平方和を計算する

操作 1　直交配列表を B3:H10 に入れ，1 行目には列番号，2 列目には割り付けた要因を入力する．データは I3:I10 に入力する．

各列において，水準ごとの合計，差，平方和を計算する．

操作 2　データの合計 [I11]=SUM(I3:I10)

操作 3　第[1]列における第 2 水準の合計
[B12]=SUMIF(B3:B10,"=2", $I3:$I10)

操作 4　第[1]列における第 1 水準の合計 [B11]=$I11−B12

操作 5　第[1]列における水準間の差 [B13]=B11−B12

操作 6　第[1]列における列平方和 [B14]=B13^2/8

操作 7　第[2]列から第[7]列は，[B11:B14]を[C11:H14]にコピーする

また，交互作用を求めるための二元表を作成して，AB の水準組合せにおける合計を求める．

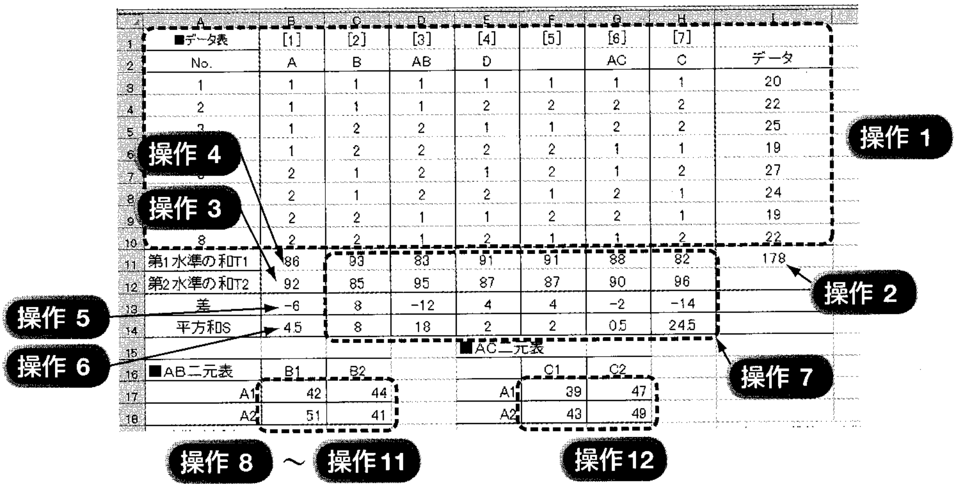
操作 8　水準 A_1B_1 の合計 [B17]=SUMIFS(I3:I10,B3:B10,"=1",C3:C10,"=1")

操作9　水準 A_1B_2 の合計 [C17]=SUMIFS(I3:I10,B3:B10,"=1",C3:C10,"=2")

操作10　水準 A_2B_1 の合計 [B18]=SUMIFS(I3:I10,B3:B10,"=2",C3:C10,"=1")

操作11　水準 A_2B_2 の合計 [C18]=SUMIFS(I3:I10,B3:B10,"=2",C3:C10,"=2")

同様にして，AC 二元表も求める．（**操作12**）



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	■データ表	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	
2	No.	A	B	AB	D		AC	C	データ
3	1	1	1	1	1	1	1	1	20
4	2	1	1	1	2	2	2	2	22
5	3	1	2	2	1	1	2	2	25
6		1	2	2	2	2	1	1	19
7		2	1	2	1	2	1	2	27
8		2	1	2	2	1	2	1	24
9		2	2	1	1	2	2	1	19
10	8	2	2	1	2	1	1	2	22
11	第1水準の和T1	86	93	83	91	91	88	82	178
12	第2水準の和T2	92	85	95	87	87	90	96	
13	差	-6	8	-12	4	4	-2	-14	
14	平方和S	4.5	8	18	2	2	0.5	24.5	
15					■AC二元表				
16	■AB二元表	B1	B2			C1	C2		
17	A1	42	44		A1	39	47		
18	A2	51	41		A2	43	49		

図 7.6　データ表

注）Excel 2003 以前の場合

Excel 2003 以前では，SUMIFS 関数が組み込まれていないため，**操作8** ～**操作11**は，SUMPRODUCT を使用して次のように入力する．

操作8　水準 A_1B_1 の合計
[B17]=SUMPRODUCT((C3:C10=1)*(B3:B10=1),I3:I10)

操作9　水準 A_1B_2 の合計
[C17]=SUMPRODUCT((C3:C10=2)*(B3:B10=1),I3:I10)

操作10　水準 A_2B_1 の合計
[B18]=SUMPRODUCT((C3:C10=1)*(B3:B10=2),I3:I10)

操作11　水準 A_2B_2 の合計
[C18]=SUMPRODUCT((C3:C10=2)*(B3:B10=2),I3:I10)

2）データをグラフ化する

一つのグラフにまとめるには，データ配列を作り直す．

操作13　K 列には横軸にくる水準名を入れる．

操作14　因子 A の各水準の平均 [L2]=B11/4, [L2] を [L3] にコピーする．

操作15　因子 B の各水準の平均 [M4]=C11/4, [M4] を [M5] にコピーする．

操作16　因子 C の各水準の平均 [N6]=H11/4, [N6] を [N7] にコピーする．

7

操作13　　グラフ用データ表

操作14　操作15　操作16　操作17　操作18　操作19

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1		A	B	C	D	B_1	B_2	C_1	C_2
2	A_1	21.5							
3	A_2	23							
4	B_1		23.25						
5	B_2		21.25						
6	C_1			20.5					
7	C_2			24					
8	D_1				22.75				
9	D_2				21.75				
10	A_1					21	22		
11	A_2					25.5	20.5		
12	A_1							19.5	23.5
13	A_2							21.5	24.5

図 7.7　グラフ化のためのデータ表の作成

操作17 因子 D の各水準の平均 [O8]=E11/4, [O8] を [O9] にコピーする.

操作18 AB の各水準組合せの平均 [P10]=B17/2, [P10] を [P10:Q11] にコピーする.

操作19 AC の各水準組合せの平均 [R12]=F17/2, [R12] を [R12:S13] にコピーする.

操作20 データ範囲 K1:S13 を指定する.

操作21 「挿入」タブの「折れ線」から「マーカー付き折れ線」を選ぶと, 折れ線グラフが表示される.

操作22 グラフを右クリックしてから「データ系列の書式設定(F)」をクリックして, グラフを整形する. 必要なら「マーカーのオプション」や「マーカーの塗りつぶし」「線の色」「マーカーの色」を設定する.

操作23 縦軸をクリックしてから, 右クリックして「軸の書式設定(F)」をクリックする. 「軸のオプション」:「最小値」は「固定」を選んで「19」を入れる. 「目盛間隔」は「固定」を選んで「1」を入れる. 「閉じる」をクリックする.

補助線は必要なければ, クリックしたのち, 削除キーで削除する.

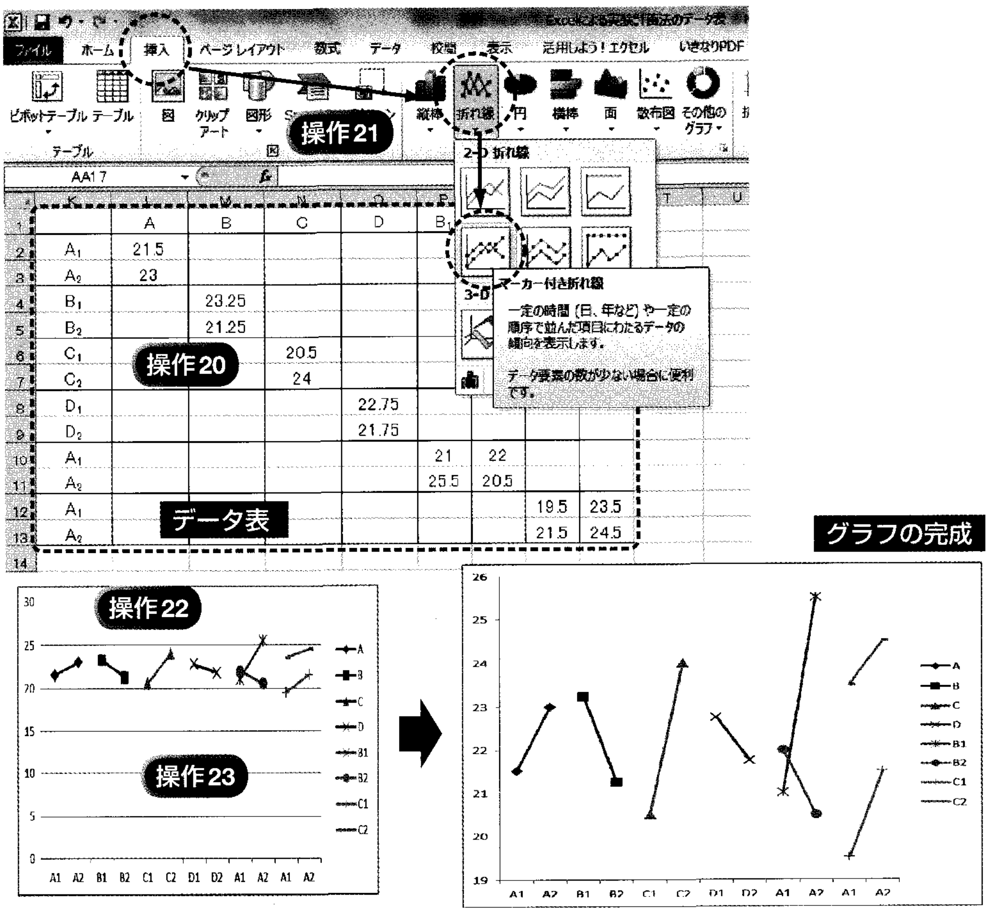


図 7.8　グラフ化

手順 2　分散分析表の作成

1）分散分析表にまとめる

操作24　平方和と自由度

S_A	[B21]=B14	ϕ_A	[C21]=1
S_B	[B22]=C14	ϕ_B	[C22]=1
S_C	[B23]=H14	ϕ_C	[C23]=1
S_D	[B24]=E14	ϕ_D	[C24]=1
$S_{A\times B}$	[B25]=D14	$\phi_{A\times B}$	[C25]=1
$S_{A\times C}$	[B26]=G14	$\phi_{A\times C}$	[C26]=1
S_T	[B28]=SUM(B14:H14)	ϕ_T	[C28]=7
S_E	[B27]=B28−SUM(B21:B26)	ϕ_E	[B27]を[C27]にコピーする．

操作25　平均平方 [D21]=B21/C21，[D21] を [D22:D27] にコピーする．

操作26 F_0値 [E21]=D21/$D$27, [E21] を [E22:E26] にコピーする.

操作27 P値 [F21]=FDIST(E21,C21,$C$27), [F21] を [F22:F26] にコピーする.

操作28 F境界値 [G21]=FINV(0.05,C21,$C$27), [G21] を [G22:G26] にコピーする.

注）Excel 2010 では, F.INV.RT(0.05,C21,$C$27) を使用

	A	B	C	D	E	F	G	H
19	■分散分析表							分散分析表
20	要因	平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値	
21	因子A	4.5	1	4.5	2.25	37.4%	161.4	
22	因子B	8	1	8.0	4.00	29.5%	161.4	
23	因子C	24.5	1	24.5	12.25	17.7%	161.4	
24	因子D	2	1	2.0	1.00	50.0%	161.4	pooling
25	交互作用AxB	18	1	18.0	9.00	20.5%	161.4	
26	交互作用AxC	0.5	1	0.5	0.25	70.5%	161.4	pooling
27	誤差E	2	1	2.0				
28	合計T	59.5	7					

操作24　操作25　操作26　操作27　操作28

図 7.9　分散分析表

2） プーリングを検討する

主効果 D と交互作用 $A \times C$ は誤差にプーリングして，分散分析表を作り直す.

操作29 平方和と自由度

S_A　[J21]=B21

S_B　[J22]=B22

S_C　[J23]=B23

$S_{A\times B}$　[J25]=B25

S_T　[J28]=B28

S_E　[B27] を [J27] にコピーする.

自由度 [J21:J28] を [K21:K28] にコピーする.

操作30 平均平方 [D21:D27] を [L21:L27] にコピーする.

プーリングした [L24] と [L26] はセルを「空白」にする.

(以下操作31～操作33まで同じ)

操作31 F_0値 [M21]=L21/$L$27, [M21] を [M22:M25] にコピーする.

操作32 P値 [N21]=FDIST(M21,K21,$K$27), [N21] を [N22:N25] にコ

ピーする．

操作33 F 境界値 [O21]=FINV(0.05,K21,$K$27)，[O21] を [O22:O25] にコピーする．

注）Excel 2010 では，F.INV.RT(0.05,K21,$K$27) を使用

分散分析表

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
19					■プーリング後の分散分析表						
20	F_0値	P値	F境界値		要因	平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0値	P値	F境界値
21	2.25	37.4%	161.4		因子A	4.5	1	4.5	3.00	18.2%	10.1
22	4.00	29.5%	161.4		因子B	8	1	8.0	5.33	10.4%	10.1
23	12.25	17.7%	161.4		因子C	24.5	1	24.5	16.33	2.7%	10.1
24	1.00	50.0%	161.4	pooling							
25	9.00	20.5%	161.4		交互作用AxB	18	1	18.0	12.00	4.1%	10.1
26	0.25	70.5%	161.4	pooling							
27					誤差E	4.5	3	1.5			
28					合計T	59.5	7				

誤差にプーリング

操作29　操作30　操作31　操作32　操作33

図 7.10　プーリング後の分散分析表

手順 3　最適水準の決定と母平均の推定

1）最適水準の決定

AB が最大となるのは B17:C18 の中から水準 A_2B_1，C が最大となるのは H11:H12 の中から水準 C_2 である．したがって，最適水準は $A_2B_1C_2$ である．

2）$A_2B_1C_2$ における母平均の点推定

操作34 点推定値 [J31]=B18/2+H12/4-I11/8

3）$A_2B_1C_2$ における母平均の信頼率 95%での区間推定

操作35 有効反復数 $1/n_e$ [J32]=1/2+1/4-1/8

操作36 信頼区間の幅 [J33]=TINV(0.05,$K$27)*SQRT($L$27*J32)

注）Excel 2010 では，T.INV.2T(0.05,$K$27)*SQRT($L$27*J32) を使用

操作37 信頼下限 [J34]=J31-J33

操作38 信頼上限 [J35]=J31+J33

手順 4　データの予測

1）$A_2B_1C_2$ におけるデータの点予測

操作39 点予測値 [M31]=J31

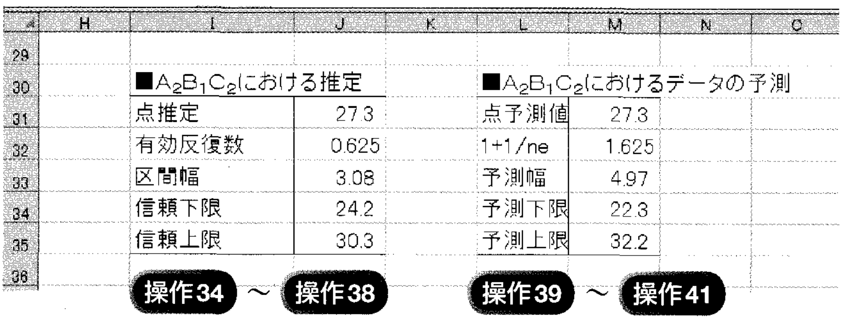
2） $A_2B_1C_2$ におけるデータの信頼率 95%での区間予測

操作40 $1 + 1/n_e$ [M32]=1+J32

操作41 予測区間の幅 [M33]=TINV(0.05,$K$27)*SQRT(M32*$L$27)

予測下限 [M34]=M31−M33

予測上限 [M35]=M31+M33



■$A_2B_1C_2$における推定	
点推定	27.3
有効反復数	0.625
区間幅	3.08
信頼下限	24.2
信頼上限	30.3

■$A_2B_1C_2$におけるデータの予測	
点予測値	27.3
1+1/ne	1.625
予測幅	4.97
予測下限	22.3
予測上限	32.2

図 7.11 推定と予測