

# 第七章 上下文无关语言的性质

2025年6月19日 18:32

## 上下文无关语言(CFL)

正则语言以并、连接、重复构建而成；上下文无关语言由并、连接、递归构建而来  
并非所有语言都为CFL

## 上下文无关语言的泵引理

定理：乔姆斯基范式文法 $G=(V,T,P,S)$ 的语法树，若产物为终结符串 $w$ ，且树的高度 $n$ ，  
则 $|w| \leq 2^{n-1}$

定理：若语言 $L$ 为CFL，则存在正整数 $N$ ，对 $\forall z \in L$ ，若 $|z| \geq N$ ，则 $z = uvwxy$ ，且满足

①  $vx \neq \varepsilon$ ，或

$|vx| > 0$  ②  $|vwx| \leq N$  ③  $\forall i \geq 0, uv^iwx^iy \in L$

例 2. 证明  $L = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$  不是上下文无关的.

(错误的) 证明: 假设  $L$  是 CFL. 取  $z = 0^N 1 0^N 1$ , 那么  $z = uvwxy$  为

$$z = \underbrace{00 \cdots 00}_u \underbrace{0}_v \underbrace{1}_w \underbrace{0}_x \underbrace{00 \cdots 01}_y$$

则对任意  $i \geq 0$ , 有  $uv^iwx^iy \in L$ , 满足泵引理.

(正确的) 证明: 假设  $L$  是 CFL. 取  $z = 0^N 1^N 0^N 1^N$ , 将  $z$  分为  $z = uvwxy$  时

1. 若  $vwx$  在  $z$  中点的一侧,  $uv^0wx^0y$  显然不可能属于  $L$ ;
2. 若  $vwx$  包括  $z$  中点, 那么  $uv^0wx^0y$  为  $0^N 1^i 0^j 1^N$ , 也不可能属于  $L$ .

所以假设不成立,  $L$  不是 CFL.

## 上下文无关语言的封闭性

上下文无关语言对代换/并/连接/闭包/同态/逆同态/反转均有封闭性

上下文无关语言对交和补运算不封闭

## 上下文无关语言的判定性质

CYK算法：检查串 $w$ 是否属于 $L$ (不考)

## 乔姆斯基文法体系

不考