第六章 下推自动机

2025年6月19日 1:01

下推自动机：PDA(PushDown Automata)

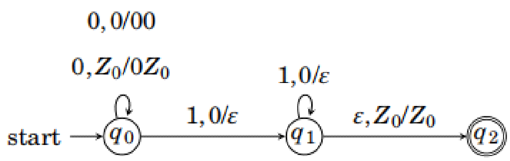
定义为七元组$P=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$，其中Q为有穷状态集,$\Sigma$为有穷输入符号集，$\Gamma$为有穷栈符号集，$\delta$为状态转移函数，q0为初始状态，Z0为栈底符号,F为接受状态集

瞬时描述和转移符号:

定义：$Q\times\Sigma^*\times\Gamma^*$中三元组$(q,w,\gamma)$为瞬时描述(Instantaneous Description),表示此时PDA处于状态q，输入带上剩余输入串w，栈中的符号串为γ

定义：在PDA P中若$(p,\beta)\in\delta(q,a,Z)$，由$(q,aw,Z\alpha)$到$(p,w,\beta\alpha)$的变化，称为ID的转移$\overset{P}{\vdash}$，记为$(q,aw,Z\alpha)\overset{P}{\vdash}(p,w,\beta\alpha)$

例 1. 语言 $L_{01}=\{0^n1^n\mid n\geq 1\}$ 的 PDA, 识别 0011 时的 ID 序列.



$$\begin{aligned}(q_0,0011,Z_0)&\vdash(q_0,011,0Z_0)\\&\vdash(q_0,11,00Z_0)\\&\vdash(q_1,1,0Z_0)\\&\vdash(q_1,\varepsilon,Z_0)\\&\vdash(q_2,\varepsilon,Z_0)\end{aligned}$$

下推自动机接受的语言

以终态方式接受的语言为L(P)，$L(P)=\{w\in\Sigma^*|(q_0,w,Z_0)\vdash(p,\varepsilon,\gamma),P\in F,\gamma\in\Gamma^*\}$

以空栈方式接受的语言为N(P)，$N(P)=\{w\in\Sigma^*|(q_0,w,Z_0)\vdash(p,\varepsilon,\varepsilon)\}$

从终态方式到空栈方式:

定理：若PDA P_F以终态方式接受语言L，则存在PDA P_N以空栈方式接受L

从空栈方式到终态方式:

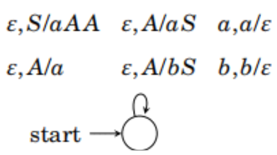
定理：若PDA P_N以空栈方式接受语言L，则存在PDA P_F以终态方式接受L

下推自动机与文法的等价性

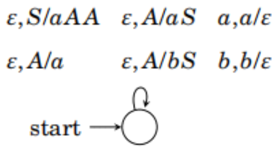
由CFG到PDA：用PDA栈顶符号的替换，模拟文法的最左派生

定理：任何CFL L，一定存在PDA P，使L=N(P)

为文法 $S\to aAA, A\to aS\mid bS\mid a$ 构造 PDA.



为文法 $S \to aAA, A \to aS \mid bS \mid a$ 构造 PDA.



由PDA到CFG：

定理：若PDA P，有L=N(P)，那么L是上下文无关语言

确定型下推自动机DPDA(Deterministic PushDown Automata)：

定义：若PDA $P=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$满足：

$\forall a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}, \delta(q,a,X)$至多有一个动作，

且$\exists a \in \Sigma$, 若$\delta(q,a,X) \neq \emptyset$, 则$\delta(q,\varepsilon,X)=\emptyset$

则称P为确定型下推自动机DPDA，其以终态方式接受的语言L(P)称为DCFL

DPDA与PDA不等价：

DPDA：每个状态下，只有唯一可能的转移，无法处理需要猜测的情况。

PDA：可以尝试多种可能性(例：对L_{wwR}，可猜测w的结束点)

定理：若L为正则语言，则存在DPDA P以终态方式接受L，即L=L(P)

(DPDA P可不用栈而模拟任何DFA)

定义：如果语言 L 中不存在两个不同的字符串 x 和 y, 使 x 是 y 的前缀, 称语言 L 满足前缀性质

定理： DPDA P 且 L = N(P), 当且仅当 L 有前缀性质且存在 P′ 使 L = L(P′).

DPDA与无歧义文法：

定理：DPDA P，语言L=N(P)或N(P)，那么L有无歧义的CFG