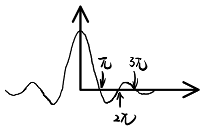
第一章

2025年4月5日　　14:17

抽样函数：$Sa(t)=\frac{\sin t}{t}$ 

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Sa(t)\,\mathrm{d}t=\pi$$

$$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)$$

冲激函数的抽样性质：$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cdot\delta(t-t_0)=f(t_0)$

$\delta(t)$的尺度变换特性：$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$

$\mathrm{e}(at+b)=$ e(t) $\begin{cases} \xrightarrow{\text{向左平移b}} \mathrm{e}(t+b) \xrightarrow{\text{缩小a倍}} \mathrm{e}(at+b) \\ \xrightarrow{\text{缩小a倍}} \mathrm{e}(at) \xrightarrow{\text{向左平移b}} \mathrm{e}(a+(\frac{b}{a})) \end{cases}$

图解法求卷积：①置换 $f_2(t)\to f_2(\tau)$ ②翻转 $f_2(\tau)\to f_2(-\tau)$ （选择更简单函数进行翻转）

③ 平移t：$f_2(t-\tau)$ ④ 相乘 $f_1(t)\cdot f_2(t-\tau)$ ⑤ 积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t)\cdot f_2(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$

解析法求卷积：使用门函数确定积分的上下限

例：计算$f_1(t)*f_2(t)$

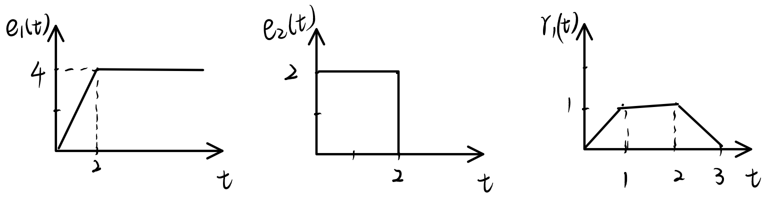
（1）$f_1(t)=f_2(t)=u(t)-u(t-1)$

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}[u(\tau)-u(\tau-1)]*[u(t-\tau)-u(t-\tau-1)]\,\mathrm{d}\tau$$
$$=\int_0^t \mathrm{d}\tau\cdot u(t)-\int_0^{t-1}\mathrm{d}\tau\cdot u(t-1)-\int_1^t \mathrm{d}\tau\cdot u(t-1)+\int_1^{t-1}\mathrm{d}\tau\cdot u(t-2)$$

卷积的微分性质：$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[f_1(t)*f_2(t)\right]=\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f_1(t)\right]*f_2(t)=f_1(t)*\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f_2(t)\right]$

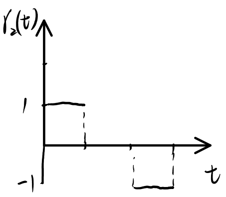
即：微分的卷积等于卷积的微分

例：已知某线性非时变系统的初始储能为0，当系统激励为$e_1(t)$时，系统响应为$r_1(t)$,画出系统激 励为$e_2(t)$时的系统响应$r_2(t)$的波形。



$\because \frac{\mathrm{d}e_1}{\mathrm{d}t}=e_2$, $\therefore \frac{\mathrm{d}r_1}{\mathrm{d}t}=r_2$

$\therefore$



判断系统的线性、非时变性、因果性：

线性：$\begin{cases}\text{齐次性：}\mathrm{e}(t)\to r(t)\Rightarrow\alpha\cdot\mathrm{e}(t)\to\alpha\cdot r(t)\\ \text{叠加性：}\alpha\cdot e_1(t)+\beta\cdot e_2(t)\to\alpha\cdot r_1(t)+\beta\cdot r_2(t)\end{cases}$

时不变性：$\mathrm{e}(t-t_0)\to r(t-t_0)$

因果性：系统输出是否依赖于未来的输入

例：$r(t)=\mathrm{e}(t)\cdot\mathrm{e}(t)$：$r_1(t)=e_1(t)^2$，$r_2(t)=e_2(t)^2$，但$r(t)=\left(\alpha\cdot e_1(t)+\beta\cdot e_2(t)\right)^2\neq r_1(t)+r_2(t)$

$\therefore$ 不满足线性（叠加性）

例：$r(t)=t\cdot\mathrm{e}(t)$：$r(t-t_0)=(t-t_0)\cdot\mathrm{e}(t-t_0)\neq t\cdot\mathrm{e}(t-t_0)$ $\therefore$不满足时不变性