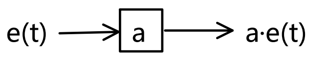
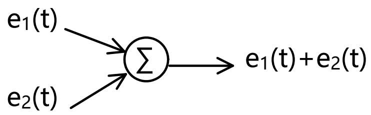
第二章 连续时间信号与系统的时域分析

2025年4月27日　　23:07

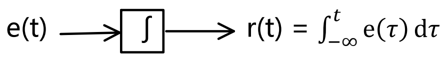
描述系统的基本单元：①乘法器：



② 加法器



③ 积分器



单位冲激响应h(t): 输入为δ(t)时的响应

齐次解$r_h(t)$的形式：

①特征根为不等实根$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$：$r_h(t)=C_1\cdot e^{\alpha_1 t}+\ldots+C_n\cdot e^{\alpha_n t}$

②特征根为k重相等实根$\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_k$：$r_h(t)=C_1\cdot e^{\alpha_1 t}+C_2\cdot t\cdot e^{\alpha_1 t}+\cdots+C_n\cdot t^{n-1}\cdot e^{\alpha_1 t}$

③特征根为成对共轭复根$\alpha_{1,2}=\sigma\pm j\omega$：$r_h(t)=C_1\cdot e^{(\sigma+j\omega)t}+C_2\cdot e^{(\sigma-j\omega)t}=e^{\sigma t}(X\cdot\cos\omega t+Y\cdot\sin\omega t)$

特解的形式：

①自由项为E：B

②自由项为t^p：$B_P t^P+\cdots+B_1 t+B_0$

③自由项为实根e^{at}：$B\cdot e^{\alpha t}$

④自由项为相等特征根e^{at}：$B\cdot t\cdot e^{\alpha t}$

⑤自由项为$\sin w_0 t$或$\cos w_0 t$：$B_1\sin\omega_0 t+B_2\cos\omega_0 t$

⑥自由项为$e^{at}\sin w_0 t$或$e^{at}\cos w_0 t$：$B_1 e^{\alpha t}\sin\omega_0 t+B_2 e^{\alpha t}\cos\omega_0 t$

判断系统在t=0处是否发生跳变： 取决于右侧自由项中是否包含冲激函数δ(t)，包含则发生跳变

δ(t)函数平衡原理：t=0时刻，方程两边δ(t)及其各阶导数保持平衡

零输入响应：r_{zi},零状态响应：r_{zs}

例：已知系统微分方程$\frac{d^2r(t)}{dt^2}+3\frac{dr(t)}{dt}+2r(t)=\frac{de(t)}{dt}+3e(t),r(0^-)=1,r'(0^-)=2,e(t)=u(t)$,求其全响应、零输入响应、零状态响应、自由响应和强迫响应

特征方程$\alpha^2+3\alpha+2=0$，$\alpha_1=-1,\alpha_2=-2$，则$r_{zi}=(C_1\cdot e^{-t}+C_2\cdot e^{-2t})\cdot u(t)$，解得$C_1=4,C_2=-3$

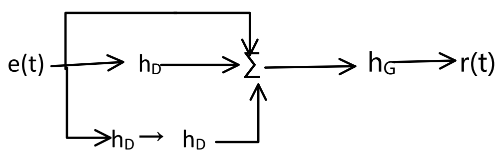
$\therefore r_{z_i}=\left(4e^{-t}-3e^{-2t}\right)\cdot u(t)$　　∵h(t)不包含δ(t)及其导数项，设$h(t)=\left(C_3\cdot e^{-t}+C_4\cdot e^{-2t}\right)\cdot u(t)$，令$e(t)=\delta(t)$

解得$h(t)=\left(2e^{-t}-e^{-2t}\right)\cdot u(t)$，　$\therefore r_{zs}=e(t)*h(t)=\left(\frac{3}{2}-2e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-2t}\right)u(t)$

全响应$r(t)=r_{zi}+r_{zs}=\left(2e^{-t}-\frac{5}{2}e^{-2t}\right)u(t)+\frac{3}{2}u(t)$

$r_h=\left(2e^{-t}-\frac{5}{2}e^{-2t}\right)u(t)$，$r_P=\frac{3}{2}u(t)$

求特征根→求r_{zi}→求h→$r_{zs}=e*h$ →$r(t)=r_{zi}+r_{zs}$ →求r_P和r_h



∑：$1+h_D+h_D*h_D$