

KEPLEROVI PÁTEČNÍCI

2. sada příkladů

3. listopadu 2023

1. Geostacionární kružnice

Uvažujme družici, která obíhá v rovině Zemského rovníku a její perioda je stejná jako perioda rotace Země. Pro pozorovatele na Zemi se bude zdát, že družice se nachází stále ve stejné pozici na obloze (tzv. geostacionární družice). Určete výšku h nad povrchem Země, v níž družice obíhá.

$$[\text{Výsledek: } h = \left(GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \right)^{1/3} - R \doteq 35800 \text{ km}]$$

2. Radiální rychlost po elipse

Mějme těleso, která obíhá kolem ústředního tělesa o hmotnosti M po eliptické trajektorii s hlavní poloosou a a číselnou výstředností ϵ . Jaká je největší radiální rychlost, s jakou se těleso od ústředního vzdaluje, resp. k němu přibližuje?

Nápověda: Pro číselnou výstřednost platí vztah:

$$\epsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3}$$

$$[\text{Výsledek: } (v_r)_{\max} = \sqrt{\frac{GM}{a}} \frac{\epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}}]$$

3. Cesta do středu Země

Uvažujme, že Země je homogenní koule o hmotnosti $M = 5,974 \times 10^{24}$ kg a poloměru $R = 6378$ km. Dva protilehlé body na Zemi spojíme přímým tunelem a na jedné jeho straně upustíme těleso. Za jak dlouho vyletí na druhé straně tunelu?

$$[\text{Výsledek: } t = \pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}]$$

4. Binární systém

Oběžné kruhové dráhy složek dvojhvězdy s periodou $P = 80$ d se na nebi jeví jako koncentrické elipsy s excentricitou $\epsilon = \sqrt{3}/2$ a velikostmi úhlových hlavních poloos $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,2''$ (tzn. elipsy splývají v jednu). Dále pozorujeme, že v kombinovaném spektru dvojhvězdy se čára H_α (laboratorní vlnová délka $\lambda_0 = 656,28\text{nm}$) periodicky rozštěpuje na dvě komponenty s maximální vzdáleností $\Delta\lambda_{\max} = 0,4\text{nm}$. Určete hmotnosti složek dvojhvězdy M_1, M_2 v násobcích hmotnosti Slunce a vzdálenost k systému d v parsecích.

$$[\text{Výsledek: } M_1 = M_2 = 39, d = 3,9 \text{ pc}]$$