



# Keplerovi pátečníci

Setkání 1.  
2023/09/08

# Co a kdo jsou „Keplerovi pátečníci“?

1. Kroužek astronomie a astrofyziky.
2. Zaměřený na vybraná témata, která se objevují v předmětových soutěžích.
3. Důraz na osvojení si nových znalostí počítáním příkladů.
4. Určený pro žáky SŠ, ale vítáni jsou všichni zájemci.

# Co a kdo jsou „Keplerovi pátečníci“?

1. Kroužek astronomie a astrofyziky.
2. Zaměřený na vybraná témata, která se objevují v **předmětových soutěžích**.
3. Důraz na osvojení si nových znalostí počítáním příkladů.
4. Určený pro žáky SŠ, ale vítáni jsou všichni zájemci.

# Astronomická olympiáda



- kategorie: ZŠ - GH: 6. - 7. třída, EF: 8. - 9. třída  
SŠ - CD: 1. - 2. ročník, AB: 3. - 4. ročník
- soutěžních kola
  - školní (16. 10. – 22. 12. 2023)
  - krajská (AB: 20. 11. 2023 – 26. 1. 2024; CD, EF a GH: 8. 1. – 22. 3. 2024)
  - finále (AB: 20. - 22. 3. 2024; CD: 15. - 17. 5. 2024; EF a GH: 24. 5. 2024)
  - dvě mezinárodní olympiády (2024: Brazílie, Nepál)

Určitě se podívej na [https://olympiada.astro.cz/!](https://olympiada.astro.cz/)

# Astronomická olympiáda



- kategorie: ZŠ - GH: 6. - 7. tří  
SŠ - CD: 1. - 2. roč
- soutěžních kola

školní

krajské

finále

I: 8. 1. – 22. 3. 2024)

EF a GH: 24. 5. 2024)

WE WANT YOU!



# Úvodní informace

Vedoucí: Pavel Kůš (pro všechny *jen Pavel*)

E-mail: **[keplerovipatecnici@gmail.com](mailto:keplerovipatecnici@gmail.com)**

Web: **<https://keplerovipatecnici.github.io/>**

 : **<https://www.instagram.com/keplerovipatecnici/>**

 : **<https://www.youtube.com/channel/UCOAqImDU32lhmuVtIT1GPdA>**

Naplánovaná setkání (pátky, 16:00 až cca 17:30):

8.9., 22.9., 13.10., 27.10., 10.11., 24.11., 8.12., 22.12., 5.1., 19.1.

**Sledujte web pro případné změny!**

# Témata pro dnešní odpoledne

1. Astronomie a astrofyzika jako obory
2. Vesmír na mnoha úrovních
3. Délkové jednotky v astronomii
4. Co vesmír skrývá za tajemství?
5. Začínáme: Kepler a Brahe v Praze aneb první astronomická revoluce!
6. Keplerovy zákony

# Astronomie a astrofyzika jako obory

## Astronomie

se zaměřuje na pozorování, katalogizaci a popis různých kosmických objektů.

## Astrofyzika

se snaží porozumět fyzikálním mechanismů, které tyto objekty řídí.

Vytváří nové fyzikální teorie, modely, které se snaží popisovat realitu, ale také experimenty, které mají o mechanismech prozradit více.

## Kosmologie

se zabývá vznikem a vývojem vesmíru jako celku.



Chalkboard with mathematical derivations:

$$A_\mu = \tilde{A}_\mu^\perp + \partial_\mu \chi$$

$$\partial_\mu A_\mu^\perp$$

$$\text{Focus on Long-mode } \chi$$

$$\partial_\mu \chi_{\text{kin}} = \alpha_1 (\partial_\mu \partial_\nu \chi)^2 + \alpha_2 (\partial_\mu \partial^\nu \chi)(\partial_\nu \partial^\mu \chi)$$

$$= (\alpha_1 + \alpha_2) (\Box \chi)^2 = 0$$

$$\square = \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$$

Higher derivative theory related to Ostrogradski ghost instabilities

$$\frac{1}{\Box^2} = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{1}{2m} \left[ \frac{1}{\Box + m^2} - \frac{1}{\Box + m^2} \right]$$

$$2 \text{ d.o.f hidden in } \chi$$

$$\tilde{L}(\Box) = (\Box \chi)^2 = \tilde{\chi} \Box \chi - \frac{1}{4} \tilde{\chi}^2$$

Only way to make theory of Vesta field consistent is to set  $\alpha_1 = \alpha_2 = -\frac{1}{2}$

$$\tilde{\chi}_{\text{entire field}}$$

$$\tilde{\chi}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

b) Proca mass term  $\tilde{A}$



# Vesmír na mnoha úrovních



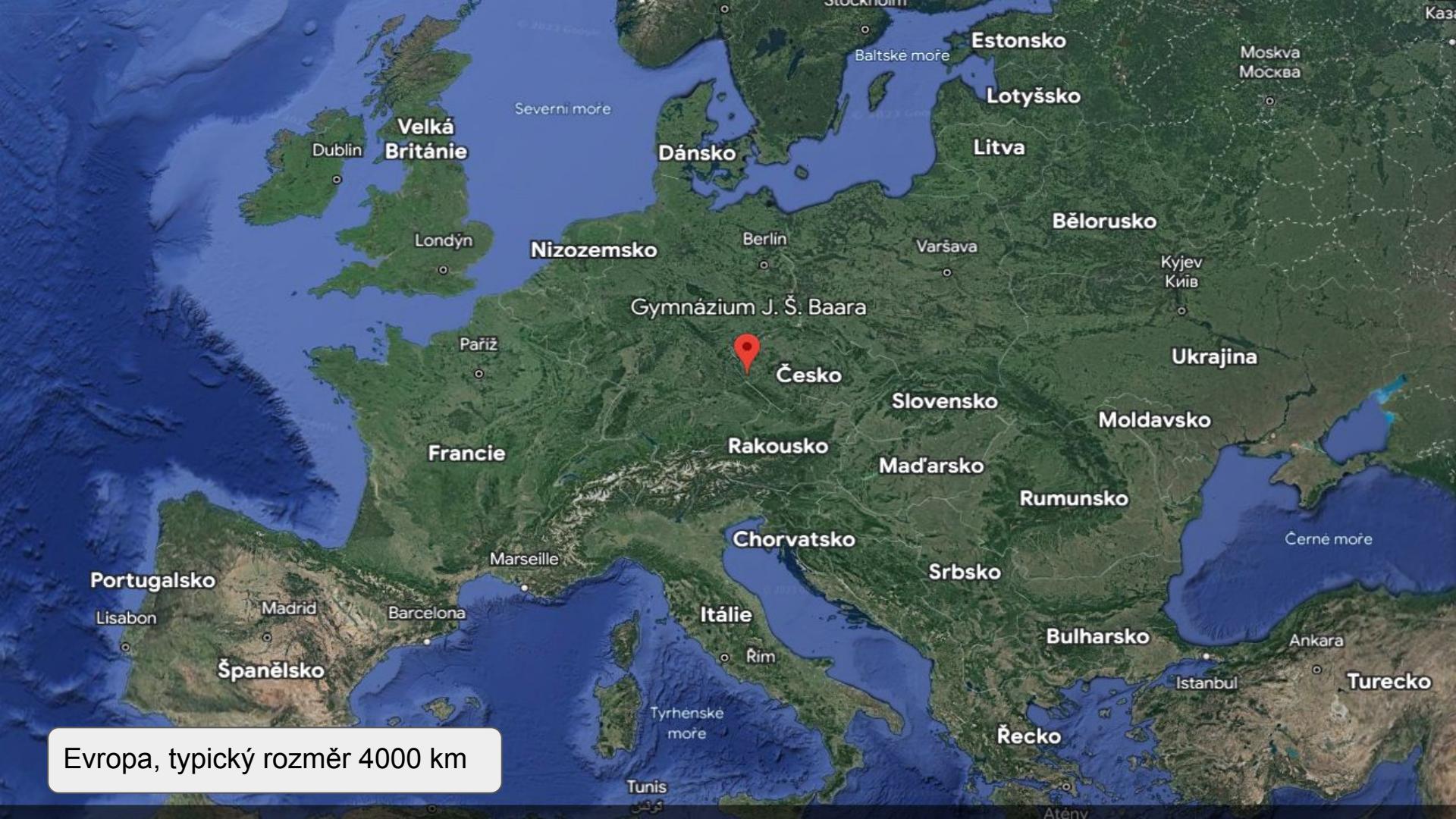
Gymnázium v Domažlicích, typické rozměry 1-100 m



Domažlice, typický rozměr 1 km



ČR, typické rozměry 300-600 km

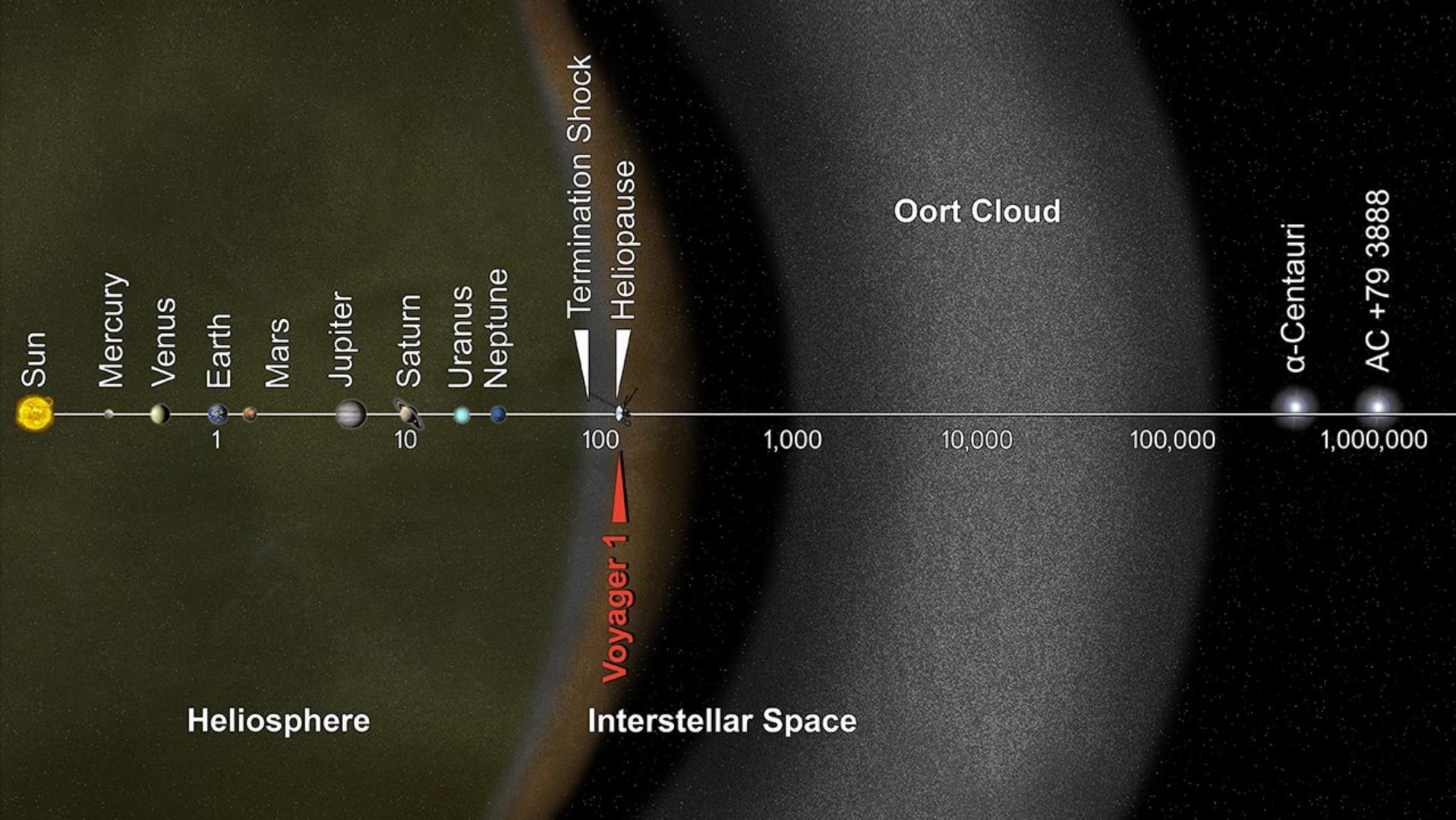


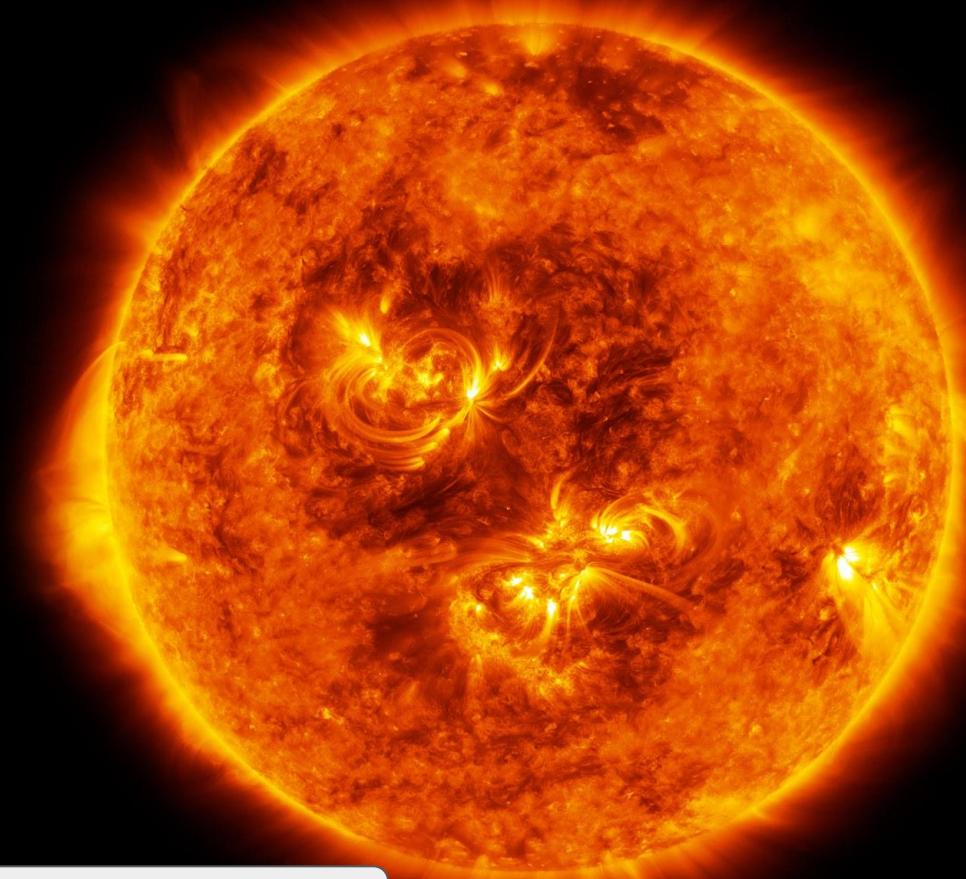


Země, poloměr 6378 km

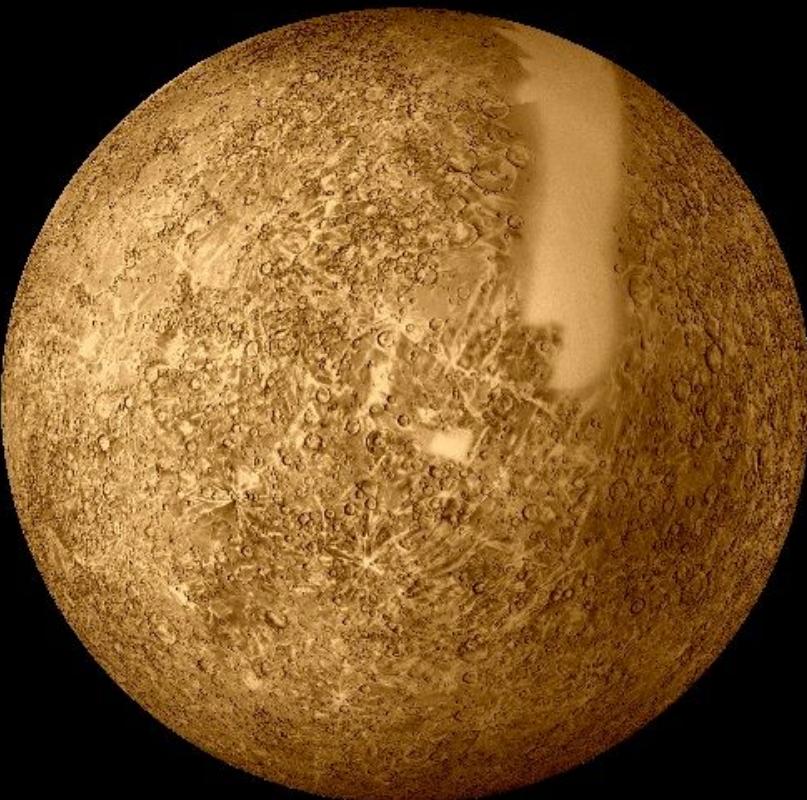


Soustava Země - Měsíc, střední vzdálenost 384 400 km





Slunce,  $109 \times$  poloměr Země = 700 000 km



Merkur,  $0,39 \times R_z$ ,  $0,38 \times$  vzd. S-Z

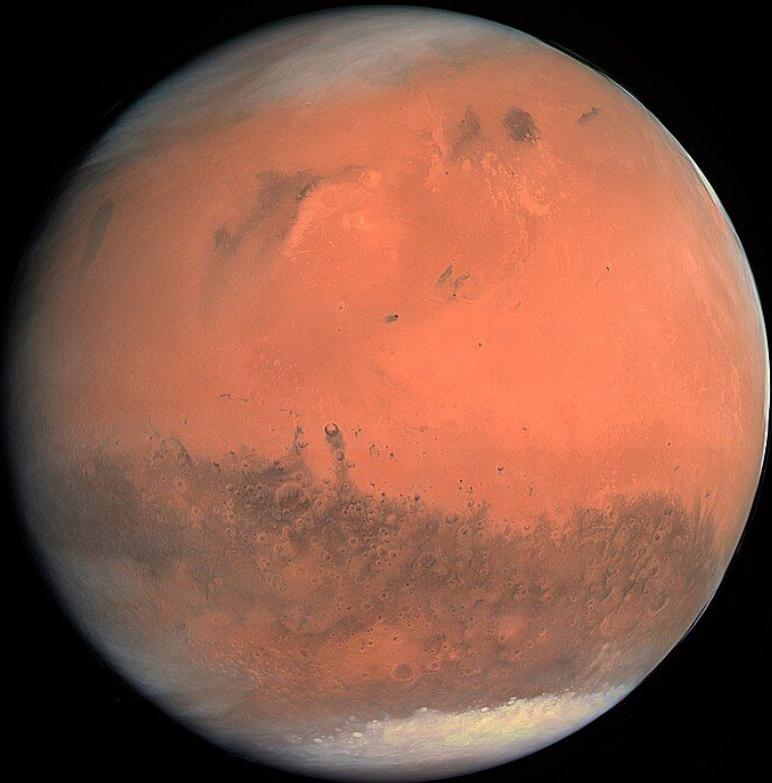


Venuše,  $0,95 \times R_z$ ,  $0,72 \times$  vzd. S-Z

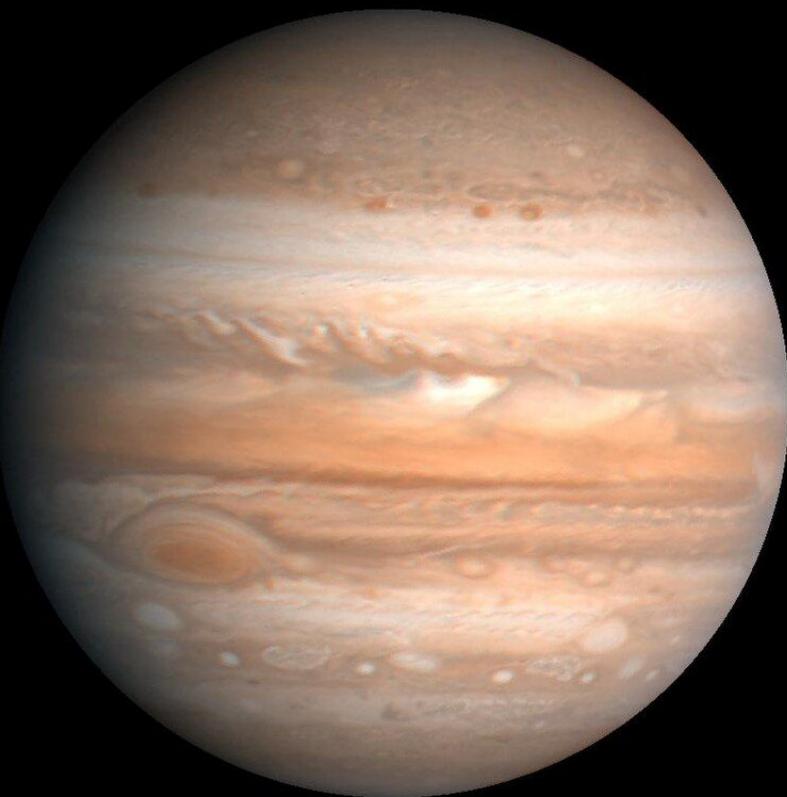
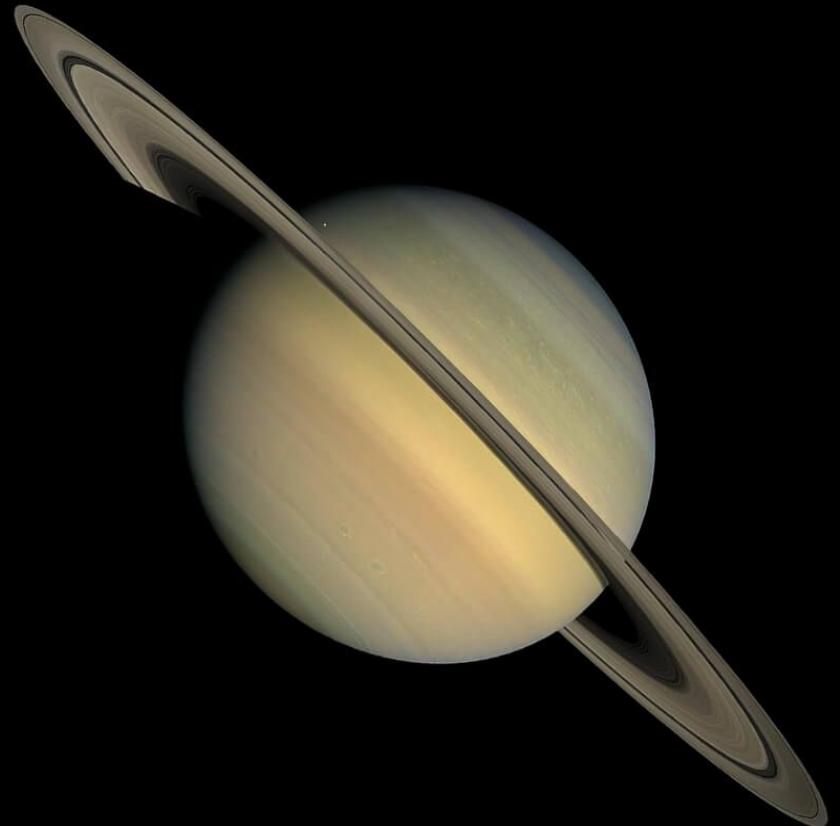


Země,  $1 \times R_z$ ,  $1 \times$  vzd. S-Z

Mars,  $0,53 \times R_z$ ,  $1,52 \times$  vzd. S-Z



Saturn,  $9,45 \times R_z$ ,  $9,54 \times vzd.$  S-Z

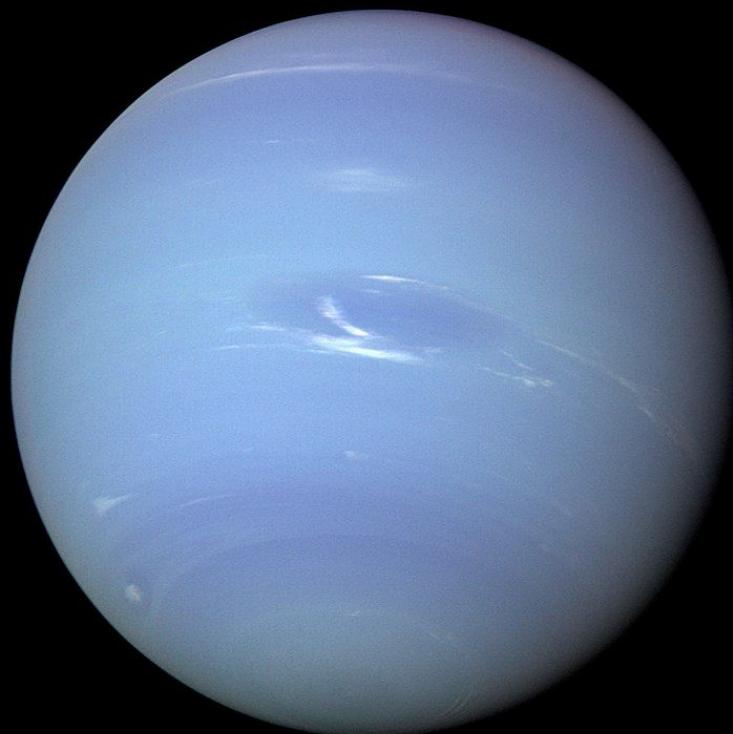


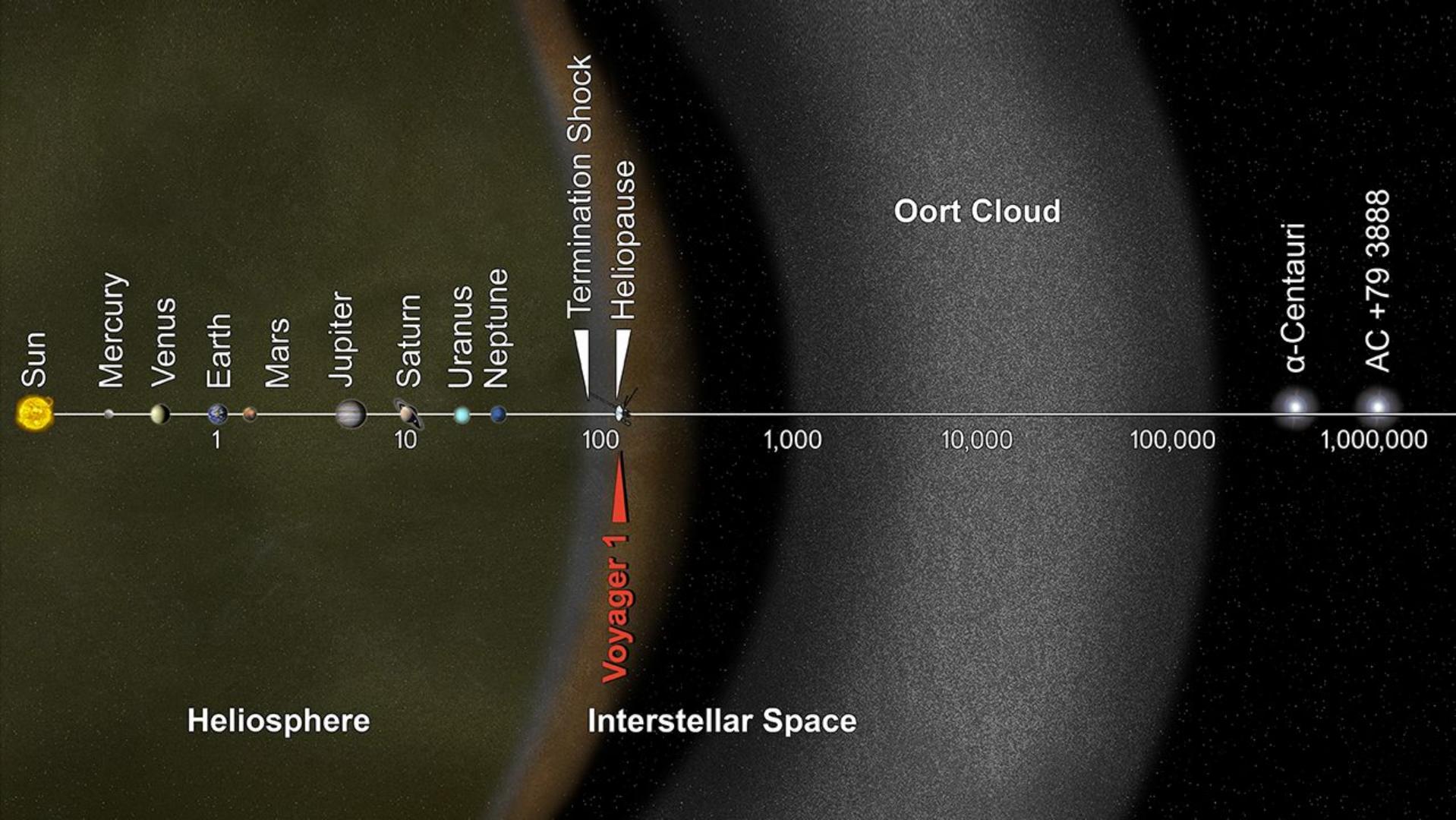
Jupiter,  $11,2 \times R_z$ ,  $5,20 \times vzd.$  S-Z

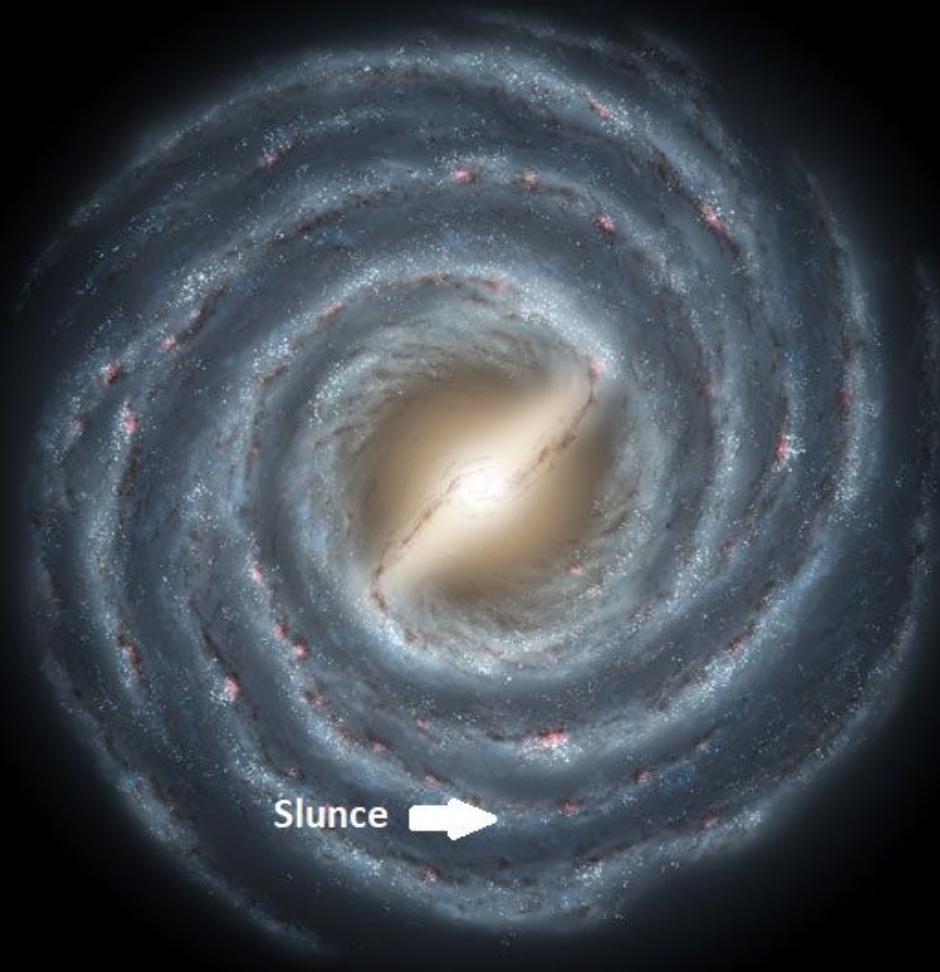
Neptun,  $3,88 \times R_z$ ,  $30,1 \times vzd.$  S-Z



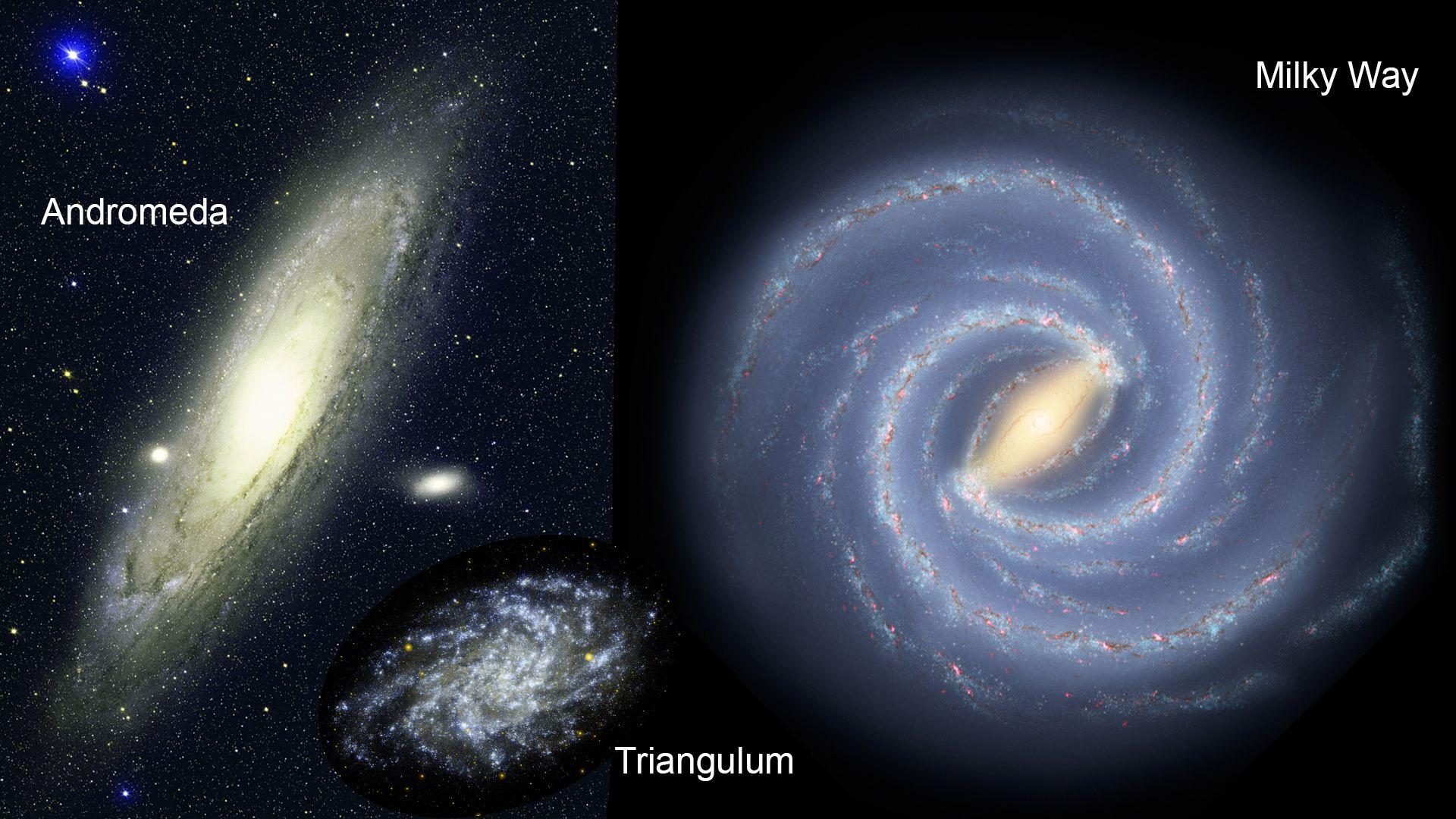
Uran,  $19,2 \times R_z$ ,  $4,00 \times vzd.$  S-Z







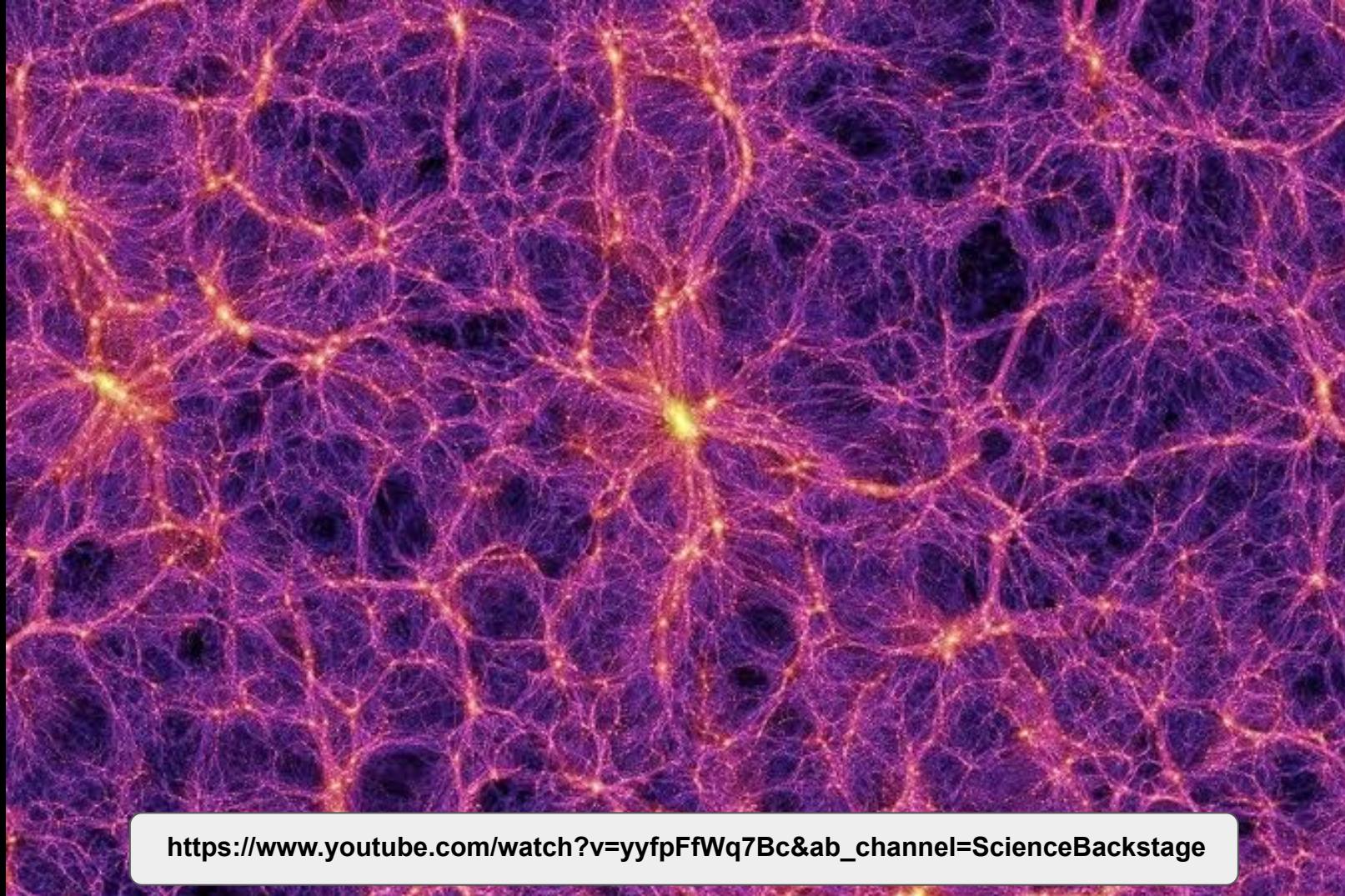
Slunce →



Milky Way

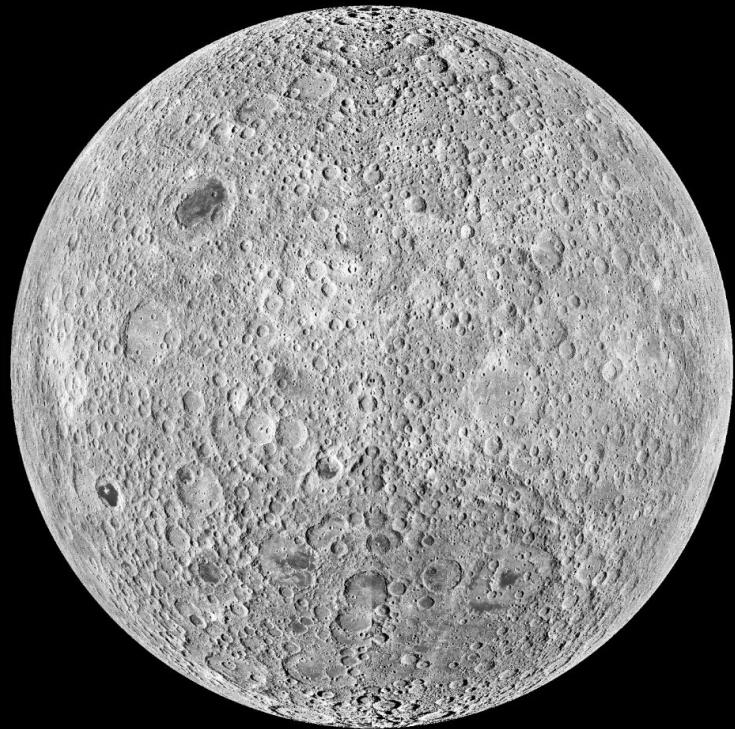
Andromeda

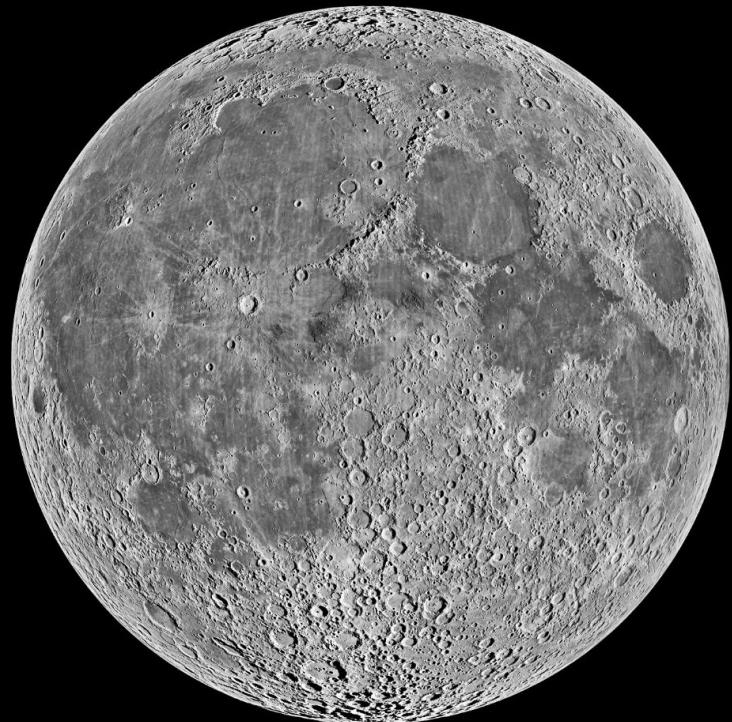
Triangulum



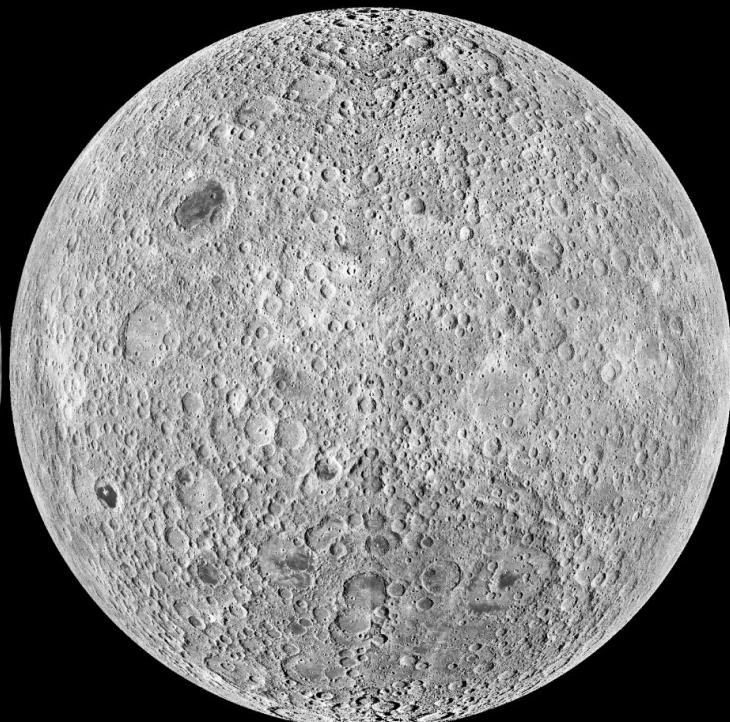
[https://www.youtube.com/watch?v=yyfpFfWq7Bc&ab\\_channel=ScienceBackstage](https://www.youtube.com/watch?v=yyfpFfWq7Bc&ab_channel=ScienceBackstage)

Kvíz: Dívám se na ...





Přivrácená strana Měsíce

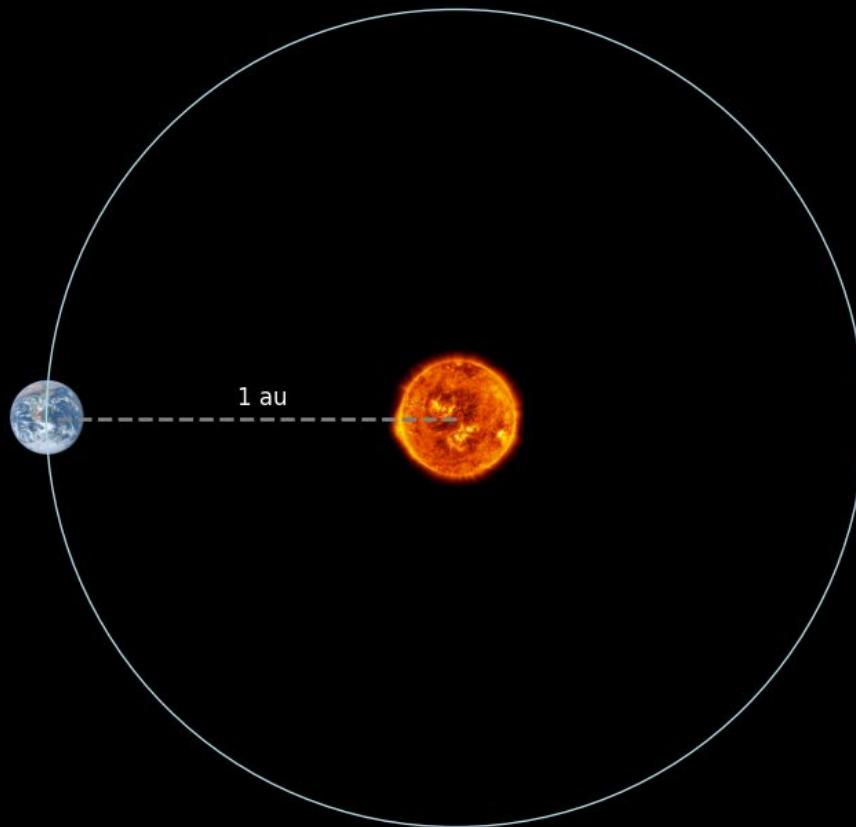


Odvrácená strana Měsíce

# Délkové jednotky v astronomii

- v astronomii se nejčastěji používá:
  - metr (m), kilometr(km)
  - astronomická jednotka (au), parsek (pc), světelný rok (ly)
- vědecká zápis čísla
  - s pomocí mocnin:
$$100 = 10^2, \ 1000 = 10^3, \ 10000 = 10^4, \ 0,1 = 10^{-1}, \ 0,01 = 10^{-2}$$
  - předpony: ..., m (mili), k (kilo), M (mega), G (giga), ...
$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, \ 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}, \ 1 \text{ Mm} = 10^6 \text{ m}, \ 1 \text{ Gm} = 10^9 \text{ m}$$

# Astronomická jednotka (au)



# Astronomická jednotka (au)

- původní definice

$1 \text{ au} = \text{střední vzdálenost Země od Slunce}$

- dnešní definice

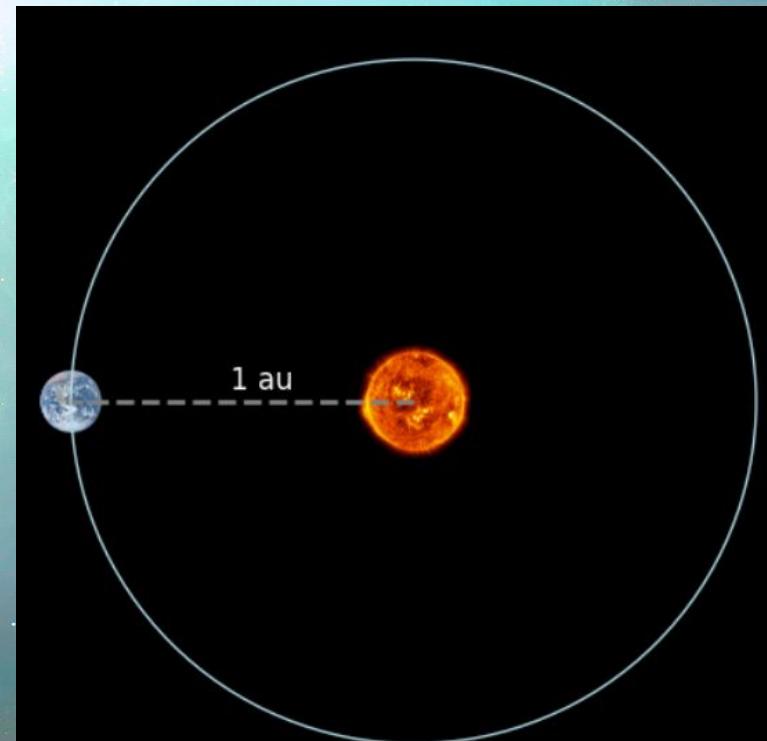
$1 \text{ au} = 149\,597\,871 \text{ km}$

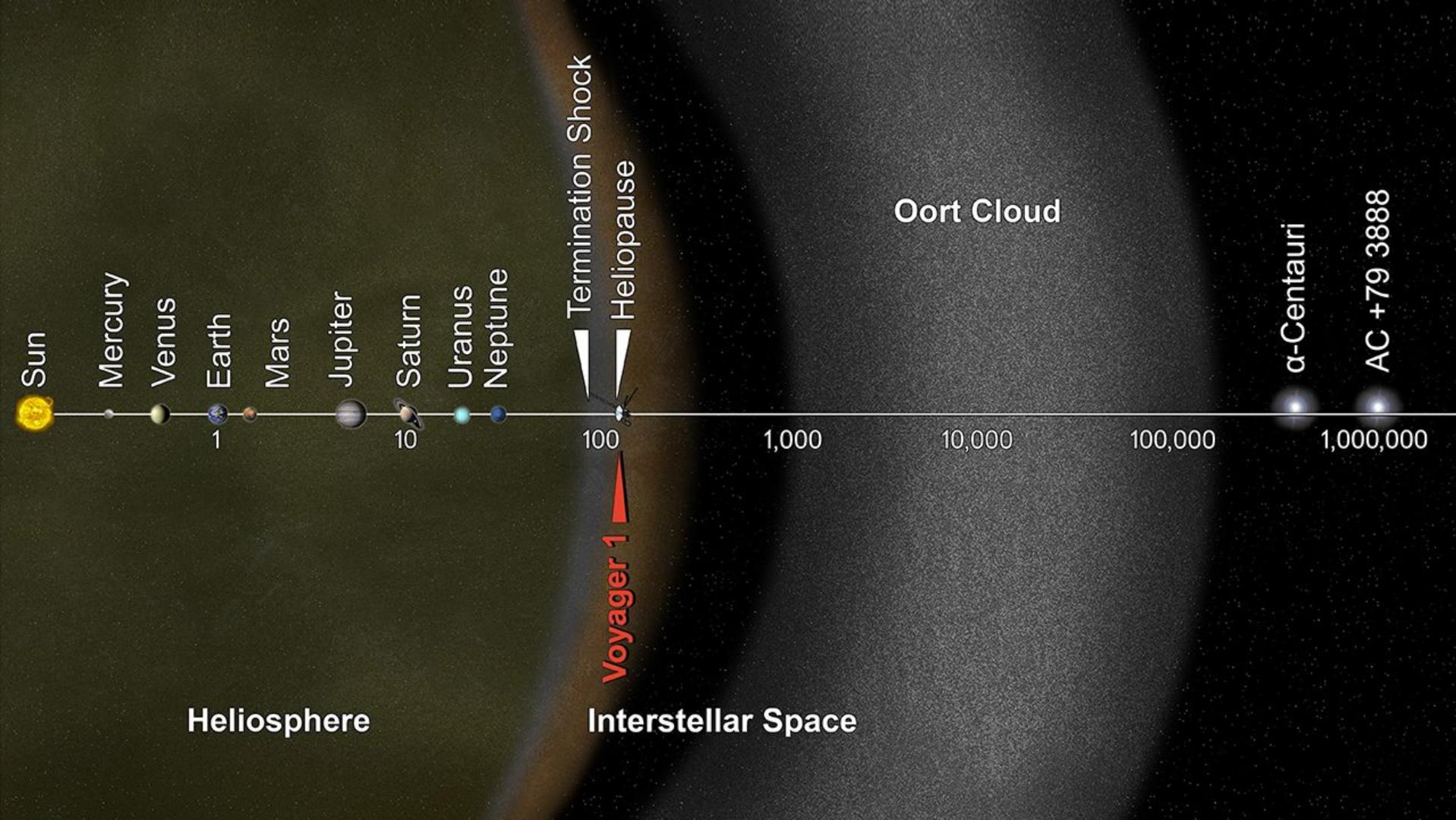
- „prakticky“

$1 \text{ au} \doteq 1,496 \times 10^8 \text{ km}$

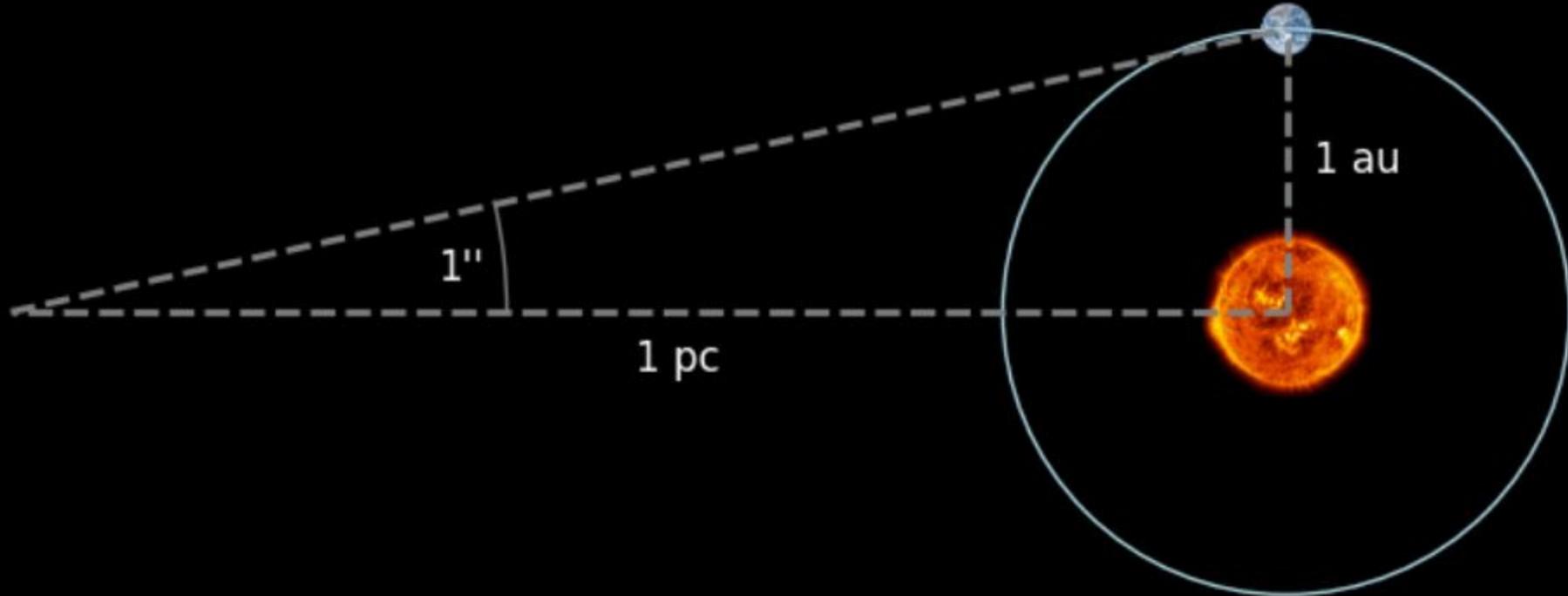
nebo jenom

$1 \text{ au} \doteq 1,5 \times 10^8 \text{ km}$



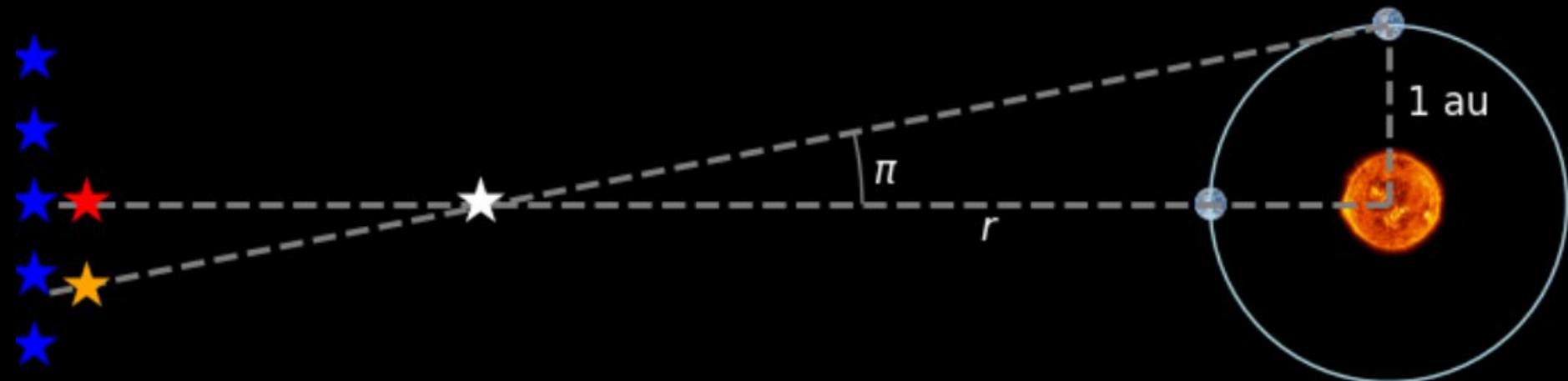


# Parsek (pc)



Definice:  $1 \text{ pc} = \text{vzdálenost, z jaké by byl vidět poloměr Zemské dráhy pod } 1''$

# Vzdálenosti (blízkých) hvězd



Pozadí (referenční hvězdy)



Projekce hvězdy na pozadí



# Parsek (pc)

= vzdálenost, z jaké je vidět poloměr dráhy Země pod 1", cca  $3,086 \times 10^{16}$  m

- $\{r\}$  = číselná hodnota  $r$  v pc,  $\{\pi\}$  = číselná hodnota  $\pi$  v ", pak:  $\{r\} = \frac{1}{\{\pi\}}$   
 $(\pi = \text{"paralaxa"})$

Př.:  $r = 10$  pc, pak  $\{r\}=10$ , a tak  $\{\pi\} = 0,1$ , což znamená  $\pi = 0,1"$

$r = 250$  pc, pak  $\{r\}=250$ , a tak  $\{\pi\} = 0,004$ , což znamená  $\pi = 0,004"$

- Poznámka pro pokročilejší:

Pro  $\pi$  v radiánech,  $d = 1$  au a  $r$  též v au:

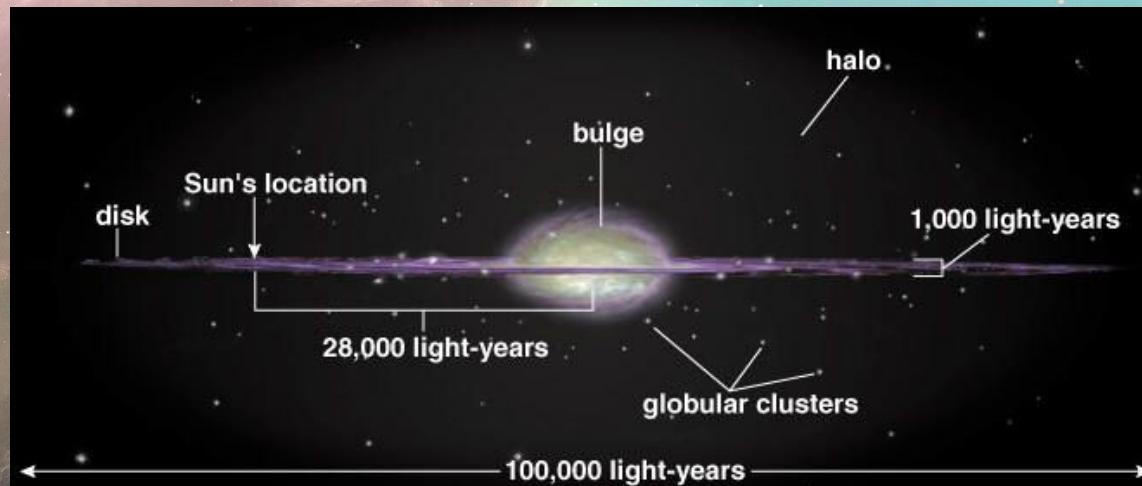
$$\tan \pi = \frac{d}{r}; \text{ pokud } \pi \ll 1, \text{ pak } \pi \doteq \frac{d}{r} \dots \text{ pokud } 2r, \text{ pak } \pi/2 \text{ apod.}$$

Poznámka: Neplést  $\pi$  s Ludolfovým číslem!

# Světelný rok (ly)

= vzdálenost, jakou urazí světlo za rok, cca  $9,46 \times 10^{15}$  m

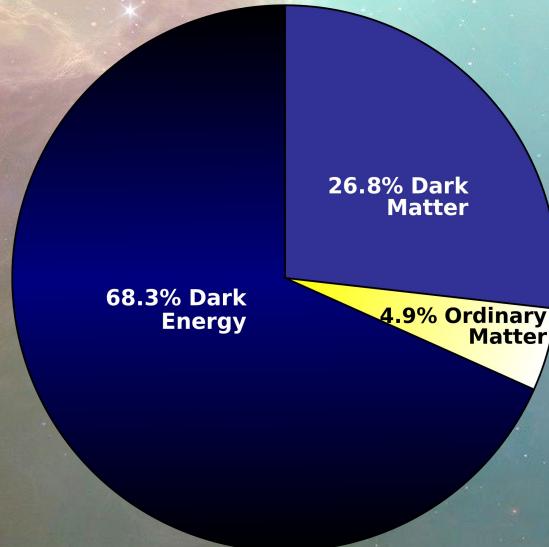
- rychlosť svetla:  $c \doteq 3 \times 10^8$  m/s
- $t = 1$  rok  $\doteq 365$  dni  $= 365 \times 24 \times 3600$  s  $\doteq 3,15 \times 10^7$  s  
 $l = ct = (3 \times 10^8) \times (3,15 \times 10^7)$  m  $= 9,45 \times 10^{15}$  m



# Co vesmír skrývá za tajemství?

... mnoho, ale vybereme alespoň dvě z nich ...

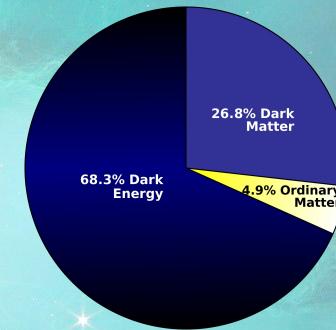
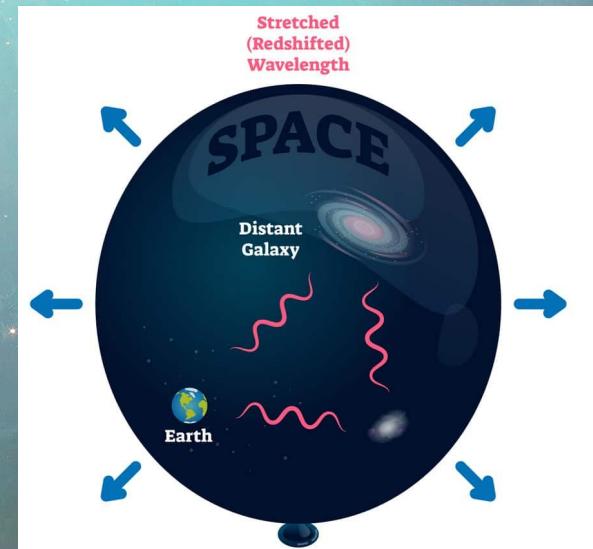
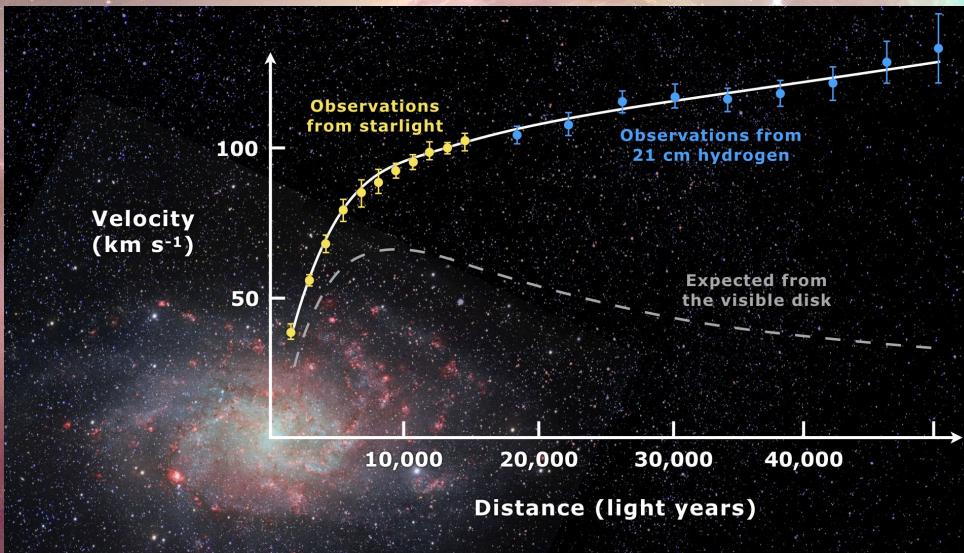
1. **Temná hmota** = exotická hmota, projevuje se pouze gravitačně (nelze ji vidět)
2. **Temná energie** = vyplňuje celý vesmír a způsobuje jeho zrychlené rozpínání

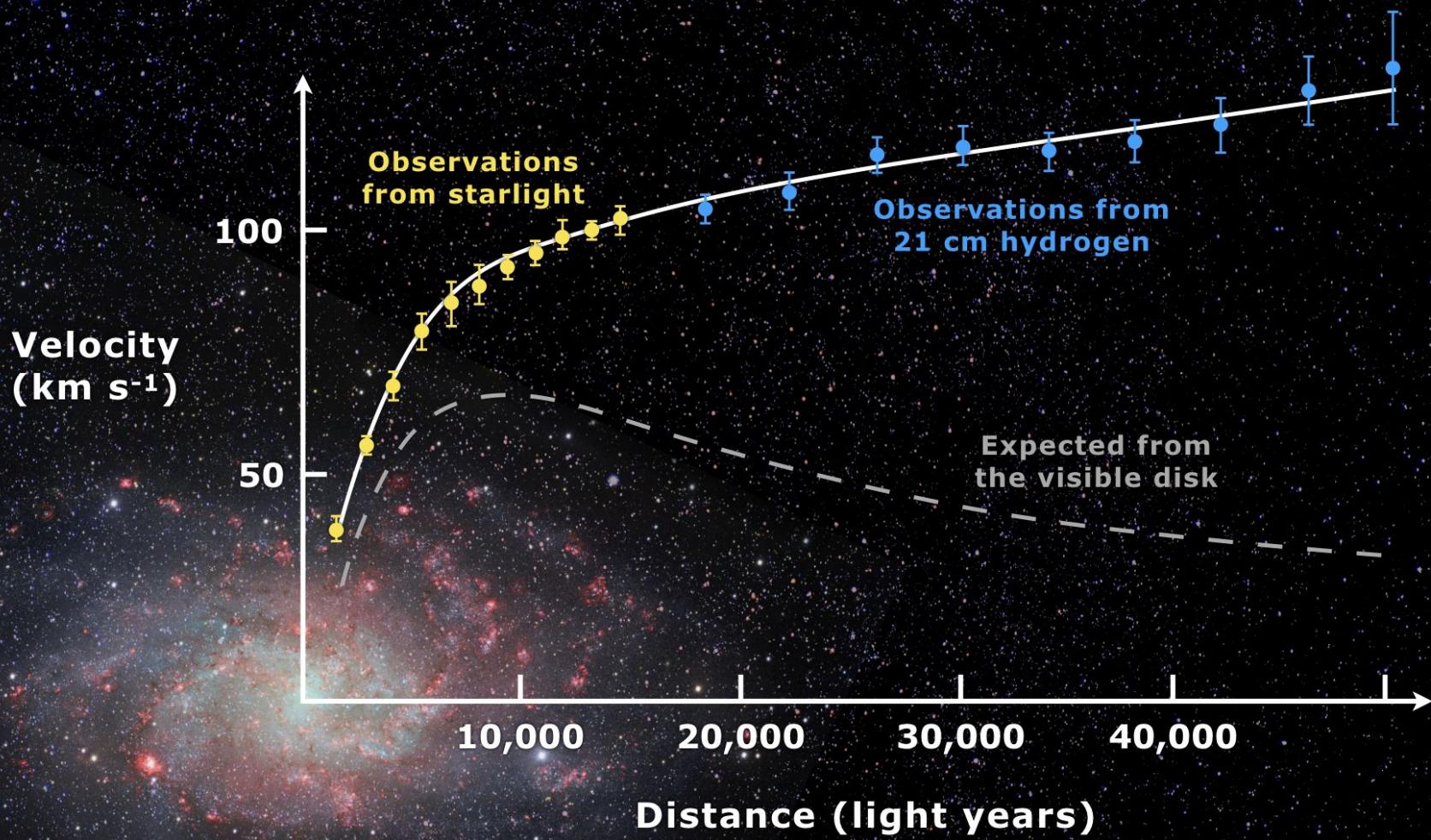


# Co vesmír skrývá za tajemství?

... mnoho, ale vybereme alespoň dvě z nich ...

1. **Temná hmota** = exotická hmota, projevuje se pouze gravitačně (nelze ji vidět)
2. **Temná energie** = vyplňuje celý vesmír a způsobuje jeho exponenciální rozpínání

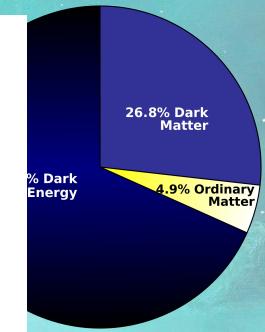
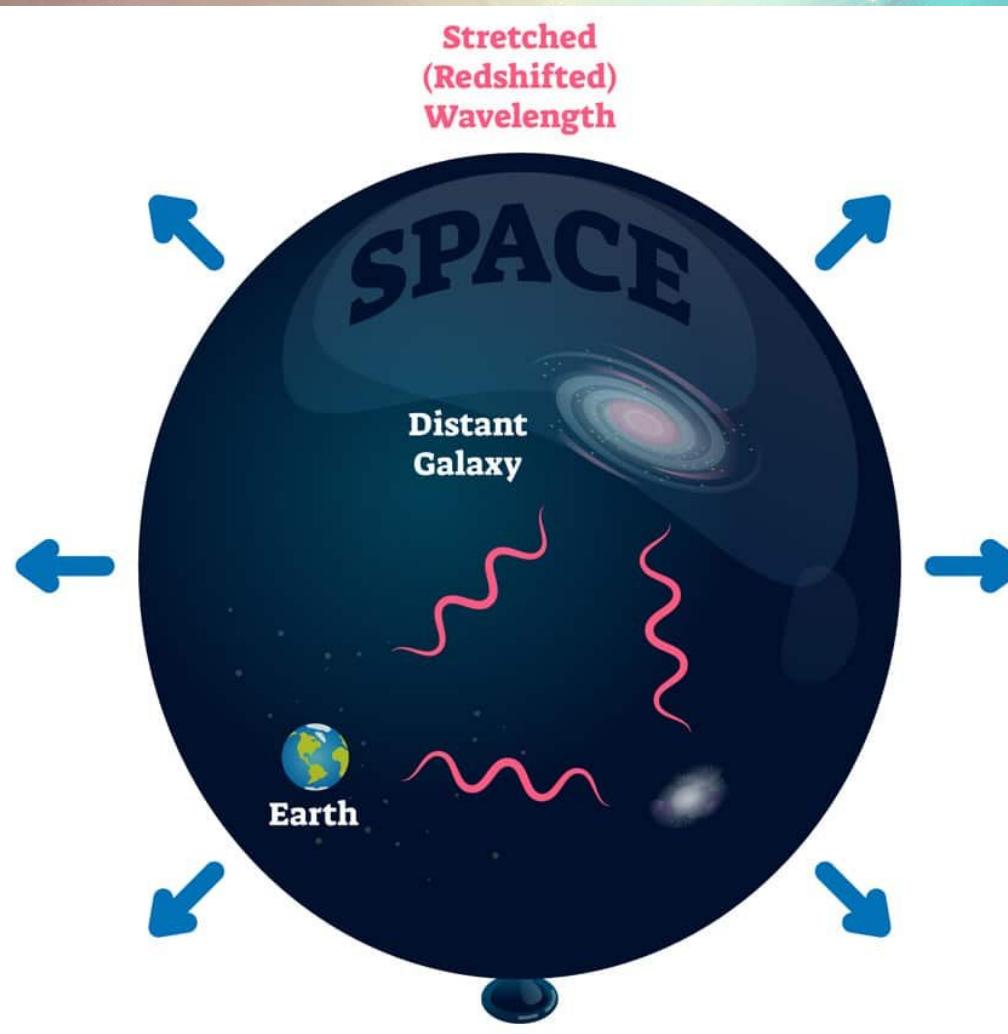
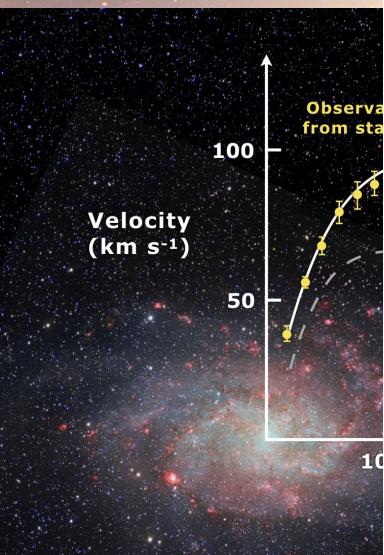




# Co vesmír

... mnoho, ale v

1. Temná hmota
2. Temná energie

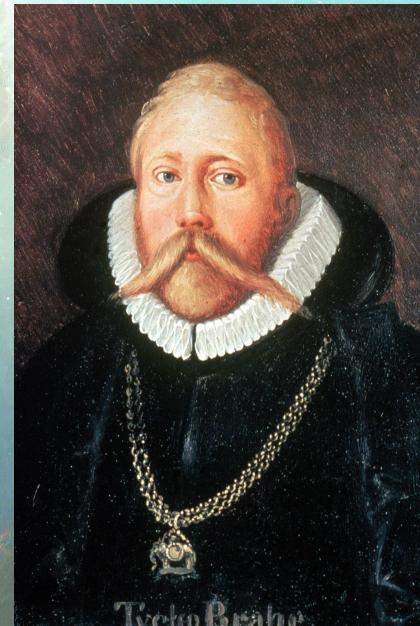


é (nelze ji vidět)  
enciální rozpínání

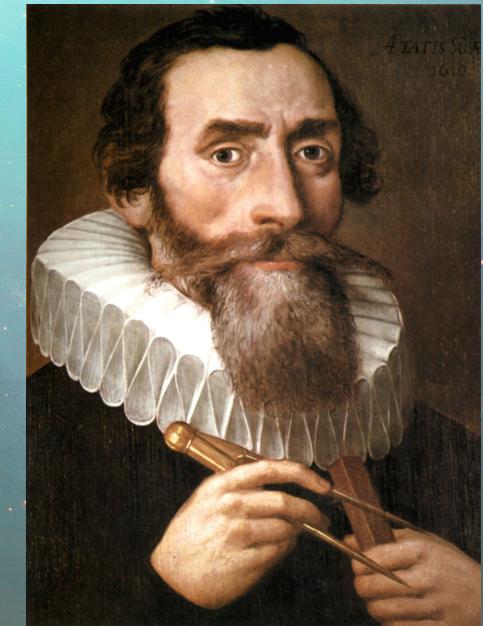
# Začínáme: Kepler a Brahe v Praze aneb první astronomická revoluce!

- Brahe prováděl rozsáhlá a přesná pozorování planet na noční obloze
- Kepler Braheho zápisky studoval a objevil 3 zákony v jejich pohybu, známé jako „Keplerovy zákony“
- císařský dvůr Rudolfa II., 1600-1612, Praha kolébkou moderní astronomie

Tycho Brahe



Johannes Kepler



# Začí

luce!

Kepler

- Brno poz
- Kepl a o zna
- císa Pra

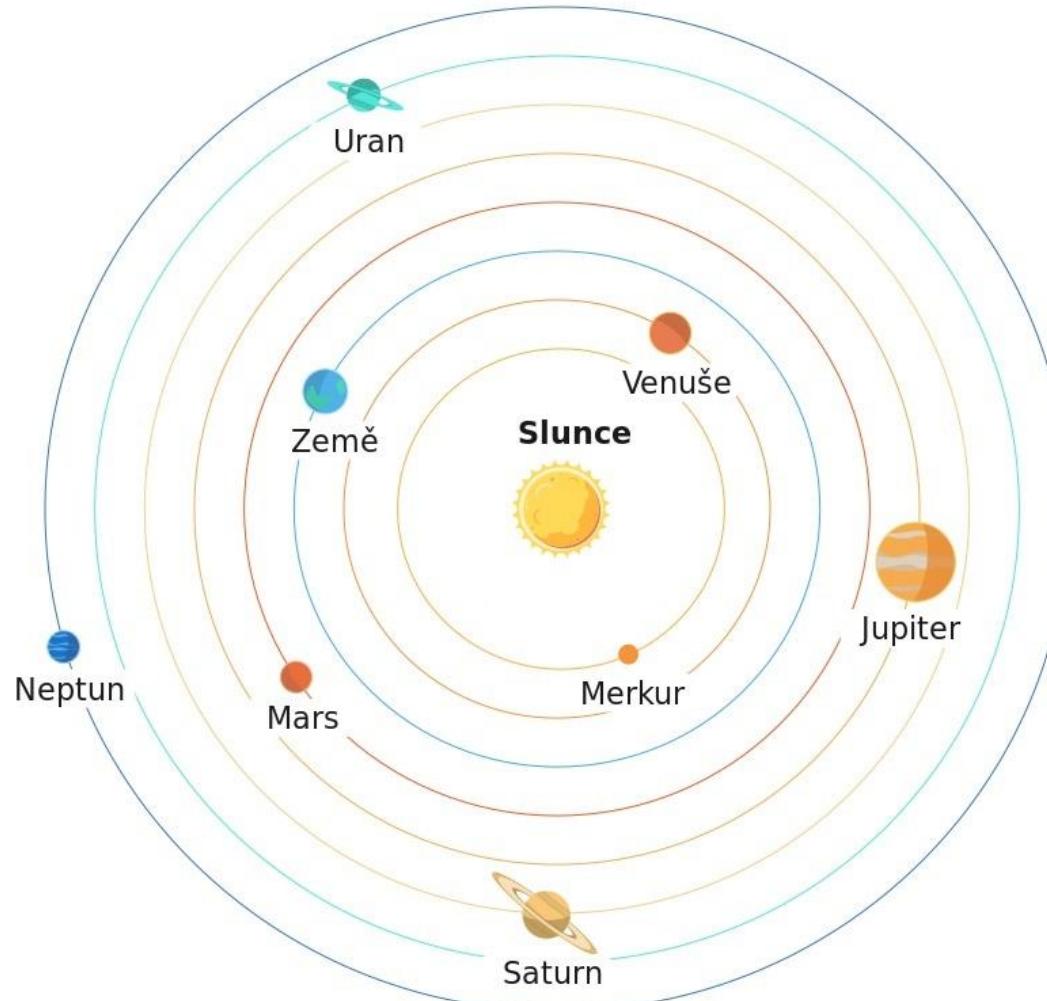


# První Keplerův zákon

Planety se pohybují kolem Slunce po elipsách, málo odlišných od kružnic. Elipsy planet mají společné ohnisko, v němž se nachází Slunce. Zbylé ohniska elips zůstávají prázdná.

# První Kepler

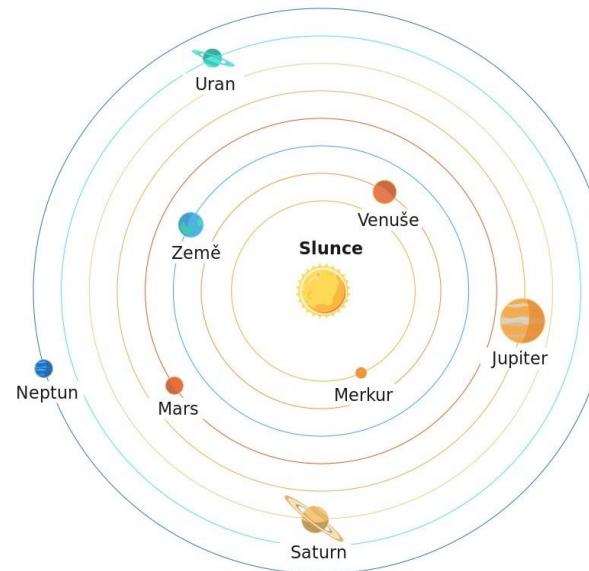
Planety se pořád  
Elipsy planet  
ohniska elips z



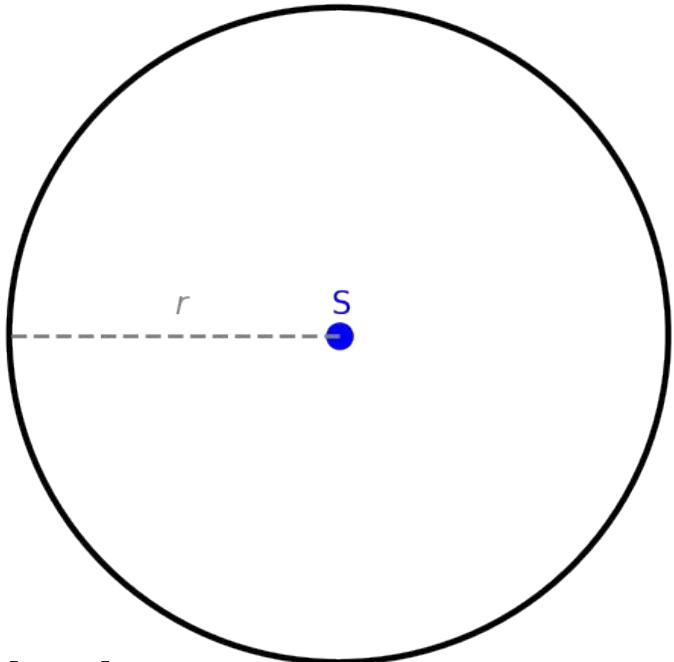
od kružnic.  
unce. Zbylá

# První Keplerův zákon

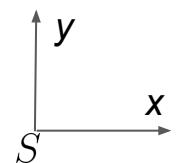
Planety se pohybují kolem Slunce po **elipsách**, málo odlišných od **kružnic**. Elipsy planet mají společné **ohnisko**, v němž se nachází Slunce. Druhá ohniska elips zůstávají prázdná.



Kružnice

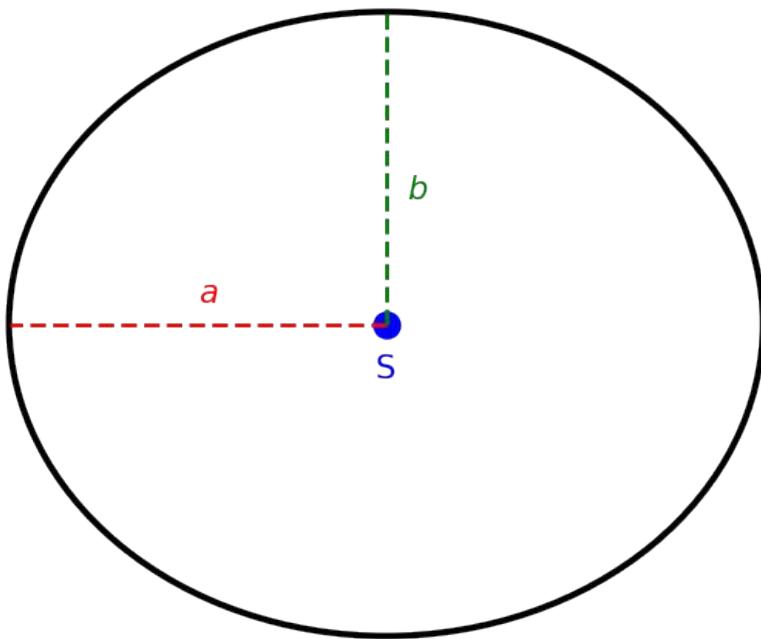


$$S = [0, 0]$$



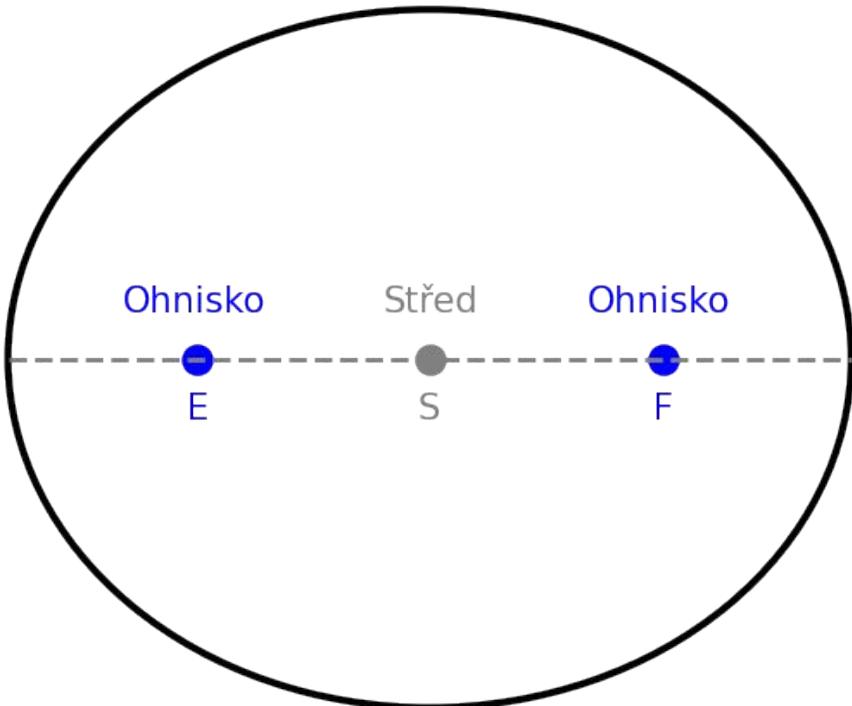
$$\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1$$

Elipsa



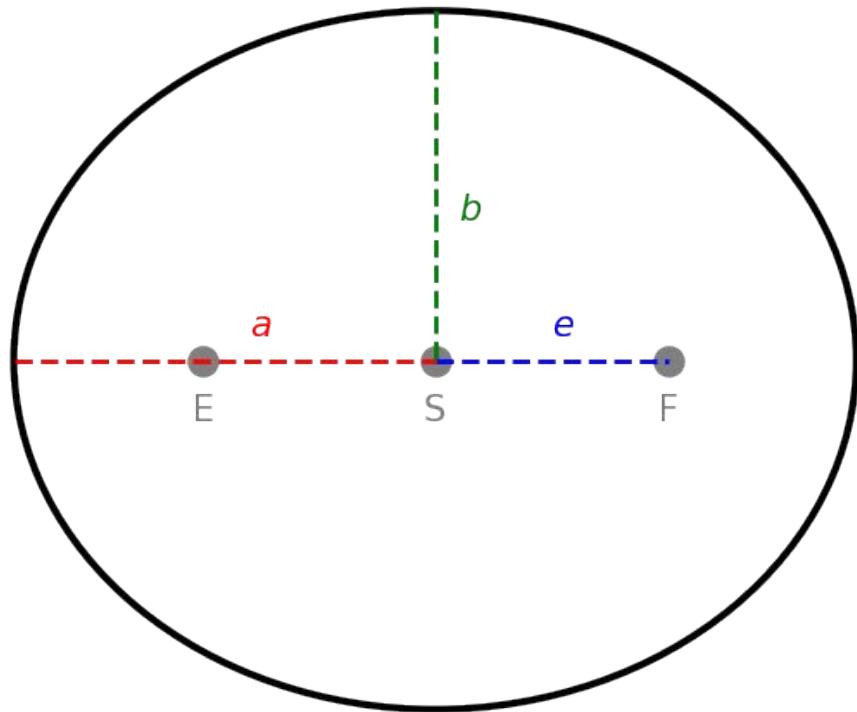
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

Ohniska a střed

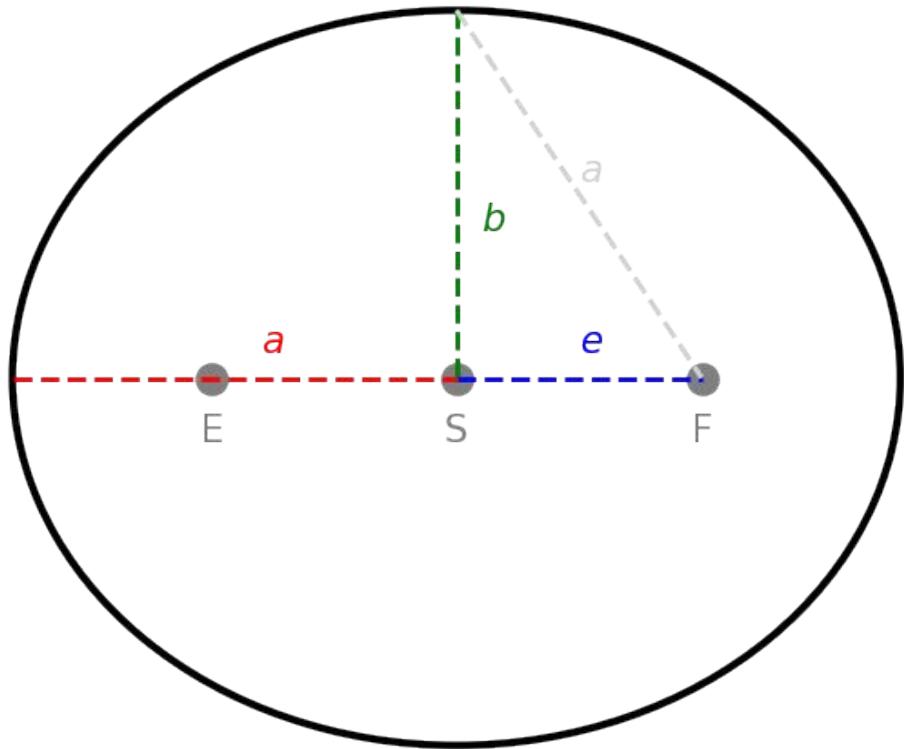


$a$  ... hlavní poloosa  
 $b$  ... vedlejší poloosa

Parametry elipsy



$e$  ... výstřednost (excentricita)  
 $\varepsilon = e / a$  ... číselná výstřednost



Platí:

$$a^2 = b^2 + e^2$$

$$e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

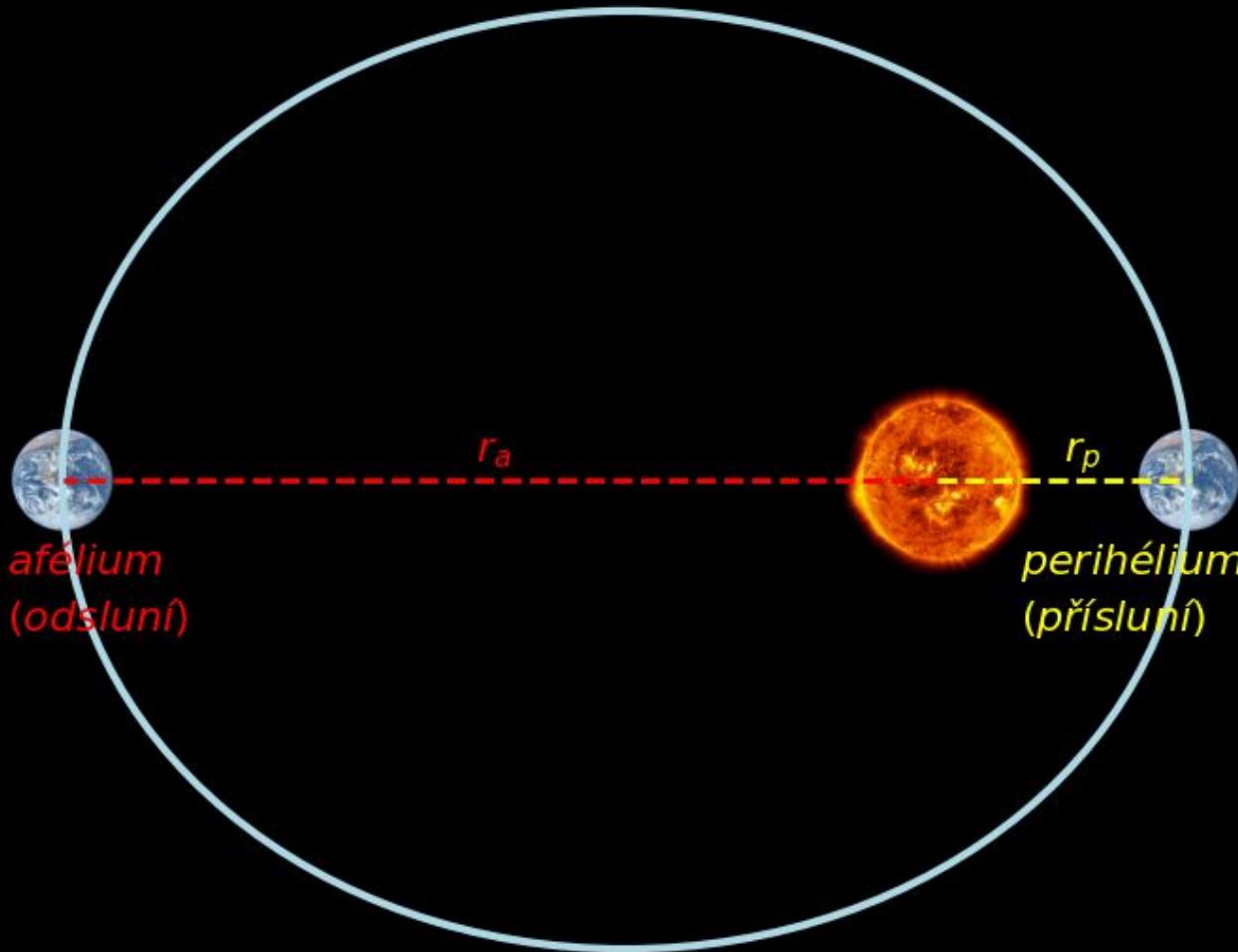
$$\epsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \in [0, 1)$$

Pokud  $\epsilon = 0$ , pak

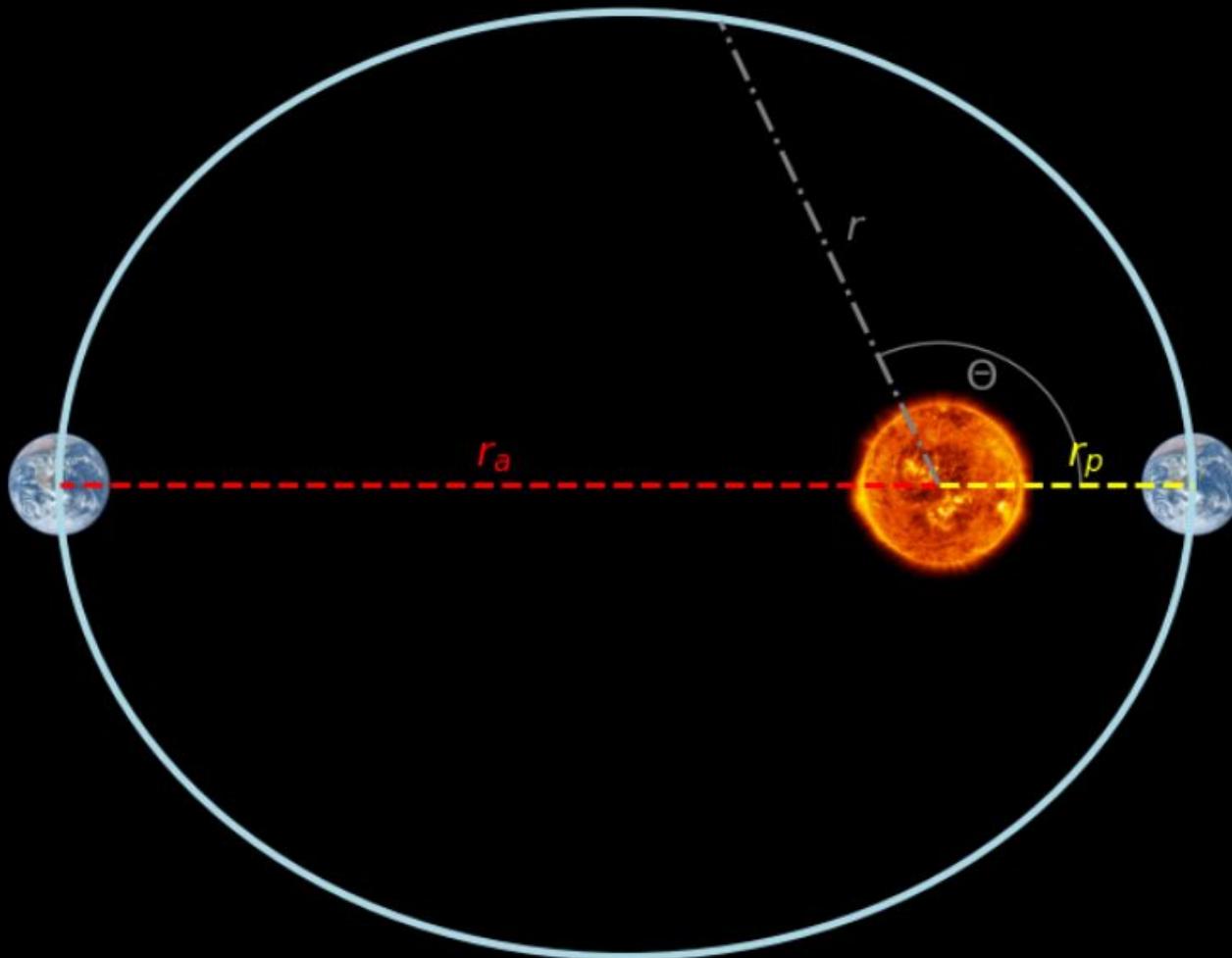
$$e = 0 \quad a = b$$

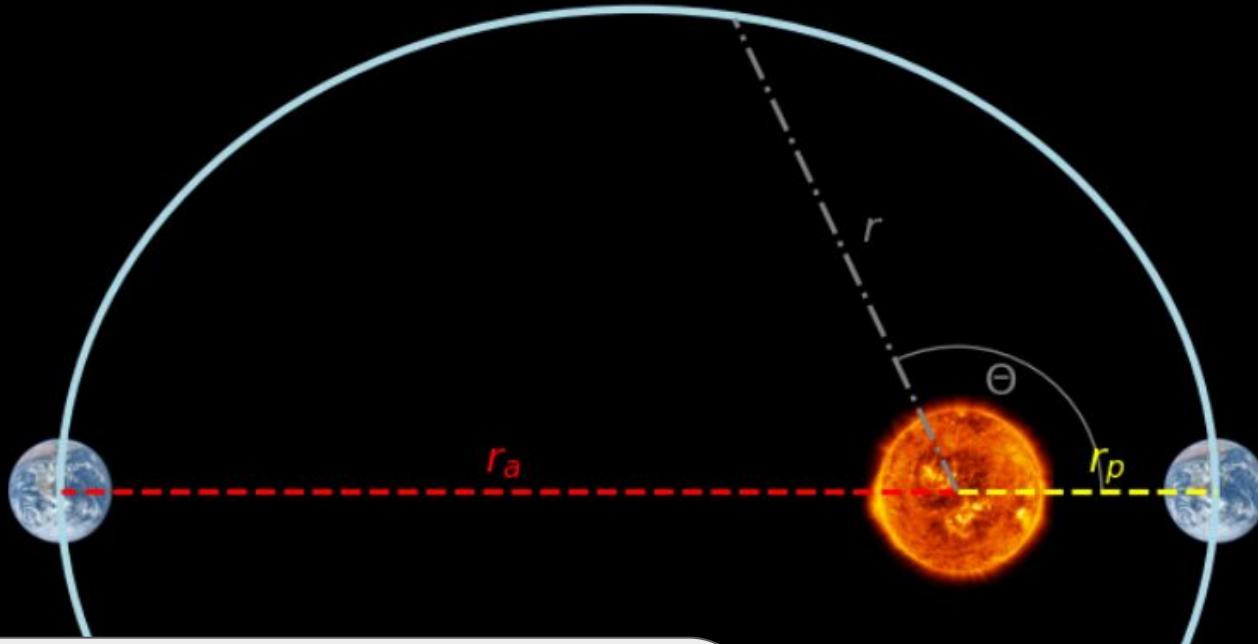
→ kružnice o poloměru  $r = a$

Poznámka: Součet vzdáleností bodů elipsy od E a F je konstantní. Toto je přímo definice elipsy.



POZOR: na obrázku  $\varepsilon = 0,55$ , ale ve skutečnosti má Země pouhých  $\varepsilon = 0,0167$ , tedy mnohem více připomíná kružnici!





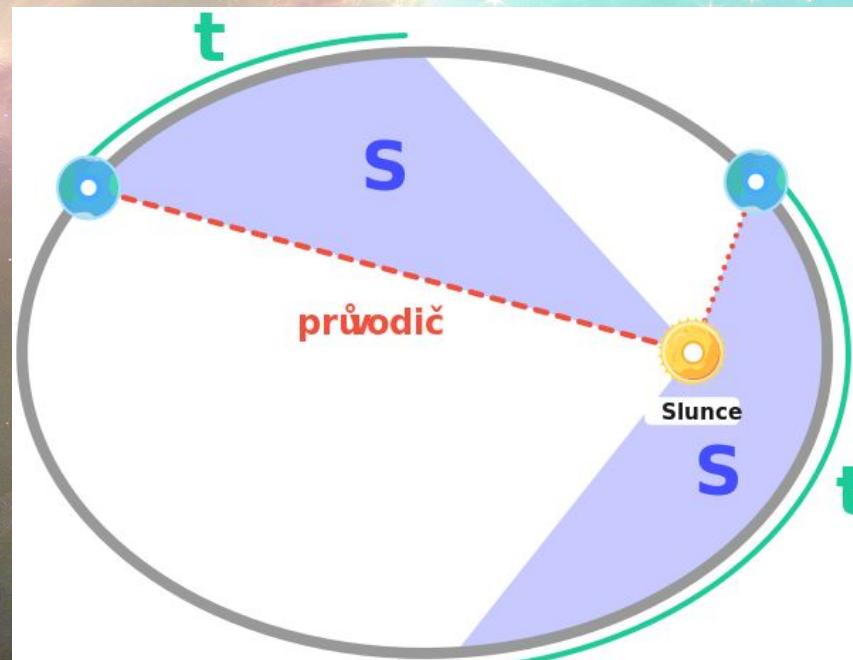
$$r(\theta) = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos \theta}$$

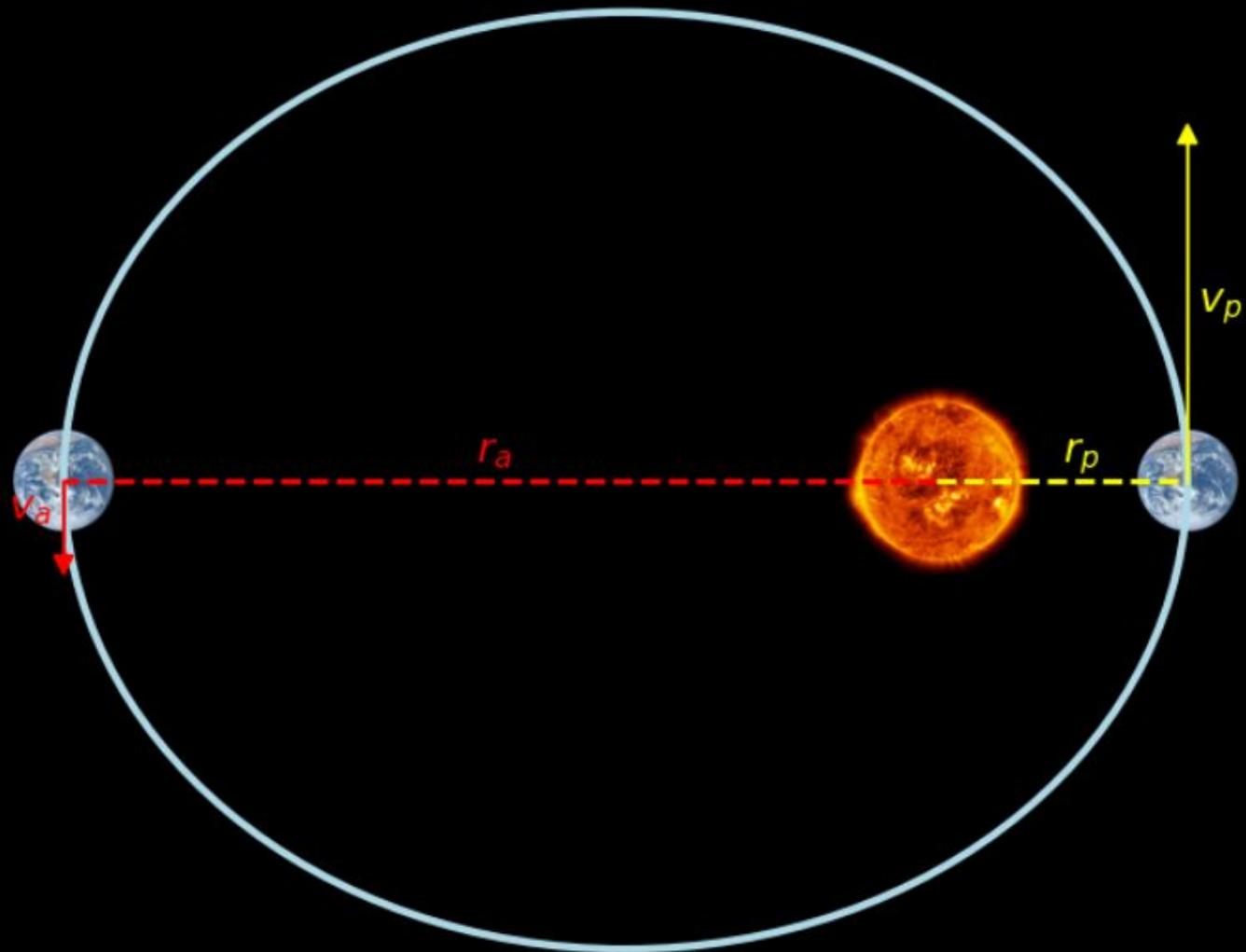
$$r(0^\circ) = \frac{a(1 + \epsilon)(1 - \epsilon)}{1 + \epsilon} = a(1 - \epsilon) = a - e = r_p$$

$$r(180^\circ) = \frac{a(1 + \epsilon)(1 - \epsilon)}{1 - \epsilon} = a(1 + \epsilon) = a + e = r_a$$

# Druhý Keplerův zákon

Spojnice planety a Slunce opíše za stejné časy plochy o stejném obsahu.



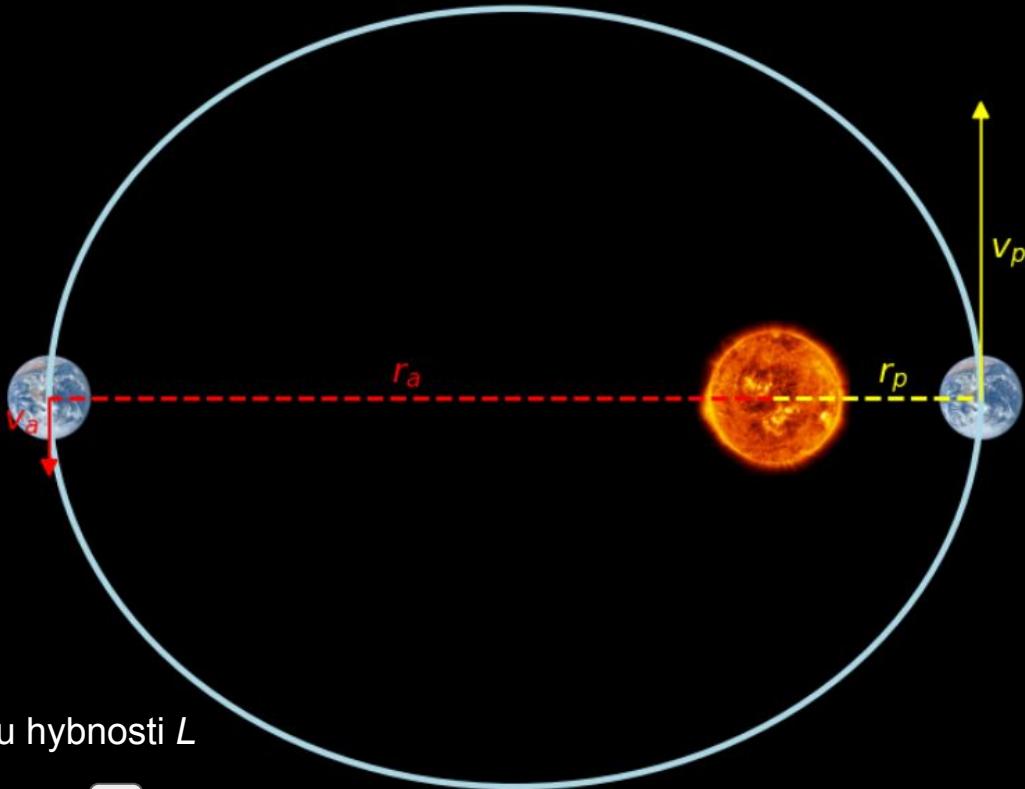


Lze ukázat, že z 2. KZ plyne:

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p} = \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon}$$

Pro rychlosť kdekoliv na dráze platí:

$$v_a \leq v \leq v_p$$



Poznámka pro pokročilejší:

2. KZ je důsledkem zákona zachování momentu hybnosti  $L$

$$L = r p \sin \phi, \text{ kde } p = mv \text{ je hybnost a } \phi \text{ je úhel sevřený vektory } r \text{ a } v$$

V periheliu a aféliu platí:

$$L = r_p m v_p, L = r_a m v_a \rightarrow r_p v_p = r_a v_a$$

Pokud je  $t$  dostatečně malé, lze v okolí perihélia approximovat plochu trojúhelníkem:

$$S_p = \frac{1}{2} r_p v_p t$$

Stejně tak pro afélium:

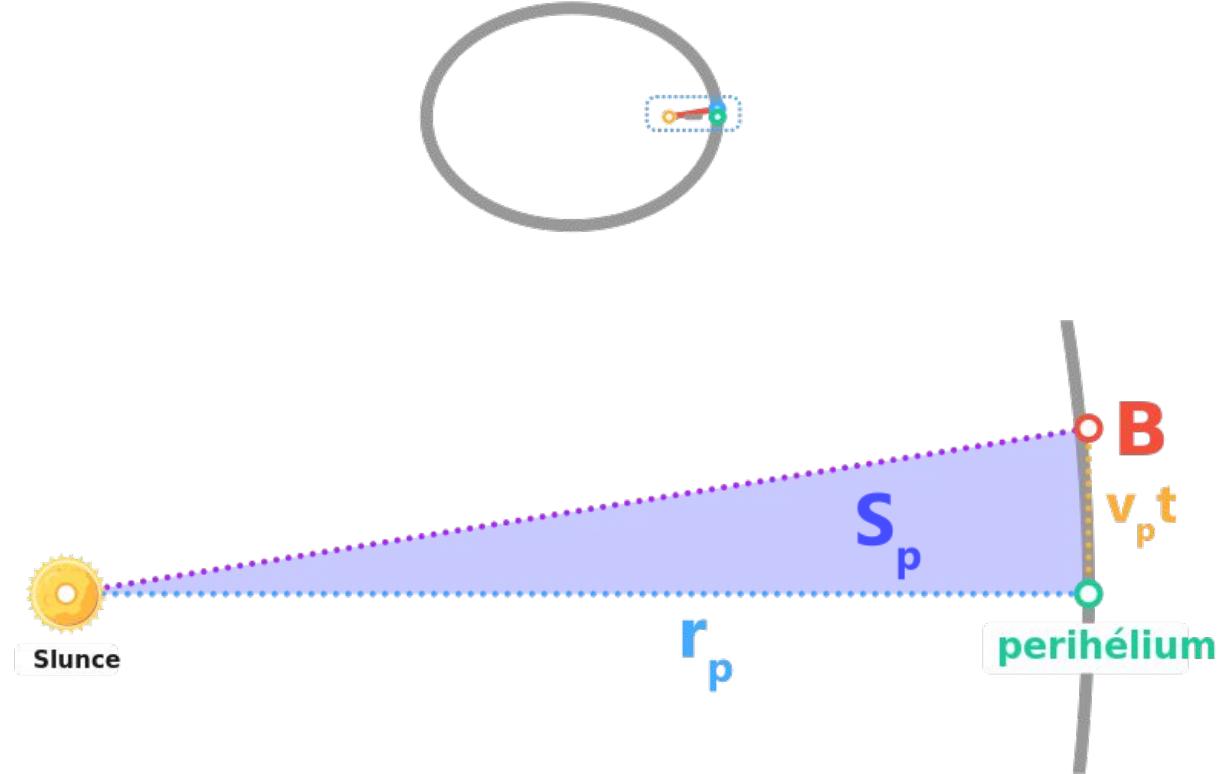
$$S_a = \frac{1}{2} r_a v_a t$$

2. KZ říká:

$$S_p = S_a$$

$$\frac{1}{2} r_p v_p t = \frac{1}{2} r_a v_a t$$

$$r_p v_p = r_a v_a$$



# Třetí Keplerův zákon

Pokud je  $a$  hlavní poloosa planety a  $T$  její oběžná doba (perioda), bude poměr mezi  $a^3$  a  $T^2$  vždy stejný, ať zvolíme libovolnou planetu:

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{konstanta}$$

Jako příklad zvolíme Zemi a Venuši, pak:

$$\frac{a_{\text{Zeme}}^3}{T_{\text{Zeme}}^2} = \frac{a_{\text{Venuše}}^3}{T_{\text{Venuše}}^2}$$

Můžeme pak najít periodu nebo hlavní poloosu Venuše:

$$T_{\text{Venuše}} = T_{\text{Zeme}} \sqrt{\frac{a_{\text{Venuše}}^3}{a_{\text{Zeme}}^3}}$$

$$a_{\text{Venuše}} = a_{\text{Zeme}} \sqrt[3]{\frac{T_{\text{Venuše}}^2}{T_{\text{Zeme}}^2}}$$

Můžeme za  $a$  a  $T$  dosazovat libovolné jednotky, ale musí být pro obě tělesa stejné!

Příklad:

$$a_{\text{Zeme}} = 1 \text{ au}, \quad a_{\text{Venuše}} = 0,723 \text{ au}$$

$$T_{\text{Zeme}} = 1 \text{ rok}, \quad T_{\text{Venuše}} = 0,615 \text{ rok}$$

# Obecnější podoba 3. Keplerova zákona

Pokud je  $a$  v m,  $T$  v s, hmotnost Slunce  $M$  v kg, pak:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2} M,$$

kde  $G$  je gravitační konstanta, fundamentální konstanta přírody, která udává sílu, s jakou jsou všechna tělesa k sobě přitahována gravitací. Její velikost je:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

Uvažujme kruhovou trajektorii, pak:  $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r^3}$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \dots \text{kruhová rychlosť (1. kozmická)}$$

# Ted' je potřeba toho (hodně) spočítat

1. Běž na stránku cvičení:

<https://keplerovipatecnici.github.io/exercises.html>

2. Řeš předmětové soutěže, list několika z nich najdeš tady:

<https://keplerovipatecnici.github.io/references.html>

Koukni se na **Astronomickou olympiádu** <https://olympiada.astro.cz/> :)

