

# KEPLEROVI PÁTEČNÍCI

## 1. sada příkladů

20. září 2023

### 1. Běž Merkure, běž...

Oběžná doba Merkuru kolem Slunce je  $T_{\text{Merkur}} = 88$  dní. S pomocí  $a_{\text{Zeme}} = 1$  au,  $T_{\text{Zeme}} = 1$  rok určete hlavní poloosu Merkuru  $a_{\text{Merkur}}$  v au i km.

[Výsledek: 0,387 au,  $5,80 \times 10^7$  km]

### 2. Kolik váží Slunce?

Ze znalosti  $a_{\text{Zeme}} = 1$  au,  $T_{\text{Zeme}} = 1$  rok a  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  dopočítejte hmotnost Slunce  $M$ .

[Výsledek:  $1,99 \times 10^{30}$  kg]

### 3. Souboj Země s Venuší

Najděte poměr oběžných rychlostí Země a Venuše, tj.  $v_{\text{Zeme}}/v_{\text{Venuse}}$  za předpokladu, že se obě planety pohybují po kruhových trajektoriích o poloměrech  $r_{\text{Zeme}} = 1,5 \times 10^8$  km a  $r_{\text{Venuse}} = 1,08 \times 10^8$  km.

[Výsledek: 0,85]

### 4. Rychlost Země kolem Slunce

Ze znalosti  $a_{\text{Zeme}} = 1$  au,  $M_{\text{Slunce}} = 2 \times 10^{30}$  kg a  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  vypočítejte oběžnou rychlost Země kolem Slunce. Uvažujte, že Země se pohybuje po kruhové trajektorii.

[Výsledek: 29,9 km/s]

### 5. Halleyova kometa

Halleyova kometa obíhá kolem Slunce po eliptické trajektorii s relativní výstředností  $\epsilon = 0,967$  a periodou  $T = 75,3$  let. Použijte tyto informace abyste určili: a) hlavní poloosu  $a$ , b) vzdálenost k perihéliu  $r_p$  a aféliu  $r_a$ , c) poměr  $v_p/v_a$ .

[Výsledek: a) 17,8 au, b) 0,587 au a 35,0 au, c) 59,6]

### 6. Umělá družice

Vzdálenost Měsíce od středu Země se mění od  $r_p = 363300$  km v perigeu do  $r_a = 405500$  km v apogeu, navíc perioda oběhu Měsíce kolem Země je 27,322 dní. Umělá družice Země se pohybuje po eliptické trajektorii tak, že v perigeu se nachází 225 km nad povrchem Země a v apogeu 710 km. Střední průměr Země je  $D = 12756$  km. Určete periodu oběhu umělé družice.

[Výsledek: 1,56 hod.]

## 7. Pád Země na Slunce\*

Jak dlouho by padala Země na Slunce, kdyby se náhle zastavila na své dráze?

[Výsledek: 0,18 let]

## 8. Zhroucení oblaku\*

Uvažujme mezihvězdný oblak, který je dostatečně studený na to, aby bylo možné zanedbat jeho vnitřní tlak (teplota  $T \rightarrow 0$ , takže tlak  $p \rightarrow 0$ ). Gravitační síla je tak jedinou hybnou silou, která udává vývoj tohoto systému. Jestliže v čase  $t_0 = 0$  lze oblak považovat za kouli o poloměru  $R$  a uniformní hustotě  $\rho$ , jak dlouho bude trvat, než se oblak zhroutí sám do sebe? Tento čas  $t$  vyjádřete v závislosti na  $G, \rho, R$ .

[Výsledek:  $t = \sqrt{\frac{3\pi}{2} \frac{1}{G\rho}}$ , tzn. výsledek nezávisí na poloměru koule]

## 9. Hustota Slunce\*

Jestliže úhlová velikost Slunce je  $30'$  a doba oběhu Země kolem Slunce je 1 rok, odhadněte hustotu Slunce.

[Výsledek:  $1700 \text{ kg/m}^3$  ]

## 10. Íkaros\*

Těsně nad povrchem planety o průměrné hustotě  $\rho$  a poloměru  $R$  letí vznášedlo kruhovou (první kosmickou) rychlostí. Za jak dlouho obletí planetu kolem dokola? Výsledek vyjádřete v závislosti na  $G, \rho, R$ .

[Výsledek:  $t = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$ , tzn. výsledek nezávisí na poloměru planety]

\* náročnější úloha