

★ § 11. РОЗГАЛУЖЕНІ КОЛА. РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ. ПРАВИЛА КІРХГОФА ★

?!

Закон Ома встановлює залежність між силою струму, напругою та опором для найпростішого електричного кола, що являє собою один замкнений контур. На практиці зазвичай зустрічаються складніші — розгалужені — електричні кола, які мають кілька замкнених контурів і кілька вузлів, до яких сходяться струми, що проходять в окремих відгалуженнях. Значення сил струмів і напруг для таких кіл можна знаходити за допомогою правил Кірхгофа (рис. 11.1).



Рис. 11.1. Густав Роберт Кірхгоф (1824–1887) — німецький фізик. Сформулював правила розрахунку електричних кіл ще коли був студентом Кенігсберзького університету. Разом із хіміком Робертом Бунзеном (1811–1889) розробив основи спектроскопії; відкрив закони, що описують теплові поглинання та випромінювання

1

У чому суть правил Кірхгофа

Перше правило Кірхгофа є наслідком закону збереження електричного заряду і стосується вузлів, які містяться в електричному колі.

Перше правило Кірхгофа (правило вузлів):

Алгебраїчна сума сил струмів у провідниках, що сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^p I_i = 0,$$

де p — кількість провідників, які сходяться у вузлі.

Зазвичай вважають, що сила струму додатна, якщо струм втікає у вузол, і від'ємна, якщо струм витікає з вузла.

Застосовуючи перше правило Кірхгофа для вузла A , показаного на рис. 11.2, маємо: $I_3 + I_4 - I_1 - I_2 = 0$, або $I_3 + I_4 = I_1 + I_2$.

Друге правило Кірхгофа є наслідком закону Ома для неоднорідної ділянки кола і стосується окремих замкнених контурів електричного кола.

Друге правило Кірхгофа (правило контурів):

У кожному довільно обраному замкненому контурі електричного кола алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори відповідних ділянок дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС джерел струму в цьому контурі:

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i,$$

де n — кількість опорів* у контурі; m — кількість джерел струму в контурі.

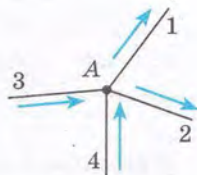


Рис. 11.2. Приклад вузла, в якому сходяться чотири провідники. Стрілками позначено напрямки струмів у провідниках

* Тут під опорами будемо розуміти елементи кола, що чинять опір електричному струму.

Щоб скласти рівняння для даного контуру згідно з другим правилом Кірхгофа, спочатку необхідно обрати напрямок обходу контуру. Знаки окремих доданків рівняння слід визначати, зважаючи на таке: силу струму вважають додатною, якщо напрямок струму співпадає з обраним напрямком обходу контуру; ЕРС джерела струму вважають додатною, якщо джерело створює струм, напрямок якого співпадає з обраним напрямком обходу контуру. У протилежних випадках і силу струму, і ЕРС вважають від'ємними.

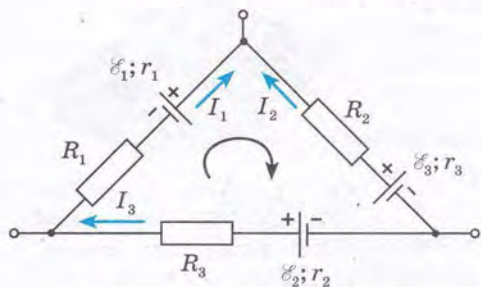


Рис. 11.3. Приклад окремого контуру електричного кола. Червоною стрілкою позначено напрямок обходу контуру

Зверніть увагу: на електричних схемах для наочності поряд із кожною стрілкою, що показує напрямок струму, зазначатимемо відповідну силу струму, а поряд із будь-яким елементом кола — його характеристики.

Для прикладу запишемо друге правило Кірхгофа для контуру, який є частиною складного електричного кола (рис. 11.3):

$$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) + I_3(R_3 + r_3) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3.$$

2 Як розв'язувати задачі за допомогою правил Кірхгофа

Розрахунок розгалужених кіл за допомогою правил Кірхгофа здійснюється в такій послідовності.

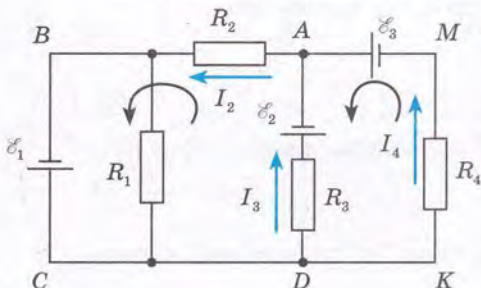
1. Довільно оберіть напрямки струмів у всіх ділянках кола. (Зверніть увагу: якщо в результаті розв'язання задачі отримано від'ємне значення сили струму на якійсь ділянці, то це означає, що напрямок струму в ній протилежний обраному.)

2. На основі першого правила Кірхгофа запишіть незалежні рівняння в кількості $(N-1)$, де N — кількість вузлів у колі.

3. Довільно оберіть замкнені контури. При цьому слід керуватися таким принципом: кожний наступний контур має містити хоча б одну ділянку кола, яка не входить у раніше обрані контури.

4. Для кожного з обраних контурів запишіть друге правило Кірхгофа.

5. З отриманих рівнянь складіть систему рівнянь і розв'яжіть її відносно шуканих величин.



3 Учимся розв'язувати задачі

Задача. На рисунку зображено схему кола, яка містить чотири резистори з опором R_1, R_2, R_3, R_4 і три джерела струму з ЕРС $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ відповідно. Визначте силу струму в резисторі з опором R_4 . Внутрішні опори джерел струму вважайте нехтовно малими.

$I_4 = ?$
 R_1
 R_2
 R_3
 R_4
 \mathcal{E}_1
 \mathcal{E}_2
 \mathcal{E}_3

Пошук математичної моделі, розв'язання

1. Позначимо можливі напрямки струмів у колі стрілками (див. рисунок).

2. Для одного з вузлів (наприклад, А) складемо рівняння відповідно до першого правила Кірхгофа:

$$I_3 + I_4 - I_2 = 0.$$

У цьому випадку складати рівняння для інших вузлів немає сенсу, оскільки нічого нового для розв'язання задачі вони не дадуть.

3. Розглянемо контури ABCDA і MADKM. Обравши напрямок обходу кожного контуру проти ходу годинникової стрілки, запишемо для них друге правило Кірхгофа:

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2; \quad -I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3.$$

4. Після розв'язання системи трьох рівнянь

$$\begin{cases} I_3 + I_4 - I_2 = 0, \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2, \\ -I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 \end{cases}$$

маємо:
$$I_4 = \frac{\mathcal{E}_1 R_3 + \mathcal{E}_3 (R_2 + R_3) + \mathcal{E}_2 R_2}{R_2 R_3 + R_4 (R_2 + R_3)}.$$

Відповідь: сила струму в резисторі з опором R_4 дорівнює:

$$I_4 = \frac{\mathcal{E}_1 R_3 + \mathcal{E}_3 (R_2 + R_3) + \mathcal{E}_2 R_2}{R_2 R_3 + R_4 (R_2 + R_3)}.$$

! Підбиваємо підсумки

Розрахунок складних розгалужених електричних кіл здійснюють за допомогою двох правил Кірхгофа: перше: $\sum_{i=1}^p I_i = 0$, де p — кількість

провідників, що сходяться у вузлі; друге: $\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i$, де n і m — відповідно кількість опорів і джерел струму в контурі.

? Контрольні запитання

1. Що на схемі електричного кола називають вузлом? 2. Наслідком чого є перше правило Кірхгофа? Сформулюйте це правило. 3. У якому випадку значення сили струму є додатним? 4. У чому суть другого правила Кірхгофа? 5. Про що слід пам'ятати, визначаючи знак доданків під час складання рівнянь згідно з другим правилом Кірхгофа? 6. Про що свідчить від'ємне значення сили струму, яке отримано в результаті розв'язування задачі? 7. Скільки рівнянь для даного електричного кола можна скласти на основі першого правила Кірхгофа? 8. Якої послідовності дій слід дотримуватися під час розв'язування задач за допомогою правил Кірхгофа?

Вправа № 11

Якщо не зазначено інше, внутрішніми опорами джерел струму та опором з'єднувальних проводів слід знехтувати.

1. На рис. 1 зображено схему електричного кола. Обчисліть значення та визначте напрямок струму в резисторі з опором R , якщо $\mathcal{E}_1 = 1,5$ В; $\mathcal{E}_2 = 3,7$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $R = 5,0$ Ом.

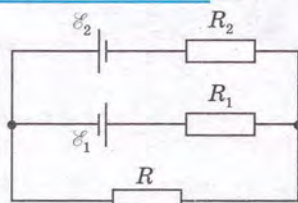


Рис. 1

РОЗДІЛ 2. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

2. Два джерела струму з ЕРС \mathcal{E}_1 і \mathcal{E}_2 та внутрішніми опороми r_1 і r_2 з'єднані так, як показано на рис. 2. Визначте сили струмів в джерелах і різницю потенціалів між точками А і В. Якою стане ця різниця потенціалів, якщо змінити полярність підключення другого джерела?
3. Електричне коло містить чотири резистори опором 1 кОм кожний та два джерела струму (рис. 3). ЕРС першого джерела дорівнює 1,5 В, а другого — 1,8 В. Визначте силу струму в усіх резисторах.
4. Визначте заряд конденсаторів електроємностями C_1 і C_2 (рис. 4). Опір резисторів: R_1 і R_2 ; ЕРС джерел: \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_3 .

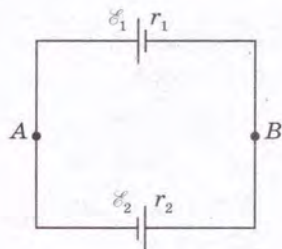


Рис. 2

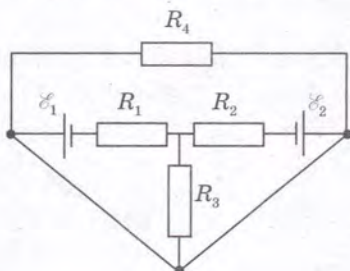


Рис. 3

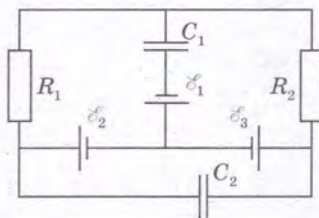


Рис. 4