

#### § 4. ПОТЕНЦІАЛ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ. РІЗНИЦЯ ПОТЕНЦІАЛІВ



У повсякденному житті ми доволі часто, особливо в суху погоду, зустрічаємось із ситуацією, коли, торкнувшись якогось тіла, відчуваємо неприємний удар. Як показує досвід, таких сюрпризів можна чекати від тіл, що мають високий потенціал. Саме з цим поняттям ви ознайомитесь у даному параграфі.



##### Що називають потенціалом електростатичного поля

**Потенціал**  $\varphi$  електростатичного поля в даній точці — це скалярна фізична величина, яка характеризує енергетичні властивості електростатичного поля й дорівнює відношенню потенціальної енергії  $W_n$  електричного заряду, поміщеного в дану точку поля, до значення  $q$  цього заряду:

$$\varphi = \frac{W_n}{q} \quad (1)$$

Одиниця потенціалу в СІ — **вольт** (В);  $1 \text{ В} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$ .

★ Нехай у полі, створеному у вакуумі точковим зарядом  $Q$ , на відстані  $r$  від  $Q$  перебуває пробний заряд  $q$ . Ви вже знаєте, що потенціальна енергія  $W_n$  взаємодії цих зарядів дорівнює:  $W_n = k \frac{Qq}{r}$ . Підставивши цей вираз у формулу (1), одержимо формулу для розрахунку потенціалу  $\varphi$  поля, створеного точковим зарядом  $Q$ , у точках, що розташовані на відстані  $r$  від заряду  $Q$ :

$$\varphi = k \frac{Q}{r}. \quad (2)$$

Нагадаємо, що значення потенціальної енергії залежить від вибору нульової точки. Таким чином, щоб однозначно визначити потенціал у будь-якій точці, спочатку необхідно обрати нульову точку. У формулі (2) за таку точку обрано «нескінченність», тобто точку, віддалену від заряду на дуже велику відстань:  $\varphi \rightarrow 0$ , якщо  $r \rightarrow \infty$ . Тому, якщо  $Q > 0$ , то  $\varphi > 0$ , а якщо  $Q < 0$ , то  $\varphi < 0$ .

Слід зауважити, що формула (2) справджується і для потенціалу поля рівномірно зарядженої сфери (або кулі) на відстанях, що більші за її радіус або дорівнюють йому, бо поле сфери (кулі) поза сферою (кулею) й на її поверхні збігається з полем точкового заряду, поміщеного в центр сфери (кулі).

Коли поле утворене кількома довільно розташованими зарядами  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , потенціал  $\varphi$  поля в будь-якій точці цього поля дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ , створюваних кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

Дане твердження випливає з принципу суперпозиції полів.★

2

### Як визначають різницю потенціалів

Потенціал у певній точці може мати різні значення, зумовлені вибором нульової точки, тому практично важливу роль відіграє не сам потенціал, а різниця потенціалів, яка не залежить від вибору нульової точки. *Різниця потенціалів — це різниця значень потенціалу в початковій і кінцевій точках траєкторії руху заряду.* З'ясуємо, як визначають різницю потенціалів.

Коли в електростатичному полі заряд рухається з точки 1 у точку 2, це поле виконує роботу, яка дорівнює зміні потенціальної енергії заряду, взятій із протилежним знаком:  $A_{1 \rightarrow 2} = -\Delta W_n$ . Отже:

$$A_{1 \rightarrow 2} = W_{n1} - W_{n2}. \quad (3)$$

Якщо потенціальну енергію подати як  $W_n = q\varphi$  і цей вираз підставити у формулу (3), одержимо:  $A_{1 \rightarrow 2} = q\varphi_1 - q\varphi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Звідси:

$$\frac{A_{1 \rightarrow 2}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2, \text{ або } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1 \rightarrow 2}}{q}.$$



**Різниця потенціалів** між двома точками — це скалярна фізична величина, яка дорівнює відношенню роботи сил електростатичного поля з переміщення заряду з початкової точки в кінцеву до значення цього заряду:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1 \rightarrow 2}}{q} \quad (4)$$

Одиниця різниці потенціалів в СІ — **вольт (В)**. Різниця потенціалів між двома точками поля дорівнює 1 В, якщо для переміщення між ними заряду 1 Кл електричне поле виконує роботу 1 Дж.

Слід зазначити, що різницю потенціалів  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  у подібних випадках також називають **напругою (U)**.

Важливо не плутати зміну потенціалу  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  і різницю потенціалів (напругу)  $\varphi_1 - \varphi_2$ .

(Використовуючи визначення різниці потенціалів, спробуйте самостійно визначити фізичний зміст потенціалу поля.)

### 3 Як пов'язані напруженість електростатичного поля та різниця потенціалів

Розглянемо однорідне електричне поле на ділянці між будь-якими точками 1 і 2, що перебувають на відстані  $d$  одна від одної; нехай із точки 1 у точку 2 під дією поля переміщується заряд  $q$  (рис. 4.1). У цьому випадку виконувану полем роботу можна подати через різницю потенціалів  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  між цими точками:  $A_{1 \rightarrow 2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$  або через напруженість  $\vec{E}$  поля:  $A_{1 \rightarrow 2} = qEd \cos \alpha = qE_x d$ , де  $E_x = E \cos \alpha$  — проекція вектора  $\vec{E}$  на вісь  $OX$ , проведену через точки 1 і 2. Порівнюючи обидва вирази для роботи, маємо:  $q(\varphi_1 - \varphi_2) = qE_x d$ , звідки:  $\varphi_1 - \varphi_2 = E_x d$ , або

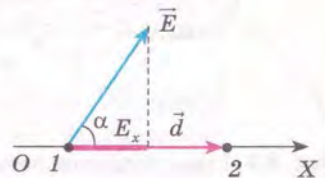
$$E_x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \quad (5)$$

З урахуванням співвідношення  $\varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi$  формула (5) набуває вигляду:  $E_x = -\frac{\Delta\varphi}{d}$ .

Очевидно, що аналогічні вирази можна написати для проекцій напруженості поля на інші осі координат. А у випадку, коли напрямки переміщення заряду та напруженості електричного поля збігаються, формула (5) набуває вигляду:  $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$  або  $E = \frac{U}{d}$ .

Одиницю напруженості поля в СІ — **вольт на метр**  $\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right)$  — встановлено на підставі формули (5).

Напруженість однорідного електричного поля дорівнює 1 В/м, якщо різниця потенціалів між точками, розташованими на відстані 1 м у цьому полі, дорівнює 1 В.



**Рис. 4.1.** До виведення формули зв'язку напруженості електростатичного поля та різниці потенціалів



Як уже говорилося, напруженість можна також подавати в **ньютонах на кулон**  $\left(\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}\right)$ . Дійсно:  $1 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ .

Аналіз формули (5) показує: чим менше змінюється потенціал електростатичного поля на даній відстані, тем меншою є напруженість цього поля; якщо ж потенціал не змінюється, то напруженість поля дорівнює нулю.

#### ★ 4 Які поверхні називають еквіпотенціальними

Для наочного уявлення електростатичного поля крім силових ліній використовують *еквіпотенціальні поверхні*.

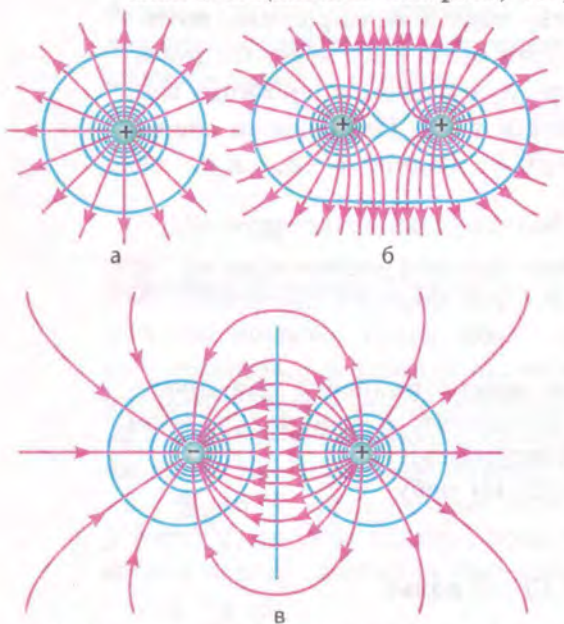
**Еквіпотенціальна поверхня** — це поверхня, в усіх точках якої потенціал електростатичного поля має однакове значення.

Для більшої наочності слід розглядати не одну еквіпотенціальну поверхню, а їх сукупність. Проте графічно зобразити сукупність складних поверхонь на одному рисунку дуже важко. Тому часто графічно зображують тільки перетини еквіпотенціальних поверхонь певною площиною або (що рівнозначно) — лінії, які являють собою множини точок з однаковим потенціалом у певній площині.

Еквіпотенціальні поверхні тісно пов'язані із силовими лініями електричного поля. Якщо електричний заряд переміщується по еквіпотенціальній поверхні, то робота поля дорівнює нулю, оскільки

$A = -q\Delta\phi$ , а на еквіпотенціальній поверхні  $\Delta\phi = 0$ . Цю роботу можна також подати через силу  $\vec{F}$ , що діє на заряд з боку електростатичного поля:  $A = F s \cos\alpha$ , де  $s$  — модуль переміщення заряду;  $\alpha$  — кут між векторами  $\vec{F}$  і  $\vec{s}$ . Оскільки  $A = 0$ , а  $F \neq 0$  і  $s \neq 0$ , то  $\cos\alpha = 0$ , отже,  $\alpha = 90^\circ$ . Це означає, що під час руху заряду вздовж еквіпотенціальної поверхні вектор сили  $\vec{F}$ , а отже, й вектор напруженості  $\vec{E}$  поля в будь-якій точці перпендикулярні до вектора переміщення  $\vec{s}$ . Таким чином, *силові лінії електростатичного поля перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь*. Крім того, скориставшись формулою (5), легко довести, що *силові лінії вказують напрямом максимального зменшення потенціалу електростатичного поля*.

На рис. 4.2 показано картини силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь деяких простих електростатичних полів.



**Рис. 4.2.** Еквіпотенціальні поверхні (сині лінії) та силові лінії (червоні лінії) простих електричних полів, створених: *a* — позитивним точковим зарядом; *b* — двома рівними позитивними точковими зарядами; *в* — двома точковими зарядами, рівними за модулем і протилежними за знаком



Зауважимо, що симетрія еквіпотенціальних поверхонь повторює симетрію джерел поля. Наприклад, поле точкового заряду сферично симетричне, тож еквіпотенціальними поверхнями поля точкового заряду є концентричні сфери; у випадку однорідного поля еквіпотенціальні поверхні являють собою систему паралельних площин. ★

### 5 Учимися розв'язувати задачі

**Задача 1.** Електрон пройшов прискорювальну різницю потенціалів  $-300$  В. Визначте швидкість руху електрона, якщо початкова швидкість його руху дорівнювала нулю. Маса електрона  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, значення його заряду  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

$v$  — ?

Дано:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -300 \text{ В}$$

$$v_0 = 0$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

*Аналіз фізичної проблеми.* Оскільки знак заряду електрона є від'ємним і початкова швидкість його руху дорівнює нулю, то під дією сил поля електрон рухатиметься в напрямку, протилежному напрямку силових ліній поля, тобто в напрямку збільшення потенціалу. Таким чином, поле буде виконувати додатну роботу, в результаті чого кінетична енергія електрона і, відповідно, швидкість його руху збільшуватимуться.

Отже, скориставшись формулою для розрахунку роботи електростатичного поля, яка подана через різницю потенціалів, і теоремою про кінетичну енергію, знайдемо шукану величину.

*Пошук математичної моделі, розв'язання.* Згідно з теоремою про кінетичну енергію:  $A = \Delta W_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ , де  $A$  — робота сил поля, яка дорівнює  $A = e(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Таким чином,  $e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv^2}{2}$ , звідки  $v = \sqrt{\frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}$ .

Визначимо значення шуканої величини:

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot (\text{В} - \text{В})}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\{v\} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-300)}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 1,0 \cdot 10^7, \quad v \approx 1,0 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

**Відповідь:** швидкість руху електрона, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів,  $v \approx 1,0 \cdot 10^7$  м/с.

**★Задача 2.** На відстані 50 см від поверхні кулі, рівномірно зарядженої до потенціалу 25 кВ, розташований точковий заряд  $1,0 \cdot 10^{-8}$  Кл. Яку роботу необхідно виконати, щоб зменшити відстань між кулею і зарядом до 20 см? Радіус кулі — 9,0 см.

$A'$  — ?

Дано:

$$d_1 = 0,5 \text{ м}$$

$$\varphi = 25 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$d_2 = 0,2 \text{ м}$$

$$R = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

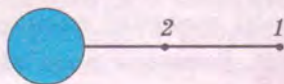
*Аналіз фізичної проблеми.* Вважатимемо, що точковий заряд переміщується в полі, створеному зарядженою кулею. Куля і заряд мають заряди одного знака, тому, щоб перемістити заряд до кулі, необхідно прикласти зовнішню силу, робота  $A'$  якої дорівнює:  $A' = -A$ , де  $A$  — робота сил поля.

З огляду на те що формула для розрахунку потенціалу поля, створеного рівномірно зарядженою кулею,



має той самий вигляд, що й для потенціалу поля, створеного точковим зарядом, можемо шляхом нескладних математичних перетворень знайти значення роботи  $A'$  зовнішньої сили.

*Пошук математичної моделі, розв'язання.*  
Нехай точковий заряд переміщується з точки 1 у точку 2 (див. рисунок). Роботу зовнішньої сили з переміщення заряду знайдемо за формулою:  $A' = q(\varphi_2 - \varphi_1)$  (1).



Ураховуючи, що потенціали поля, утвореного зарядженою кулею, у точках 1 і 2 дорівнюють відповідно  $\varphi_1 = k \frac{Q}{(R+d_1)}$  і  $\varphi_2 = k \frac{Q}{(R+d_2)}$ , перепишемо формулу (1) у вигляді:  $A' = kqQ \left( \frac{1}{R+d_2} - \frac{1}{R+d_1} \right)$  (2).

Заряд кулі знайдемо з формули потенціалу точки на поверхні кулі:  $\varphi = k \frac{Q}{R}$ . Отже,  $Q = \frac{R\varphi}{k}$  (3).

Підставивши вираз (3) у формулу (2), маємо:  $A' = \varphi Rq \left( \frac{1}{R+d_2} - \frac{1}{R+d_1} \right)$ . Визначимо значення шуканої величини:

$$[A'] = \text{В} \cdot \text{м} \cdot \text{Кл} \left( \frac{1}{\text{м}} - \frac{1}{\text{м}} \right) = \frac{\text{В} \cdot \text{м} \cdot \text{Кл}}{\text{м}} = \text{В} \cdot \text{Кл} = \text{Дж};$$

$$\{A'\} = 25 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-8} \left( \frac{1}{0,29} - \frac{1}{0,59} \right) \approx 39 \cdot 10^{-6}, \quad A' \approx 39 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

**Відповідь:** зовнішня сила має виконати роботу  $A' \approx 39$  мкДж. ★

**Задача 3.** Однорідне електростатичне поле створене двома паралельними пластинами довжиною по 3 см. Електрон влітає в це поле зі швидкістю руху  $2 \cdot 10^6$  м/с, напрямленою паралельно пластинам. На яку відстань по вертикалі зміститься електрон до моменту виходу з простору між пластинами, якщо на пластини подано напругу 4,8 В, а відстань між ними 16 мм? Маса електрона  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, модуль його заряду  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

$h$  — ?

Дано:

$$l_1 = l_2 = l = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$v_0 = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$U = 4,8 \text{ В}$$

$$d = 16 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

*Аналіз фізичної проблеми.* Протягом усього часу руху електрона між пластинами на нього діють сила тяжіння  $\vec{F}_{\text{тяж}}$  та електрична сила  $\vec{F}$ , напрямлені вертикально вниз. Дією сили тяжіння можна знехтувати, оскільки її значення в багато разів менше від значення електричної сили. Таким чином, електрон під дією сили  $\vec{F}$  буде рухатися рівноприскорено по параболічній траєкторії в бік позитивно зарядженої пластини. Подавши складний рух електрона як результат додавання двох простих рухів: рівномірного — вздовж осі  $OX$  і рівноприскореного — вздовж осі  $OY$ , записавши відповідні рівняння кінематики та формули електростатики, знайдемо шукані величини.

**Пошук математичної моделі, розв'язання.** Зробимо пояснювальний рисунок, на якому покажемо осі координат, початкове та кінцеве положення електрона, напрямок його початкової швидкості та прискорення руху.

1) Запишемо рівняння координати й конкретизуємо їх для даної задачі:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \\ y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \end{cases}$$

З урахуванням того, що  $x = l$ ;  $x_0 = 0$ ;  $v_{0x} = v_0$ ;  $a_x = 0$ ;  $y = h$ ;  $y_0 = 0$ ;  $v_{0y} = 0$ ;  $a_y = a$ , маємо:

$$l = v_0 t, \quad (1)$$

$$h = \frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

Визначимо з рівняння (1) час руху:  $t = \frac{l}{v_0}$ ; підставимо його в рівняння (2):  $h = \frac{al^2}{2v_0^2}$ .

Під час руху електрона між пластинами на нього діє електрична сила:  $F = |e|E = |e|\frac{U}{d}$  (3). Під дією цієї сили електрон набуває прискорення  $a$ , яке за другим законом Ньютона дорівнює  $a = \frac{F}{m}$ , або з урахуванням формули (3):  $a = \frac{|e|U}{md}$ .

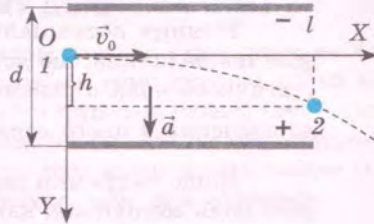
Знаючи прискорення руху електрона, визначимо відстань, на яку зміститься електрон за час руху між пластинами:  $h = \frac{|e|Ul^2}{2mdv_0^2}$ .

Визначимо значення шуканих величин:

$$[h] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м};$$

$$\{h\} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,8 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{12}} \approx 6 \cdot 10^{-3}, \quad h \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

**Відповідь:** на момент виходу з простору між пластинами електрон зміститься на відстань  $h \approx 6$  мм.



### Підбиваємо підсумки

Енергетичною характеристикою електростатичного поля є потенціал  $\phi$ , який визначається відношенням потенціальної енергії  $W_n$  електричного заряду, поміщеного в дану точку електростатичного поля, до значення  $q$  цього заряду:  $\phi = \frac{W_n}{q}$ . Одиниця потенціалу в СІ — вольт (В);  $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ Кл}$ .



★ Потенціал поля, створеного у вакуумі точковим зарядом  $Q$ , у точках, що розташовані на відстані  $r$  від цього заряду:  $\varphi = k \frac{Q}{r}$ . Потенціал поля, створеного системою зарядів, визначається виразом

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \star$$

Різниця потенціалів між двома точками  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  — скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню роботи  $A_{1 \rightarrow 2}$  сил електростатичного поля з переміщення заряду з початкової точки в кінцеву до значення  $q$  цього заряду:  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1 \rightarrow 2}}{q}$ .

Якщо напрямки переміщення заряду та напруженості електричного поля збігаються, напруженість електростатичного поля пов'язана з різницею потенціалів  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  співвідношенням  $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ .

★ Для наочного уявлення електростатичного поля крім силових ліній використовують екіпотенціальні поверхні — поверхні з однаковим потенціалом.★



### Контрольні запитання

1. Що називають потенціалом електростатичного поля? Якою є його одиниця в СІ? 2. Які фізичні величини є характеристиками електростатичного поля? 3. Як пов'язані робота з переміщення заряду в електростатичному полі та потенціали в початковій і кінцевій точках траєкторії руху заряду? ★ 4. Виведіть формулу для розрахунку потенціалу поля точкового заряду. ★ 5. Потенціал поля яких об'єктів і за яких умов можна розраховувати за формулою потенціалу поля точкового заряду? 6. Що таке різниця потенціалів? 7. Яким є співвідношення між напруженістю поля та різницею потенціалів? ★ 8. Які поверхні називають екіпотенціальними? ★ 9. Як розташовані лінії напруженості поля відносно екіпотенціальних поверхонь? ★ 10. Що являють собою екіпотенціальні поверхні поля точкового заряду? ★ 11. Куди напрямлений вектор напруженості поля, якщо його потенціал зростає в напрямку знизу вгору?



### Вправа № 4

1. В електростатичному полі із точки з потенціалом 450 В у точку з потенціалом 900 В рухається негативно заряджена частинка. Визначте модуль заряду частинки, якщо в ході її переміщення електричне поле виконує роботу 1,8 мкДж.
2. Дві паралельні пластини, розташовані на відстані 10 см одна від одної, заряджені до різниці потенціалів 1 кВ. Визначте силу, яка діятиме з боку електричного поля на заряд  $1 \cdot 10^{-4}$  Кл, поміщений між пластинами.
3. Електрон, що рухається зі швидкістю  $3 \cdot 10^7$  м/с, влітає в однорідне електричне поле напруженістю  $1 \cdot 10^3$  В/м. Визначте різницю потенціалів, яку необхідно пройти електрону, щоб швидкість його руху становила  $1 \cdot 10^7$  м/с, а також інтервал часу, за який електрон зупиниться. Вектори напруженості поля та швидкості руху електрона напрямлені однаково.
4. Електрон влітає в однорідне електростатичне поле напруженістю 600 В/см, створене двома однаковими горизонтальними пластинами. Швидкість руху електрона дорівнює  $2 \cdot 10^7$  м/с і напрямлена паралельно пластинам. Визначте довжину пластин, якщо до моменту виходу з простору між пластинами електрон змістився по вертикалі на 5 мм.