

§ 35. ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ

Т Піднятий над поверхнею Землі важкий молот не має кінетичної енергії, бо швидкість його руху дорівнює нулю. Проте якщо молот відпустити, він виконає роботу, наприклад заб'є в землю палю. Натягнута тятиву лука теж не має кінетичної енергії, але якщо прибрати руку, що втримує її в деформованому стані, то, випрямившись, тятиву надасть швидкості стрілі, а отже, виконає роботу. І деформоване тіло, і тіло, підняте над поверхнею Землі, здатні виконати роботу, тобто мають енергію. Що це за енергія і як її розрахувати?

Коли тіло має потенціальну енергію

Будь-яке тіло, що рухається, може виконати роботу, оскільки воно має кінетичну енергію, або «живу силу», як її називали раніше. Є ще один вид механічної енергії — її називали «мертва сила» — це енергія, яку має тіло в результаті взаємодії з іншими тілами; її називають *потенціальною енергією* (від латин. *potentia* — сила, можливість).

Потенціальна енергія $W_{\text{п}}$ — це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.



Рис. 35.1. Кулька, піднята на деяку висоту, має потенціальну енергію: якщо кульку відпустити, під дією сили тяжіння вона почне рухатись і виконає роботу

Кулька, розташована на нерівній гірці (рис. 35.1), має потенціальну енергію, бо якщо її відпустити, то в результаті взаємодії із Землею вона почне рухатись і сила тяжіння, що діє на кульку, виконає роботу. Як обчислити цю роботу, адже протягом усього часу руху кут між напрямком сили тяжіння і напрямком переміщення постійно змінюється? Виявляється, все не так складно. Сила тяжіння має одну чудову властивість — робота цієї сили не залежить від форми траєкторії. У фізиці сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, називають *консервативними, або потенціальними, силами* (від латин. *conservare* — зберігати, охороняти).

2 Як обчислити потенціальну енергію піднятого тіла

Доведемо, що сила тяжіння — консервативна сила. Для цього уявно перемістимо кульку масою m із положення K в положення B по декількох різних траєкторіях.

Випадок 1. Нехай траєкторія руху кульки — «сходінка» (рис. 35.2, а): спочатку кулька падає з певної висоти h_0 до висоти h , а потім рухається горизонтально. Обчислимо роботу сили тяжіння. Оскільки робота — величина адитивна, то $A = A_{KC} + A_{CB}$. За означенням роботи $A_{KC} = F s_{KC} \cos \alpha$. Оскільки $F = mg$, $s_{KC} = h_0 - h$, а $\alpha = 0$ ($\cos \alpha = 1$), то $A_{KC} = mg(h_0 - h)$.

На ділянці CB сила тяжіння перпендикулярна до переміщення й роботу не виконує ($A_{CB} = 0$), тому остаточно маємо:

$$A = mg(h_0 - h) + 0 = mgh_0 - mgh = -(mgh - mgh_0).$$

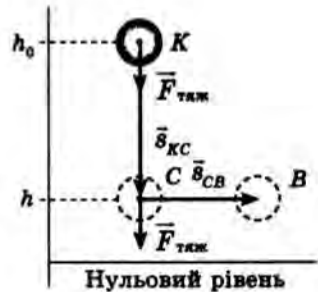
Випадок 2. Нехай кулька переміщується з положення K в положення B , зісковзуючи вздовж похилої (рис. 35.2, б). Робота сили тяжіння в цьому випадку становить:

$$\begin{aligned} A &= mgs_{KB} \cos \alpha = mg(h_0 - h) = mgh_0 - mgh = \\ &= -(mgh - mgh_0). \end{aligned}$$

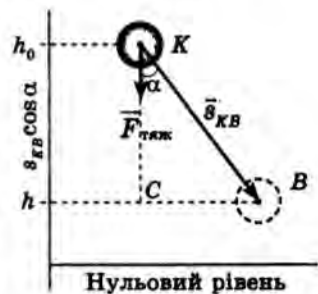
Випадок 3. Нехай кулька переміщується з положення K в положення B , рухаючись по довільній траєкторії (рис. 35.2, в). Щоб визначити роботу сили тяжіння, розіб'ємо траєкторію тіла на n ділянок. Якщо ці ділянки досить малі, то рух на кожній із них можна вважати рухом по прямій. Знайдемо повну роботу сили тяжіння: $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = mg(h_0 - h_1) + mg(h_1 - h_2) + \dots + mg(h_{n-1} - h) = mg(h_0 - h_1 + h_1 - h_2 + \dots + h_{n-1} - h)$. Після скорочення маємо:

$$A = mgh_0 - mgh = -(mgh - mgh_0).$$

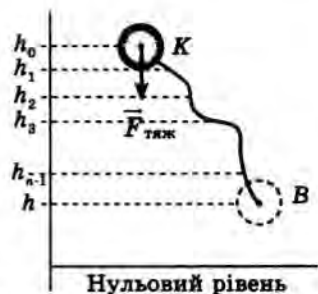
У кожному випадку одержано ту саму кінцеву формулу, отже, *робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії, а залежить тільки від початкового та кінцевого положень тіла*, тобто сила тяжіння — консервативна сила.



а



б



в

Рис. 35.2. У випадку переміщення тіла з точки K в точку B робота сили тяжіння завжди, незалежно від траєкторії руху тіла, визначатиметься формулою $A = mgh_0 - mgh$, де h_0 — початкова висота, на якій перебуває тіло відносно нульового рівня (рівня, від якого відлічується висота); h — висота, на якій перебуває тіло наприкінці спостереження

Величину mgh називають *потенціальною енергією* W_n *піднятого тіла*:

$$W_n = mgh \quad *$$

Робота сили тяжіння дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = -(mgh - mgh_0) = -(W_n - W_{n0}) = -\Delta W_n$$

Потенціальна енергія тіла залежить від висоти, на якій перебуває тіло, отже, *потенціальна енергія піднятого тіла залежить від вибору нульового рівня* (тобто рівня, від якого буде відлічуватися висота). Нульовий рівень слід обирати з міркувань зручності. Перебуваючи в класі, за нульовий рівень розумно взяти підлогу, визначаючи висоту гори — поверхню світового океану, розглядаючи коливання маятника — положення його рівноваги.

Зверніть увагу: зміна потенціальної енергії, а отже, і робота сили тяжіння від вибору нульового рівня не залежать. Справді, якщо ви зі стільця станете на стіл, а кожний учень у класі обчислить зміну вашої потенціальної енергії, то незалежно від того, положення якого тіла буде обрано за нульовий рівень (підлогу, стілець, стіл, стелю), усі учні одержать однаковий результат.

Якщо тіло під дією сили тяжіння перемістилося на нульовий рівень ($h=0$), то $A = mgh_0 = W_{n0}$.

Потенціальна енергія піднятого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила тяжіння в результаті переміщення тіла на нульовий рівень.

3 Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

У пружно деформованому тілі його частини взаємодіють силами пружності. Якщо усунути зовнішній вплив, то, повертаючи тіло в недеформований стан, сили пружності виконуватимуть механічну роботу. Таким чином, *пружно деформоване тіло має потенціальну енергію.*

Нехай є деяке пружно деформоване тіло — розтягнута пружина (рис. 35.3, а, б), видовження якої x_0 . Якщо пружину звільнити, то, стискаючись, вона виконає роботу (надасть руху візку), при цьому деформація пружини зменшиться й видовження пружини складе x (рис. 35.3, в). Визначимо роботу сили пружності.

* Цією формулою можна користуватися тільки для визначення потенціальної енергії тіла, яке перебуває *поблизу поверхні Землі*, де g не залежить від h . У загальному випадку потенціальну енергію піднятого тіла розраховують за формулою $W_n = -G \frac{mM_z}{R_z + h}$; за нульовий рівень беруть точку, нескінченно віддалену від поверхні Землі.

За означенням роботи:

$$A = F_{\text{пруж}} s \cos \alpha. \quad (1)$$

Тут $s = x_0 - x$, а $\cos \alpha = 1$, оскільки кут α між напрямком дії сили і напрямком переміщення дорівнює нулю (див. рис. 35.3, б, в). Модуль сили пружності можна обчислити, скориставшись законом Гука: $F_{\text{пруж}} = kx$. Однак у цьому випадку сила пружності залежить від видовження пружини ($F_{\text{пруж}} \sim x$) (рис. 35.4), тому знайдемо середнє значення сили пружності:

$$F_{\text{пруж, сер}} = \frac{F_{\text{пруж}0} + F_{\text{пруж}}}{2} = \frac{kx_0 + kx}{2} = \frac{k}{2}(x_0 + x).$$

Підставивши вирази для $F_{\text{пруж, сер}}$ і s у формулу (1), маємо:

$$A = \frac{k}{2}(x_0 + x)(x_0 - x) = \frac{k}{2}(x_0^2 - x^2) = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}.$$

$$\text{Отже: } A = -\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}\right).$$

Бачимо, що й у даному випадку робота сили пружності визначається тільки початковим і кінцевим положеннями тіла, тобто сила пружності — консервативна (потенціальна) сила.

Величину $\frac{kx^2}{2}$ називають *потенціальною енергією пружно деформованого тіла*:

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$$

Робота сили пружності дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = -\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}\right) = -(W_{\text{п}} - W_{\text{п}0}) = -\Delta W_{\text{п}}.$$

Якщо сила пружності, виконуючи роботу, повернула тіло в недеформований стан, то $x = 0$, тоді $A = \frac{kx_0^2}{2} = W_{\text{п}0}$.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила пружності, повертаючи тіло в недеформований стан.

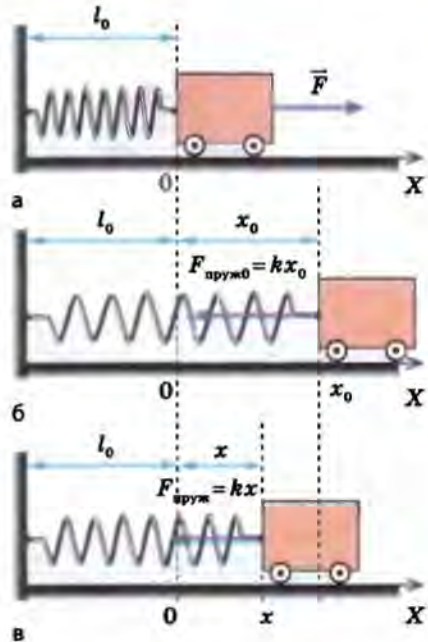


Рис. 35.3. До виведення формули потенціальної енергії пружно деформованої пружини: а — нерозтягнута пружина: $l = l_0$, $x = 0$, $F_{\text{пруж}} = 0$; б — розтягнута пружина: $l = l_0 + x_0$, $F_{\text{пруж}0} = kx_0$; в — пружина, що стискається: $l = l_0 - x$, $F_{\text{пруж}} = kx$

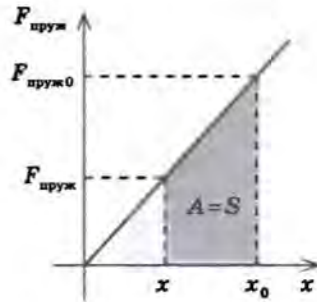


Рис. 35.4. Графік залежності сили пружності пружини від її видовження

4 Теорема про потенціальну енергію

І сила тяжіння, і сила пружності — консервативні сили. Як було показано, роботу цих сил завжди можна розрахувати за формулою: $A = -(W_n - W_{n0}) = -\Delta W_n$.

Даний вираз є *математичним записом теореми про потенціальну енергію*:

Робота всіх консервативних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = -(W_n - W_{n0}) = -\Delta W_n$$

5 Де виявляється принцип мінімуму потенціальної енергії

Камінь, піднятий на певну висоту й залишений сам по собі, ніколи не полетить угору — він падатиме, прагнучи досягнути стану з найменшою потенціальною енергією.

Недеформована пружина ніколи не почне розтягуватись або стискатися сама, а деформована завжди прагне перейти в недеформований стан, тому що в цьому стані її потенціальна енергія є мінімальною.

Принцип мінімуму потенціальної енергії:

Стан із меншою потенціальною енергією є енергетично вигідним. Будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, у якому її потенціальна енергія є мінімальною.

Пригадайте різні види рівноваги тіл (див. § 30). Ми звертали увагу на той факт, що в стані *стійкої рівноваги* центр ваги тіла займає найнижче з можливих положень — у цьому стані потенціальна енергія тіла є мінімальною (див. рис. 30.5, 30.6). У стані ж *нестійкої рівноваги* центр ваги займає найвище з можливих положень; щойно тіло ледь відхилиться від положення рівноваги, воно спрямовується до стану із мінімальною потенціальною енергією (див. рис. 30.7).

Підбиваємо підсумки

Потенціальна енергія — це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.

Потенціальна енергія піднятого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила тяжіння, переміщуючи тіло на нульовий рівень: $W_n = mgh$.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила пружності, повертаючи тіло в недеформований стан: $W_n = \frac{kx^2}{2}$.

Сила пружності та сила тяжіння — консервативні (потенціальні) сили, тому що робота цих сил не залежить від форми траєкторії.

Для консервативних сил справджується теорема про потенціальну енергію: робота всіх консервативних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком: $A = -\Delta W_n$.

Стан із меншою потенціальною енергією є енергетично вигідним. Будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, у якому її потенціальна енергія є мінімальною.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення потенціальної енергії. 2. Доведіть, що робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії. 3. За якою формулою визначають потенціальну енергію тіла, піднятого над поверхнею Землі? 4. Яку силу називають консервативною? 5. За якою формулою визначають потенціальну енергію пружно деформованого тіла? Виведіть цю формулу. 6. Сформулюйте теорему про потенціальну енергію. 7. У чому полягає принцип мінімуму потенціальної енергії? Наведіть приклади, що його підтверджують.

Вправа № 30

- Людина підняла відро з піском масою 15 кг на висоту 6 м, а потім поставила його назад. Чи виконала при цьому роботу сила тяжіння? Якщо так, то обчисліть її.
- Тіло масою 1 кг має потенціальну енергію 20 Дж. На яку висоту над Землею підняте тіло, якщо нуль відліку потенціальної енергії перебуває на поверхні Землі?
- У процесі розтягнення пружини на 2 см виконано роботу 1 Дж. Яку роботу слід виконати, щоб розтягти пружину ще на 2 см?
- На рисунку наведено графік залежності $F_{\text{пруж}}(|x|)$ для пружини. Визначте роботу, яку необхідно виконати для стиснення пружини на 0,3 м. Яку потенціальну енергію матиме пружина у випадку її розтягнення на 0,2 м?

