

§ 37. ПРУЖНИЙ І АБСОЛЮТНО НЕПРУЖНИЙ УДАРИ



Рис. 37.1. Пристрій для демонстрації пружного зіткнення кульок

Багато хто з вас бачив або сам проводив такий дослід. На тонких сталевих стрижнях підвішено п'ять кульок (рис. 37.1). Якщо першу кульку відвести вбік і відпустити, то остання почне рухатись і відхилиться приблизно на такий самий кут, на який було відхилено першу кульку. Повертаючись, остання кулька вдарить систему з решти чотирьох кульок, після чого знову відхилиться перша кулька, а потім усе повториться. При цьому середні кульки залишаються практично нерухомими. Цей дослід легко пояснити, якщо скористатися законом збереження енергії та законом збереження імпульсу.

Чим пружний удар відрізняється від непружного

Удар (зіткнення) — це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої вони безпосередньо торкаються одне одного.

У момент удару тіла змінюють швидкості свого руху. Оскільки систему тіл, що стикаються, цілком можна вважати замкненою

(під час удару внутрішні сили системи в багато разів більші за зовнішні сили), під час удару виконується закон збереження імпульсу.

Зіткнення тіл відбувається так. Після моменту дотику тіла продовжують зближуватись і тому деформуються. Виникає пара сил пружності, які надають кожному тілу деякого прискорення (рис. 37.2). У результаті швидкості руху тіл змінюються і в якийсь момент стають рівними. У цей момент тіла припиняють зближуватись, а сили пружності сягають максимального значення. У результаті дії сил пружності тіла починають віддалятися одне від одного і деформації тіл зменшуються.

До і після удару потенціальні енергії тіл дорівнюють нулю. Повна механічна енергія W_0 тіл на початку удару й повна механічна енергія W тіл наприкінці удару дорівнюють сумі кінетичних енергій цих тіл:

$$W_0 = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}; \quad W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Якщо після зіткнення сумарна кінетична енергія зберігається ($W_0 = W$), то таке зіткнення називають **пружним ударом**. Якщо після зіткнення сумарна кінетична енергія не зберігається ($W_0 > W$), то таке зіткнення називають **непружним ударом**.

Ми розглянемо дві моделі ударів — **абсолютно непружний удар** і **пружний удар**.

Абсолютно непружний удар — зіткнення тіл, у результаті якого тіла рухаються як єдине ціле (рис. 37.3).

До абсолютно непружних ударів можна віднести зіткнення метеорита із Землею, удар під час падіння грудки глини на землю, зіткнення кулі та ящика з піском, захоплення нейтрона ядром Урану в процесі ядерної реакції тощо. У разі абсолютно непружного удару тіла зазнають непружної деформації. При цьому кінетична енергія тіл, що рухаються, частково або повністю переходить у внутрішню енергію.

Якщо два тіла масами m_1 і m_2 , що рухаються зі швидкостями \vec{v}_{01} і \vec{v}_{02} відповідно, зазнають абсолютно непружного удару, то їхню швидкість \vec{v} після удару можна визначити, скориставшись законом збереження імпульсу: $m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = (m_1 + m_2) \vec{v}$,

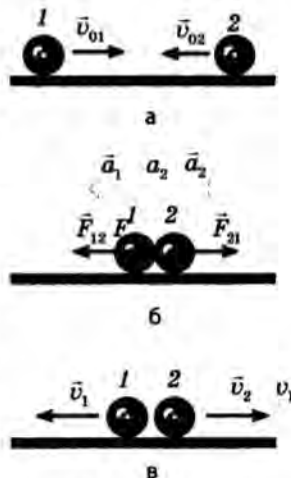


Рис. 37.2. Виникнення сил і прискорень під час удару двох кульок: а — система до удару; б — система під час удару; в — система після удару

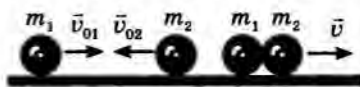


Рис. 37.3. Після абсолютно непружного удару тіла масами m_1 і m_2 рухаються як єдине тіло масою $m = m_1 + m_2$

звідки $\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02}}{m_1 + m_2}$. Кінетична енергія системи при цьому зменшується ($\Delta W_k = W_k - W_{k0}$).

Пружний удар — зіткнення тіл, за якого деформація тіл виявляється оборотною, тобто повністю зникає після припинення взаємодії.

Ідеально пружних ударів у реальному житті не існує. Однак існують удари, дуже близькі до пружного. Зіткнення бильярдних кульок, удар футбольного м'яча об бетонну стіну, удари сталевих кульок у наведеному вище досліді — усі ці удари можна вважати пружними.

2 Як рухаються тіла після пружного удару

Оскільки під час пружного удару виконується закон збереження імпульсу і зберігається сумарна кінетична енергія, одночасно справджуються дві рівності:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \\ \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases} \times 2 \Rightarrow \begin{cases} m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \\ m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2. \end{cases} \quad (1)$$

Якщо відомі маси кульок, що стикаються, і швидкості їхніх рухів до удару, то, розв'язавши одержану систему, визначимо швидкості руху кульок після удару. Розв'язання даної системи в загальному вигляді — доволі складне й кропітке завдання, тому розглянемо лише кілька часткових випадків.

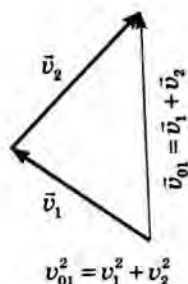


Рис. 37.4. Якщо до удару одна з однакових кульок рухалася з деякою швидкістю \vec{v}_{01} , а друга кулька перебувала у спокої і після пружного удару кульки набрали швидкості \vec{v}_1 і \vec{v}_2 , то вектори \vec{v}_{01} , \vec{v}_1 і \vec{v}_2 утворюють прямокутний трикутник, у якому v_{01} — гіпотенуза, v_1 і v_2 — катети

Випадок 1. Маса кульок, що стикаються, однакові ($m_1 = m_2 = m$), друга кулька до удару перебувала у спокої ($v_{02} = 0$). У цьому випадку

система (1) набуде вигляду: $\begin{cases} m \vec{v}_{01} = m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2, \\ m v_{01}^2 = m v_1^2 + m v_2^2. \end{cases}$

Скоротивши обидва рівняння системи на m , маємо: $\begin{cases} \vec{v}_{01} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \\ v_{01}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$ Перше рівняння одержаної системи

показує, що вектори \vec{v}_{01} , \vec{v}_1 і \vec{v}_2 утворюють трикутник, друге рівняння показує, що цей трикутник прямокутний (рис. 37.4). Це означає, що після удару кульки рухатимуться у взаємно перпендикулярних напрямках (див. рис. 31.3). Якщо ви граєте в бильярд, то напевне знайомі з цим явищем.

Випадок 2. Центральний пружний удар двох кульок однакової маси.

Удар називають **центральною**, якщо швидкості руху кульок до і після удару напрямлені вздовж прямої, що проходить через центри цих кульок.

Нехай дві кульки однакової маси рухаються назустріч одна одній зі швидкостями \vec{v}_{01} і \vec{v}_{02} , напрямленими вздовж лінії, що сполучає центри кульок (рис. 37.5).

Знайдемо швидкості руху \vec{v}_1 і \vec{v}_2 кульок після удару. Оскільки маси тіл однакові ($m_1 = m_2 = m$), то після скорочення на m система (1)

набуває вигляду:
$$\begin{cases} \vec{v}_{01} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \\ v_{01}^2 + v_{02}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$$

Напрямимо вісь OX у бік руху першої кульки та знайдемо проекції векторного рівняння системи на цю вісь: $v_{01x} = v_{01}$; $v_{02x} = -v_{02}$; $v_{1x} = -v_1$; $v_{2x} = v_2$. У результаті

маємо:
$$\begin{cases} v_{01} - v_{02} = -v_1 + v_2, \\ v_{01}^2 + v_{02}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$$

Перегрупуємо доданки; розкладемо обидві частини другого рівняння на співмножники:

$$\begin{aligned} \begin{cases} v_{01} + v_1 = v_{02} + v_2, \\ v_{01}^2 - v_1^2 = v_{02}^2 - v_2^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} v_{01} + v_1 = v_{02} + v_2, \\ (v_{01} + v_1)(v_{01} - v_1) = (v_{02} + v_2)(v_2 - v_{02}). \end{cases} \end{aligned}$$

Розділимо почленно друге рівняння системи на перше:
$$\begin{cases} v_{01} + v_1 = v_{02} + v_2, \\ v_{01} - v_1 = v_2 - v_{02}. \end{cases}$$

Віднімемо від першого рівняння останньої системи друге: $2v_1 = 2v_{02} \Rightarrow v_1 = v_{02}$; склавши рівняння цієї системи, маємо: $2v_{01} = 2v_2 \Rightarrow v_2 = v_{01}$.

Таким чином, у результаті центрального пружного удару кульки однакової маси «обмінюються» швидкостями.

Якщо при цьому кулька 1 рухалася з деякою швидкістю \vec{v}_{01} , а кулька 2 перебувала у спокої ($v_{02} = 0$), то після зіткнення кулька 1 зупиниться ($v_1 = 0$), а кулька 2 почне рухатися зі швидкістю \vec{v}_{01} ($\vec{v}_2 = \vec{v}_{01}$). Це твердження легко перевірити на простому досліді (рис. 37.6).

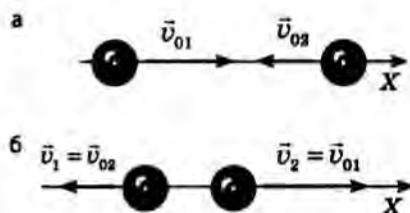


Рис. 37.5. Центральний пружний удар двох кульок однакової маси: а — система до удару; б — система після удару

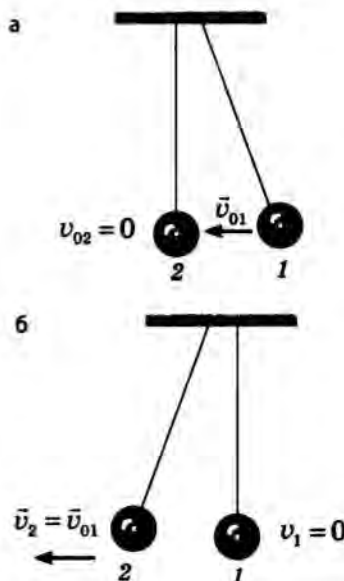


Рис. 37.6. У результаті центрального пружного удару кульок однакової маси кулька, яка рухалася, зупиняється, а нерухома набуває швидкості тієї кульки, яка рухалася: а — система до удару; б — система після першого удару

Підбиваємо підсумки

Удар (зіткнення) — це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої тіла безпосередньо торкаються одне одного.

Абсолютно непружний удар — зіткнення тіл, у результаті якого тіла рухаються як єдине ціле. У разі непружного удару кінетична енергія системи не зберігається і виконується закон збереження імпульсу: $m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v} + m_2 \vec{v}$.

Пружний удар — зіткнення тіл, за якого деформація тіл виявляється оборотною, тобто повністю зникає після припинення взаємодії. У разі пружного удару виконується закон збереження імпульсу

$$\text{і зберігається кінетична енергія системи: } \begin{cases} m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \\ \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \end{cases}$$

Контрольні запитання

1. Що таке удар? 2. Який удар називають абсолютно непружним? Наведіть приклади. 3. Чому під час непружного удару не виконується закон збереження енергії? 4. Який удар вважають пружним? Наведіть приклади. 5. Чи виконується в разі пружного удару закон збереження енергії? закон збереження імпульсу? 6. Що можна сказати про швидкості руху тіл однакової маси після пружного удару?

Вправа № 32

- Поясніть дослід, про який йшлося на початку параграфа (див. рис. 37.1).
- Нерухома кулька набула швидкості в результаті пружного удару з рухомою кулькою такої самої маси. У скільки разів ця швидкість більша за швидкість, яку набула б кулька внаслідок непружного удару?
- Кулька масою 200 г, яка рухається зі швидкістю 4 м/с, стикається з кулькою такої ж маси, яка рухається назустріч їй зі швидкістю 1 м/с. Вважаючи удар центральним і пружним, визначте швидкості руху кульок після удару.
- Об нерухому кульку масою 20 г ударяється кулька масою 30 г, яка рухається зі швидкістю 5 м/с. Визначте швидкості руху кульок після удару, вважаючи удар центральним пружним.
- * Якою є маса кульки, якщо внаслідок пружного центрального удару об нерухому кульку масою 1 кг швидкість її руху зменшилася від 4 до 2 м/с? Розгляньте два можливі випадки.

Експериментальне завдання

Покладіть на аркуш монету та обведіть її олівцем. Щиглем штовхніть на неї іншу монету такого ж номіналу так, щоб удар не був центральним. Проведіть лінії руху монет, виміряйте кут між напрямками їхнього руху. Повторіть дослід, домігшись цього разу центрального удару. Поясніть одержані результати. Відомо, що цей дослід краще проводити з шашками на шахівниці. Чому?