

## § 31. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ

Закони Ньютона дозволяють розв'язати багато задач, які стосуються руху та взаємодії тіл. Однак на практиці часто буває складно виміряти або аналітично подати сили, що діють на тіло. Як, наприклад, обчислити сили, що виникають у результаті зіткнення тіл, адже при цьому змінюються і жорсткість тіл, і коефіцієнт тертя? Або як визначити сили, що виникають під час вибуху? Крім того, для розрахунків потрібно знати час взаємодії тіл, виміряти який теж іноді складно. Виявляється, розв'язання багатьох задач значно простішає, якщо скористатися законами збереження, — законом збереження імпульсу та законом збереження енергії. Ці закони безпосередньо випливають із законів Ньютона, однак відкриті вони були самостійно. Це найбільш загальні й універсальні закони не лише в механіці, але й у всій фізиці. Із цього параграфа ви дізнаєтеся про *закон збереження імпульсу*.

### Що таке імпульс сили та імпульс тіла

Згадаємо формулу для визначення прискорення:  $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$  —

і запишемо другий закон Ньютона у вигляді:  $\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t}$ . Помноживши обидві частини рівності на  $t$ , маємо:

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \quad (1)$$

Добуток  $\vec{F}t$  називають *імпульсом сили*. Ця величина одночасно визначає і силу, і тривалість дії, необхідної для того, щоб змінити швидкість руху тіла масою  $m$  від  $\vec{v}_0$  до  $\vec{v}$ .

**Імпульс сили** — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку сили на час її дії:  $\vec{F}t$ .

Одиниця імпульсу сили в СІ — **ньютон-секунда (Н·с)**.

У правій частині рівності (1) маємо зміну деякої величини  $m\vec{v}$ . Цю величину називають *імпульсом тіла* або *кількістю руху*.

**Імпульс тіла**  $\vec{p}$  — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси  $m$  тіла на швидкість  $\vec{v}$  його руху:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Одиниця імпульсу тіла в СІ — **кілограм-метр на секунду (кг·м/с)**.

На відміну від імпульсу сили *імпульс тіла залежить від вибору СВ*, тому що від вибору СВ залежить швидкість руху тіла.

Введення понять імпульсу сили й імпульсу тіла дає змогу сформулювати *другий закон Ньютона в імпульсному вигляді: зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили, яка діє на це тіло:*

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t, \text{ або } \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}t.$$

З останньої рівності отримуємо ще один запис другого закону Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t}.$$

Розвиток механіки показав, що другий закон Ньютона, записаний в імпульсному вигляді\*, більш загальний, ніж записаний як  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ , оскільки в імпульсному вигляді він дозволяє описувати рух тіл змінної маси, наприклад рух ракет.

### За яких умов систему тіл можна вважати замкнутою

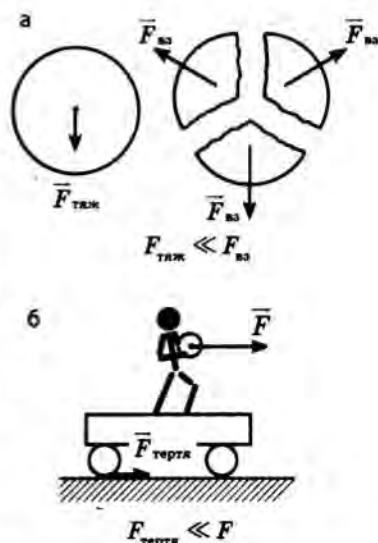
Декілька тіл, що взаємодіють одне з одним, утворюють *систему тіл*. Сили, які характеризують взаємодію тіл системи між собою, називають *внутрішніми силами системи*. Якщо тіла взаємодіють тільки внутрішніми силами, то таку систему тіл називають *замкнутою*.

**Замкнена система тіл** — це така система тіл, на яку не діють зовнішні сили, а будь-які зміни стану цієї системи є результатом дії внутрішніх сил системи.

Точно кажучи, на Землі неможливо знайти замкнену систему тіл: на будь-яке тіло поблизу поверхні Землі діє сила тяжіння, будь-який рух тіла супроводжується тертям. Тому на практиці систему тіл вважають замкнутою, якщо зовнішні сили, які діють на систему, зрівноважені або набагато менші за внутрішні сили системи.

Наприклад, під час вибуху снаряда зовнішні сили, які діють на осколки (сила тяжіння та сила опору), у багато разів менші за силу взаємодії  $\vec{F}_{вз}$  цих осколків (рис. 31.1, а), тому під час вибуху систему тіл «осколки» можна вважати замкнутою.

Якщо людина штовхає ядро із силою  $\vec{F}$ , стоячи на легкорухомому візку (рис. 31.1, б), то систему тіл «людина на візку — ядро» можна вважати замкнутою, оскільки силу тяжіння врівноважує сила нормальної реакції опори, а сила тертя кочення є незначною.



**Рис. 31.1.** Якщо зовнішні сили, що діють на систему, зрівноважені або значно менші за внутрішні сили системи, то систему можна вважати замкнутою

\* Свою другу аксіому руху І. Ньютон сформулював саме в імпульсному вигляді.



Якщо ж людина штовхає ядро, стоячи на землі, то система тіл «людина — ядро» не є замкнутою, бо величину сили тертя можна порівняти із силою взаємодії людини та ядра.

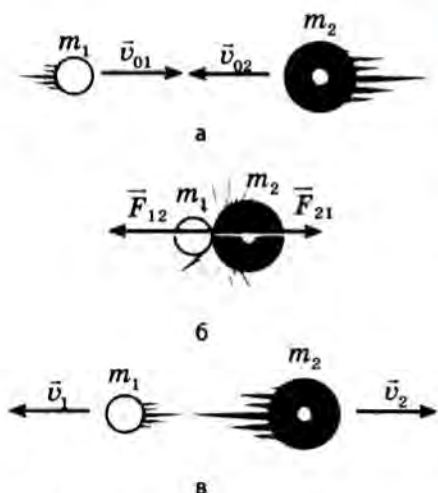


Рис. 31.2. До виведення закону збереження імпульсу для замкнутої системи, яка складається з двох тіл: а — тіла до взаємодії; б — тіла в момент взаємодії; в — тіла після взаємодії

### Закон збереження імпульсу

Розглянемо взаємодію двох тіл масами  $m_1$  і  $m_2$ , які утворюють замкнену систему й рухаються відповідно зі швидкостями  $\vec{v}_{01}$  і  $\vec{v}_{02}$  (рис. 31.2, а).

У результаті взаємодії, яка триває певний проміжок часу  $t$ , обидва тіла змінюють швидкості свого руху. Оскільки система замкнена, то причиною зміни швидкості є тільки сили взаємодії  $\vec{F}_{12}$  і  $\vec{F}_{21}$  — внутрішні сили системи (рис. 31.2, б). Нехай у результаті взаємодії тіла набули швидкості  $\vec{v}_1$  і  $\vec{v}_2$  (рис. 31.2, в). Запишемо для кожного тіла другий закон Ньютона:

$$m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_{01} = \vec{F}_{12} t; \quad m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v}_{02} = \vec{F}_{21} t.$$

Час взаємодії  $t$  однаковий для обох тіл, а сили взаємодії згідно з третім законом Ньютона є рівними за модулем і протилежними за напрямком:  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ . Отже,  $m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_{01} = -(m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v}_{02})$ . Після перетворень отримаємо:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \text{ або } \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

У лівих частинах виразів — сума імпульсів тіл до взаємодії. Після взаємодії імпульс кожного тіла змінився, однак сумарний імпульс системи залишився незмінним — він *зберігся*. Отже, **закон збереження імпульсу**:

У замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл після взаємодії.

У слушності закону збереження імпульсу можна переконатись експериментально (рис. 31.3).

Закон збереження імпульсу справджується для замкнутої системи, що містить будь-яку кількість тіл, — це загальний, фундаментальний закон фізики. Тому в загальному випадку *математичний вираз для закону збереження імпульсу* виглядає так:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} + \dots + m_n \vec{v}_{0n} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n;$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const},$$

де  $m_i$  — маси тіл, що утворюють замкнену систему;  $\vec{v}_{0i}$  — швидкості руху тіл системи до взаємодії;  $\vec{v}_i$  — швидкості руху тіл системи після взаємодії;  $n$  — кількість тіл, які взаємодіють;  $\vec{p}_i$  — імпульси тіл у деякий довільний момент часу.

Із проявами закону збереження імпульсу ми постійно зустрічаємося в природі, техніці, побуті. Саме законом збереження імпульсу пояснюється ефект віддачі вогнепальної зброї, рух бігової доріжки на деяких спортивних тренажерах, рух човна під час пересування по ньому людини тощо.

Зверніть увагу:

а) закон збереження імпульсу виконується тільки для замкненої системи тіл, тому, перш ніж застосувати його для розв'язання задачі, потрібно визначити, чи є замкненою дана система;

б) якщо на систему діють зовнішні сили, які не зрівноважені або дією яких не можна знехтувати, то сумарний імпульс системи змінюється — ця зміна дорівнює сумарному імпульсу зовнішніх сил:  $\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}t$ .

### Учимося розв'язувати задачі

**Задача.** З гармати, встановленої на гладенькій горизонтальній поверхні, під кутом  $60^\circ$  до горизонту вилітає снаряд зі швидкістю  $100$  м/с. Яку швидкість набере гармата після пострілу, якщо маса снаряду  $20$  кг, а маса гармати  $2$  т?

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v_1 = 100 \text{ м/с}$$

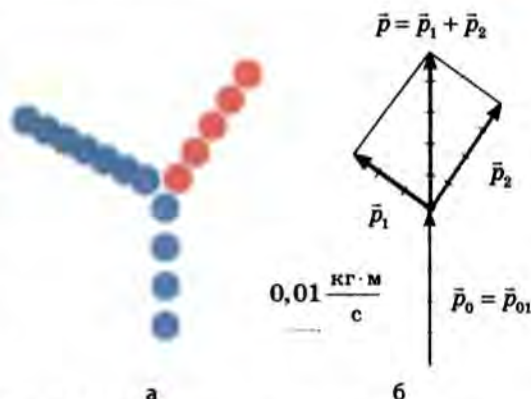
$$m_1 = 20 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2000 \text{ кг}$$

$$v_{01} = v_{02} = 0$$

$$v_2 = ?$$

**Аналіз фізичної проблеми.** Систему тіл «снаряд — гармата» можна вважати замкненою, бо сили тертя в багато разів менші за сили, що виникають під час пострілу. Оберемо як нерухому СВ ту, що пов'язана з поверхнею Землі. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому позначимо напрямки швидкостей руху тіл до і після взаємодії та напрямок осі  $OX$  (у вертикальному напрямку гармата відносно Землі не рухається — вона набуває імпульсу разом із Землею, тому досить обрати тільки вісь  $OX$ ).



**Рис. 31.3.** Демонстрація закону збереження імпульсу під час удару двох кульок масою  $100$  г кожна; червона куля до удару перебувала в спокої: а — рисунок зі стробоскопічної фотографії руху кульок до і після удару (масштаб  $1:20$ ); проміжок часу між спалахами —  $0,2$  с; б — векторна діаграма імпульсів куль. До зіткнення куль імпульс  $\vec{p}_0$  системи дорівнював імпульсу  $\vec{p}_{01}$  синьої кулі:  $\vec{p}_0 = \vec{p}_{01}$ .

$$p_{01} = m_1 v_{01} = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{0,1 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 0,05 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Після удару імпульс кожної кулі змінився; їхній сумарний імпульс:  $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ ,

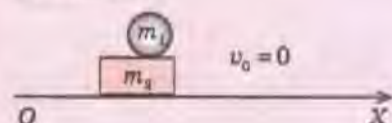
$$\text{де } p_1 = m_1 v_1 = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{0,06 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 0,03 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}},$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{0,08 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 0,04 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

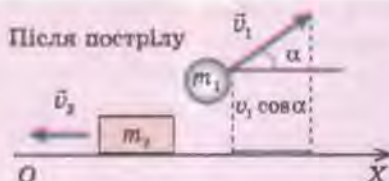
З рисунка видно, що  $\vec{p}_0 = \vec{p}$ , тобто сумарний імпульс системи залишився незмінним.



До пострілу



Після пострілу



*Пошук математичної моделі, розв'язання.* Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

Скориставшись рисунком, знайдемо проекції швидкостей на вісь  $OX$ ; маємо:  $0 = m_1 v_1 \cos \alpha - m_2 v_2$ . Звідки знайдемо  $v_2$ :

$$m_2 v_2 = m_1 v_1 \cos \alpha \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1 \cos \alpha}{m_2}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[v_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}; \{v_2\} = \frac{20 \cdot 100 \cdot 0,5}{2000} = 0,5; v_2 = 0,5 \text{ м/с}.$$

*Відповідь:* швидкість руху гармати після пострілу  $v_2 = 0,5 \text{ м/с}$ .

### Підбиваємо підсумки

Імпульс сили — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку сили  $\vec{F}$  на час  $t$  її дії:  $\vec{F}t$ .

Імпульс тіла  $\vec{p}$  — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси  $m$  тіла на швидкість  $\vec{v}$  його руху:  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

Зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили:  $m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t$ .

Системи тіл, на які жодні зовнішні сили не діють, називають замкненими. Систему тіл можна вважати замкнутою, якщо зовнішні сили, що діють на систему, зрівноважені або набагато менші за внутрішні сили системи. У замкненій системі тіл виконується закон збереження імпульсу: у замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл після взаємодії:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} + \dots + m_n \vec{v}_{0n} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n.$$

### Контрольні запитання

1. Дайте визначення імпульсу тіла. У яких одиницях його вимірюють?
2. Дайте визначення імпульсу сили. У яких одиницях його вимірюють?
3. Сформулюйте другий закон Ньютона, використовуючи поняття імпульсу сили та імпульсу тіла.
4. Яку систему можна вважати замкнутою? Наведіть приклади.
5. Які сили називають внутрішніми силами системи?
6. Сформулюйте закон збереження імпульсу.
7. Доведіть закон збереження імпульсу для двох тіл.

### Вправа № 27

1. Футболіст веде м'яч полем, рухаючись зі швидкістю 4 м/с відносно поля. Визначте імпульс м'яча відносно: а) поверхні Землі; б) футболіста, що біжить назустріч м'ячу зі швидкістю 5 м/с; в) футболіста, який веде м'яч. Масу м'яча задайте самостійно.

2. Порівняйте ваш імпульс під час бігу на 100 м з імпульсом кулі, випущеної з вогнепальної зброї. Необхідні дані задайте самостійно.

3. Багато хто з вас знайомий із ситуацією: людина встала в човні і, не дочекавшись, коли його пришвартують до причалу, пішла вперед — у результаті човен відпливає назад (див. рисунок). Поясніть дану ситуацію з погляду закону збереження імпульсу.



4. Два легкорухомі візки масами 2 і 6 кг рухаються назустріч один одному зі швидкостями 2 і 3 м/с відповідно. Після зіткнення візки почали рухатись як одне ціле. Визначте модуль та напрямок швидкості руху візків після зіткнення.
5. Із човна масою 150 кг, який рухається зі швидкістю 2 м/с, у горизонтальному напрямку зі швидкістю 6 м/с стрибає хлопчик масою 50 кг. Яку швидкість має човен після стрибка, якщо хлопчик стрибає з корми човна в бік, протилежний рухові човна? з носа човна в напрямку руху човна? Вважайте, що в кожному випадку швидкість хлопчика напрямлена під кутом  $45^\circ$  до горизонту.
6. Більярдна куля А, яка рухається зі швидкістю 10 м/с, ударила кулю Б такої ж маси, яка перебувала в спокої (див., наприклад, рис. 31.3). Визначте швидкості руху кулі після удару, якщо швидкість кулі А напрямлена під кутом  $30^\circ$  до напрямку її руху до удару, а швидкість кулі Б — під кутом  $60^\circ$  до напрямку руху кулі А до удару.
- 7\*. Людина масою 70 кг переходить із корми на ніс човна. На яку відстань і в який бік відносно берега відпливе човен, якщо його маса 130 кг, а довжина 4 м? Рухи людини та човна вважати рівномірними.