

## § 36. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

Уперше закон збереження енергії у фізиці застосували німецькі фізики *Юліус Роберт Маєр* (1814–1878) і *Герман Людвіг Гельмгольц* (1821–1894). Ідеї вчених, сприйняті спочатку скептично, виявилися настільки зручними для розв'язування практичних задач, що невдовзі набули широкого застосування в усіх галузях фізики. Сьогодні ви познайомитесь із законом збереження енергії в механіці та побачите, наскільки його знання спрощує розв'язування задач.

### **Закон збереження повної механічної енергії**

Часто тіло (система тіл) має і потенціальну, і кінетичну енергію водночас. Так, літак у польоті має потенціальну енергію (оскільки взаємодіє із Землею) і кінетичну (оскільки рухається). Система тіл «тягива лука — стріла» під час пострілу має потенціальну енергію, тому що тягива натянута, а стріла стиснута, і має кінетичну енергію, оскільки тіла системи перебувають у русі. Отже, є доцільним введення поняття *повної механічної енергії*.

**Повна механічна енергія системи тіл** — сума кінетичної і потенціальної енергій системи:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}}$$

Повна механічна енергія системи тіл визначається взаємним розташуванням тіл (або частин тіл) та швидкістю їхнього руху.

Розглянемо замкнену систему тіл, які взаємодіють одне з одним тільки консервативними силами (силами тяжіння або силами

пружності). Згідно з теоремою про потенціальну енергію робота, виконувана цими силами, дорівнює зміні потенціальної енергії системи, взятій із протилежним знаком:  $A = -(W_n - W_{n0})$ . (1)

З іншого боку, відповідно до теореми про кінетичну енергію, цю саму роботу можна знайти зі співвідношення:  $A = W_k - W_{k0}$ . (2)

Зрівнявши праві частини рівностей (1) і (2), маємо:

$$-(W_n - W_{n0}) = W_k - W_{k0}, \text{ або } W_{k0} + W_{n0} = W_k + W_n.$$

Остання рівність являє собою математичний запис **закону збереження повної механічної енергії**:

У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія залишається незмінною (зберігається):

$$W_{k0} + W_{n0} = W_k + W_n$$

Закон збереження повної механічної енергії одержаний із законів Ньютона (що справджуються для опису руху та взаємодії макротіл), однак має ширшу ділянку застосування: повна механічна енергія зберігається й для систем мікрочастинок, для яких закони Ньютона незастосовні.

## 2 Взаємне перетворення потенціальної і кінетичної енергій у механічних процесах

Той факт, що сума потенціальної і кінетичної енергій залишається незмінною, свідчить: якщо в замкненій системі тіл роботу виконують тільки консервативні сили, то на скільки зменшується потенціальна енергія системи, на стільки ж збільшується її кінетична енергія, і навпаки. Тобто в процесі виконання роботи відбувається перетворення одного виду механічної енергії на інший.

Нехай пружне тіло, наприклад, м'яч, кинуто вертикально вгору. Під час руху вгору швидкість руху м'яча зменшується, відповідно, зменшується і його кінетична енергія  $\left(W_k = \frac{mv^2}{2}\right)$ , потенціальна ж енергія

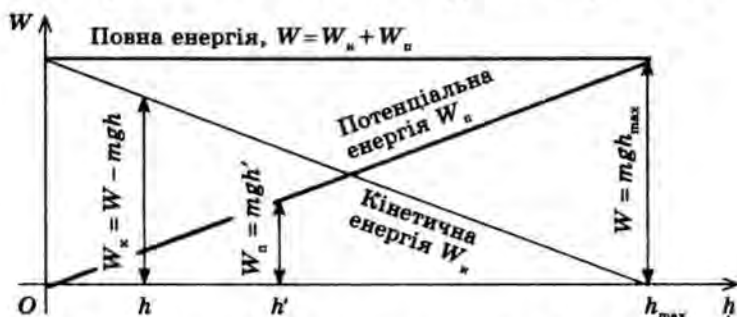
м'яча, навпаки, збільшується, тому що збільшується висота його підняття ( $W_n = mgh$ ). Сягнувши деякої висоти  $h_{\max}$ , м'яч зупиняється і потім під дією сили тяжіння починає рух униз. Якщо в процесі падіння м'яч не зазнає опору повітря, то він сягне поверхні Землі з тією самою швидкістю руху, яку мав на початку підняття. У момент зіткнення із Землею вся кінетична енергія м'яча перейде в потенціальну енергію деформованих тіл (м'яча і Землі). Якщо деформації пружні, то практично миттєво вся потенціальна енергія системи перейде в кінетичну енергію руху м'яча, але швидкість руху м'яча буде вже направлена вгору, від Землі. Далі рух тіла повториться в тому самому порядку.

Це взаємне перетворення двох видів механічної енергії для тіла, яке рухається без тертя під дією притягання Землі, зручно описувати

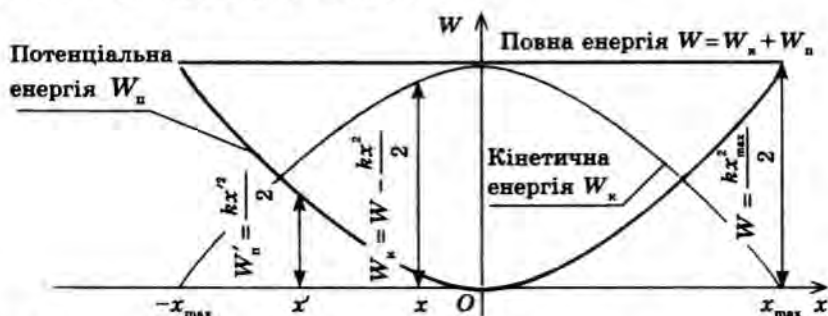


за допомогою графіків залежності  $W_n(h)$ ,  $W_k(h)$ ,  $W(h)$ , які наводять на одному рисунку (рис. 36.1). Зверніть увагу: у даному випадку потенціальна та кінетична енергії лінійно залежать від висоти, повна ж енергія залишається незмінною.

Аналогічно за допомогою графіків можна описати й процес перетворення енергії в системі «тіло — пружина» (рис. 36.2).



**Рис. 36.1.** Графіки залежності енергії від висоти підняття для тіла, яке рухається поблизу поверхні Землі. Під час збільшення висоти підняття тіла від 0 до  $h_{\max}$  його потенціальна енергія збільшується, а кінетична зменшується. Під час зменшення висоти підняття тіла від  $h_{\max}$  до 0 кінетична енергія тіла збільшується, а потенціальна зменшується. Повна енергія тіла залишається постійною



**Рис. 36.2.** Графіки залежності енергії системи «тіло — пружина» від деформації пружини. Під час збільшення деформації пружини (пружина розтягується від 0 до  $x_{\max}$  або стискається від 0 до  $-x_{\max}$ ) потенціальна енергія пружини збільшується, а кінетична енергія тіла зменшується; під час зменшення деформації пружини збільшується кінетична енергія тіла, а потенціальна енергія пружини зменшується. Повна механічна енергія системи не змінюється

### Чи зберігається енергія, якщо в системі є тертя

**Закон збереження повної механічної енергії передбачає перетворення кінетичної енергії на потенціальну й навпаки. При цьому повна механічна енергія залишається незмінною.**

Перетворення одного виду механічної енергії на інший спостерігається скрізь. Камінь падає з вершини гори — потенціальна енергія каменя перетворюється на кінетичну. Легкоатлет, розігнавшись, перестрибує через планку — його кінетична енергія перетворюється на потенціальну і далі знову на кінетичну. Однак чи зберігається при

цьому повна механічна енергія? Чи підскочить камінь, який упав із гори, на ту саму висоту, з якої впав? Чи дорівнюватиме швидкість руху легкоатлета в момент приземлення тій, що була на початку стрибка? Наш досвід підказує, що ні. Річ у тім, що закон збереження повної механічної енергії виконується тільки в тому випадку, якщо в системі відсутнє тертя. Однак у природі не існує рухів, які не супроводжувалися б тертям. А оскільки сила тертя завжди напрямлена проти руху тіла, то в процесі руху вона виконує від'ємну роботу, при цьому повна механічна енергія системи буде зменшуватися, а робота сили тертя дорівнюватиме:

$$A_{\text{тертя}} = W_0 - W,$$

де  $A_{\text{тертя}}$  — робота сили тертя;  $W_0$  — механічна енергія системи на початку спостереження;  $W$  — механічна енергія системи наприкінці спостереження.

Втрати енергії спостерігаються й у випадку непружного удару тіла об землю. Коли камінь стикається з поверхнею Землі, у ньому виникають необоротні пластичні деформації, він утрачає практично всю свою кінетичну енергію й процес його руху припиняється. Чи означає це, що в разі наявності тертя або в разі непружної деформації повна енергія безслідно зникає? Здавалося б, так. Однак вимірювання показують, що і в процесі тертя, і в разі непружного удару температура тіл, що взаємодіють, збільшується, тобто збільшується їхня внутрішня енергія. Отже, кінетична енергія не зникає, а перетворюється на внутрішню енергію — як самого тіла, так і тіл, які з ним взаємодіяли.

Енергія нікуди не зникає й нізвідки не з'являється: вона лише перетворюється з одного виду на інший, передається від одного тіла до іншого.

#### 4 Учимися розв'язувати задачі

За допомогою закону збереження механічної енергії значно простіше визначати кінематичні величини, ніж якщо безпосередньо застосовувати рівняння кінематики й закони динаміки Ньютона. Розглянемо приклад.

**Задача.** Тіло кинуте зі швидкістю  $v_0$  під кутом  $\alpha$  до горизонту. Визначте максимальну висоту  $h_{\text{max}}$  підняття тіла і модуль його швидкості  $v_1$  на висоті  $h$  ( $h_1 < h_{\text{max}}$ ). Опором повітря знехтувати.

Дано:

$v_0$

$\alpha$

$h_0 = 0$

$h_1$

$g$

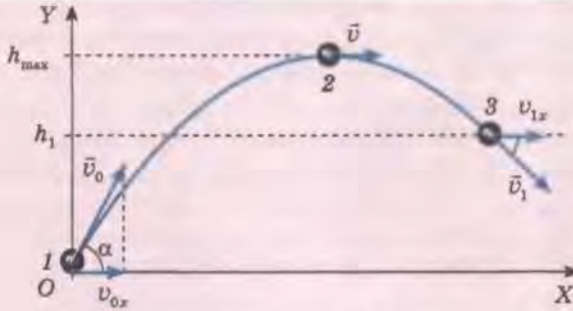
$h_{\text{max}} — ?$

$v_1 — ?$

**Аналіз фізичної проблеми.** Для розв'язання задачі виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо положення тіла і напрямок швидкості його руху:

- 1) на початку руху тіла;
- 2) на максимальній висоті  $h_{\text{max}}$ ;
- 3) на деякій висоті  $h_1$ .





Оскільки опір повітря відсутній, то можна скористатися законом збереження енергії. Пригадаємо, що під час руху тіла під дією сили тяжіння проекція швидкості на горизонтальну вісь  $OX$  не змінюється:  $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ . У верхній точці траєкторії швидкість руху тіла напрямлена горизонтально, тому  $v_x = v$ .

*Пошук математичної моделі, розв'язання.* Для кожного положення тіла запишемо вираз для розрахунку повної механічної енергії:

$$1: W = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mv_0^2}{2};$$

$$2: W = \frac{mv^2}{2} + mgh_{\max} = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mgh_{\max};$$

$$3: W = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Оскільки повна механічна енергія зберігається, маємо дві рівності:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mgh_{\max}; \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Помноживши обидві рівності на 2 та скоротивши на  $m$ , знайдемо невідомі величини:

$$v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gh_{\max} \Rightarrow 2gh_{\max} = v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha \Rightarrow$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g};$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh_1 \Rightarrow v_1^2 = v_0^2 - 2gh_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1}.$$

*Відповідь:* максимальна висота підняття тіла:  $h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ ;

модуль швидкості руху на висоті  $h_1 < h_{\max}$ :  $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1}$ .

### Підбиваємо підсумки

Повна механічна енергія системи тіл — сума кінетичної і потенціальної енергій системи:  $W = W_k + W_p$ .

У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія зберігається:  $W_{k0} + W_{p0} = W_k + W_p$ .

Якщо в системі наявна сила тертя (неконсервативна сила), то повна механічна енергія системи не зберігається, тому що частина механічної енергії перетворюється на внутрішню.

#### Контрольні запитання

1. Що називають повною механічною енергією системи? 2. Виведіть закон збереження повної механічної енергії. 3. Наведіть приклади перетворення потенціальної енергії тіла на кінетичну та навпаки. 4. За яких умов виконується закон збереження механічної енергії? 5. Наведіть приклади, коли повна механічна енергія не зберігається. Що можна сказати в цьому випадку про повну енергію системи?

#### Вправа № 31

*Розв'язуючи задачі, опором повітря знехтуйте.*

1. Пружинний пістолет заряджають кулькою та стріляють угору. Які при цьому відбуваються перетворення енергії?
2. Ви напевне чули про таке грізне й небезпечне явище природи, як селя у горах (потік каміння та грязі). Чому при цьому важкі валуни можуть набирати величезної швидкості? Зважте на роль грязі.
3. Тіло, що доти перебувало в стані спокою, падає з висоти 20 м. На якій висоті швидкість руху тіла дорівнюватиме 10 м/с? З якою швидкістю тіло впаде на землю?
4. Тіло кинуте з висоти 30 м вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с. На якій висоті кінетична енергія тіла дорівнюватиме потенціальній?
5. До горизонтальної пружини прикріплено візок масою 0,5 кг. Визначте максимальну швидкість руху візка по столу, якщо жорсткість пружини 250 Н/м, а максимальна деформація пружини 4 см. Тертя візка об стіл не враховуйте.
- 6\*. Пружину жорсткістю 40 Н/м підвішено вертикально. До її нижнього кінця прикріплено тіло масою 800 г. Пружину відтягають униз на 15 см і відпускають. На яку висоту підніметься після цього тіло? Визначте максимальну швидкість руху тіла.