

§ 29. РІВНОВАГА ТІЛ. МОМЕНТ СИЛИ. УМОВА РІВНОВАГИ ТІЛ, ЯКІ МАЮТЬ ВІСЬ ОБЕРТАННЯ

71

Уявіть, що вам потрібно дотягтися до книжки на верхній полиці. Ви підставляєте стілець, стаєте навшпиньки, нахилиєтесь і... не втримуєте рівноваги. Про те, що таке рівновага з погляду фізики і за яких умов реальне тіло (а не його модель — матеріальна точка) перебуває в рівновазі, ви дізнаєтесь із цього параграфа.

1

Що таке рівновага

Рівновага тіла — це збереження стану руху або спокою тіла з плином часу.

Що означає *збереження стану руху*?

Якщо тіло рухається тільки поступально, то збереження стану його руху означає, що швидкість поступального руху тіла залишається незмінною. Крім поступального руху реальне тіло може здійснювати також обертальний рух відносно деякої осі обертання. Якщо покласти однорідну кульку на похилий жолоб, то вона скочуватиметься, здійснюючи водночас поступальний і обертальний рухи (рис. 29.1). Кулька *зберігатиме стан руху* — *перебуватиме в рівновазі*, якщо швидкості її поступального та обертального рухів будуть залишатися незмінними.

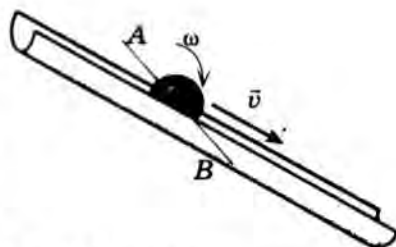


Рис. 29.1. Рух кульки, яка скочується по похилому жолобу, є складним. Його можна розкласти на два прості рухи: обертальний відносно осі AB з деякою кутовою швидкістю ω і поступальний — зі швидкістю \vec{v} , що дорівнює швидкості руху точок кульки, які лежать на осі AB

2

Умова рівноваги тіла в разі відсутності обертання

Розглянемо ситуацію, коли тіло з якихось причин не може обертатись. У такому випадку тіло рухається тільки поступально. Відповідно до закону інерції *тіло, що рухається поступально, зберігає швидкість свого руху постійною, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю*. Цю умову рівноваги тіла можна записати у векторному вигляді:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

Наприклад, невелике тіло перебуває у спокої на похилій площині (рис. 29.2). На нього діють три сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила \vec{N} нормальної реакції опори та сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$. Очевидно: якщо збільшувати кут нахилу, то сила тертя спокою збільшуватиметься і нарешті сягне максимального значення (у цей момент $F_{\text{тертя сп}} = \mu N$). У цьому випадку тіло перебуватиме у стані рівноваги

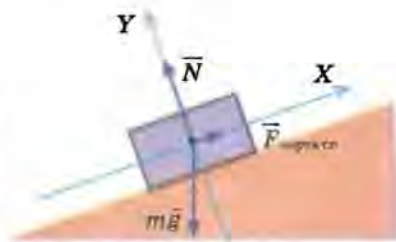


Рис. 29.2. Розташоване на похилій площині тіло перебуває у стані рівноваги (спокою), оскільки сили, що діють на нього, скомпенсовані

(залишатиметься у спокої) доти, доки сили, що діють на нього, будуть скомпенсовані: $\vec{F}_{\text{тертя}} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$. У разі подальшого збільшення кута нахилу рівнодійна сил, прикладених до тіла, стане відмінною від нуля і тіло почне рівноприскорений рух — стан його рівноваги порушиться.

3 Момент сил. Правило моментів

Тепер розглянемо тверде тіло, яке не може рухатися поступально, а може тільки обертатися відносно нерухомої осі (рис. 29.3). Якщо причиною зміни швидкості поступального руху тіла є наявність прикладеної до нього сили, то *причина зміни швидкості обертального руху — наявність моменту сил*.

Момент сили M — це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F , яка діє на тіло, на плече l цієї сили:

$$M = Fl$$

Одиниця моменту сили в СІ — **ньютон-метр (Н·м)**.

Нагадаємо, що *плече сили l* — це *найменша відстань від осі обертання до лінії дії сили* (див. рис. 29.3).

Сила F_1 повертає тіло *проти ходу годинникової стрілки* — значення моментів таких сил прийнято вважати *додатним*. Сили F_2 і F_3 повертають тіло *за годинниковою стрілкою* — значення моментів таких сил прийнято вважати *від'ємними*. Момент сили F_4 дорівнює нулю, і він не може змінити швидкість обертального руху тіла. У загальному випадку, якщо сумарний момент сил, які діють на тіло, дорівнює нулю, то тіло не змінює швидкості свого обертання й у разі закріпленої осі обертання перебуватиме в рівновазі. Отже, **правило моментів**:

Тіло, яке має нерухому вісь обертання, перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$$

Наприклад, на тонкий невагомий стрижень (важіль) діють три сили: \vec{F}_1 , \vec{F}_2 і \vec{F}_3 (рис. 29.4). Важіль перебуватиме в рівновазі,

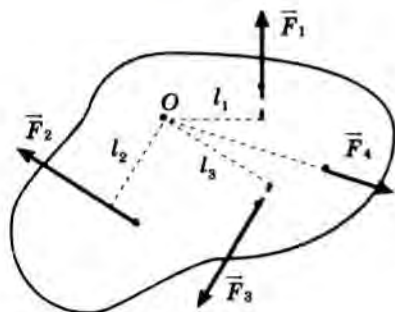


Рис. 29.3. Тіло може обертатися відносно нерухомої осі, що проходить через точку O і напрямлена перпендикулярно до площини рисунка. На тіло діють чотири сили: \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , \vec{F}_4 . Плече сили F_1 — відрізок l_1 ; F_2 — відрізок l_2 ; F_3 — відрізок l_3 ; плече сили F_4 дорівнює нулю

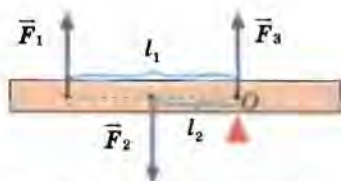


Рис. 29.4. Важіль перебуває у стані рівноваги, якщо сума моментів сил, що діють на нього, дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + M_3 = 0$, де $M_1 = -F_1 l_1$; $M_2 = F_2 l_2$; $M_3 = 0$

якщо $M_1 + M_2 + M_3 = 0$. При цьому $M_1 = -F_1 l_1$ (тому що сила \vec{F}_1 повертає важіль за ходом годинникової стрілки), $M_2 = F_2 l_2$ (тому що сила \vec{F}_2 повертає важіль проти ходу годинникової стрілки), $M_3 = 0$ (тому що $l_3 = 0$).

Рівновага тіла в загальному випадку

На практиці часто буває, що тіло *може* одночасно здійснювати поступальний і обертальний рухи (пригадайте вищенаведений приклад руху кульки по похилому жолобу). Насправді таких прикладів безліч: автомобіль, що виконує поворот, драбина, прихилена до стіни, і т. д.

Якщо тіло може рухатися поступально, а також здійснювати обертальний рух навколо деякої осі, то це тіло перебуватиме в рівновазі, якщо дотримані обидві умови рівноваги:

1) рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0;$$

2) алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0.$$

Учимося розв'язувати задачі

Задача. Однорідну рейку завдовжки 10 м і масою 900 кг піднімають на двох паралельних тросах. Обчисліть сили натягу тросів, якщо один із них закріплений на кінці рейки, а другий — на відстані 1 м від іншого кінця рейки.

Дано:

$l = 10$ м

$m = 900$ кг

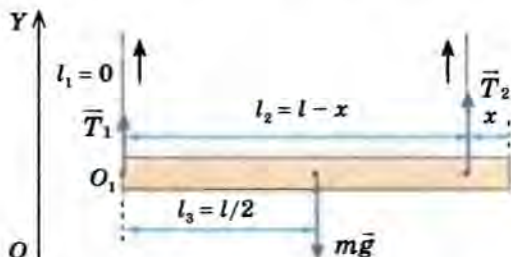
$x = 1$ м

$g \approx 10$ м/с²

Аналіз фізичної проблеми. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому позначимо сили, що діють на рейку (силу тяжіння $m\vec{g}$ та сили \vec{T}_1 і \vec{T}_2 натягу тросів), плечі цих сил (l_1 , l_2 , l_3) і вісь OY , яку спрямуємо вертикально вгору.

T_1 — ?

T_2 — ?



За вісь обертання рейки оберемо вісь, яка проходить через точку O_1 і напрямлена перпендикулярно до площини рисунка (цю точку можна обирати довільно, керуючись міркуваннями зручності).

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо дві умови рівноваги тіла:
$$\begin{cases} \bar{T}_1 + \bar{T}_2 + m\bar{g} = 0, \\ M_1 + M_2 + M_3 = 0. \end{cases}$$

Тут $M_1 = 0$ (оскільки $l_1 = 0$), $M_2 = T_2(l-x)$ (сила \bar{T}_2 повертає важіль проти ходу годинникової стрілки); $M_3 = -mg\frac{l}{2}$ (сила $m\bar{g}$ повертає важіль за ходом годинникової стрілки).

Спроектувавши перше рівняння на вісь OY і підставивши вирази для моментів сил у правило моментів, отримаємо систему лінійних рівнянь:
$$\begin{cases} T_1 + T_2 - mg = 0, \\ T_2(l-x) - mg\frac{l}{2} = 0. \end{cases}$$

Із другого рівняння системи знайдемо T_2 :

$$T_2(l-x) = mg\frac{l}{2} \Rightarrow T_2 = \frac{mgl}{2(l-x)}.$$

Із першого рівняння системи знайдемо T_1 : $T_1 = mg - T_2$.

Визначимо значення шуканої величини:

$$[T_1] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{Н} = \text{Н}, \quad \{T_1\} = 900 \cdot 10 - 5000 = 4000, \quad T_1 = 4000 \text{ Н} = 4 \text{ кН};$$

$$[T_2] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{м}} = \text{Н}, \quad \{T_2\} = \frac{900 \cdot 10 \cdot 10}{2 \cdot 9} = 5000, \quad T_2 = 5000 \text{ Н} = 5 \text{ кН}.$$

Аналіз результату. Перший трос діє на рейку з меншою силою, оскільки ця сила прикладена далі від центра тяжіння тіла. Результат є реальним.

Відповідь: сили натягу тросів дорівнюють: $T_1 = 4 \text{ кН}$; $T_2 = 5 \text{ кН}$.

Підбиваємо підсумки

Рівновага тіла — це збереження стану руху або спокою тіла з плином часу. Тіло перебуває в рівновазі, якщо швидкості його поступального та обертального рухів залишаються незмінними.

Момент сили M — це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F , яка діє на тіло, на плече l цієї сили: $M = Fl$.

Якщо сила обертає або намагається обертати тіло проти ходу годинникової стрілки, то момент сили має додатне значення, а якщо за ходом годинникової стрілки — від'ємне значення.

Тіло, яке рухається поступально, перебуває в рівновазі, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю: $\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n = 0$.

Тіло, яке має нерухому вісь обертання, перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$.

Якщо тіло може рухатися поступально, а також здійснювати обертальний рух навколо деякої осі, то воно перебуватиме в рівновазі, якщо дотримані обидві умови рівноваги.

Контрольні запитання

1. Що називають рівновагою тіл? 2. За яких умов тіло, що не спроможне обертатися, перебуватиме в рівновазі? 3. Що називають плечем сили? 4. Дайте визначення моменту сили. Яка одиниця моменту сили в СІ? 5. Сформулюйте правило моментів. 6. За яких умов тіло, що може рухатися як обертально, так і поступально, перебуватиме в рівновазі?

Вправа № 25

1. Дошка масою 10 кг підперта на відстані $\frac{1}{4}$ її довжини. Яку силу перпендикулярно до дошки потрібно прикласти до її короткого кінця, щоб утримати дошку в рівновазі?
2. До кінців стрижня масою 10 кг і завдовжки 40 см підвішено тягарі масами 40 і 10 кг. Де треба підперти стрижень, щоб він перебував у рівновазі?
- 3*. Невагомі стрижні шарнірно з'єднані між собою і стіною (див. рисунок). Знайдіть сили пружності, що виникають у стрижнях, якщо маса підвішеного тягара 4 кг, $\alpha = 30^\circ$.
- 4*. Драбина спирається на гладеньку вертикальну стіну. Коефіцієнт тертя між ніжками драбини і підлогою дорівнює 0,4. Який найбільший кут може утворювати драбина зі стіною? Центр тяжіння драбини розташований на половині її довжини.

