

§ 4. ГРАФІКИ РУХУ ТІЛА

?! З курсу математики ви вже знайомі з поняттям графіка функції. Графік робить більш наочною залежність однієї величини від іншої. Використовують графіки й у фізиці. Як за допомогою графіка зобразити, наприклад, залежність шляху або швидкості від часу? Відповідь ви отримаєте з матеріалу цього параграфа.

1 Будуємо графіки залежності шляху від часу для рівномірного руху

З формули для розрахунку шляху рівномірного руху тіла $l = vt$ випливає: якщо в декілька разів збільшити час руху, у стільки ж разів збільшиться шлях, пройдений тілом. Це — пряма пропорційна залежність, яка в математиці записується рівнянням $y = kx$ і називається *лінійною функцією*. Нагадаємо, що для побудови графіка такої функції необхідно знайти значення y хоча б для двох

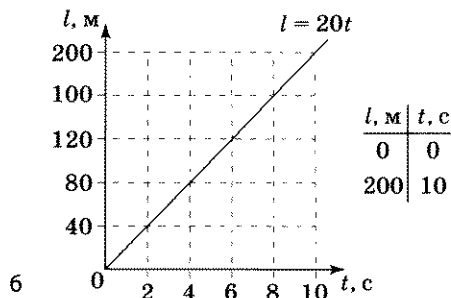
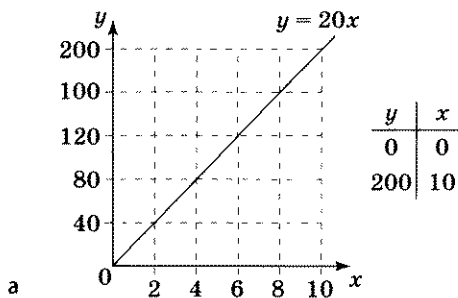


Рис. 4.1. а — графік функції $y = 20x$; б — графік залежності шляху від часу для рівномірного руху тіла зі швидкістю 20 м/с: $l = 20t$

довільно обраних значень x (наприклад, на рис. 4.1, а показано графік функції $y = 20x$).

Нехай автомобіль рухається рівномірно зі швидкістю 20 м/с. Побудуємо графік $l = 20t$ (рис. 4.1, б). Це буде графік залежності шляху від часу, або просто графік шляху для рівномірного руху автомобіля: за ним можна визначити, який шлях автомобіль подолав за будь-які проміжки часу. Графік шляху в разі рівномірного руху потяга, який за 8 секунд долає 80 м, матиме схожий вигляд (рис. 4.2). Узагалі: *графік шляху в разі рівномірного руху — це відрізок прямої*.

За графіками залежності шляхів від часу для тіл, що рухаються рівномірно, можна порівнювати швидкості рухів цих тіл. Зобразимо на одному рисунку (рис. 4.3) графіки залежності шляхів від часу для автомобіля та потяга, згаданих вище.

Ми бачимо, що за однаковий час, наприклад за 4 с, автомобіль подолав відстань 80 м, а потяг — усього 40 м, отже, швидкість руху автомобіля більша від швидкості руху потяга. Можемо зазначити: якщо на одному рисунку розмістити графіки шляхів тіл, що рухаються рівномірно, то *графік шляху тіла, яке рухається з більшою швидкістю, буде розташований над графіком шляху тіла, яке рухається з меншою швидкістю*.

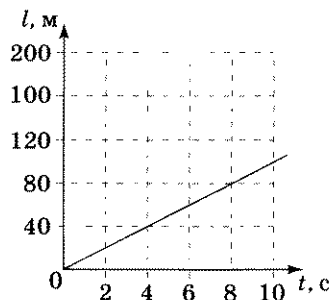


Рис. 4.2. Графік шляху потяга, який рухається зі сталою швидкістю 10 м/с

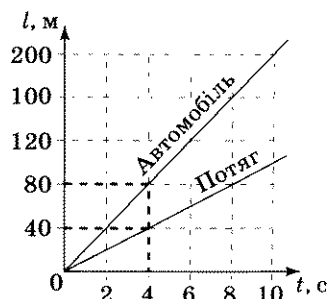


Рис. 4.3. Автомобіль рухається швидше за потяг — за той самий проміжок часу він проходить більший шлях

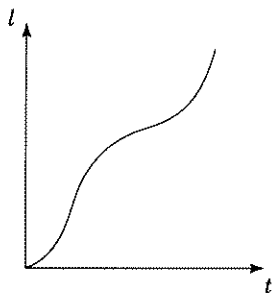


Рис. 4.4. Приклад графіка шляху для нерівномірного руху

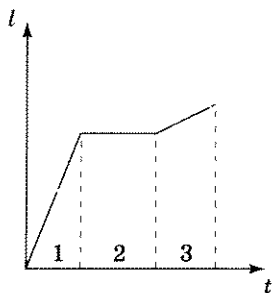


Рис. 4.5. Нерівномірний рух може складатися з ділянок рівномірних рухів

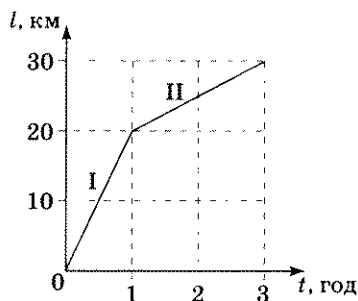


Рис. 4.6. Ділянки I і II — ділянки рівномірного руху трактора

2 Будуємо графіки шляхів для нерівномірного руху

Графік шляху в разі нерівномірного руху будувати значно складніше. У загальному випадку він може мати вигляд кривої лінії (рис. 4.4). При цьому слід зазначити, що шлях не може зменшуватися, тому графік або піднімається, або залишається горизонтальним, але ніколи не опускається.

Коли нерівномірний рух тіла складається з ділянок, на яких тіло рухалось рівномірно, графік шляху має простіший вигляд. Як саме тіло рухалося на окремій ділянці шляху, можна визначити, проаналізувавши відповідну ділянку графіка. Так, тіло, графік руху якого зображено на рис. 4.5, спочатку рухалось досить швидко зі сталою швидкістю (проміжок часу 1), потім не рухалось зовсім (проміжок часу 2), потім відновило рух із постійною швидкістю (проміжок часу 3), але рух був повільнішим, ніж спочатку (на проміжку часу 1).

3 Знаходимо швидкість руху тіла за графіком шляху

За графіком шляху можна досить легко обчислити швидкість руху.

Так, на рис. 4.6 зображений графік шляху, подоланого трактором за 3 год. З графіка бачимо, що весь шлях складається з двох ділянок, на кожній з яких трактор рухався рівномірно, і що на ділянці I швидкість руху трактора була більшою, ніж на ділянці II.

За графіком довжина ділянки I становить 20 км і трактор пройшов її за 1 год, отже, швидкість його руху становила:

$$v_I = \frac{l_I}{t_I} = \frac{20 \text{ км}}{1 \text{ год}} = 20 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

Ділянку II завдовжки 10 км (від позначки 20 км до позначки 30 км) трактор пройшов за 2 год (від позначки 1 год до позначки 3 год). Відповідно швидкість руху трактора на ділянці II становила:

$$v_{II} = \frac{l_{II}}{t_{II}} = \frac{10 \text{ км}}{2 \text{ год}} = 5 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

Щоб знайти середню швидкість руху трактора, потрібно *весь шлях, який проїхав трактор (30 км), поділити на весь час руху (3 год)*. Отже, середня швидкість трактора становить:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{l_1 + l_{\text{II}}}{t_1 + t_{\text{II}}} = \frac{30 \text{ км}}{3 \text{ год}} = 10 \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

4 Будуємо графіки швидкостей руху та визначаємо шлях, який пройшло тіло

Побудуємо графік залежності швидкості руху від часу для тіла, що рівномірно рухається зі швидкістю 25 м/с. Оскільки швидкість руху тіла не змінюється, графік буде мати вигляд відрізка прямої, паралельної осі часу (рис. 4.7).

Обчислимо шлях, який пройшло тіло, наприклад, за 15 с:

$$l = v \cdot t = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 15 \text{ с} = 375 \text{ м}.$$

Цей шлях можна також обчислити в інший спосіб. Виділимо під графіком прямокутник зі сторонами, «обмеженими» позначками 25 м/с і 15 с. Обчислимо площу прямокутника: $25 \times 15 = 375$. Вона чисельно буде дорівнювати шляху, який пройшло тіло за 15 с зі швидкістю 25 м/с.

Таким чином, *числове значення шляху, який пройшло тіло під час рівномірного руху, дорівнює числовому значенню площі фігури під графіком швидкості*. Така властивість притаманна графікам швидкостей у разі *не тільки рівномірного, але й нерівномірного руху*.

На рис. 4.8 зображено графік швидкості руху тіла, швидкість якого рівномірно збільшується: протягом 15 с швидкість руху лінійно змінюється від 0 до 30 м/с. Щоб знайти шлях, який пройшло тіло, наприклад, за 15 с, потрібно обчислити площу заштрихованого трикутника. З рисунка бачимо, що цей трикутник становить половину прямокутника з «висотою» 30 м/с та «основою» 15 с, отже, його площа становить половину від площі зазначеного прямокутника. Таким чином, отримуємо числове значення площі трикутника: $30 \cdot 15 : 2 = 225$ — і є числовим значенням шляху, що його пройшло тіло за 15 с, рухаючись зі швидкістю, яка протягом 15 с рівномірно змінювалася від 0 до 30 м/с. Отже, шлях, пройдений тілом за 15 с, дорівнює 225 м.

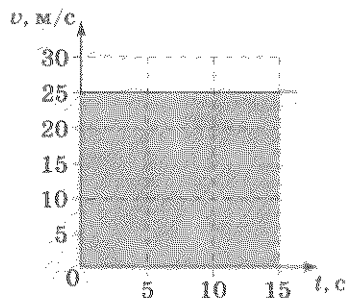


Рис. 4.7. Площа прямокутника під графіком швидкості тіла, що рухається рівномірно, чисельно дорівнює шляху цього тіла

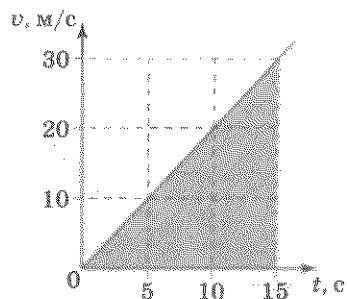


Рис. 4.8. За графіком швидкості можна обчислити шлях, пройдений тілом під час нерівномірного руху

! Підбиваємо підсумки

Графік шляху для рівномірного руху — це відрізок прямої. Графік шляху для нерівномірного руху — це крива або ламана лінія.

За графіками шляхів для рівномірного руху тіл можна розраховувати значення швидкостей рухів, порівнювати їх.

Графік швидкості для рівномірного руху — це відрізок прямої, паралельної осі часу.

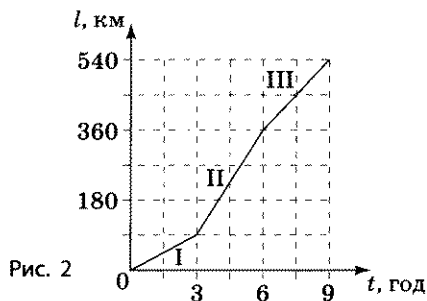
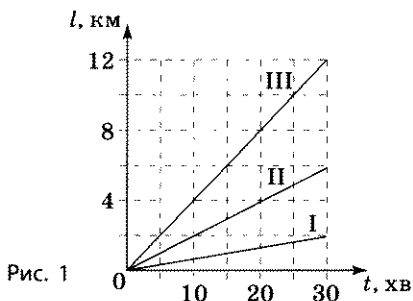
Числове значення шляху, який пройшло тіло, дорівнює площі фігури під графіком швидкості руху.

? Контрольні запитання

1. Який вигляд має графік залежності шляху від часу для рівномірного руху? для нерівномірного?
2. Як за графіками шляхів для двох тіл порівняти швидкості їхнього руху?
3. Чи може графік шляху з плином часу наблизитися до осі часу?
4. Який вигляд має графік швидкості руху в разі рівномірного руху?
5. Як за графіком швидкості руху обчислити пройдений тілом шлях?

✎ Вправа № 4

1. Хлопець їхав на велосипеді 90 с зі швидкістю 5 м/с. Побудуйте графік шляху хлопця.
2. На рис. 1 зображені графіки шляхів для пішохода, велосипедиста й трактора, які рухаються зі швидкостями 4, 12 і 24 км/год відповідно. Який із зображених графіків якому тілу відповідає?
3. Пішохід ішов 1,5 год зі швидкістю 5 км/год. Побудуйте графік швидкості руху пішохода.
4. Автобус їхав 2 год зі швидкістю 60 км/год, а потім ще 1 год — зі швидкістю 80 км/год. Побудуйте графік шляху автобуса. Визначте середню швидкість його руху.
5. За графіком шляху потяга, що рухався нерівномірно (рис. 2), з'ясуйте: а) шлях, який проїхав потяг за 9 год; б) довжину кожної з ділянок, на яких потяг рухався рівномірно; в) швидкість руху потяга на цих ділянках; г) середню швидкість руху потяга за час спостереження.



🔍 Експериментальне завдання

Разом із другом проведіть такий дослід. Нехай ваш друг тягне рівномірно по столу аркуш паперу, а ви в цей час, рівномірно рухаючи олівець, спробуйте провести на аркуші лінію, яка є перпендикулярною до напрямку руху аркуша. Повторіть дослід, на цей раз рухаючи олівець нерівномірно. Порівняйте форму отриманих ліній. Зробіть висновок.