


## § 9. НЕРІВНОМІРНИЙ РУХ. СЕРЕДНЯ ТА МИТТЄВА ШВИДКОСТІ

 Пригадайте, як їде автомобіль, наприклад, з одного населеного пункту до іншого. Навряд чи можна стверджувати, що його рух є рівномірним, адже протягом усього часу руху автомобіль змінює свою швидкість: час від часу він зупиняється перед світлофором, гальмує перед пішохідним переходом, збільшує швидкість і т. д. Стрілка спідометра весь час коливається і тільки іноді завмирає на місці. Про те, яку швидкість показує стрілка спідометра, і йтиметься в цьому параграфі.

### Як знайти середню швидкість руху тіла

У реальному житті ми рідко маємо справу з рівномірним прямолінійним рухом. Частіше швидкість руху з часом змінюється, тобто є певною функцією часу. *Рух, під час якого тіло за рівні проміжки часу проходить різний шлях, називають нерівномірним.*

Для характеристики нерівномірного руху введемо поняття *середньої швидкості* (векторної і шляхової) та *миттєвої швидкості*.

**Середня векторна швидкість**  $\vec{v}_{\text{ср.в}}$  — це векторна фізична величина, яка характеризує нерівномірний рух і дорівнює відношенню переміщення  $\vec{s}$  до проміжку часу  $t$ , за який це переміщення здійснене:

$$\vec{v}_{\text{ср.в}} = \frac{\vec{s}}{t}$$

З означення середньої векторної швидкості випливає, що її напрямок збігається з напрямком переміщення, а модуль визначається за формулою  $v_{\text{ср.в}} = \frac{s}{t}$ .

На практиці частіше використовують поняття *середньої шляхової швидкості*.

**Середня шляхова швидкість**  $v_{\text{ср.ш}}$  — це фізична величина, що дорівнює відношенню всього шляху  $l$  до проміжку часу  $t$ , за який цей шлях пройдено:

$$v_{\text{ср.ш}} = \frac{l}{t}$$

Оскільки шлях не завжди дорівнює модулю переміщення, то й модуль середньої векторної швидкості не завжди дорівнює *середній шляховій швидкості* (див. задачу в п. 3 параграфа).



### Що таке миттєва швидкість руху тіла

Поняття середньої швидкості відіграє важливу роль як у науці, так і в повсякденному житті. Наприклад, в Україні встановлено середню швидкість руху автомобілів у місті 60 км/год, а на дорогах за межами міста — 90 км/год. Це було зроблено з міркувань безпеки: відомо, щоб прийняти рішення щодо руху, водієві потрібно приблизно 2 с. Неважко здогадатися, що зазначені обмеження стосуються *середньої швидкості, яка вимірюється за малий інтервал часу*. Адже якщо водій 30 хв мчить містом зі швидкістю 100 км/год, а наступні 30 хв «повзе» зі швидкістю 20 км/год, то його середня швидкість не перевищує 60 км/год:

$$v_{\text{ср.ш}} = \frac{l}{t} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{100 \text{ км/год} \cdot 0,5 \text{ год} + 20 \text{ км/год} \cdot 0,5 \text{ год}}{0,5 \text{ год} + 0,5 \text{ год}} = 60 \text{ км/год}.$$

Проте при цьому рух автомобіля навряд чи можна вважати безпечним. Інша річ, якщо середню швидкість вимірювати за дуже малий проміжок часу.

Середню швидкість, виміряну за нескінченно малий проміжок часу, називають **миттєвою швидкістю руху тіла**. Миттєва швидкість — це швидкість руху тіла в даний момент часу, швидкість руху в даній точці.

Щоб зрозуміти зміст цього означення, розглянемо приклад. Нехай автомобіль рухається прямолінійною ділянкою швидкісного

поше. Графік залежності модуля переміщення автомобіля від часу подано на рис. 9.1, а. Швидкість руху автомобіля весь час змінюється, тому графік відмінний від прямої.

Припустимо, необхідно визначити миттєву швидкість автомобіля через 30 с після початку спостереження (швидкість у точці А). Визначимо модуль середньої векторної швидкості за проміжок часу

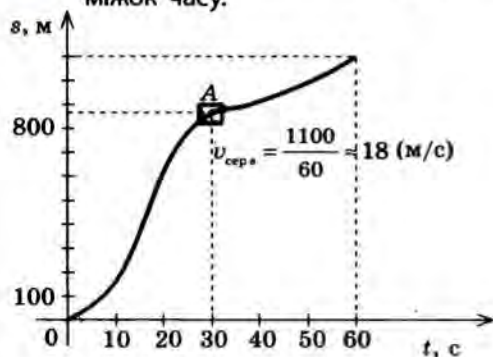
$$\text{від } t_1 = 29 \text{ с до } t_2 = 31 \text{ с (рис. 9.1, б): } v_{\text{серед}} = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{42 \text{ м}}{2 \text{ с}} = 21 \text{ м/с.}$$

Якщо зменшити розглядуваний проміжок часу в 10 разів, тобто подати рух автомобіля за проміжок часу від  $t_1 = 29,9 \text{ с}$  до  $t_2 = 30,1 \text{ с}$  (рис. 9.1, в), то відповідна частина графіка матиме вигляд майже прямої лінії, а значення середньої швидкості руху наблизиться до значення швидкості в момент часу  $t = 30 \text{ с}$ :

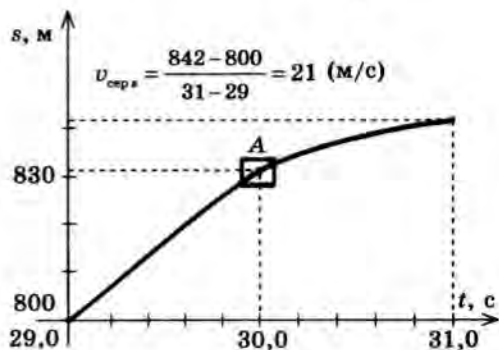
$$v_{\text{серед}} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = \frac{4 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 20 \text{ м/с.}$$

Якщо й далі зменшувати розглядуваний проміжок часу ( $\Delta t \rightarrow 0$ ), то значення середньої швидкості автомобіля дедалі наблизатиметься до значення його миттєвої швидкості в точці А\*.

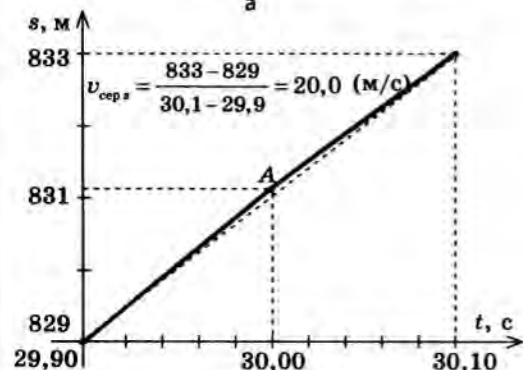
**Миттєва швидкість** — це векторна фізична величина, яка дорівнює середній векторній швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу.



а



б



в

**Рис. 9.1.** Графік залежності  $s_x(t)$  руху автомобіля, швидкість якого постійно змінюється: а — графік руху автомобіля у проміжок часу від  $t_1 = 0 \text{ с}$  до  $t_2 = 60 \text{ с}$ ; б — ділянка графіка, що відповідає руху автомобіля у проміжок часу від  $t_1 = 29 \text{ с}$  до  $t_2 = 31 \text{ с}$ , збільшена у 10 разів; в — ділянка графіка, яка відповідає руху автомобіля у проміжок часу від  $t_1 = 29,9 \text{ с}$  до  $t_2 = 30,1 \text{ с}$ , у разі 100-кратного збільшення виглядає майже прямою

\* Цей процес розглядають у галузі математики, яка називається *диференціальним численням*.



Напрямок миттєвої швидкості руху тіла, як і напрямок його середньої векторної швидкості, збігається з напрямком переміщення тіла.

Щоб розрахувати миттєву швидкість руху тіла, потрібно мати загальні уявлення про характер його руху. Спосіб обчислення миттєвої швидкості запропонував І. Ньютон — він дав загальне означення поняття «мить» як гранично (нескінченно) малого інтервалу часу, вивів загальні рівняння руху матеріальних тіл.

Далі, говорячи про швидкість руху тіла, матимемо на увазі його миттєву швидкість.

### 3 Учимися розв'язувати задачі

**Задача.** Від одного пункту до іншого мотоцикліст їхав зі швидкістю 72 км/год, а повертався зі швидкістю 48 км/год. Визначте модуль середньої векторної швидкості та середню шляхову швидкість мотоцикліста за весь час руху.

Дано:

$$v_1 = 72 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 48 \text{ км/год}$$

$$v_{\text{сера}} = ?$$

$$v_{\text{сепл}} = ?$$

*Аналіз фізичної проблеми, пошук математичної моделі, розв'язання.* За визначенням:  $v_{\text{сера}} = \frac{s}{t}$ ,  $v_{\text{сепл}} = \frac{l}{t}$ . Оскільки мотоцикліст повернувся до того ж пункту, з якого починав рух, його переміщення дорівнює нулю ( $s=0$ ), тому й  $v_{\text{сера}}=0$ .

Для визначення середньої шляхової швидкості знайдемо весь час руху мотоцикліста:  $l_1 = \frac{l}{2} = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{2v_1}$ ;  $l_2 = \frac{l}{2} = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{2v_2}$ ;

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2} = \frac{l}{2} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = \frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}.$$

$$\text{Отже, отримуємо: } v_{\text{сепл}} = \frac{l}{t} = \frac{l}{\frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$\left[ v_{\text{сепл}} \right] = \frac{\frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \frac{\text{км}}{\text{год}}}{\frac{\text{км}}{\text{год}} + \frac{\text{км}}{\text{год}}} = \frac{\text{км}}{\text{год}}; \quad \{ v_{\text{сепл}} \} = \frac{2 \cdot 72 \cdot 48}{72 + 48} = 57,6; \quad v_{\text{сепл}} = 57,6 \text{ км/год}.$$

**Відповідь:** середня шляхова швидкість мотоцикліста становить  $v_{\text{сепл}} = 57,6$  км/год; модуль середньої векторної швидкості  $v_{\text{сера}} = 0$ .

### Підбиваємо підсумки

Середня векторна швидкість  $\vec{v}_{\text{сера}}$  — це векторна фізична величина, яка характеризує нерівномірний рух і дорівнює відношенню переміщення  $\vec{s}$  до проміжку часу  $t$ , за який це переміщення здійснено:

$$\vec{v}_{\text{сера}} = \frac{\vec{s}}{t}.$$

Середня шляхова швидкість  $v_{\text{сері}}$  дорівнює відношенню всього шляху  $l$  до проміжку часу  $t$ , за який цей шлях пройдено:  $v_{\text{сері}} = \frac{l}{t}$ .

Середня швидкість, яка вимірюється за нескінченно малий проміжок часу, називається миттєвою швидкістю.

Миттєва швидкість — це швидкість руху тіла в даний момент часу, швидкість руху в даній точці. У даний момент часу напрямок миттєвої швидкості тіла збігається з напрямком його переміщення.

### Контрольні запитання

1. Сформулюйте означення середньої векторної швидкості. За якою формулою її визначають? 2. Як визначити середню шляхову швидкість? 3. Чи завжди модуль середньої векторної швидкості дорівнює середній шляховій швидкості? Відповідь обґрунтуйте. 4. Дайте означення миттєвої швидкості. 5. Як напрямлений вектор миттєвої швидкості? 6. Яку швидкість показує спідометр?

### Вправа № 7

- Першу ділянку шляху — завдовжки 120 м — лижник пройшов за 2 хв, а другу ділянку — завдовжки 30 м — за 0,5 хв. Знайдіть середню шляхову швидкість руху лижника.
- Тіло рухається по дузі кола радіусом 4 м, описуючи при цьому траєкторію, яка являє собою половину дуги кола. Першу чверть кола тіло рухається зі швидкістю 2 м/с, а другу чверть — зі швидкістю 8 м/с. Визначте середню шляхову швидкість і середню векторну швидкість тіла за весь час руху.
- Відомо, що третину шляху тіло рухалося зі швидкістю 36 км/год, а 300 м, які залишилися, воно пододало за 1 хв. Визначте, скільки часу рухалося тіло, обчисліть середню шляхову швидкість його руху.
- Першу половину часу польоту літак рухався зі швидкістю 600 км/год, а решту часу — зі швидкістю 800 км/год. Знайдіть середню шляхову швидкість руху літака.
- На рисунку подано графік залежності проекції швидкості тіла, яке рухається прямолінійно, від часу. Якою буде миттєва швидкість тіла через 1 с після початку руху? через 1,5 с? через 4 с? Визначте переміщення тіла протягом останніх 3 с руху.

