

§ 33. МЕХАНІЧНА РОБОТА. ПОТУЖНІСТЬ

ТІ З поняттям механічної роботи ви вже знайомі з курсу фізики 8-го класу. Власне, ви напевне вже помітили, що в цьому навчальному році вам часто зустрічаються знайомі поняття, однак щоразу ви не тільки згадуєте те, що вивчали раніше, але й довідуєтеся про нове. Зустріч із новим очікує на вас і в цьому параграфі.

1 Як обчислити механічну роботу

Про механічну роботу говорять тоді, коли тіло змінює своє положення в просторі (переміщується) під дією сили. Таким чином, можна сказати, що *робота — просторова характеристика дії сили*. І сила \vec{F} , і переміщення \vec{s} є векторними величинами, тому робота сили залежить від взаємної орієнтації векторів сили та переміщення.

Механічна робота (робота сили) A — це фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили F на модуль переміщення s , що його здійснює тіло під дією цієї сили, і на косинус кута α між вектором сили та вектором переміщення:

$$A = F s \cos \alpha$$

Одиниця роботи в СІ — джоуль (Дж). 1 Дж дорівнює механічній роботі, яку виконує сила 1 Н, переміщуючи тіло на 1 м у напрямку дії цієї сили (1 Дж = 1 Н·м).

Робота сили, що діє на тіло, є величиною скалярною, але вона може бути додатною, від'ємною або дорівнювати нулю — залежно від того, куди напрямлена сила відносно напрямку руху самого тіла (рис. 33.1).

Якщо під час руху тіла кут між вектором сили і вектором переміщення змінюється, то повна робота сили дорівнює сумі робіт на кожній із ділянок такого руху (рис. 33.2).

2 Яким є геометричний зміст роботи сили

Нехай сила, що діє на тіло, є постійною й напрямленою під певним кутом α до напрямку переміщення. Напрямимо вісь координат (вісь Ox) у бік

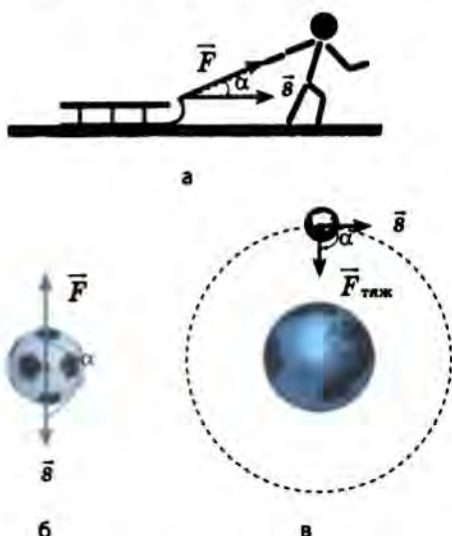


Рис. 33.1. Залежно від кута α між вектором сили \vec{F} і вектором переміщення \vec{s} робота сили може бути: *a* — додатною, якщо $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ($\cos \alpha > 0$); *б* — від'ємною, якщо $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ($\cos \alpha < 0$); *в* — дорівнювати нулю, якщо $\alpha = 90^\circ$ ($\cos \alpha = 0$)

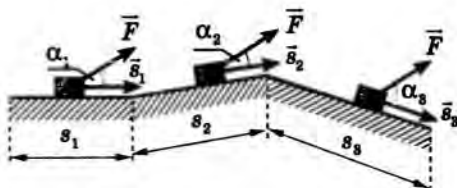


Рис. 33.2. Робота є величиною адитивною, отже, роботу сили можна додавати:
 $A = A_1 + A_2 + A_3 = F s_1 \cos \alpha_1 + F s_2 \cos \alpha_2 + F s_3 \cos \alpha_3$

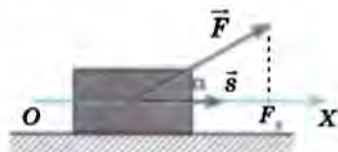


Рис. 33.3. Робота сили дорівнює добуткові проекції сили на вісь, напрямлену в бік переміщення тіла, і переміщення тіла: $A = F_x s$

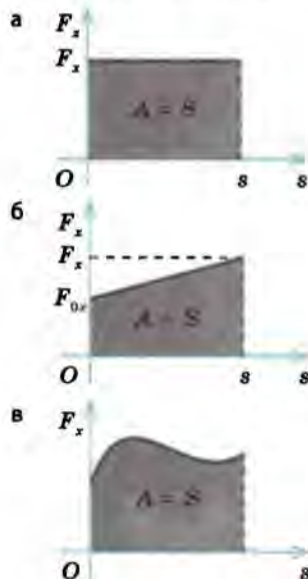


Рис. 33.4. Якщо напрямок осі OX збігається з напрямком переміщення тіла, то робота A сили чисельно дорівнює площі S фігури під графіком залежності $F_x(s)$

руху тіла (рис. 33.3). З рисунка бачимо, що $F \cos \alpha = F_x$, отже, $A = F_x s$, тобто робота сили дорівнює добуткові проекції сили на напрямок переміщення тіла і модуля переміщення тіла під дією цієї сили.

Нехай на тіло протягом усього часу руху діє постійна сила. У цьому випадку графік $F_x(s)$ — графік залежності проекції сили від модуля переміщення — являє собою пряму, паралельну осі переміщення (рис. 33.4, а). З рисунка видно, що добуток проекції сили на переміщення відповідає площі S прямокутника під графіком залежності $F_x(s)$. У цьому полягає **геометричний зміст роботи сили**: робота сили чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції сили від модуля переміщення.

Це твердження поширюється й на випадки, коли сила є змінною. Якщо під час руху проекція сили змінюється за лінійним законом, то робота сили чисельно дорівнюватиме площі трапеції (рис. 33.4, б): $A = \frac{F_{0x} + F_x}{2} s$, де F_{0x} — проекція сили на початку спостереження; F_x — проекція сили наприкінці спостереження. У разі довільної залежності $F_x(s)$ робота чисельно дорівнюватиме площі криволінійної трапеції під графіком залежності $F_x(s)$ (рис. 33.4, в).

Що таке потужність

Потужність P — це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи й дорівнює відношенню роботи A до проміжку часу t , за який вона виконана:

$$P = \frac{A}{t}$$

Одиниця потужності в СІ — ват* $\left(1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}\right)$.

Якщо деяке тіло рухається з постійною швидкістю v , то його переміщення дорівнюватиме: $s = vt$, робота сили тяги становитиме: $A = F_x s = F_x vt$, отже, потужність можна обчислити за формулою:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_x vt}{t} = F_x v$$

* Як одиницю потужності Джеймс Ватт (1736–1819) ввів кінську силу, яку іноді використовують і зараз: $1 \text{ к.с.} = 746 \text{ Вт}$.

Ця формула справджується й у випадку нерівномірного руху: тоді P — потужність у даний момент часу; F_x — проекція сили в даний момент часу; v — миттєва швидкість руху тіла.

Аналіз даної формули показує: у разі постійної потужності двигуна чим більша швидкість його обертання, тим меншу силу тяги він може розвинути. Наприклад, якщо автомобіль рухається на гору і потрібна більша сила тяги, водій переходить на меншу швидкість, і навпаки: на горизонтальній ділянці дороги водій переходить на більшу швидкість.

4 Учимось розв'язувати задачі

Щоб визначити механічну роботу й потужність, потрібно знати силу, яка діє на тіло, переміщення тіла та час його руху. Тому розв'язання задач на розрахунок роботи й потужності зводиться до розв'язання задач кінематики та динаміки (якщо не використувати закон збереження енергії).

Задача. Автомобіль масою 2 т рушає з місця з прискоренням 2 м/с^2 і розганяється на горизонтальній ділянці дороги до швидкості 20 м/с . Визначте роботу сили тяги двигуна автомобіля, якщо коефіцієнт опору рухові дорівнює $0,01$.

Дано:

$$m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$v_0 = 0$$

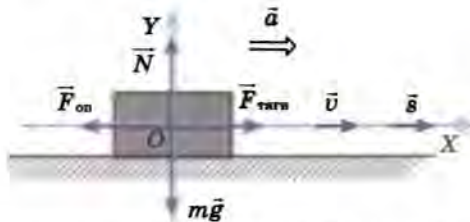
$$a = 2 \text{ м/с}^2$$

$$v = 20 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,01$$

А — ?

Аналіз фізичної проблеми. Для розв'язання задачі виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо сили, які діють на тіло, напрямки прискорення й переміщення тіла. Оберемо систему координат, пов'язану з поверхнею Землі; вісь OX направимо в бік руху автомобіля, вісь OY — вертикально вгору.



Пошук математичної моделі, розв'язання

- 1) За означенням роботи: $A = F_{\text{тяги}} s \cos \alpha$. (1)
- 2) Щоб знайти силу тяги $F_{\text{тяги}}$, запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}$.

Спроектувавши сили й прискорення на осі координат і записавши формулу для сили опору $F_{\text{оп}}$, маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} = ma, \\ OY: N - mg = 0, \\ F_{\text{оп}} = \mu N. \end{cases} \quad \text{Розв'язавши одержану систему, знайдемо}$$

$$\text{силу тяги: } N = mg \Rightarrow F_{\text{оп}} = \mu mg \Rightarrow F_{\text{тяги}} = m(\mu g + a). \quad (2)$$

- 3) Щоб знайти переміщення s , скористаємося формулою: $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$.

Оскільки $s_x = s$, $v_x = v$, $v_{0x} = 0$, $a_x = a$, то $s = \frac{v^2}{2a}$. (3)

- 4) Кут α між вектором сили і вектором переміщення дорівнює нулю, отже, $\cos \alpha = \cos 0 = 1$. (4)

Підставивши вирази (2)–(4) у формулу (1), маємо:

$$A = m(\mu g + a) \frac{v^2}{2a}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{\text{м} / \text{с}^2} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{с}^2} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\{A\} = 2 \cdot 10^3 (0,1 + 2) \frac{400}{4} = 4,2 \cdot 10^5; \quad A = 4,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Відповідь: робота сили тяги двигуна $A = 4,2 \cdot 10^5$ Дж.

Підбиваємо підсумки

Механічна робота A (робота сили) — це фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили F на модуль переміщення s , що його здійснює тіло під дією цієї сили, і на косинус кута α між вектором сили і вектором переміщення: $A = F s \cos \alpha$.

Одиниця роботи в СІ — джоуль (Дж); $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Робота сили чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції сили від модуля переміщення.

Потужність P — це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи й дорівнює відношенню роботи A до проміжку часу t , за який вона виконана: $P = \frac{A}{t}$.

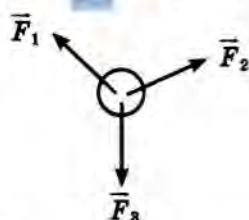
Одиниця потужності в СІ — ват (Вт); $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$.

Потужність P у даний момент часу можна обчислити за формулою $P = F_x v$, де F_x — проекція сили в даний момент часу; v — миттєва швидкість руху тіла.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення механічної роботи. Яка її одиниця в СІ?
2. Що таке джоуль?
3. У яких випадках значення роботи сили додатне? від'ємне? дорівнює нулю?
4. Яким є геометричний зміст роботи сили?
5. Сформулюйте визначення потужності. Яка її одиниця в СІ?
6. Як розрахувати потужність у даний момент часу?

Вправа № 28



1. Наведіть приклади ситуацій (не розглянутих у параграфі), коли сила, яка діє на тіло, виконує додатну роботу; від'ємну роботу; не виконує роботу.

2. На рисунку показано сили, що діють на деяке тіло. Перенесіть рисунок у зошит і позначте напрямки швидкості руху тіла, якщо:

- а) $A_1 > 0$, $A_2 < 0$, $A_3 = 0$; б) $A_1 > 0$, $A_2 > 0$, $A_3 < 0$; в) $A_1 = 0$, $A_2 < 0$, $A_3 > 0$.