

5 25. СИЛА ПРУЖНОСТІ. МЕХАНІЧНА НАПРУГА. ЗАКОН ГУКА



Якщо ви стискаєте еспандер, натягаєте тятиву лука, натискаєте на м'яч або згинаєте гілку дерева, тобто деформуєте ці тіла, ви відчуваєте їхній опір: з боку цих тіл на руку починає діяти сила, яка чинить опір дії вашої руки. Цей параграф допоможе вам згадати, що це за сила, яку природу вона має і як її можна обчислити.

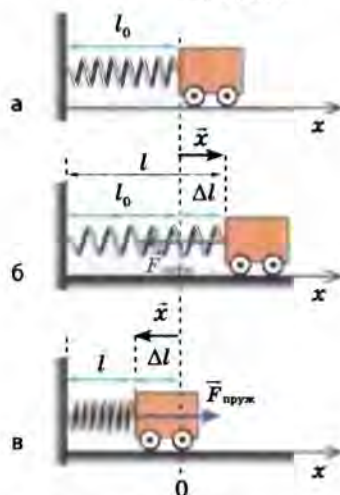


Рис. 25.1. Сила пружності $\vec{F}_{\text{пруж}}$ завжди прагне повернути тіло в попередній (недеформований) стан: а — недеформована пружина ($\Delta l = 0$, $F_{\text{пруж}} = 0$); б — розтягнута пружина ($\Delta l > 0$, $F_{\text{пруж}} < 0$, $\vec{x} \uparrow \vec{F}_{\text{пруж}}$); в — стиснута пружина ($\Delta l < 0$, $F_{\text{пруж}} > 0$, $\vec{x} \uparrow \vec{F}_{\text{пруж}}$). Тут \vec{x} — вектор зміщення кінця пружини; l_0 — довжина недеформованої пружини; l — довжина деформованої пружини; Δl — видовження пружини



Коли виникає сила пружності

У випадку пружної деформації завжди виникає сила, що прагне відновити той стан тіла, у якому тіло перебувало до деформації. Цю силу називають силою пружності (рис. 25.1).



Сила пружності — це сила, яка виникає під час пружної деформації тіла і напрямлена протилежно напрямку зміщення частин (частинок) цього тіла в процесі деформації.

Зазвичай силу пружності позначають символом $\vec{F}_{\text{пруж}}$. Однак є сили пружності, які для позначення мають власні символи.

Якщо тіло розташувати на опорі, то опора деформується (прогнеться). Деформація опори викликає появу сили пружності, яка діє на тіло *перпендикулярно до поверхні опори*. Силу пружності, яка діє на тіло з боку опори, називають *силою нормальної реакції опори* та позначають символом \vec{N} (рис. 25.2).

Якщо тіло закріпити на підвісі (нитці, джгуті, шнурі), то під дією тіла підвіс деформується (розтягнеться) і почне діяти на тіло з певною силою пружності, напрямленою *вздовж підвісу*. Силу пружності, яка діє



Рис. 25.2. Сила нормальної реакції опори \vec{N} завжди напрямлена перпендикулярно до поверхні опори

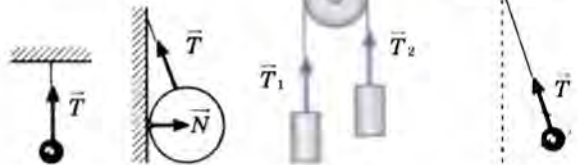


Рис. 25.3. Сила натягу підвісу (\vec{T}) завжди напрямлена вздовж підвісу

на тіло з боку підвісу, називають *силою натягу підвісу* та позначають символом \vec{T} (рис. 25.3).

2 Що таке механічна напруга

Стан деформованого тіла характеризують фізичною величиною, яка називається *механічною напругою*.

Механічна напруга σ — це фізична величина, яка характеризує деформоване тіло й дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пруж}}$ до площі S поперечного перерізу тіла (рис. 25.4):

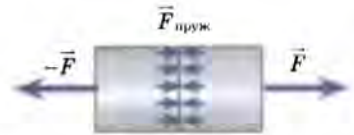


Рис. 25.4. У будь-якому перерізі деформованого тіла виникають сили пружності, які перешкоджають руйнуванню тіла

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$$

(Далі ми розглядатимемо тільки тіла з однаковою площею поперечного перерізу, наприклад стрижні.)

Одиниця механічної напруги в СІ — **паскаль** ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$).

Експериментально встановлено, що механічна напруга залежить від відносного видовження. Цю залежність виражає **закон Гука** (рис. 25.5):

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга σ прямо пропорційна відносному видовженню ε :

$$\sigma = E |\varepsilon|,$$

де E — *модуль Юнга (модуль пружності)*.

Відносне видовження ε — величина, яка не має розмірності, тому *одиниця модуля Юнга в СІ — паскаль* (як і одиниця механічної напруги).



Рис. 25.5. Роберт Гук (1635–1703) — англійський натураліст, учений-енциклопедист, один із засновників експериментальної фізики. Винайдений Гуком кардан застосовують у сучасному автомобілебудуванні, а запропонований ним пружинний балансір і зараз є основною частиною механічного годинника

Модуль Юнга характеризує пружні властивості матеріалу; його визначають експериментально та фіксують у таблицях:

Модулі Юнга деяких матеріалів

Матеріал	Модуль Юнга E , ГПа	Матеріал	Модуль Юнга E , ГПа
Алюміній	63–70	Гума м'яка	$15 \cdot 10^{-3}$ – $50 \cdot 10^{-3}$
Бетон	15–40	Срібло	82,7
Каучук	$7,9 \cdot 10^{-3}$	Сталь (легована)	206
Константан	160	Скло	49–78
Мідь (лиття)	82	Целулоїд	1,7–1,9
Мідь прокатна	108	Чавун ковкий	150

3 Ще одне формулювання закону Гука

Існує ще одне формулювання закону Гука:

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення виникає сила пружності $\vec{F}_{\text{пруж}}$, яка прямо пропорційна видовженню тіла і діє в напрямку, протилежному напрямку зміщення частин (частинок) тіла під час деформації:

$$\vec{F}_{\text{пруж}} = -k\vec{x},$$

де k — жорсткість тіла (пружини*); \vec{x} — зміщення кінця тіла ($|x| = |\Delta l|$, $\Delta l = l - l_0$ — видовження тіла). Знак « $-$ » показує, що сила пружності завжди напрямлена в бік, протилежний напрямку зміщення ($\vec{F}_{\text{пруж}} \uparrow \downarrow \vec{x}$).

Закон Гука можна записати і в проекціях: $F_{\text{пруж}x} = -kx$, і для модулів: $F_{\text{пруж}} = k|x| = k|\Delta l|$.

Наслідки із закону Гука

1. Графік залежності проекції сили пружності від модуля видовження тіла — пряма, тангенс кута нахилу якої до осі абсцис дорівнює жорсткості тіла (рис. 25.6).

2. Жорсткість тіла залежить від пружних властивостей матеріалу, з якого виготовлене тіло, і від геометричних параметрів тіла.

Справді, закон Гука, записаний у вигляді:

$$\sigma = E|\varepsilon|, \quad (1)$$

легко привести до вигляду:

$$F_{\text{пруж}} = k|\Delta l|.$$

* У техніці та фізичному експерименті часто застосовують спіралевидні пружини. Під час їх розтягнення та стиснення виникають сили пружності, які теж підпорядковуються закону Гука.

Підставивши вирази $\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$, $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

у формулу (1), маємо: $\frac{F_{\text{пруж}}}{S} = E \frac{|\Delta l|}{l_0}$, звідки

$$F_{\text{пруж}} = \frac{ES}{l_0} |\Delta l| = k |\Delta l|. \text{ Таким чином: } k = \frac{ES}{l_0}.$$

3. **Одиниця жорсткості в СІ — ньютон на метр** $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$, оскільки $k = \frac{F_{\text{пруж}}}{|x|}$.

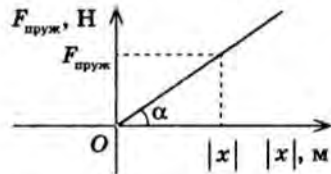


Рис. 25.6. Оскільки $F_{\text{пруж}} = k |x|$, то графіком залежності сили пружності від модуля видовження тіла є пряма, що проходить через точку перетину осей $F_{\text{пруж}}$ і $|x|$;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{\text{пруж}}}{|x|} = k$$

4 Яку природу має сила пружності

Відомо, що всі тіла складаються з атомів (молекул, йонів), а ті в свою чергу — з ядра, яке має позитивний заряд, і електронної хмари, заряд якої негативний. Між зарядженими частинками існують сили електромагнітного притягання та відштовхування.

Якщо тіло не деформоване, то сили притягання частинок дорівнюють силам відштовхування. У разі деформації взаємне розташування атомів (молекул, йонів) у тілі змінюється. Якщо відстань між ними збільшується, то електромагнітні сили притягання стають більшими, ніж сили відштовхування, і в результаті атоми (молекули, йони) притягуються одне до одного. Якщо відстань між частинками зменшується, то більшими стають електромагнітні сили відштовхування. Інакше кажучи, частинки речовини «прагнуть» повернутися до стану рівноваги.

Таким чином, *сила пружності — прояв електромагнітної взаємодії частинок речовини.*

5 Учимося розв'язувати задачі

Задача. З вертольота, який «висить» на певній висоті над поверхнею Землі, спускають сталевий трос. Якою може бути найбільша довжина троса, щоб він не обірвався під власною вагою? Максимальна механічна напруга, яку може витримати сталь (*межа міцності сталі*), — 320 МПа.

Дано:

$$\sigma_{\text{max}} = 3,2 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$$

l — ?



Аналіз фізичної проблеми. Виконаємо пояснювальний рисунок. На трос діють дві сили: сила тяжіння та сила пружності. Очевидно: якщо трос розірветься, то в якнайвищому перерізі. Оскільки трос перебуває у стані спокою, то за модулем сила тяжіння дорівнює силі пружності:

$$F_{\text{тяж}} = F_{\text{пруж}}. \quad (1)$$

Пошук математичної моделі, розв'язання. Знайдемо силу тяжіння: $F_{\text{тяж}} = mg$, де $m = \rho V$, а $V = Sl$. Таким чином:

$$F_{\text{тяж}} = \rho Slg. \quad (2)$$

З визначення механічної напруги: $\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$ — випливає, що

$$F_{\text{пруж}} = \sigma S. \quad (3)$$

Підставимо вирази (2) і (3) у рівність (1):

$$\rho Slg = \sigma S, \text{ звідси } l = \frac{\sigma}{\rho g}.$$

Густина сталі визначимо за таблицею.

Визначимо значення шуканої величини:

$$[l] = \frac{\text{Па}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг}} = \text{м};$$

$$\{l\} = \frac{3,2 \cdot 10^6}{7,8 \cdot 10^3 \cdot 10} = 4,1 \cdot 10^3; \quad l = 4,1 \cdot 10^3 \text{ м} = 4,1 \text{ км}.$$

Відповідь: найбільша довжина троса $l = 4,1$ км.

Підбиваємо підсумки

Сила, яка виникає у тілі в разі його пружної деформації та напрямлена протилежно напрямку зміщення частин (частинок) тіла в процесі деформації, називається силою пружності. Ця сила виникає в результаті електромагнітної взаємодії частинок речовини.

Фізична величина, яка характеризує деформоване тіло й дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пруж}}$ до площі S поперечного перерізу тіла, називається механічною напругою σ : $\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$.

Закон Гука: для малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга σ прямо пропорційна відносному видовженню $|\epsilon|$: $\sigma = E|\epsilon|$, де E — модуль Юнга (модуль пружності), який характеризує пружні властивості речовини.

Закон Гука можна сформулювати й так: у разі малих пружних деформацій розтягнення та стиснення виникає сила пружності, яка прямо пропорційна видовженню тіла та діє в напрямку, протилежному напрямку зміщення частин (частинок) тіла під час деформації: $\vec{F}_{\text{пруж}} = -k\vec{x}$, де k — жорсткість тіла, що залежить від матеріалу, з якого виготовлене тіло, і геометричних розмірів тіла.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення сили пружності. Як напрямлена ця сила?
2. Яку силу називають силою нормальної реакції опори? Як вона напрямлена? Наведіть приклади.
3. Яку силу називають силою натягу підвісу? Як вона напрямлена? Наведіть приклади.
4. Дайте визначення механічної напруги. Схарактеризуйте її.
5. Подайте два формулювання закону Гука та доведіть їхню ідентичність.
6. Якими є межі застосовності закону Гука (за яких умов він виконується)?
7. Що характеризує модуль Юнга? Якою є його одиниця в СІ?
8. Від чого залежить жорсткість тіла? Яка її одиниця в СІ?
9. Яку природу має сила пружності? Поясніть причину її виникнення.