

## § 15. МОМЕНТ СИЛИ. УМОВА РІВНОВАГИ ВАЖЕЛЯ

?!

Із давніх-давен для підняття важких каменів, пересування великої кам'яної брили тощо, тобто для виконання дій, які неможливо здійснити тільки силою м'язів, людина використовувала прості знаряддя праці. Ознайомившись із цим параграфом, ви зможете докладніше дізнатися про принцип дії одного з таких знарядь і назвати приклади його сучасного застосування.

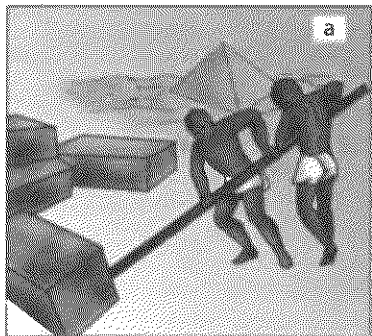
1

**Використовуємо важіль**

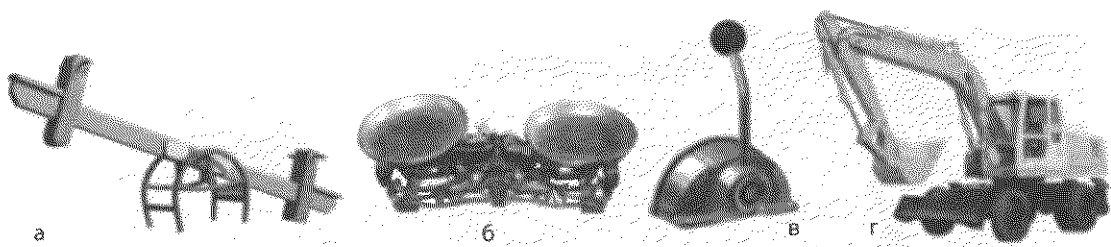
Уже давно відомо, що, наприклад, важкий камінь підняти значно легше, якщо просунути під нього міцну дошку. Дошка відіграватиме роль *простого механізму — важеля*.

**Важіль** — тверде тіло, яке може обертатися навколо нерухомої осі.

Важіль — найпростіший механізм, яким людина користувалася протягом тисяч років (рис. 15.1). Зображення важеля можна знайти на скелях і в папірусах давніх народів, на стінах стародавніх храмів Китаю, Індії тощо. Сьогодні приклади застосування важеля ми бачимо всюди (рис. 15.2). Найчастіше як важіль використовують довгий стрижень із закріпленою віссю обертання.



**Рис. 15.1.** Важіль використовували ще на будівництві єгипетських пірамід (а), а лопата (теж приклад важеля) — один із найдавніших інструментів, відомих людині (б)



**Рис. 15.2.** Важелі застосовують крізь: на дитячих майданчиках (а), у лабораторіях (б), центрах керування технологічними процесами (в), на будмайданчиках (г) тощо

## 2 З'ясуємо умову рівноваги важеля

З'ясуємо, за якої умови важіль перебуває в рівновазі. Для цього використаємо лабораторний важіль. За допомогою дріт'яних гачків до важеля можна підвішувати тягарці, а самі гачки пересувати. Пересуваючи гачки, змінюємо *плечі сил*, що діють на важіль.

**Пле́че сили** — це найменша відстань між віссю обертання та лінією, уздовж якої сила діє на важіль (рис. 15.3).

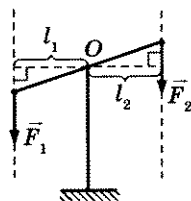
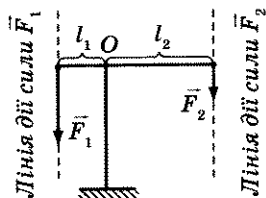
Підвісимо, наприклад, зліва від осі обертання на відстані  $l_1 = 30$  см тягарець вагою  $F_1 = 1$  Н. Справа від осі обертання підвісимо тягарці загальною вагою  $F_2 = 3$  Н і пересуватимемо цей гачок, доки важіль не зрівноважиться. Це відбудеться, коли тягарці загальною вагою 3 Н займуть положення на відстані  $l_2 = 10$  см від осі обертання (рис. 15.4). Знайдемо відношення:  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{l_2}{l_1} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ , тобто  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$ . Численні досліди дозволяють зробити висновок, який називають **правилом важеля**:

Якщо на важіль діє пара сил, то він перебуває в рівновазі тоді, коли сили обернено пропорційні плечам цих сил:

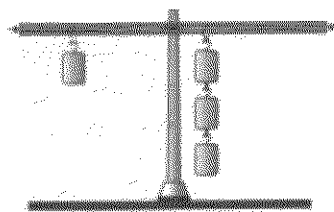
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1},$$

де  $F_1$  і  $F_2$  — сили, що діють на важіль;  $l_1$  і  $l_2$  — плечі цих сил.

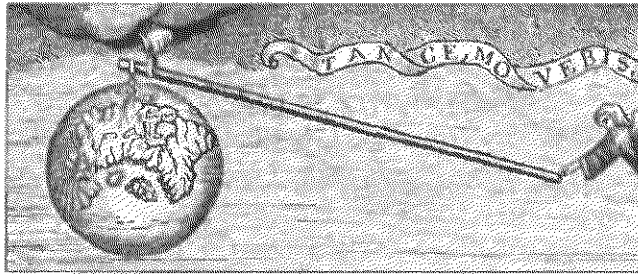
Зазвичай говорять, що за допомогою важеля можна отримати виграш у силі: наприклад, досить



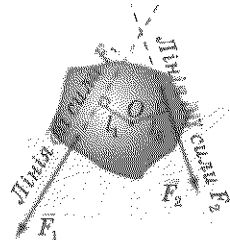
**Рис. 15.3.**  
О — вісь обертання;  
 $l_1$  — плече сили  $F_1$ ;  
 $l_2$  — плече сили  $F_2$



**Рис. 15.4.** Домогтися рівноваги важеля, до якого підвішено тягарці різної ваги, можна, якщо певним чином дібрати плечі сил



**Рис. 15.5.** Гравюра «Архімед важелем піднімає Землю» із книги П'єра Варіньйона про механіку (1787)



**Рис. 15.6.** О — вісь обертання;  $l_1$  — плече сили  $F_1$ ;  $l_2$  — плече сили  $F_2$

малу силу людських м'язів важіль «перетворює» на більшу силу, яка в змозі підняти порівняно важке тіло. Однак виграш у силі супроводжується програшем у відстані: плече меншої сили є більшим, і тому, коли людина за допомогою важеля піднімає важке тіло на невелику висоту, рука долає значну відстань.

Правило важеля встановив давньогрецький філософ Архімед. За легендою, саме йому належать слова: «Дайте мені точку опори — і я переверну Землю» (рис. 15.5).

### 3 Знайомимосся з моментом сили

У фізиці для характеристики обертального ефекту сили під час її дії на тверде тіло введено фізичну величину *момент сили*.

**Момент сили** — фізична величина, яка дорівнює добутку сили, що діє на тіло, на плече сили.

Момент сили позначають символом  $M$  і обчислюють за формулою  $M = Fl$ , де  $F$  — сила, яка діє на тіло;  $l$  — плече цієї сили.

Одиницею моменту сили в СІ є **ньютон на метр** (Н·м). Сила 1 Н створює момент сили 1 Н·м, якщо її плече дорівнює 1 м.

У фізиці прийнято: якщо сила обертає або намагається обернути тіло проти ходу годинникової стрілки, то момент сили має додатне значення, а якщо за ходом годинникової стрілки — від'ємне значення. Так, на рис. 15.6 момент сили  $F_1$  має додатне значення, а момент сили  $F_2$  — від'ємне.

### 4 Відкриваємо правило моментів

Запишемо правило важеля  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$  інакше:  $F_1 l_1 = F_2 l_2$ .

Оскільки добуток сили  $F$  на плече сили  $l$  є моментом сили  $M$ , то  $M_1 = -M_2$  (знак «-» поставлено через те, що сила  $F_2$  намагається повернути тіло за ходом годинникової стрілки і тому її момент має від'ємне значення).

Рівність  $M_1 = -M_2$  можна переписати інакше:  $M_1 + M_2 = 0$ . Це рівняння називають *правилом моментів*.

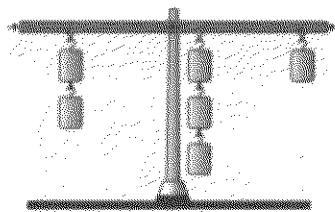
У випадках, коли на тверде тіло, що має вісь обертання, діють більш ніж дві сили, то правило моментів має вигляд:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$$

Отже, *формулюємо правило моментів*:

Тіло перебуває в рівновазі, якщо сума моментів сил, які на нього діють, дорівнює нулю.

Таким чином, коли на важіль діють, наприклад, три сили (рис. 15.7), умова його рівноваги матиме вигляд:  $M_1 + M_2 + M_3 = 0$ .



**Рис. 15.7.** Коли на важіль діють більш ніж дві сили, для з'ясування умови рівноваги доцільно використовувати правило моментів

**5** Учимося розв'язувати задачі  
Задача. Чому дорівнює маса тягарця 1 (рис. 15.8), якщо маса тягарця 2 становить 4 кг? Масу важеля не враховувати.



Рис. 15.8

Дано:  
 $m_2 = 4 \text{ кг}$

$m_1 = ?$

*Аналіз фізичної проблеми*

На рисунку зображено важіль, який перебуває у рівновазі. На важіль діє пара сил ( $F_1$  і  $F_2$ ). Із рисунка ж бачимо, чому відповідно дорівнюють плечі цих сил:  $l_1 = 5a$ ,  $l_2 = 3a$ , де  $a$  — довжина одиничного відрізка, з яких складається важіль.

*Пошук математичної моделі, розв'язання та аналіз результатів*

Скористаємося умовою рівноваги важеля:  $\frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2}$ .

Оскільки тягарці нерухомі, то  $F_1 = m_1 g$ ;  $F_2 = m_2 g$ .

Отже,  $\frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{l_1}{l_2}$ . Остаточно:  $m_1 = \frac{m_2 l_2}{l_1}$ .

Перевіримо одиницю шуканої величини:

$$[m_1] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{кг}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$\{m_1\} = \frac{4 \cdot 3a}{5a} = \frac{12}{5} = 2,4; \quad m_1 = 2,4 \text{ кг}.$$

Проаналізуємо результат: до меншого плеча важеля підвішений тягарець масою 4 кг, а до більшого — тягарець масою 2,4 кг. Результат є правдоподібним.

*Відповідь:* маса тягарця 1 становить 2,4 кг.

## Підбиваємо підсумки

**Важіль** — це тверде тіло, яке може обертатися навколо нерухомої осі.

**Плече сили** — найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили.

Важіль перебуває в рівновазі, якщо сили  $F_1$  і  $F_2$ , що діють на його плечі  $l_1$  і  $l_2$ , обернено пропорційні довжині плечей:  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$ .

Характеристикою обертальної дії сили є момент сили  $M$ , який дорівнює добутку сили  $F$ , що обертає тіло, на плече  $l$  сили:  $M = Fl$ .

Використовуючи правило моментів:  $M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$ , — можна сформулювати правило важеля в загальному вигляді: важіль перебуває в рівновазі, якщо сума моментів сил, що діють на його плечі, дорівнює нулю.

## Контрольні запитання

1. Що таке важіль?
2. Що називають плечем сили?
3. Сформулюйте умову рівноваги важеля.
4. Дайте визначення моменту сили.
5. У яких одиницях вимірюється момент сили?
6. У яких випадках момент сили має додатне значення? від'ємне?
7. У чому полягає правило моментів?

## Вправа № 15

(У ході розв'язування задач цієї вправи масою стрижнів, на яких підвішено тіла, слід нехтувати.)

1. Вага тягарця 1 (рис. 1) становить 90 Н. Якою є маса тягарця 2?
2. Загальна маса тягарців (рис. 2) дорівнює 48 кг. Обчисліть масу кожного тягарця.
3. Обчисліть масу тягарця (рис. 3), якщо сила, що діє на правий кінець важеля, дорівнює 40 Н.
4. До кінців тонкого однорідного стрижня завдовжки 2 м підвішено вантажі масою 14 і 26 кг. На якій відстані від середини стрижня треба помістити опору, щоб він перебував у рівновазі?
5. Маса тягарця 1 дорівнює 10 кг, тягарця 2 — 5 кг (рис. 4). Якою є маса тягарця 3?



Рис. 1

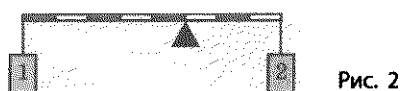


Рис. 2

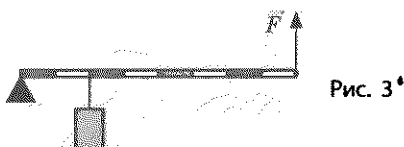


Рис. 3

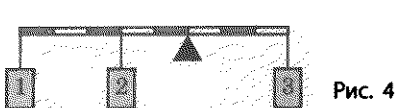


Рис. 4

## Експериментальне завдання

За допомогою лінійки, олівця та нитки визначте відношення мас вашого мобільного телефону та мікрокалькулятора (або двох інших речей, які можуть бути у вашому портфелі).