

§ 23. ШТУЧНІ СУПУТНИКИ ЗЕМЛІ. ПЕРША КОСМІЧНА ШВИДКІСТЬ

Серед праць І. Ньютона, присвячених відкриттю закону всесвітнього тяжіння, можна знайти рисунок, схожий на рис. 23.1. Що він означає? Уявіть, що ви стоїте на краю прямовисної скелі, біля вас — гармата й кілька ядер. Якщо просто зіштовхнути ядро зі скелі, воно падатиме вниз по прямій, а якщо випустити ядро з гармати в напрямку горизонту, то воно падатиме по параболі. А як буде рухатися ядро, якщо весь час збільшувати його початкову швидкість?

Що таке перша космічна швидкість

У § 22, коли йшлося про рух тіл під дією сили тяжіння, ми прийняли деякі спрощення. Нагадаємо: 1) СВ, пов'язану із Землею, вважаємо інерціальною; 2) прискорення вільного падіння вважаємо постійним, а Землю — плоскою; 3) не враховуємо опір повітря. Приймемо без змін перше й третє спрощення, проте врахуємо, що Земля

має форму кулі, а прискорення вільного падіння тіла залежить від висоти, на якій перебуває тіло над поверхнею Землі.

Проведемо мислений експеримент. Уявімо, що ми стріляємо з гармати ядрами в горизонтальному напрямку, з кожним пострілом збільшуючи швидкість руху ядра. Відповідно щоразу ядро падатиме все далі. Якщо уявити, що Земля є плоскою, то на цьому наш експеримент можна і закінчити: більше нічого цікавого не відбудеться. Але Земля має форму кулі, тому з кожним пострілом вона все більше й більше «йтиме» з-під ядра (див. рис. 23.1).

Тепер уявімо, що ми надали ядру такої великої швидкості, що воно облетіло навколо Землі та повернулося до місця пострілу. Опором повітря нехтуємо, тому, облетівши навколо Землі, ядро повернеться у вихідну точку точно з тією самою швидкістю, з якою було випущене. При цьому ядро не зупиниться, а й далі рухатиметься з постійною швидкістю, «намотуючи кола» навколо планети. Інакше кажучи, ми отримуємо *штучний супутник Землі*. Супутником може стати будь-яке тіло, аби тільки йому надати достатньої швидкості.

Швидкість, яку треба надати тілу в момент запуску з даної планети, щоб тіло стало її штучним супутником і при цьому рухалося б по колу, центр якого збігається з центром цієї планети, називають **першою космічною швидкістю**.

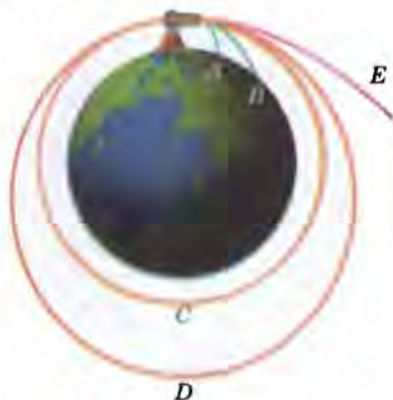


Рис. 23.1. Рух тіла під дією сили тяжіння (за рисунком І. Ньютона): снаряди А і В падають на Землю, снаряд С виходить на колову орбіту, D — на еліптичну, снаряд E летить у відкритий космос

2 Як обчислити першу космічну швидкість

Штучний супутник планети рухається по колу з постійною лінійною швидкістю, отже, він рухається з прискоренням, яке напрямлене до центра планети і модуль якого можна обчислити за формулою:

$$a_{\text{дн}} = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{R+h},$$

де v — лінійна швидкість руху супутника; $r = R+h$ — відстань від супутника до центра планети.

Доцентрового прискорення супутнику надає єдина сила, що діє на нього, — сила тяжіння (рис. 23.2): $F_{\text{тяж}} = G \frac{mM}{(R+h)^2}$, де G — гравітаційна стала; m — маса супутника; M — маса планети.

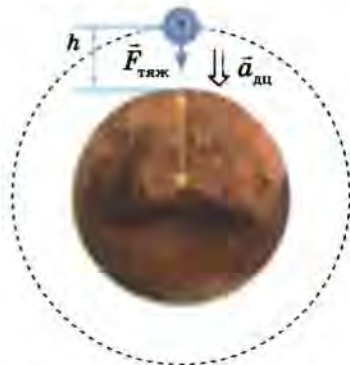


Рис. 23.2. На супутник, що рухається навколо планети по коловій орбіті на висоті h від поверхні планети, діє сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ з боку планети, у результаті чого супутник має доцентрове прискорення $\vec{a}_{\text{дн}}$; R — радіус планети

Згідно з другим законом Ньютона $a_{\text{ц}} = \frac{F_{\text{тяг}}}{m} = \frac{GM}{(R+h)^2}$, таким чином: $\frac{v^2}{R+h} = \frac{GM}{(R+h)^2}$, отже, $v^2 = \frac{GM}{R+h}$, звідки:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}. \quad (1)$$

Формула (1) є формулою для обчислення швидкості руху супутника на висоті h над поверхнею планети.

Визначимо значення першої космічної швидкості поблизу поверхні Землі. Оскільки поблизу поверхні Землі $h \approx 0$, то формула (1) набуде вигляду:

$$v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}}.$$

Цю формулу можна значно спростити, якщо згадати, що поблизу поверхні Землі $g = \frac{GM_3}{R_3^2}$, звідки $\frac{GM_3}{R_3} = gR_3$. Остаточного маємо:

$$v = \sqrt{gR_3}.$$

Оскільки $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, а $R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$, то $v = \sqrt{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Отже, $v = 7,9 \text{ км/с}$ — перша космічна швидкість поблизу поверхні Землі. Саме таку швидкість у горизонтальному напрямку потрібно надати тілу на невеликій (порівняно з радіусом Землі) висоті, щоб це тіло стало штучним супутником Землі, який рухається по коловій орбіті (рис. 23.3).

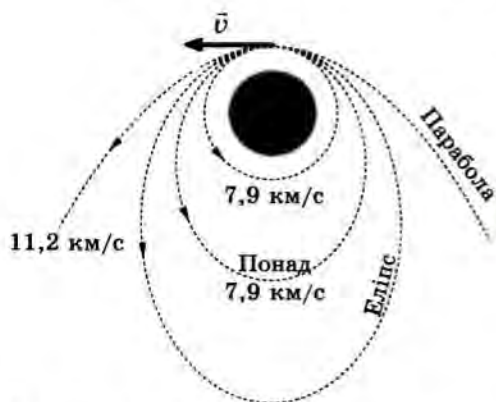


Рис. 23.3. Якщо супутник Землі має швидкість $v = 7,9 \text{ км/с}$ (першу космічну швидкість), то він рухається по коловій орбіті; за швидкості $7,9 \text{ км/с} < v < 11,2 \text{ км/с}$ він рухається по еліптичній орбіті. Розвинувши швидкість $11,2 \text{ км/с}$ (друга космічна швидкість) супутник Землі подолася її притягання та стане супутником Сонця

Про перший штучний супутник Землі та роль українських учених в освоєнні космічного простору ви дізнаєтеся, познайомившись із Енциклопедичною сторінкою наприкінці підручника.

3 Учимся розв'язувати задачі
Задача. Обчисліть середній радіус орбіти геостационарного супутника Землі (орбіту вважайте коловою).

(Кутова швидкість геостационарних супутників збігається з кутовою швидкістю обертання Землі, тому для спостерігача із Землі їхнє розташування на небі залишається незмінним. Для нього такий супутник постійно «висить» в одній точці над горизонтом. Геостационарні супутники використовують, наприклад, для трансляції телевізійних програм.)

Дано:

$$R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$T = 24 \text{ ч} = 24 \cdot 3600 \text{ с} =$$

$$= 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}$$

 $r = ?$

Аналіз фізичної проблеми, пошук математичної моделі. Оскільки кутова швидкість геостаціонарного супутника збігається з кутовою швидкістю обертання Землі, то періоди обертання супутника та Землі є однаковими ($\omega_1 = \omega_2$, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T_1 = T_2$).

Швидкість руху супутника на висоті h над поверхнею Землі дорівнює:

$$v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3 + h}}, \text{ де } R_3 + h = r \text{ — радіус орбіти.}$$

Поблизу поверхні Землі $g = \frac{GM_3}{R_3^2} \Rightarrow GM_3 = gR_3^2$, звідси:

$$v = \sqrt{\frac{gR_3^2}{r}} = R_3 \sqrt{\frac{g}{r}}. \quad (1)$$

З іншого боку, лінійна швидкість v руху тіла пов'язана з періодом T його обертання співвідношенням:

$$v = \frac{2\pi r}{T}. \quad (2)$$

Розв'язання, аналіз результатів. Зрівняємо праві частини рівностей (1) і (2): $R_3 \sqrt{\frac{g}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$, звідки знайдемо r :

$$\frac{R_3^2 g}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow R_3^2 g T^2 = 4\pi^2 r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{R_3^2 g T^2}{4\pi^2}.$$

$$\text{Остаточнo маємо: } r = \sqrt[3]{\frac{R_3^2 g T^2}{4\pi^2}}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[r] = \sqrt[3]{\text{м}^2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2} = \text{м}; \quad \{r\} = \sqrt[3]{\frac{(6,4 \cdot 10^6)^2 \cdot 10 \cdot (8,64 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot (3,14)^2}} \approx 42,4 \cdot 10^6;$$

$$r = 42,4 \cdot 10^6 \text{ м.}$$

Проаналізуємо результат: радіус Землі дорівнює $6,4 \cdot 10^6$ м, обчислений радіус орбіти — $42,4 \cdot 10^6$ м, що більше за радіус Землі й має той самий порядок; таким чином, результат цілком реальний.

Відповідь: середній радіус орбіти геостаціонарного супутника Землі $r = 42,4 \cdot 10^6$ м.

Підбиваємо підсумки

Швидкість, яку слід надати тілу в момент запуску з даної планети, щоб це тіло рухалося по колу, центр якого збігається з центром даної планети, називають першою космічною швидкістю.

Першу космічну швидкість на висоті h над поверхнею планети можна обчислити за формулою $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$. Для різних планет значення першої космічної швидкості є різними. Біля поверхні Землі ($h=0$) перша космічна швидкість v дорівнює: $v = \sqrt{gR_0} = 7,9$ км/с.

Контрольні запитання

1. Чому в разі певної швидкості руху тіло, кинуте горизонтально, не падає на Землю?
2. Дайте визначення першої космічної швидкості.
3. Виведіть формулу для обчислення швидкості руху супутника на висоті h над поверхнею Землі.
4. Виведіть формулу для обчислення першої космічної швидкості поблизу поверхні Землі ($h=0$). Чому дорівнює ця швидкість?
5. Які супутники називають геостационарними? Де їх застосовують?

Вправа № 20

1. Визначте прискорення вільного падіння та першу космічну швидкість для тіла поблизу поверхні Марса, вважаючи, що маса Марса дорівнює $6,5 \cdot 10^{23}$ кг, а його діаметр — 6800 км.
2. На якій висоті над поверхнею Землі перебуває супутник, якщо він рухається зі швидкістю 4 км/с?
3. Середня висота, на якій супутник рухається над поверхнею Землі, дорівнює 1700 км. Знайдіть швидкість руху та період обертання супутника.
- 4*. Визначте радіус колової орбіти першого штучного супутника Землі, якщо за 92 доби польоту він здійснив 1440 обертів навколо Землі.



Ю. В. Кондратюк

ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ

Юрій Васильович Кондратюк (Олександр Гнатович Шаргей) (1897–1941) (див. фото) — один із піонерів ракетної техніки. Майбутній вчений зацікавився космічними польотами ще гімназістом. Він навчався у полтавській гімназії, згодом — на механічному відділенні Петроградського політехнічного інституту.

У книжці «Тим, хто читатиме, щоб будувати» (1919) Ю. Кондратюк навів схему чотириступеневої ракети на киснево-водневому паливі, дав опис камери згоряння двигуна, а у книжці «Завоювання міжпланетних просторів» (1929) запропонував здійснювати польоти на Місяць у три етапи, використовуючи для живлення систем космічного корабля сонячну енергію (!).

Американський астронавт Ніл Армстронг, який першим ступив на поверхню Місяця, спеціально побував у Новосибірську й узяв зменшену модель землі біля стін будинку, де мешкав Ю. Кондратюк, сказавши: «Ця земля для мене має не меншу цінність, ніж місячний ґрунт». А один із учених, задіяних у програмі НАСА з освоєння Місяця, заявив: «Ми розшукали маленьку непримітну книжечку, видану в Росії відразу після революції. Автор її, Юрій Кондратюк, обґрунтував і розрахував енергетичну вигідність польоту на Місяць за схемою: політ на орбіту Місяця — старт на Місяць з його орбіти — повернення на орбіту Місяця — політ до Землі». На пропозицію американських фахівців трасу польоту на Місяць названо *трасою Кондратюка*.