

§ 3. РОБОТА З ПЕРЕМІЩЕННЯ ЗАРЯДУ В ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ ПОЛІ.

★ ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ ВЗАЄМОДІЇ ТОЧКОВИХ ЗАРЯДІВ ★

?!

Якщо електростатичне поле діє з деякою силою на електрично заряджені тіла, то за певних умов воно здатне виконати роботу з переміщення цих тіл. При цьому робота електростатичних (кулонівських) сил (як і робота гравітаційних сил) не залежить від форми траєкторії, по якій переміщується тіло, і по замкненій траєкторії дорівнює нулю. У курсі фізики 10-го класу це твердження було доведено для гравітаційних сил. Зараз розглянемо його доведення для електростатичних сил.

1

Як розрахувати роботу з переміщення заряду в однорідному електростатичному полі

Нехай в однорідному електричному полі напруженістю \vec{E} позитивний точковий заряд q переміщується із точки 1 з координатою x_1 у точку 2 з координатою x_2 (рис. 3.1).

Обчислимо роботу, яка буде виконана силами електростатичного поля з переміщення цього заряду. З курсу фізики 10-го класу ви знаєте, що робота A , яку виконує сила \vec{F} з переміщення тіла, дорівнює:

$$A = F s \cos \alpha,$$

де \vec{s} — переміщення тіла; α — кут між векторами \vec{F} і \vec{s} .

У нашому випадку сила \vec{F} , що діє на заряд q , дорівнює $\vec{F} = q\vec{E}$, а $s \cos \alpha = d = x_2 - x_1$ є проекцією вектора переміщення на напрямок силових

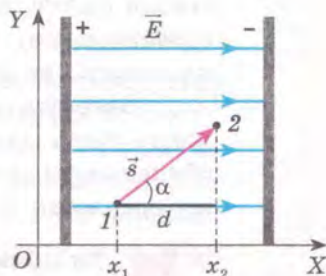


Рис. 3.1. До обчислення роботи сили однорідного електростатичного поля

ліній поля, який у даному випадку збігається з напрямком осі OX . Отже, *робота сил однорідного електростатичного поля в ході переміщення електричного заряду з точки 1 у точку 2 ($A_{1 \rightarrow 2}$) дорівнює:*

$$A_{1 \rightarrow 2} = qE(x_2 - x_1), \quad \text{або}$$

$$A_{1 \rightarrow 2} = qEd \quad (1)$$

Зверніть увагу: якби в даному випадку заряд переміщувався не з точки 1 у точку 2, а навпаки, то знак роботи змінився б на протилежний, тобто робота виконувалась би проти сил поля. Той самий результат було б отримано, якби з точки 1 у точку 2 переміщувався не позитивний, а негативний заряд.

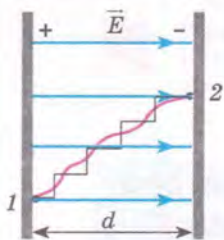


Рис. 3.2. До доведення потенціальності однорідного електростатичного поля

Формула (1) буде справджуватись у випадках руху заряду по будь-якій траєкторії. Справді, будь-яку лінію, що сполучає точки 1 і 2 в однорідному електростатичному полі, можна подати у вигляді ламаної, нескінченно малі ланки якої розташовані паралельно силовим лініям і перпендикулярно до них (рис. 3.2). У цьому випадку робота $A_{1 \rightarrow 2}$, яку виконують сили поля в ході переміщення заряду з точки 1 у точку 2, може бути подана у вигляді суми робіт: $A_{1 \rightarrow 2} = A_{\parallel} + A_{\perp}$, де A_{\parallel} і A_{\perp} — роботи, що виконуються силами поля на ділянках, відповідно паралельних силовим лініям і перпендикулярних до них. При цьому в разі переміщення заряду перпендикулярно до силових

ліній робота поля дорівнює нулю (оскільки $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то

$\cos \alpha = 0$). Отже, $A_{1 \rightarrow 2} = A_{\parallel} = qEd = qE(x_2 - x_1)$, тобто *робота сил однорідного електростатичного поля не залежить від форми траєкторії руху заряду в цьому полі, а визначається початковим та кінцевим положеннями заряду; у випадку замкненої траєкторії заряду робота сил поля дорівнює нулю.*

Зазначені властивості має будь-яке електростатичне поле, а не тільки однорідне, тобто електростатичне поле є **потенціальним (консервативним)**. (Спробуйте довести це за допомогою закону збереження енергії, не використовуючи формул.)

Зверніть увагу: *силові лінії електростатичного поля не можуть бути замкненими*: якби замкнені силові лінії існували, то, обчислюючи роботу поля з переміщення заряду вздовж цих ліній, ми одержали б не нуль, а деяку додатну величину.

★ 2 Як обчислити роботу з переміщення заряду в полі, створеному точковим зарядом

Нехай поле створено позитивним точковим зарядом Q , розташованим у вакуумі, а позитивний пробний заряд q рухається в цьому полі

з точки 1 у точку 2 (рис. 3.3). Припустимо також, що спочатку заряд q рухався вздовж радіуса по ділянці $1 \rightarrow 2'$, а потім уздовж дуги по ділянці $2' \rightarrow 2$. Тоді робота $A_{1 \rightarrow 2}$ поля при переміщенні заряду з точки 1 у точку 2 дорівнює сумі робіт $A_{1 \rightarrow 2'}$ і $A_{2' \rightarrow 2}$ на цих ділянках: $A_{1 \rightarrow 2} = A_{1 \rightarrow 2'} + A_{2' \rightarrow 2}$.

Очевидно, що робота $A_{2' \rightarrow 2}$ дорівнює нулю, оскільки в цьому випадку вектор сили в будь-який момент часу перпендикулярний до вектора переміщення. А от визначення роботи $A_{1 \rightarrow 2'}$ потребує використання спеціального прийому, адже сила \vec{F} , яка діє на заряд з боку електростатичного поля, у міру віддалення від джерела поля змінюється. Тому розіб'ємо весь шлях r заряду на ділянці $1 \rightarrow 2'$ на дуже малі відрізки Δr , на яких силу можна вважати постійною. Тоді робота ΔA поля

на кожному відрізку Δr дорівнюватиме: $\Delta A = F \Delta r = k \frac{Qq}{r^2} \cdot \Delta r$.

Роботу поля на всьому шляху можна знайти як суму:

$A_{1 \rightarrow 2} = \sum_{r_1}^{r_2} \Delta A_i = \sum_{r_1}^{r_2} F_i \Delta r_i$. Операція знаходження такої суми здійснюється за допомогою апарату вищої математики й називається *інтегруванням*. Використовуючи результат інтегрування, можна розрахувати роботу, яку виконують сили поля, створеного точковим зарядом Q , з переміщення в цьому полі пробного заряду q з точки 1 у точку 2:

$A_{1 \rightarrow 2} = k \frac{Qq}{r_1} - k \frac{Qq}{r_2}$, де r_1 і r_2 — відстані від джерела поля до точки 1 і точки 2 відповідно. Звідси:

$$A_{1 \rightarrow 2} = kQq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2)$$

Оскільки електростатичне поле є потенціальним, розрахунок роботи поля з переміщення пробного заряду по будь-якій іншій траєкторії дасть той самий результат. ★

3 Як пов'язані робота і потенціальна енергія

Тіло, що перебуває в потенціальному полі, має потенціальну енергію, за рахунок зменшення якої сили поля виконують роботу. Тому заряджене тіло, поміщене в електростатичне поле, так само як і тіло, що перебуває в гравітаційному полі Землі, має потенціальну енергію. А різниця її значень у довільних точках 1 і 2 дорівнює роботі, яку повинні виконати сили поля, щоб перемістити заряджене тіло (заряд) із точки 1 у точку 2: $A_{1 \rightarrow 2} = W_{n1} - W_{n2}$. Отже:

$$A_{1 \rightarrow 2} = -\Delta W_n, \quad (3)$$

де W_{n1} і W_{n2} — потенціальні енергії заряду в точках 1 і 2 відповідно.

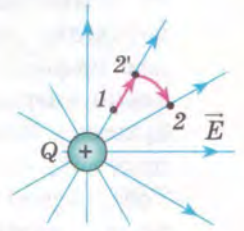


Рис. 3.3. До обчислення роботи сил з переміщення пробного заряду в полі, створеному точковим зарядом

Щоб дати коректне визначення потенціальної енергії заряду, необхідно домовитися про вибір нульової точки. Нагадаємо: *нульовою називається точка, про яку домовляються, що в ній потенціальна енергія заряду дорівнює нулю*. Зазвичай за нульову обирають будь-яку точку, що нескінченно віддалена від зарядів, які створюють поле: $W_{\infty} \rightarrow 0$, якщо $r \rightarrow \infty$. У такому випадку $W_{\infty 2} = 0$, а $A_{1 \rightarrow \infty} = W_{\infty 1}$. Тобто *потенціальна енергія заряду в даній точці електростатичного поля дорівнює роботі, яку має виконати поле для переміщення заряду з цієї точки в нескінченність*.

★ Порівнюючи формули (2) і (3) і вважаючи, що потенціальна енергія нескінченно віддалених один від одного зарядів дорівнює нулю ($W_{\infty} \rightarrow 0$, якщо $r \rightarrow \infty$), можна одержати вираз для обчислення потенціальної енергії електростатичної взаємодії двох точкових зарядів Q і q , розташованих на відстані r один від одного:

$$W_{\infty} = k \frac{Qq}{r}$$

Таким чином, *енергія взаємодії двох точкових зарядів має зміст роботи, яку має виконати електростатичне поле для збільшення відстані між цими зарядами від r до нескінченності*.

Якщо система складається із зарядів одного знака, то внаслідок дії сил відштовхування заряди прагнуть відійти один від одного на нескінченно велику відстань. Тому система цих зарядів від самого початку має здатність виконати роботу, отже, її енергія є додатною; у результаті віддалення зарядів енергія системи зменшується до нуля (рис. 3.4, графік 1).

Якщо система складається із зарядів протилежних знаків, ситуація кардинально інакша, оскільки такі заряди притягуються. Тепер уже не сили поля, а зовнішні сили мають виконати додатну роботу, щоб віддалити заряди на нескінченно велику відстань. Тому

в ході віддалення зарядів один від одного енергія їхньої взаємодії буде збільшуватися до нуля, а отже, від самого початку вона була від'ємною (рис. 3.4, графік 2).★

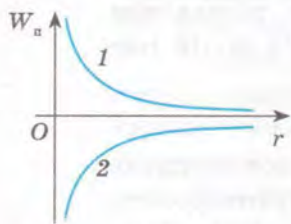


Рис. 3.4. Схематичні графіки залежності потенціальної енергії W_{∞} взаємодії двох точкових зарядів від відстані r між ними: 1 — графік для зарядів одного знака; 2 — графік для зарядів протилежних знаків

! Підбиваємо підсумки

Електростатичне поле є потенціальним. В електростатичному полі робота з переміщення заряду q між двома довільними точками 1 і 2:

— не залежить від форми траєкторії, а залежить від положення цих точок;

— дорівнює зменшенню потенціальної енергії W_{∞} заряду в цьому полі: $A_{1 \rightarrow 2} = W_{\infty 1} - W_{\infty 2} = -\Delta W_{\infty}$;

— у випадку однорідного поля розраховується за формулою $A_{1 \rightarrow 2} = qEd$, де d — відстань, на яку перемістився заряд уздовж лінії напруженості електричного поля;

— ★ у випадку, коли поле створене точковим зарядом, розташованим у вакуумі, розраховується за формулою $A_{1 \rightarrow 2} = kQq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$.

Енергія взаємодії двох точкових зарядів Q і q має зміст роботи, яку виконує електростатичне поле в ході збільшення відстані між цими зарядами від r до нескінченності: $W_{\infty} = k \frac{Qq}{r}$. ★



Контрольні запитання

1. За якою формулою розраховують роботу сил однорідного поля з переміщення заряду в цьому полі? 2. Які поля називають потенціальними? 3. Доведіть, що однорідне електростатичне поле є потенціальним. ★ 4. Чому дорівнює робота електростатичного поля, створеного точковим зарядом, з переміщення пробного заряду з однієї точки поля в іншу? 5. За рахунок якої енергії сили електростатичного поля виконують роботу? ★ 6. Чому дорівнює потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів? ★ 7. Що називають нульовою точкою потенціальної енергії? Яку точку найчастіше обирають за нульову?



Вправа № 3

1. В однорідному полі під кутом 60° до напрямку силових ліній переміщується заряд, значення якого 5 нКл. Визначте роботу поля та зміну потенціальної енергії заряду, якщо напруженість поля дорівнює 30 кН/Кл, а модуль переміщення заряду становить 20 см. Як зміняться одержані значення, якщо переміщуватися буде заряд, значення якого -5 нКл?
- ★ 2. Два однакові точкові заряди по 50 мкКл кожен перебувають на відстані 1 м один від одного. Яку роботу необхідно виконати, щоб зблизити їх до відстані $0,5$ м?
- ★ 3. Дві нескінченно довгі паралельні плоскі пластини заряджені різнойменними зарядами з поверхневою густиною $3 \cdot 10^{-4}$ Кл/м². Відстань між пластинами дорівнює $1,5$ см. Визначте роботу, яку виконає поле, переміщуючи заряд $2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл з однієї пластини на другу.