

§ 10. РІВНОПРИСКОРЕНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ. ПРИСКОРЕННЯ

М Чи спостерігали ви змагання легкоатлетів-спринтерів? Спортсмени майже миттєво зриваються з місця, частки секунди — і вони набирають швидкість, недоступну звичайній людині. Але хоч як швидко розганяються бігуни, серед них виявляються ті, які витрачають на розгін ледь-ледь більше часу і програють. Обізнана людина скаже: «Не вистачило прискорення». Про те, що таке прискорення і як воно пов'язане зі швидкістю руху та часом, йтиметься в цьому параграфі.

Що таке прискорення

1 Проведемо простий дослід, для якого потрібні довгий дерев'яний жолоб і кулька. Піднявши край жолоба, покладемо на нього кульку й відпустимо. Кулька почне скочуватися жолобом.

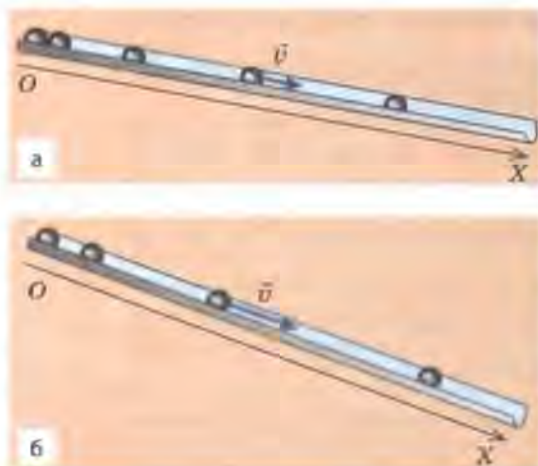


Рис. 10.1. Рисунок, виконаний зі стробоскопічної фотографії руху кульки по похилому жолобу

На рис. 10.1, а, де відтворено рисунок, виконаний зі стробоскопічної фотографії цього процесу, бачимо, що чим далі перебуває кулька від верхнього краю жолоба, тим більшу відстань вона проходить за рівні проміжки часу. Це означає, що швидкість руху кульки з часом збільшується. Повторимо дослід, збільшивши кут нахилу жолоба (рис. 10.1, б): у міру скочування кульки відстань, яку вона проходить за рівні проміжки часу, збільшується швидше, ніж у попередньому досліді, тобто швидше збільшується й швидкість руху кульки. У фізиці кажуть, що в другому досліді кулька рухалася з більшим *прискоренням*.

Прискорення — це векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни швидкості руху тіла й дорівнює відношенню зміни швидкості руху тіла до проміжку часу, за який ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$

де \vec{v}_0 — початкова швидкість руху тіла (швидкість руху тіла в момент початку відліку часу); \vec{v} — швидкість руху тіла через певний проміжок часу t ; $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ — зміна швидкості руху тіла; \vec{a} — прискорення руху тіла.

Дану формулу можна записати й у проекціях на вісь координат OX :

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

Одиниця прискорення в СІ — метр на секунду в квадраті (метр на секунду за секунду) (м/с^2): $[a] = \frac{1\text{м/с}}{1\text{с}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2 Який рух називають рівноприскореним прямолінійним

Якщо тіло рухається нерівномірно, то його швидкість із плином часу безперервно змінюється. Зазвичай за рівні проміжки часу швидкість руху тіла змінюється неоднаково. Наприклад, під час ходьби людина то швидше, то повільніше збільшує швидкість свого руху, іноді сповільнює свій рух, а іноді якийсь проміжок часу швидкість її руху не змінюється зовсім. Тому в загальному випадку за допомогою

формули $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$ визначають *середнє прискорення тіла*.

Розглядати рухи, у ході яких прискорення з плином часу змінюється, досить складно, тому зупинимося на *найпростішому виді прискореного руху* — **рівноприскореному русі**. У розділі 2 «Динаміка» ви дізнаєтеся, що такий рух відбувається у випадку, коли рівнодійна сил, прикладених до тіла, є постійною.

Рівноприскорений прямолінійний рух — це такий рух, під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$$

Інакше кажучи, **рівноприскорений рух** — це рух із постійним прискоренням. Прискорення в рівноприскореному русі показує, на скільки змінюється швидкість руху тіла за одиницю часу.

Під час рівноприскореного руху прискорення тіла є постійним протягом усього часу руху, тому графік залежності проекції прискорення від часу являє собою відрізок прямої, паралельної осі часу (рис. 10.2).

Зверніть увагу: якщо прискорення тіла дорівнює нулю, то тіло не змінює швидкості свого руху ($\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t} = 0 \Rightarrow \bar{v} = \bar{v}_0$), тобто рухається рівномірно

прямолінійно. Це означає, що **рівномірний прямолінійний рух** є окремим випадком **рівноприскореного прямолінійного руху**, а саме **рівноприскореним рухом із нульовим прискоренням**.

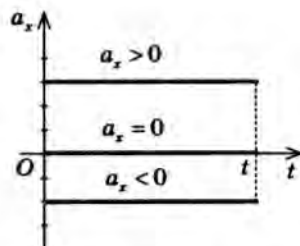


Рис. 10.2. Графік залежності $a_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху

3 Як визначити швидкість руху тіла під час рівноприскореного прямолінійного руху

З формули для обчислення прискорення легко одержати *формулу для обчислення швидкості руху тіла в будь-який момент часу*.

Справді, оскільки $\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t}$, то

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$$

Для розв'язування задач будемо використовувати формулу швидкості, записану в проекціях на вісь координат Ox (або Oy):

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

В останній формулі величини v_{0x} і a_x не залежать від часу, тому залежність проекції швидкості від часу є лінійною і графік $v_x(t)$ являє собою відрізок прямої. Якщо $t=0$ (момент початку

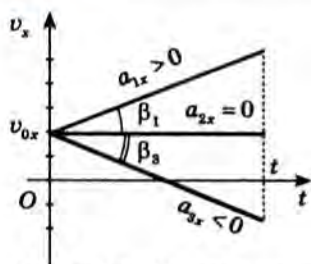


Рис. 10.3. Графік залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху. Кут β пов'язаний із прискоренням співвідношенням $a = \tan \beta$ (на рисунку: $a_1 = \tan \beta_1$, $\beta_2 = 0$, $a_3 = \tan \beta_3$)

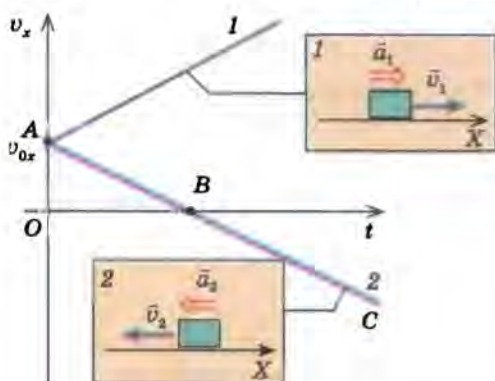


Рис. 10.4. Якщо напрямок вектора прискорення збігається з напрямком вектора швидкості, то швидкість руху тіла збільшується (графік 1, ділянка BC графіка 2)

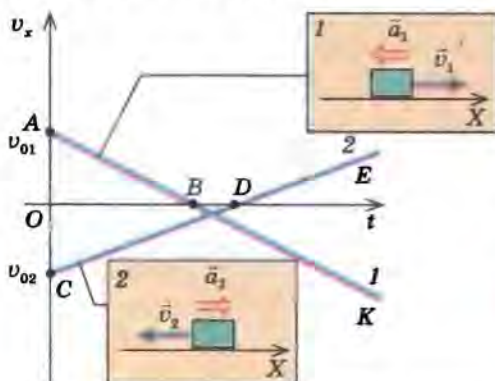


Рис. 10.5. Якщо напрямок вектора прискорення протилежний напрямку вектора швидкості, то швидкість руху тіла зменшується (ділянка AB графіка 1, ділянка CD графіка 2)

відліку часу), то $v_x = v_{0x}$, тобто в загальному випадку графік починається на осі швидкості (осі ординат) у точці v_{0x} (рис. 10.3).

Розглянемо графіки $v_x(t)$ для деяких тіл, що рухаються рівноприскорено прямолінійно (рис. 10.4). Із графіка для тіла 1 бачимо, що швидкість руху цього тіла збільшується, при цьому знаки проекцій швидкості і прискорення збігаються ($a_x > 0$, тому що графік піднімається; $v_x > 0$, тому що графік розташований вище від осі абсцис). На ділянці BC швидкість руху тіла 2 теж збільшується й знаки проекцій швидкості та прискорення теж збігаються ($a_x < 0$, $v_x < 0$, тому що графік опускається й розташований нижче від осі абсцис).

Якщо вектори напрямлені вздовж однієї прямої, а знаки проекцій векторів збігаються, то ці вектори співнаправлені. Таким чином, якщо вектор прискорення та вектор швидкості співнаправлені ($\vec{a} \uparrow \vec{v}$), то модуль швидкості збільшується.

Якщо ж знаки проекцій швидкості та прискорення не збігаються ($a_x > 0$, $v_x < 0$ або $a_x < 0$, $v_x > 0$), тобто якщо вектор прискорення та вектор швидкості протилежно напрямлені ($\vec{a} \uparrow \vec{v}$), то модуль швидкості зменшується (рис. 10.5).

Зверніть увагу: якщо швидкість руху тіла зменшиться до нуля, але після цього його рух не припиниться, це означає, що тіло почало рухатись у протилежному напрямку. При цьому швидкість тіла після досягнення «точки повороту» починає збільшуватися (див. ділянку BK графіка 1 і ділянку DE графіка 2 на рис. 10.5).

4 Учимось розв'язувати задачі

Задача 1. Автомобіль, що рухається зі швидкістю 90 км/год, зупиняється перед світлофором. Визначте час гальмування автомобіля, якщо вважати його рух рівноприскореним прямолінійним із прискоренням 5 м/с².

Дано:

$v_0 = 90 \text{ км/год} =$

$= 25 \text{ м/с}$

$a = 5 \text{ м/с}^2$

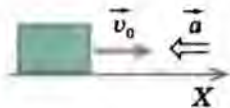
$v = 0$

$t = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Автомобіль зупиняється, тож його кінцева швидкість дорівнює нулю ($v = 0$), а напрямок вектора прискорення протилежний напрямку вектора швидкості ($\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$).

Виберемо СВ, яку пов'яжемо з точкою на поверхні Землі.

Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо вісь координат (її напрямок нехай збігається з напрямком руху), напрямок швидкості та напрямок прискорення руху автомобіля.



Пошук математичної моделі, розв'язання. Оскільки автомобіль рухається рівноприскорено прямолінійно, для розв'язання задачі використаємо рівняння залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного руху: $v_x = v_{0x} + a_x t$.

Скориставшись рисунком, конкретизуємо це рівняння:

$$v_{0x} = v_0, \quad v_x = 0, \quad a_x = -a, \quad \text{отже,} \quad 0 = v_0 - at \Rightarrow v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[t] = \frac{\text{м/с}}{\text{м/с}^2} = \text{с}; \quad \{t\} = \frac{25}{5} = 5; \quad t = 5 \text{ с.}$$

Відповідь: час гальмування автомобіля $t = 5 \text{ с}$.

Задача 2. Тіло рухалося прямолінійно вздовж осі OX . За поданим графіком залежності $v_x(t)$ (рис. 1): 1) опишіть характер руху тіла; 2) запишіть рівняння проекції швидкості руху; 3) побудуйте графік залежності проекції прискорення руху від часу.

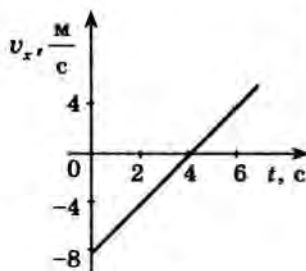


Рис. 1

Аналіз фізичної проблеми, розв'язання

(1) Графік залежності проекції швидкості руху від часу — пряма лінія, тож рух тіла був рівноприскореним.

Перші 4 с тіло рухалося в напрямку, протилежному напрямку осі OX (проекція швидкості від'ємна), а швидкість руху тіла зменшувалась.

У момент часу $t = 4 \text{ с}$ швидкість руху тіла дорівнює нулю, тобто тіло зупинилося, після чого почало рухатись у зворотному напрямку (знак проекції швидкості змінився на протилежний). Протягом наступних 3 с тіло рухалося в напрямку осі OX , а швидкість його руху збільшувалась.

(2) Оскільки тіло рухалося рівноприскорено, запишемо рівняння проекції швидкості для рівноприскореного руху тіла в загальному вигляді: $v_x = v_{0x} + a_x t$. Конкретизуємо це рівняння:

а) за графіком знайдемо проекцію початкової швидкості:
 $v_{0x} = -8 \text{ м/с};$

б) оберемо на графіку довільну точку, наприклад точку, якій відповідають $t = 4 \text{ с}$ та $v_x = 0$, і знайдемо проекцію прискорення:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{0 - (-8) \text{ м/с}}{4 \text{ с}} = 2 \text{ м/с}^2;$$

в) підставим одержані значення в рівняння проекції швидкості руху тіла:
 $v_x = -8 + 2t \text{ (м/с)}.$

(3) Оскільки прискорення тіла є постійним ($a_x = 2 \text{ м/с}^2$), то графік залежності $a_x(t)$ — пряма, паралельна осі часу й розташована вище від цієї осі (рис. 2).

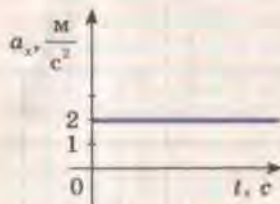


Рис. 2

Відповідь: тіло рухалося рівноприскорено прямолінійно з початковою швидкістю 8 м/с. Перші 4 с тіло рухалося у напрямку, протилежному напрямку осі OX , і його швидкість зменшувалася; через 4 с тіло зупинилося, після чого продовжило рух у зворотному напрямку (у напрямку осі OX) і його швидкість збільшувалася. Рівняння залежності проекції швидкості руху тіла від часу має вигляд: $v_x = -8 + 2t \text{ (м/с)}.$

Підбиваємо підсумки

Рівноприскорений прямолінійний рух — це такий рух, під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково. Рівноприскорений рух — це рух із постійним прискоренням.

Прискорення \vec{a} — це векторна фізична величина, яка характеризує швидкість зміни швидкості руху тіла й дорівнює відношенню зміни швидкості до проміжку часу, за який ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

У СІ одиниця прискорення — метр на секунду в квадраті (м/с^2). 1 м/с^2 дорівнює прискоренню тіла, яке рухається рівноприскорено прямолінійно так, що за 1 с швидкість його руху змінюється на 1 м/с.

Графік залежності проекції прискорення руху від часу ($a_x(t)$) для рівноприскореного руху — пряма, паралельна осі часу.

У разі рівноприскореного руху швидкість змінюється лінійно: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ ($v_x = v_{0x} + a_x t$); графік залежності проекції швидкості руху від часу ($v_x(t)$) — відрізок прямої, що починається на осі швидкості в точці v_{0x} .

Контрольні запитання

1. Який прямолінійний рух називають рівноприскореним? 2. Дайте визначення прискорення тіла. 3. Якою є одиниця прискорення? Дайте її визначення. 4. Який вигляд має графік залежності $a_x(t)$? 5. Запишіть рівняння залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху. Який вигляд має графік цієї залежності? 6. Як рухається тіло, якщо напрямок його прискорення: а) збігається з напрямком швидкості руху? б) протилежний напрямку швидкості руху?

Вправа № 8

1. Чи може тіло рухатися з великою швидкістю, але з малим прискоренням?
2. Чи буває так, що водночас швидкість руху тіла дорівнює нулю, а прискорення не дорівнює нулю?
3. Визначте, з яким прискоренням рухається автомобіль, що рушає з місця, якщо відомо, що за 10 с він досягає швидкості 54 км/год.
4. Кульку штовхнули вгору по похилій площині, надавши швидкості 2 м/с. Визначте швидкість руху кульки через 0,5 с; через 1 с; через 1,5 с після початку руху. Прискорення руху кульки 2 м/с². Поясніть отримані результати.
5. Під час прямолінійного руху з постійним прискоренням 0,2 м/с² велосипедист досягає швидкості 5 м/с за 25 с. Якою була початкова швидкість велосипедиста?
6. Скільки часу потрібно автобусу для зміни швидкості руху від 54 км/год до 5 м/с? Прискорення автобуса є постійним і дорівнює 0,5 м/с².
7. На рис. 1 подано графіки залежності $a_x(t)$ для чотирьох тіл. Для кожного тіла запишіть рівняння залежності $v_x(t)$ і побудуйте графік цієї залежності. Вважайте, що $v_{01x} = -4$ м/с, $v_{02x} = 6$ м/с, $v_{03x} = 2,5$ м/с, $v_{04x} = -10$ м/с.
8. На рис. 2 подано графіки залежності $v_x(t)$ для чотирьох тіл. Для кожного тіла опишіть характер руху, запишіть рівняння швидкості руху, побудуйте графік залежності проекції прискорення від часу.
- 9.* Тіло рухалося рівноприскорено тривалий час. На рис. 3 подано графік проекції швидкості руху цього тіла від певного моменту часу. Чи можливо визначити час, коли тіло змінило напрямок швидкості руху? Якщо можливо, то визначте цей час.

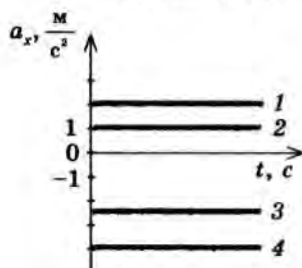


Рис. 1

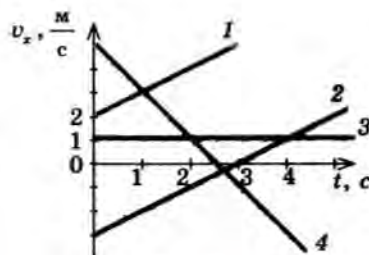


Рис. 2

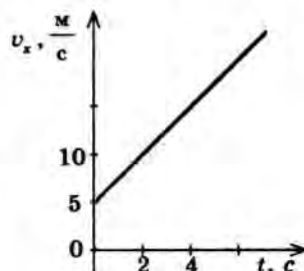


Рис. 3