

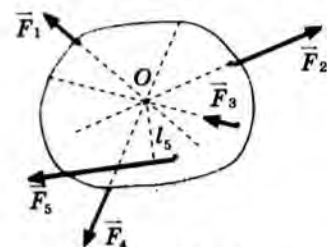
Напевно, ви мали в дитинстві «фізичні» іграшки. Багато хто й зараз не перестає дивуватися, чому, наприклад, хоч як крути Івана-покивана, він із дивовижним завзяттям повертається у вертикальне положення, чому орел стійко тримається на кінчику дзьоба (рис. 30.1), чому деякі машинки після будь-якої «аварії» знову стають на колеса і т. д. Розгадати секрет таких іграшок ви зможете, вивчивши матеріал цього параграфа.



**Рис. 30.1.** У разі незначних відхилень іграшковий орел зберігає рівновагу, спираючись на кінчик дзьоба

## 1 Як визначити центр мас тіла

**Центр мас тіла** — це точка перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, що викликають тільки поступальний рух тіла (рис. 30.2).



**Рис. 30.2.** Сили  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  і  $\vec{F}_4$  викликають тільки поступальний рух тіла; лінії дії цих сил перетинаються в центрі мас тіла (точка  $O$ ); сила  $\vec{F}_5$  крім поступального викликає також обертальний рух тіла

Якщо розміри тіла невеликі порівняно з радіусом Землі, то центр мас цього тіла збігається з точкою прикладення сили тяжіння (центром тяжіння тіла).

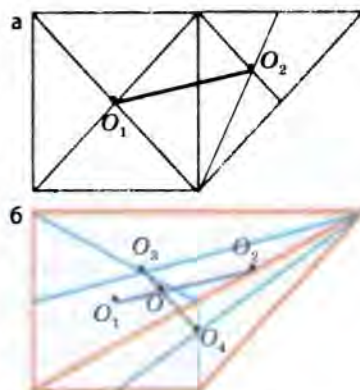
*Центр мас симетричних фігур перебуває в їхньому геометричному центрі; центр мас трикутника лежить у точці перетину його медіан.*

## 2 Деякі методи визначення положення центра мас плоских фігур

Існує кілька методів визначення положення центра мас. З експериментальним методом ви вже знайомі (див. Експериментальне завдання в § 21). Сьогодні зупинимося на геометричному та аналітичному методах.

**Геометричний метод** застосовують тоді, коли фігуру можна розбити двома способами на дві фігури, розташування центрів мас яких легко визначити. Наприклад, щоб визначити положення центра мас плоскої фігури, зображеної на рис. 30.3, розіб'ємо її спочатку на квадрат і трикутник (рис. 30.3, а) і знайдемо їхні центри мас (точки  $O_1$  і  $O_2$ ). Потім розіб'ємо досліджувану фігуру на два трикутники (рис. 30.3, б) і знайдемо їхні центри мас (точки  $O_3$  і  $O_4$ ). Центр мас досліджуваної фігури лежить на перетині прямих  $O_1O_2$  і  $O_3O_4$ .

**Аналітичний метод** найбільш універсальний, але часто потребує складних математичних



**Рис. 30.3.** Геометричний метод визначення положення центра мас плоскої фігури

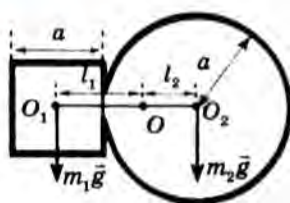


Рис. 30.4. Аналітичний метод визначення положення центра мас плоскої фігури

розрахунків\*. Із цим методом ознайомимося на прикладі знаходження центра мас однорідної пластинки (рис. 30.4).

Дану пластинку можна розбити на дві симетричні фігури (квадрат і круг), центри мас яких відомі (точки  $O_1$  і  $O_2$ ). Центр мас пластинки буде розташований на прямій  $O_1O_2$ , у певній точці  $O$ . Якщо уявно підвісити пластинку в цій точці, то пластинка не буде обертатись, оскільки і лінія дії сили натягу нитки, і лінія дії сили тяжіння проходять через центр мас пластинки.

Зобразимо сили тяжіння  $m_1\vec{g}$  та  $m_2\vec{g}$ , які діють на частини пластинки, і плечі  $l_1$  і  $l_2$  цих сил. Пластинка не повертається, тому сума моментів цих сил відносно точки  $O$  дорівнює нулю:  $m_1gl_1 - m_2gl_2 = 0 \Rightarrow m_1l_1 = m_2l_2$ . При цьому  $m_1 = \rho V_1 = \rho S_1d = \rho a^2d$ , а  $m_2 = \rho V_2 = \rho S_2d = \rho \pi a^2d$ , де  $\rho$  — густина матеріалу, з якого виготовлена пластинка,  $d$  — її товщина;  $S_1 = a^2$  — площа квадрата;  $S_2 = \pi a^2$  — площа круга.

Таким чином, вираз  $m_1l_1 = m_2l_2$  можна записати у вигляді:  $\rho a^2dl_1 = \rho \pi a^2dl_2$ ; після скорочення на  $\rho a^2d$  маємо:  $l_1 = \pi l_2$ . Однак з рисунка видно, що  $l_1 + l_2 = \frac{a}{2} + a = 1,5a$ . Отже,

$$\pi l_2 + l_2 = 1,5a \Rightarrow l_2 = \frac{1,5a}{(\pi + 1)} \approx 0,36a.$$

Таким чином, центр мас пластинки — точка  $O$  — розміщений на відстані  $\approx 0,36a$  від центра кола.

### Які існують види рівноваги

Розрізняють *стійку*, *нестійку*, *байдужу* рівноваги.

Рівновагу тіла називають *стійкою*, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, знову повертається в початкове положення.

У стані стійкої рівноваги перебуває, наприклад, кулька, підвішена на нитці (рис. 30.5, а), або кулька, поміщена на дно ввігнутої поверхні (рис. 30.5, б). Зверніть увагу:

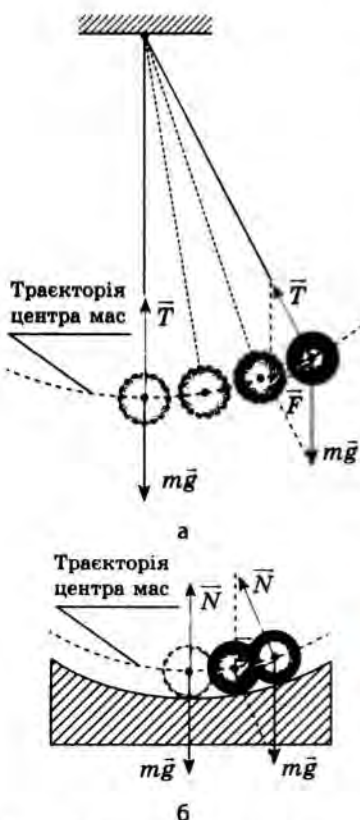


Рис. 30.5. Кулька, підвішена на нитці (а) або поміщена на дно ввігнутої поверхні (б), перебуває у стані стійкої рівноваги

\* Аналітичний метод застосовують для визначення положення центра мас усіляких технічних і будівельних конструкцій. У цих випадках даний метод вимагає знання вищої математики (методів диференціального й інтегрального числення).



у положенні стійкої рівноваги центр мас тіла займає найнижче із можливих найближчих положень, а в разі відхилення тіла виникає рівнодійна сила  $\vec{F}$ , яка повертає тіло у вихідне положення.

Іван-покиван, розташований на поверхні столу, теж перебуває у стані стійкої рівноваги (рис. 30.6). У разі його відхилення рівнодійна залишається рівною нулю, однак момент сили тяжіння буде відмінним від нуля, — у результаті Іван-покиван гойднеться й повернеться у початкове положення. При цьому його центр мас займе найнижче з можливих найближчих положень.

У загальному випадку тіло перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо в разі будь-яких незначних відхилень тіла від цього положення рівнодійна сил, які діють на тіло, або моменти цих сил прагнуть повернути тіло в положення рівноваги.

Рівновагу тіла називають *нестійкою*, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, ще більше відхиляється від початкового положення (рис. 30.7).

У стані нестійкої рівноваги в разі будь-яких незначних відхилень тіла від положення рівноваги рівнодійна сил, які діють на тіло, або моменти цих сил прагнуть ще більше відхилити тіло.

Рівновагу тіла називають *байдужою*, якщо в разі будь-яких малих відхилень тіла від положення рівноваги тіло, надане самому собі, залишається у своєму новому положенні.

При відхиленні тіла, яке перебуває у стані байдужої рівноваги, сили, що діють на тіло, залишаються зрівноваженими, а сума моментів цих сил дорівнює нулю (рис. 30.8).

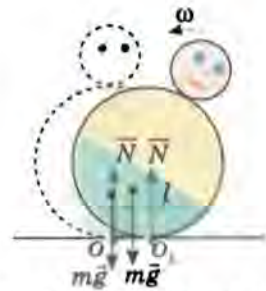


Рис. 30.6. Неоднорідна куля перебуває у стані стійкої рівноваги. У разі відхилення кулі від положення рівноваги момент сили тяжіння повертає її у початкове положення

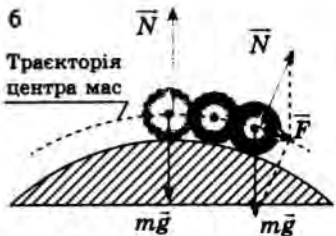
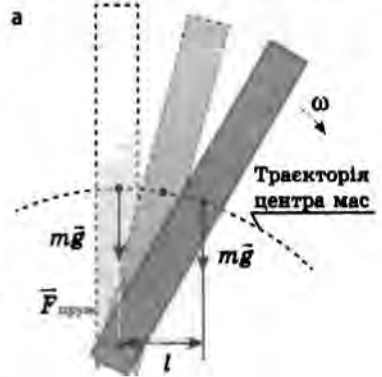
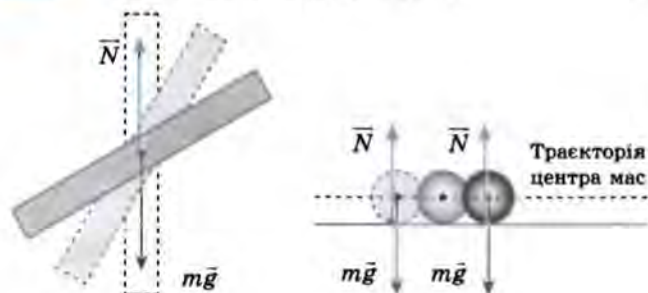


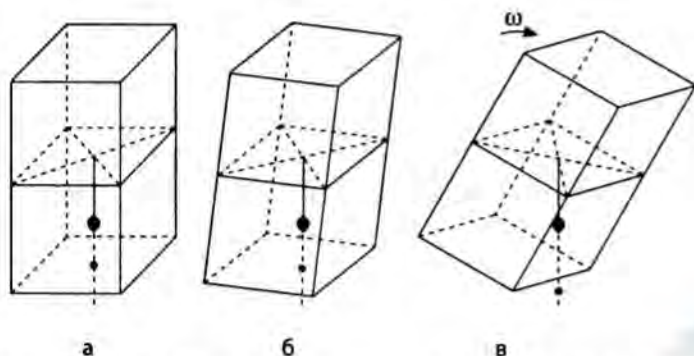
Рис. 30.7. Лінійка та кулька перебувають у стані нестійкої рівноваги. У разі відхилення від положення рівноваги: а — момент сили тяжіння  $m\vec{g}$  повертає лінійку за ходом годинникової стрілки, дедалі більше відхиляючи її від вихідного положення; б — виникає рівнодійна сила  $\vec{F}$ , яка відхиляє кульку від вихідного положення. Центр мас займає найвище з усіх можливих найближчих положень

### Коли перебуває в рівновазі тіло, яке спирається на горизонтальну площину

На практиці ми часто маємо справу з випадками рівноваги тіл, які спираються на кілька точок або на якусь поверхню: людина ходить по землі, спираючись двома ногами, стіл і стілець



**Рис. 30.8.** Лінійка та однорідна кулька перебувають у стані байдужої рівноваги. Центр мас у всіх можливих найближчих положеннях розташований на одному горизонтальному рівні



**Рис. 30.9.** а, б — тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги; в — тіло падає



а



б

**Рис. 30.10.** Площа опори: а — стола; б — людини

спираються на чотири ніжки, автомобіль — на чотири або шість коліс, будинок — на фундамент і т. д.

*Тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо вертикальна лінія, проведена через центр мас тіла, проходить у межах площі опори (рис. 30.9, а, б). Якщо ця лінія проходить за межами площі опори, рівновага тіла порушується і воно падає (рис. 30.9, в).*

Є очевидним, що чим нижче розташований центр тяжіння тіла та чим більша площа опори тіла, тим стійкішим буде це тіло. Саме тому фундаменти верстатів роблять широкими та масивними, швидкісні боліди мають дуже низьку посадку, людина і тварина, щоб набути стійкого положення, розставляють і трохи згинають ноги (лапи).

*Зверніть увагу:* площею опори вважають площу фігури, що охоплює всі точки, на які спирається тіло (рис. 30.10).



### Підбиваємо підсумки

Центром мас тіла називають точку перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, що викликають тільки поступальний рух тіла.

Розрізняють стійку, нестійку, байдужу рівноваги тіл. Незначно відхилене від положення рівноваги тіло в разі стійкої рівноваги повертається у вихідне положення; у разі нестійкої — ще більше відхиляється від вихідного положення; у разі байдужої — залишається у своєму новому положенні.



Тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо вертикальна лінія, проведена через центр мас тіла, проходить у межах площі опори.

### Контрольні запитання

1. Дайте визначення центра мас. 2. Де розташовується центр мас плоских фігур, що мають правильну геометричну форму? 3. Які методи визначення центра мас тіл ви знаєте? Опишіть їх. 4. Яку рівновагу тіл називають стійкою? нестійкою? байдужою? Яке положення займає у кожному випадку центр мас тіла, як на-  
прявлена рівнодійна? 5. Коли тіло, що спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги?

### Вправа № 26

1. У положенні якої рівноваги перебувають тіла, зображені на рис. 1–3? Відповідь обґрунтуйте.
2. Якщо людина несе важкий вантаж на спині, то нахилиється вперед, а якщо несе вантаж перед собою, відхиляється назад. Чому?
3. Одна половина металевого бруска мідна, а друга — алюмінієва (рис. 4). Визначте положення центра мас бруска, якщо його довжина 10 см.
- 4\*. Визначте положення центра мас плоскої фігури, зображеної на рис. 5, якщо радіус великого круга дорівнює 8 см.

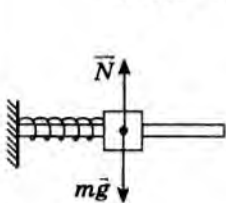


Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3



Рис. 4



Рис. 5

### Експериментальні завдання

1. Виріжте з цупкого картону плоску фігуру (рис. 6). Визначте центр мас цієї фігури експериментально, геометрично й аналітично. Який із методів дасть, на ваш погляд, найточніший результат?
2. Зчепивши дві виделки, закріпіть їх на одному кінці сірника, а другий кінець сірника розташуйте на вістрі циркуля, як показано на рис. 7. Поясніть спостережуване явище.

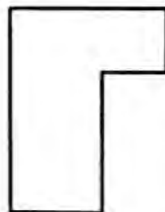


Рис. 6



Рис. 7