

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2+y^2}$ Questão 3

$y=x$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2+x^2} = \frac{x^3}{x^2(1+1)}$$

$$= \frac{x}{1+1}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{0}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

2º caminho

$y=x^2$

$$= \frac{x^3}{x^2+x^4} = \frac{x^3}{x^2(1+x^2)}$$

$$= \frac{x}{1+x^2}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{0}{1+0^2} = \frac{0}{1} = 0$$

é contínua em (0,0)

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3yx^2}{x^3+y}$

$$\frac{3yx^2}{x^3+y}$$

$y=x$

$$\frac{3x \cdot x^2}{x^3+x} = \frac{3x^3}{x^3+x} = \frac{3x^3}{x(x^2+1)}$$

$$= \frac{3x^2}{x^2+1}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{3 \cdot 0^2}{0^2+1} = \frac{0}{1} = 0$$

2º caminho

$y=x^2$

$$\frac{3yx^2}{x^3+y} = \frac{3x^2 \cdot x^2}{x^3+x^2}$$

$$= \frac{3x^4}{x^3+x^2} = \frac{3x^4}{x^2(x+1)}$$

$$= \frac{3x^2}{x+1}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{3 \cdot 0^2}{0+1} = \frac{0}{1} = 0$$

é contínua em (0,0)

$$d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2 - y^2 + 5}{x^2 + y^2 + 2}$$

$$y = x$$

$$\frac{3x^2 - x^2 + 5}{x^2 + x^2 + 2}$$

$$\frac{3 \cdot 0^2 - 0^2 + 5}{0^2 + 0^2 + 2} = \frac{5}{2}$$

$$y = x^2$$

$$\frac{3x^2 - x^4 + 5}{x^2 + x^4 + 2}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{3x^2 - x^4 + 5}{x^2 + x^4 + 2}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3 \cdot 0^2 - 0^4 + 5}{0^2 + 0^4 + 2} = \frac{5}{2}$$

$$e) x \cdot \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)$$

$$y = x$$

$$\frac{x \cdot \sin 1}{x^2 + x^2} = \frac{x \cdot \sin 1}{2x^2} = \frac{\sin 1}{2x}$$

$$\frac{\sin 1}{2 \times 0} = \frac{\sin 1}{0} ?$$

$$y = x^2$$

$$\frac{x \cdot \sin 1}{x^2 + x^4} = \frac{x \cdot \sin 1}{x^2(1 + x^2)} = \frac{\sin 1}{x(1 + x^2)}$$

$$\frac{\sin 1}{0(1 + 0^2)} = \frac{\sin 1}{0} ?$$

Questão 2.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \cdot y^3}{x^3 + y}$$

$$y = x$$

$$\frac{x^2 \cdot x^3}{x^3 + x} = \frac{x^5}{x^2(x+1)}$$

$$= \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{0^3}{0^2 + 1} = \frac{0}{1} = 0$$

$$y = x^2$$

$$\frac{x^2 \cdot x^6}{x^3 + x^2} = \frac{x^8}{x^2(x+1)}$$

$$= \frac{x^6}{x+1}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = \frac{0^6}{0+1} = \frac{0}{1}$$

neste caso o limite existe
ele é contínuo em (0,0)

Questão 3

$$a) f(x, y) = \sqrt{x+y-1}$$

$$x+y-1 \geq 0$$

$$x+y \geq 1$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x+y \geq 1\}$$

$$d) f(x, y) = \frac{\ln x}{x-1}$$

$$x-1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x-1 \neq 0\}$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq 1\}$$

$$c) f(x, y) = \ln(x^2 - y + 1)$$

$$x^2 - y + 1 > 0$$

$$x^2 - y > -1$$

Neste caso o domínio não existe

$$b) f(x, y) = \frac{1}{2x - y + 1}$$

$$2x - y + 1 \neq 0$$

$$2x - y \neq -1$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - y \neq -1\}$$

Questão 4

$$f(x, y) = \frac{3x}{y-x}$$

$$a) f(2, 2)$$

$$f(2, 2) = \frac{3 \cdot 2}{2-2} = 3$$

$$b)$$

$$f(3, 7) = \frac{3 \cdot 3}{-7-3} = \frac{9}{-10}$$

$$c)$$

$$f(1, -1) = \frac{3 \cdot 1}{-1-1} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

d) O domínio da função é

$$y - x \neq 0$$

$$-x \neq -y \quad x \neq y$$

$$x \neq y$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq y\}$$

Questão 7

$$f(x, y) = y - x$$

a)

$$y - x = 0$$

$$-x = -y \quad (-1)$$

$$x = y$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid x = y\}$$