



Das Problem der Zeit in der Quantengravitation

Teil 2: Quantengravitation und die Identifikation der Zeit –
Quantisierung, Verdeutlichung an einem Minisuperspace Modell,
Interpretation und Ausblick

2. Juni 2014



Überblick

Kanonische Quantisierung
Wiederholung am skalaren Feld
Quantisierung der Constraints:

Problem der Zeit



Wiederholung am skalaren Feld

Lagrangedichte für massives skalares Feld:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2) \quad (1)$$



Wiederholung am skalaren Feld

Lagrangedichte für massives skalares Feld:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2) \quad (1)$$

Kanonische Quantisierung: Feldgrößen werden zu Operatoren

Wiederholung am skalaren Feld

Lagrangedichte für massives skalares Feld:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2) \quad (1)$$

Kanonische Quantisierung: Feldgrößen werden zu Operatoren
Kommutatorrelationen:

$$[\hat{\varphi}(\vec{x}), \hat{\varphi}(\vec{y})] = 0 = [\hat{\pi}(\vec{x}), \hat{\pi}(\vec{y})] \quad (2)$$

$$[\hat{\varphi}(\vec{x}), \hat{\pi}(\vec{y})] = i\delta(\vec{x} - \vec{y}). \quad (3)$$

Ableitungen werden zu Funktionalableitungen (z.B. Impulsoperator:
wirkt auf Wellenfunktion im Ortsbild wie Ableitungsoperator)



Quantisierung der Constraints:

h_{ij} und π_{ij} in den Rang von Operatoren erhoben.



Quantisierung der Constraints:

h_{ij} und π_{ij} in den Rang von Operatoren erhoben. Die Constraints

$$H_{\perp} := 16\pi G G_{ijkl} \pi^{ij} \pi^{kl} - \frac{1}{16\pi G} \sqrt{h} {}^{(3)}R = 0 \quad (4)$$

$$H^i := -2 {}^{(3)}\nabla_j \pi^{ij} = 0 \quad (5)$$



Quantisierung der Constraints:

h_{ij} und π_{ij} in den Rang von Operatoren erhoben. Die Constraints

$$H_{\perp} := 16\pi G G_{ijkl} \pi^{ij} \pi^{kl} - \frac{1}{16\pi G} \sqrt{h} {}^{(3)}R = 0 \quad (4)$$

$$H^i := -2 {}^{(3)}\nabla_j \pi^{ij} = 0 \quad (5)$$

Wenden Quantisierungsregeln an



Quantisierung der Constraints:

h_{ij} und π_{ij} in den Rang von Operatoren erhoben. Die Constraints

$$H_{\perp} := 16\pi G G_{ijkl} \pi^{ij} \pi^{kl} - \frac{1}{16\pi G} \sqrt{h} {}^{(3)}R = 0 \quad (4)$$

$$H^i := -2 {}^{(3)}\nabla_j \pi^{ij} = 0 \quad (5)$$

Wenden Quantisierungsregeln an

Für generalisierte Kommutator von Impulse & Metrik:

$$[h_{ij}(\vec{x}), \pi^{kl}(\vec{x}')] = \delta_{(i}^k \delta_{j)}^l \delta(\vec{x} - \vec{x}') \quad (6)$$



Quantisierung der Constraints:

h_{ij} und π_{ij} in den Rang von Operatoren erhoben. Die Constraints

$$H_{\perp} := 16\pi G G_{ijkl} \pi^{ij} \pi^{kl} - \frac{1}{16\pi G} \sqrt{h} {}^{(3)}R = 0 \quad (4)$$

$$H^i := -2 {}^{(3)}\nabla_j \pi^{ij} = 0 \quad (5)$$

Wenden Quantisierungsregeln an

Für generalisierte Kommutator von Impulse & Metrik:

$$[h_{ij}(\vec{x}), \pi^{kl}(\vec{x}')] = \delta_{(i}^k \delta_{j)}^l \delta(\vec{x} - \vec{x}') \quad (6)$$

Die Constrains wirken auf Wellenfunktionen:

$$\hat{H}_{\perp} \Psi[h] = 0 \quad (7)$$

$$\hat{H}_i \Psi[h] = 0. \quad (8)$$



Für super-Hamilton constraint:

$$\boxed{-16\pi G G_{ijkl} \frac{\delta^2 \Psi[h]}{\delta h_{ij} \delta h_{kl}} - \frac{1}{16\pi G} {}^{(3)}R \Psi[h] = 0} \quad (9)$$

Wheeler-DeWitt Gleichung



Für super-Hamilton constraint:

$$\boxed{-16\pi G G_{ijkl} \frac{\delta^2 \Psi[h]}{\delta h_{ij} \delta h_{kl}} - \frac{1}{16\pi G} {}^{(3)}R \Psi[h] = 0} \quad (9)$$

Wheeler-DeWitt Gleichung

Zentrales Objekt in der kanonischen Quantisierung der Raumzeit!



In Wheeler-DeWitt Gleichung: keine explizite Zeit! In allen Feldtheorien gibt es jedoch bisher einen universellen Zeitparameter



In Wheeler-DeWitt Gleichung: keine explizite Zeit! In allen Feldtheorien gibt es jedoch bisher einen universellen Zeitparameter

Wirft neue Fragen auf:

- ▶ Kann die Zeit zurückgewonnen werden?
- ▶ Wenn nein, ist eine Quantentheorie ohne Zeit mit diesen Mitteln sinnvoll modellierbar?



Verschiedene Ansätze möglich¹:

- Die Zeit muss vor der Quantisierung identifiziert werden.

¹Siehe: Chris J. Isham „Canonical Quantum Gravity and the Problem of Time“, 1992



Verschiedene Ansätze möglich¹:

- ▶ Die Zeit muss vor der Quantisierung identifiziert werden.
- ▶ Die Zeit muss nach der Quantisierung identifiziert werden.

¹Siehe: Chris J. Isham „Canonical Quantum Gravity and the Problem of Time“, 1992



Verschiedene Ansätze möglich¹:

- ▶ Die Zeit muss vor der Quantisierung identifiziert werden.
- ▶ Die Zeit muss nach der Quantisierung identifiziert werden.
- ▶ Die Zeit ist keine allumfassendes Konzept in einer Theorie der Quantengravitation und tritt nur phänomenologisch auch

Alle Ansätze haben ihre eigenen Vor- und Nachteile.

¹Siehe: Chris J. Isham „Canonical Quantum Gravity and the Problem of Time“, 1992



Zeitidentifikation vor der Quantisierung:

- ▶ Internal Schrödinger Interpretationen
- ▶ Matter clocks und Reference Fluide
- ▶ Unimodular Gravity (spezielles Reference Fluid)



Zeitidentifikation nach der Quantisierung:

- ▶ Dritte Quantisierung
- ▶ Klein-Gordon Interpretationen



Zeitfreie Theorien:

- ▶ Conditional Probability Interpretation
- ▶ Consistent Histories Interpretation



Ausblick und abschließende Bemerkungen:

Fragen:

- ▶ Konzepte wie die Zeit gehen verloren oder müssen wieder neu „entdeckt“ werden.
- ▶ Mathematische Werkzeuge zur genaueren Untersuchung der Wheeler-DeWitt Gleichung fehlen.
- ▶ Weitere technische Probleme (Nicht-Renormierbarkeit, ...)
- ▶ etc.



Ausblick und abschließende Bemerkungen:

Fragen:

- ▶ Konzepte wie die Zeit gehen verloren oder müssen wieder neu „entdeckt“ werden.
- ▶ Mathematische Werkzeuge zur genaueren Untersuchung der Wheeler-DeWitt Gleichung fehlen.
- ▶ Weitere technische Probleme (Nicht-Renormierbarkeit, ...)
- ▶ etc.

Ausblick:

- ▶ Kanonische Quantisierung führt wahrscheinlich nicht zum Ziel
- ▶ Alternative oder weiterführende Ansätze sind dringend erforderlich (Stringtheorie, Quantenschleifengravitation, etc.)