

統計学(基礎)

第10回 ノンパラメトリック検定

ノンパラメトリック検定とは

- ・ ノンパラメトリック検定
- ・ パラメトリックな検定
 - t検定 対応のあるt検定
 - 分散分析(ANOVA) 反復測定(対応のある)分散分析
- ・ パラメトリック → パラメーター
 - 統計学では、母集団の特性を示す定数、母数のこと

パラメトリックな検定

- ・分布の形を決めつけて比較する検定
 - 「母集団はこの形の分布(正規分布など)である」と仮定して比較
 - ・正規分布は平均と分散という「パラメーター」で決まる
 - ・平均値の比較が中心
 - 正規分布では平均が代表値になる
 - 平均の差 = 分布の中心の差を検定している
 - だから t検定や分散分析は平均の差を検定する
- t検定・分散分析に共通する特徴

パラメトリックな検定

- メリット
 - 前提(正規性・等分散)が合っていれば強力でパワーがある
- デメリット
 - 外れ値や歪んだ分布に弱く、平均が代表値にならないと破綻する
- 前提が合えば強いが、崩れると危険
→ 平均が信じられないときはノンパラの方が安全

パラメトリックか ノンパラメトリックか

パラメトリック(Parametric)

- 分布の形を仮定(正規性など)
- 平均などのパラメータを比較
- 前提が合えばパワーが強い

ノンパラメトリック(Nonparametric)

- 分布の形を仮定しない
- 中央値を含む位置の差・順位を比較
- 外れ値・歪み・順序尺度に強い

データの分布がどうなっているかで
選択する手法を変える必要がある

パラメトリックな検定の実際

- ・「母集団の分布が正規分布に従う」ことが理論的前提。
 - 実際のデータでは「多少の歪み(非正規)」があっても、サンプルサイズが十分に大きいと 中心極限定理 により、検定統計量の分布が近似的に正規になる。
 - 実務上は「大標本であれば口バスト(頑健)」とされる。
- ・これが成り立たないとノンパラメトリック検定を選択

ノンパラメトリック検定

- データの正規性が仮定できない
 - データの歪み、外れ値
 - 順序尺度
- データが少なくて、中心極限定理による正規性近似が保証できない
 - データ数が少なくても正規性近似という場合もある
 - データ数ではなくてあくまで分布の問題

平均値（3回目講義より）

- データをすべて足して、足した数で割る
 - 極端に大きな値、小さな値があるとその影響を受ける
 - 真ん中ではない

平均値→真ん中ではない

(3回目講義より)

- 例 今お財布にいくら入ってる？



※取っ払い→現金支払いのこと

かわいいフリー素材集 いらすとや <https://www.irasutoya.com/9/41>

平均値→真ん中ではない

(3回目講義より)

- 例 今お財布にいくら入ってる？



1000

合計は、



2000

 $1000+2000+3000+4000+5000$ 

3000

 $0=60000$ 

4000

平均は、 $60000 \div 5 = 12000$ 

50000

でも、平均より多い人は1人しかいない

最大値・最小値・中央値

(3回目講義より)

- 例 今お財布にいくら入ってる?



1000 ←最小値



2000

3000 ←中央値 中央値は真ん中なので、必ずそれより大きい
人と小さい人が同じだけいる

4000



50000 ←最大値

標準偏差

(3回目講義より)

- ・ 標準偏差は平均値からのはらつきの平均(のようなもの)
 1. 各値の平均値との差を出す
 2. 「各値の平均値との差」を2乗する
 3. 「各値の平均値との差の2乗」を全部足す
 4. 「各値の平均値との差の2乗を全部足したもの」をデータ数で割る
(ここまでが分散)
 5. 「各値の平均値との差の2乗を全部足したもの」をデータ数で割った
ものの平方根($\sqrt{}$)を求める

分析の選択

- 正規分布近似が言える→パラメトリックな検定
 - 平均値を代表値として扱っても問題ない分布
 - 極端な外れ値がない
- 正規分布近似が言えない→ノンパラメトリック検定
 - 平均値が代表値にならない(中央値の方が信用できる)
 - 極端な外れ値がある
 - 順序尺度
 - 中心極限定理を言えるほどデータ数が無い

分析の選択

- データ数よりは、分布の状態
 - 少なくとも綺麗な分布であることもある
 - たくさんのデータでも外れ値があるデータがある
- ヒストグラム等で分布の確認
 - 検定はあまり現実的でない(サンプルサイズの影響大)
- 正規分布近似なら平均値が活用できるけど、そうでないなら中央値や順位を使う→ノンパラの利用

パラメトリック検定とノンパラメトリック検定

データの関係	群の数	パラメトリック	ノンパラメトリック
独立(別の人)	2群	t検定(Welch)	Mann-Whitney(U検定)
	3群以上	一元配置分散分析(ANOVA)	Kruskal-Wallis検定
対応あり(同じ人・ペア)	2群	対応ありt検定	Wilcoxon符号付順位検定
	3群以上	反復測定分散分析	Friedman検定

- ・ノンパラメトリック検定は、データが正規分布でない場合や順序尺度のときに使用。
- ・結果の解釈は「中央値を含む分布の位置の差」であり、「平均値の差」ではない。
- ・データの性質と群の構造を見て、適切な検定を選ぶことが重要。

分析の選択

1. ヒストグラム or 雨雲プロットを描く
2. 外れ値・歪み・形の崩れをチェック
3. 平均が代表値として信頼できそうか
 - Yes:パラメトリック
 - No:ノンパラメトリック

ノンパラメトリック検定

- データを順位に置き換えて、グループ間のズレを見る
 - 順位に置き換えることで分布の問題を無くす
1. 全データを並べて「順位」をつける
 2. グループごとに 順位の合計のズレを見る
 3. そのズレが偶然かどうかを検定する
→ t検定やANOVAの「別バージョン」と考えて良い

ノンパラメトリック検定

- Mann–Whitney (独立 2群)
→ 全データを並べて、順位合計を比較
- Kruskal–Wallis (独立 3群以上)
→ グループごとに順位の合計から順位の分布の差を見ている
- Wilcoxon(対応 2群)
→ 差の絶対値に順位をつけて、符号でグループ化
- Friedman (対応 3群以上)
→ 各行(被験者)で順位をつけて、その合計を比較

注意点: Wilcoxon という名前が 2種類ある問題

- 看護・医療系の教科書では Wilcoxon が2つの検定名に使われる
 - Wilcoxon順位和検定(独立2群)=Mann-Whitney U検定
 - Wilcoxon符号付順位検定(対応あり2群)

難しくないよ

JASP、jamoviのノンパラメトリック検定

Mann-Whitney(U検定)

- t検定のノンパラ版
 - 独立の2群 正規分布近似が言えない
 - data10_01



Mann-Whitney(JASP)

Mann-Whitney(jamovi)

対応なしt検定

ID 従属変数 Score
グループ変数 Group

検定

- スチュードント法
- ベイズ因子
- 事前分布 0.707
- マン=ホイットニーのU

仮説

- グループ1 ≠ グループ2
- グループ1 > グループ2
- グループ1 < グループ2

欠損値

- 分析ごとに除外
- 行全体を除外

追加の統計量

- 平均値の差
 信頼区間 95 %
- 効果量
 信頼区間 95 %
- 記述統計
- 記述統計量のグラフ

前提チェック

- 等質性検定
- 正規性検定
- Q-Qプロット

結果

対応なしt検定

	統計量	p
Score	マン=ホイットニーのU	31.5 <.001

注 $H_0 \mu_A = \mu_B$

グループ統計量

グループ	N	平均値	中央値	標準偏差	標準誤差
Score A	30	2.10	2.00	0.712	0.130
Score B	20	3.90	4.00	0.788	0.176

文献

- [1] The jamovi project (2024). *jamovi*. (Version 2.6) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2024). *R: A Language and environment for statistical computing*. (Version 4.4) [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org>. (R packages retrieved from CRAN snapshot 2024-08-07)

Kruskal-Wallis検定

- 分散分析(ANOVA)のノンパラ版
 - 独立の3群以上 正規分布近似が言えない
 - data10_02



Kruskal-Wallis検定(JASP)

- これじゃないけど出さないといけない

The screenshot shows the JASP software interface for performing a Kruskal-Wallis test. On the left, the '分散分析' (ANOVA) section is active, with 'Score' selected as the dependent variable and 'Group' as the fixed factor. The '結果' (Results) panel on the right displays the '分散分析' (ANOVA) table and '記述統計量' (Descriptive Statistics) table.

分散分析 - Score

ケース	平方和	df	平均平方	F	p
Group	311.60	2	155.799	193.0	< .001
Residuals	70.22	87	0.807		

注 タイプ III 平方和

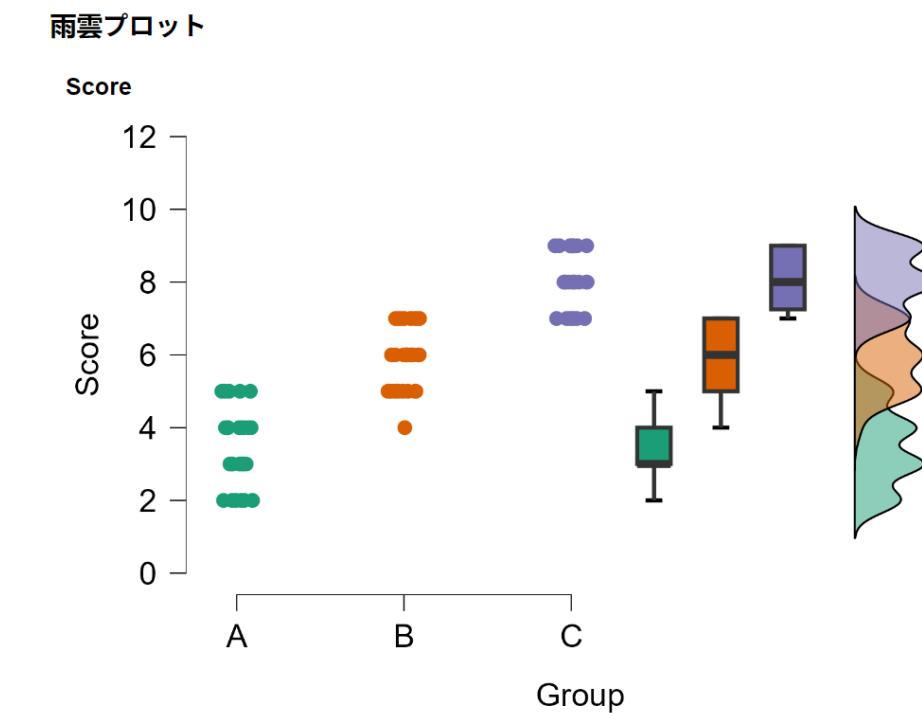
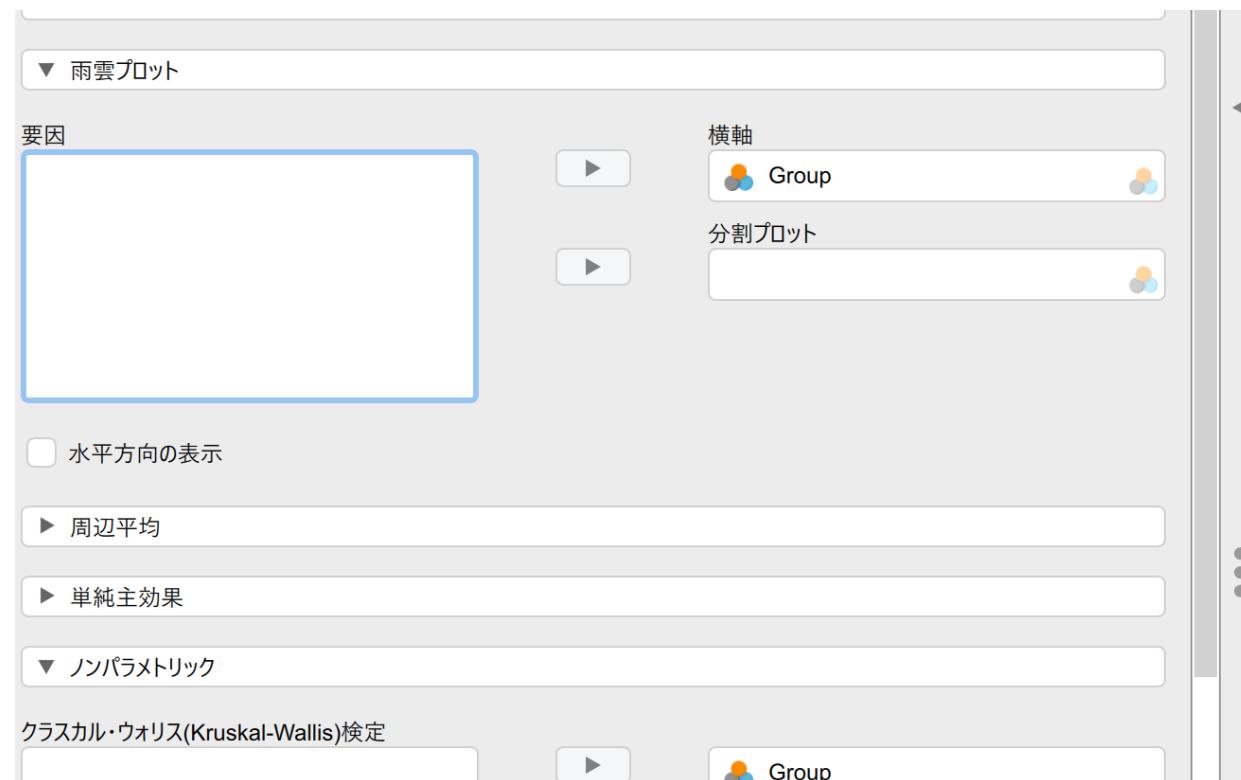
記述統計量 - Score

Group	N	平均値	標準偏差	標準誤差	変動係数
A	28	3.429	1.034	0.195	0.302
B	32	5.875	0.871	0.154	0.148
C	30	8.067	0.785	0.143	0.097

クラスカル・ウォリス(Kruskal-Wallis)検定

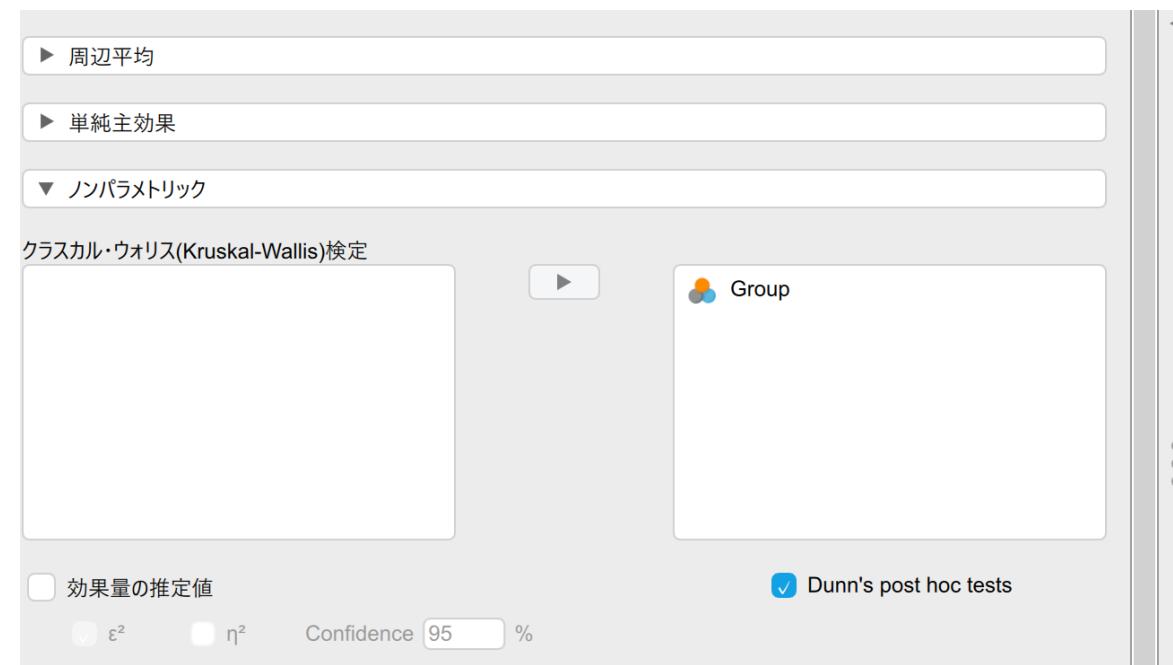
Kruskal-Wallis検定(JASP)

- 雨雲プロット



Kruskal-Wallis検定(JASP)

- 多重比較はDunn's post hoc tests



クラスカル・ウォリス(Kruskal-Wallis)検定

クラスカル・ウォリス(Kruskal-Wallis)検定

要因	統計量	df	p
Group	74.18	2	< .001

ダン(Dunn)

ダンの事後比較-Group

比較	z	W _i	W _j	r _{rb}	p	pボンフェローニ	pホルム
A - B	-4.286	15.80	44.48	0.919	< .001	< .001	< .001
A - C	-8.608	15.80	74.30	1.000	< .001	< .001	< .001
B - C	-4.537	44.48	74.30	0.925	< .001	< .001	< .001

注 順位-バイシリアル相関は個々のマンホイットニー検定に基づいています。

Kruskal-Wallis 後の多重比較

- ・全体で有意差 → どこが違うかを比較する
- ・方法:Dunn(rank-based pairwise test)
- ・p値補正:Bonferroni

Kruskal-Wallis検定(jamovi)

- ・これだけ

The screenshot shows the jamovi software interface for performing a Kruskal-Wallis test. On the left, the '1要因分散分析 (ノンパラメトリック)' (One-way ANOVA (Non-parametric)) dialog is open. It displays the dependent variable 'Score' and the group variable 'Group'. In the bottom right corner of this dialog, there is a '事後検定' (Post-hoc) section with two options: '多重比較 (DSCF法)' (Multiple Comparisons (DSCF method)) and 'ダントの多重比較' (Tukey's multiple comparison). The latter is checked. On the right side of the interface, the '結果' (Results) panel is visible, showing the test statistics for 'Score' (Chi-squared = 74.2, degrees of freedom = 2, p < .001) and the Tukey's HSD results for the comparisons between groups A, B, and C.

多重比較 - Score	z	p(調整なし)	p(ボンフェロニ)
A B	-4.29	< .001	< .001
A C	-8.61	< .001	< .001
B C	-4.54	< .001	< .001

Wilcoxon符号付順位検定

- 対応のあるt検定のノンパラ版
 - 対応のある2群 正規分布近似が言えない
 - データはWide型 data10_03

The screenshot shows the SPSS interface with the 't検定' (t-test) button selected in the top toolbar. A dropdown menu is open, showing two sections: '伝統的' (Traditional) and 'ベイジアン' (Bayesian). Under '伝統的', the '対応ありt検定' (Matched Pairs t-test) option is highlighted with a yellow box. The data view shows two columns: 'ID' and 'Post'.

ID	Post
1	5
2	4
3	6
4	4
5	9
6	6
7	5

Wilcoxon符号付順位検定(JASP)

▼ 対応のあるサンプルのt検定

変数ペア
Pre Post

検定
 スチューデント
 ウィルコクソンの符号付き順位検定

対立仮説
 測度1 ≠ 測度2
 測度1 > 測度2
 測度1 < 測度2

仮定のチェック
 正規性
 Q-Q プロット残差

欠損値
 あるデーターを除外する

その他の統計
 位置パラメータ
 信頼区間 95 %
 効果量
 信頼区間 95 %
 相関の補正
 記述統計量
 Vovk-Sellke maximum p比

プロット
 記述統計量プロット
 信頼区間 95 %
 雨雲プロット
 雨雲の差分プロット
 水平方向の表示
 棒グラフ
 信頼区間 95 %
 標準誤差
 水平軸を0に固定

結果

対応のあるサンプルのt検定

測定1	測定2	W	z	df	p
Pre	- Post	361.5	4.144		< .001

注 ウィルコクソンの符号付き順位検定

記述統計量

	N	平均値	標準偏差	標準誤差	変動係数
Pre	30	6.367	1.426	0.260	0.224
Post	30	4.933	1.552	0.283	0.315

雨雲プロット

The raincloud plot displays the distribution of individual data points (dots) for 'Pre' and 'Post' measurements. For 'Pre', the distribution is centered around a mean of approximately 6.367. For 'Post', the distribution is centered around a mean of approximately 4.933. Box plots indicate the median, quartiles, and range for each group. Shaded areas represent the density or frequency of data points.

Wilcoxon符号付順位検定(jamovi)

対応ありt検定

ID
Pre
Post

→

変数ペア
Pre Post

検定

スチュードント法
 ベイズ因子
 事前分布
 ウィルコクソン順位

仮説

測定値 1 ≠ 測定値 2
 測定値 1 > 測定値 2
 測定値 1 < 測定値 2

欠損値

分析ごとに除外
 行全体を除外

追加の統计量

平均値の差
 信頼区間 %
 効果量
 信頼区間 %
 記述統計
 記述統计量のグラフ

前提チェック

正規性検定
 Q-Qプロット

対応ありt検定

	Pre	Post	統計量	p
Pre			ウィルコクソンのW	362 ^a < .001

注. $H_0: \mu_{\text{測定値 } 1} - \mu_{\text{測定値 } 2} = 0$
^a 3組のペアが同順位です

記述統計

	N	平均値	中央値	標準偏差	標準誤差
Pre	30	6.37	6.00	1.43	0.260
Post	30	4.93	5.00	1.55	0.283

グラフ

Pre - Post

○ 平均値 (95%信頼区間)
 □ 中央値

Friedman検定

- 反復測定分散分析のノンパラ版
 - 対応ありの3群以上 正規分布近似が言えない
 - データはWide型 data10_04

The screenshot shows the SPSS software interface. On the left is the data editor window containing a table with four rows and five columns. The columns are labeled ID, T1, T2, T3, and a plus sign (+). The data values are:

	ID	T1	T2	T3
1	1	7	9	9
2	2	6	8	10
3	3	6	8	7
4	4	5	6	7

On the right is the "分析" (Analysis) menu expanded to show the "分散分析" (ANOVA) section. Under "分散分析", the following options are listed:

- 伝統的
- 分散分析
- 反復測定分散分析
- 共分散分析
- 多変量分散分析

The screenshot shows the "分散分析" (ANOVA) submenu. The "反復測定分散分析" (Repeated Measures ANOVA) option is highlighted with a yellow box. Other options in the submenu include:

- 1要因分散分析
- 分散分析
- 反復測定分散分析
- 共分散分析
- 多変量共分散分析
- ノンパラメトリック
- 1要因分散分析 クラスカル=ウォリス
- 反復測定分散分析 フリードマン

Friedman検定(JASP)

- これじゃないけど必要

The screenshot shows the JASP software interface for a Friedman Test analysis. On the left, there is a sidebar with sections for 'ID', '反復測定分散分析' (Repeated Measures ANOVA), '参加者内効果' (Within-subjects effects), '参加者間効果' (Between-subjects effects), and '記述統計量' (Descriptive statistics). The '反復測定分散分析' section is currently active, displaying the following results:

反復測定要因

水準 1	水準 2	水準 3
新しい水準		

反復測定のセル

T1	水準 1
T2	水準 2
T3	水準 3

参加者内効果

ケース	平方和	df	平均平方	F	p
反復測定要因 1	56.27	2	28.133	58.84	< .001
Residuals	27.73	58	0.478		

注 タイプ III 平方和

参加者間効果

ケース	平方和	df	平均平方	F	p
Residuals	96.40	29	3.324		

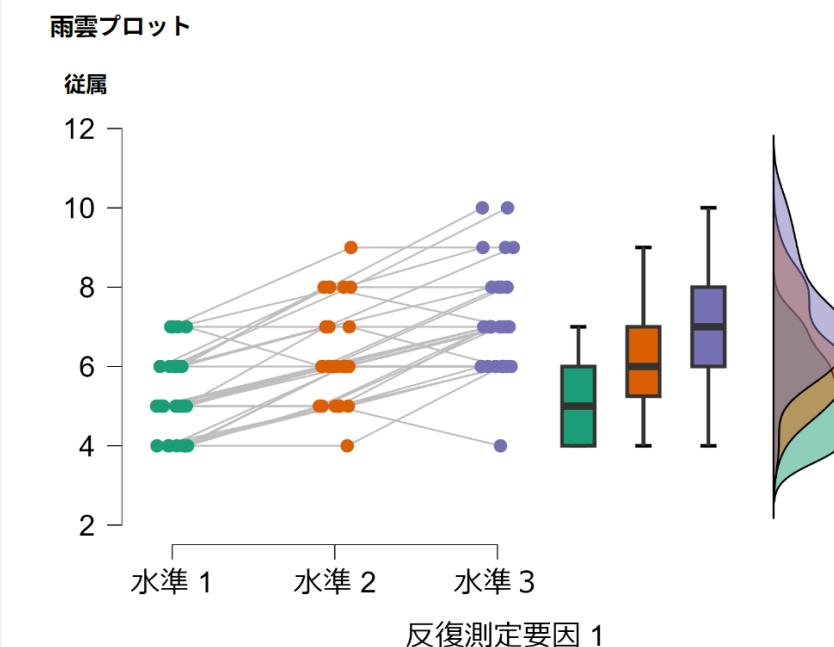
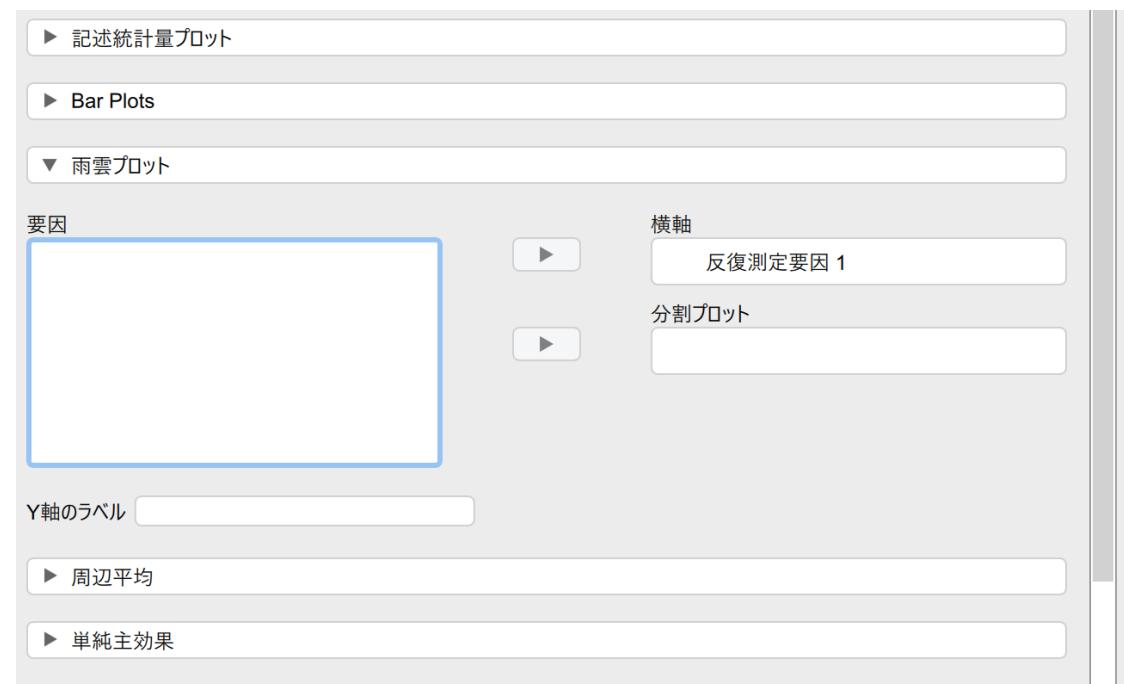
記述統計量

反復測定要因 1	N	平均値	標準偏差	標準誤差	変動係数
水準 1	30	5.200	1.031	0.188	0.198
水準 2	30	6.267	1.202	0.219	0.192
水準 3	30	7.133	1.332	0.243	0.187

表示
 記述統計

Friedman検定(JASP)

- 雨雲プロット



Friedman検定(JASP)

- 多重比較はConover

The screenshot shows the JASP software interface for statistical analysis. On the left, there is a sidebar with various options: 'Y軸のラベル' (Y-axis label), '周辺平均' (Marginal means), '単純主効果' (Simple main effects), and 'ノンパラメトリック' (Nonparametric). Below these are sections for '要因' (Factors) and '反復測定要因' (Repeated measures factor), which contains '反復測定要因 1' (Repeated measures factor 1) and '追加的な群の要因' (Additional group factor). At the bottom left, there is a checked checkbox for 'コノバー(Cover)の事後検定' (Conover's post-hoc test). On the right, the results are displayed in two tables.

ノンパラメトリック

フリードマン(Friedman)検定

要因	X ² F	df	p	ケンドール(Kendall)のW
反復測定要因 1	41.79	2	< .001	0.697

コノバー(Cover)検定

コノバー(Cover)の事後比較 - 反復測定要因 1

	T統計量	df	W _i	W _j	r _{rb}	p	Pボンフェローニ	
水準 1	水準 2	6.833	58	35.00	63.00	-0.948	< .001	< .001
水準 3	水準 2	11.469	58	35.00	82.00	-0.975	< .001	< .001
水準 2	水準 3	4.636	58	63.00	82.00	-0.837	< .001	< .001

注 subjectでグループ化。
注 順位-バイシリアル相関は個別の符号順位検定に基づいています。

Friedman 後の多重比較

- ・ 対応ありの3時点以上の比較
- ・ 方法:Conover (Durbin-Conover)
- ・ p値補正:Bonferroni

Friedman検定(jamovi)

反復測定分散分析 (ノンパラメトリック)

ID → 測定値

T1
T2
T3

多重比較 (ダービン=コノバー法)
 記述統計
 記述統計量のグラフ
 平均値
 中央値

フリードマン

χ^2	自由度	p
41.8	2	< .001

多重比較 (ダービン=コノバー法)

	統計量	p
T1 - T2	6.83	< .001
T1 - T3	11.47	< .001
T2 - T3	4.64	< .001

[3]

記述統計

	平均値	中央値
T1	5.20	5.00
T2	6.27	6.00
T3	7.13	7.00

記述統計量のグラフ

38/41

JASPとjamovi

- JASPは統合的な環境に積極的(SPSSっぽい)
 - いろんなことができるることを目指す
 - 出力もAPA準拠
- jamoviはシンプルな環境(保守的・初学者向け)を目指す
 - 簡単に操作できることを目指す
 - 指定等は少なめ
- 結果の信頼性は同じRなので同一

まとめ

- ・ノンパラメトリック検定は、データが正規分布でない場合や順序尺度のときに使用
- ・結果の解釈は「中央値を使った分布の位置の差」であり、「平均値の差」ではない
- ・データの性質と群の構造を見て、適切な検定を選ぶことが重要
- ・データ数ではなくデータの分布形状が重要
 - 大きな外れ値があったら平均は役に立たない

パラメトリック検定とノンパラメトリック検定

データの関係	群の数	パラメトリック 数値で正規分布近似	ノンパラメトリック	
			正規分布近似でない・順序	カテゴリー(名義) データの分布を考えない
独立(別の人)	2群	t検定(Welch)	Mann-Whitney(U検定)	χ^2 乗検定
	3群以上	一元配置分散分析(ANOVA)	Kruskal-Wallis検定	
対応あり (同じ人・ペア・反復)	2群	対応ありt検定	Wilcoxon符号付順位検定	McNemar検定 (対応のある χ^2 乗検定)
	3群以上	反復測定分散分析(GG補正)	Friedman検定	Bowker検定 (拡張McNemar検定)

検定の名称は覚えなくていいので、
何を基準に検定を決定するのかを理解してください