統計学(基礎)

第4回
クロス集計表と
χ二乗検定、フィッシャーの正確確率検定

クロス集計

クロス集計表

- 2つの質的データの集計表
- 基本は度数集計
- 割合を出すこともある

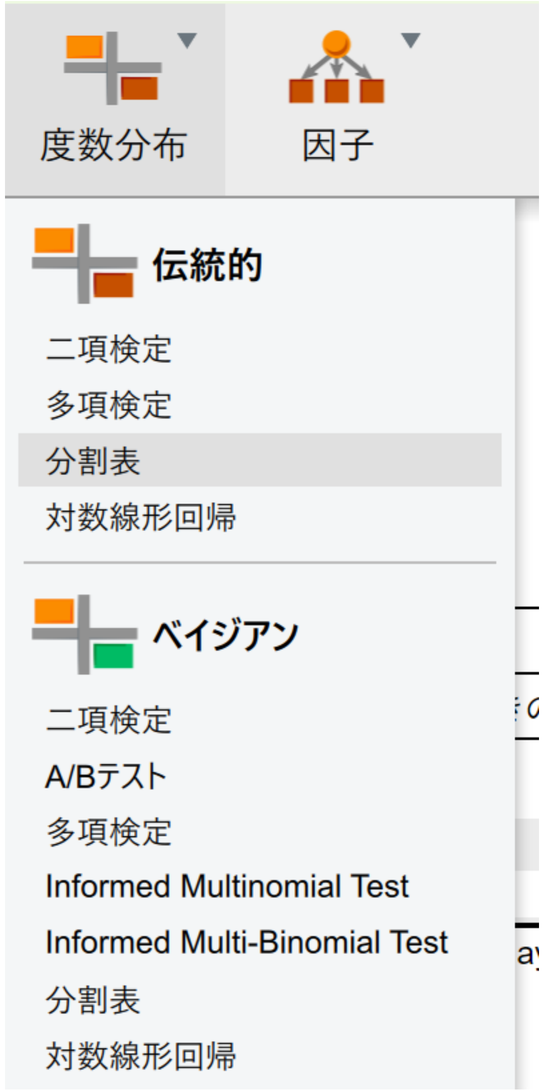
クラス別の 希望するおやつ		おやつ		
		きのこの里	たけのこの山	計
クラス	きつね	12	18	30
	たぬき	20	10	30
	計	32	28	60

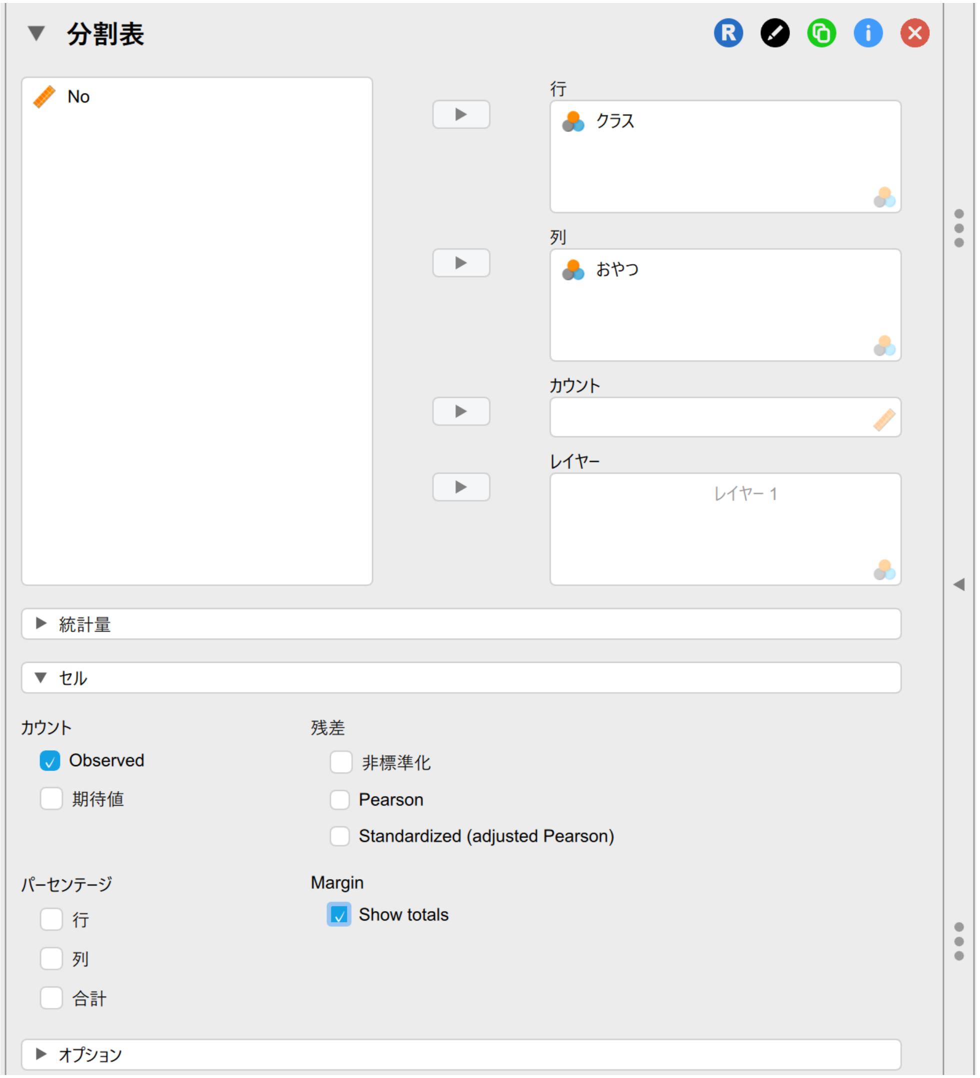
クロス集計

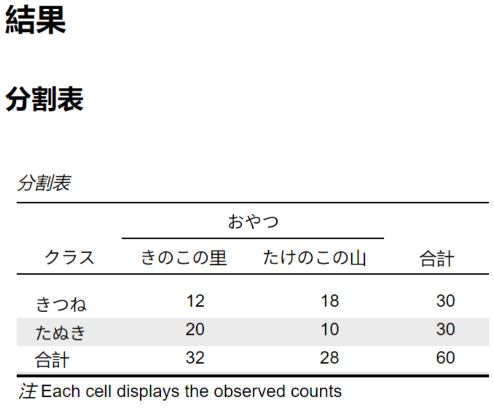
- こんなデータがありました
- data04_01

No	クラス	おやつ
1	きつね	きのこの里
2	たぬき	きのこの里
3	たぬき	きのこの里
4	きつね	きのこの里
5	きつね	たけのこの山
6	たぬき	きのこの里
7	きつね	たけのこの山
8	たぬき	きのこの里
59	たぬき	きのこの里
60	きつね	たけのこの山

クロス集計表 JASP







分割表

	おやつ		
クラス	きのこの里	たけのこの山	合計
きつね	12	18	30
たぬき	20	10	30
合計	32	28	60

注 Each cell displays the observed counts

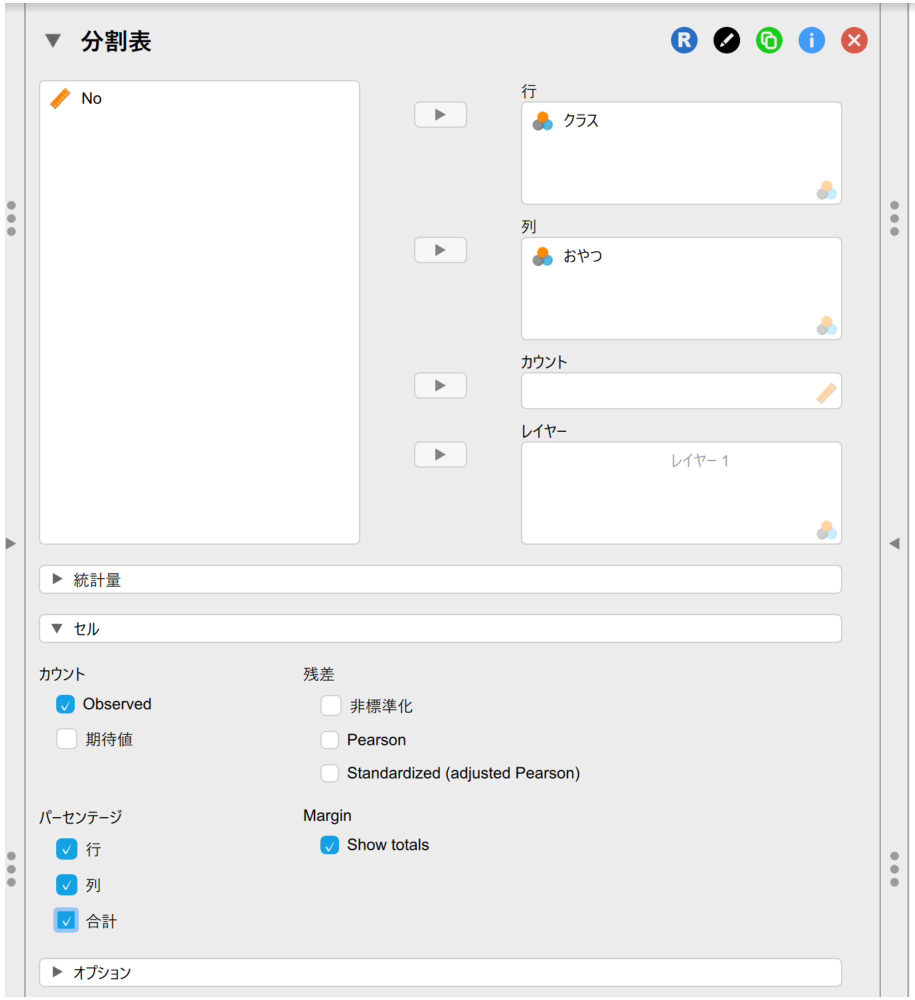
クロス集計表 jamovi

クロス集計表の種類

- 実数(実測)表
- パーセント表
  - 横(行)パーセント表
  - 縦(列)パーセント表
  - 全体パーセント表

  - パーセント表は異なるデータ数でも見比べられる

クロス集計表 JASP



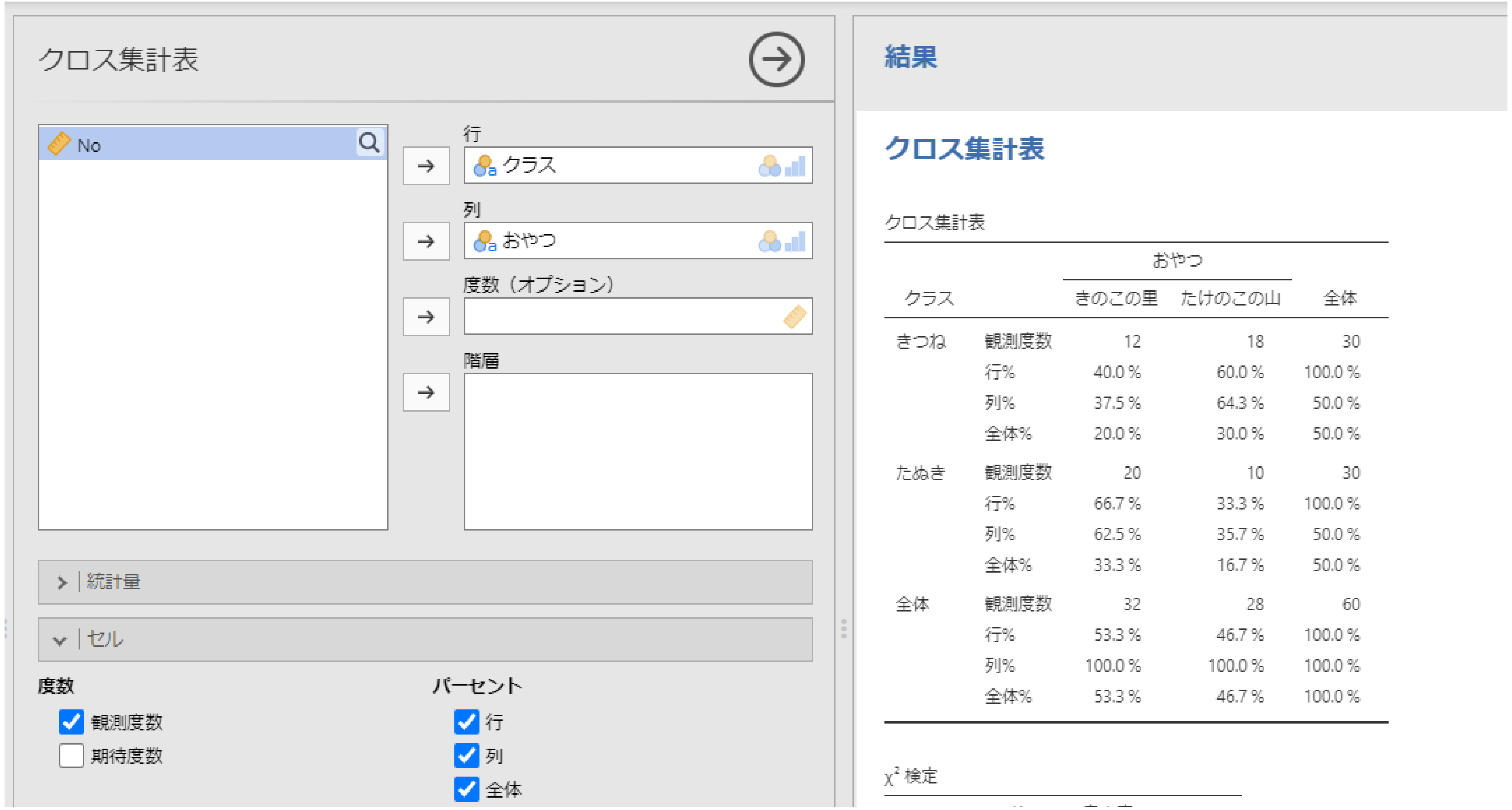
結果

分割表

分割表

		おやつ		
クラス		きのこの里	たけのこの山	合計
きつね	Count	12.00	18.00	30.00
	行内の %	40.00 %	60.00 %	100.00 %
	列内の %	37.50 %	64.29 %	50.00 %
	全体の%	20.00 %	30.00 %	50.00 %
たぬき	Count	20.00	10.00	30.00
	行内の %	66.67 %	33.33 %	100.00 %
	列内の %	62.50 %	35.71 %	50.00 %
	全体の%	33.33 %	16.67 %	50.00 %
合計	Count	32.00	28.00	60.00
	行内の %	53.33 %	46.67 %	100.00 %
	列内の %	100.00 %	100.00 %	100.00 %
	全体の%	53.33 %	46.67 %	100.00 %

クロス集計表 jamovi



クラス		おやつ きのこの里	たけのこの山	全体
きつね	観測度数	12	18	30
	行%	40.0 %	60.0 %	100.0 %
	列%	37.5 %	64.3 %	50.0 %
	全体%	20.0 %	30.0 %	50.0 %
たぬき	観測度数	20	10	30
	行%	66.7 %	33.3 %	100.0 %
	列%	62.5 %	35.7 %	50.0 %
	全体%	33.3 %	16.7 %	50.0 %
全体	観測度数	32	28	60
	行%	53.3 %	46.7 %	100.0 %
	列%	100.0 %	100.0 %	100.0 %
	全体%	53.3 %	46.7 %	100.0 %

データ

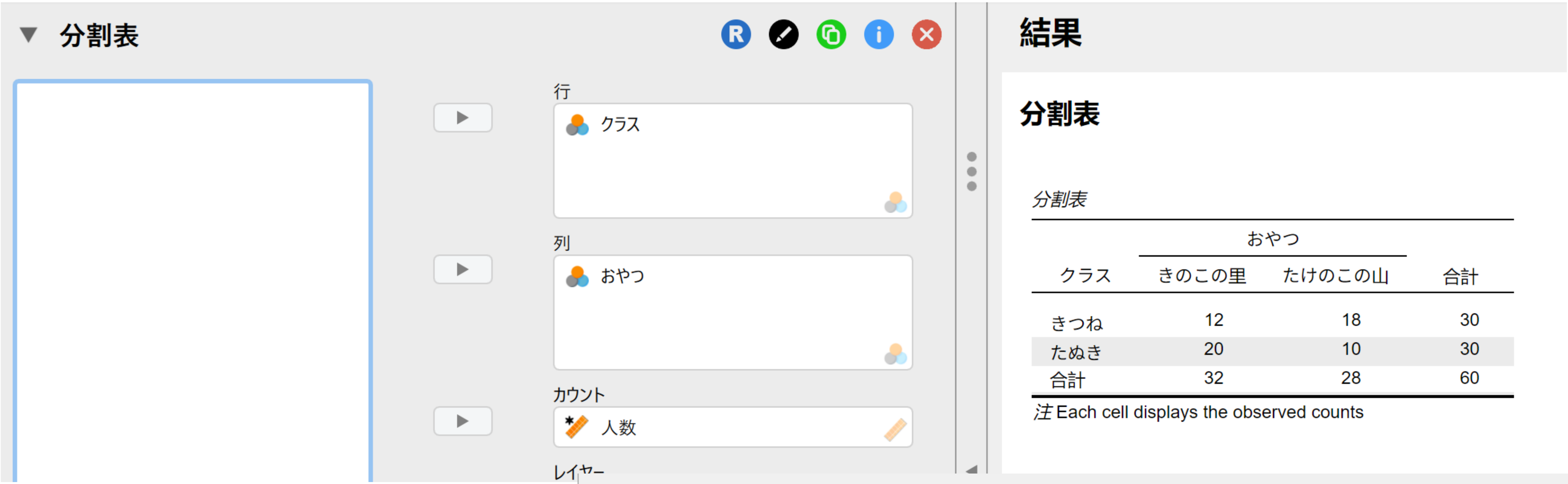
- 集計データというものがある

	No	クラス	おやつ
1	1	1	1
2	2	2	1
3	3	2	1
4	4	1	1
5	5	1	2
6	6	2	1
7	7	1	2
8	8	2	1
9	9	2	2
10	10	1	1
11	11	1	1
12	12	2	1

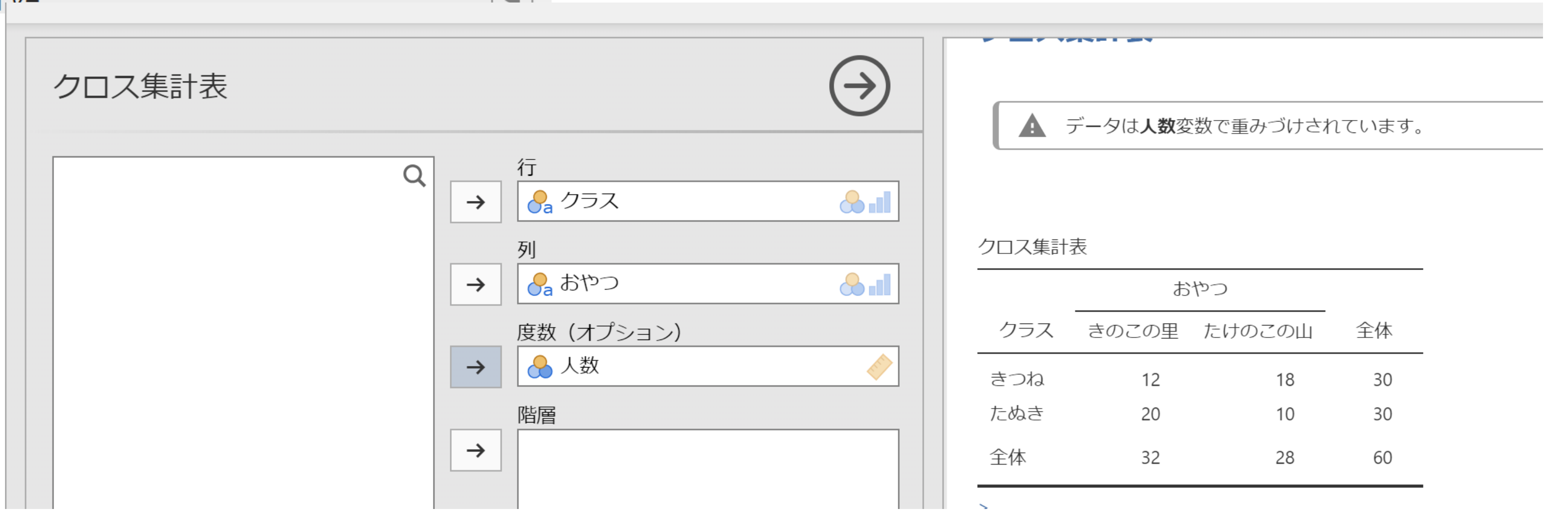
	No	クラス	おやつ
1	1	きつね	きのこの里
2	2	たぬき	きのこの里
3	3	たぬき	きのこの里
4	4	きつね	きのこの里
5	5	きつね	たけのこの山
6	6	たぬき	きのこの里
7	7	きつね	たけのこの山
8	8	たぬき	きのこの里
9	9	たぬき	たけのこの山
10	10	きつね	きのこの里
11	11	きつね	きのこの里
12	12	たぬき	きのこの里

	クラス	おやつ	人数
1	きつね	きのこの里	12
2	きつね	たけのこの山	18
3	たぬき	きのこの里	20
4	たぬき	たけのこの山	10

集計方法



	おやつ		
クラス	きのこの里	たけのこの山	合計
きつね	12	18	30
たぬき	20	10	30
合計	32	28	60



	おやつ		
クラス	きのこの里	たけのこの山	全体
きつね	12	18	30
たぬき	20	10	30
全体	32	28	60

母集団から抽出した標本で解析し、母集団のことを考える：推測統計
群間の違いを知るためのもの：統計的仮説検定

推測統計と統計的仮説検定

疑問

- data04_02(入院経験:0なし 1あり 注射:1平気 2怖い)
- 入院の経験と注射の恐怖感に関係はあるのか

→ 入院経験がある人とない人で、恐怖を感じる割合は同じなのか、違うといえるのか？

入院経験	注射 平気	注射 怖い	合計
なし	55	45	100
あり	25	75	100
合計	80	120	200

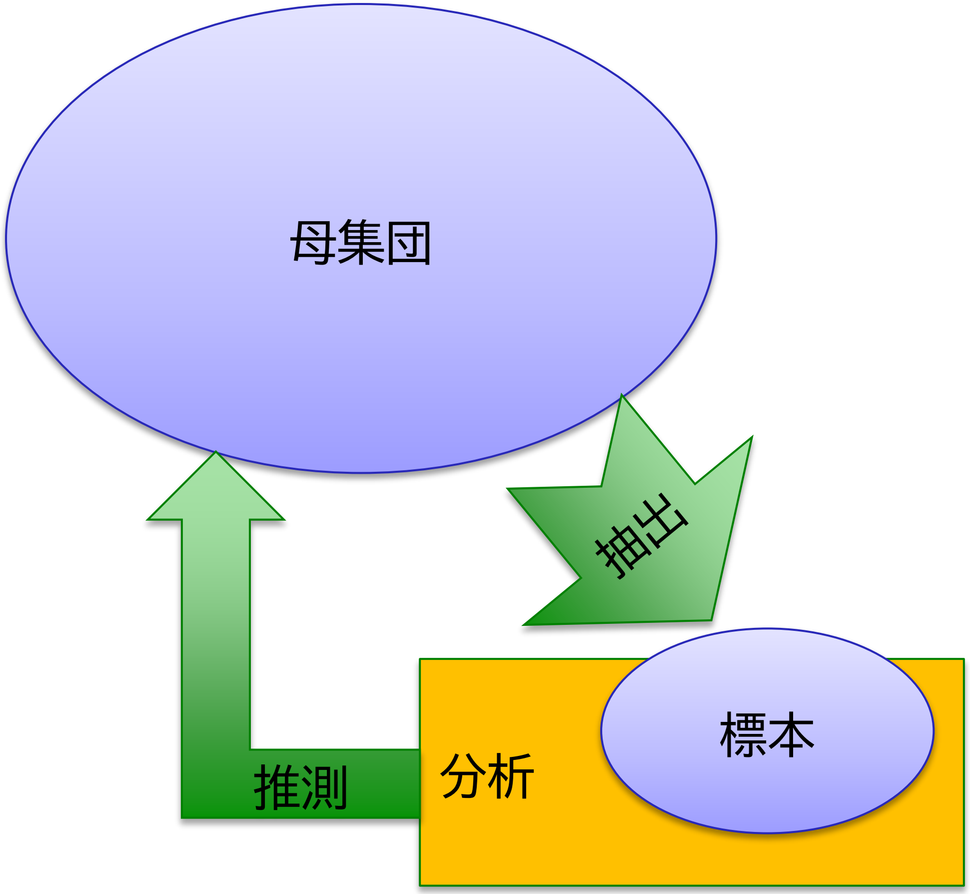
仮説検定

- 統計学的仮説検定
  - 抽出された標本を使って、仮説が正しいかどうかを標本データから推測する
  - 標本調査の場合のみ、全数調査の場合は必要なし
- 仮説の検証
  - 差があるかどうか（違いがあるかどうか）

※手続き上の仮説は「差が無い」とするのが原則

推測統計の基本的な考え(再)

- 母集団と標本抽出
  - 全体(母集団)から偏りなく得られた(抽出された)データ(標本)を使えば、全体を測定しなくても全体をある程度の精度で推測できる
  - 手元にあるデータが抽出された標本であると仮定できれば、全体を推測できるとする
  - そもそも、対象となるデータは大きすぎて現実的にデータがとれない



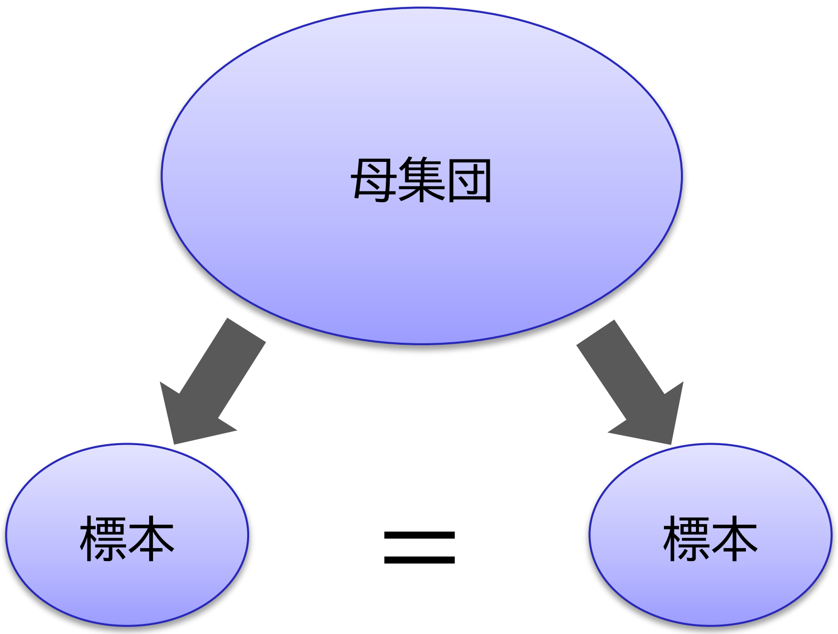
検定の考え方

- 手持ちのデータで差があっても、それは標本の差でしかない
- 知りたいのは標本の傾向ではなくて、母集団の傾向

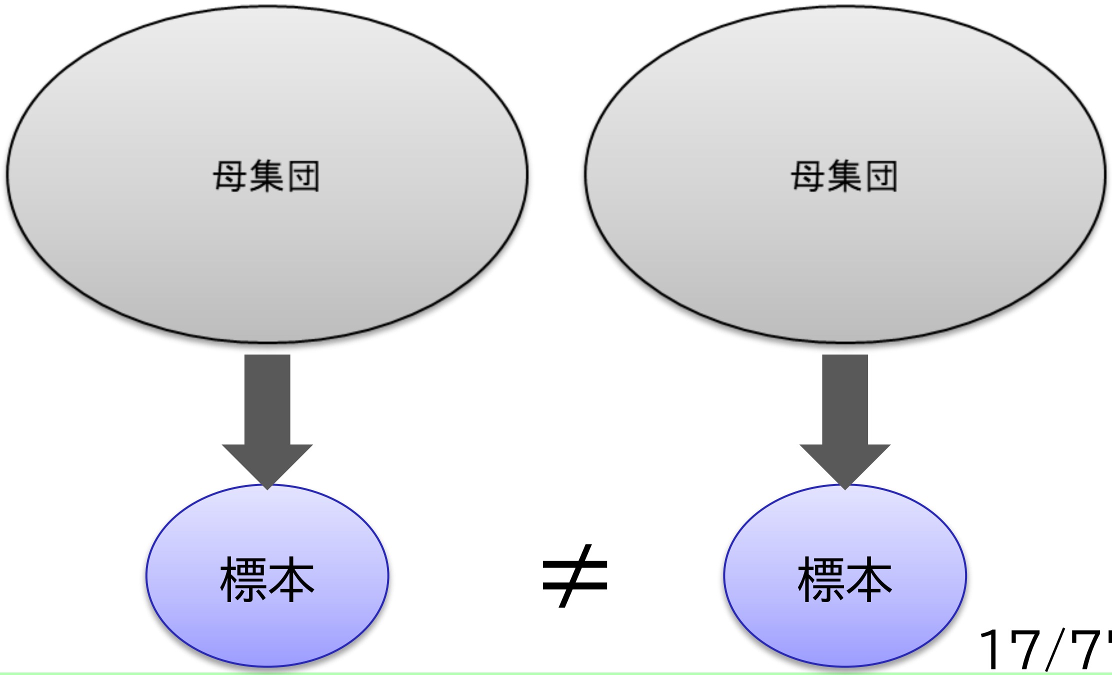
- なので、標本での違いが、母集団でも言えるのかどうかを考えないといけない
- ということで、検定(統計学的仮説検定)の考え方が必要

検定の考え方

同じ母集団からの2つの標本→違いは無い

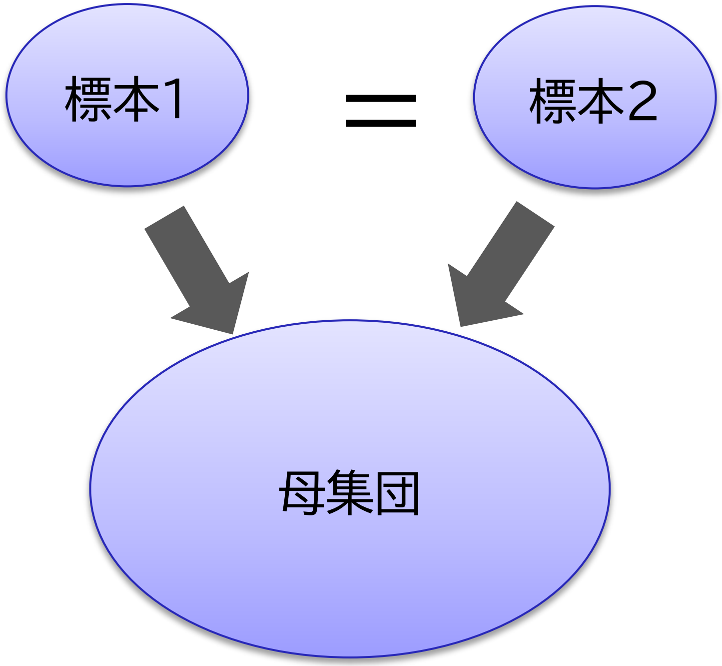


母集団が異なる標本→違う

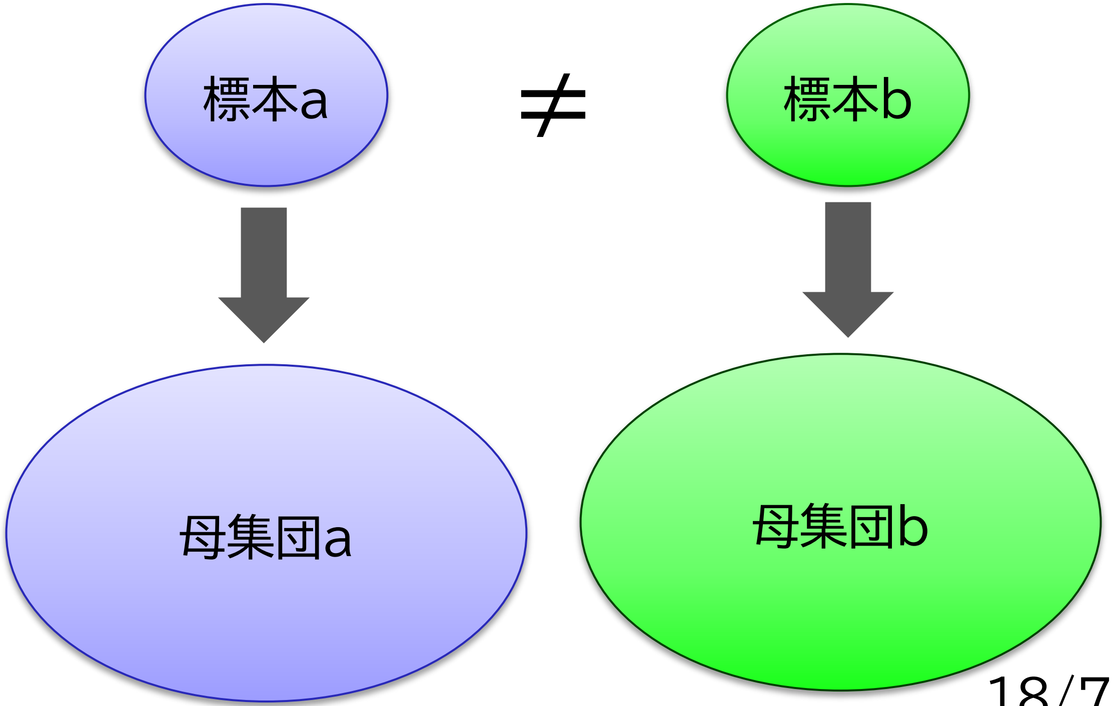


検定の考え方

- 2つ標本間に違いが無い
→母集団は同じと推測できる



- 2つの標本が同じとはいえない
→母集団が異なると推測できる



違いがあるかないかの判断

- 標本間の違いを示す統計値を求める
  - 求める統計値は、データの種類等によって異なる
  - 標本間に違いがなければ統計値は小さな値になる
    - 標本についての誤差の差や比率を求めてる
    - 差を求めれば0、商(比)を求めたら1になる
- といっても、標本には若干の違い(誤差)がある(単純誤差)
- その統計値の確率分布を作ってある
- 誤差なのか、違いといえるものなのかを確率で判断する

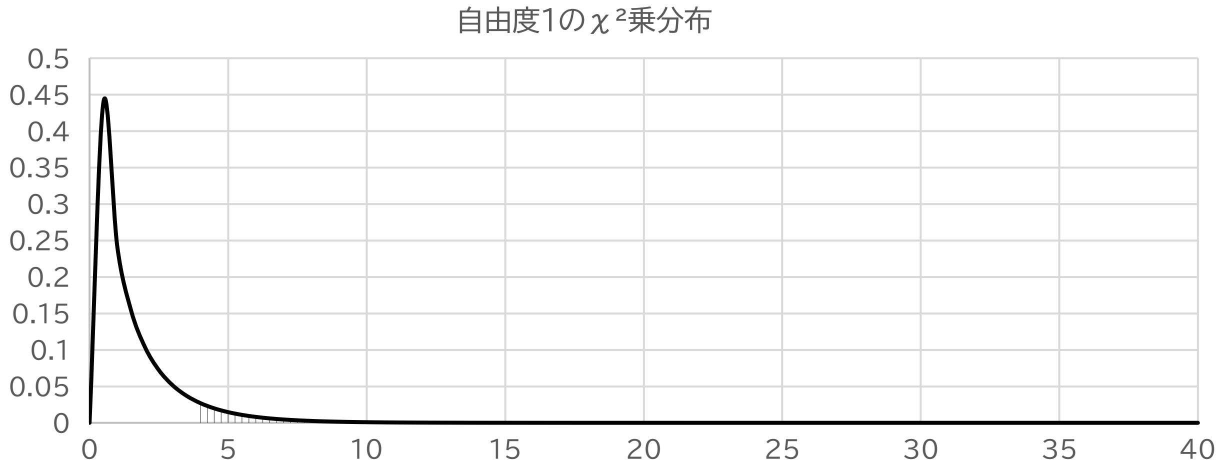
有意確率と有意水準

- 計算した値が出現する確率を「有意確率」という
  - p値とかpとも呼ばれる
- 有意確率（p値）が大きいか小さいかを判断する基準を、有意水準（α）という
  - 有意水準は最初に設定するのが約束
  - 最近は有意水準を設定せず、算出された有意確率を記載して判断する方向に

違いがあるかないかの判断

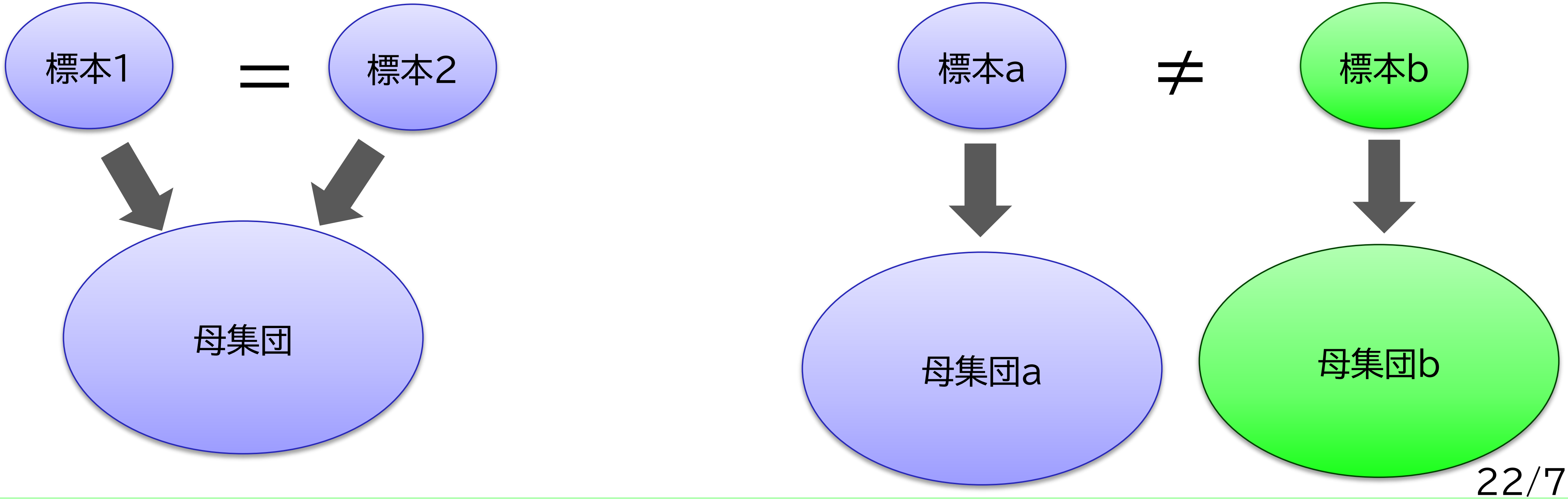
- 標本間に違いがなければ計算された統計値が出現する確率は大きい
  - その値は、どれくらいの確率で出現するかが決まっている
  - 計算方法はデータの種類などによっていろいろ異なる

		有意確率			
		0.10	0.05	0.01	0.001
自由度	1	2.71	3.84	6.63	10.83
	2	4.61	5.99	9.21	13.82
	3	6.25	7.81	11.34	16.27
	4	7.78	9.49	13.28	18.47
	5	9.24	11.07	15.09	20.52
	6	10.64	12.59	16.81	22.46
	7	12.02	14.07	18.48	24.32
	8	13.36	15.51	20.09	26.12
	9	14.68	16.92	21.67	27.88
	10	15.99	18.31	23.21	29.59



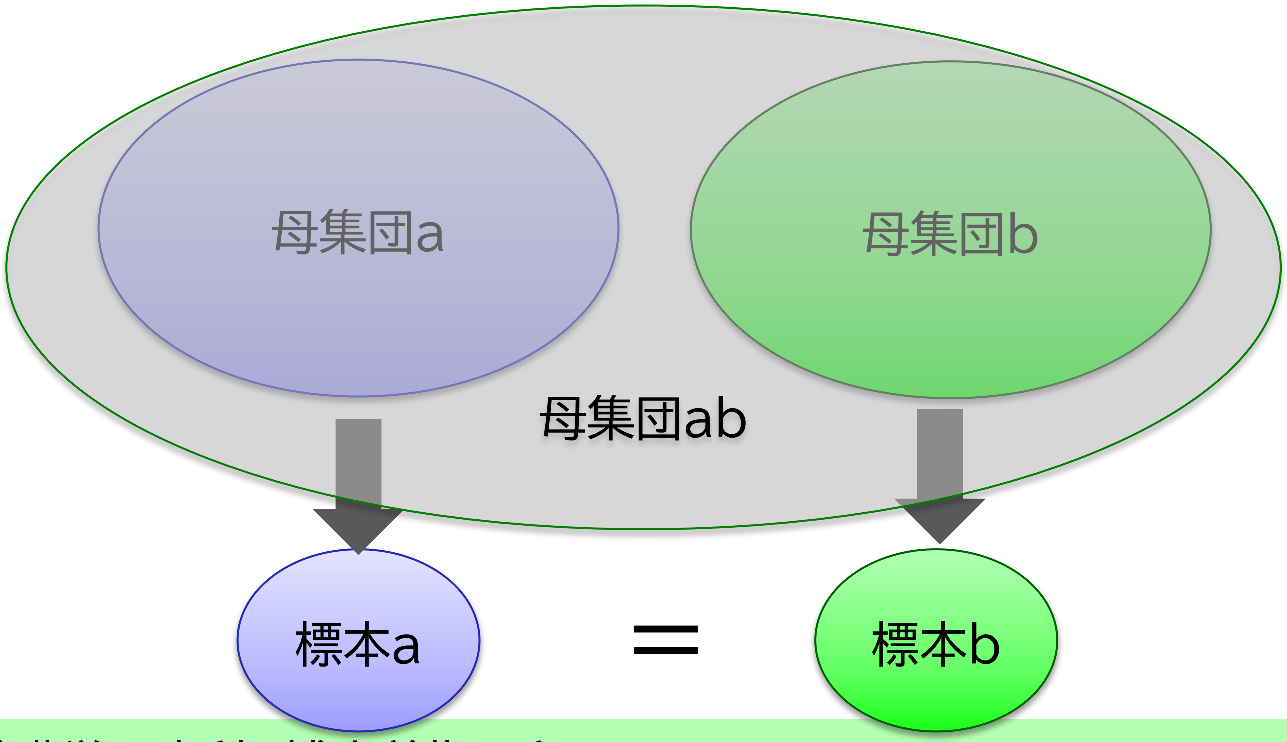
違いがあるかないかの判断

- 計算した値は、どれくらいの確率で出現するかが決まっている
  - ものすごい小さい確率でしか出現しない値が出てしまったら、そもそも同じ母集団からの標本では無いと判断する



検定の考え方

- 最初に「標本間に違いは無い、同じ母集団から抽出している」という仮説(帰無仮説)をたてる
  - 実際には別々のカテゴリーの集団から抽出していたとしても、必ず「同じ」という仮説をたてる



検定の考え方

- データに合わせた方法で計算(検定)をおこなう。
- 計算された値について「有意確率」を求める。
- その「有意確率」が「帰無仮説」が採択されるか、棄却されるか判断する
  - 判断の基準はあらかじめ決めた有意水準

帰無仮説と対立仮説

- 「帰無仮説」は、検定時に必ず設定する「違いが無い」という仮説
- 「帰無仮説」が棄却されると、自動的に「対立仮説」が成立する
- 対立仮説は、帰無仮説の逆の仮説
  - 帰無仮説が「違いがない」という仮説なので、対立仮説は「違いがある」ということになる

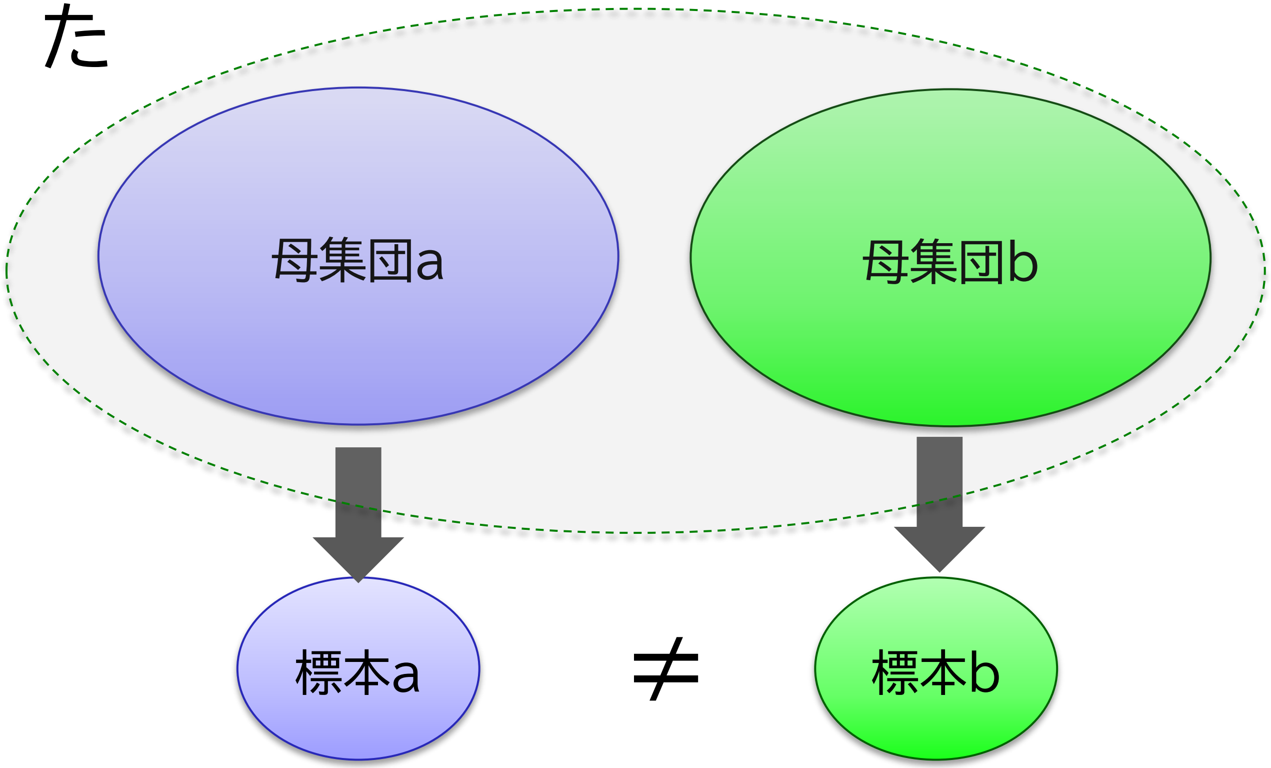
帰無仮説と対立仮説

- 算出した値が結構大きくて、有意確率は有意水準よりも小さな値となった
  - ×同じ母集団から抽出したけど滅多にないことが起きた
  - ○そもそも同じ母集団から抽出したという仮説が間違っている

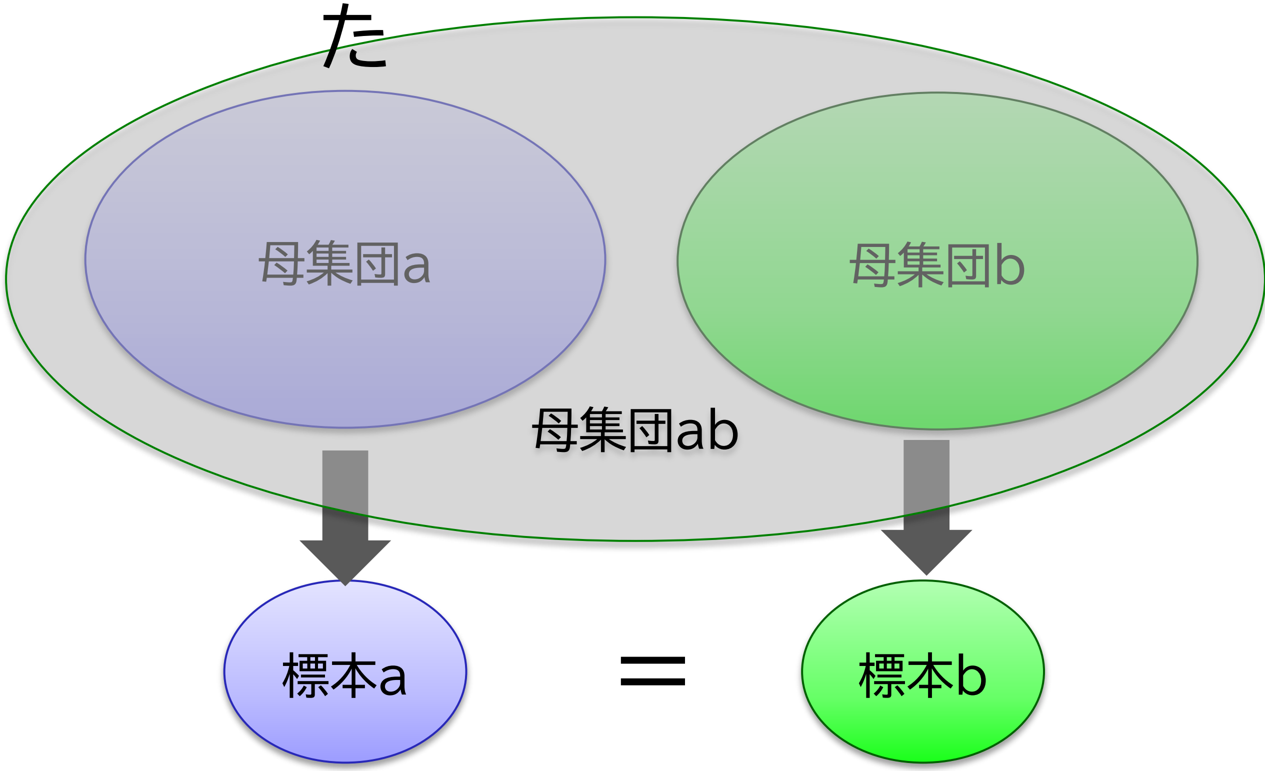
  ※帰無仮説は違いが無いという仮説なので、母集団が同じということになっている。
- 「帰無仮説」を棄却して、「対立仮説」が成立

検定の考え方

帰無仮説を棄却
→同じ母集団の標本だと思ったら、違った



帰無仮説を採択
→同じ母集団の標本だった



有意水準の設定

- 調査などでは両側$\alpha=0.05$(5%水準)
  $\alpha=0.01$なら1%水準
  $\alpha=0.001$なら0.1%水準
- 設定に科学的な根拠はない
  - これまでの経験則から、何となく決まっている
  - 最近は有意水準を設定しないで、有意確率で話をする場合が多くなってきている

最近の傾向

- そもそもこの考え方(頻度流)でいいのか
- p値(有意確率)がα(有意水準)を超えたか超えていないかで重要性は測れないのではないか
  - αを下回ったかどうかでなく、pを直接記述する

アメリカ統計学会の声明

- The ASA's Statement on p-Values: Context, Process, and Purpose
  - アメリカ統計学会によるP値に関する声明:文脈・経緯・目的
  - Ronald L. Wasserstein & Nicole A. Lazar
    The American Statistician, Vol.70, No.2 (2016), pp.129–133.

アメリカ統計学会の声明

1. P値は、データが帰無仮説とどの程度一致しているかを示す指標である。
2. P値は、仮説が正しい確率でも、結果が偶然に得られた確率でもない。
3. 科学的結論や政策決定をP値だけで判断してはならない。
4. 適切な推論には、研究設計・前提・データ品質・効果量・既存知識などの文脈が必要である。
5. ある特定のP値（例：0.05）を境に"有意"／"非有意"と二分する慣習は避けるべきである。
6. P値は透明性と完全な報告の一部として扱うべきである。

その後の声明(2019)

- 「$p < 0.05$」を閾値として使う慣習をやめよう
- Statistically significant” という言葉も避けよう
  - 代わりに:
    - 効果量(effect size)
    - 信頼区間(confidence interval)
    - 事前知識や理論的根拠
    - ベイズ推論・再現性の重視
  - *Moving to a World Beyond ‘p < 0.05’* Wasserstein, Schirm & Lazar, *The American Statistician*, 2019

クロス集計とχ^2検定

クロス集計表とχ^2検定

- 入院の経験と注射の恐怖感に関係はあるのか
  → 入院経験がある人の恐怖感と、入院経験のない人の恐怖感の割合は同じなのか、違うといえるのか？

data04_02

分割表

	注射		
入院経験	平気	怖い	合計
なし	55	45	100
あり	25	75	100
合計	80	120	200

注 Each cell displays the observed counts

χ^2検定

- χ^2検定(カイにじょうけんてい:独立性の検定)
  - 群ごとの選択したカテゴリの比率の違いを調べる
    - 抽出データ(推測統計)の場合のみ
  - 通常はクロス集計表を作成して、そこから計算する

χ^2検定

- 帰無仮説
  入院経験のあるなしで、注射が「怖い」か「平気」であるかは違いが無い

分割表

	注射		
入院経験	平気	怖い	合計
なし	55	45	100
あり	25	75	100
合計	80	120	200

注 Each cell displays the observed counts

χ^2検定の手順

1. クロス集計表を作成
2. 期待度数表を作成
3. セルごとに実測値(クロス集計表)と期待度数の差を求める
4. ↑を2乗する
5. ↑を期待度数で除した商を求める
6. ↑の総和(全セルで実行した合計)を求める(Z)
7. Zがχ^2分布に従う

クロス集計表と期待度数表

クロス集計表（実測表）

	平気	怖い	計
経験なし	55	45	100
経験あり	25	75	100
計	80	120	200

期待度数表

	怖い	平気	計
経験あり	40	60	100
経験なし	40	60	100
計	80	120	200

期待度数表　JASP

結果

分割表

分割表

		注射		
入院経験		平気	怖い	合計
なし	Count	55.00	45.00	100.0
	期待度数	40.00	60.00	100.0
あり	Count	25.00	75.00	100.0
	期待度数	40.00	60.00	100.0
合計	Count	80.00	120.00	200.0
	期待度数	80.00	120.00	200.0

カイ二乗検定

	値	df	p
Χ²	18.75	1	< .001
N	200		

期待度数表　jamovi

クロス集計表

入院経験		注射 平気	注射 怖い	全体
なし	観測度数	55	45	100
	期待度数	40.0	60.0	100
あり	観測度数	25	75	100
	期待度数	40.0	60.0	100
全体	観測度数	80	120	200
	期待度数	80	120	200

χ^2 検定

	値	自由度	p
χ^2	18.8	1	< .001
N	200		

期待度数表

- 実測表(実際のデータのクロス表)と合計は変わらない
- 各測定値が理論分布になる

			計
	$S \times \frac{a}{S} \times \frac{c}{S}$	$S \times \frac{b}{S} \times \frac{c}{S}$	c
	$S \times \frac{a}{S} \times \frac{d}{S}$	$S \times \frac{b}{S} \times \frac{d}{S}$	d
計	a	b	S

$$c + d = s$$

$$a + b = s$$

期待度数表の作成

- 実測表(実際のデータのクロス表)と合計は変わらない
- 各測定値が理論分布になる

			計
	① $S\times\frac{a}{S}\times\frac{c}{S}$	② $S\times\frac{b}{S}\times\frac{c}{S}$	c
	③ $S\times\frac{a}{S}\times\frac{d}{S}$	④ $S\times\frac{b}{S}\times\frac{d}{S}$	d
計	a	b	S

① + ② = c

③ + ④ = d

① + ③ = a

② + ④ = b

期待度数表の作成

- 実測表（実際のデータのクロス表）と合計は変わらない
- 各測定値が理論分布になる

			計
	① $S \times \frac{a}{S} \times \frac{c}{S}$	② $c -$①	c
	③ $a -$①	④ $b -$② または $d -$③	d
計	a	b	S

①＋②＝c

③＋④＝d

①＋③＝a　②＋④＝b

クロス集計表と期待度数表

クロス集計表(実測表)

	平気	怖い	計
経験なし	55	45	100
経験あり	25	75	100
計	80	120	200

期待度数表

	怖い	平気	計
経験あり	40	60	100
経験なし	40	60	100
計	80	120	200

実測値（クロス集計表）と期待度数の差を求める

	平気	怖い
経験なし	55-40	45-60
経験あり	25-40	75-60

⇒

	平気	怖い
経験あり	15	-15
経験なし	-15	15

実測値と期待度数の差を2乗する

	平気	怖い
経験なし	15	-15
経験あり	-15	15

⇨

	平気	怖い
経験なし	225	225
経験あり	225	225

実測値と期待度数の差の2乗を期待度数で除す

	平気	怖い
経験なし	225	225
経験あり	225	225

期待度数	平気	怖い
経験なし	40	60
経験あり	40	60

	平気	怖い
経験なし	225÷40	225÷60
経験あり	225÷40	225÷60

	平気	怖い
経験なし	5.625	3.750
経験あり	5.625	3.750

商の総和を求める

	平気	怖い
経験なし	5.625	3.750
経験あり	5.625	3.750

$$5.625 + 3.750 + 5.625 + 3.750 = 18.750$$

- 今回のχ^2値は 18.75

χ^2検定の結果の判断

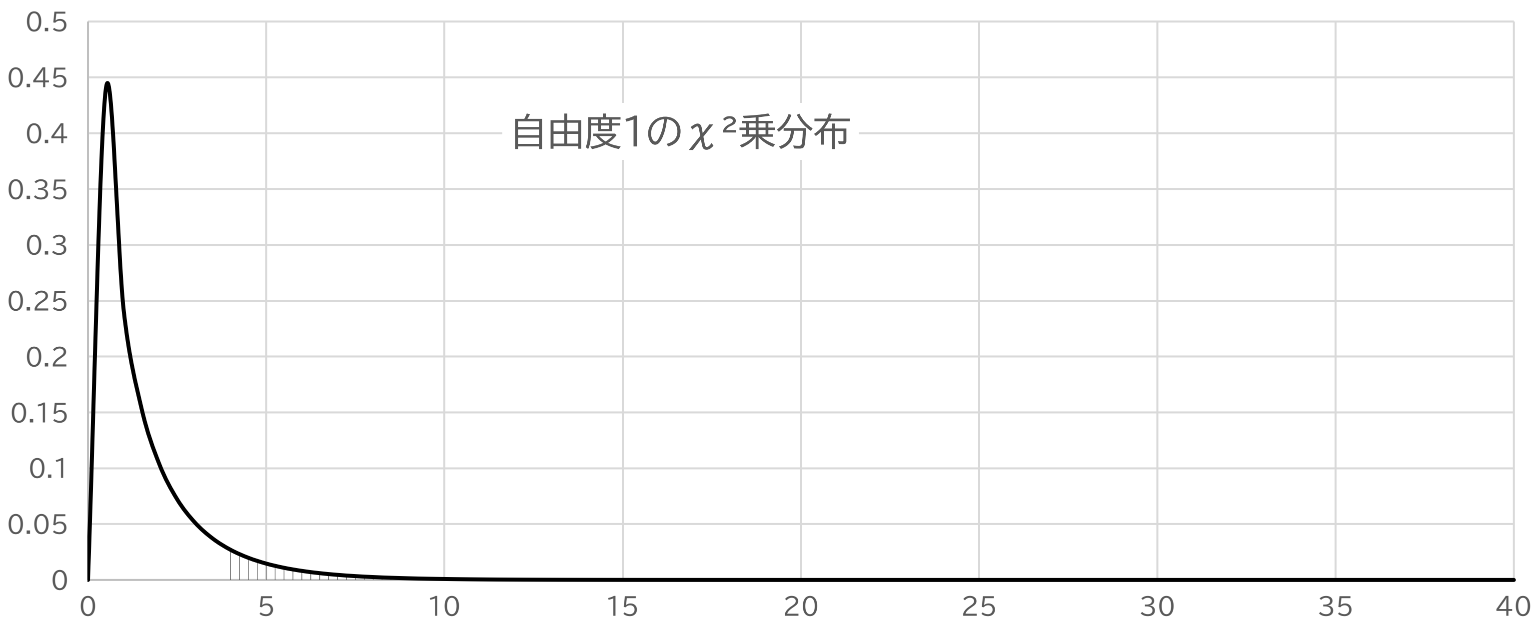
- p値を直接計算できない場合
  - 右のような確率分布表を使う
  - 自由度と主な有意確率のχ^2値表
    - 自由度1で有意確率0.05の場合χ^2値は3.84
    - 自由度1で有意確率0.01の場合χ^2値は6.63
    - 自由度1で有意確率0.001の場合χ^2値は10.83
  - 今回のχ^2値は18.75なので、有意確率は0.001よりも小さいことがわかる。有意水準を0.05にしていたら、当然有意水準よりも小さい有意確率になることがわかる。

		有意確率			
		0.10	0.05	0.01	0.001
自由度	1	2.71	3.84	6.63	10.83
	2	4.61	5.99	9.21	13.82
	3	6.25	7.81	11.34	16.27
	4	7.78	9.49	13.28	18.47
	5	9.24	11.07	15.09	20.52
	6	10.64	12.59	16.81	22.46
	7	12.02	14.07	18.48	24.32
	8	13.36	15.51	20.09	26.12
	9	14.68	16.92	21.67	27.88
	10	15.99	18.31	23.21	29.59

χ^2値とχ^2分布

- 今回のχ^2値は 18.75 有意水準を0.05とすると

		有意確率			
		0.10	0.05	0.01	0.001
自由度	1	2.71	3.84	6.63	10.83
	2	4.61	5.99	9.21	13.82
	3	6.25	7.81	11.34	16.27
	4	7.78	9.49	13.28	18.47
	5	9.24	11.07	15.09	20.52
	6	10.64	12.59	16.81	22.46
	7	12.02	14.07	18.48	24.32
	8	13.36	15.51	20.09	26.12
	9	14.68	16.92	21.67	27.88
	10	15.99	18.31	23.21	29.59



この場合のχ^2検定

- 帰無仮説は棄却される
  - 帰無仮説は「差がない」という仮説なので、今回の検定の結果、「入院経験の有無と注射の恐怖感には差がない」という帰無仮説は棄却される。
  - 帰無仮説が棄却される場合は対立仮説(差がある)が成立する。
  - 今だと、帰無仮説が棄却される可能性が高い　のような感じ

自由度

- 有意水準(α)を0.05に設定した場合、自由度1で右側が0.05になるχ^2値は3.84
- 自由度
  標本抽出の際に、自由に決定できるデータ数
  分布を決定するパラメータ(係数や傾き)

χ^2検定の自由度

- χ^2分布は、自由度$(m-1)\times(n-1)$に従う
  - クロス集計表はm×nのクロス集計表とも表現される
  - mが行数　nが列数

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">n</td><td rowspan="2">計</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">m</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">計</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2×2

	大	小
1組		
2組		

3×2

	大	小
1組		
2組		
3組		

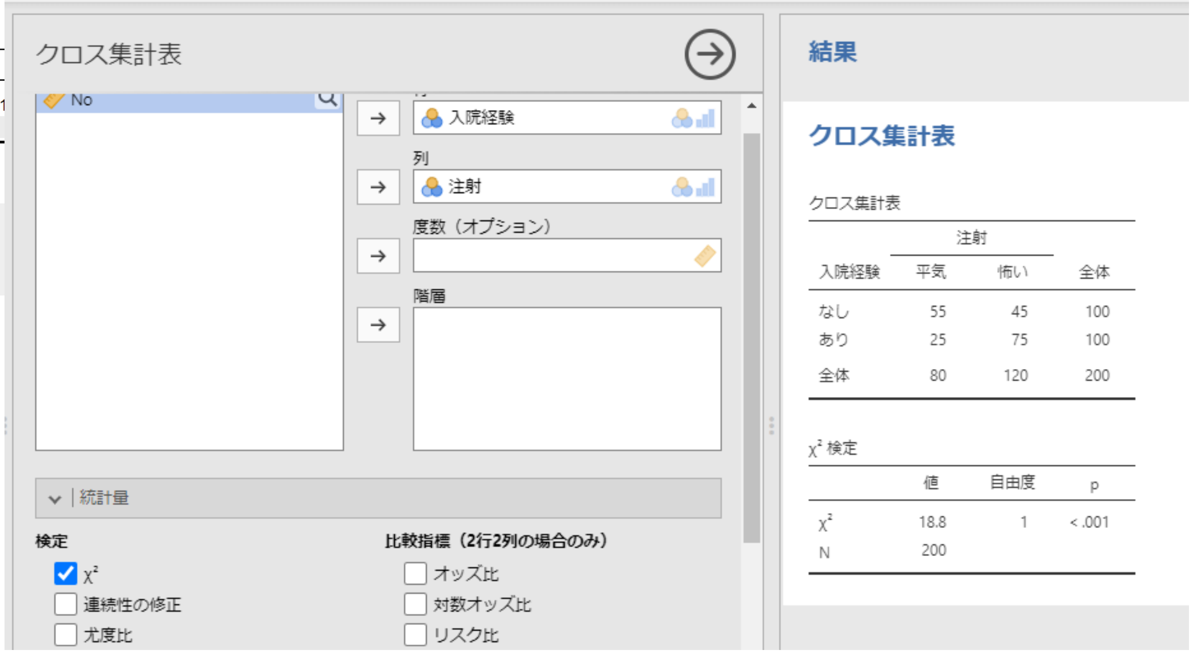
2×3

	大	中	小
1組			
2組			

χ²乗検定

入院経験	注射 平気	注射 怖い	合計
なし	55	45	100
あり	25	75	100
合計	80	120	200

	値	df	p
Χ²	18.75	1	< .001
N	200		



入院経験	注射 平気	注射 怖い	全体
なし	55	45	100
あり	25	75	100
全体	80	120	200

	値	自由度	p
χ²	18.8	1	< .001
N	200		

χ^2検定の結果の判断

- χ^2値が大きくなると有意確率は小さくなる。
  - 実測値と期待度数の差が大きいほどχ^2値は大きくなる。
  - 実測値と期待度数の差が大きいほど、差が無いという仮説から外れていく
    - 実測値と期待度数の差が小さければχ^2値も小さく、有意確率は大きい
- 有意確率が有意水準(α)より小さくなると、帰無仮説は棄却される。

χ^2検定の注意点

- 以下のような場合は、χ^2検定は向いてない
  - 期待度数が5未満のセル(組み合わせ)がある場合
    - 分割するカテゴリを減らす
  - データ数が少ない(n＜50ぐらい)
    - データ数を増やす
  - 分布が極端な場合(片側に依っている)

- フィッシャー検定を使う方がよい

フィッシャーの正確確率検定

data04_01 おやつの場合

分割表

分割表

	おやつ		
クラス	きのこの里	たけのこの山	合計
きつね	12	18	30
たぬき	20	10	30
合計	32	28	60

注 Each cell displays the observed counts

カイ二乗検定

	値	df	p
χ^2	4.286	1	.038
N	60		

対数オッズ比

		95% 信頼区間		
	対数オッズ比	下限	上限	p
Odds ratio	−1.099	−2.152	−0.045	
フィッシャーの直接確率検定	−1.079	−2.287	0.073	.069

jamoviでも同じ

結果

クロス集計表

クロス集計表

	おやつ		
クラス	きのこの里	たけのこの山	全体
きつね	12	18	30
たぬき	20	10	30
全体	32	28	60

χ^2 検定

	値	自由度	p
χ^2	4.29	1	0.038
フィッシャーの正確確率検定			0.069
N	60		

フィッシャーの正確確率検定

- χ^2検定 は、近似的な方法(大標本近似)
  - 各セルの期待度数が十分大きい(一般的には5以上)ときに、観測度数と期待度数のズレをχ^2分布に当てはめてP値を計算する。
- フィッシャーの正確確率検定 は、厳密な方法(exact test)
  - サンプルサイズが小さい場合でも、組み合わせの確率をすべて正確に計算してP値を求める

フィッシャーの正確確率検定

状況	χ^2検定のP値	フィッシャー検定のP値	説明
サンプルサイズが十分大きい	ほぼ一致	ほぼ一致	近似が成立している
サンプルサイズが小さい（特にn < 50や、期待度数<5のセルあり）	χ^2のP値が小さく出がち	フィッシャーの方が大きめ	χ^2検定が「差がある」と過大評価している可能性が高い
極端な分布（片側にデータが集中）	χ^2の近似が崩れる	フィッシャーの方が信頼できる	分布の非対称性をχ^2がうまく表現できない

フィッシャーの正確確率検定

- χ^2検定は、データ数が多いときには手軽で正確な方法
  - データ数が少ないときには誤差が大きくなる
- フィッシャーの検定はデータ数が少ない場合に「正確な」結果を出してくれる方法
- 両者のP値が大きく違う場合は、データが小規模で近似がうまくいっていない可能性が高い
  - この場合は、フィッシャーの検定の結果を優先して解釈するのが一般的

χ^2検定の注意:比率ではなく度数で計算

分割表

分割表

入院経験	注射 平気	注射 怖い	合計
あり	25	75	100
なし	55	45	100
合計	80	120	200

注 Each cell displays the observed counts

カイ二乗検定

	値	df	p
X²	18.75	1	< .001
N	200		

対数オッズ比

	対数オッズ比	95% 信頼区間 下限	95% 信頼区間 上限	p
Odds ratio	-1.299	-1.899	-0.699	
フィッシャーの直接確率検定	-1.292	-1.947	-0.659	< .001

分割表

分割表

入院経験	注射 平気	注射 怖い	合計
あり	5	15	20
なし	11	9	20
合計	16	24	40

注 Each cell displays the observed counts

カイ二乗検定

	値	df	p
X²	3.750	1	.053
N	40		

対数オッズ比

	対数オッズ比	95% 信頼区間 下限	95% 信頼区間 上限	p
Odds ratio	-1.299	-2.641	0.043	
フィッシャーの直接確率検定	-1.265	-2.876	0.214	.105

χ^2乗検定は比率じゃ無くて数

- 比率が同じでも、数が多いと有意差が出る
  - 計算の特性だから仕方ない
- そこで出てくる差は、研究上、実際上意味があるのかは、検定ではわからない
  - 検定は帰無仮説と同じ確率がどれだけしか出さない
  - 差に意味があるかどうかを決めるのは、自分

2×2より大きいχ^2乗検定

Health Habits(健康習慣)

- データライブラリ 5. Frequencies　Health Hbits
- 1,184人の学生における身体活動量と果物の摂取量
- 変数:
  - Physical Activity
    参加者の身体活動量(Low＝低い、Moderate＝中程度、Vigorous＝高い)
  - Fruit Consumption
    参加者の果物摂取量(Low＝少ない、Medium＝中程度、High＝多い)

3×3のクロス集計(順序) JASP

結果

分割表

分割表

Physical Activity		Fruit Consumption Low	Medium	High	合計
Low	Count	69.00	25.00	14.00	108.0
	Standardized residuals	3.45	−0.97	−2.99	
Moderate	Count	206.00	126.00	111.00	443.0
	Standardized residuals	−0.83	0.80	0.14	
Vigorous	Count	294.00	170.00	169.00	633.0
	Standardized residuals	−1.19	−0.21	1.59	
合計	Count	569.00	321.00	294.00	1,184.0

カイ二乗検定

	値	df	p
Χ²	14.15	4	.007
N	1,184		

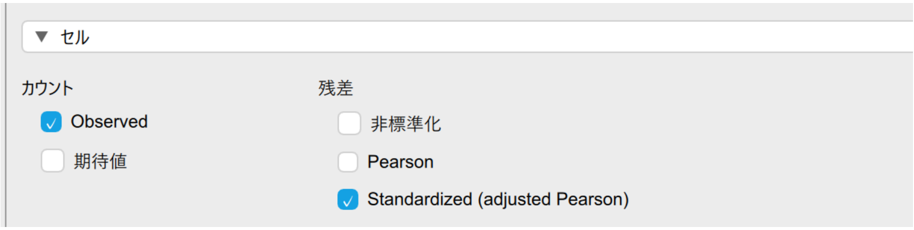
注 Continuity correction is available only for 2x2 tables.

序数ガンマ

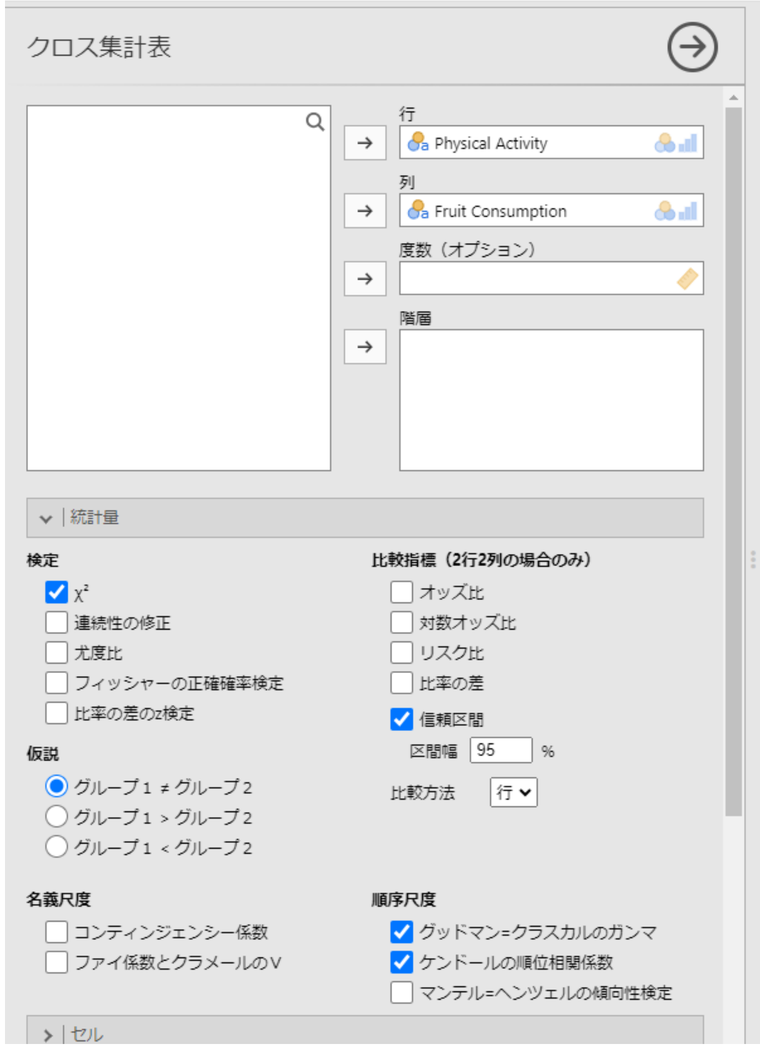
ガンマ	標準誤差	95% 信頼区間 下限	上限
0.103	0.044	0.016	0.189

Kendall's Tau

ケンドールのタウb	Z	p
0.061	2.296	.022



3×3のクロス集計(順序) jamovi



クロス集計表

	Fruit Consumption			
Physical Activity	Low	Medium	High	全体
Low	69	25	14	108
Moderate	206	126	111	443
Vigorous	294	170	169	633
全体	569	321	294	1184

χ^2 検定

	値	自由度	p
χ^2	14.2	4	0.007
N	1184		

グッドマン=クラスカルのガンマ

		95%信頼区間	
グッドマン=クラスカルのガンマ	標準誤差	下限	上限
0.103	0.0441	0.0162	0.189

[3]

ケンドールの順位相関係数

ケンドールの順位相関係数	t	p
0.0612	2.30	0.022

事後検定(標準化残差)

	Fruit Consumption		
Physical Activity	Low	Medium	High
Low	3.454	−0.972	−2.995
Moderate	−0.829	0.797	0.139
Vigorous	−1.190	−0.212	1.594

標準化残差（standardized residual）

- 各セルの「観測度数 − 期待度数」がどの程度大きいかを標準偏差単位で示した値
- これをさらに分割表全体の分散構造を考慮して補正したのが「調整済み標準化残差（adjusted standardized residual）」
  - 「調整済みピアソン」とも言う

標準化残差(standardized residual)

絶対値	解釈	備考
約1以下	偶然の範囲	特に偏りなし
約1.96以上	5%水準で有意	有意な偏り
約2.58以上	1%水準で有意	強い偏り

分割表 ▼

Physical Activity		Fruit Consumption Low	Medium	High	合計
Low	Count	69.00	25.00	14.00	108.0
	Standardized residuals	3.45	−0.97	−2.99	
Moderate	Count	206.00	126.00	111.00	443.0
	Standardized residuals	−0.83	0.80	0.14	
Vigorous	Count	294.00	170.00	169.00	633.0
	Standardized residuals	−1.19	−0.21	1.59	
合計	Count	569.00	321.00	294.00	1,184.0

グッドマン＝クラスカルのガンマ（Goodman–Kruskal’s γ）

- 順序カテゴリ間の関係（クロス表）を評価するための指標
- 2つの順序変数の一致（C：concordant pairs ）・不一致の組（D：discordant pairs）の差に基づく。

  $\gamma = 1$ → 完全に一致（すべてのペアが同じ方向）

  $\gamma = -1$ → 完全に逆方向

  $\gamma = 0$ → 一致と不一致が同じくらい（関係なし）

ケンドールの順位相関係数（Kendall’s τ）

- グッドマン＝クラスカルのガンマと似ているが同順位も考慮
  - より厳密になる
  - グッドマン＝クラスカルの方が値が大きめ
  - −1～1 の範囲
    - ±0.3 くらい：弱い関係
    - ±0.5 前後：中程度
    - ±0.7 以上：強い関係

グッドマン＝クラスカルのγと
ケンドールの順位相関（τb）

- γ は「クロス表で傾向をざっくり見る」ためのもの
- τ は「順位データの一致度を精密に見る」ためのもの
- γは単純な方向一致率、τは同順位も含めた厳密な一致度を表す

グッドマン＝クラスカルのγと ケンドールの順位相関(τb)

- χ^2乗検定で有意確率がある程度小さい(標準化残差の大きいところがある)けど、γやτが低い

→行列の間に関係性はあるけど、一貫した関係性(順序性や上昇・下降傾向)はない

「分割が多いクロス表」は扱いにくい

- 期待度数が小さくなりやすい
  - セルが増えると、1セルあたりのデータ数が減る
  - その結果、「期待度数＜5」のセルが増えて、χ^2検定の前提（大標本近似）が崩れる
  - フィッシャー検定でも、分割が大きくなると計算が膨大（ほぼ不可能）になる
    - JASPは2×2まで。jamoviはそれ以上でもやるけど途中で止まる

「分割が多いクロス表」は扱いにくい

- 「どこに差があるか」が直感的に見えない
  - 2×2なら「多いか少ないか」がすぐわかる
  - 3×4とかになると、全体で有意でも「どのセルが寄与しているのか」が読みにくい
  - 標準化残差で見るにしても、±1.96以上のセルが点在していて、説明しにくい（順序変数だけど順序性がない場合の説明をどうするか）

クロス表作成上の注意

- あまり大きなクロス表は作らない
- クロス集計表はシンプルなほど関係が見えやすい
  - 直感的に結果が説明できる、2×2クロスがベスト
- 分割が増えると情報が増えても、期待度数が少なくなるので、結果の信頼性が下がる場合がある
- 3×3以上は、基本的には、集約・再分類を検討した方がいい
  - できれば、2×2、せめて2×3くらいに整理して考えるのが基本