

統計学(基礎)

第7回 母集団の等分散性の判断と 2群の平均値の差の検定

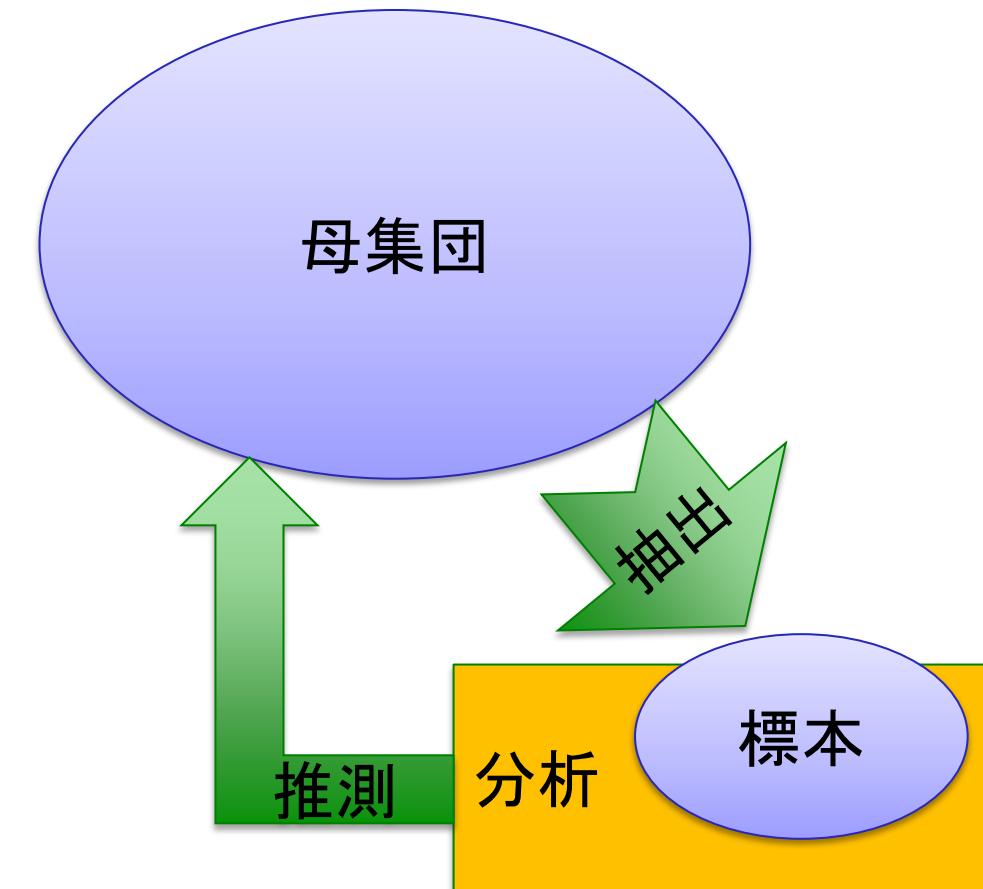
2群の平均値の差の検定

t検定

推測統計の基本的な考え方(再)

- 母集団と標本抽出

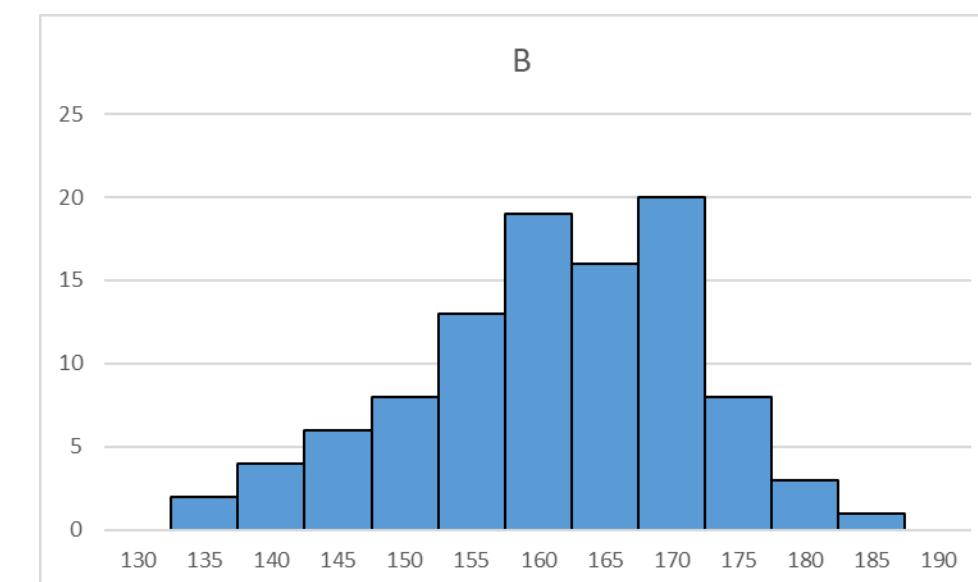
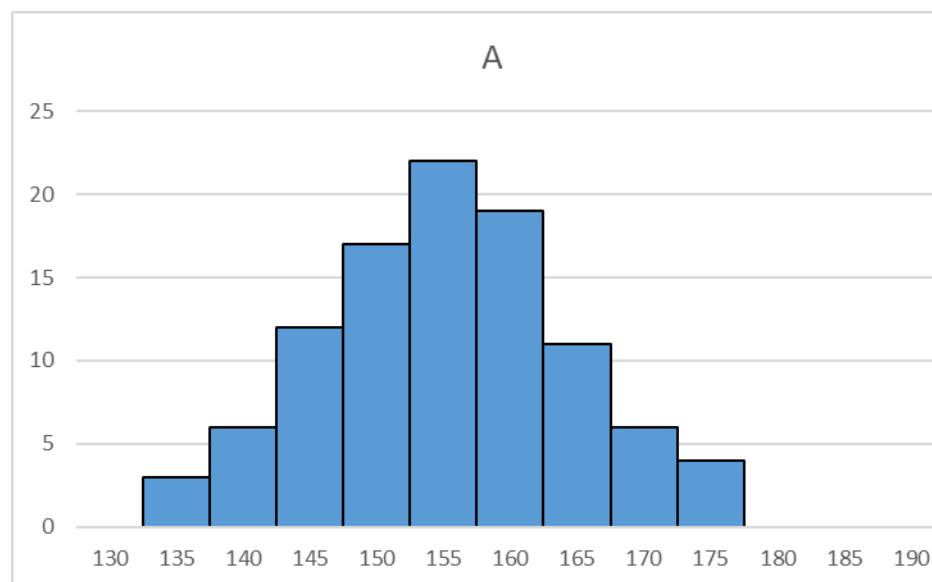
- 全体(母集団)から偏りなく得られた(抽出された)データ(標本)を使えば、全体を測定しなくとも全体をある程度の精度で推測できる
- 手元にあるデータが抽出された標本であると仮定できれば、全体を推測できるとする
- そもそも、対象となるデータは大きすぎて現実的にデータがとれない



疑問

- A 平均值 153.0
- B 平均值 159.4

標準偏差 9.1
標準偏差 10.4

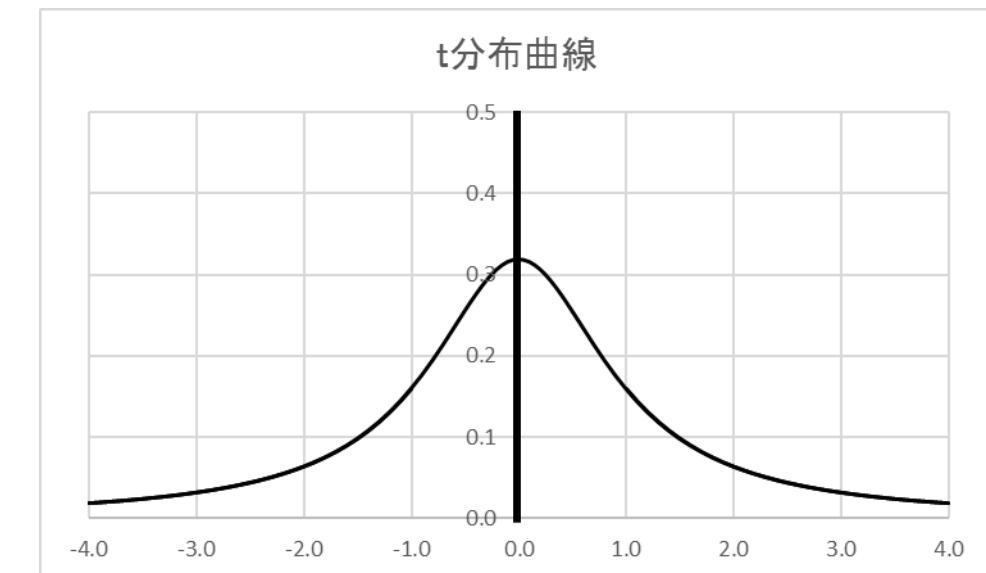


疑問

- グループ間で平均値に違いがあるのか
→AとBの間で違いがあるか
- t検定(平均値の差の検定)
 - 群によって平均値が異なっているかの違いを見る
 - データの分布が異なっているか
 - 同じ母集団からの標本と言えるか言えないか

t検定

- 2群の平均値の差の検定
 - 2つのグループ間で平均値に差があるかどうかを調べる
 - t値を計算して、それが帰無仮説が棄却できるかできないかを調べる
 - 2群間に差がなければt値は0
 - t分布は0を中心に左右対称



t検定は2種類あるの

t検定の進め方

t検定は2種類ある

- 普通のt検定 スチューデント(Student)のt検定
 - 2群が等分散である
- ウエルチ(Welch)の検定
 - 等分散であることを仮定しない

2つのt検定(JASP)

The screenshot shows the JASP software interface for performing a two-sample t-test. The left panel displays the setup for the "Independent samples t-test". The "Dependent variable" is set to "Score" and the "Categorical variable" is set to "Class". Under the "Tests" section, both "Student's t-test" and "Welch's t-test" are selected. The right panel shows the results of the analysis.

結果

独立したサンプルのt検定

検定	統計量	df	p
Score Student	-4.626	198.0	< .001
Score Welch	-4.626	194.7	< .001

2つのt検定(jamovi)

The screenshot shows the jamovi interface for performing a paired samples t-test (non-paired t-test). The left panel displays the variable selection and test settings, while the right panel shows the resulting statistical output.

対応なしt検定

従属変数: Score
グループ変数: Class

検定

- スチュードント法
- ベイズ因子
- 事前分布: 0.707
- ウエルチ法
- マン=ホイットニーのU

追加の統計量

- 平均値の差
 信頼区間 95 %
- 効果量
 信頼区間 95 %
- 記述統計

結果

対応なしt検定

	統計量	自由度	p	
Score	スチュードントのt ウェルチのt	-4.63 -4.63	198 195	< .001 < .001

注: $H_0: \mu_A = \mu_B$

文献

[1] The jamovi project (2024). *jamovi*. (Version 2.6) [Computer Software].

スチュードントのt検定

- t値の計算方法

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

nはデータ数 sは標準偏差(s^2 は分散) \bar{x} は平均値

- 自由度は (一方のデータ数-1)+(もう一方のデータ数-1) なので、 $n_1 + n_2 - 2$

ウエルチのt検定

- t値の計算方法

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

nはデータ数 sは標準偏差(s^2 は分散) \bar{x} は平均値

- 自由度は…

ウエルチのt検定の自由度(d.f)

$$d.f = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\left(\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)} \right)}$$

- n はデータ数 s は標準偏差(s^2 は分散)

t検定と等分散性

- 2群間の分散が等しければ、スチューデントのt検定
- 分散が等しくなければ、ウェルチの検定
- t検定の前に、分散が等しいかどうかの検定をする
 - ってことになっていたんですが

仮定のチェック(JASP)



前提チェック(jamovi)

The screenshot shows the 'jamovi' software interface with the '前提チェック' (Assumption Checks) dialog box open. On the left, under 'グループ変数', 'Class' is selected. In the '追加の統計量' section, '平均値の差' and '効果量' are checked, with '信頼区間' set to 95%. Under '前提チェック', '等質性検定' and '正規性検定' are checked, while 'Q-Qプロット' is unchecked. On the right, the results of the assumption checks are displayed:

前提チェック

正規性検定 (シャピロ=ウィルク)

	W	p
Score	0.991	0.258

注. 小さなp値は正規性の前提が満たされていない可能性を示します

分散等質性検定 (ルビーン検定)

	F	自由度	自由度2	p
Score	2.00	1	198	0.159

注. 小さなp値は分散等質性の前提が満たされていない可能性を示します

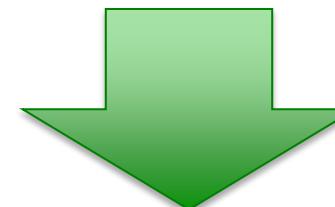
[3]

t検定前の検定

- 正規性の検定
 - シャピローウイルク(Shapiro-Wilk)検定
- 等分散性の検定
 - リーベン(Levene)の検定
 - ブラウン・フォーサイス(Brown-Forsythe)検定
- これやるの？

正規性や等分散性の判断

- 等分散性の検定をして、帰無仮説が棄却されたら分散が等しくない、棄却されないと等分散として検定を選択する。
- データが正規分布であるかどうかを判断する。



- 同じデータで検定を繰り返すと、間違う確率が高くなるので、最初から等分散でないと仮定して検定を実施する
 - 第1種の過誤

第1種の過誤とは

- 例えば同じデータで2回検定をする
 - 最初の有意水準を5%(0.05)とすると、帰無仮説が棄却された場合、それが正しい確率は95%(0.95)
 - 2回目も棄却された場合、それが正しい確率は $0.95^2 = 0.903$ と約90%まで下がる
 - 3回目は $0.95^3 = 0.857$ となって、約86%

正規性や等分散性の判断

- 正規性
 - t検定はロバストだから、まあだいたいで大丈夫
- 等分散性
 - 最初からウエルチの検定でやればいい

スチューデントとウェルチ

- スチューデントのt検定は元々簡易版
 - ちゃんとやると計算が大変だから、等分散ってことで
 - だって、ウェルチの検定とか自由度の計算大変なんだもん

$$d.f = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\left(\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)} \right)}$$

スチューデントとウエルチ

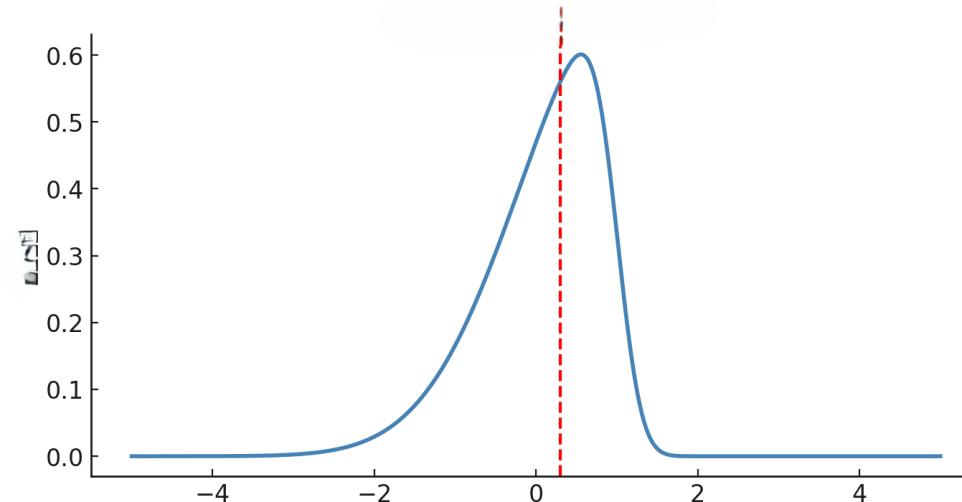
- ・コンピュータで分析を行うようになって、ウエルチも使われるようになる
- ・だったら全部それでやればいいじゃん
 - 等分散性の検定をする意味なし
 - 過去との比較でどうしてもスチューデントを使いたいときだけ、等分散性の検定
 - ・リーベン 外れ値やnが小さいと弱い(平均値の偏差)
 - ・ブラウン・フォーサイス リーベンよりはロバスト(中央値の偏差)

正規性の検定について(前回参照)

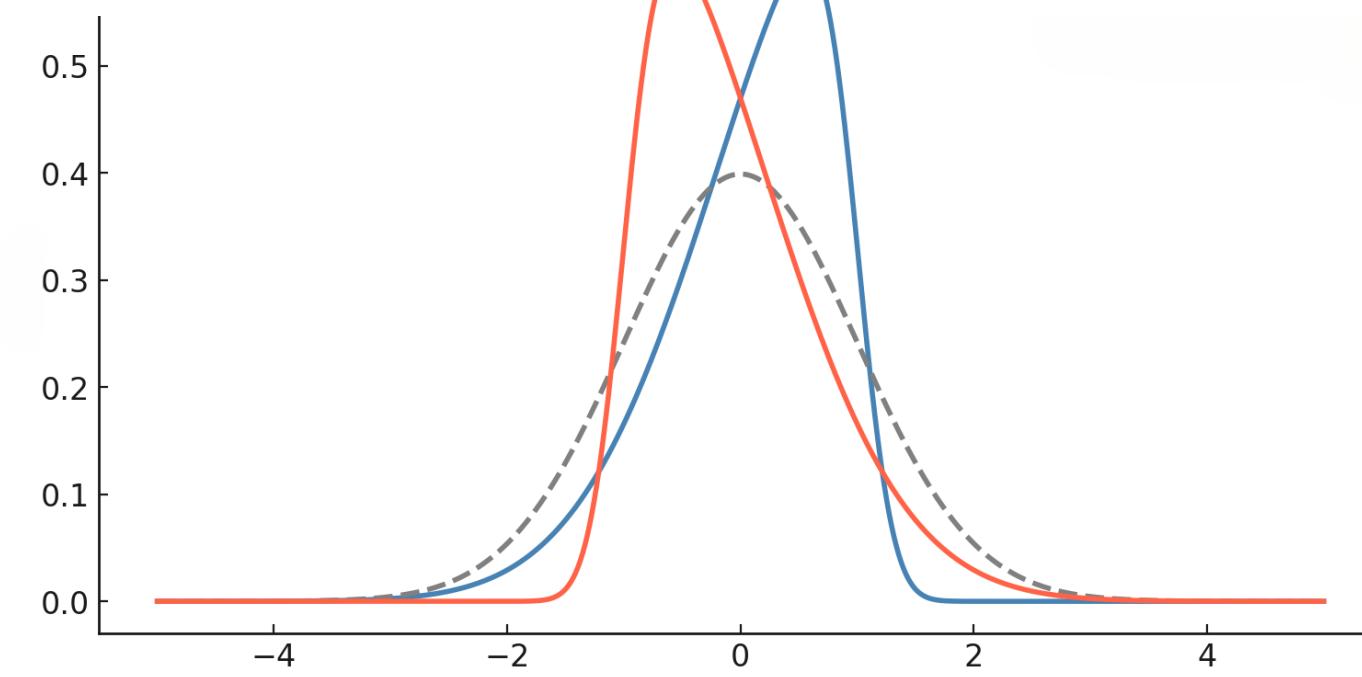
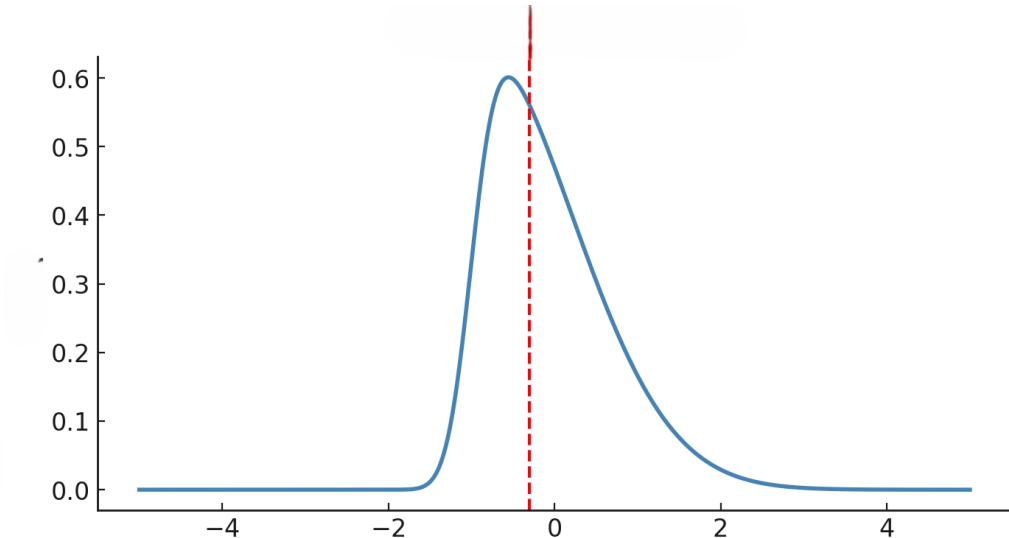
- ・ヒストグラムで十分
 - シャピローウイルクは n が小さいと棄却力が低く、 n が大きいと何でも棄却されるので使いにくい
- ・そもそもt検定はロバストだから、少々のゆがみは大丈夫
- ・ダメな場合はノンパラ(マンホイットニーのU検定)

今の動向

- ・ヒストグラムを作る
- ・ある程度正規性が見られるなら、ウエルチのt検定
- ・ゆがんでいたりする(裾が長い)場合は、マンホイットニーのU検定
- ・正規性の検定や等分散性の検定はしない



歪み



このデータの本来の手順

- 度数分布表を作る→ヒストグラムを作る
- 判断をする→t検定ができるならウエルチで
 - data07_01

▼	Class	Score
1	A	151
2	A	155
3	A	157
4	A	143
5	A	156
6	A	132
7	A	174
8	A	172
9	A	150
10	A	172

分析の選択

The image shows two screenshots of the SPSS Statistics software interface. The left screenshot displays the 'Analysis' menu with several options: 'データの編集' (Data Editor), '記述統計量' (Descriptive Statistics), 't検定' (t-test), '分散分析' (ANOVA), and '混合モデル' (Mixed Models). The 't検定' option is selected. A sub-menu for '独立したサンプルのt�定' (Independent Samples T Test) is open, showing '伝統的' (Traditional) and 'ベイジアン' (Bayesian) options. The '伝統的' option is highlighted. The right screenshot shows the same 'Analysis' menu, but the 't検定' option is highlighted and has a yellow border. A sub-menu for '対応なしt検定' (Non-paired t-test) is also highlighted with a yellow border. Below the menu, there is a data view showing six rows of data with columns for 'Class' and 'Score'. The 'Class' column contains values 'A' and the 'Score' column contains numerical values.

	Class	Score
1	A	151
2	A	155
3	A	157
4	A	143
5	A	156
6	A	132

分析の指定と結果(JASP)

The screenshot shows the JASP software interface for performing a t-test. On the left, the 'Independent Samples T-Test' dialog is open, displaying various settings and options. The right side shows the resulting statistical output.

独立したサンプルのt検定

從属変数: Score

グループ化変数: Class

検定:

- スチューデント
- ウエルチ(Welch) **(selected)**
- マン・ホイットニー

対立仮説:

- グループ1 ≠ グループ2 **(selected)**
- グループ1 > グループ2
- グループ1 < グループ2

その他の統計:

- 位置パラメータ
- 信頼区間 95 %
- 効果量
 - コーエン(Cohen)のd
 - グラス(Glass)のデルタ
 - ヘッジ(Hedges)のg
- 信頼区間 95 %
- 記述統計量
- Vovk-Sellke maximum p比

独立したサンプルのt検定

	t	df	p
Score	-4.626	194.7	< .001

注 ウエルチ(Welch)のt検定

記述統計量

群の記述統計

	群	N	平均値	標準偏差	標準誤差	変動係数
Score	A	100	153.0	9.141	0.914	0.060
	B	100	159.4	10.413	1.041	0.065

分析の指定と結果(jamovi)

The screenshot shows the jamovi interface divided into two main sections: '分析の指定' (Analysis Specification) on the left and '結果' (Results) on the right.

分析の指定 (Left):

- 從属変数:** Score
- グループ変数:** Class
- 検定:**
 - スチューデント法
 - ベイズ因子
 - 事前分布: 0.707
 - ウエルチ法
 - マン=ホイットニーのU
- 仮説:**
 - グループ1 ≠ グループ2
 - グループ1 > グループ2
 - グループ1 < グループ2
- 欠損値:**
 - 分析ごとに除外
 - 行全体を除外
- 追加の統計量:**
 - 平均値の差
 - 信頼区間 [95] %
 - 効果量
 - 信頼区間 [95] %
 - 記述統計
 - 記述統計量のグラフ
- 前提チェック:**
 - 等質性検定
 - 正規性検定
 - Q-Qプロット

結果

対応なしt検定

対応なしt検定

		統計量	自由度	p
Score	ウェルチのt	-4.63	195	< .001

注. $H_0: \mu_A = \mu_B$

グループ統計量

	グループ	N	平均値	中央値	標準偏差	標準誤差
Score	A	100	153	153	9.14	0.914
	B	100	159	160	10.4	1.04

文献

[1] The jamovi project (2024). *jamovi*. (Version 2.6) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.

[2] R Core Team (2024). *R: A Language and environment for statistical computing*. (Version 4.2.2) [Computer Software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org> (R packages retrieved from CRAN)

t検定の結果の書き方

$t=4.626$ d.f= 194.7 $p<0.01$

t値は絶対値(正の値)で書くのが一般的