

# 統計学(基礎)

## 第7回

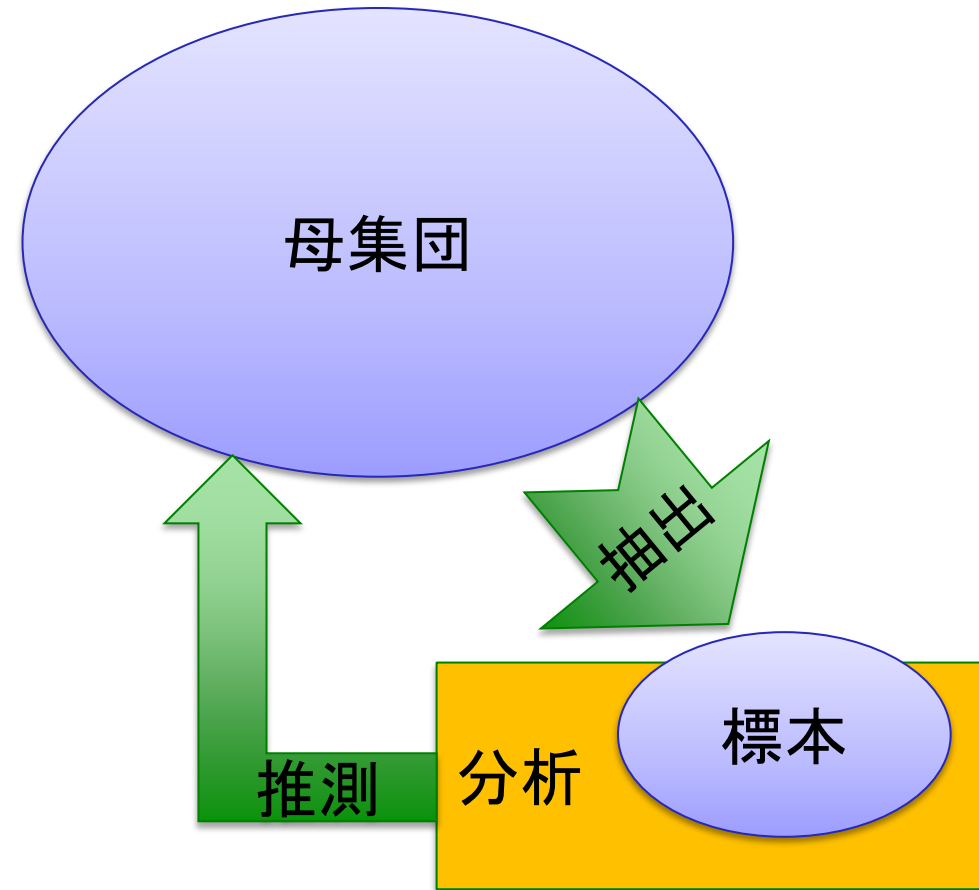
### 母集団の等分散性の判断と 2群の平均値の差の検定

2群の平均値の差の検定

# t検定

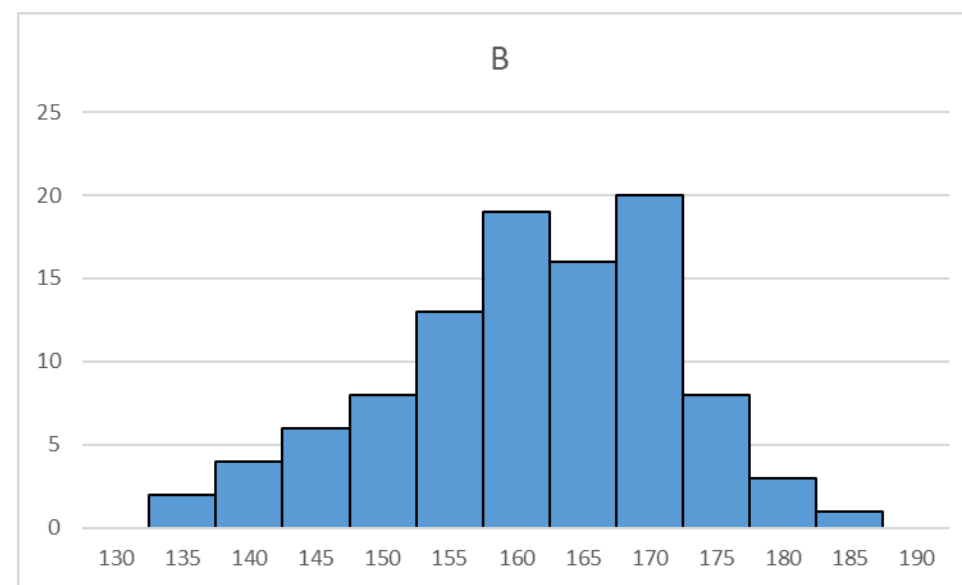
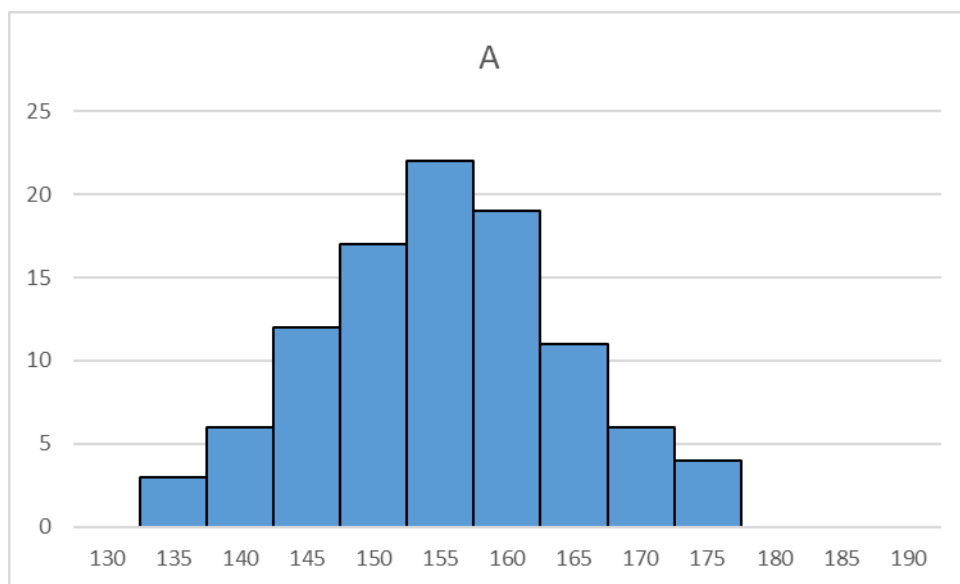
# 推測統計の基本的な考え(再)

- 母集団と標本抽出
  - 全体(母集団)から偏りなく得られた(抽出された)データ(標本)を使えば、全体を測定しなくても全体をある程度の精度で推測できる
  - 手元にあるデータが抽出された標本であると仮定できれば、全体を推測できるとする
  - そもそも、対象となるデータは大きすぎて現実的にデータがとれない



# 疑問

- A 平均値 153.0      標準偏差 9.1
- B 平均値 159.4      標準偏差 10.4

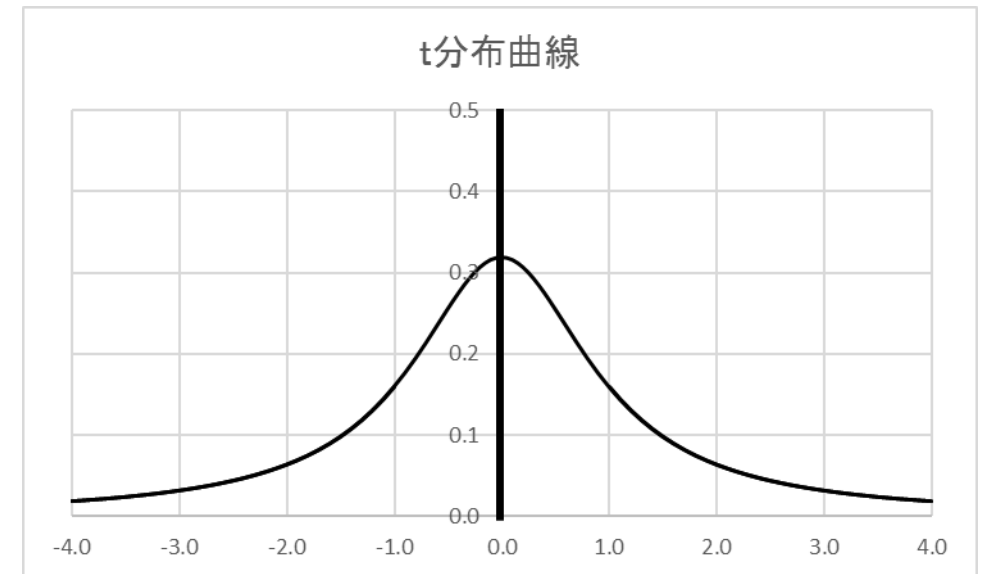


# 疑問

- グループ間で平均値に違いがあるのか  
→ AとBの間で違いがあるか
- t検定(平均値の差の検定)
  - 群によって平均値が異なっているかの違いを見る
  - データの分布が異なっているか
  - 同じ母集団からの標本と言えるか言えないか

# t検定

- 2群の平均値の差の検定
  - 2つのグループ間で平均値に差があるかどうかを調べる
  - t値を計算して、それが帰無仮説が棄却できるかできないかを調べる
  - 2群間に差がなければt値は0
  - t分布は0を中心に左右対称



t検定は2種類あるの

# t検定の進め方

# t検定は2種類ある

- 普通のt検定 スチューデント(Student)のt検定
  - 2群が等分散である
- ウエルチ(Welch)の検定
  - 等分散であることを仮定しない



# 2つのt検定(JASP)

▼ 独立したサンプルのt検定

検定

☒ スチューデント

☒ ウェルチ(Welch)

従属変数

Score

グループ化変数

Class

その他の統計

☐ 位置パラメータ

☐ 信頼区間 95 %

結果

独立したサンプルのt検定

独立したサンプルのt検定				
	検定	統計量	df	p
Score	Student	-4.626	198.0	< .001
	Welch	-4.626	194.7	< .001

# 2つのt検定(jamovi)

対応なしt検定

→

従属変数  
Score

→

グループ変数  
Class

検定

☒ スチューデント法

☐ バイズ因子

事前分布 0.707

☒ ウェルチ法

☐ マン=ホイットニーのU

追加の統計量

☐ 平均値の差

☐ 信頼区間 95 %

☐ 効果量

☐ 信頼区間 95 %

☐ 記述統計

結果

対応なしt検定

対応なしt検定

		統計量	自由度	p
Score	スチューデントのt	-4.63	198	< .001
	ウェルチのt	-4.63	195	< .001

注.  $H_a: \mu_A \neq \mu_B$

文献

[1] The jamovi project (2024). *jamovi*. (Version 2.6) [Computer So

# スチューデントのt検定

- t値の計算方法

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$n$ はデータ数  $s$ は標準偏差( $s^2$ は分散)  $\bar{x}$ は平均値

- 自由度は(一方のデータ数-1)+(もう一方のデータ数-1)  
なので、 $n_1 + n_2 - 2$

# ウェルチのt検定

- t値の計算方法

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

nはデータ数 sは標準偏差( $s^2$ は分散)  $\bar{x}$ は平均値

- 自由度は…

# ウェルチのt検定の自由度(d.f)

$$d.f = \frac{\left( \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\left( \frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)} \right)}$$

- nはデータ数 sは標準偏差( $s^2$ は分散)

# t検定と等分散性

- 2群間の分散が等しければ、スチューデントのt検定
- 分散が等しくなければ、ウェルチの検定
- t検定の前に、分散が等しいかどうかの検定をする
  - ってことになっていたんですが

# 仮定のチェック(JASP)

対立仮説

☒ グループ1≠グループ2

☐ グループ1 > グループ2

☐ グループ1 < グループ2

仮定のチェック

☒ 正規性

☒ 等分散性

☐ ブラウン・フォーサイス(Brown-Forsythe)

☒ Leveneの

☐ Q-Q プロット残差

欠損値

☐ コーン(Cohen)のd

☐ グラス(Glass)のデルタ

☐ ヘッジ(Hedges)のg

☐ 信頼区間  %

☐ 記述統計量

☐ Vovk-Sellke maximum p比

プロット

☐ 記述統計量プロット

☐ 雨雲プロット

☐ 水平方向の表示

☐ 棒グラフ

☐ 信頼区間  %

## 仮定のチェック

正規性の検定 (シャピロ・ウィルク)

残差	W	p
Score	0.991	.258

注 有意な結果は、正規性からの逸脱を示唆しています。

分散の等質性の検定(Leveneの)

	F	df <sub>1</sub>	df <sub>2</sub>	p
Score	2.003	1	198	.159

# 前提チェック(jamovi)

グループ変数

→ 

Class

追加の統計量

☐ 平均値の差

☐ 信頼区間 

95

 %

☐ 効果量

☐ 信頼区間 

95

 %

☐ 記述統計

☐ 記述統計量のグラフ

前提チェック

☒ 等質性検定

☒ 正規性検定

☐ Q-Qプロット

## 前提チェック

正規性検定（シャピロ=ウィルク）

	W	p
Score	0.991	0.258

注. 小さなp値は正規性の前提が満たされていない可能性を示します

分散等質性検定（ルビーン検定）

	F	自由度	自由度2	p
Score	2.00	1	198	0.159

注. 小さなp値は分散等質性の前提が満たされていない可能性を示します

[3]

>

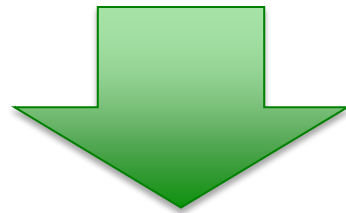


# t検定前の検定

- 正規性の検定
  - シャピローウィルク(Shapiro-Wilk)検定
- 等分散性の検定
  - リーベン(Levene)の検定
  - ブラウン・フォーサイス(Brown-Forsythe)検定
- これやるの？

# 正規性や等分散性の判断

- 等分散性の検定をして、帰無仮説が棄却されたら分散が等しくない、棄却されないなら等分散として検定を選択する。
- データが正規分布であるかどうかを判断する。



- 同じデータで検定を繰り返すと、間違える確率が高くなるので、最初から等分散でないと仮定して検定を実施する
  - 第1種の過誤

# 第1種の過誤とは

- 例えば同じデータで2回検定をする
  - 最初の有意水準を5%(0.05)とすると、帰無仮説が棄却された場合、それが正しい確率は95%(0.95)
  - 2回目も棄却された場合、それが正しい確率は $0.95^2 = 0.903$ と約90%まで下がる
  - 3回目は $0.95^3 = 0.857$ となって、約86%

# 正規性や等分散性の判断

- 正規性
  - t検定はロバストだから、まあだいたい大丈夫
- 等分散性
  - 最初からウエルチの検定でやればいい

# スチューデントとウェルチ

- スチューデントのt検定は元々簡易版
  - ちゃんとやると計算が大変だから、等分散ってことで
  - だって、ウェルチの検定とか自由度の計算大変なんだもん

$$d.f = \frac{\left( \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\left( \frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)} \right)}$$

# スチューデントとウエルチ

- コンピュータで分析を行うようになって、ウエルチも使われるようになる
- だったら全部それでやればいいじゃん
  - 等分散性の検定をする意味なし
  - 過去との比較でどうしてもスチューデントを使いたいときだけ、等分散性の検定
    - リーベン 外れ値やnが小さいと弱い(平均値の偏差)
    - ブラウン・フォーサイス リーベンよりはロバスト(中央値の偏差)

# 正規性の検定について(前回参照)

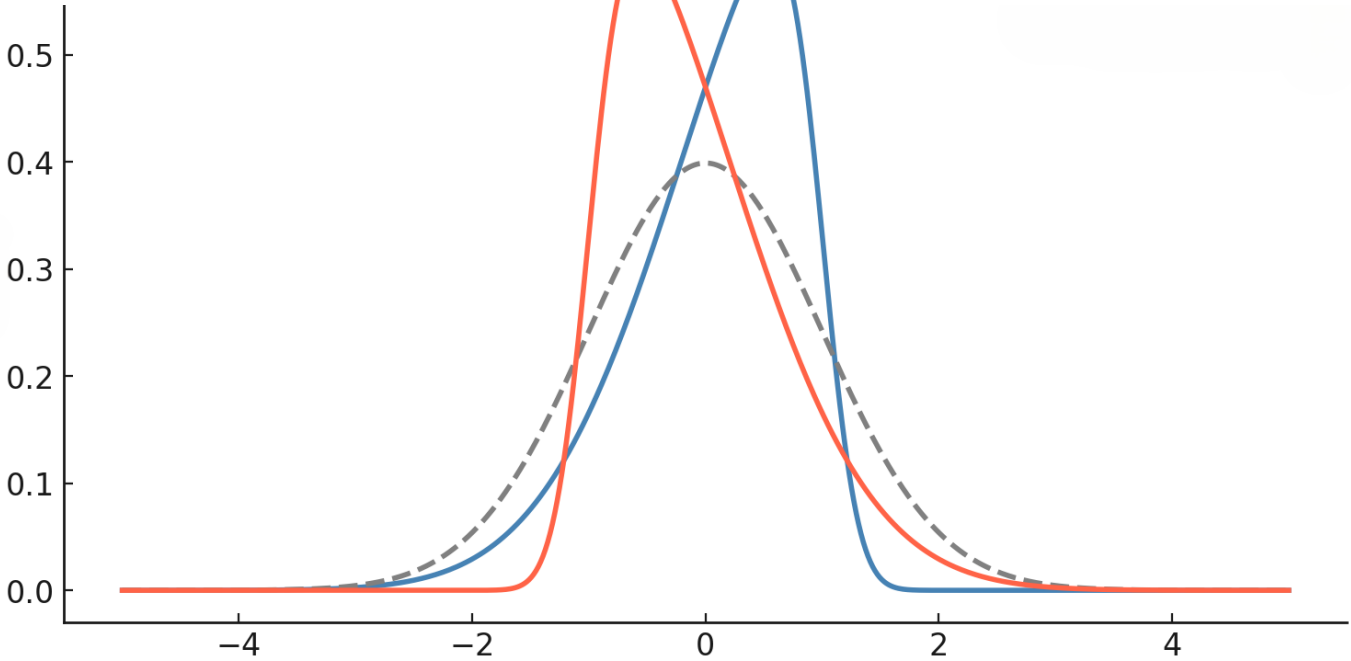
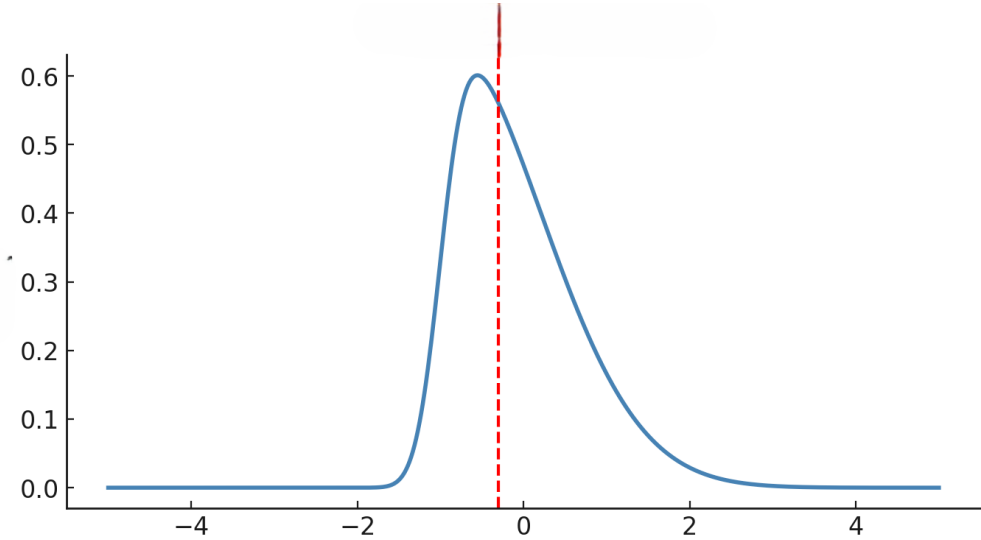
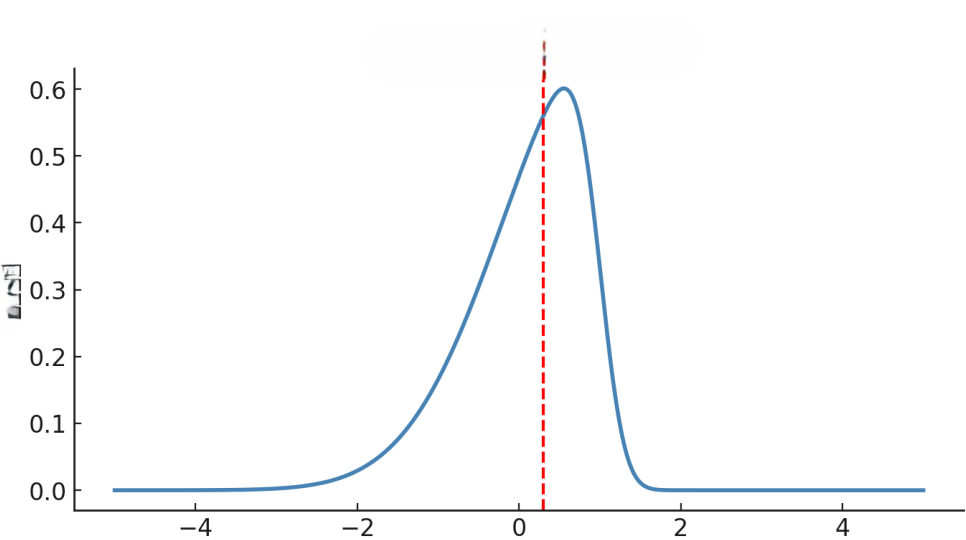
- ヒストグラムで十分
  - シャピローウィルクは $n$ が小さいと棄却力が低く、 $n$ が大きいと何でも棄却されるので使いにくい
- そもそも $t$ 検定はロバストだから、少々ゆがみは大丈夫
- ダメな場合はノンパラ(マンホイットニーの $U$ 検定)

# 今の動向

- ヒストグラムを作る
- ある程度正規性が見られるなら、ウエルチのt検定
- ゆがんでいたりする(裾が長い)場合は、マンホイットニーのU検定
- 正規性の検定や等分散性の検定はしない






歪み



# このデータの本来の手順

- 度数分布表を作る→ヒストグラムを作る
- 判断をする→t検定ができるならウエルチで  
– data07\_01

		 Class	 Score	
1		A	151	
2		A	155	
3		A	157	
4		A	143	
5		A	156	
6		A	132	
7		A	174	
8		A	172	
9		A	150	
10		A	172	

# 分析の選択

データの編集

記述統計量

t検定

分散分析

混合モデル

独立したサンプルのt検定

Class

Score

伝統的

独立したサンプルのt検定

対応のあるサンプルのt検定

1標本のt検定

ベイズアン

独立したサンプルのt検定

対応のあるサンプルのt検定

1標本のt検定

変数

データ

分析

編集

探索

t検定

分散分析

回帰

度数

因子

	Class			
1	A	対応なしt検定	151	
2	A	対応ありt検定	155	
3	A	1標本t検定	157	
4	A		143	
5	A		156	
6	A		132	

# 分析の指定と結果(JASP)

▼ 独立したサンプルのt検定

検定

☐ スチューデント

☒ ウェルチ(Welch)

☐ マン・ホイットニー

対立仮説

☒ グループ1≠グループ2

☐ グループ1 > グループ2

☐ グループ1 < グループ2

従属変数

Score

グループ化変数

Class

その他の統計

☐ 位置パラメータ

☐ 信頼区間 95 %

☐ 効果量

☒ コーエン(Cohen)のd

☐ グラス(Glass)のデルタ

☐ ヘッジ(Hedges)のg

☐ 信頼区間 95 %

☒ 記述統計量

☐ Vovk-Sellke maximum p比

独立したサンプルのt検定

独立したサンプルのt検定

	t	df	p
Score	-4.626	194.7	< .001

注 ウェルチ(Welch)のt検定

記述統計量

群の記述統計

	群	N	平均値	標準偏差	標準誤差	変動係数
Score	A	100	153.0	9.141	0.914	0.060
	B	100	159.4	10.413	1.041	0.065

# 分析の指定と結果(jamovi)

対応なしt検定

→

→

→

検定

☐ スチューデント法

☐ ベイズ因子

事前分布 0.707

☒ ウェルチ法

☐ マン=ホイットニーのU

仮説

☒ グループ 1 ≠ グループ 2

☐ グループ 1 > グループ 2

☐ グループ 1 < グループ 2

欠損値

☒ 分析ごとに除外

☐ 行全体を除外

追加の統計量

☐ 平均値の差

☐ 信頼区間 95 %

☐ 効果量

☐ 信頼区間 95 %

☒ 記述統計

☐ 記述統計量のグラフ

前提チェック

☐ 等質性検定

☐ 正規性検定

☐ Q-Qプロット

結果

対応なしt検定

対応なしt検定

	統計量	自由度	p	
Score	ウェルチのt	-4.63	195	< .001

注:  $H_0: \mu_A = \mu_B$

グループ統計量

	グループ	N	平均値	中央値	標準偏差	標準誤差
Score	A	100	153	153	9.14	0.914
	B	100	159	160	10.4	1.04

文献

[1] The jamovi project (2024). *jamovi*. (Version 2.6) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.

[2] R Core Team (2024). *R: A Language and environment for statistical computing*. (Version 4.3.2) [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/> (R packages retrieved from CRAN on 2024-09-10).

# t検定の結果の書き方

$$t=4.626 \quad d.f=194.7 \quad p<0.01$$

t値は絶対値(正の値)で書くのが一般的