Производная и ее свойства

Геометрический смысл производной функции: $f'(x_0)$ — угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Уравнение касательной в этой точке $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Правила дифференцирования

1. **Производная суммы функций** равна сумме производных этих функций:
$$(u + v)' = u' + v'$$
2. **Производная разности функций** равна разности производных:
$$(u - v)' = u' - v'$$
3. Постоянный множитель можно выносить за знак производной:
$$(ku)' = ku'$$
4. **Производная произведения двух функций**
$$(u \cdot v)' = uv' + vu'$$
5. **Производная частного**
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - uv'}{v^2},\ v \neq 0$$
6. **Производная сложной функции**
$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Основные формулы дифференцирования

- $C' = 0$, $C = \text{const}$
- $(kx + b)' = k$, $x' = 1$
- $(x^a)' = ax^{a-1}$
- $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(a^x)' = a^x \ln a$
- $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
- $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
- $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
- $(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$, $|x| < 1$
- $(\operatorname{arctg} x)' = (-\operatorname{arcctg} x)' = \dfrac{1}{1 + x^2}$