



СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

Александр Сергиенко

СИГНАЛЫ И СИСТЕМЫ ДИСКРЕТНОГО ВРЕМЕНИ

1.1.6 Дискретный гармонический сигнал: возможная
непериодичность

Дискретный гармонический сигнал: возможная непериодичность

- Дискретный гармонический сигнал *не всегда периодичен*:

$$\begin{aligned}x(k) &= x(k+N) \\ A e^{j\tilde{\omega}k} &= A e^{j\tilde{\omega}(k+N)} = A e^{j\tilde{\omega}k} e^{j\tilde{\omega}N} \\ e^{j\tilde{\omega}N} &= 1 \\ e^{j2\pi \left(\frac{\tilde{\omega}}{2\pi} N \right)} &= 1\end{aligned}$$

целое число

Дискретный гармонический сигнал: возможная непериодичность

- Дискретный гармонический сигнал *не всегда периодичен*:

$$x(k) = x(k + N)$$

$$Ae^{j\tilde{\omega}k} = Ae^{j\tilde{\omega}(k+N)} = Ae^{j\tilde{\omega}k}e^{j\tilde{\omega}N}$$

$$e^{j\tilde{\omega}N} = \exp\left(j2\pi\frac{\tilde{\omega}}{2\pi}N\right) = 1$$

$$\frac{\tilde{\omega}}{2\pi} = \frac{p}{q}$$

$$N = q$$

$$\frac{\tilde{\omega}}{2\pi}N = \frac{p}{q}q = p$$

Дискретный гармонический сигнал: возможная непериодичность

- Дискретный гармонический сигнал *не всегда периодичен*:

$$x(k) = x(k + N)$$

$$Ae^{j\tilde{\omega}k} = Ae^{j\tilde{\omega}(k+N)} = Ae^{j\tilde{\omega}k} e^{j\tilde{\omega}N}$$

$$e^{j\tilde{\omega}N} = \exp\left(j2\pi \frac{\tilde{\omega}}{2\pi} N\right) = 1$$

- Отношение $\tilde{\omega}/(2\pi)$ должно быть *рациональной дробью*:

$$\frac{\tilde{\omega}}{2\pi} = \frac{p}{q},$$

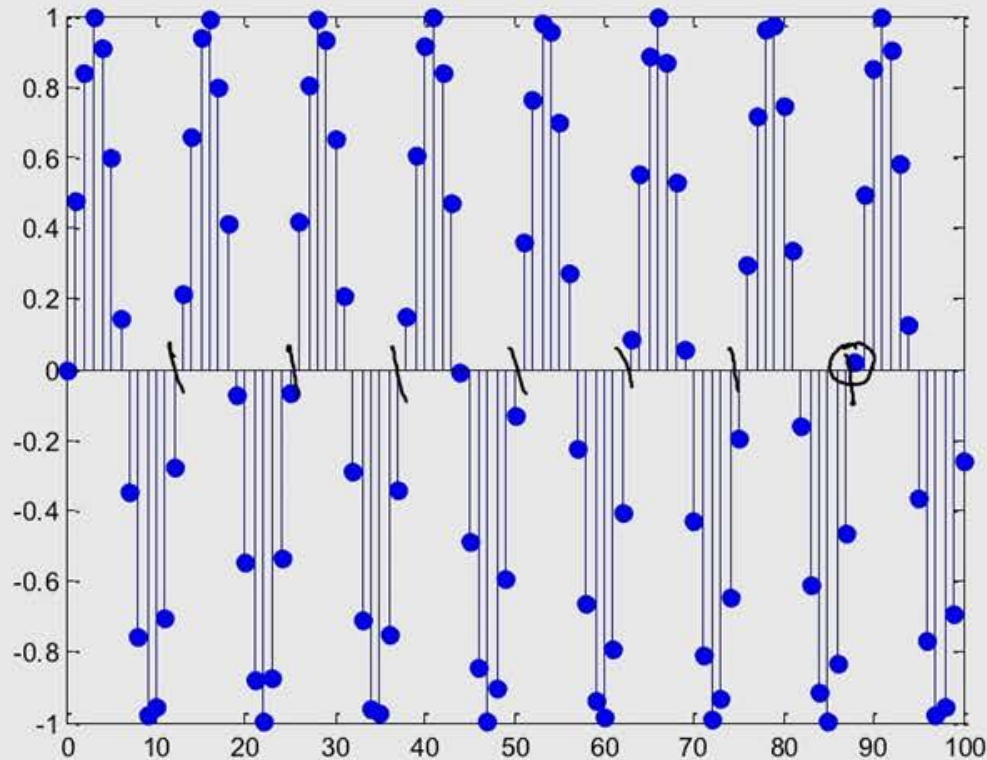
p и q — целые числа

Непериодичность дискретного гармонического сигнала: иллюстрация

$$\tilde{\omega} = 0.5 \text{ рад/отсчет}$$

Отношение $\tilde{\omega}/(2\pi)$
не является
рациональной дробью

$$\frac{0.5}{2\pi} \approx \frac{1}{4\pi}$$



Периодичность дискретного гармонического сигнала: иллюстрация

$$\tilde{\omega} = \frac{4\pi}{25} \approx 0.5027 \text{ рад/отсчет}$$

Отношение $\tilde{\omega}/(2\pi) = 2/25$
является рациональной
дробью

