Voto

Traccia Matlab

Cognome, Nome e Matricola

CORSO: TEORIA DEI SISTEMI
DOCENTE: VINCENZO LIPPIELLO

Prova scritta del 15/07/2024

Leggere con attenzione
Il corretto svolgimento del compito prevede che lo studente risponda in maniera chiara ai quesiti proposti e, ove necessario, argomenti i diversi passaggi, espliciti le formule usate, motivi le scelte e non si limiti a riportare i soli risultati dei calcoli.
Alla consegna della prova scritta, l'allievo riceverà la traccia dell'elaborato tecnico da svolgere in ambiente Matlab/Simulink.
Non è consentito consultare appunti o altro materiale, così come è assolutamente vietata ogni forma di collaborazione, pena l'annullamento della prova e il non poter partecipare alla successiva seduta d'esame. Durante la seduta, si forniranno spiegazioni soltanto su quesiti inerenti la comprensione della traccia.
Durata della prova: 3 ore.

1. Si consideri un sistema LTI a tempo continuo avente la seguente forma i-s-u

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t) = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) + du(t) = \begin{bmatrix} -k_2 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + k_1 u(t),$$

   con $k_1, k_2 \in \mathbb{R}$.

   a) Si discutano le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice, instabilità, osservabilità e raggiungibilità al variare dei parametri k_1e k_2. **[Punti: 5]**

   b) Si ponga $k_1 = 0$ e $k_2 = 1$. Si consideri il sistema con questi valori in serie con un altro sistema avente funzione di trasferimento $C(s) = \dfrac{k_3}{s(s+1)}$, con $k_3 \in \mathbb{R}$. La serie di questi sistemi è in retroazione negativa con una funzione di trasferimento unitaria. Si determinino i valori del parametro k_3 affinché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile. **[Punti: 4]**

   c) Si ponga $k_1 = -1 - \delta_{-1}(t-1)$ e $k_2 = 1$. Dato $u(t) = 5 + 3\sin(2t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$, si determini la risposta complessiva dell'uscita $y(t)$ del sistema $\forall t \in \mathbb{R}$. **[Punti: 7]**

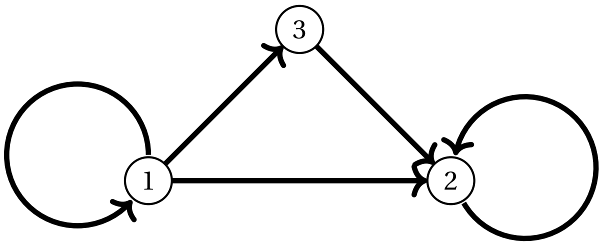
2. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = -2.5\frac{(s-1)(s^2+40s+400)}{(s^2+2s+1)(s^2+0.2s+100)}$$

   Si disegnino i diagrammi asintotici di Bode, apportando le dovute correzioni. Si determini se il sistema può essere classificato come qualche tipo di filtro e specificare la motivazione. **[Punti: 6]**

3. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva $g_y(t) = \delta(t) - 2e^{-t} + 5te^{-t}$. Si calcoli la risposta a regime del sistema quando è posto in ingresso $u(t) = (-3 + e^{-5t} + \sin(2t))\delta_{-1}(t)$. **[Punti: 3]**

4. Si consideri la rete di pagine web raffigurata nella figura sottostante. Si provveda a determinare il modello dinamico della rete ed a dimostrare, attraverso lo studio degli stati di equilibrio del sistema, che la pagina 2 ha maggiore probabilità di visita da parte di un random surfer. **[Punti: 2]** Calcolare la risposta libera dello stato a partire dalla condizione iniziale $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}^T$. **[Punti: 3]**



Soluzione

1 Esercizio

Quesito a.
Gli autovalori del sistema sono pari a $\lambda_{1,2} = k_1 \pm k_2 j$. Il sistema è asintoticamente stabile quando la parte reale degli autovalori è negativa, quindi quando $k_1 < 0$. Il sistema è instabile se almeno un autovalore ha la parte reale positiva, quindi quando $k_1 > 0$. Quando $k_1 = 0 \wedge k_2 \neq 0$ il sistema ha una coppia di poli immaginari puri distinti che rende il sistema semplicemente stabile. Quando invece $k_1 = k_2 = 0$, il sistema ha una coppia di autovalori in zero. Tutta la matrice della dinamica $\boldsymbol{A}$ è nulla. La matrice nulla è già in forma diagonale, e dunque gli autovalori hanno molteplicità geometrica 2, pari a quella algebrica. Quindi si può concludere che quando $k_1 = k_2 = 0$ il sistema è semplicemente stabile.
La raggiungibilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_r = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k_1 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_r$ è pari a k_2. Il sistema è completamente raggiungibile quando il determinante di $\boldsymbol{M}_r \neq 0$, quindi ciò accade quando $k_2 \neq 0$.
L'osservabilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_o = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}^T & \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{c}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_2 & k_2 - k_1 k_2 \\ 1 & k_1 + k_2^2 \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_o$ è pari a $-k_2(k_2^2+1)$. Il sistema è completamente osservabile quando il determinante di $\boldsymbol{M}_o \neq 0$, quindi ciò accade quando $k_2 \neq 0$.

Quesito b.
Il sistema con i valori indicati ha le matrici che assumono i seguenti valori

$$\boldsymbol{A}_b = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c}_b = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix},\ d_b = 0.$$

La funzione di trasferimento del sistema è pari a

$$G_b(s) = \boldsymbol{c}_b(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_b)^{-1}\boldsymbol{b} + d_b = \frac{1-s}{s^2+1}.$$

La retroazione della serie è pari a

$$F(s) = \frac{C(s)G_b(s)}{1+C(s)G_b(s)} = -k_3\frac{s-1}{s^4+s^3+s^2+(1-k_3)s+k_3}.$$

Per determinare se il sistema descritto dalla funzione di trasferimento $F(s)$ è asintoticamente stabile occorre stabilire i valori del parametro k_3 affinché il denominatore di $F(s)$ abbia tutte radici con pare reale minore di zero. Si può quindi usare il criterio di Routh. Si costruisca quindi la tabella di Routh corrispondente al polinomio dato al denominatore di $F(s)$ come segue

#			
4	1	1	k_3
3	1	$1-k_3$	
2	k_3	k_3	
1	$-k_3$		
0	k_3		

Tabella 1.1: Tabella di Routh associata al denominatore della funzione di trasferimento$F(s)$.

Il criterio di Routh afferma che il polinomio da cui si è costruita la relativa tabella ha radici tutte a parte reale negativa se e solo se la prima colonna della tabella corrispondente ha tutti i termini dello stesso segno. Per verificare l'asintotica stabilità del sistema descritto da $F(s)$, occorre trovare i valori di k_3 che rendono concordi in segno i termini della prima colonna della Tabella 1.1. Si può quindi affermare che non esistono valori del parametro k_3 che rendano asintoticamente stabile il sistema.

Quesito c.
Il parametro $k_1 = -2 + \delta_{-1}(t-1)$ cambia a $t = 1$, in questo modo

$$k_1 = \begin{cases} -1, t < 1, \\ -2, t \geq 1. \end{cases}$$

La risposta complessiva $y(t)$ si può suddividere come

$$y(t) = \begin{cases} y_1(t), \ t < 1, \\ y_2(t), \ t \geq 1. \end{cases}$$

Si cominci dal caso $t < 1$ e si provveda a calcolare $y_1(t)$. Il sistema, dopo aver sostituito i valori $k_1 = -1$ e $k_2 = 1$, ha le matrici nella seguente forma

$$\boldsymbol{A}_{d1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{c}_d = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}, \ d_{d1} = -1.$$

Dal quesito a), gli autovalori della matrice $\boldsymbol{A}_{d1}$ sono a parte reale negativa. Il sistema è dunque asintoticamente stabile. Poiché si presuppone che i segnali siano stati applicati ad un tempo $t = -\infty$, qualunque istante di tempo $t < 1$ si consideri, si può presupporre che le evoluzioni libere ed il transitorio si siano già estinti: il sistema è quindi a regime. Il legame fra l'uscita $y_1(t)$ e l'ingresso $u(t)$ è dato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G_{d1}(s) = -\frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 + 2s + 2}.$$

Osservando che l'ingresso $u(t)$ è una costante più un coseno, per il teorema della risposta allo scalino e alla risposta armonica si può scrivere

$$y_1(t) = 5G_{d1}(0) + 3|G_{d1}(2j)| \sin\left(2t + \arg\left(G_{d1}(2j)\right)\right) \simeq -5 + 4.2426 \sin(2t + 2.9997).$$

Per il prosieguo, sarà utile avere a disposizione anche l'evoluzione dello stato per $t < 1$ Pertanto, con considerazioni similari fatti per l'uscita, l'evoluzione per $t < 1$ potrà essere calcolata a partire dall'espressione

$$\boldsymbol{x}(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_{d1})^{-1} \boldsymbol{b}_1 u(t)\right].$$

Chiamando $H(s) = (s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_{d1})^{-1} \boldsymbol{b}$ la matrice delle risposte impulsive nello stato, si ottiene

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_1(s) \\ H_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{s+1}{s^2 + 2s + 2} \\ \dfrac{1}{s^2 + 2s + 2} \end{bmatrix}.$$

Giacché per $t < 1$ anche lo stato sarà al suo andamento di regime, applicando nuovamente il teorema della risposta armonica si può concludere che

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5H_1(0) + 3|H_1(2j)| \sin\left(2t + \arg\left(H_1(2j)\right)\right) \\ 5H_2(0) + 3|H_2(2j)| \sin\left(2t + \arg\left(H_2(2j)\right)\right) \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} \dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}\sin(2t - 0.9273) \\ \dfrac{5}{2} + 0.6708 \sin(2t - 2.0344) \end{bmatrix}.$$

Particolarizzando lo stato in $t = 1$ (istante in cui cambia il valore di k) si ottiene $\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x}(1) = \begin{bmatrix} 3.8177 & 2.4769 \end{bmatrix}^T$.

Per $t \geq 1$, invece, fissati $k_1 = -2$ e $k_2 = 1$, le matrici del sistema assumono la seguente forma

$$\boldsymbol{A}_{d2} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{c}_d = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}, \ d_{d1} = -2.$$

Sempre per il quesito a), il sistema è asintoticamente stabile. Per la proprietà di stazionarietà, è possibile supporre l'istante di osservazione in $t = 0$ e calcolare l'uscita $\tilde{y}_2(t)$ e poi traslare tutto per avere $y_2(t) = \tilde{y}_2(t-1)$. L'uscita per $t \geq 0$ è pari a

$$\tilde{y}_2(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[\boldsymbol{c}_d\left(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_{d2}\right)^{-1}\boldsymbol{x}_0 + \left(\boldsymbol{c}_d\left(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_{2d}\right)^{-1}\boldsymbol{b} + d_{d2}\right)U(s)\right]. \tag{1.1}$$

Pertanto, essendo $U(s) = \frac{5}{s} + \frac{6}{s^2+4}$, sostituendo le matrici e la trasformata dell'ingresso in (1.1), si ottiene

$$\tilde{y}_2(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[-\frac{1.3408s - 3.613}{s^2+4s+5} - \frac{2s^2+9s+11}{s^2+4s+5}\left(\frac{5}{s} + \frac{6}{s^2+4}\right)\right] \simeq -11 + 6.4358e^{-2t}\cos(t - 3.1473)$$
$$+6.7903\sin(2t + 3.1008) + 1.0561e^{-2t}\cos(t + 0.9923).$$

Traslando tutto nel tempo per ottenere $y_2(t)$ si ha

$$y_2(t) = -11 + 6.4358e^{-2(t-1)}\cos((t-1) - 3.1473) + 6.7903\sin(2(t-1) + 3.1008) + 1.0561e^{-2(t-1)}\cos((t-1) + 0.9923)$$

La risposta complessiva del sistema $\forall\, t \in \mathbb{R}$ risulta quindi pari a

$$y(t) \simeq \begin{cases} -5 + 4.2426\sin(2t + 2.9997), \ t < 1, \\ \\ -11 + 6.4358e^{-2t-2}\cos(t - 4.1473) + 6.7903\sin(2t + 1.1008) + 1.0561e^{-2t-2}\cos(t - 0.0077), \ t \geq 1. \end{cases}$$

2 Esercizio

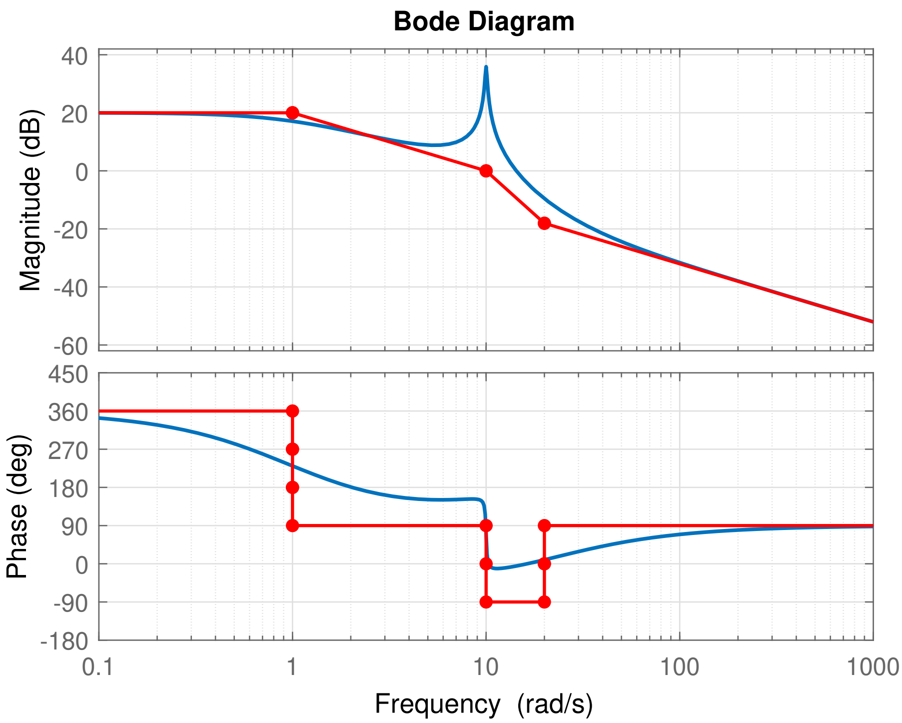


Figura 2.1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$.

La forma ingegneristica di tale funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = 10\frac{(1-s)\left(1+\frac{s}{20}\right)^2}{(1+s)^2\left(1+\frac{2\cdot 0.01}{10}s+\frac{s^2}{100}\right)}.$$

Si riconoscono al numeratore un termine monomio di molteplicità singola e uno di molteplicità doppia Al denominatore, invece, vi è un termine monomio di molteplicità doppia e uno trinomio di molteplicità singola. I parametri riguardanti guadagno del sistema, tipo, costanti di tempo, smorzamenti e pulsazioni naturali sono pari a $\mu = 10$, $g = 0$, $\tau_1 = -1$ s, $\tau_2 = 0.05$ s, $T_1 = 1$ s, $\omega_n = 10$ rad/s, $\xi = 0.01$. Le pulsazioni di rottura, in ordine crescente, sono quindi pari a $\omega_1 = 1/|\tau_1| = 1/|T_1| = 1$ rad/s, $\omega_2 = \omega_n = 10$ rad/s, $\omega_3 = 1/|\tau_2| = 20$ rad/s.
Poiché il sistema è di tipo 0, il diagramma dei moduli partirà con un tratto piatto pari a 20 dB. La prima pulsazione di rottura è in ω_1 ad opera sia del termine binomio al numeratore di molteplicità singola che a quello binomio al denominatore di molplteicità doppia. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di $20-40=-20$ dB/decade. Il fattore correttivo in ω_1 è di $3-6=-3$ dB. La seconda pulsazione di rottura è in ω_2 ad opera del termine trinomio al denominatore, di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -40 dB/decade. Poiché $\xi = 0.01$, vi sarà una correzione di $P_R = \left|\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right|_{dB} \simeq 34$ dB. La terza pulsazione di rottura è in ω_3 ad opera del termine binomio al numeratore di molteplicità doppia. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è pari a 40 dB/decade.
Il diagramma delle fasi tiene conto delle solite tecniche di tracciamento. Quindi, il grafico parte da 0 deg siccome il guadagno $\mu > 0$ e il sistema è di tipo 0. Il termine binomio al numeratore, di molteplicità singola e con costante di tempo $\tau_1 < 0$, apporta un salto relativi del diagramma asintotico di -90 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al numeratore, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al denominatore, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Infine, il termine trinomio al denominatore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il valore di ξ è prossimo allo zero quindi la variazione di fase è prossima ad un salto di -180 gradi (da circa 150 a -30 in quanto il valore del diagramma asintotico in ω_2 è pari a 60 deg. Per effetto di questi contributi, il diagramma delle fasi termina con un tratto piatto pari a -270 deg.
Il sistema ha la condizione necessaria per essere un filtro passa basso, ossia essere di tipo zero ($g = 0$). Tuttavia, la definizione non è rispettata appiano perché non è possibile trovare una pulsazione per la quale prima di essa il grafico reale dei moduli di Bode è contenuto in una fascia di $[3,-3]$ dB attorno a μ_{dB}. In questo caso, il grafico dovrebbe essere fra $[17,23]$ dB ma il picco di risonanza in $\omega_2 = 10$ rad/s fa arrivare il valore fino a 34 dB. Dunque, il sistema non è classificabile come filtro passa basso. Non può essere nemmeno classificato come filtro passa alto perché non è un sistema proprio. Dunque, il sistema non è un filtro canonico.

3 Esercizio

La funzione di trasferimento del sistema è pari a

$$G(s) = \mathscr{L}[g_y(t)] = \frac{5}{(s+1)^2} - \frac{2}{s+1} + 1 = \frac{s^2+4}{(s+1)^2}.$$

Il sistema è asintoticamente stabile, quindi ammette risposta a regime. Dato il segnale di ingresso si nota che la proprietà bloccante degli zeri blocca l'ingresso costante sinusoidale (presenza di uno zero immaginario puro proprio pari alla pulsazione dell'ingresso). Quindi $y_r(t) = -3G(0) + G(-5)e^{-5t} = -12 + \frac{29}{16}e^{-5t}$.

4 ESERCIZIO

Ricordando dalla teoria come si costruisce la matrice dei link, è possibile scrivere immediatamente il seguente sistema dinamico per la rete considerata nel testo del quesito

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(k).$$

La somma di ogni colonna della matrice $\boldsymbol{A}$ è correttamente pari a 1.
Come suggerito dal quesito, bisogna ricercare gli stati di equilibrio del sistema. Occorre quindi risolvere la seguente equazione

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{x}}.$$

È facile verificare che la matrice $\boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{A}$ ha determinante pari a 0, dunque non è invertibile. In particolare, gli autovalori di $\boldsymbol{A}$ sono pari a $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 1$ e $\lambda_3 = \frac{1}{3}$. La presenza di un autovalore di $\boldsymbol{A}$ pari ad 1 conferma la non invertibilità di $\boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{A}$. Il sistema ammette dunque infiniti stati di equilibrio, o nessuno.
Un metodo veloce per provare quanto richiesto dal quesito è calcolare gli stati di equilibrio risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \bar{x}_1 & = \frac{1}{3}\bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 & = \frac{1}{3}\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \Rightarrow \bar{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{x}_3 & = \frac{1}{3}\bar{x}_1 \end{cases}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$, il che dimostra che la seconda pagina può assumere un valore maggiore di quello nullo risultando la pagina più visitata da un random surfer.
Il calcolo della risposta libera dello stato può ottenersi attraverso la seguente espressione

$$\boldsymbol{x}_l(k) = \mathcal{Z}^{-1}\left[z\,(z\boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{A})^{-1}\,\boldsymbol{x}_0\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{z}{z-\frac{1}{3}} \\ \dfrac{z^2+2z-1/3}{(z-1)\left(z-\frac{1}{3}\right)} \\ \dfrac{2z-1/3}{z-\frac{1}{3}} \end{bmatrix}.$$

Calcolando col metodo dei residui per la trasformata Zeta si ottiene

$$\boldsymbol{x}_l(k) = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^k \\ 4-\delta(k)-2\left(\frac{1}{3}\right)^k \\ \delta(k)+\left(\frac{1}{3}\right)^k \end{bmatrix}.$$

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.1 (MATRICOLE PARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola.* In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 10.7*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} -k_2 & 1 \end{bmatrix},\ d = k_1,$$

con $k_1, k_2 \in \mathbb{R}$.

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando i parametri k_1 e k_2 variano nell'intervallo $[-5, 5]$.
- Posti $k_1 = k_2 = -1$, si disegnino i diagrammi di Bode del sistema.
- Posti $k_1 = k_2 = -1$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 5 + 3\sin(2t)$, con $t \in [0, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = -2.5\frac{(s-1)(s^2+40s+400)}{(s^2+2s+1)(s^2+0.2s+100)}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si determini la banda passante a 3 dB del sistema. Infine, scrivere una rappresentazione i-s-u dello stesso.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.2 (MATRICOLE DISPARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola.* In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 10.7*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} -k_2 & 1 \end{bmatrix},\ d = k_1,$$

con $k_1, k_2 \in \mathbb{R}$.

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando i parametri k_1 e k_2 variano nell'intervallo $[-5, 5]$.
- Posti $k_1 = k_2 = -2$, si disegnino i diagrammi di Bode del sistema.
- Posti $k_1 = k_2 = -2$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 5 + 3\sin(2t)$, con $t \in [0, 10]$ s.

Infine, usando i comandi **laplace** e/o **ilaplace**, si calcoli la funzione di trasferimento del sistema quando la risposta impulsiva è $g_y(t) = \delta(t) - 2e^{-t} + 5te^{-t}$. Per tale sistema, si disegni la risposta dell'uscita all'ingresso $u(t) = (-3 + e^{-5t} + \sin(2t))\delta_{-1}(t)$ nell'intervallo di tempo $t \in [0, 10]$ s.