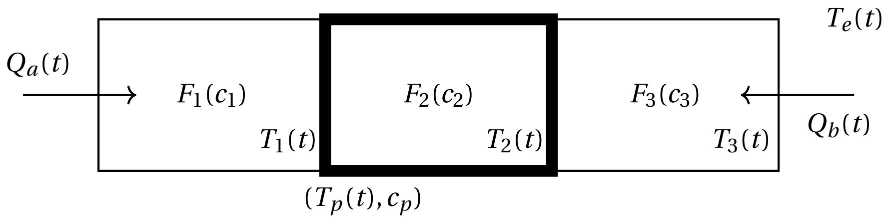
Voto | Traccia Matlab | Cognome, Nome e Matricola

CORSO: TEORIA DEI SISTEMI
DOCENTE: VINCENZO LIPPIELLO

Prova scritta del 17/06/2024

Leggere con attenzione
Il corretto svolgimento del compito prevede che lo studente risponda in maniera chiara ai quesiti proposti e, ove necessario, argomenti i diversi passaggi, espliciti le formule usate, motivi le scelte e non si limiti a riportare i soli risultati dei calcoli.
Alla consegna della prova scritta, l'allievo riceverà la traccia dell'elaborato tecnico da svolgere in ambiente Matlab/Simulink.
Non è consentito consultare appunti o altro materiale, così come è assolutamente vietata ogni forma di collaborazione, pena l'annullamento della prova e il non poter partecipare alla successiva seduta d'esame. Durante la seduta, si forniranno spiegazioni soltanto su quesiti inerenti la comprensione della traccia.
Durata della prova: 3 ore.



1. Si calcoli e si classifichi il modello i-s-u del sistema termico rappresentato in figura, scrivendo, se possibile, le matrici del sistema. $T_i(t)$ e c_i, con $i = 1,\dots,3$, rappresentano la temperatura interna e la capacità del forno i-esimo, rispettivamente; $T_p(t)$ è la temperatura delle pareti di F_2; c_p è capacità delle pareti di F_2. Invece, k_1 rappresenta la conduttanza termica fra F_1 e le pareti di F_2; k_2 è la conduttanza fra F_2 con le sue pareti; k_3 è la conduttanza fra le pareti di F_2 e il forno F_3; mentre k_e è la conduttanza fra i forni/pareti e l'ambiente esterno. L'uscita del sistema è la temperatura di F_2. Gli ingressi sono la quantità di calore $Q_a(t)$ e $Q_b(t)$ in entrata ai forni F_1 e F_3, rispettivamente, e la temperatura esterna $T_e(t)$. **[Punti: 5]**

2. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento
$$G(s) = 10^5 \frac{s(s+0.5)^2}{(s^2+2s+25)(s^2+100)}.$$
Si disegnino i diagrammi asintotici di Bode, apportando le dovute correzioni. **[Punti: 5]**

3. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva $g_y(t) = \frac{34}{3}e^{-5t} - \frac{13}{12}e^{-2t} - \frac{109}{4}e^{-10t} + \delta(t)$. Si calcoli la risposta a regime del sistema quando è posto in ingresso $u(t) = (10 + \cos(3t - \pi/4))\delta_{-1}(t)$. **[Punti: 3]**

4. Si consideri il seguente sistema LTI a tempo continuo in forma i-s-u
$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t) = \begin{bmatrix} k & -1 \\ 1 & k \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u(t),$$
$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) + du(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) + u(t),$$
con $k \in \mathbb{R}$.
   a) Si determinino tutte le proprietà di stabilità del sistema al variare del parametro k. **[Punti: 3]**
   b) Si calcoli l'intervallo di valori del parametro k affinché il sistema sia in forma minima. **[Punti: 2]**
   c) Si classifichi lo stato di equilibrio al variare del parametro k (sella, fuoco, ...), dando adeguata giustificazione. **[Punti: 3]**
   d) Posto $k = -2 + \delta_{-1}(t)$ e $u(t) = 1 - \cos(5t)$, $\forall\, t \in \mathbb{R}$, si determini la risposta complessiva dell'uscita $y(t)$ del sistema $\forall\, t \in \mathbb{R}$. **[Punti: 7]**
   e) Posto $k = -1$, se si volesse approssimare il sistema ad uno a dati campionati, calcolare un valore adeguato per il periodo di campionamento. **[Punti: 2]**

Soluzione

1 ESERCIZIO

Il sistema presenta quattro corpi che accumulano calore: i tre forni e le pareti del secondo forno. È dunque possibile scrivere tre bilanci per la quantità di calore scambiata fra i vari corpi. Gli scambi di quantità di calore sono evidenziati nella Fig. 1.1.

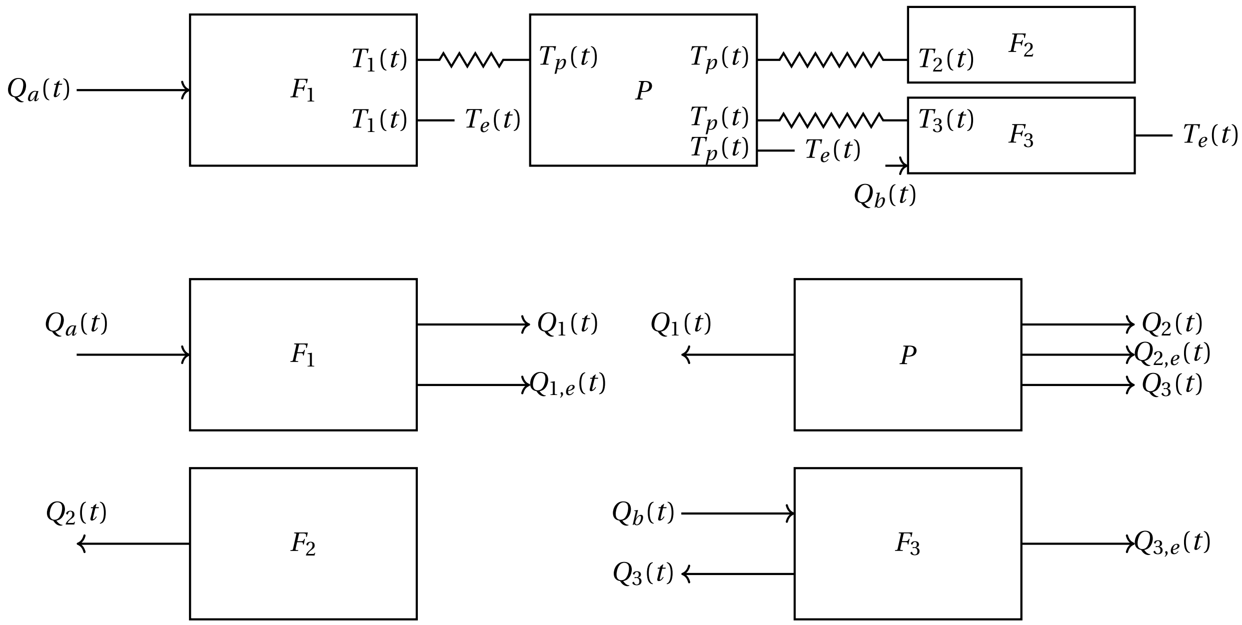


Figura 1.1: Isolamento degli scambi di quantità di calore per il sistema termico in esame.

Ricordando le relazioni costitutive per gli scambi di quantità di calore è possibile scrivere le seguenti relazioni $Q_1(t) = k_1(T_p(t) - T_1(t))$, $Q_2(t) = k_2(T_2(t) - T_p(t))$, $Q_3(t) = k_3(T_3(t) - T_p(t))$, $Q_{ei}(t) = k_e(T_e(t) - T_i(t))$, con $i = 1, \dots, 3$.
Successivamente, è possibile scrivere le seguenti equazioni di bilancio

$$
\begin{aligned}
c_1 \dot{T}_1(t) &= Q_a(t) + Q_1(t) + Q_{1,e} = Q_a(t) + k_1(T_p(t) - T_1(t)) + k_e(T_e(t) - T_1(t)),\\
c_p \dot{T}_p(t) &= -Q_1(t) + Q_2(t) + Q_3(t) + Q_{2,e}(t) = -k_1(T_p(t) - T_1(t)) + k_2(T_2(t) - T_p(t)) + k_3(T_3(t) - T_p(t)) + k_e(T_e(t) - T_p(t)),\\
c_2 \dot{T}_2(t) &= -Q_2(t) = -k_2(T_2(t) - T_p(t)),\\
c_3 \dot{T}_3(t) &= Q_b(t) - Q_3(t) + Q_{3,e}(t) = Q_b(t) - k_3(T_3(t) - T_p(t)) + k_e(T_e(t) - T_3(t)).
\end{aligned}
$$

Seguendo la traccia dell'esercizio è possibile assegnare le seguenti variabili di ingresso $u_1(t) = Q_a(t)$, $u_2(t) = Q_b(t)$ e $u_3(t) = T_e(t)$. Scegliendo come variabili di stato le temperature dei forni e delle pareti del secondo forno, $x_1(t) = T_1(t)$, $x_2(t) = T_p(t)$, $x_3(t) = T_2(t)$ e $x_3(t) = T_3(T)$, l'uscita del sistema può scriversi come $y(t) = T_2(t) = x_3(t)$. Dalle equazioni di bilancio di cui sopra è possibile scrivere

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= -\frac{k_1 + k_e}{c_1} x_1(t) + \frac{k_1}{c_1} x_2(t) + \frac{1}{c_1} u_1(t) + \frac{k_e}{c_1} u_3(t),\\
\dot{x}_2(t) &= \frac{k_1}{c_p} x_1(t) - \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_e}{c_p} x_2(t) + \frac{k_2}{c_p} x_3(t) + \frac{k_3}{c_p} x_4(t) + \frac{k_e}{c_p} u_3(t),\\
\dot{x}_3(t) &= \frac{k_2}{c_2} x_2(t) - \frac{k_2}{c_2} x_3(t),\\
\dot{x}_4(t) &= \frac{k_3}{c_3} x_2(t) - \frac{k_3 + k_e}{c_3} x_4(t) + \frac{1}{c_3} u_2(t) + \frac{k_e}{c_3} u_3(t),\\
y(t) &= x_3(t).
\end{aligned}
$$

Il sistema risulta di ordine 4, tempo continuo, MISO, strettamente proprio e LTI. Dunque, è possibile scrivere il sistema in forma matriciale tramite le seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\dfrac{k_1+k_e}{c_1} & \dfrac{k_1}{c_1} & 0 & 0 \\ \dfrac{k_1}{c_p} & -\dfrac{k_1+k_2+k_3+k_e}{c_p} & \dfrac{k_2}{c_p} & \dfrac{k_3}{c_p} \\ 0 & \dfrac{k_2}{c_2} & -\dfrac{k_2}{c_2} & 0 \\ 0 & \dfrac{k_3}{c_3} & 0 & -\dfrac{k_3+k_e}{c_3} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{c_1} & 0 & \dfrac{k_e}{c_1} \\ 0 & 0 & \dfrac{k_e}{c_p} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{c_3} & \dfrac{k_e}{c_3} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2 Esercizio

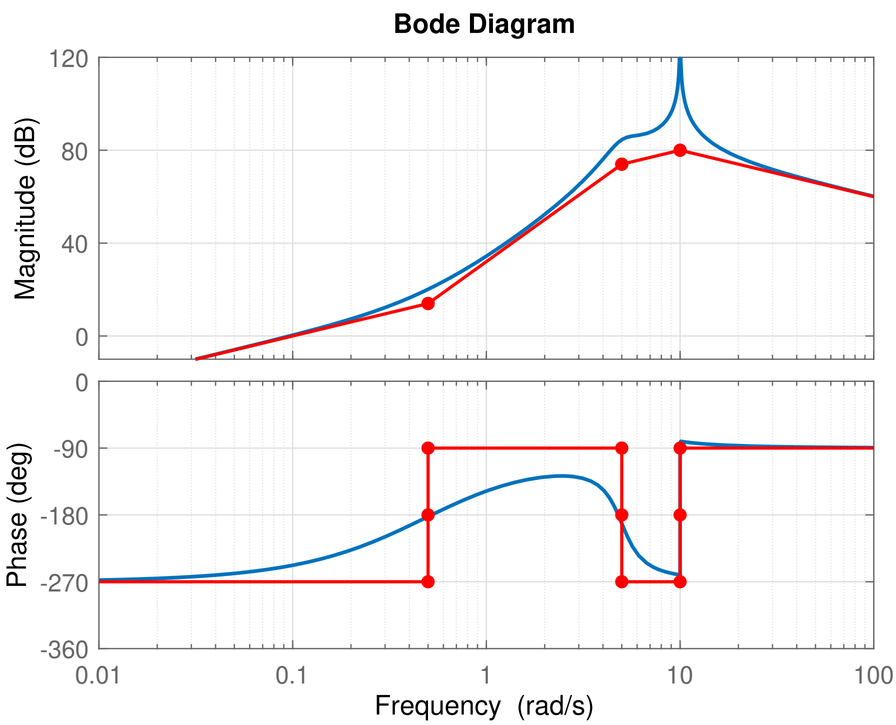


Figura 2.1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$.

La forma ingegneristica di tale funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = 10\frac{\left(1+\dfrac{s}{0.5}\right)^2}{s^{-1}\left(1+\dfrac{2\cdot 0.2}{5}s+\dfrac{s^2}{25}\right)\left(1+\dfrac{s^2}{100}\right)}.$$

Si riconoscono al numeratore un termine monomio ed uno binomio di molteplicità doppia. Al denominatore, invece, vi sono due termini trinomio. I parametri riguardanti guadagno del sistema, tipo, costanti di tempo, smorzamenti e pulsazioni naturali sono pari a $\mu = 10$, $g = -1$, $\tau = 1/0.5 = 2$ s, $\xi_1 = 0.2$, $\omega_{n,1} = 5$ rad/s, $\xi_2 = 0$, $\omega_{n,2} = 10$ rad/s. Le pulsazioni di rottura, in ordine crescente, sono quindi pari a $\omega_1 = 1/|\tau| = 0.5$ rad/s, $\omega_2 = \omega_{n,1} = 5$ rad/s, $\omega_3 = \omega_{n,2} = 10$ rad/s.
Poiché il sistema è di tipo -1, il diagramma dei moduli partirà con un tratto con pendenza pari a 20 dB che va ad intersecare idealmente l'asse delle ordinate in $\omega = 1$ rad/s al valore di 20 dB. La prima pulsazione di rottura è in ω_1 ad opera del termine binomio al numeratore di molteplicità doppia. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di 40 dB/decade. Il fattore correttivo in ω_1 per il termine binomio

al denominatore di molteplicità singola è di 6 dB. La seconda pulsazione di rottura è in ω_2 ad opera del termine trinomio al denomiantore, di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -40 dB/decade. Poiché $\xi_1 = 0.2$, vi sarà una correzione di $P_R = \left| \frac{1}{2\xi_1\sqrt{1-\xi_1^2}} \right|_{dB} \simeq 8.1361$ dB.
La terza pulsazione di rottura è in ω_3 ad opera del termine trinomio al denominatore di molteplicità doppia. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è pari a -40 dB/decade. Poiché $\xi_2 = 0$, vi sarà un asintoto verticale verso $-\infty$.
Il diagramma delle fasi tiene conto delle solite tecniche di tracciamento. Quindi, il grafico parte da 90 deg siccome il guadagno $\mu > 0$ e il sistema è di tipo -1. Il termine binomio al numeratore, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 180 deg alla relativa pulsazione di rottura. I due termini trinomio al denominatore, di molteplicità singola, apportano entrambi un salto relativo del diagramma asintotico di -180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Poiché lo smorzamento relativo è nullo per ω_3 il diagramma asintotico coincide con quello corretto a meno dell'influenza relativa del punto di rottura in ω_2 distante meno di una decade. Per effetto di questi contributi, il diagramma delle fasi termina con un tratto piatto pari a -90 deg.

3 Esercizio

La funzione di trasferimento del sistema è pari a

$$G(s) = \mathscr{L}[g_y(t)] = \frac{s(s^2+9)}{(s+2)(s+5)(s+10)}.$$

Il sistema è asintoticamente stabile, quindi ammette risposta a regime. Dato il segnale di ingresso si nota che la proprietà bloccante degli zeri blocca sia l'ingresso costante (presenza di uno zero in zero) che sinusoidale (presenza di uno zero immaginario puro proprio pari alla pulsazione dell'ingresso). Quindi $y_r(t) = 0$.

4 Esercizio

Quesito a.
Si proceda per prima cosa al calcolo degli autovalori della matrice della dinamica $\boldsymbol{A}$. Essi sono pari a $\lambda_1 = k + j$ e $\lambda_2 = k - j$. Il sistema è asintoticamente stabile quando tutti gli autovalori hanno parte reale negativa, quindi quando $k < 0$. Il sistema è instabile se almeno uno degli autovalori è a parte reale positiva, quindi quando $k > 0$. Quando $k = 0$ ho due autovalori immaginari puri in $\pm j$ che sono distinti, quindi la matrice $\boldsymbol{A}$ è diagonalizzabile. In questo caso il sistema è semplicemente stabile.

Quesito b.
Un sistema LTI è in forma minima quando è completamente raggiungibile e osservabile.
La raggiungibilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_r = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} & \boldsymbol{Ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_r$ è pari a 1, quindi il sistema è completamente raggiungibile $\forall k \in \mathbb{R}$.
L'osservabilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_o = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}^T & \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{c}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k-1 \\ -1 & -(k+1) \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_o$ è -2, quindi il sistema è completamente osservabile $\forall k \in \mathbb{R}$.
Mettendo assieme i risultati, il sistema è sempre in forma minima.

Quesito c.

Gli autovalori del sistema sono calcolati nel punto a). Esso sono complessi coniugati. La classificazione dello stato di equilibrio dipende da dal segno della parte reale. Quindi, se $k < 0$, siamo in presenza di un fuoco stabile. Quando $k > 0$ siamo in presenza di un un fuoco instabile. Se $k = 0$ ho due autovalori immaginari puri che fanno diventare lo stato di equilibrio un centro nel piano delle fasi.

Quesito d.
Per sviluppi successivi è bene calcolare la funzione di trasferimento del sistema che è pari a

$$G(s) = \boldsymbol{c}(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{b} + d = \frac{s^2 + (1-2k)s + k(k-1)}{s^2 - 2ks + 1 + k^2}.$$

Il parametro $k = -2 + \delta_{-1}(t)$ cambia da $t = 0$, in questo modo

$$k = \begin{cases} -2, t < 0, \\ -1, t \geq 0. \end{cases}$$

La risposta complessiva $y(t)$ si può suddividere come

$$y(t) = \begin{cases} y_1(t), \ t < 0, \\ y_2(t), \ t \geq 0. \end{cases}$$

Si cominci dal caso $t < 0$ e si provveda a calcolare $y_1(t)$. Il sistema dopo aver sostituito il valore $k = -2$ ha matrice della dinamica pari a

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Dal quesito a, gli autovalori della matrice $\boldsymbol{A}_1$ sono a parte reale negativa. Il sistema è dunque asintoticamente stabile. Poiché si presuppone che i segnali siano stati applicati ad un tempo $t = -\infty$, qualunque istante di tempo $t < -0$ si consideri, si può presupporre che le evoluzioni libere ed il transitorio si siano già estinti: il sistema è quindi a regime. Il legame fra l'uscita $y_1(t)$ e l'ingresso $u(t)$ è dato dalla seguente funzione di trasferimento, particolarizzando $G(s)$ di cui sopra,

$$G_1(s) = \frac{s^2 + 5s + 6}{s^2 + 4s + 5}.$$

Osservando che l'ingresso $u(t)$ è una costante più un coseno, per il teorema della risposta allo scalino e alla risposta armonica si può scrivere

$$y_1(t) = G_1(0) - |G_1(5j)| \cos\big(5t + \arg\big(G_1(5j)\big)\big) \simeq \frac{6}{5} - 1.1102\cos(5t - 0.1355).$$

Per il prosieguo, sarà utile avere a disposizione anche l'evoluzione dello stato per $t < 0$ Pertanto, con considerazioni similari fatti per l'uscita, l'evoluzione per $t < 0$ potrà essere calcolata a partire dall'espressione

$$\boldsymbol{x}(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{b}_1 u(t)\right].$$

Chiamando $H(s) = (s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{b}$ la matrice delle risposte impulsive nello stato, si ottiene

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_1(s) \\ H_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{s+2}{s^2 + 4s + 5} \\ \\ \dfrac{1}{s^2 + 4s + 5} \end{bmatrix}.$$

Giacché per $t < 0$ anche lo stato sarà al suo andamento di regime, applicando nuovamente il teorema della risposta armonica si può concludere che

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(0) - |H_1(5j)| \cos\big(5t + \arg\big(H_1(5j)\big)\big) \\ H_2(0) - |H_2(5j)| \cos\big(5t + \arg\big(H_2(5j)\big)\big) \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} \dfrac{2}{5} - 0.1904\cos(5t - 1.1659) \\ \\ \dfrac{1}{5} - 0.0354\cos(5t - 2.3562) \end{bmatrix}.$$

Particolarizzando lo stato in $t=0$ (istante in cui cambia il valore di k) si ottiene $\boldsymbol{x}(0)=\begin{bmatrix}0.325 & 0.225\end{bmatrix}^T$.
Per $t \geq 0$, invece, fissato $k=-1$, la matrice dinamica del sistema in forma i-s-u è pari a

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Gli autovalori di $\boldsymbol{A}_2$ sono pari a $\lambda_{2,1,2} = -1 \pm j$. Il sistema è dunque asintoticamente stabile, coerentemente con quanto visto precedentemente nel quesito a). L'uscita per $t \geq 0$ è pari a

$$y_2(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[\boldsymbol{c}\,(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2)^{-1}\,\boldsymbol{x}_0(0) + \boldsymbol{c}\,(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2)^{-1}\,\boldsymbol{b}U(s)\right]. \tag{4.1}$$

Pertanto, essendo $U(s) = \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2+25}$, sostituendo le matrici e la trasformata dell'ingresso in (4.1), si ottiene

$$y_2(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{0.1s - 0.45}{s^2+2s+2} + \frac{25s^2+75s+50}{s(s^2+25)(s^2+2s+2)}\right] \simeq 1 + e^{-t}(0.559\cos(t+1.3909) + 0.9968\cos(t-1.4911))$$
$$+1.0948\cos(5t+2.9738).$$

La risposta complessiva del sistema $\forall\, t \in \mathbb{R}$ risulta quindi pari a

$$y(t) \simeq \begin{cases} \frac{6}{5} - 1.1102\cos(5t - 0.1355), \; t < 0, \\ \\ 1 + e^{-t}(0.559\cos(t+1.3909) + 0.9968\cos(t-1.4911)) + 1.0948\cos(5t+2.9738), \; t \geq 0. \end{cases}$$

Quesito e.
Posto $k=-1$, gli autovalori del sistema sono come calcolati nel punto d), ossia $\lambda_{2,1,2} = -1 \pm j$. Il polinomio caratteristico della matrice della dinamica $\boldsymbol{A}_2$ è pari a $\lambda^2 + 2\lambda + 1$ dal quale si evince che $\omega_n = \sqrt{2}$ rad/s e $\xi \simeq 0.7071$.
Il sistema risultante è un sistema LTI del secondo ordine con poli complessi coniugati. Per questo tipo di sistemi, il tempo di assestamento all'1% è pari a $t_{a1} \simeq -\frac{1}{\xi\omega_n}\ln(0.01) \simeq 4.6052$ s.
Periodi di campionamento T_s accettabili sono quindi nell'intervallo

$$\frac{4.6052}{10\alpha} \leq T_s \leq \frac{4.6052}{\alpha},$$

con $\alpha \in [5, 10]$. Ad esempio, con $\alpha = 5$ si ha $0.0921 \leq T_s \leq 0.9210$. Mentre, con $\alpha = 10$, si ha $0.0461 \leq T_s \leq 0.46052$. Quindi, tutti i valori in secondi di T_s fra 0.0461 e 0.9210 sono accettabili.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.1 (MATRICOLE PARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola*. In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 10.7*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} k & -1 \\ 1 & k \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix},\ d = 1,$$

con $k \in \mathbb{R}$.

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando il parametro k è nell'intervallo $[-5, 5]$.
- Posto $k = -2$, si disegnino i diagrammi di Bode del sistema.
- Posto $k = -2$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 1 - \cos(5t)$, con $t \in [-10, 10]$ s.

Infine, usando i comandi **laplace** e/o **ilaplace**, si calcoli la funzione di trasferimento del sistema quando la risposta impulsiva è $g_y(t) = \frac{34}{3}e^{-5t} - \frac{13}{12}e^{-2t} - \frac{109}{4}e^{-10t} + \delta(t)$. Per tale sistema, si disegni la risposta dell'uscita all'ingresso $u(t) = (-5 + \cos(3t - \pi/4))\delta_{-1}(t)$ nell'intervallo di tempo $t \in [0, 10]$ s.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.2 (MATRICOLE DISPARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola*. In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 10.7*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -k & -1 \\ 1 & -k \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix},\ d = 1,$$

con $k \in \mathbb{R}$.

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando il parametro k è nell'intervallo $[-5, 5]$.
- Posto $k = 2$, si disegnino i diagrammi di Bode del sistema.
- Posto $k = 2$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 1 - \cos(5t)$, con $t \in [-10, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 10^5 \frac{s(s + 0.5)^2}{(s^2 + 2s + 25)(s^2 + 100)}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si determini la banda passante a 3 dB del sistema. Infine, scrivere una rappresentazione i-s-u dello stesso.