

Voto

Traccia Matlab

Cognome, Nome e Matricola

CORSO: TEORIA DEI SISTEMI
DOCENTE: VINCENZO LIPPIELLO

Prova scritta del 17/01/2022

Leggere con attenzione

Il corretto svolgimento del compito prevede che lo studente risponda in maniera chiara ai quesiti proposti e, ove necessario, argomenti i diversi passaggi, espliciti le formule usate, motivi le scelte e non si limiti a riportare i soli risultati dei calcoli.

Alla consegna della prova scritta, l'allievo riceverà la traccia dell'elaborato tecnico da svolgere in ambiente Matlab/Simulink.

Non è consentito consultare appunti o altro materiale, così come è assolutamente vietata ogni forma di collaborazione, pena l'annullamento della prova e il non poter partecipare alla successiva seduta d'esame. Durante la seduta, si forniranno spiegazioni soltanto su quesiti inerenti la comprensione della traccia.

Durata della prova: 3 ore.

1. Si consideri il seguente sistema LTI a tempo continuo

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -\beta \\ 0 & \beta & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix},$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t),$$

con $a, b, c \in \mathbb{R}$ dei parametri.

- Si valutino le proprietà di asintotica stabilità, stabilità, instabilità, raggiungibilità e osservabilità del sistema al variare dei parametri α e β . **[Punti: 4]**
- Posti $\alpha = -2$ e $\beta = 0$, calcolare, se possibile, l'espressione analitica dell'uscita di regime $y_r(t)$ dati gli ingressi $u_1(t) = e^{-3t}\delta_{-1}(t)$ e $u_2(t) = (1 - \cos(5t))\delta_{-1}(t)$, con $\delta_{-1}(t)$ lo scalino unitario. **[Punti: 5]**
- Posto $\alpha = 1$, calcolare i valori di β e delle condizioni iniziali \mathbf{x}_0 affinché l'uscita totale $y(t)$ del sistema, sottoposto a ingressi $u_1(t) = 5\delta_{-1}(t)$ e $u_2(t) = 0$, presenti modi naturali pseudo-periodici, non identicamente nulli, con smorzamento $\xi \geq 0.7$ e tale che non vi siano andamenti divergenti. **[Punti: 8]**

2. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 5 \frac{(s+5)(s^2 - 0.2s + 1)}{(s+1)(s^2 + 2s + 25)(s^2 - s + 1)}.$$

- Si disegnino i diagrammi asintotici di Bode, apportando le dovute correzioni. **[Punti: 5]**
- Si disegni il corrispondente diagramma di Nyquist. **[Punti: 5]**

3. Si consideri il sistema LTI a tempo discreto espresso dalla seguente forma i-s-u

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0.5 \\ 0.5 & 1/3 & 0 \\ 0.5 & 1/3 & 0.5 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k).$$

Si disegni la rete di pagine web che abbia come modello dinamico quello espresso dalla forma precedente e dare un'adequata giustificazione. **[Punti: 3]**

Soluzione

1 ESERCIZIO

Quesito a.

Per valutare la stabilità del sistema al variare dei parametri, si scriva il polinomio caratteristico associato alla matrice dinamica A come

$$\varphi(A) = \det(A - \lambda I_3) = (\alpha - \lambda)(\lambda^2 + 2\lambda + 1 + \beta^2).$$

Gli autovalori del sistema sono quindi pari a $\lambda_1 = \alpha$, $\lambda_{2,3} = -1 \pm j\beta$.

Poiché il sistema è a tempo continuo, esso risulterà asintoticamente stabile se la parte reale di tutti gli autovalori sarà minore di zero. Dunque, ciò accade se $\alpha < 0$. Il sistema, invece, risulterà instabile se almeno uno degli autovalori avrà parte reale positiva, dunque se $\alpha > 0$.

Resta da discriminare la stabilità semplice. Essa si ottiene se si hanno tutti, o alcuni, autovalori a molteplicità unitaria sull'asse immaginario e i restanti a parte reale minore di zero. Pertanto, questa condizione è verificata quando $\alpha = 0$.

Per quanto concerne la raggiungibilità, si scriva la seguente matrice

$$M_r = [B \quad AB \quad A^2B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha & 1 & \alpha^2 & \alpha + 1 - \beta \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 - \beta^2 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & -2\beta \end{bmatrix}.$$

Affinché il sistema sia completamente raggiungibile deve risultare $\rho(M_r) = 3$. Le prime due colonne di M_r sono linearmente indipendenti. La terza e la quinta colonna non possono essere indipendenti alle prime due per qualunque valore del parametro α . La quarta colonna è invece linearmente indipendente alle prime due se $\beta \neq 0$. L'ultima colonna risulta linearmente indipendente alle prime due se $\beta \neq 0$. Con tale condizione, quindi, il sistema è completamente raggiungibile.

Per quanto concerne l'osservabilità, si consideri la seguente matrice

$$M_o = [C^T \quad A^T C^T \quad A^{T^2} C^T] = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 0 & 1 & \alpha - 1 - \beta \\ 0 & -1 & -\alpha + 1 - \beta \end{bmatrix}.$$

Affinché il sistema sia completamente osservabile deve risultare $\rho(M_o) = 3$. Poiché M_o è quadrata, tale condizione si tramuta in $\det(M_o) \neq 0$, ossia $\det(M_o) = -2\beta \neq 0 \Rightarrow \beta \neq 0$.

Quesito b.

Con i valori dei coefficienti dati dalla traccia del quesito, è possibile scrivere la matrice dinamica del sistema come segue

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Dal quesito precedente è noto che il sistema, con questa scelta dei parametri, è asintoticamente stabile e, pertanto, dalla natura degli ingressi $u_1(t)$ e $u_2(t)$ considerati, ammette risposta a regime. Si proceda quindi al calcolo della funzione di trasferimento del sistema

$$G(s) = C(sI_3 - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} (s+1)^2 & s+1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}}{(s+2)(s+1)^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{1}{(s+2)(s+1)} \end{bmatrix}.$$

Nel dominio di Laplace, la risposta a regime assume la forma

$$Y_r(s) = G(s)U(s) = \begin{bmatrix} G_1(s) & G_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = G_1(s)U_1(s) + G_2(s)U_2(s).$$

Conoscendo le espressioni di $u_1(t)$ e $u_2(t)$ e le proprietà della risposta a regime per lo scalino e un segnale sinusoidale, rispettivamente, si può scrivere la risposta a regime nel dominio del tempo direttamente come

$$y_r(t) = G_1(-3)e^{-3t} + G_2(0) - |G_2(5j)| \cos(5t + \arg(G_2(5j))) = -e^{-2t} + \frac{1}{2} - 0.0364 \cos(5t - 2.5637).$$

Quesito c.

Con i valori indicati dei parametri, la matrice dinamica del sistema assume la seguente espressione

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -\beta \\ 0 & \beta & -1 \end{bmatrix},$$

con autovalori $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_{2,3} = -1 \pm j\beta$. Il sistema è chiaramente instabile.

Si ricorda che la coppia di radici complesse coniugate proviene dall'equazione generale del tipo

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0,$$

che ha come soluzione $\lambda = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$. Per confronto, dalla conoscenza di $\lambda_{2,3}$ si ha

$$\begin{aligned} -\zeta\omega_n &= -1, \\ \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} &= \beta. \end{aligned}$$

Risolvendo il sistema con semplici passaggi si ottiene

$$\zeta = \pm \sqrt{\frac{1}{\beta^2 + 1}}.$$

Affinché il sistema presenti modi pseudo-periodici con lo smorzamento richiesto, occorre risolvere la seguente disequazione

$$0.7 \leq \zeta < 1 \Rightarrow 0.7 \leq \sqrt{\frac{1}{\beta^2 + 1}} < 1,$$

dove la condizione $\zeta < 1$ è stata aggiunta per mantenere le radici complesse coniugate, mentre la radice riferita a ζ con segno negativo non è stata presa in considerazione in quanto non rispetterà mai la disequazione. Svolgendo i conti, si ottiene

$$0.49 \leq \frac{1}{\beta^2 + 1} < 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\beta^2 + 1} < 1 \\ \frac{1}{\beta^2 + 1} \geq 0.49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-\beta^2}{\beta^2 + 1} < 0 \\ \frac{0.51 - 0.49\beta^2}{\beta^2 + 1} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \forall \beta \in \mathbb{R} - \{0\} \\ -1.0408 \leq \beta \leq 1.0408 \end{cases}$$

la cui soluzione finale è $-1.0408 \leq \beta \leq 1.0408 \wedge \beta \neq 0$.

Nel dominio di Laplace, la risposta totale dell'uscita può esser scritta come

$$Y(s) = Y_l(s) + Y_f(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I}_3 - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{x}_0 + \mathbf{C}(s\mathbf{I}_3 - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(s),$$

con $\mathbf{x}_0 = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3}]^T$. Considerando solo la parte libera dell'uscita si ottiene

$$\begin{aligned} Y_l(s) &= [1 \quad 0 \quad 0] \frac{\begin{bmatrix} s^2 + 2s + 1 + \beta^2 & s + 1 - \beta & -(s + \beta + 1) \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}}{(s-1)(s^2 + 2s + 1 + \beta^2)} \begin{bmatrix} x_{0,1} \\ x_{0,2} \\ x_{0,3} \end{bmatrix} \\ &= \frac{x_{0,1}}{s-1} + \frac{x_{0,2}(s+1-\beta)}{(s-1)(s^2+2s+1+\beta^2)} - \frac{x_{0,3}(s+1+\beta)}{(s-1)(s^2+2s+1+\beta^2)} \\ &= \frac{x_{0,1}s^2 + (2x_{0,1} + x_{0,2} - x_{0,3})s + (1+\beta^2)x_{0,1} + (1-\beta)x_{0,2} - (\beta+1)x_{0,3}}{(s-1)(s^2+2s+1+\beta^2)}. \end{aligned}$$

Antitrasformando, si può scrivere la seguente espressione

$$y_l(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y_l(s)] = \frac{(4 + \beta^2)x_{0,1} + (2 - \beta)x_{0,2} - (2 + \beta)x_{0,3}}{4 + \beta^2} e^t + 2|A_1|e^{-t} \cos(\beta t + \arg(A_1)),$$

per $t \geq 0$, con

$$A_1 = \frac{(0.5 - 0.5j)(x_{0,2} + jx_{0,3})}{2j + \beta},$$

che può esser lasciato simbolico nel prosieguo per agevolare la scrittura delle espressioni. Considerando la sola parte forzata dell'uscita si ottiene invece

$$Y_f(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} s^2 + 2s + 1 + \beta^2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}}{(s-1)(s^2 + 2s + 1 + \beta^2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ s \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{5}{s(s-1)}.$$

Antitrasformando, si può scrivere la seguente espressione

$$y_f(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y_f(s)] = 5(e^t - 1)\delta_{-1}(t).$$

Combinando assieme i risultati, la risposta totale dell'uscita del sistema è pari a

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t) = \frac{(4 + \beta^2)x_{0,1} + (2 - \beta)x_{0,2} - (2 + \beta)x_{0,3}}{4 + \beta^2} e^t + 2|A_1|e^{-t} \cos(\beta t + \arg(A_1)) + 5(e^t - 1),$$

per $t \geq 0$. Per sopprimere i modi divergenti occorre soddisfare la seguente equazione

$$\frac{(4 + \beta^2)x_{0,1} + (2 - \beta)x_{0,2} - (2 + \beta)x_{0,3}}{4 + \beta^2} + 5 = 0,$$

da cui è possibile ottenere le condizioni iniziali

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} -2 - \frac{2 - \beta}{4 + \beta^2} \gamma + \frac{2 + \beta}{4 + \beta^2} \delta & \gamma & \delta \end{bmatrix}^T,$$

con $\gamma, \delta \in \mathbb{R} - \{0\}$, le quali non fanno comparire modi divergenti nell'uscita totale del sistema. Occorre escludere lo zero come valore per γ e δ altrimenti il termine A_1 , moltiplicante i modi pseudo-periodici, si annullerebbe contraddicendo l'indicazione della traccia.

2 ESERCIZIO

La forma ingegneristica di tale funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = \frac{\left(\frac{s}{5} + 1\right)(s^2 - 0.2s + 1)}{(s + 1)\left(\frac{s^2}{25} + \frac{2}{25}s + 1\right)(s^2 - s + 1)}.$$

Si riconoscono al numeratore un termine binomio ed uno trinomio di molteplicità singola. Al denominatore, invece, vi sono due termini binomio e due trinomio, tutti di molteplicità singola. I parametri riguardanti guadagno del sistema, tipo, costanti di tempo, smorzamenti e pulsazioni naturali sono pari a $\mu = 1$, $g = 0$, $\tau_1 = \frac{1}{5}$ s, $T_1 = 1$ s, $\alpha_{n,1} = 1$ rad/s, $\xi = -0.1$, $\omega_{n,1} = 5$ rad/s, $\zeta_1 = 0.2$, $\omega_{n,2} = 1$ rad/s, $\zeta_2 = -0.5$. Le pulsazioni di rottura, in ordine crescente, sono quindi pari a $\omega_1 = 1/|T_1| = \alpha_{n,1} = \omega_{n,2} = 1$ rad/s, $\omega_2 = 1/|\tau_1| = \omega_{n,1} = 5$ rad/s.

Poiché il sistema è di tipo 0, il diagramma dei moduli partirà con un tratto con pendenza pari a 0 dB. La prima pulsazione di rottura è in ω_1 ad opera del termine binomio al denominatore di molteplicità singola, del termine trinomio al denominatore di molteplicità singola e di un trinomio al denominatore, anch'esso

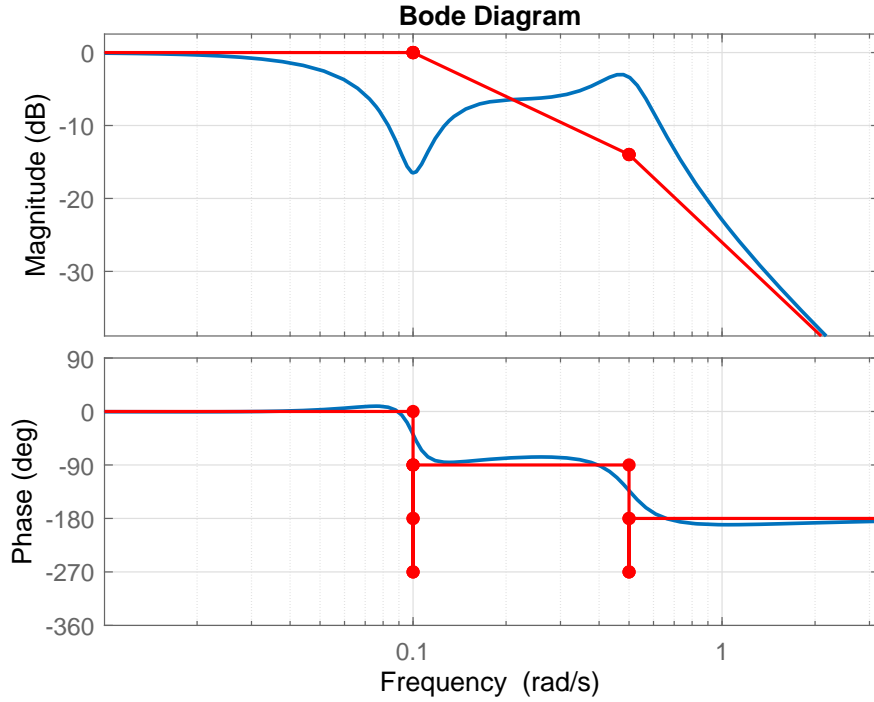


Figura 2.1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$.

di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di $-20 + 40 - 40 = -20$ dB/decade. Il fattore correttivo in ω_1 per il termine binomio al denominatore è di 3 dB. Quello per il termine trinomio al numeratore è pari a $P_R = - \left| \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \right|_{dB} \approx -14.023$ dB. Quello per il termine trinomio

al denominatore è pari a $P_R = \left| \frac{1}{2\zeta_2\sqrt{1-\zeta_2^2}} \right|_{dB} \approx 1.2494$ dB. La somma delle correzioni da il contributo finale, ossia $-3 - 14.023 + 1.2494 \approx -15.7736$ dB. La seconda pulsazione di rottura è in ω_2 ad opera del termine binomio al numeratore, di molteplicità singola, e l'altro termine trinomio al denominatore, sempre di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di $20 - 40 = -20$ dB/decade. Il fattore correttivo in ω_2 per il termine binomio al numeratore è di 3 dB. Quello per il termine trinomio al

denominatore è pari a $P_R = \left| \frac{1}{2\zeta_1\sqrt{1-\zeta_1^2}} \right|_{dB} \approx 8.1361$ dB. La somma delle correzioni da il contributo finale, ossia $3 + 8.1361 \approx 11.1361$ dB.

Il diagramma delle fasi tiene conto delle solite tecniche di tracciamento. Quindi, il grafico parte da 0 deg siccome il guadagno $\mu > 0$ e il sistema è di tipo 0. Il termine binomio al numeratore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 90 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al denominatore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -90 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine trinomio al numeratore si comporta come se fosse al denominatore essendo $\xi < 0$. Quindi, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine trinomio al denominatore caratterizzato da $\zeta_1 > 0$ si comporta come descritto sopra. Il termine trinomio al denominatore caratterizzato da $\zeta_2 < 0$ si comporta come fosse al numeratore, quindi apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 180 deg alla relativa pulsazione di rottura. I raccordi corrispondenti sono disegnati come tratti di arcotangente. Per effetto di questi contributi, il diagramma delle fasi termina con un tratto piatto pari a -180 deg.

Il tracciamento del diagramma polare (di Nyquist) può seguire il seguente procedimento. Il diagramma reale è rappresentato in Fig. ???. Poiché il sistema è di tipo 0, il grafico polare parte dall'asse reale con un

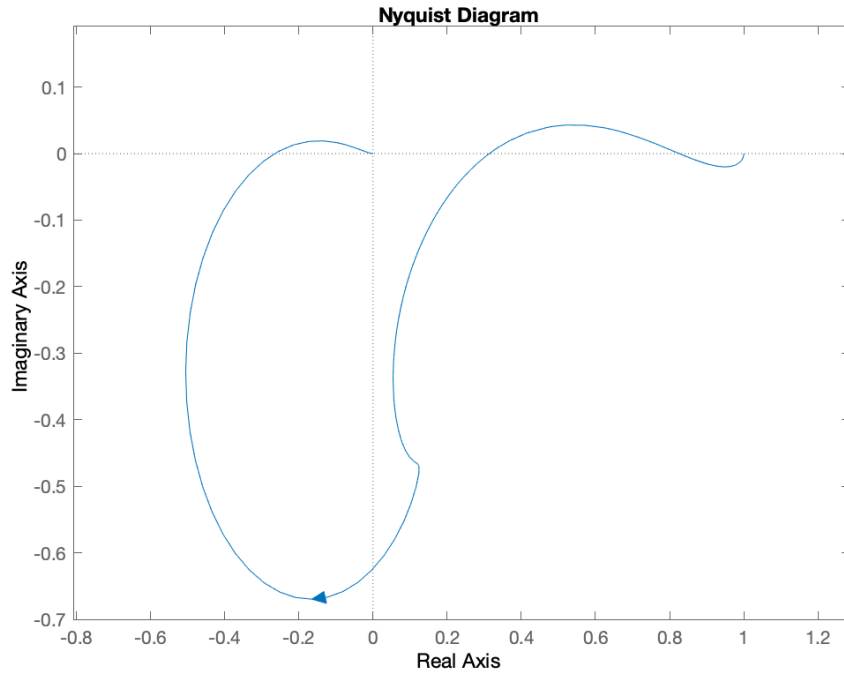
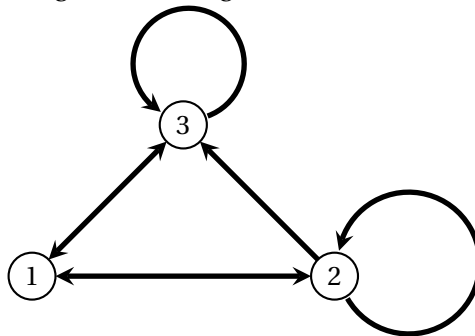


Figura 2.2: Diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento $G(s)$.

valore iniziale pari a $\mu = 1$. Inoltre, poiché il sistema è strettamente proprio, il diagramma polare terminerà nell'origine. Il diagramma delle fasi rivela poi che il grafico si svolge in tutti i quadranti poiché la fase assume valori positivi (primo quadrante), negativi fino a 90° (secondo quadrante), negativi fino a -180° (terzo quadrante) e negativi oltre -180° (quarto quadrante). Nel tratto iniziale, fino a poco prima di 1 rad/s , il grafico diminuisce in modulo e ha una fase positiva. Dopo questa pulsazione, la fase diventa negativa (cambio di quadrante) e il modulo comincia a crescere. Ad una pulsazione attorno a 2 rad/s , la fase comincia per un breve tratto a crescere assieme al modulo. Dopo, sia la fase che il modulo tornano a decrescere. La fase passa a -90° attorno ad una pulsazione di 4 rad/s . Da ora in poi, il modulo decresce sempre. La fase, invece, supera a -180° deg a circa 6 rad/s per poi convergere nell'origine.

3 ESERCIZIO

Ricordando dalla teoria come si costruisce la matrice dei link, è possibile effettuare il procedimento inverso ed ottenere la rete di pagine web raffigurata nella figura sottostante.



La giustificazione è data dal fatto che il singolo elemento della matrice dinamica $a_{i,j}$, con $i, j = 1, \dots, n$ è

dato da

$$a_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{n_j}, & \text{se } j \text{ ha un collegamento verso } i, \text{ con } n_j \text{ il numero dei collegamenti uscenti da } j, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.1 (MATRICOLE PARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare cioè nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato per risolvere la traccia assegnata va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD]/[Elaborato tecnico]-Cognome Nome Matricola*. In caso non fosse possibile inviare un email, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file generato con compatibilità per la *versione 10.2*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata per risolvere, eventualmente, il quesito.

Si consideri il seguente sistema LTI a tempo continuo

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -\beta \\ 0 & \beta & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}(t),\end{aligned}$$

con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Far variare i parametri $\alpha, \beta \in [-10, 10]$, con intervallo significativo, e classificare automaticamente la proprietà di stabilità del sistema. Fare la stessa cosa per l'osservabilità e la raggiungibilità. Posto d'ora in avanti $\alpha = -2$ e $\beta = 0$, si disegni l'uscita totale del sistema quando esso è sottoposto agli ingressi $u_1(t) = e^{-3t}\delta_{-1}(t)$ e $u_2(t) = (1 - \cos(5t))\delta_{-1}(t)$, in un intervallo $t \in [0, 10]$, e parta una volta con condizioni iniziali nulle, e nell'altra con condizioni iniziali pari a $\mathbf{x}_0 = [0 \quad 3 \quad -3]^T$.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.2 (MATRICOLE DISPARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare cioè nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato per risolvere la traccia assegnata va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD]/[Elaborato tecnico]-Cognome Nome Matricola*. In caso non fosse possibile inviare un email, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file generato con compatibilità per la *versione 10.2*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata per risolvere, eventualmente, il quesito.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 5 \frac{(s+5)(s^2 - 0.2s + 1)}{(s+1)(s^2 + 2s + 25)(s^2 - s + 1)}.$$

Rappresentare su due finestre separate i diagrammi di Bode e il grafico di Nyquist. Ricavare la forma i-s-u del sistema e studiarne la stabilità, l'osservabilità e la raggiungibilità.

Sia dato il sistema LTI a tempo discreto (passo $T = 1$) caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0.5 \\ 0.5 & 1/3 & 0 \\ 0.5 & 1/3 & 0.5 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = [1 \quad 1 \quad], d = 0.$$

Si disegni la risposta dell'uscita agli ingressi $u(k) = -100 - 10\sin(k)$ e $u(k) = -1 + \cos(k)$ in due finestre separate, in un intervallo $k \in [0, 20]$.