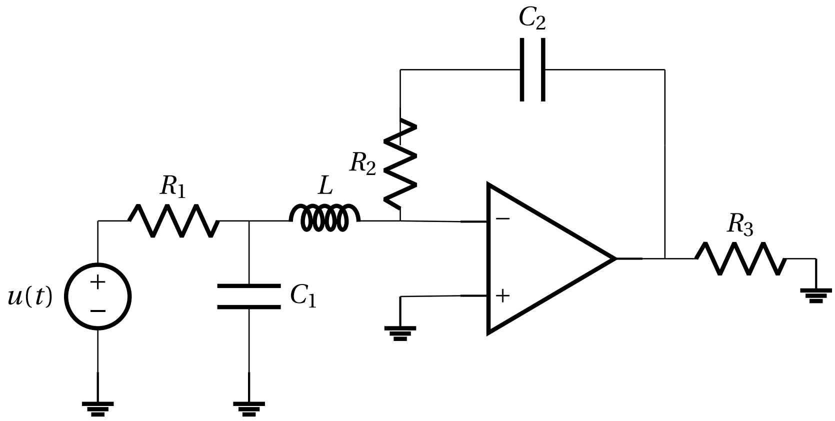
Voto	Traccia Matlab	Cognome, Nome e Matricola

CORSO: TEORIA DEI SISTEMI
DOCENTE: VINCENZO LIPPIELLO

Prova scritta del 05/05/2025

Leggere con attenzione
Il corretto svolgimento del compito prevede che lo studente risponda in maniera chiara ai quesiti proposti e, ove necessario, argomenti i diversi passaggi, espliciti le formule usate, motivi le scelte e non si limiti a riportare i soli risultati dei calcoli.
Alla consegna della prova scritta, l'allievo riceverà la traccia dell'elaborato tecnico da svolgere in ambiente Matlab/Simulink.
Non è consentito consultare appunti o altro materiale, così come è assolutamente vietata ogni forma di collaborazione, pena l'annullamento della prova e il non poter partecipare alla successiva seduta d'esame. Durante la seduta, si forniranno spiegazioni soltanto su quesiti inerenti la comprensione della traccia.
Durata della prova: 3 ore.



1. Sia dato il circuito nello schema superiore. Si determini una rappresentazione i-s-u del sistema la cui uscita è $y(t) = V_{R3}(t)$, ai capi della resistenza R_3, e la relativa classificazione. **[Punti: 5]** Si scriva anche una forma i-u nel dominio del tempo del modello ottenuto. **[Punti: 2]**.

2. Si consideri il seguente sistema dinamico LTI a tempo continuo, con $h, k \in \mathbb{R}$,

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t) = \begin{bmatrix} k-0.5 & 0.5 \\ 3k-h-0.5 & h+0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) + du(t) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + u(t).$$

   a) Trovare i valori di h e k per cui il sistema è asintoticamente stabile. **[Punti: 2]**
   b) Posto $h = k = 1$, si studi al raggiungibilità e l'osservabilità del sistema. Laddove il sistema non fosse in forma minima, trovare la matrice di trasformazione che porti il sistema in forma canonica di Kalman. **[Punti: 4]**
   c) Posti $h = -1$ e $k = 0$, si trovi la condizione iniziale nello stato che non mostri nell'uscita totale del sistema, con ingresso $u(t) = 2\sin(t)\delta_{-1}(t)$, modi naturali semplicemente stabili o instabili. **[Punti: 6]**

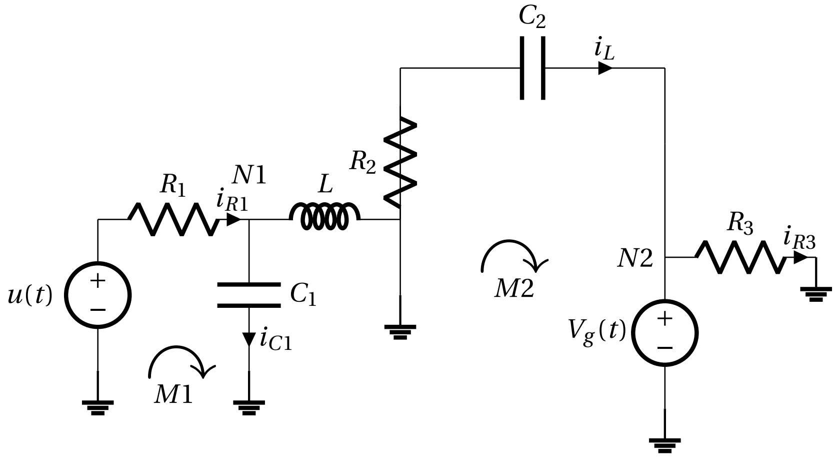
3. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento $G(s) = -\dfrac{s^2+2s+1}{(s+0.1)(0.05s+1)^2}$. Si disegnino i diagrammi asintotici di Bode, apportando le dovute correzioni. **[Punti: 5]** Si determini se il sistema è un filtro, dandone una giustificazione. **[Punti: 2]**

4. Si consideri il sistema LTI avente come risposta impulsiva dell'uscita $g_y(t) = \dfrac{33}{8}e^{-0.4t} - \dfrac{25}{8}e^{-10t}$. Si provveda a determinare una rappresentazione i-s-u del sistema a dati campionati ad esso associata con periodo di campionamento e di tenuta del mantenitore ZOH pari a $T = 0.5$ s, dopo aver verificato che esso sia plausibile. **[Punti: 4]**

Soluzione

1 ESERCIZIO

Per prima cosa, in maniera del tutto arbitraria, si decidono i versi delle cadute di tensione ai morsetti dei vari componenti del circuito e, di conseguenza, il verso della corrente che li attraversa. In questo quesito si utilizza la convezione dell'utilizzatore. Dunque, le correnti vanno dal morsetto positivo a quello negativo del componente. In Fig. **??** sono evidenziati i versi delle correnti (e quindi delle tensioni) circolanti nel circuito, i nodi, le maglie e i versi di percorrenza delle stesse, scelti sempre in maniera arbitraria.



Si ricorda che ogni amplificatore operazionale si comporta come un corto circuito virtuale in ingresso (corto circuito con corrente che l'attraversa pari a zero), e come un generatore ideale di tensione in uscita, $V_g(t)$, con corrente, $i_g(t)$, non determinabile a priori. Per quanto detto, ricordando che per elementi in serie passa la stessa corrente mentre elementi in parallelo sono sottoposti alla stessa tensione, è possibile notare che (i) la corrente che attraversa L, R_2 e C_2 è la stessa; (ii) la tensione ai capi di V_g e R_3 è la stessa; (iii) la tensione ai capi di C_1 e L è la stessa. Dunque, si scrivono ora le relazioni costitutive di tutti i componenti del circuito

$$V_{R1}(t) = R_1 i_1(t), \tag{1.1a}$$
$$V_{R2}(t) = R_2 i_L(t), \tag{1.1b}$$
$$V_{R3}(t) = R_3 i_3(t), \tag{1.1c}$$
$$i_{C1}(t) = C_1 \dot{V}_{C1}(t), \tag{1.1d}$$
$$i_L(t) = C_2 \dot{V}_{C2}(t), \tag{1.1e}$$
$$V_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{1.1f}$$

e le leggi di Kirchhoff ai nodi $N1$ e N_2 e alle maglie $M1$ e $M2$

$$N1: \; i_{R1}(t = i_{C1}(t) + i_L(t), \tag{1.2a}$$
$$N2: \; i_L(t) = i_{R3}(t) + i_g(t), \tag{1.2b}$$
$$M1: \; u(t) = V_{R1}(t) + V_{C1}(t), \tag{1.2c}$$
$$M2: \; V_{R_2}(t) + V_{C2}(t) + V_g(t) = 0, \tag{1.2d}$$

La tensione $y(t) = V_{R3}(t)$ è l'uscita dell'intero sistema. Nel circuito vi sono due elementi capacitivi ed uno induttivo. Pertanto, come variabili di stato si scelgono $x_1(t) = V_{C1}(t)$, $x_2(t) = V_{C2}(t)$ e $x_3(t) = i_L(t)$.
Sfruttando in ordine (1.1d), (1.2a), (1.1a) e (1.2c) si ottiene l'equazione differenziale rispetto alla variabile di stato $x_1(t)$:

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{R_1C_1}x_1(t) - \frac{1}{C_1}x_3(t) + \frac{1}{R_1C_1}u(t).$$

Sfruttando, invece, la (1.1e) si ottiene l'equazione differenziale rispetto alla variabile di stato $x_2(t)$:

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{C_2}x_3(t). \tag{1.3}$$

Sfruttando, ora, la (1.1f) si ottiene l'equazione differenziale rispetto alla variabile di stato $x_3(t)$:

$$\dot{x}_3(t) = \frac{1}{L}x_1(t).$$

Infine, per l'uscita si ottiene sfruttando in ordine (1.1c), (1.2d) e la (1.1b) la seguente equazione

$$y(t) = -R_2x_1(t) - x_2(t).$$

Le precedenti danno luogo alle equazioni i-s-u del circuito che sono ricapitolate di seguito

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{R_1C_1}x_1(t) - \frac{1}{C_1}x_3(t) + \frac{1}{R_1C_1}u(t), \tag{1.4a}$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{C_2}x_3(t), \tag{1.4b}$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{1}{L}x_1(t), \tag{1.4c}$$

$$y(t) = -R_2x_1(t) - x_2(t). \tag{1.4d}$$

Il sistema ottenuto è dinamico, tempo continuo, LTI, SISO, strettamente proprio. Le matrici del sistema LTI sono date da

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} -R_2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, d = 0.$$

Per quanto riguarda la forma i-u, si calcoli prima la funzione di trasferimento

$$G(s) = \boldsymbol{c}(s\boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{b} = \frac{-\left(\frac{R_2}{R_1C_1}s^2 + \frac{1}{R_1C_1C_2L}\right)}{s^3 + \frac{1}{R_1C_1}s^2 + \frac{1}{C_1L}s}.$$

Pertanto, è facile scrivere la forma i-u come

$$\dddot{y}(t) + \frac{1}{R_1C_1}\ddot{y}(t) + \frac{1}{C_1L}\dot{y}(t) = -\frac{R_2}{R_1C}\ddot{u}(t) - \frac{1}{R_1C_1C_2L}u(t).$$

2 Esercizio

Quesito a.
Il polinomio caratteristico della matrice della dinamica, $\boldsymbol{A}$, è pari a $\varphi(\lambda) = \lambda^2 - (k+h)\lambda + k(h-1)$. Condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema del secondo ordine sia asintoticamente stabile è che tutti i coefficienti del polinomio caratteristico devono avere lo stesso segno. Occorre quindi imporre le condizioni $k+h < 0$ e $k(h-1) > 0$ che devono essere entrambe verificare contemporaneamente. Ciò accade quando $k > 0 \wedge h > 1 \wedge k+h < 0$ oppure $k < 0 \wedge h < 1 \wedge k+h < 0$. Tuttavia, l'intersezione della prima soluzione è nulla. La seconda soluzione ha invece intersezione come da grafico in Figura 2.1.

Quesito b.
Con i valori indicati, la matrice della dinamica assume la seguente espressione

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 1.5 & 1.5 \end{bmatrix}.$$

La raggiungibilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_r = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} & \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}.$$

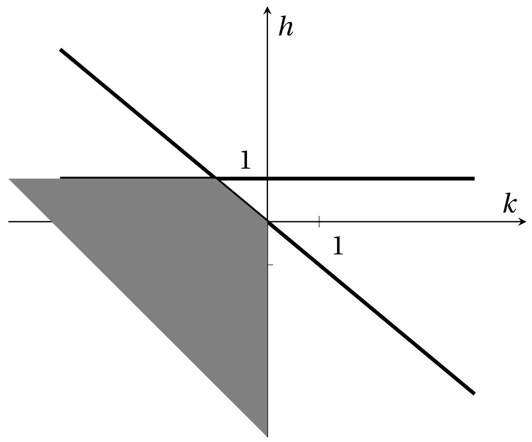


Figura 2.1: Rappresentazione grafica nel dominio dei parametri (la parte in grigio è la parte che verifica l'asintotica stabilità del sistema).

Il determinante di $\boldsymbol{M}_r$ è nullo, quindi il sistema non è completamente raggiungibile. Il rango di $\boldsymbol{M}_r$ è pari a 1.
L'osservabilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_o = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}^T & \boldsymbol{A}_1^T \boldsymbol{c}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_o$ è nullo, quindi il sistema non è completamente osservabile. Il rango di $\boldsymbol{M}_o$ è pari a 1.
Per la procedura della scomposizione canonica di Kalman, prendiamo le colonne linearmente indipendenti di $\boldsymbol{M}_r$, ossia

$$X_r :< \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} > .$$

Prendiamo anche una colonna linearmente indipendente di $\boldsymbol{M}_o$ che è

$$X_o :< \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} > .$$

Calcoliamo ora il nullo di $\boldsymbol{M}_r^T$ pari a

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow z_1 = -3z_2 \Rightarrow X_{n,r} :< \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} > .$$

Calcoliamo ora il nullo di $\boldsymbol{M}_o^T$ pari a

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow z_2 = -0.5z_1 \Rightarrow X_{n,o} :< \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} > .$$

Si prendano ora le colonne $X_1 = X_r \cap X_{n,o}$. Questo insieme è vuoto perché i vettori sono linearmente indipendenti.
Si prendano ore le colonne $X_2 = X_r \cap \left(X_{n,r} \cup X_o\right)$. Questo darà proprio X_r in quanto si ottiene combinando $X_{n,r}$ e X_o. Quindi, $X_2 =< \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} >$.
Si prendano ora le colonne $X_3 = X_{n,o} \cap \left(X_{n,r} \cup X_o\right)$. Questo darà proprio $X_{n,o}$ in quanto in quanto si ottiene combinando $X_{n,r}$ e X_o. Quindi, $X_3 =< \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} >$.
Si prendano ora le colonne $X_4 = X_{n,r} \cap X_o$. Questo insieme è vuoto perché i vettori sono linearmente indipendenti fra loro.
Dunque, la matrice di trasformazione di Kalman sarà data da

$$\boldsymbol{T}_k^{-1} = \begin{bmatrix} X_2 & X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Quesito c.
Con i valori indicati, la matrice della dinamica assume la seguente espressione

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}.$$

I due autovalori del sistema sono, in questo caso, $\lambda_{1,2} = -1$ e $\lambda_{2,2} = 0$. Il sistema è semplicemente stabile.
La risposta complessiva del sistema è pari a

$$y(t) = \boldsymbol{c}e^{\boldsymbol{A}_2 t}\boldsymbol{x}_0 + \mathscr{L}^{-1}[G(s)U(s)],$$

con $\boldsymbol{x}_o = \begin{bmatrix} x_{0,1} & x_{0,2} \end{bmatrix}^T$.
La matrice esponenziale può calcolarsi come

$$e^{\boldsymbol{A}_2 t} = \mathscr{L}^{-1}\left((s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2)^{-1}\right) = \begin{bmatrix} 0.5e^{-t} + 0.5 & 0.5 - 0.5e^{-t} \\ 0.5 - 0.5e^{-t} & 0.5e^{-t} + 0.5 \end{bmatrix}.$$

La funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = \boldsymbol{c}\,(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2)^{-1}\,\boldsymbol{b} + d = \frac{s+2}{s}.$$

La trasformata dell'ingresso è pari a

$$U(s) = \mathscr{L}[u(t)] = \frac{2}{s^2+1}.$$

La risposta forzata è quindi pari a

$$y_f(t) = \mathscr{L}^{-1}[G(s)U(s)] = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{2(s+2)}{s(s^2+1)}\right] = 4 + 4.4722\sin(t - 1.1071).$$

La risposta complessiva assume quindi l'espressione

$$y(t) = \boldsymbol{c}e^{\boldsymbol{A}_2 t}\boldsymbol{x}_0 + \mathscr{L}^{-1}[G(s)U(s)] = 0.5x_{0,1} + 0.5x_{0,2} + 4 + 4.4722\sin(t - 1.1071).$$

Si vede che non sono presenti termini instabili, mentre vi sono dei termini costanti. Basta porre $0.5x_{0,1} + 0.5x_{0,2} + 4 = 0 \Rightarrow x_{0,1} = -8 - x_{0,2}$ per rispettare le condizioni richieste. Le condizioni iniziali devono quindi essere nella forma $\boldsymbol{x}_o = \begin{bmatrix} -8-\alpha & \alpha \end{bmatrix}^T$, con $\alpha \in \mathbb{R}$.

3 Esercizio

La forma ingegneristica di tale funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = -10\frac{(s+1)^2}{(10s+1)(0.05s+1)^2}.$$

Si riconosce al numeratore un termine binomio di molteplicità doppia. Al denominatore, invece, vi è un termine binomio di molteplicità doppia e un termine binomio di molteplicità singola. I parametri riguardanti guadagno del sistema, tipo, costanti di tempo, smorzamenti e pulsazioni naturali sono pari a $\mu = -10$, $g = 0$, $\tau_1 = 1$ s, $T_1 = 10$ s e $T_2 = 0.05$ s. Le pulsazioni di rottura, in ordine crescente, sono quindi pari a $\omega_1 = 1/|T_1| = 0.1$ rad/2, $\omega_2 = 1\|\tau_1| = 1$ rad/s e $\omega_3 = 1/|T_2| = 20$ rad/s.
Poiché il sistema è di tipo 0, il diagramma dei moduli partirà con tratto costante pari al valore del guadagno μ in decibel, ossia $20\log_1 0|\mu| = 20$ dB. La prima pulsazione di rottura è in ω_1 ad opera del termine binomio al denominatore di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -20 dB/decade. Il fattore correttivo in ω_1 per il termine trinomio al denominatore di molteplicità singola è di -3 dB. La seconda pulsazione di rottura è in ω_2 ad opera del termine binomio al numeratore di molteplicità doppia. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di 40 dB/decade. Il fattore correttivo in ω_2 per il termine binomio al numeratore di molteplicità doppia è di 6 dB. La terza pulsazione

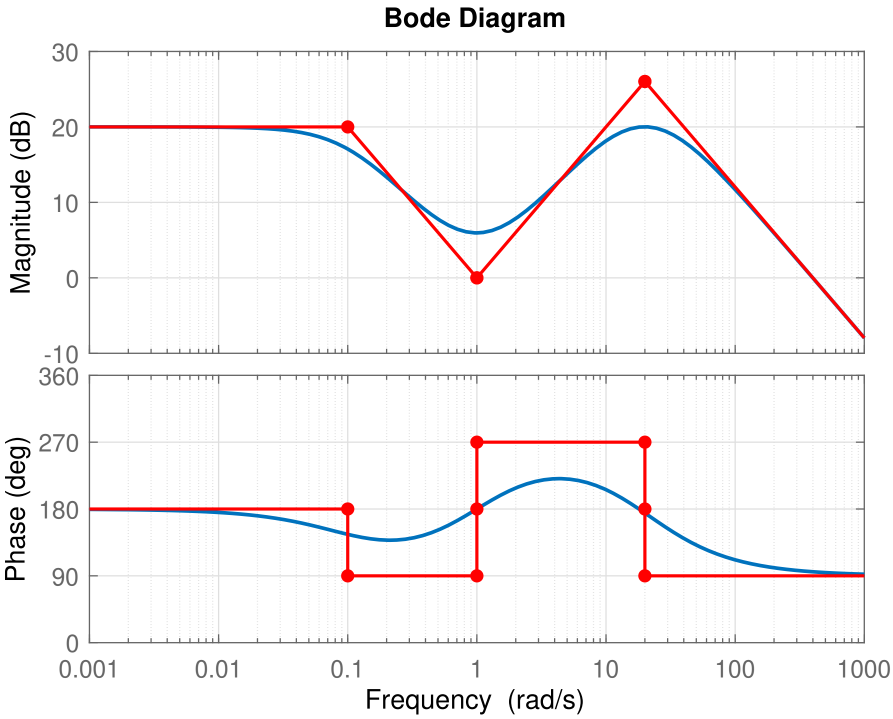


Figura 3.1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$.

di rottura è in ω_3 ad opera del termine binomio al denominatore di molteplicità doppia. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -40 dB/decade.
Il diagramma delle fasi tiene conto delle solite tecniche di tracciamento. Quindi, il grafico parte da -180 deg (o equivalentemente da $+180$ deg) siccome il guadagno $\mu < 0$ e il sistema è di tipo 0. Il termine binomio al denominatore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -90 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al numeratore, associato a ω_2, di molteplicità doppia con $\tau_1 > 0$, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al denominatore, associato a ω_3, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -80 deg alla relativa pulsazione di rottura. Per effetto di questi contributi, il diagramma delle fasi termina con un tratto piatto pari a -270 deg.
Il sistema rispetta le condizioni necessarie per essere un filtro passa-basso (essere cioè ti tipo zero), ma, guardando l'andamento del grafico reale dei moduli, non esiste una pulsazione per la quale prima il grafico rimane fra $[17, 23]$ dB e poi resta tutto sotto 17 dB. Il sistema non è quindi classificabile come un filtro standard.

4 Esercizio

La funzione di trasferimento del sistema è pari a

$$G(s) = \mathscr{L}[g_y(t)] = \mathscr{L}\left[\frac{33}{8}e^{-0.4t} - \frac{25}{8}e^{-10t}\right] = \frac{5s+200}{5s^2+52s+20} == \frac{s+40}{s^2+10.4s+4} = \frac{s+40}{(s+10)(s+0.4)}.$$

Il sistema è del secondo ordine con una coppia di poli reali con zero reale. Gli autovalori del sistema sono pari a $\lambda_1 = -10$ e $\lambda_2 = -0.4$. Il sistema è asintoticamente stabile, e lo zero al numeratore è lontano dai poli e quindi non da contributo significativo alla risposta allo scalino. Poiché, inoltre, $|\lambda_2| >> |\lambda_1|$, è possibile approssimare il sistema ad uno del primo ordine con autovalore dominante pari a λ_2. Dunque, è possibile stimare il tempo di assestamento T_{a1} all'1% della risposta allo scalino come

$$T_{a\epsilon} \simeq \frac{4.6}{|\lambda_2|} = 11.5 \text{ s}.$$

Una scelta pratica del periodo di campionamento T è data da

$$\frac{T_{a1}}{10\alpha} \leq T \leq \frac{T_{a1}}{\alpha},$$

con $\alpha \in [5, 10]$. Scegliendo arbitrariamente $\alpha = 5$ si può verificare che $T = 0.5$ s rispetta i vincoli di cui sopra ed è quindi una scelta plausibile.
Per calcolare una rappresentazione i-s-u del sistema a dati campionati, si calcoli dapprima una rappresentazione i-s-u del sistema a tempo continuo descritto dalla $G(s)$ usando, ad esempio, la forma canonica di raggiungibilità. Le matrici della forma i-s-u del sistema a tempo continuo sono quindi pari a

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -10.4 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 40 & 1 \end{bmatrix}, \; D = 0.$$

Le matrici del sistema a dati campionato associato sono ricavabili come

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}^\star &= e^{\boldsymbol{A}T}, \\ \boldsymbol{b}^\star &= \boldsymbol{A}^{-1}\left(\boldsymbol{A}^\star - \boldsymbol{I}_2\right)\boldsymbol{b}, \end{aligned}$$

dove l'ultima espressione è valida poiché la matrice $\boldsymbol{A}$ risulta invertibile.
La matrice $\boldsymbol{A}$ è diagonalizzabile poiché i suoi autovalori $\lambda_{1,2}$ sono reali distinti. In particolare

$$e^{\boldsymbol{A}_D t} = \begin{bmatrix} e^{-10t} & 0 \\ 0 & e^{-0.4t} \end{bmatrix}.$$

A valle dei classici conti per ottenere la matrice degli autovettori, è possibile avere le seguenti matrici di trasformazione

$$\boldsymbol{T}_D^{-1} = \begin{bmatrix} -0.1 & -2.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{T}_D = \begin{bmatrix} 0.4167 & 1.0417 \\ -0.4167 & -0.0417 \end{bmatrix}.$$

Pertanto, la matrice dinamica del sistema a dati campionati è pari a

$$\boldsymbol{A}^\star = \boldsymbol{T}_D^{-1} e^{\boldsymbol{A}_D T} \boldsymbol{T}_D = \begin{bmatrix} 0.8526 & 0.0846 \\ -0.3383 & -0.0271 \end{bmatrix}.$$

Di conseguenza la matrice degli ingressi del sistema a dati campionati è data da

$$\boldsymbol{b}^\star = \boldsymbol{A}^{-1}\left(\boldsymbol{A}^\star - \boldsymbol{I}_2\right)\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0.0369 \\ 0.0846 \end{bmatrix}.$$

Le matrici $\boldsymbol{c}$ e d restano uguali a quelle calcolate per il sistema a tempo continuo.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.1 (MATRICOLE PARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola.* In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 24.2.* A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Si consideri un sistema LTI a tempo continuo avente la seguente forma i-s-u con $k, h \in \mathbb{R}$,

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t) = \begin{bmatrix} k-0.5 & 0.5 \\ 3k-h-0.5 & h+0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) + du(t) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + u(t).$$

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando i parametri k, h variano nell'intervallo $[-5, 5]$.

- Posto $k = -1$ e $h = -2$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 5 - \sin(10t)\delta_{-1}(-t)$, con $t \in [-10, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = -\frac{s^2 + 2s + 1}{(s + 0.1)(0.05s + 1)^2}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si determini la banda passante a 3 dB del sistema.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.2 (MATRICOLE DISPARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola.* In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 24.2.* A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Si consideri il circuito di cui alla traccia di questa prova d'esame scritta. Ad esso è associato il sistema LTI a tempo continuo con le seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 C_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} -R_2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, d = 0.$$

- Considerando la natura fisica del sistema, quindi con tutti i valori positivi, si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità. Far variare i parametri in un intervallo di valori plausibile.

- Laddove possibile, porre dei valori ai parametri affinché il sistema sia asintoticamente stabile oppure semplicemente stabile (lo script lo deve determinare automaticamente). In tal caso, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 5 - \sin(2t)\delta_{-1}(-t)$, con $t \in [-10, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = -\frac{s^2 + 2s + 1}{(s + 0.1)(0.05s + 1)^2}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si scriva una forma i-s-u del sistema.