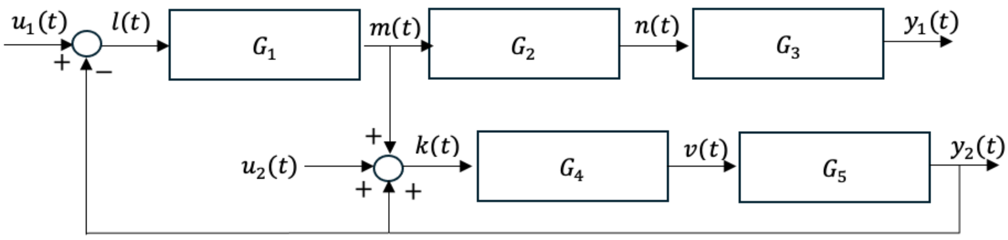
Voto	Traccia Matlab	Cognome, Nome e Matricola

CORSO: TEORIA DEI SISTEMI
DOCENTE: VINCENZO LIPPIELLO

Prova scritta del 03/02/2025

Leggere con attenzione
Il corretto svolgimento del compito prevede che lo studente risponda in maniera chiara ai quesiti proposti e, ove necessario, argomenti i diversi passaggi, espliciti le formule usate, motivi le scelte e non si limiti a riportare i soli risultati dei calcoli.
Alla consegna della prova scritta, l'allievo riceverà la traccia dell'elaborato tecnico da svolgere in ambiente Matlab/Simulink.
Non è consentito consultare appunti o altro materiale, così come è assolutamente vietata ogni forma di collaborazione, pena l'annullamento della prova e il non poter partecipare alla successiva seduta d'esame. Durante la seduta, si forniranno spiegazioni soltanto su quesiti inerenti la comprensione della traccia.
Durata della prova: 3 ore.



1. Si calcoli la funzione di trasferimento dello schema a blocchi rappresentato nella figura di cui allo schema di sopra.[*Suggerimento*: Si scriva prima $y_2(t)$ come funzione di $u_1(t)$ e poi in funzione di $u_2(t)$. Solo successivamente calcolare $y_1(t)$.] **[Punti: 5]**

2. Si consideri un sistema LTI a tempo continuo avente la seguente forma i-s-u con $k, l \in \mathbb{R}$,

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} 2k & -l \\ l & 2k \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} l & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix},$$
$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t).$$

   a) Si discuta la stabilità, l'osservabilità e la raggiungibilità al variare dei parametri. **[Punti: 3]**
   b) Si trovino i valori dei parametri affinché il sistema ammetta uno ed un solo stato di equilibrio quando il sistema è sottoposto agli ingressi $u_1(t) = \bar{u}_1$ e $u_2(t) = \bar{u}_2$ e calcolarne l'espressione. **[Punti: 3]**
   c) Porre $l = 1$ e classificare lo stato di equilibrio corrispondente al variare di $k \in \mathbb{R}$. **[Punti: 2]**
   d) Posti $k = -1 - \delta_{-1}(t)$ e $l = 1$, considerati $u_1(t) = \cos(2t)$ e $u_2(t) = 5$, si calcoli l'uscita del sistema, $y(t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$. **[Punti: 7]**

3. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 2500\frac{(s^2 + 0.02s + 0.01)(s + 10)}{(s^2 + 1)(s^2 + 10s + 25)}.$$

   Si disegnino i diagrammi asintotici di Bode, apportando le dovute correzioni. **[Punti: 5]** Si determini se il sistema è un filtro, dandone opportuna giustificazione. **[Punti: 2]**

4. Si consideri un sistema LTI a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze $y(k) = 0.5y(k-1) + u(k) - 2u(k-1)$. Calcolare poi la risposta forzata dell'uscita corrispondente ad un ingresso pari a $u(k) = \delta(k) + (2^k - 1)\delta_{-1}(k)$. **[Punti: 3]**

Soluzione

1 Esercizio

Si riconosce che il sistema raffigurato è di tipo MIMO, con due ingressi e due uscite. Pertanto, la funzione di trasferimento può essere scritta come

$$\boldsymbol{Y}(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \boldsymbol{G}(s)\boldsymbol{U}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}, \tag{1.1}$$

con $G_{ij}(s)$ la funzione di trasferimento fra y_i e u_j, $i, j = 1, 2$, quando gli altri segnali di ingresso sono nulli. Si proceda quindi ora scrivere le relazioni fra i vari segnali dello schema a blocchi direttamente nel dominio di Laplace

$$\begin{aligned}
L(s) &= U_1(s) - Y_2(s), && (1.2a)\\
M(s) &= G_1(s)L(s), && (1.2b)\\
N(s) &= G_2(s)M(s), && (1.2c)\\
K(s) &= M(s) + U_2(s) + Y_2(s), && (1.2d)\\
V(s) &= G_4(s)K(s), && (1.2e)\\
& && (1.2f)
\end{aligned}$$

Grazie alla sovrapposizione degli effetti, per il calcolo di $G_{21}(s)$ si procede algebricamente come segue ponendo $u_2(t) = 0$. La relazione che lega $Y_2(s)$ con $U_1(s)$, quindi la $G_{21}(s)$, si ottiene come

$$\begin{aligned}
Y_2(s) &= G_4(s)G_5(s)K(s) = G_4(s)G_5(s)(M(s) + Y_2(s))\\
&= G_4(s)G_5(s)(G_1(s)L(s) + Y_2(s)) = G_4(s)G_5(s)(G_1(s)(U_1(s) - Y_2(s)) + Y_2(s))
\end{aligned}$$

Da cui

$$Y_2(s) = \frac{G_1(s)G_4(s)G_5(s)}{1 - G_4(s)G_5(s) + G_1(s)G_4(s)G_5(s)} U_1(s),$$

pertanto

$$G_{21}(s) = \frac{G_1(s)G_4(s)G_5(s)}{1 - G_4(s)G_5(s) + G_1(s)G_4(s)G_5(s)}.$$

Per il calcolo di $G_{22}(s)$ si procede algebricamente come segue ponendo $u_1(t) = 0$. La relazione che lega $Y_2(s)$ con $U_2(s)$, quindi la $G_{22}(s)$, si ottiene come

$$\begin{aligned}
Y_2(s) &= G_4(s)G_5(s)K(s) = G_4(s)G_5(s)(M(s) + U_2(s) + Y_2(s)) = G_4(s)G_5(s)(G_1 L(s) + U_2(s) + Y_2(s))\\
&= G_4(s)G_5(s)(-G_1 Y_2(s) + U_2(s) + Y_2(s))
\end{aligned}$$

Da cui

$$Y_2(s) = \frac{G_4(s)G_5(s)}{1 - G_4(s)G_5(s) + G_1(s)G_4(s)G_5(s)} U_2(s),$$

pertanto

$$G_{22}(s) = \frac{G_4(s)G_5(s)}{1 - G_4(s)G_5(s) + G_1(s)G_4(s)G_5(s)}.$$

Per il calcolo di $G_{11}(s)$ si procede algebricamente come segue ponendo $u_2(t) = 0$. La relazione che lega $Y_1(s)$ con $U_1(s)$, quindi la $G_{11}(s)$, si ottiene come

$$Y_1(s) = G_2(s)G_3(s)M(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)L(s) = G_1(s)G_2(s)G - 3(s)(U_1(s) - Y_2(s)).$$

Da cui, conoscendo la relazione fra $Y_2(s)$ e $U_1(s)$

$$Y_1(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)(1 + G_4(s)G_5(s) - G_1(s)G_4(s)G_5(s))}{1 - G_4(s)G_5(s) + G_1(s)G_4(s)G_5(s)} U_1(s),$$

pertanto

$$G_{11}(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)(1+G_4(s)G_5(s)-G_1(s)G_4(s)G_5(s))}{1-G_4(s)G_5(s)+G_1(s)G_4(s)G_5(s)}.$$

Per il calcolo di $G_{12}(s)$ si procede algebricamente come segue ponendo $u_1(t) = 0$. La relazione che lega $Y_1(s)$ con $U_2(s)$, quindi la $G_{12}(s)$, si ottiene come

$$Y_1(s) = G_2(s)G_3(s)M(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)L(s) = -G_1(s)G_2(s)G-3(s)Y_2(s).$$

Da cui, conoscendo la relazione fra $Y_2(s)$ e $U_2(s)$

$$Y_1(s) = -\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)}{1-G_4(s)G_5(s)+G_1(s)G_4(s)G_5(s)}U_2(s),$$

pertanto

$$G_{21}(s) = -\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)}{1-G_4(s)G_5(s)+G_1(s)G_4(s)G_5(s)}.$$

2 Esercizio

Quesito a.

Gli autovalori della matrice della dinamica $\boldsymbol{A}$ sono pari a $\lambda_{1,2} = 2k \pm jl$. Il sistema è asintoticamente stabile quando tutti gli autovalori sono a parte reale negativa, e ciò avviene quando $k < 0$. Il sistema è instabile quando un solo autovalore ha parte reale positivo, e ciò accade quando $k > 0$. Il sistema è stabile quando un autovalore è nullo e gli altri a parte reale negativa. Ciò accade quando $k = 0 \wedge l \neq 0$. Quando $k = l = 0$ entrambi gli autovalori sono nulli e la matrice $\boldsymbol{A}$ è la matrice nulla. Essa è una matrice in forma diagonale, quindi il sistema è semplicemente stabile Riassumendo, si ha asintotica stabilità per $k < 0$, instabilità per $k > 0$, stabilità per $k = 0$, qualsiasi valore di l.

La raggiungibilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_r = \begin{bmatrix}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{AB}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & 0 & l(2k-1) & l \\ 1 & -1 & l^2+2k & -2k\end{bmatrix}.$$

Il rango di $\boldsymbol{M}_r$ può essere al più pari a 2. Tale eventualità accade quando $l \neq 0$ considerando come minore la matrice di ordine due formata dalla prima e dalla seconda colonna, ad esempio.

L'osservabilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_o = \begin{bmatrix}\boldsymbol{c}^T & \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{c}^T\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2k-l \\ -1 & -2k-l\end{bmatrix}$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_o$ è $-2l$. Quindi, il sistema è completamente osservabile se e solo se $l \neq 0$.

Pertanto, il sistema è in forma minima quando $l \neq 0$.

Quesito b.

Essendo il sistema LTI, la condizione per cui il sistema ammette un solo stato di equilibrio, qualsiasi sia l'ingresso costante, è che la matrice della dinamica, $\boldsymbol{A}$, sia invertibile. Il determinante di $\boldsymbol{A}$ è pari a $4k^2 + l^2$. Questo si annulla solo per $k = l = 0$, essendo $k, l \in \mathbb{R}$. Dunque, il sistema ammette un unico stato di equilibrio quando $k, l \neq 0$. In tal caso, lo stato di equilibrio è

$$\bar{\boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\bar{\boldsymbol{u}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{l(2k+1)}{4k^2+l^2} & \dfrac{l}{4k^2+l^2} \\ -\dfrac{2k-l^2}{4k^2+l^2} & \dfrac{2k}{4k^2+l^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{u}_1 \\ \bar{u}_2\end{bmatrix}.$$

Quesito c.

Ponendo $l = 1$ la matrice della dinamica assume la forma $\boldsymbol{A}_c = \begin{bmatrix} 2k & -1 \\ 1 & 2k \end{bmatrix}$. Per il quesito precedente, esseno $l \neq 0$ il sistema ammette uno ed un solo stato di equilibrio. Essendo il sistema di ordine due, è possibile classificare lo stato di equilibrio studiando traccia e determinante della matrice della dinamica. In particolare, il determinante di $\boldsymbol{A}_c$ è pari a $\Delta = 4k^2 + 1$, mentre la traccia è $\tau = 4k$.
Si nota come $\Delta > 0, \forall k \in \mathbb{R}$. Quando $k = 0$ si ha che $\tau = 0$, quindi lo stato di equilibrio è classificabile come centro. Per il resto, occorre studiare il segno di $\tau^2 - 4\Delta = -4 < 0$. Quindi, per $k \neq 0$, lo stato di equilibrio è classificabile come fuoco instabile se $k > 0$, mentre è un fuoco stabile se $k < 0$.
Riassumendo, lo stato di equilibrio è un centro quando $k = 0$, un fuoco stabile se $k < 0$ e un fuoco instabile se $k > 0$.

Quesito d.
La risposta complessiva $y(t)$ si può suddividere come

$$y(t) = \begin{cases} y_1(t), & t < 0, \\ y_2(t), & t \geq 0, \end{cases}$$

questo a causa della modifica del parametro k che assume la forma

$$k = \begin{cases} -1, & t < 0, \\ -2, & t \geq 0. \end{cases}$$

Si cominci dal caso $t < 0$ e si provveda a calcolare $y_1(t)$. Le matrici della forma i-s-u, dopo aver sostituito il valore $k = -1$ e $l = 1$, sono pari a

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Il sistema è asintoticamente stabile per i risultati visti precedentemente.
Poiché si presuppone che i segnali siano stati applicati ad un tempo $t = -\infty$, qualunque istante di tempo $t < 0$ si consideri, si può presupporre che le evoluzioni libere ed il transitorio si siano già estinti: il sistema è quindi a regime. Il legame fra l'uscita $y_1(t)$ e l'ingresso $\boldsymbol{u}(t)$ è dato dalla seguente funzione di trasferimento

$$\boldsymbol{W}_1(s) = \boldsymbol{c}(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} W_{1,1}(s) & W_{1,2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{2}{s^2 + 4s + 5} & \dfrac{s+3}{s^2 + 4s + 5} \end{bmatrix}.$$

Sapendo che $Y_1(s) = \boldsymbol{W}_1(s)\boldsymbol{U}(s)$, per il teorema del valore finale e della della risposta armonica si può scrivere

$$y_1(t) = |W_{1,1}(2j)| \cos(2t - \arg(W_{1,1}(2j))) + 5W_{1,2}(0) = 0.2481 \cos(2t + 1.6952) + 3,$$

per $t < 0$.
Per il prosieguo, sarà utile avere a disposizione anche l'evoluzione dello stato per $t < 0$. Pertanto, considerando $\boldsymbol{H}(s) = (s\boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{B}$ la matrice delle risposte impulsive nello stato, si ottiene

$$\boldsymbol{H}(s) = \begin{bmatrix} H_{1,1}(s) & H_{1,2}(s) \\ H_{2,1}(s) & H_{2,2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{s+1}{s^2 + 4s + 5} & \dfrac{1}{s^2 + 4s + 5} \\ \dfrac{s+3}{s^2 + 4s + 5} & -\dfrac{s+2}{s^2 + 4s + 5} \end{bmatrix}.$$

Giacché per $t < 0$ anche lo stato sarà al suo andamento di regime, applicando nuovamente il teorema della risposta armonica si può concludere che

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |H_{1,1}(2j)| \cos(2t + \arg(H_{1,1}(2j))) + 5H_{1,2}(0) \\ |H_{2,1}(2j)| \cos(2t + \arg(H_{2,1}(2j))) + 5H_{2,2}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2774 \cos(2t - 0.3393) + 1 \\ 0.4472 \cos(2t - 0.8584) - 2 \end{bmatrix}.$$

Particolarizzando lo stato in $t = 0$ si ottiene

$$\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{0,1} \\ x_{0,2} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 1.2616 \\ -1.7077 \end{bmatrix}$$

.
Per $t > 0$ la matrice della dinamica assume la forma

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

L'uscita calcolabile, per $t > 0$, è pari a

$$y_2(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[\boldsymbol{c}\left(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2\right)^{-1}\boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{c}\left(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2\right)^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{U}(s)\right], \tag{2.1}$$

con

$$\boldsymbol{c}\left(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{s+3}{s^2+8s+17} & -\dfrac{s+5}{s^2+8s+17} \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{c}\left(s\boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{A}_2\right)^{-1}\boldsymbol{B} = \boldsymbol{W}_2(s) = \begin{bmatrix} W_{2,1}(s) & W_{2,2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{2}{s^2+8s+17} & \dfrac{s+5}{s^2+8s+17} \end{bmatrix},$$

da cui, sostituendo nella (2.1), si ottiene

$$y_2(t) = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{s+3}{s^2+8s+17}x_{0,1} - \frac{s+5}{s^2+8s+17}x_{0,2} - \frac{2}{s^2+8s+17}U_1(s) + \frac{s+5}{s^2+8s+17}U_2(s)\right],$$

con $U_1(s) = \dfrac{s}{s^2+4}$ e $U_2(s) = \dfrac{5}{s}$, per $t \geq 0$. Tenendo conto dei valori numerici delle condizioni iniziali, si ottiene

$$\begin{aligned} y_2(t) \simeq\ & 1.7842e^{-4t}\cos(t+0.7854) + 2.415e^{-4t}\cos(t-0.7854) + 0.0611e^{-4t}\cos(t+1.4058) \\ & + 0.0611\cos(2t-0.3218) + 1.4706 + 6.8856e^{-4t}\cos(t+1.3624), \end{aligned}$$

per $t \geq 0$.
La risposta complessiva del sistema $\forall\, t \in \mathbb{R}$ risulta dunque pari a

$$y(t) \simeq \begin{cases} 0.2481\cos(2t+1.6952) + 3, & t < 0, \\ 1.558e^{-4t}\cos(t-0.0263) - 0.097e^{-4t}\cos(2t+0.869) + 1.4706, & t \geq 0. \end{cases}$$

3 Esercizio

La forma ingegneristica di tale funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = 10\frac{\left(1 + \dfrac{2\cdot 0.1}{0.1}s + \dfrac{s^2}{0.1^2}\right)\left(1 + \dfrac{s}{10}\right)}{(1+s^2)\left(1 + \dfrac{s}{5}\right)^2}.$$

Si riconoscono al numeratore un termine binomio e uno trinomio di molteplicità singola. Al denominatore, invece, vi è un termine trinomio di molteplicità singola e un termini binomio di molteplicità doppia. I parametri riguardanti guadagno del sistema, tipo, costanti di tempo, smorzamenti e pulsazioni naturali sono pari a $\mu = 10$, $g = 0$, $\alpha_n = 0.1$ rad/s, $\zeta = 0.1$, $\tau = 0.1$ s, $\omega_n = 1$ rad/s, $\xi = 0$, $T = 0.2$ s. Le pulsazioni di rottura, in ordine crescente, sono quindi pari a $\omega_1 = \alpha_n = 0.1$ rad/s, $\omega_2 = \omega_n = 1$ rad/s, $\omega_3 = 1/|T| = 5$ rad/s, $\omega_4 = 1/|\tau| = 10$ rad/s,
Poiché il sistema è di tipo 0, il diagramma dei moduli partirà con un tratto piatto del valore di $\mu_{dB} = 20$ dB. La prima pulsazione di rottura è in ω_1 ad opera del termine trinomio al numeratore di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di 40 dB/decade. Poiché lo smorzamento è $\zeta = 0.1$, in circa ω_1 vi sarà una correzione di $P_R = -\left|\dfrac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}\right|_{dB} \simeq -14$ dB. La seconda pulsazione di rottura è in ω_2 ad opera del termine trinomio al denominatore di molteplicità singola. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -40 dB/decade. Poiché $\xi = 0$, vi sarà un asintoto verticale con il grafico reale dei moduli che tenderà verso $+\infty$ dB. La terza pulsazione di rottura è in ω_3 ad opera

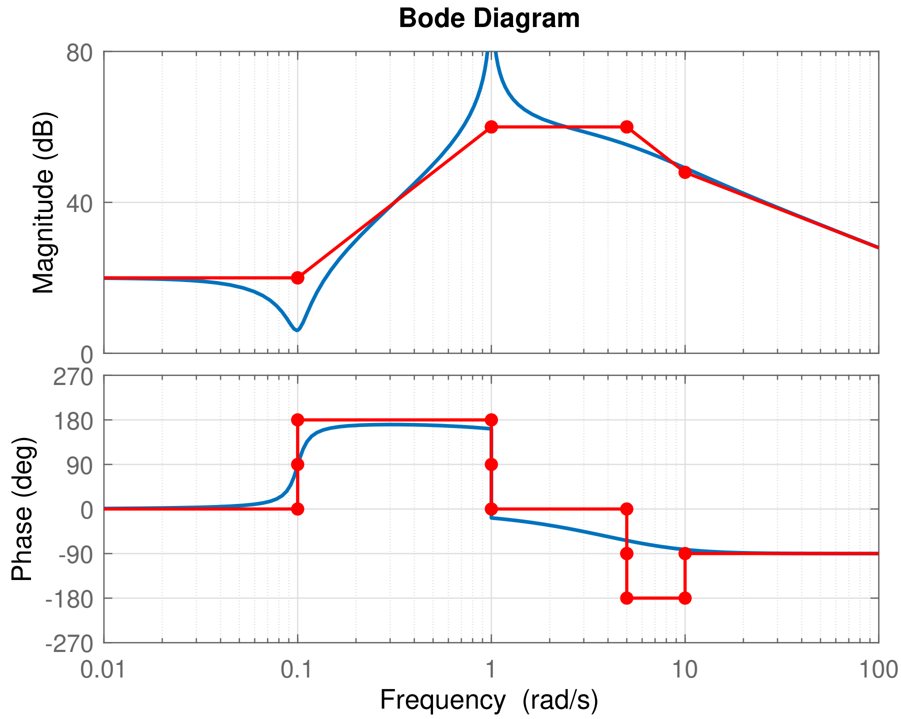


Figura 3.1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$.

del termine binomio al denominatore di molteplicità doppia. La correzione relativa è di -40 dB/decade. Il fattore correttivo in ω_3 è di -6 dB. Infine, la quarta pulsazione di rottura è in ω_4 ad opera del termine binomio al numeratore di molteplicità singola. La correzione relativa è di 20 dB/decade. Il fattore correttivo in ω_4 è di 3 dB.
Il diagramma delle fasi tiene conto delle solite tecniche di tracciamento. Quindi, il grafico parte da 0 deg siccome il guadagno $\mu > 0$ e il sistema è di tipo 0. Il termine trinomio al numeratore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Essendo $\zeta = 0.1$ la correzione è tale che in ω_1 il diagramma delle fasi è quasi verticale. Il termine trinomio al denominatore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Poiché $\xi = 0$ si ha un tratto verticale in ω_2. In particolare, il valore del diagramma asintotico delle fasi in ω_2 è circa 62 deg. Da qui il grafico ha un salto da $62+90 = 152$ deg a $62-90 = -28$ deg. Il termine binomio al denominatore, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al numeratore, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 90 deg alla relativa pulsazione di rottura.
Per effetto di questi contributi, il diagramma delle fasi termina con un tratto piatto pari a -90 deg.
Il sistema non è un filtro standard nelle definizioni date. Rispetta la condizione necessaria per poter essere un filtro passa-basso, ossia il tipo è 0, ma il termine trinomio al denominatore con $\xi = 0$ fa scaturire un asintoto verticale a $+\infty$ dB che inficia la definizione.

4 Esercizio

Dall'equazione alle differenze è immediato scrivere la funzione di trasferimento del sistema

$$G(z) = \frac{z-2}{z-0.5}.$$

La trasformata dell'ingresso è pari a

$$U(z) = \mathcal{Z}[u(k)] = 1 + \frac{z}{z-2} - \frac{z}{z-1}.$$

La risposta forzata dell'uscita è pari a

$$y_f(k) = \mathcal{Z}^{-1}\left[G(z)U(z)\right] = \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{2z-2}{z-0.5} - \frac{z(z-2)}{(z-1)(z-0.5)}\right] = 4\delta(k) + \left(\left(\frac{1}{2}\right)^k - 2\right)\delta_{-1}(k).$$

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.1 (MATRICOLE PARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola*. In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 24.2*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Si consideri un sistema LTI a tempo continuo avente la seguente forma i-s-u con $k, l \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t) &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} 2k & -l \\ l & 2k \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} l & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \\ y(t) &= \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t).\end{aligned}$$

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando i parametri k, l variano nell'intervallo $[-5, 5]$.
- Posto $k = l = -1$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 5 - \cos(t)\delta_{-1}(-t)$, con $t \in [-10, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 2500 \frac{(s^2 + 0.02s + 0.01)(s + 10)}{(s^2 + 1)(s^2 + 10s + 25)}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si determini la banda passante a 3 dB del sistema.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.2 (MATRICOLE DISPARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola*. In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 24.2*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Si consideri un sistema LTI a tempo continuo avente la seguente forma i-s-u con $k, l \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t) &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} 2k & -l \\ l & 2k \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} l & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \\ y(t) &= \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t).\end{aligned}$$

- Si scriva uno script per il quale si classifichi lo stato di equilibrio del sistema del secondo ordine in sella, centro, fuoco, etc., quando i parametri k, l variano nell'intervallo $[-5, 5]$.
- Posto $k = l = -2$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 10 - \sin(3t)\delta_{-1}(-t)$, con $t \in [-10, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 2500 \frac{(s^2 + 0.02s + 0.01)(s + 10)}{(s^2 + 1)(s^2 + 10s + 25)}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si scriva una forma i-s-u del sistema.