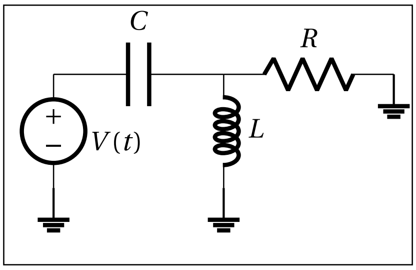
Voto	Traccia Matlab	Cognome, Nome e Matricola

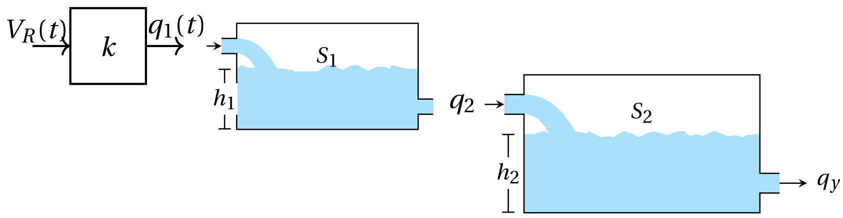
Corso: Teoria dei Sistemi

Docente: Vincenzo Lippiello

Prova scritta del 09/09/2024

Leggere con attenzione
Il corretto svolgimento del compito prevede che lo studente risponda in maniera chiara ai quesiti proposti e, ove necessario, argomenti i diversi passaggi, espliciti le formule usate, motivi le scelte e non si limiti a riportare i soli risultati dei calcoli.
Alla consegna della prova scritta, l'allievo riceverà la traccia dell'elaborato tecnico da svolgere in ambiente Matlab/Simulink.
Non è consentito consultare appunti o altro materiale, così come è assolutamente vietata ogni forma di collaborazione, pena l'annullamento della prova e il non poter partecipare alla successiva seduta d'esame. Durante la seduta, si forniranno spiegazioni soltanto su quesiti inerenti la comprensione della traccia.
Durata della prova: 3 ore.





1. Si consideri lo schema a blocchi rappresentato in figura, per il quale si è scelto come ingresso la tensione $u_1(t) = V(t)$, e come uscita la portata $y(t) = q_y(t)$ in uscita al secondo serbatoio. La portata in uscita del primo serbatoio $q_1(t)$ è proporzionale alla caduta di tensione sul resistore del circuito, $V_R(t)$, attraverso un coefficiente $k > 0$. Per il primo serbatoio $h_1(t)$ è l'altezza del liquido, S_1 la sua sezione, mentre $q_2(t)$ è la sua uscita che non è autoregolata, quindi si considera come ulteriore ingresso $u_2(t)$. Il secondo serbatoio ha un'altezza del liquido $h_2(t)$ e una sezione S_2, mentre l'uscita $q_y(t) = a_2\sqrt{h_2(t)}$ è autoregolata dal parametro $a_2 > 0$.
   a) Si scriva il modello i-s-u del sistema complessivo e si dia un'adeguata classificazione. **[Punti: 5]**
   b) Considerati come ingressi $u_1(t) = \bar{u}_1$ e $u_2(t) = \bar{u}_2$, si verifichi quando il sistema ammette stati di equilibrio e calcolarne l'espressione. **[Punti: 3]**

2. Si consideri il seguente sistema dinamico LTI a tempo continuo, con $h, k \in \mathbb{R}$,
$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t) = \begin{bmatrix} 2k & h-2k+1 \\ k & h-k \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}u(t),$$
$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) + du(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) + u(t).$$
   a) Trovare i valori di h e k per cui il sistema è asintoticamente stabile. **[Punti: 2]**
   b) Posto $h = k = 1$, si studi al raggiungibilità e l'osservabilità del sistema. Laddove il sistema non fosse in forma minima, trovare la matrice di trasformazione che porti il sistema in forma canonica di Kalman. **[Punti: 4]**
   c) Posti $h = -1$ e $k = 0$, si trovi la condizione iniziale nello stato che non mostri nell'uscita totale del sistema, con ingresso $u(t) = 2\sin(t)\delta_{-1}(t)$, modi naturali semplicemente stabili o instabili. **[Punti: 6]**

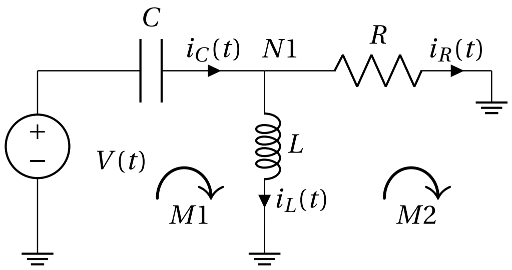
3. Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento $G(s) = 10^4 \dfrac{s(100s^2+1)}{(s^2+100)^2(s+1)}$. Si disegnino i diagrammi asintotici di Bode con le dovute correzioni. **[Punti: 5]**

4. Si consideri un sistema LTI a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze $y(k) = -0.3y(k-1) + u(k-1)$. Si fornisca una rappresentazione i-s-u del sistema e la sua funzione di trasferimento **[Punti: 2]** Calcolare, poi, la risposta forzata dell'uscita corrispondente ad un ingresso pari a $u(k) = -10\delta(k) + \delta_{-1}(k-1)$. **[Punti: 3]**

Soluzione

1 Esercizio

Quesito a.
Il promo blocco del sistema è un circuito elettrico. Per prima cosa, in maniera del tutto arbitraria, si decidono i versi delle cadute di tensione ai morsetti dei vari componenti del circuito e, di conseguenza, il verso della corrente che li attraversa. In questo quesito si utilizza la convezione dell'utilizzatore. Dunque, le correnti vanno dal morsetto positivo a quello negativo del componente. In Fig. 1 sono evidenziati i versi delle correnti (e quindi delle tensioni) circolanti nel circuito, i nodi, le maglie e i versi di percorrenza delle stesse, scelti sempre in maniera arbitraria.



Ricordando che per elementi in serie passa la stessa corrente, si scrivono le relazioni costitutive di tutti i componenti del circuito

$$V_R(t) = Ri_R(t), \tag{1.1a}$$
$$i_C(t) = C\dot{V}_C(t), \tag{1.1b}$$
$$V_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t), \tag{1.1c}$$
$$\tag{1.1d}$$

e le leggi di Kirchhoff alle maglie

$$M1:\ V(t) - V_C(t) - V_L(t) = 0, \tag{1.2a}$$
$$M2:\ V_L(t) - V_r(t) = 0, \tag{1.2b}$$

e al nodo

$$N1:\ i_C(t) - i_R(t) - i_L(t) = 0. \tag{1.3}$$

La tensione $V_R(t)$ è l'uscita del circuito.
Nel circuito vi è un elemento capacitivo e uno induttivo. Andranno quindi scritte due equazioni differenziali rispetto alla tensione capacitiva e la corrente dell'induttore. Pertanto, si scelgono come variabili di stato $x_1(t) = V_C(t)$ e $x_2(t) = i_L(t)$. Sfruttando le equazioni (1.1a), (1.2b), (1.2) e (**??**) si ottiene l'equazione differenziale rispetto alla variabile di stato $x_1(t)$.
Pertanto, il modello i-s-u del circuito è

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{RC}x_1(t) + \frac{1}{C}x_2(t) + \frac{1}{RC}u_1(t), \tag{1.4a}$$
$$\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{L}x_1(t) + \frac{1}{L}u_1(t), \tag{1.4b}$$
$$V_R(t) = -x_1(t) + u_1(t). \tag{1.4c}$$

Dal secondo blocco risulta banalmente la relazione statica

$$q_1(t) = kV_R(t) = -kx_1(t) + ku_1(t). \tag{1.5}$$

Il terzo blocco dello schema è costituito dalla cascata di due serbatoi le cui equazioni dinamiche sono

$$
\begin{aligned}
S_1 \dot{h}_1(t) &= q_1(t) - q_2(t), \\
S_2 \dot{h}_2(t) &= q_2(t) - q_y(t).
\end{aligned}
$$

La portata di uscita del primo serbatoio è il secondo ingresso del sistema, quindi $q_2(t) = u_2(t)$, mentre q_y è autoregolata come nel testo dell'esercizio. Scegliendo l'altezza dei liquidi come variabili di stato, si può porre $x_3(t) = h_1(t)$ e $x_4(t) = h_2(t)$. Il modello i-s-u dei serbatoi in cascata è quindi

$$
\dot{x}_3(t) = -\frac{k}{S_1} x_1(t) + \frac{k}{S_1} u_1(t) - \frac{1}{S_1} u_2(t), \tag{1.6a}
$$

$$
\dot{x}_4(t) = -\frac{a_2}{S_2} \sqrt{x_4(t)} + \frac{1}{S_2} u_2(t) \tag{1.6b}
$$

$$
q_y(t) = a_2 \sqrt{x_4(t)}. \tag{1.6c}
$$

L'uscita del secondo serbatoio, $q_y(t)$, è l'uscita $y(t)$ dell'intero sistema.
Componendo assieme le equazioni (1.6), (1.5) e (1.4), si ottiene il modello i-s-u dell'intero schema a blocchi

$$
\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{RC} x_1(t) + \frac{1}{C} x_2(t) + \frac{1}{RC} u_1(t), \tag{1.7a}
$$

$$
\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{L} x_1(t) + \frac{1}{L} u_1(t), \tag{1.7b}
$$

$$
\dot{x}_3(t) = -\frac{k}{S_1} x_1(t) + \frac{k}{S_1} u_1(t) - \frac{1}{S_1} u_2(t), \tag{1.7c}
$$

$$
\dot{x}_4(t) = -\frac{a_2}{S_2} \sqrt{x_4(t)} + \frac{1}{S_2} u_2(t) \tag{1.7d}
$$

$$
y(t) = a_2 \sqrt{x_4(t)}. \tag{1.7e}
$$

Il sistema è del quarto ordine, non lineare, tempo continuo, stazionario, strettamente proprio.

Quesito b.
Dati il valore dell'ingresso nel testo del quesito, lo stato di equilibrio lo si trova ponendo a zero le derivate delle variabili di stato nel modello i-s-u (1.7). Pertanto, il sistema da risolvere è

$$
\begin{cases}
0 &= -\frac{1}{RC} \bar{x}_1 + \frac{1}{C} \bar{x}_2 + \frac{1}{RC} \bar{u}_1, \\
0 &= -\frac{1}{L} \bar{x}_1, + \frac{1}{L} \bar{u}_1 \\
0 &= -\frac{k}{S_1} \bar{x}_1 + \frac{k}{S_1} \bar{u}_1 - \frac{1}{S_1} \bar{u}_2, \\
0 &= -\frac{a_2}{S_2} \sqrt{\bar{x}_4} + \frac{1}{S_2} \bar{u}_2.
\end{cases}
$$

Con semplici manipolazioni algebriche si ottiene che il sistema ammette stato di equilibrio quando è verificata l'equazione

$$
\bar{u}_1 = \bar{u}_1 - \frac{1}{k} \bar{u}_2.
$$

Ciò accade quando entrambi gli ingressi costanti sono nulli e il sistema ammette il seguente stato di equilibrio

$$
\bar{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}^T,
$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

2 ESERCIZIO

Quesito a.
Il polinomio caratteristico della matrice della dinamica, $\boldsymbol{A}$, è pari a $\varphi(\lambda) = \lambda^2 - (k+h)\lambda + k(h-1)$. Condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema del secondo ordine sia asintoticamente stabile è che tutti i coefficienti del polinomio caratteristico devono avere lo stesso segno. Occorre quindi imporre le condizioni $k+h<0$ e $k(h-1)>0$ che devono essere entrambe verificare contemporaneamente. Ciò accade quando $k>0 \wedge h>1 \wedge k+h<0$ oppure $k<0 \wedge h<1 \wedge k+h<0$. Tuttavia, l'intersezione della prima soluzione è nulla. La seconda soluzione ha invece intersezione come da grafico in Figura 2.1.

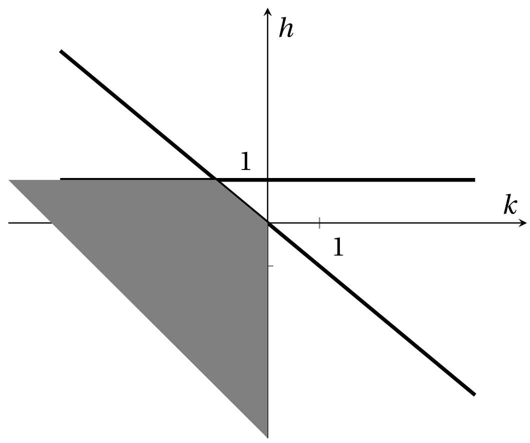


Figura 2.1: Rappresentazione grafica nel dominio dei parametri (la parte in grigio è la parte che verifica l'asintotica stabilità del sistema).

Quesito b.
Con i valori indicati, la matrice della dinamica assume la seguente espressione

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

La raggiungibilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_r = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} & \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_r$ è nullo, quindi il sistema non è completamente raggiungibile. Il rango di $\boldsymbol{M}_r$ è pari a 1.
L'osservabilità del sistema si può studiare attraverso la seguente matrice

$$\boldsymbol{M}_o = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}^T & \boldsymbol{A}_1^T\boldsymbol{c}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Il determinante di $\boldsymbol{M}_o$ è nullo, quindi il sistema non è completamente osservabile. Il rango di $\boldsymbol{M}_o$ è pari a 1.
Per la procedura della scomposizione canonica di Kalman, prendiamo le colonne linearmente indipendenti di $\boldsymbol{M}_r$, ossia

$$X_r :< \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} > .$$

Prendiamo anche una colonna linearmente indipendente di $\boldsymbol{M}_o$ che è

$$X_o :< \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} > .$$

Calcoliamo ora il nullo di $\boldsymbol{M}_r^T$ pari a

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 2z_1 = -z_2 \Rightarrow X_{n,r} :< \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \end{bmatrix} > .$$

Calcoliamo ora il nullo di $\boldsymbol{M}_o^T$ pari a

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow z_1 = 0 \Rightarrow X_{n,o} :< \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} > .$$

Si prendano ora le colonne $X_1 = X_r \cap X_{n,o}$. Questo insieme è vuoto perché i vettori sono linearmente indipendenti.
Si prendano ore le colonne $X_2 = X_r \cap \left(X_{n,r} \cup X_o\right)$. Questo darà proprio X_r in quanto si ottiene combinando $X_{n,r}$ e X_o. Quindi, $X_2 =< \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} >$.
Si prendano ora le colonne $X_3 = X_{n,o} \cap \left(X_{n,r} \cup X_o\right)$. Questo darà proprio $X_{n,o}$ in quanto in quanto si ottiene combinando $X_{n,r}$ e X_o. Qundi, $X_3 =< \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} >$.
Si prendano ora le colonne $X_4 = X_{n,r} \cap X_o$. Questo insieme è vuoto perché i vettori sono linearmente indipendenti fra loro.
Dunque, la matrice di trasformazione di Kalman sarà data da

$$\boldsymbol{T}_k^{-1} = \begin{bmatrix} X_2 & X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Quesito d.
Con i valori indicati, la matrice della dinamica assume la seguente espressione

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

I due autovalori del sistema sono, in questo caso, $\lambda_{1,2} = -1$ e $\lambda_{2,2} = 0$. Il sistema è semplicemente stabile.
La risposta complessiva del sistema è pari a

$$y(t) = \boldsymbol{c}e^{\boldsymbol{A}_2 t}\boldsymbol{x}_0 + \mathscr{L}^{-1}[G(s)U(s)],$$

con $\boldsymbol{x}_o = \begin{bmatrix} x_{0,1} & x_{0,2} \end{bmatrix}^T$.
La matrice esponenziale può calcolarsi come

$$e^{\boldsymbol{A}_2 t} = \mathscr{L}^{-1}[(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2)^{-1}] = \mathscr{L}^{-1}\left[\begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix}.$$

La funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = \boldsymbol{c}\,(s\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{A}_2)^{-1}\,\boldsymbol{b} + d = \frac{s+2}{s}.$$

La trasformata dell'ingresso è pari a

$$U(s) = \mathscr{L}[u(t)] = \frac{2}{s^2+1}.$$

La risposta forzata è quindi pari a

$$y_f(t) = \mathscr{L}^{-1}[G(s)U(s)] = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{2(s+2)}{s(s^2+1)}\right] = 4 + 4.4722\sin(t - 1.1071).$$

La risposta complessiva assume quindi l'espressione

$$y(t) = \boldsymbol{c}e^{\boldsymbol{A}_2 t}\boldsymbol{x}_0 + \mathscr{L}^{-1}[G(s)U(s)] = x_{0,1} + 4 + 4.4722\sin(t - 1.1071).$$

Si vede che non sono presenti termini instabili, mentre vi sono dei termini costanti. Basta porre $x_{0,1} + 4 = 0 \Rightarrow x_{0,1} = -4$ per rispettare le condizioni richieste. Le condizioni iniziali devono quindi essere nella forma $\boldsymbol{x}_o = \begin{bmatrix} -4 & \alpha \end{bmatrix}^T$, con $\alpha \in \mathbb{R}$.

3 Esercizio

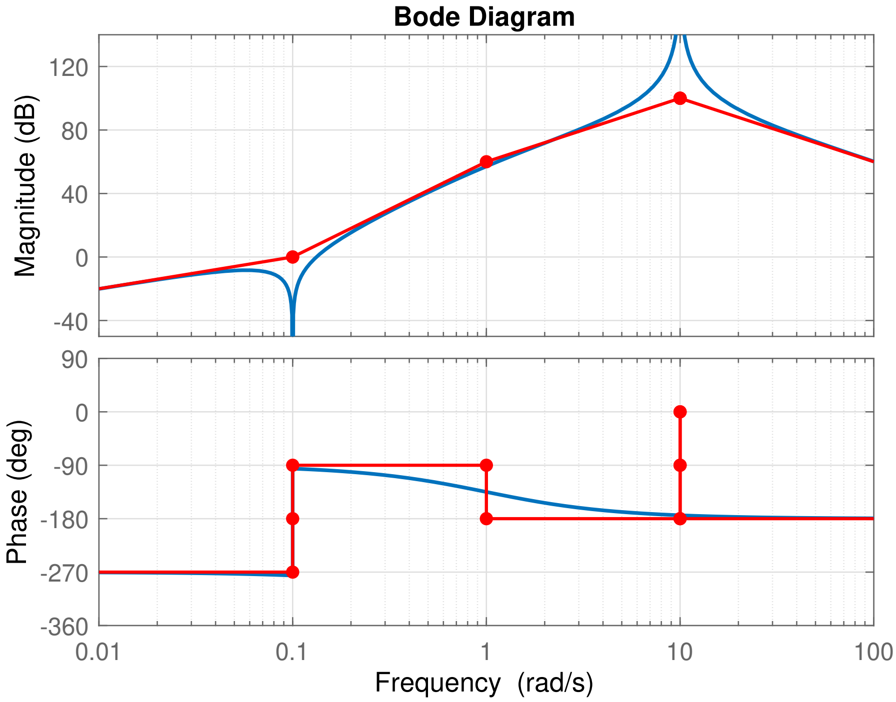


Figura 3.1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$.

La forma ingegneristica di tale funzione di trasferimento è pari a

$$G(s) = \frac{s\left(\dfrac{s^2}{0.01}+1\right)}{\left(\dfrac{s^2}{100}+1\right)^2 (s+1)}.$$

Si riconoscono al numeratore un termine monomio ed uno trinomio, entrambi di molteplicità singola. Al denominatore, invece, vi è un termine trinomio di molteplicità doppia ed uno binomio di molteplicità singola. I parametri riguardanti guadagno del sistema, tipo, costanti di tempo, smorzamenti e pulsazioni naturali sono pari a $\mu = 1$, $g = -1$, $T_1 = 1$ s, $\alpha_n = 0.1$ rad/s, $\zeta = 0$, $\omega_n = 10$ rad/s e $\xi = 0$. Le pulsazioni di rottura, in ordine crescente, sono quindi pari a $\omega_1 = \alpha_n = 0.1$ rad/s, $\omega_2 = 1/|T_1| = 1$ rad/s, $\omega_3 = \omega_n = 10$ rad/s.
Poiché il sistema è di tipo -1, il diagramma dei moduli partirà con un tratto pendente 20 db/decade che intercetterà l'asse delle ordinate in $\omega = 1$ rad/s al valore pari a $\mu_{dB} = 0$ dB. La prima pulsazione di rottura è in ω_1 ad opera del termine trinomio al numeratore. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di 40 dB/decade. Poiché lo smorzamento è nullo, ad ω_1 corrisponde un asintoto verticale con tendenza a raggiungere $-\infty$ dB. La seconda pulsazione di rottura è in ω_2 ad opera del termine binomio al denominatore. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -20 dB/decade. La terza pulsazione di rottura è in ω_3 ad opera del termine trinomio al denominatore. La variazione di pendenza relativa del diagramma asintotico è di -80 dB/decade a causa della doppia molteplicità. Poiché lo smorzamento è nullo anche in questo caso, ad ω_3 corrisponde un asintoto verticale con tendenza a raggiungere $+\infty$ dB.
Il diagramma delle fasi tiene conto delle solite tecniche di tracciamento. Quindi, il grafico parte da -270 deg (oppure 90 deg per effetto della periodicità del diagramma di fase) siccome il guadagno $\mu > 0$ e il sistema è di tipo -1. Il termine trinomio al numeratore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di 180 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il termine binomio al denominatore, di molteplicità singola, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di -90 deg alla relativa pulsazione di rottura. Il

termine trinomio al denominatore, di molteplicità doppia, apporta un salto relativo del diagramma asintotico di ± 360 deg (ovvero di 0 deg per effetto della periodicità del diagramma di fase) alla relativa pulsazione di rottura.
Per effetto di questi contributi, il diagramma delle fasi termina con un tratto piatto pari a -180 deg.

4 Esercizio

Dall'equazione alle differenze è immediato scrivere la funzione di trasferimento del sistema pari a

$$G(z) = \frac{1}{z+0.3}.$$

Da questa, è facile ricavare una rappresentazione i-s-u attraverso, ad esempio, la forma canonica di raggiungibilità

$$\begin{aligned} x(k+1) &= -0.3x(k) + u(k), \\ y(k) &= x(k). \end{aligned}$$

La trasformata dell'ingresso è pari a

$$U(z) = -10 + \frac{1}{z}\frac{z}{z-1} = \frac{-10z+11}{z-1}.$$

La risposta forzata dell'uscita è pari a

$$y_f(k) = \mathcal{Z}^{-1}[G(z)U(z)] = \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{-10z+11}{(z-1)(z+0.3)}\right] = \left(-\frac{110}{3}\delta(k) + 35.8974(-0.3)^k + \frac{10}{13}\right)\delta_{-1}(k).$$

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.1 (MATRICOLE PARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola*. In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 10.7*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2k & h-2k+1 \\ k & h-k \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},\ d = 1,$$

con $h, k \in \mathbb{R}$.

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema, nonché le proprietà di osservabilità e raggiungibilità, quando i parametri h e k variano nell'intervallo $[-10, 2]$.
- Posti $h = k = -1$, si disegnino i diagrammi di Bode del sistema.
- Posti $h = -1$ e$k = 0$, si disegni il valore dell'uscita del sistema con condizioni iniziali $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \end{bmatrix}^T$ quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(t) = 2\sin(t)$, con $t \in [0, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 10^4 \frac{s(100s^2+1)}{(s^2+100)^2(s+1)}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema. Si determini la banda passante a 3 dB del sistema. Infine, scrivere una rappresentazione i-s-u dello stesso.

ELABORATO TECNICO - TRACCIA N.2 (MATRICOLE DISPARI)

Risolvere il quesito di seguito riportato utilizzando unicamente lo strumento software Matlab e/o Simulink. Non calcolare nulla a parte su supporti cartacei. Il file generato va consegnato entro il giorno antecedente la prova orale tramite email all'indirizzo del docente con oggetto *[TSI-FSD][Elaborato tecnico]- Cognome Nome Matricola*. In caso di problemi, il discente deve portare un drive USB il giorno della seduta orale. In caso di più files generati, compattare tutto in un file ZIP. ATTENZIONE: nel caso si utilizzi Simulink, salvare il file con compatibilità per la *versione 10.7*. A scanso di equivoci, portare il proprio PC con la versione di Simulink utilizzata.

Sia dato il sistema LTI a tempo discreto del primo ordine caratterizzato dalle seguenti matrici

$$a = k,\ b = 1,\ c = 1,\ d = 0$$

con $k \in \mathbb{R}$.

- Si scriva uno script per il quale si determinino le proprietà di stabilità asintotica, stabilità semplice ed instabilità del sistema quando $k \in [-5, 5]$.
- Posto $k = -0.3$, si disegni il valore dell'uscita del sistema quando ad esso è sottoposto l'ingresso $u(k) = -10\delta(k) + \delta_{-1}(k-1)$, con $k \in [0, 10]$ s.

Sia dato il sistema LTI a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 10^4 \frac{s(100s^2+1)}{(s^2+100)^2(s+1)}.$$

Si disegnino i diagrammi di Bode del sistema.

Infine, usando i comandi **laplace** e/o **ilaplace**, si calcoli la funzione di trasferimento del sistema quando la risposta impulsiva è $g_y(t) = \delta(t) - 5e^{-t} + 10te^{-2t}$. Per tale sistema, si disegni la risposta dell'uscita all'ingresso $u(t) = (5 + e^{-10t} + \cos(t))\delta_{-1}(t)$ nell'intervallo di tempo $t \in [0, 10]$ s.