

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники

Кафедра ИТАС

Лабораторная работа №3

«Решение задач оптимизации на основе методов линейного целочисленного  
программирования»

Вариант №8

Проверила:

Протченко Е.В.

Выполнила:

ст.гр.820605

*ФИО*

Минск 2020

**Условие:**

Решить задачу методом ветвей и границ.

Предприятие выпускает два вида изделий (А и В), используя при этом материалы двух видов: алюминий и пластмассу. Расход материалов на одно изделие, имеющиеся запасы материалов (на одну смену) и прибыль от реализации одного изделия каждого вида приведены в таблице.

металл	Запас материала	Расход на одно изделие	
		<b>А</b>	<b>В</b>
Алюминий	150кг	4	6
Пластмасса	180кг	8	3
Прибыль, д.е.		500	420

Составить план производства, обеспечивающий получение максимальной прибыли.

**Решение методом ветвей и границ:**

Обозначим через  $X_1$  и  $X_2$  количество изделий А и В соответственно. Тогда математическая модель будет выглядеть следующим образом:

$$4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

Математическая модель задачи в стандартной форме имеет следующий вид:

$$4X_1 + 6X_2 + X_3 = 150$$

$$8X_1 + 3X_2 + X_4 = 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

**Шаг 1.** Решим задачу 1 симплекс-методом

<b>№1</b>	$X_1$	$X_2$			
Решение	17,5	13,3333			
Целевая функция	500	420	14350	->	max
Ограничения	4	6	150	<=	150
	8	3	180	<=	180

Решение нецелочисленное.

Добавим следующие задачи 2 и 3 в список решаемых:

$$2) 4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$X_2 \leq 13$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

$$3) 4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$X_2 \geq 14$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

$E = 14350$  – оценка данных задач.

Выберем для решения задачу 3.

№3	$X_1$	$X_2$			
Решение	16,5	14			
Целевая функция	500	420	14130	->	max
Ограничения	4	6	150	<=	150
	8	3	174	<=	180
		1	14	>=	14

Решение нецелочисленное.

Добавим следующие задачи 4 и 5 в список решаемых:

$$4) 4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$X_2 \geq 14, X_1 \leq 16$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

$$5) 4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$X_2 \geq 14, X_1 \geq 17$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

$E = 14130$  – оценка данных задач.

Список решаемых задач: 2 (с оценкой 14350), 4 и 5 (с оценкой 14130).

Решим задачу 2.

№2	$X_1$	$X_2$			
Решение	17,625	13			
Целевая функция	500	420	14272,5	->	max
Ограничения	4	6	148,5	<=	150
	8	3	180	<=	180
		1	13	<=	13

Решение нецелочисленное.

Добавим следующие задачи 6 и 7 в список решаемых:

$$6) 4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$X_2 \leq 13, X_1 \leq 17$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

$$7) 4X_1 + 6X_2 \leq 150$$

$$8X_1 + 3X_2 \leq 180$$

$$X_i \geq 0, X_i \in Z \quad i = 1, 2.$$

$$X_2 \leq 13, X_1 \geq 18$$

$$E = 500X_1 + 420X_2 \rightarrow \max$$

$E = 14272,5$  – оценка данных задач.

Список решаемых задач: 4 и 5 (с оценкой 14130), 6 и 7 (с оценкой 14272,5).

Решим задачу 7.

№7	$X_1$	$X_2$			
Решение	18	12			
Целевая функция	500	420	14040	->	max
Ограничения	4	6	144	<=	150
	8	3	180	<=	180
		1	12	<=	13
	1		18	>=	18

Решение целочисленное.  $\Rightarrow E_{\text{ТНР}} = 14040$ .

Оценки остальных задач из списка решаемых выше. Решим задачу 6.

№6	$X_1$	$X_2$			
Решение	17	13			
Целевая функция	500	420	13960	->	max
Ограничения	4	6	146	<=	150
	8	3	175	<=	180
		1	13	<=	13
	1		17	<=	17


Решение целочисленное, однако меньше  $E_{\text{ТНР}}$ .

Решим задачу 4.

№4	$X_1$	$X_2$			
Решение	16	14,3333			
Целевая функция	500	420	14020	->	max
Ограничения	4	6	150	<=	150
	8	3	171	<=	180
		1	14,3333	>=	14
	1		16	<=	16

Решение нецелочисленное,  $E < E_{\text{ТНР}}$ .

Решим задачу 5.



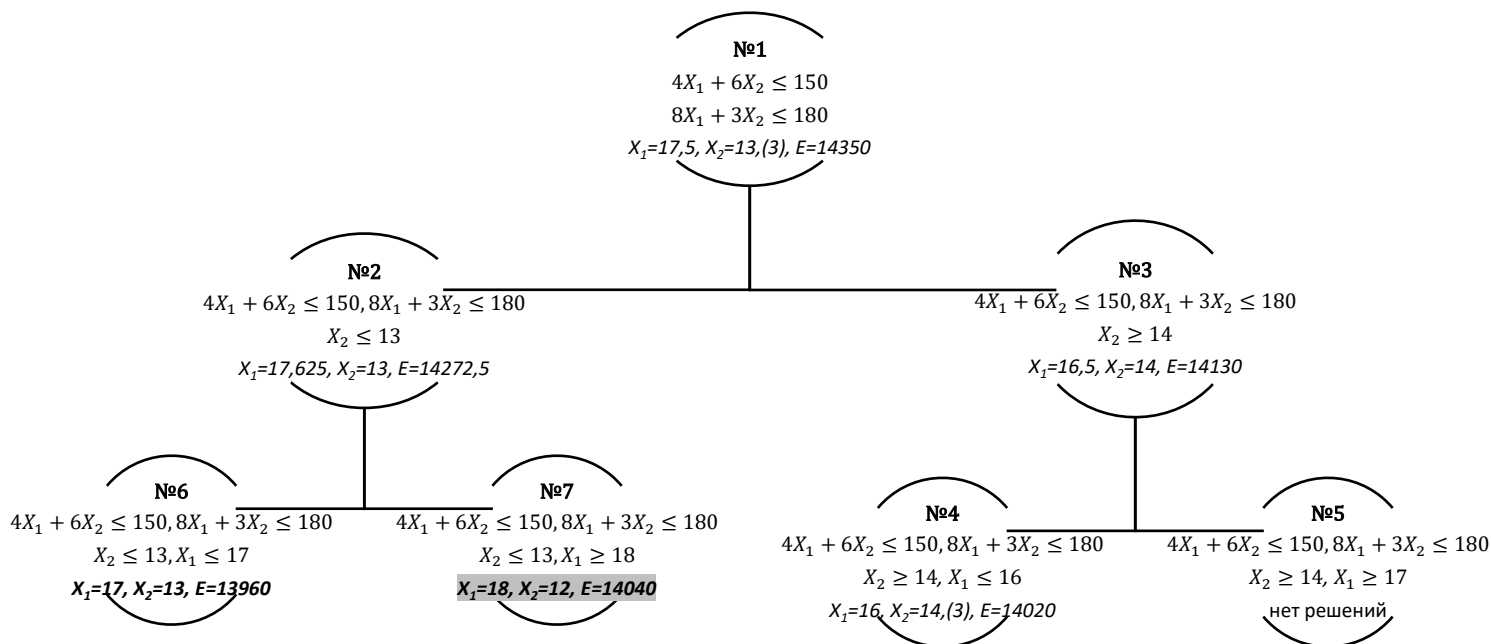
**В ходе поиска не удалось найти допустимого решения.**

В ходе поиска решения не удастся найти точку, для которой выполняются все ограничения.

№5	$X_1$	$X_2$			
Решение	17	13,6667			
Целевая функция	500	420	14240	->	max
Ограничения	4	6	150	<=	150
	8	3	177	<=	180
		1	13,6667	>=	14
	1		17	>=	17

В списке решаемых задач не осталось ни одной задачи. Таким образом, получено оптимальное решение:  $X_1 = 18, X_2 = 12, E = 14040$ .

Можно также определить, что неизрасходованный остаток запаса алюминия составит 6 кг, а пластмасса израсходуется полностью.



### Решение с помощью табличного процессора Excel:

В соответствии с ограничениями:

\$I\$7:\$J\$7 = целое  
 \$K\$10 <= \$M\$10  
 \$K\$9 <= \$M\$9

	$X_1$	$X_2$			
Решение	18	12			
Целевая функция	500	420	14040	->	max
Ограничения	4	6	144	<=	150
	8	3	180	<=	180