

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники

Кафедра ИТАС

Лабораторная работа №6

«Решение задач оптимизации

методом динамического программирования»

Вариант №8

Проверила:

Протченко Е.В.

Выполнила:

ст.гр.820605

ФИО

Минск 2020

Условие:

Денежные средства в размере 60 млн ден.ед. распределяются между четырьмя предприятиями (П1, П2, П3, П4). Средства выделяются в размерах, кратных 10 млн ден.ед. Для каждого предприятия известна прибыль, которую оно получит, если ему будет выделена определенная сумма (см. таблицу). Найти, сколько средств требуется выделить каждому предприятию, чтобы суммарная прибыль, полученная всеми предприятиями, была максимальной.

Выделенные средства, млн ден.ед.	Предприятие			
	П1	П2	П3	П4
0	0	0	0	0
10	12	9	14	12
20	27	17	17	20
30	30	22	28	25
40	38	41	32	36
50	46	50	47	42
60	54	58	50	48

Решение:

Начальное состояние $S_0 = 60$. $U_k, k = 1, \dots, 4$. – решения на каждом шаге (денежные средства, выделяемые предприятию). $Z_k, k = 1, 2, 3, 4$. - критерий эффективности для каждого шага (прибыль, полученная предприятием). $E = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4$. – общий критерий эффективности (прибыль компании, т.е. сумма прибылей всех предприятий).

Задача удовлетворяет свойству отсутствия последействия. Состояние по окончании каждого шага зависит только от суммы, имевшейся в начале шага и от решения, принятого на данном шаге: $S_k = S_{k-1} - U_k$. Критерий эффективности на каждом шаге зависит только от решения на данном шаге, т.е. от выделенной предприятию суммы U_k , и не зависит от того, сколько средств выделено другим предприятиям.

Задача также удовлетворяет свойству аддитивности критерия эффективности: общий критерий эффективности (прибыль компании) равен сумме критериев эффективности на отдельных шагах (прибылей предприятий).

Цикл условной оптимизации

Шаг 4 (выделение средств предприятию П4)

Найдём условно оптимальные решения для всех возможных состояний. Возможные состояния в начале четвёртого шага S_3 , соответствующие им условно оптимальные решения U_4^* и значения критерия эффективности (прибыль предприятия П4) E_4^* приведены в таблице.

S_3	U_4^*	E_4^*
0	0	0
10	10	12
<u>20</u>	20	20
30	30	25
40	40	36
50	50	42
60	60	48

Шаг 3 (выделение средств предприятиям ПЗ и П4)

S_2	U_3	Z_3	S_3	E_4^*	E_3	U_3^*	E_3^*
0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	10	12	12	10	14
	10	14	0	0	14		
20	0	0	20	20	20	10	26
	10	14	10	12	26		
	20	17	0	0	17		
<u>30</u>	0	0	30	25	25	10	34
	10	14	20	20	34		
	20	17	10	12	29		
	30	28	0	0	28		
40	0	0	40	36	36	30	40
	10	14	30	25	39		
	20	17	20	20	37		
	30	28	10	12	40		
	40	32	0	0	32		
50	0	0	50	42	42	10	50
	10	14	40	36	50		
	20	17	30	25	42		
	30	28	20	20	48		
	40	32	10	12	44		
	50	47	0	0	47		
60	0	0	60	48	48	50	59
	10	14	50	42	56		
	20	17	40	36	53		
	30	28	30	25	53		
	40	32	20	20	52		
	50	47	10	12	59		
	60	50	0	0	50		

S_2 – возможные суммы денежных средств, распределяемые между предприятиями ПЗ и П4; U_3 – возможные варианты выделения средств предприятию ПЗ; Z_3 – прибыль предприятия ПЗ от выделения средств в

размере U_3 ; S_3 – остаток денежных средств после их выделения предприятиям П1, П2 и П3; E_4^* – прибыль предприятия П4 от выделенных ему средств в размере S_3 ; E_3 – суммарная прибыль предприятий П3 и П4; U_3^* – условно оптимальное решение для состояния S_2 (денежные средства, которые следует выделить предприятию П3 при наличии суммы S_2); E_3^* – условно оптимальный критерий эффективности для предприятий П3 и П4, т.е. прибыль, получаемая этими предприятиями в результате решения U_3^* .

Шаг 2 (выделение средств предприятиям П2, П3 и П4)

S_1	U_2	Z_2	S_2	E_3^*	E_2	U_2^*	E_2^*
0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	10	14	14	0	14
	10	9	0	0	9		
20	0	0	20	26	26	0	26
	10	9	10	14	23		
	20	17	0	0	17		
30	0	0	30	34	34	10	35
	10	9	20	26	35		
	20	17	10	14	31		
	30	22	0	0	22		
<u>40</u>	0	0	40	40	40	10	43
	10	9	30	34	43		
	20	17	20	26	43		
	30	22	10	14	36		
	40	41	0	0	41		
50	0	0	50	50	50	40	55
	10	9	40	40	49		
	20	17	30	34	51		
	30	22	20	26	48		
	40	41	10	14	55		
	50	50	0	0	50		
60	0	0	60	59	59	40	67
	10	9	50	50	59		
	20	17	40	40	57		
	30	22	30	34	56		
	40	41	20	26	67		
	50	50	10	14	64		
	60	58	0	0	58		

S_1 – возможные суммы денежных средств, распределяемые между предприятиями П2, П3 и П4 (т.е. оставшиеся после выделения средств предприятию П1); U_2 – возможные варианты выделения средств предприятию П2; Z_2 – прибыль предприятия П2 от выделения средств в размере U_2 ; S_2 – остаток денежных средств после их выделения предприятиям П1 и П2 (т.е. средства, выделяемые предприятиям П3 и П4);

E_3^* – максимальная суммарная прибыль предприятий П3 и П4 от выделенных им средств в размере S_2 ; E_2 – суммарная прибыль предприятий П2, П3 и П4; U_2^* – условно оптимальное решение для состояния S_1 (денежные средства, которые следует выделить предприятию П2 при наличии суммы S_1); E_2^* – условно оптимальный критерий эффективности для предприятий П2, П3 и П4, т.е. прибыль, получаемая этими предприятиями в результате решения U_2^* .

Шаг 1 (выделение средств предприятиям П1, П2, П3 и П4)

S_0	U_1	Z_1	S_1	E_2^*	E_1	U_1^*	E_1^*
60	0	0	60	67	67	20	70
	10	12	50	55	67		
	20	27	40	43	70		
	30	30	30	35	65		
	40	38	20	26	64		
	50	46	10	14	60		
	60	54	0	0	54		

U_1^* – безусловно оптимальное решение для состояния S_0 (денежные средства, которые следует выделить предприятию П1 при наличии суммы S_0); E_1^* – безусловно оптимальный критерий эффективности для предприятий П1, П2, П3 и П4, т.е. прибыль, получаемая всеми предприятиями в результате решения U_1^* .

Цикл безусловной оптимизации

Для первого шага (выделение средств предприятию П1) получено безусловно оптимальное решение: $U_1^* = 20$ млн ден. ед. Для предприятий П2, П3 и П4 остаётся 40 млн ден. ед. Таким образом, состояние в начале второго шага $S_1 = 40$. Для этого состояния оптимальным решением является $U_2^* = 10$ млн ден. ед. Для предприятий П3 и П4 остаётся 30 млн ден. ед., т.е. $S_2 = 30$. $\Rightarrow U_3^* = 10$ млн ден. ед. Для предприятия П4 остаётся 20 млн ден. ед. ($S_3 = 20$). Поэтому $U_4^* = 20$ млн ден. ед.

Таким образом, оптимальное решение задачи следующее.

Предприятию П1 следует выделить 20 млн ден. ед., предприятию П2 – 10 млн ден. ед., предприятию П3 – также 10 млн ден. ед., предприятию П4 – 20 млн ден. ед. Общая прибыль составит 70 млн ден. ед., в том числе прибыль предприятия П1 – 27 млн ден. ед., П2 – 9 млн ден. ед., П3 – 14 млн ден. ед., П4 – 20 млн ден. ед.