

# Υπολογιστική Χρηματοοικονομία με Εφαρμογές στα Παράγωγα

## Μάθημα Επιλογής

Κώστας Σμαραγδάκης (website: [kesmarag.github.io](https://kesmarag.github.io))

Επίκουρος Καθηγητής ΣΑΧΜ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου  
& Συνεργαζόμενος Ερευνητής ΙΥΜ, ΙΤΕ

ΠΜΣ: Στατιστική και Αναλογιστικά – Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά

## Σε ποιους απευθύνεται το μάθημα;

---

### Ανοιχτό και για τις δύο κατευθύνσεις του ΠΜΣ

Δεν απαιτείται προηγούμενη γνώση Χρηματοοικονομικών.

- Όλες οι απαραίτητες έννοιες θα οριστούν **από μηδενική βάση**.
- Εστιάζουμε στη **Μαθηματική Μοντελοποίηση** και στον **Σχεδιασμό Αριθμητικών Σχημάτων**, όχι στην οικονομική θεωρία.
- Τα εργαλεία που θα παρουσιαστούν (Monte Carlo, Αριθμητική επίλυση PDEs, Μέθοδος FFT) δεν περιορίζονται στα χρηματοοικονομικά, αλλά έχουν εφαρμογές σε πολλές επιστημονικές περιοχές.

*Προσφέρεται για πρώτη φορά στο ΠΜΣ του Τμήματός μας.*

Σήμερα, οι τράπεζες και οι εταιρείες Fintech δεν αναζητούν απλά “μαθηματικούς”, “οικονομολόγους” ή “προγραμματιστές”.

## Τι ζητάει η αγορά (Global Trends):

- **Algorithmic Trading:** Απαιτεί ταχύτατους υπολογισμούς (π.χ. FFT).
- **Risk Management:** Προσομοιώσεις ακραίων σεναρίων (Monte Carlo).
- **AI in Finance:** Η επόμενη μέρα της τιμολόγησης παραγώγων βασίζεται σε **Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα**.

*To μάθημα εναρμονίζεται με προγράμματα μεταπτυχιακών σπουδών κορυφαίων πανεπιστημίων.*

# Το Παράγωγο ως παιγνιό

---

Φανταστείτε το παράγωγο ως ένα συμβόλαιο που αποδίδει στον αγοραστή χρήματα στο μέλλον, αλλά **μόνο αν** συμβεί κάτι συγκεκριμένο:

- *Αν η μετοχή της Google ξεπεράσει τα \$350 σε ένα μήνα, θα σου δώσω \$50.*
- *Αν ο μέσος όρος της ισοτιμίας 5 νομισμάτων έναντι του ευρώ πέσει κάτω από τη σημερινή τιμή, κερδίζεις τη διαφορά.*

Το “παιγνιό” καθορίζεται από τις μελλοντικές τιμές ενός συνόλου υποκείμενων μέσων (μετοχές, ισοτιμίες, ...)

## Το ερώτημα είναι ένα:

Πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσεις σήμερα για να συμμετέχεις (να αγοράσεις το παράγωγο), ώστε το παιχνίδι να θεωρείται δίκαιο και για τις δύο πλευρές;

Αυτή είναι η **Δίκαιη Αξία (Fair Value)**. Δεν προκείπτει από μαντεψιά, είναι υπολογισμός του αναμενόμενου κέρδους.

## Γιατί δεν αρκεί το χαρτί και το μολύβι;

---

Για απλά προϊόντα, υπάρχουν αναλυτικές εκφράσεις.

### Στην πραγματική αγορά όμως υπάρχουν σύνθετα παράγωγα:

- Ένα παράγωγο μπορεί να εξαρτάται από 10, 20 ή 50 διαφορετικές μετοχές ταυτόχρονα.
- Για να βρούμε την τιμή αναλυτικά, θα έπρεπε να λύσουμε, για παράδειγμα, ολοκληρώματα πεπλεγμένων συναρτήσεων σε 50 διαστάσεις.

**Το πρόβλημα:** Η αναλυτική επίλυση είναι **πρακτικά αδύνατη**. Αυτό αποτελεί το κίνητρο για την **Υπολογιστική Χρηματοοικονομία**.

## Πώς θα λύσουμε του πρόβλημα τιμολόγισης; (Οι Μεθοδολογίες)

---

Στο μάθημα θα ασχοληθούμε με τρεις βασικές μεθοδολογίες για την εκτίμηση της δίκαιης τιμής:

- **Προσομοιώσεις Monte Carlo:** Δημιουργούμε “εικονικές πραγματικότητες” εκατομμύρια φορές, ακολουθώντας ένα στοχαστικό μοντέλο εξέλιξης τιμών. Υπολογίζουμε τη μέση συμπεριφορά. Αξιόπιστη μέθοδος για πολύπλοκα προβλήματα.
- **Αριθμητική επίλυση Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (PDEs):** Αντιμετωπίζουμε τη συνάρτηση της δίκαιης τιμής κατ’ αναλογία με τη διάδοση της θερμότητας σε ένα μέσο. Στη πραγματικότητα αυτά τα προβλήματα μοιάζουν πολύ (!! ) Λύνουμε αριθμητικά το πρόβλημα διαφορικών εξισώσεων που αντιστοιχεί στο πρόβλημά μας, στον χώρο (τιμή μετοχών) και τον χρόνο.

**Για προβλήματα πολλών διαστάσεων, χρησιμοποιούμε Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα.**

- **Μετασχηματισμός Fourier (FFT):** Μετασχηματίζουμε το πρόβλημα από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων, επιτυγχάνοντας “αστραπαίους” υπολογισμούς.

# Τρόπος Αξιολόγησης

---

Στόχος είναι να κατανοήσετε τις μαθηματικές μεθόδους και να αναπτύξετε υπολογιστικά εργαλεία, όχι να αποστηθίσετε τύπους.

- **Ατομική Εργασία:** Θα σας δοθεί **μία εργασία** με θεωρητικό και προγραμματιστικό μέρος.
- **Καθοδήγηση:** Θα υπάρξει υποστήριξη τόσο στο θεωρητικό όσο και στο υπολογιστικό μέρος. Στο προγραμματιστικό μέρος (χρήση Python), θα δοθούν τα απαραίτητα εφόδια καθώς και ο **σκελετός** των προγραμμάτων, στον οποίο θα κληθείτε να επέμβετε.
- **Παρουσίαση:** Σύντομη παρουσίαση της εργασίας (μέσω τηλεδιάσκεψης).

Σας ευχαριστώ.