

Υπολογιστική Χρηματοοικονομία με Εφαρμογές στα Παράγωγα

Μάθημα Επιλογής

Κώστας Σμαραγδάκης (website: kesmarag.github.io)

Επίκουρος Καθηγητής ΣΑΧΜ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
& Συνεργαζόμενος Ερευνητής ΙΥΜ, ΙΤΕ

ΠΜΣ: Στατιστική και Αναλογιστικά – Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά

Ανοιχτό και για τις δύο κατευθύνσεις του ΠΜΣ

Δεν απαιτείται προηγούμενη γνώση Χρηματοοικονομικών.

- Όλες οι απαραίτητες έννοιες θα οριστούν **από μηδενική βάση**.
- Εστιάζουμε στη **Μαθηματική Μοντελοποίηση** και στον **Σχεδιασμό Αριθμητικών Σχημάτων**, όχι στην οικονομική θεωρία.
- Τα εργαλεία που θα παρουσιαστούν (Monte Carlo, Αριθμητική επίλυση PDEs, Μέθοδος FFT) δεν περιορίζονται στα χρηματοοικονομικά, αλλά έχουν εφαρμογές σε πολλές επιστημονικές περιοχές.

Προσφέρεται για πρώτη φορά στο ΠΜΣ του Τμήματός μας.

Γιατί τώρα αυτό το μάθημα; Η Παγκόσμια Αγορά & το Fintech

Σήμερα, οι τράπεζες και οι εταιρείες Fintech δεν αναζητούν απλά “μαθηματικούς”, “οικονομολόγους” ή “προγραμματιστές”.

Τι ζητάει η αγορά (Global Trends):

- **Algorithmic Trading:** Απαιτεί ταχύτατους υπολογισμούς (π.χ. FFT).
- **Risk Management:** Προσομοιώσεις ακραίων σεναρίων (Monte Carlo).
- **AI in Finance:** Η επόμενη μέρα της τιμολόγησης παραγώγων βασίζεται σε **Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα**.

Το μάθημα εναρμονίζεται με προγράμματα μεταπτυχιακών σπουδών κορυφαίων πανεπιστημίων.

Το Παράγωγο ως παίγνιο

Φανταστείτε το παράγωγο ως ένα συμβόλαιο που αποδίδει στον αγοραστή χρήματα στο μέλλον, αλλά **μόνο αν** συμβεί κάτι συγκεκριμένο:

- *Αν η μετοχή της Google ξεπεράσει τα \$350 σε ένα μήνα, θα σου δώσω \$50.*
- *Αν ο μέσος όρος της ισοτιμίας 5 νομισμάτων έναντι του ευρώ πέσει κάτω από τη σημερινή τιμή, κερδίζεις τη διαφορά.*

Το “παίγνιο” καθορίζεται από τις μελλοντικές τιμές ενός συνόλου υποκείμενων μέσων (μετοχές, ισοτιμίες, ...)

Το ερώτημα είναι ένα:

*Πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσεις **σήμερα** για να συμμετέχεις (να αγοράσεις το παράγωγο) ,
ώστε το παιχνίδι να θεωρείται δίκαιο και για τις δύο πλευρές;*

Αυτή είναι η **Δίκαιη Αξία (Fair Value)**. Δεν προκύπτει από μαντεψιά, είναι υπολογισμός του αναμενόμενου κέρδους.

Γιατί δεν αρκεί το χαρτί και το μολύβι;

Για απλά προϊόντα, υπάρχουν αναλυτικές εκφράσεις.

Στην πραγματική αγορά όμως υπάρχουν σύνθετα παράγωγα:

- Ένα παράγωγο μπορεί να εξαρτάται από 10, 20 ή 50 διαφορετικές μετοχές ταυτόχρονα.
- Για να βρούμε την τιμή αναλυτικά, θα έπρεπε να λύσουμε, για παράδειγμα, ολοκληρώματα πεπλεγμένων συναρτήσεων σε 50 διαστάσεις.

Το πρόβλημα: Η αναλυτική επίλυση είναι **πρακτικά αδύνατη**. Αυτό αποτελεί το κίνητρο για την **Υπολογιστική Χρηματοοικονομία**.

Πώς θα λύσουμε του πρόβλημα τιμολόγησης; (Οι Μεθοδολογίες)

Στο μάθημα θα ασχοληθούμε με τρεις βασικές μεθοδολογίες για την εκτίμηση της δίκαιης τιμής:

- **Προσομοιώσεις Monte Carlo:** Δημιουργούμε “εικονικές πραγματικότητες” εκατομμύρια φορές, ακολουθώντας ένα στοχαστικό μοντέλο εξέλιξης τιμών. Υπολογίζουμε τη μέση συμπεριφορά. Αξιοπίστη μέθοδος για πολύπλοκα προβλήματα.
- **Αριθμητική επίλυση Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (PDEs):** Αντιμετωπίζουμε τη συνάρτηση της δίκαιης τιμής κατ’ αναλογία με τη **διάδοση της θερμότητας** σε ένα μέσο. Στη πραγματικότητα αυτά τα προβλήματα μοιάζουν πολύ (!!)
- Λύνουμε αριθμητικά το πρόβλημα διαφορικών εξισώσεων που αντιστοιχεί στο πρόβλημά μας, στον χώρο (τιμή μετοχών) και τον χρόνο.

Για προβλήματα πολλών διαστάσεων, χρησιμοποιούμε Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα.

- **Μετασχηματισμός Fourier (FFT):** Μετασχηματίζουμε το πρόβλημα από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο των συχνοτήτων, επιτυγχάνοντας “αστραπιαίους” υπολογισμούς.

Στόχος είναι να κατανοήσετε τις μαθηματικές μεθόδους και να αναπτύξετε υπολογιστικά εργαλεία, όχι να αποστηθίσετε τύπους.

- **Ατομική Εργασία:** Θα σας δοθεί **μία εργασία** με θεωρητικό και προγραμματιστικό μέρος.
- **Καθοδήγηση:** Θα υπάρξει υποστήριξη τόσο στο θεωρητικό όσο και στο υπολογιστικό μέρος. Στο προγραμματιστικό μέρος (χρήση Python), θα δοθούν τα απαραίτητα εφόδια καθώς και ο **σκελετός** των προγραμμάτων, στον οποίο θα κληθείτε να επέμβετε.
- **Παρουσίαση:** Σύντομη παρουσίαση της εργασίας (μέσω τηλεδιάσκεψης).

Σας ευχαριστώ.