

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ -- QUIZ I (10 %)

ΚΩΣΤΑΣ ΣΜΑΡΑΓΔΑΚΗΣ

1ο ερώτημα

Γράψτε το μικρότερο θετικό αριθμό που ανήκει στο σύνολο $\mathbb{F}(10, 2, -1, 2)$.

2ο ερώτημα

Εκτελέστε απαλοιφή Gauss (χωρίς εναλλαγές γραμμών) στο παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας αριθμητική κινητής υποδιαστολής για ένα υπολογιστή με συνολό αριθμών μηχανής $\mathbb{F}(10, 2, -5, 10)$.

$$A = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ποιο θα είναι το σφάλμα προσέγγισης της λύσης με την $\|\cdot\|_\infty$ για το σύστημα $Ax = b$ με $b = [1, 3]^T$;

3ο ερώτημα

Πόσα flop (πράξεις κινητής υποδιαστολής) απαιτεί η απαλοιφή Gauss ενός πίνακα στον $\mathbb{R}^{n \times n}$; Αιτιολογήστε. Άρκει να δοθεί η τάξη (ο μεγιστοβάθμιος όρος με τον πολλαπλασιαστή του).

Δίνονται : $\sum_{j=1}^n j = \frac{n(n+1)}{2} \sim n^2/2$, $\sum_{j=1}^n j^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \sim n^3/3$.

4ο ερώτημα

Για τον πίνακα $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ υπολογίστε τις νόρμες 1 και ∞ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 0 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 0 & 0 & 3 & \cdots & n \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & n \end{bmatrix}$$

Επίσης την νόρμα Frobenius για $n = 4$.

BONUS

Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Δείξτε ότι $\rho(A) \leq \|A\|_p$ για κάθε $p \geq 1$. Στη συνέχεια δείξτε ότι $\|A\|_2 \leq \sqrt{\|A\|_1 \|A\|_\infty}$

Τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικών -- Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Email address: kesmarag@aegean.gr