

Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις - 1ο φυλλάδιο ασκήσεων

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Άσκηση 0

Λύστε τη διαφορική εξίσωση και ζωγραφίστε μια χαρακτηριστική της.

$$u_t - 2u_x = 0, \quad t > 0, x \in \mathbb{R}$$

Άσκηση 1

Λύστε τη διαφορική εξίσωση και ζωγραφίστε μια χαρακτηριστική της.

$$u_t + 2tx^2u_x = 0, \quad t > 0, x \in \mathbb{R}$$

Άσκηση 2

Λύστε τη διαφορική εξίσωση και ζωγραφίστε μια χαρακτηριστική της.

$$u_x + (1 + y^2)u_y = 0, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

Άσκηση 3

Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$u_t + 2u_x = -u^2, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Άσκηση 4

Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$u_t + u^2u_x = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Άσκηση 5

Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$xu_t - tu_x = 0, \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad x > 0$$

Άσκηση 6

Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$u_t + 2uu_x = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} -1, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Άσκηση 7

Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$u_t + 2uu_x = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} -1, & x \leq 0, \\ -1 + x, & x \in (0, 2], \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Άσκηση 8

Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$u_t + uu_x = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 3, & x \leq 0, \\ 3 - x, & x \in (0, 1), \\ 2, & x \in [1, 2), \\ 4 - x, & x \in [2, 3), \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$