

Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις - 2ο φυλλάδιο ασκήσεων

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Άσκηση 1

Θεωρηστέ την εξίσωση που περιγράφει τη κίνηση μιας χορδής

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x \in (0, 1), \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 4x, & x \in [0, 1/4], \\ 4(1/2 - x), & x \in (1/4, 1/2], \\ 0, & x \in (1/2, 1] \end{cases}, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 1]$$

Σχεδιάστε πρόχειρα την χορδή στους χρόνους $t = 0, 1/4, 1/2$.

Άσκηση 2

Θεωρηστέ την εξίσωση που περιγράφει τη κίνηση μιας χορδής

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x \in (0, 1), \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = x, \quad x \in [0, 1]$$

Υπολογίστε τις τιμές $u(0.4, 0.25)$, $u(0.9, 0.1)$, $u(0.5, 0.5)$, $u(0.5, 0.8)$.

Άσκηση 2.5 - bonus

Για την εξίσωση της Άσκησης 2 σχεδιάστε πρόχειρα την χορδή για τον χρόνο $t = 3/8$.

Άσκηση 3

Λύστε την εξίσωση

$$u_{tt} + u_t = u_{xx}, \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x \sin x, \quad u_t(x, 0) = x, \quad x \in [0, \pi]$$