

Aufgabe 4)

$$(a) \mathbb{E}(|\text{grün}|) = \mathbb{E}(k \cdot x) = \sum_{k=1}^{n-1} k \cdot \frac{1}{n-1}$$

$$= \frac{n}{2}$$

$$(b) \mathbb{P}(|\text{Mannschaft von } A| = k)$$

$$= \sum_{\ell=1}^{n-1} \mathbb{P}(|\text{grün}| = \ell \wedge |\text{M. von } A| = k)$$

$$= \sum_{\ell=1}^{n-1} \mathbb{P}(|\text{grün}| = \ell \wedge |\text{M} \in \text{grün}| \wedge |\text{M. von } A| = k) + \mathbb{P}(|\text{grün}| = \ell \wedge |\text{M} \notin \text{grün}| \wedge |\text{M. von } A| = k)$$

$$= \sum_{\ell=1}^{n-1} \underbrace{\frac{1}{n-1}}_{\substack{\text{Ereignis} \\ \text{grün}}} \cdot \mathbb{P}(\text{M} \in \text{grün} \mid |\text{grün}| = \ell) \cdot \mathbb{P}(|\text{M. von } A| = k \mid \text{M} \in \text{grün}, |\text{grün}| = \ell)$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{n-1}}_{\substack{\text{analog} \\ \text{grün}}} \cdot \mathbb{P}(\text{M} \notin \text{grün} \mid |\text{grün}| = \ell) \cdot \mathbb{P}(|\text{M. v. } A| = k \mid \text{M} \notin \text{grün}, |\text{grün}| = \ell)$$

$$= \sum_{\ell=1}^{n-1} \frac{\ell}{n(n-1)} \cdot \frac{1}{\ell} + \frac{n-\ell}{n(n-1)} \cdot \frac{1}{n-\ell}$$

$$= \frac{k}{n(n-1)} + \frac{n-(n-k)}{n(n-1)} = \frac{2k}{n(n-1)}$$

$$k = n - \ell \Rightarrow \ell = n - k$$

$$(c) E(|u.v.A|) = \sum_{e=1}^{n-1} e \cdot P(|u.v.A| = e)$$

$$= \sum_{e=1}^{n-1} \frac{e \cdot 2e}{n(n-1)}$$

$$= \frac{2}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^{n-1} k^2$$

$$= \frac{2}{n(n-1)} \cdot \frac{(n-1) \cdot n \cdot (2n-1)}{6}$$

$$= \frac{2 \cdot (2n-1)}{6} = \frac{4n-2}{6}$$

(d)

Aufgabe 4)

$$(d) \quad P(|M.v.A| = k \mid A \text{ ist Kapitän})$$

$$= \frac{P(|M.v.A| = k \wedge A \text{ ist Kapitän})}{P(A \text{ ist Kapitän})}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \frac{\frac{2k}{n(n-1)} \cdot \frac{1}{k}}{P(A \text{ ist Kapitän})} = \frac{2}{n(n-1) \cdot P(A \text{ ist Kapitän})}$$

$$\leadsto P(A \text{ ist Kapitän})$$

$$= \sum_{\substack{k=1 \\ n-1}}^{n-1} P(|M.v.A| = k, \wedge A \text{ ist Kapitän})$$

$$= \sum_{k=1}^{n-1} P(|M.v.A| = k) \cdot P(A \text{ ist Kapitän} \mid |M.v.A| = k)$$

$$= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2k}{n(n-1)} \cdot \frac{1}{k} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2}{n(n-1)}$$

$$= \frac{2}{n}$$

$$\Rightarrow P(|M.v.A| = k \mid A \text{ ist Kapitän}) = \frac{2}{n(n-1) \cdot \frac{2}{n}} = \boxed{\frac{1}{n-1}}$$