

Aufgabe 2)

$1, \dots, r \hat{=}$ rote Kugeln

- (a) Wähle $\Omega = \{1, \dots, m\}^n$ mit der Gleichverteilung und setze

$$X_k(w) = w_k \leq r$$

$$X_k(w) = w_k \leq r \quad (w = (w_1, \dots, w_n))$$

Das ist ein Modell, weil jetzt $w_k \in \{1, \dots, m\}$ gleichverteilt

$$P[X_1=1] = \frac{r \cdot m^{n-1}}{m^n} = \frac{r}{m}$$

$$P[X_1=1, X_2=1] = \frac{r \cdot r \cdot m^{n-2}}{m^n} = \frac{r^2}{m^2}$$

(b) $E(S_n) = E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)$

$$= \sum_{i=1}^n E(X_i) = \sum_{i=1}^n \frac{r}{m} \cdot 1 + \frac{m-r}{m} \cdot 0$$

X_i, X_j
unabhängig

$$= \frac{n \cdot r}{m}$$

also auch $Cov(X_i, X_j) = 0$

$$Var(S_n) = Var\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n Var(X_i)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(E(X_i^2) - E(X_i)^2 \right)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(\frac{r}{m} - \frac{r^2}{m^2} \right)$$

$$= n \left(\frac{r}{m} - \frac{r^2}{m^2} \right)$$