



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #1,#2,#3,#4

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Κεσσόπουλος Ιωάννης

A.E.M. : 9271

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων	3
A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	6
• Ρύθμιση Κέρδους	10
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	13
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM	17
Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων	23
A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	23
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	23
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	27
• Ρύθμιση Κέρδους	33
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	36
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM	40
Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων	50
A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	50
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	50
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	58
• Ρύθμιση Κέρδους	66
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	70
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM	74
Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανοδιαβατών φίλτρων	83
A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	83
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	83
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	86
• Ρύθμιση Κέρδους	90
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	93
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM	97

**ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ
ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ**

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$F_p = 4400 \text{ Hz} , \quad f_s = 7040 \text{ Hz} ,$$

και

$$a_{\max} = 0.15 \text{ dB} , \quad a_{\min} = -22.5 \text{ dB} .$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες που υπολογίσαμε παραπάνω στις γωνιακές τους και άρα θα έχουμε :

$$\omega_p = 27646.01 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 44233.62 \text{ rad/sec}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1} \right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p} \right)} = 4.7325 \rightarrow 5$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή $n=4.7325$ και επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, θα πρέπει προκειμένου να υλοποιηθεί, το κύκλωμα να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή,

n = 5

και άρα καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως το κύκλωμα μας θα έχει 3 βαθμίδες.

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = \cosh \left[\frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right] = 1.1133$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσω τους συντελεστές ε και α με τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{a_{min}/10} - 1}} = 0.1874$$

Και :

$$a = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.4751$$

Για $n=4$ οι γωνίες Butterworth, υπολογισμένες από την εξίσωση του Guillemin όπως αυτή ορίζεται παρακάτω θα είναι ίσες με $\gamma_1=\pm 36$ και $\gamma_2=\pm 72$ $\gamma_3=0$

Οι πόλοι Chebyshev θα δίνονται από τον τύπο:

$$S_k = -\sinh(a) * \cos(\psi_k) \pm j * \cosh(a) * \sin(\psi_k)$$

Έστερα υπολογίζω τα ω για κάθε ζεύγος πόλων από τον τύπο

$$\Omega_k = \cosh(a) * \sin(\psi_k) \pm \sinh(a) * \cos(\psi_k)$$

Για τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς ισχύει ο παρακάτω τύπος:

$$p_k = -\sinh a \cdot \cos \psi_k + j \cdot \cosh a \cdot \sin \psi_k$$

ο οποίος εν συντομίᾳ, βάση των όσων έχουμε ορίσει παραπάνω γράφεται και ως:

$$p_k = -Sk + \Omega_k$$

Και στη συνέχεια το Q για κάθε βαθμίδα θα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Q = \frac{\sqrt{Sk^2 + \Omega\kappa^2}}{Sk}$$

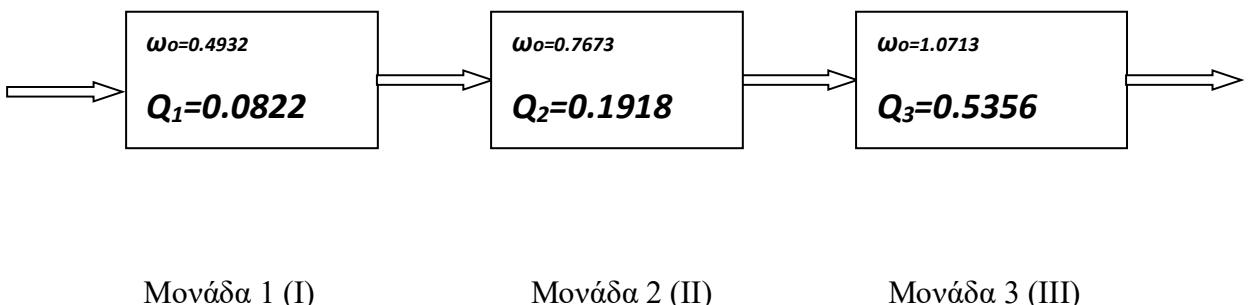
Τέλος, η γωνιακή συχνότητα Ω_0 υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Omega_0 = \sqrt{\sigma_\kappa^2 + \omega_\kappa^2}$$

Παρακάτω παρατίθενται τα αριθμητικά αποτελέσματα βάση των οποίων υλοποιήθηκε ολόκληρη η στρατηγική σχεδίασης του κυκλώματος μας:

Ψ_κ	Q	p_κ
0	0.0822	-0.4932
± 36	0.1918	$-0.3990 \pm 0.6554i$
± 72	0.5356	$-0.1524 \pm 1.060i$

Άρα, η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τρείς μονάδες, οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Βασιζόμενος στο ΑΕΜ μου (9271), αλλά και στην εκφώνηση της εργασίας, θα ακολουθήσω τη στρατηγική σχεδίασης Sallen-Key 3.

Θα θεωρήσουμε προσωρινά $\Omega_0=1$ για να ξεκινήσει η υλοποίηση των κανονικοποιημένων μονάδων και στη συνέχεια θα υλοποιήσουμε τις κλιμακοποιημένες, βάση συχνότητας, μονάδες.

ΜΟΝΑΔΑ (L)

Η πρώτη αυτή μονάδα δεν υλοποιείται βάση κάποιας συγκεκριμένης στρατηγικής μιας και υλοποιεί τον πραγματικό πόλο, οπότε κυκλωματικά δεν θα είναι τίποτα παραπάνω από ένα απλό RC κύκλωμα.

Για τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος θα ισχύει :

Αρχικά θέτω:

$$C_1 = 1$$

Και έπειτα ισχύει ότι

$$R_{11} = \frac{1}{\Omega_0} = 2.0272$$

Κλιμακοποίηση

Προχωρώντας στην Κλιμακοποίηση αυτής της μονάδας θα πρέπει αρχικά να θεωρήσω ότι :

$$k_f = \Omega_0 * \omega_p = 27646$$

το οποίο αν αντικατασταθεί στην παρακάτω σχέση θα έχουμε :

$$k_m = \frac{10^6}{27646} = 33.76188$$

*Να σημειωθεί εδώ ότι ο όρος 10^6 αναφέρεται στη ζητούμενη χωρητικότητα των πυκνωτών, η οποία αναφέρεται στην εκφώνηση και καθορίζεται βάση ΑΕΜ.

Οι κλιμακοποιημένες τιμές για τα στοιχεία του κυκλώματος φαίνονται παρακάτω:

$$C_{11} = 1\mu F$$

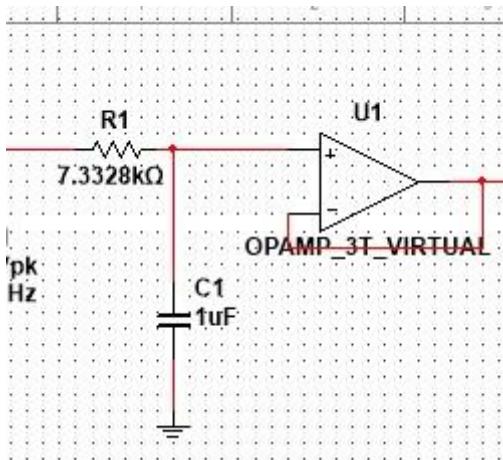
και για την αντίσταση η οποία βασίζεται στον παρακάτω τύπο:

$$R_K = k_m * R_K$$

Θα ισχύει:

$$R_{11} = 7332.8 \Omega$$

Η τελική εικόνα της κυκλωματικής υλοποίησης αυτής της μονάδας απεικονίζεται παρακάτω:



ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή, όπως και η αμέσως επόμενη, θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev και βάση της στρατηγικής Sallen-key 3 όπως μας ζητήθηκε από την εκφώνηση.

Ακολουθώντας πιστά λοιπόν τις οδηγίες των σημειώσεων θα έχω για τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος:

$$r_{21} = r_{22} = 1$$

$$k_2 = 1$$

$$R_{21}C_{21} = R_{22}C_{22}$$

όπου

$$C_{21} = 1$$

$$R_{21} = 1$$

$$R_{22} = Q_2 = 0.1819$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q_2} = 5.2137$$

Κλιμακοποίηση

Προχωράμε και εδώ βάση στρατηγικής στην κλιμακοποίηση του κανονικοποιημένου κυκλώματος που υπολογίσαμε παραπάνω. Αρχικά, θα πρέπει να ορίσω:

$$k_f = \Omega_o * \omega_p = 21214$$

και αντικαθιστώντας στον τύπο για k_m θα έχουμε:

$$k_m = \frac{10^6}{21214} = 47.1384$$

Έπειτα βασιζόμενοι στους παρακάτω τύπους θα υπολογίσω τις τιμές για όλα τα κλιμακοποιημένα στοιχεία της μονάδας αυτής.

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa \text{ και } C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

όπου αντικαθιστώντας από τις ήδη γνωστές τιμές βρίσκω:

$$C_{21} = C_{22} = 1\mu F$$

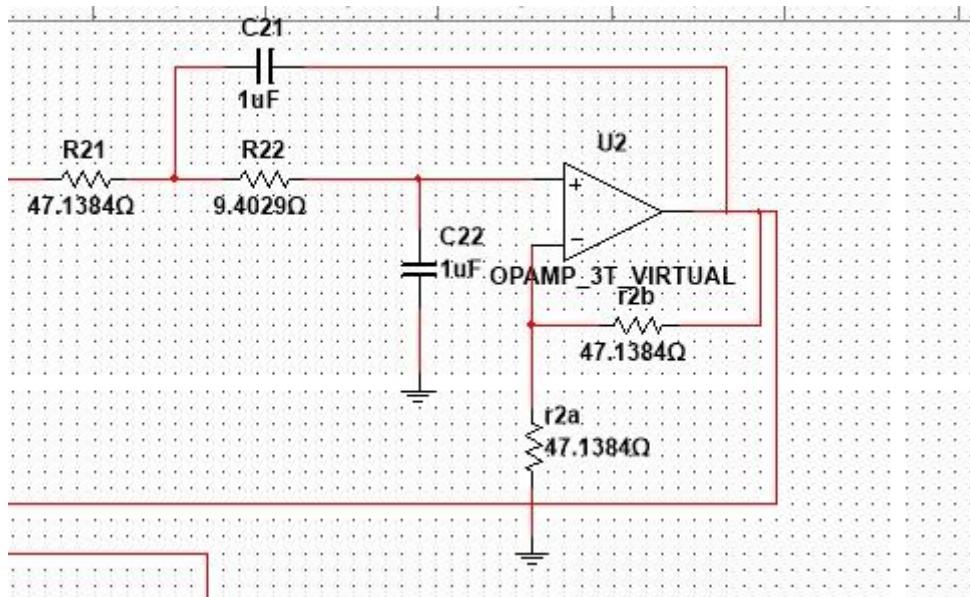
$$R_{21} = 47.1384$$

$$R_{22} = 9.0428$$

$$r_{21} = 47.1384$$

$$r_{22} = 47.1384$$

Παρακάτω παρατίθεται η συνολική εικόνα της μονάδας μετά την Κλιμακοποίηση των στοιχείων της:



ΜΟΝΑΔΑ (III)

Τέλος, αυτή η μονάδα θα ακολουθήσει την ίδια ακριβώς στρατηγική με τη προηγούμενη.
Κατά συνέπεια έχω:

$$r_{31} = r_{32} = 1$$

$$k_3 = 1$$

$$R_{31}C_{31} = R_{32}C_{32}$$

Όπου:

$$C_{31} = 1$$

$$R_{31} = 1$$

$$R_{32} = Q_3 = 0.5356$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q_2} = 1.8670$$

Κλιμακοποίηση

Προχωράμε και εδώ βάση στρατηγικής στην κλιμακοποίηση του κανονικοποιημένου κυκλώματος που υπολογίσαμε παραπάνω. Αρχικά θα πρέπει να ορίσω:

$$k_f = \Omega_o * \omega_p = 29619$$

και αντικαθιστώντας στον τύπο για k_m θα έχουμε:

$$k_m = \frac{10^6}{21214} = 33.7619$$

Έπειτα, βασιζόμενοι στους παρακάτω τύπους θα υπολογίσω τις τιμές για όλα τα κλιμακοποιημένα στοιχεία της μονάδας αυτής:

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa \text{ και } C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

όπου αντικαθιστώντας από τις ήδη γνωστές τιμές βρίσκω:

$$C_{31} = C_{32} = 1\mu F$$

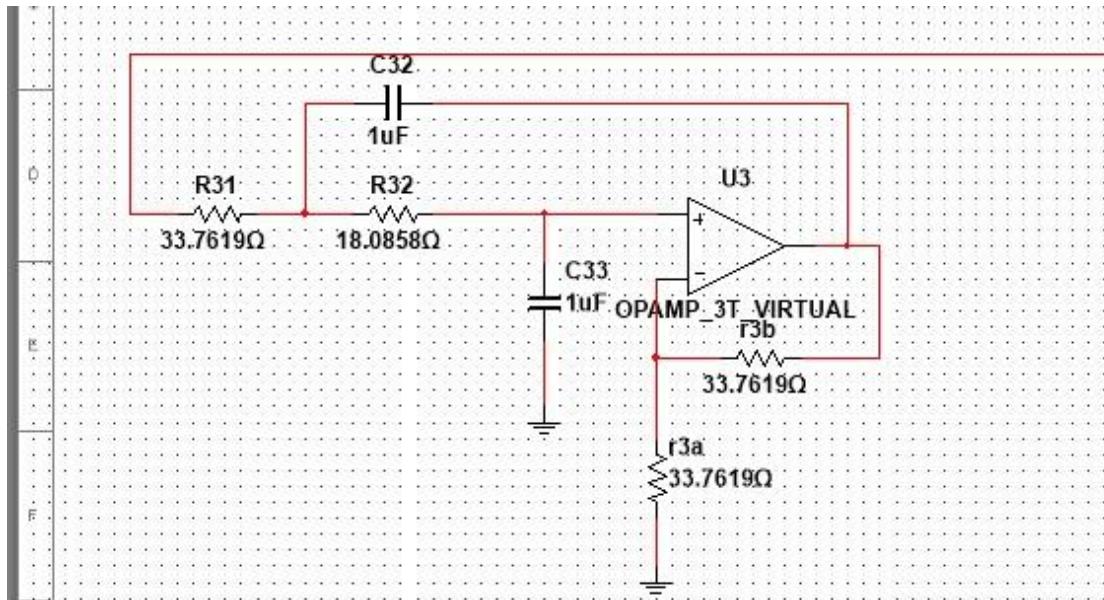
$$R_{31} = 33.7619$$

$$R_{32} = 18.0857$$

$$r_{31} = 33.7619$$

$$r_{32} = 33.7619$$

Παρατίθεται παρακάτω ολοκληρωμένη κάτοψη και αυτής της μονάδας:

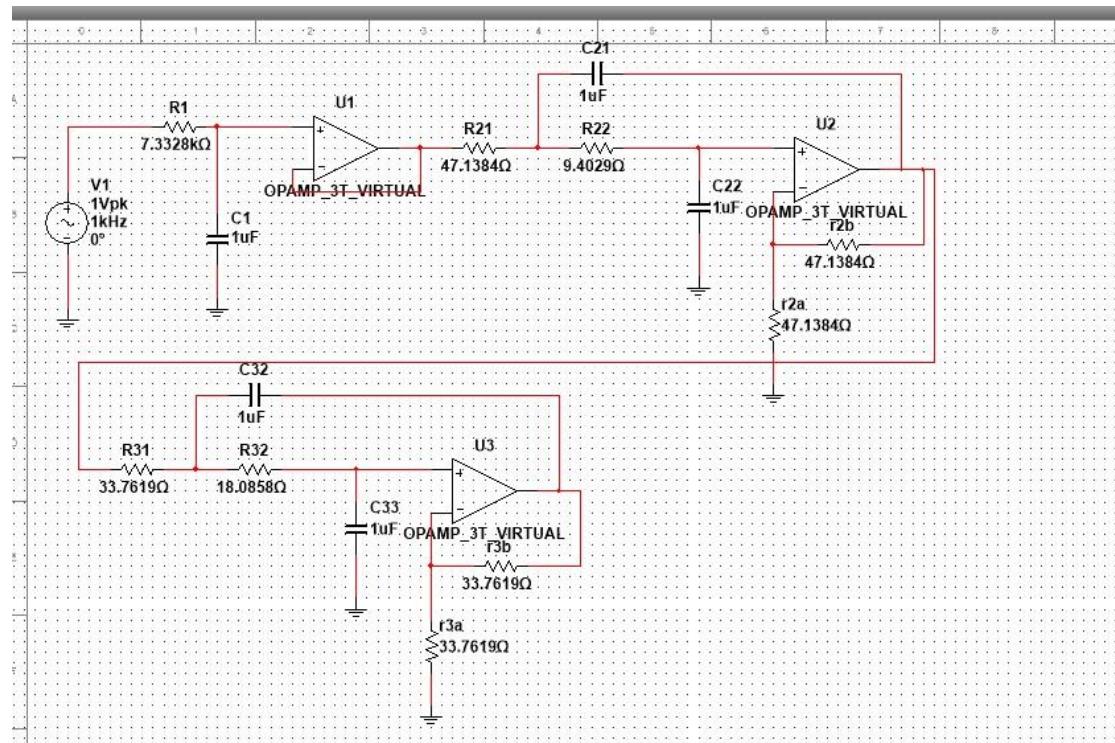


• Ρύθμιση Κέρδους

Υπό κανονικές συνθήκες θα έπρεπε σε κάθε μονάδα να υπολογίσουμε το κέρδος της Στη συνέχεια θα βρίσκαμε το συνολικό κέρδος του κυκλώματος και βάση του επιθυμητού

κέρδους που μας δίνεται στην εκφώνηση θα υλοποιούσαμε μία επιπλέον μονάδα, η οποία θα λειτουργούσε ως προσαρμογέας κέρδους. Αυτός, θα αποτελούταν από 2 αντιστάσεις και 1 τελεστικό ενισχυτή. Ωστόσο, όπως θα δούμε και παρακάτω το συνολικό κέρδος που έχουμε πριν κάνουμε την προσαρμογή, συμπίπτει ακριβώς με το επιθυμητό κέρδος. Παρόλο που δε θα υλοποιηθεί, έχω παραθέσει στο πηγαίο κώδικα matlab, υπό μορφή σχολιασμένου κώδικα, πως θα υλοποιούταν ένα τέτοιο κύκλωμα.

Οπότε λοιπόν η συνολική εικόνα του κυκλώματος μας θα είναι η εξής:



Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{lp1}(s) = \frac{\omega_{01}^1}{s + \omega_{01}^1} = \frac{13637.41}{s + 13637.410}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key στρατηγικής 3 , η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{lp2}(s) = \frac{\omega_{02}^1}{s + \omega_{02}^1} = \frac{21214}{s + 21214}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

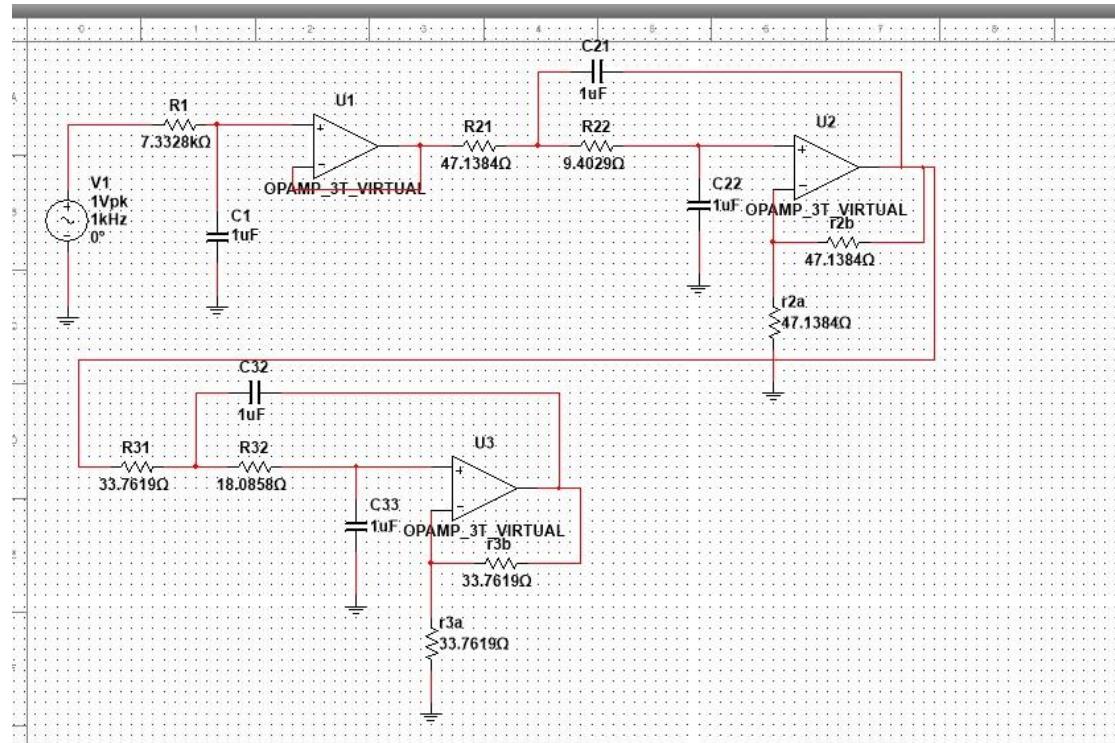
$$T_{lp3}(s) = \frac{\omega_{03}^1}{s + \omega_{03}^1} = \frac{29619.19}{s + 29619.19}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev θα είναι:

$$T_{LP}(s) = T_{lp1}(s) * T_{lp2}(s) * T_{lp3}(s):$$

$$T_{LP}(s) = \frac{2.8930 * 10^8}{s^2 + 3.48515 * 10^4 * s + 2.8930 * 10^8}$$

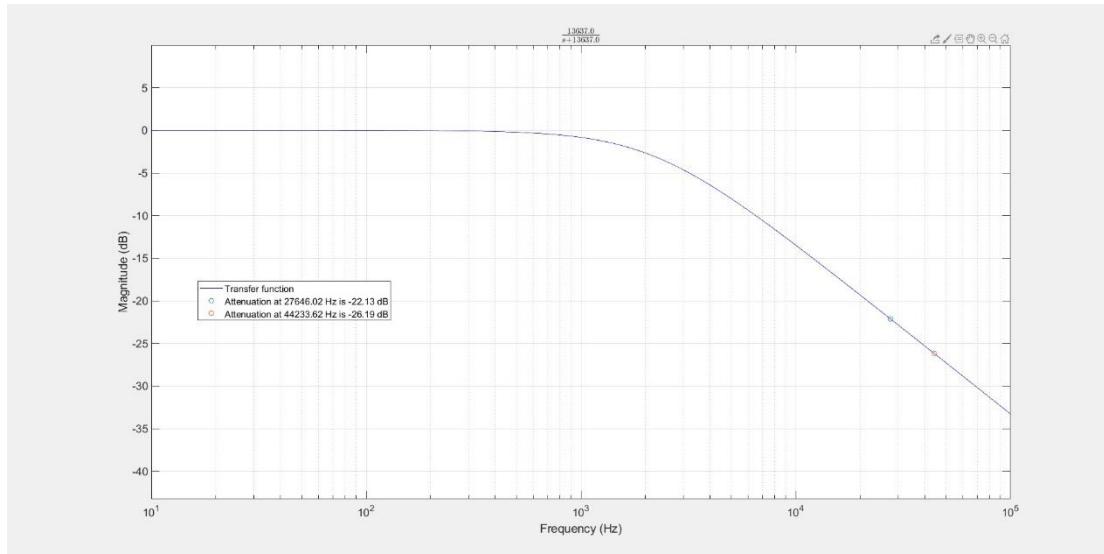
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο, αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



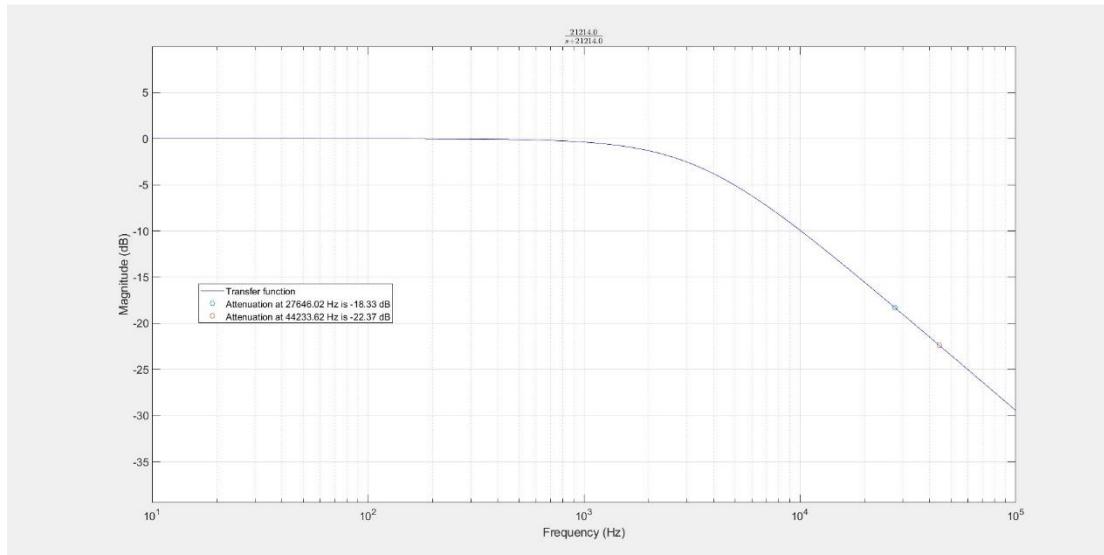
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων, αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

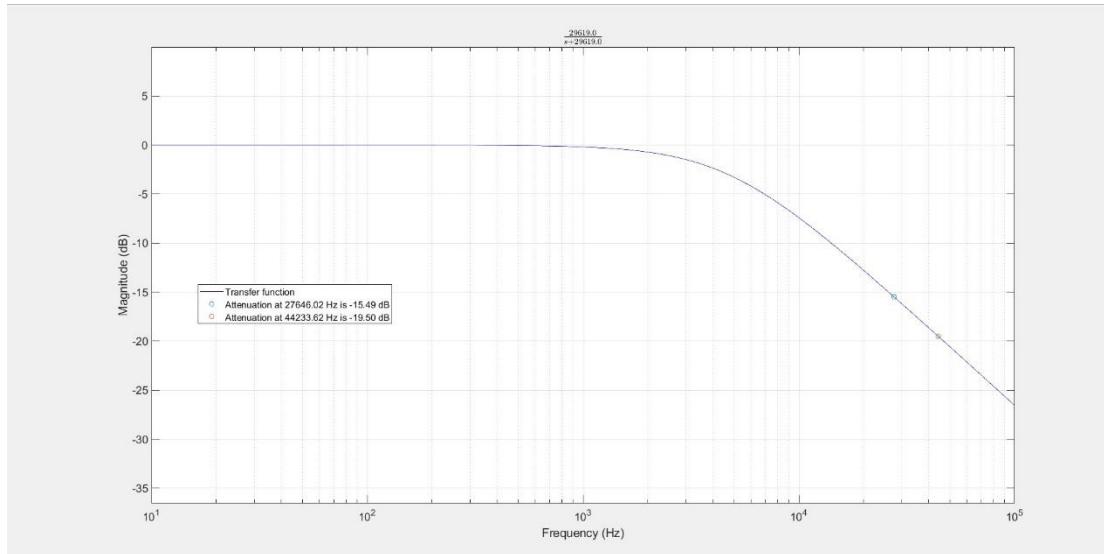
1^η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης.



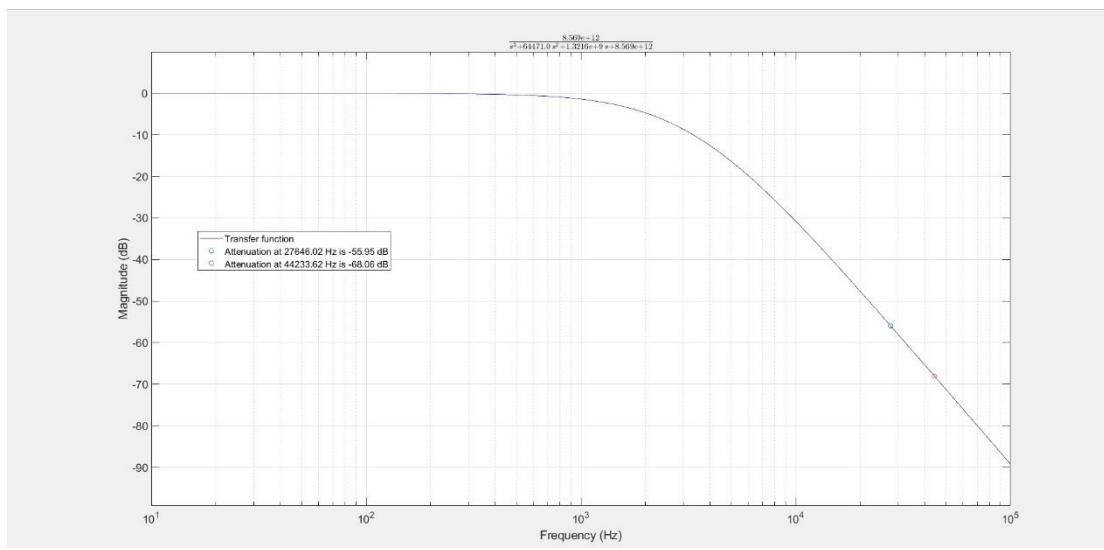
2^η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key 3



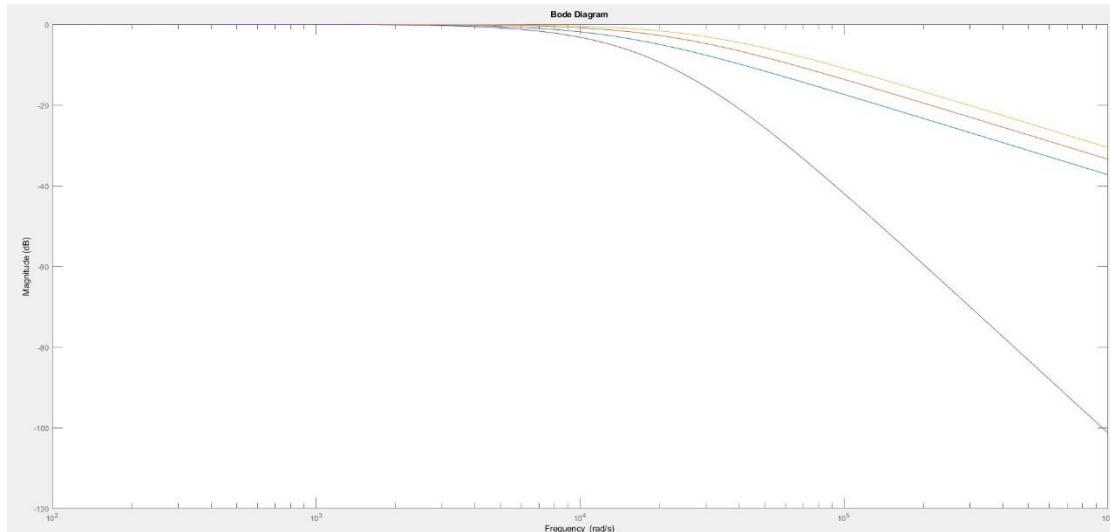
3^η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key 3



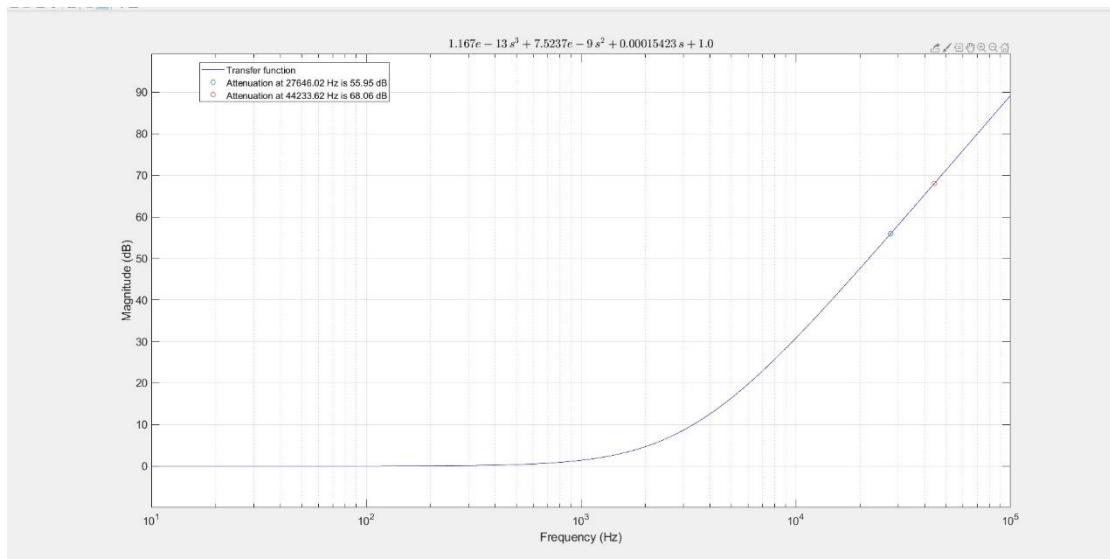
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



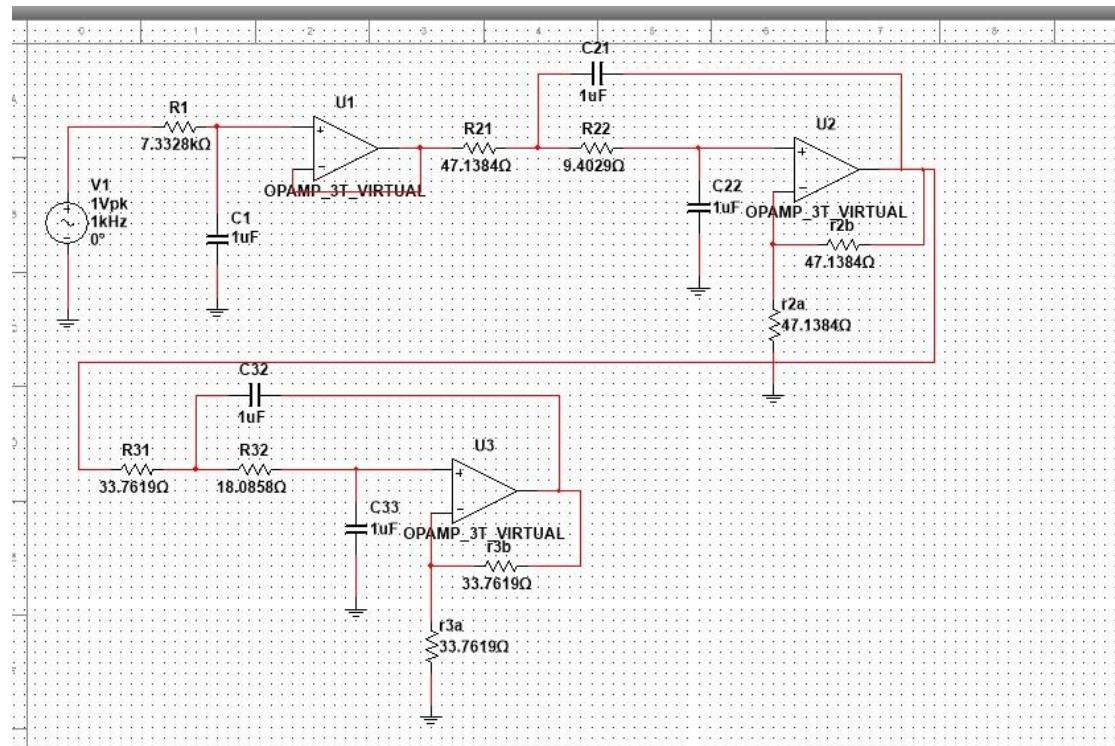
Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες, οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p=4400\text{Hz}$ και την $f_s=7040\text{Hz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση στις κρίσιμες συχνότητες πληροί τις προϋποθέσεις για a_{min} & a_{max} που έχουμε θέση στην αρχή της σχεδίασης.

Να σημειωθεί ότι κύκλωμα με προσαρμογή κέρδους δεν έχει παρατεθεί μιας και δεν πραγματοποιήθηκε προσαρμογή κέρδους.

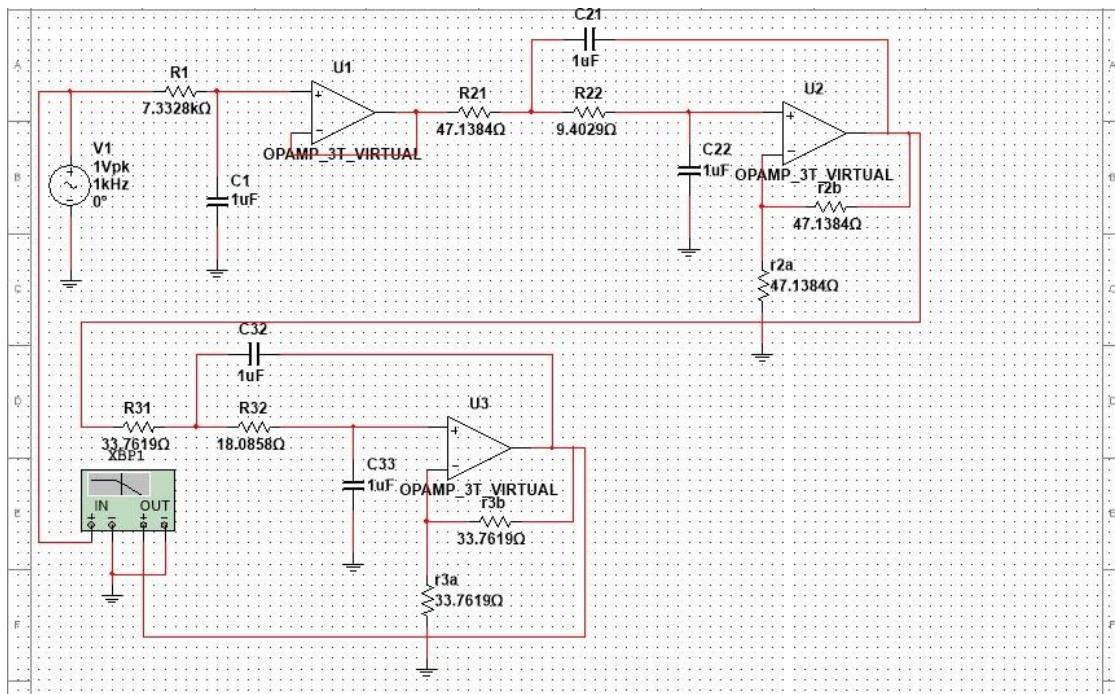
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας, αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου, όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

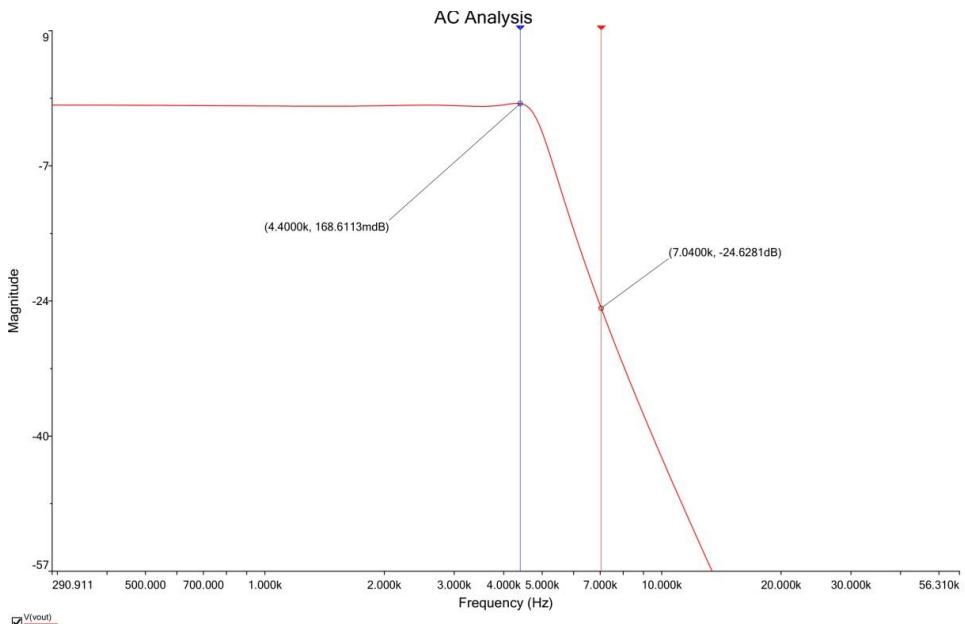
Εισάγουμε λοιπόν τις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος.



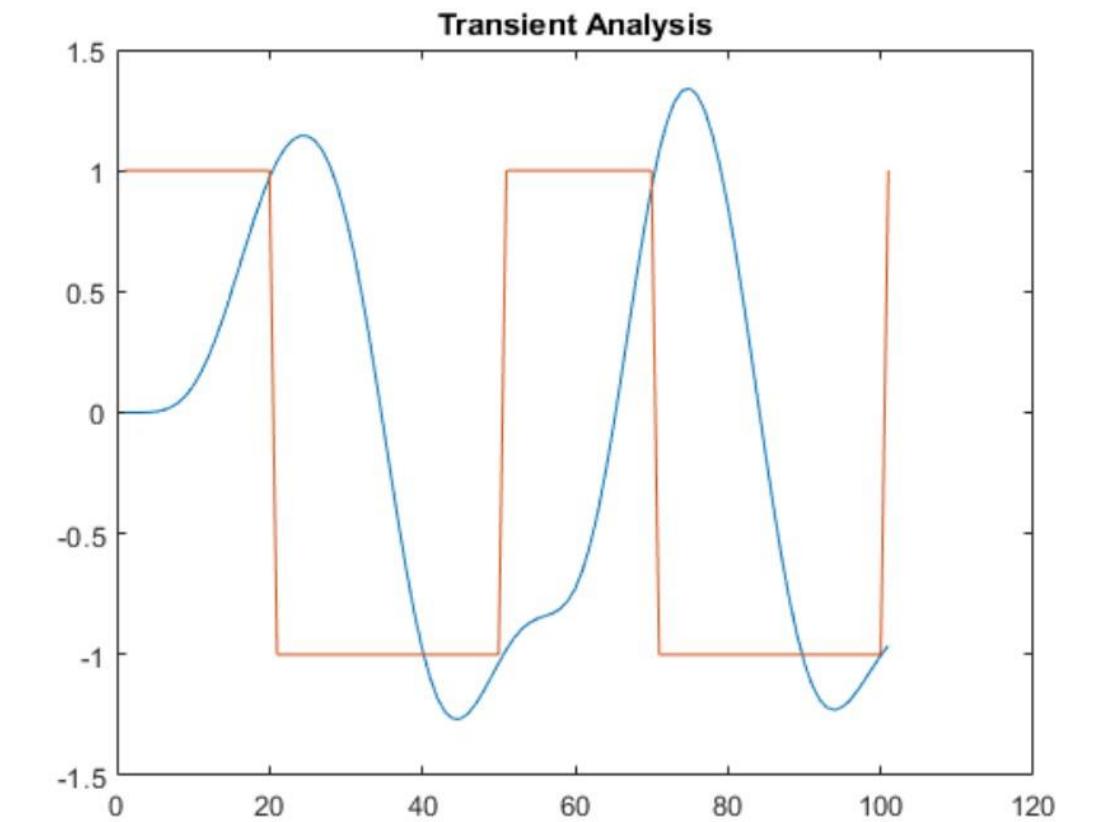
Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



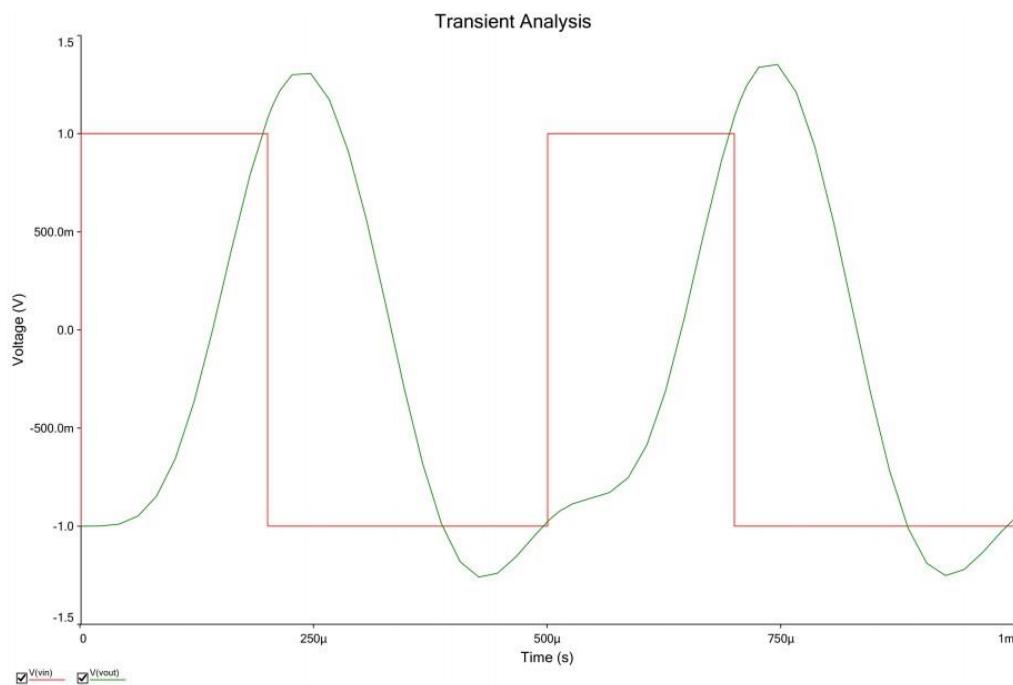
Παρέχεται δυνατότητα αναγνώρισης τιμών με τις οποίες επαληθεύεται ότι πληρούνται οι προδιαγραφές που έχουμε θέσει.

- Δίνουμε τώρα στο κύκλωμα, ως είσοδο ένα τετραγωνικό σήμα συχνότητας 2kHz. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

Σήμα Εισόδου-Εξόδου matlab :

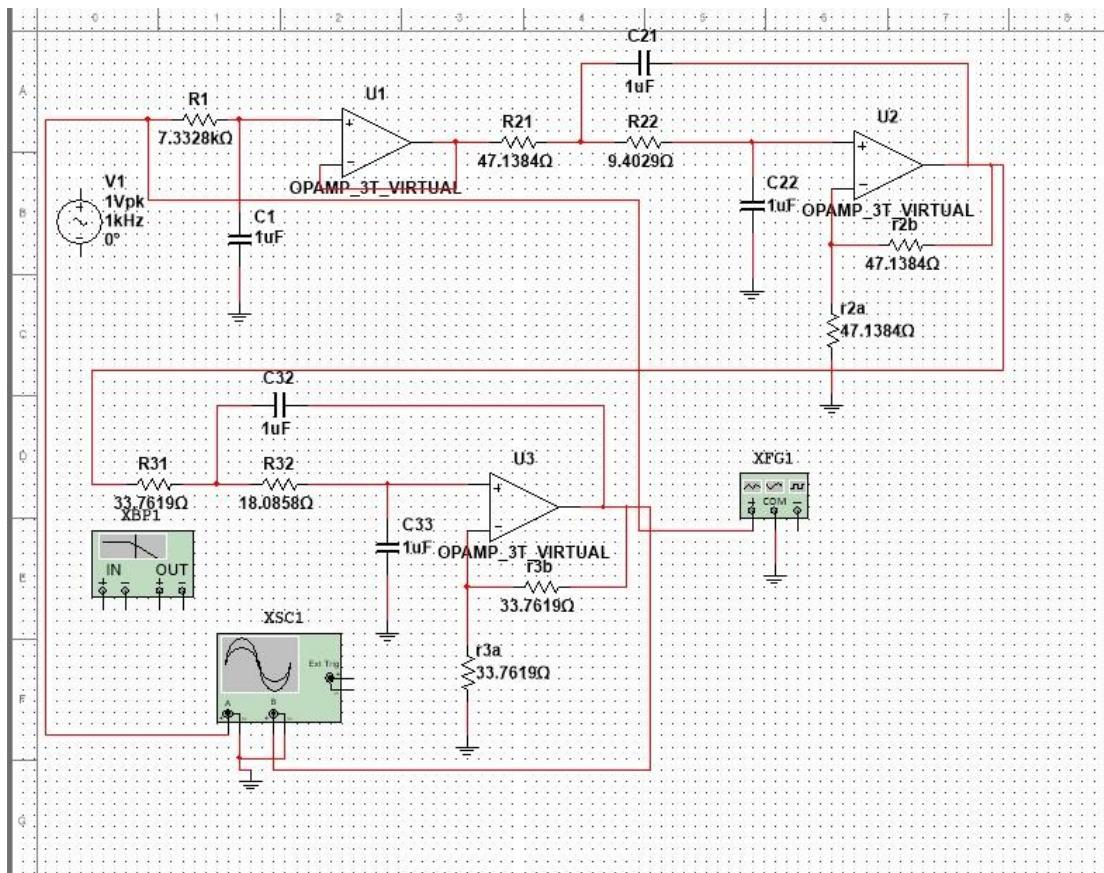


Σήμα Εισόδου-Εξόδου multisim:



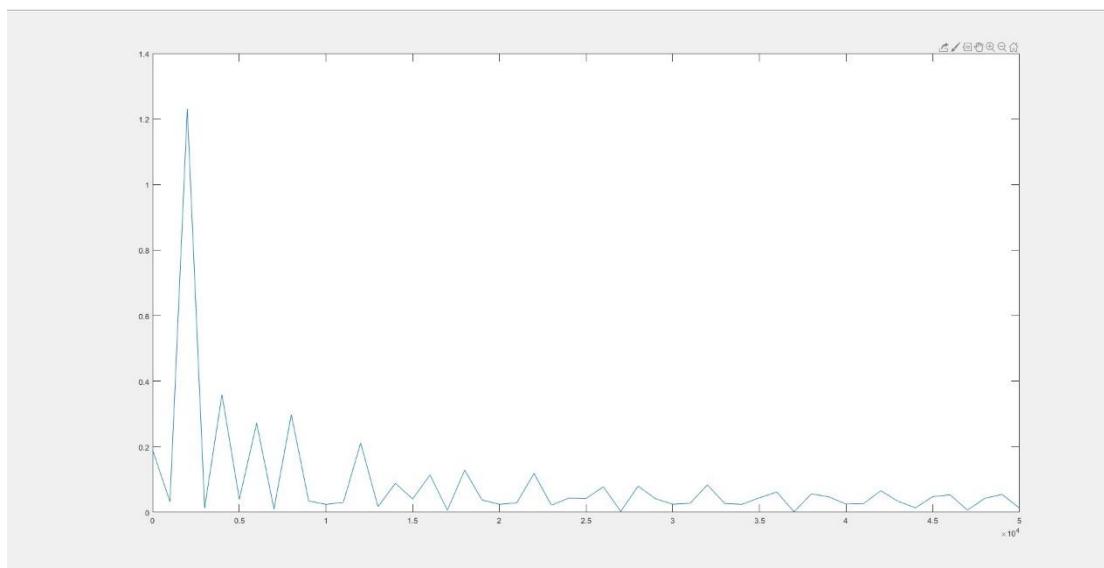
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου,. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Για να μπορέσουμε να έχουμε φασματική ανάλυση στο multisim θα πρέπει να προσθέσουμε και το εργαλείο που μας παρέχει, τον oscillator. Οπότε το κύκλωμα μας με αυτή την τελευταία σύνδεση φαίνεται παρακάτω:

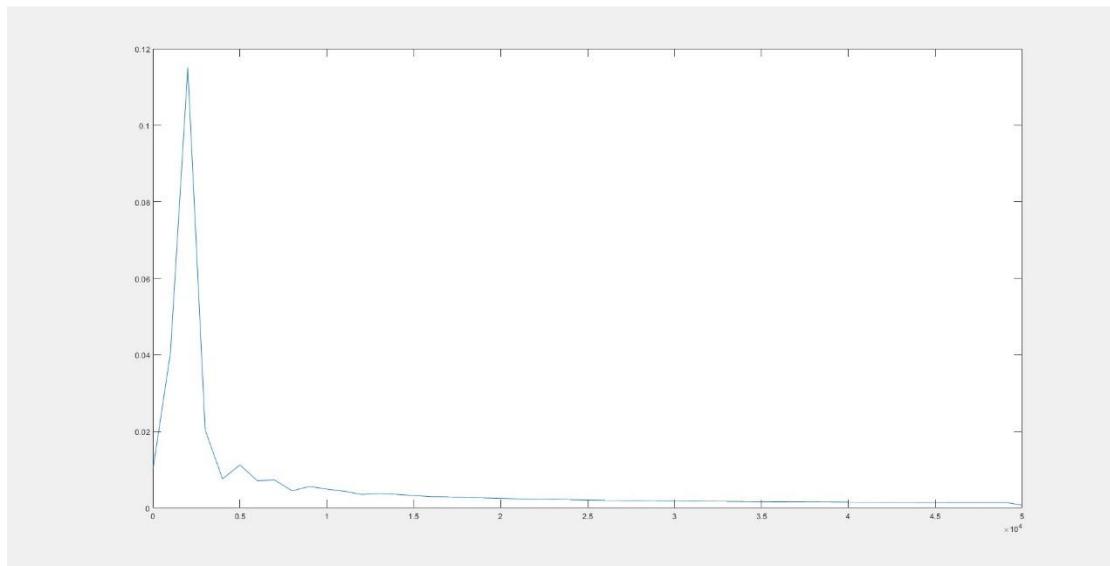


Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

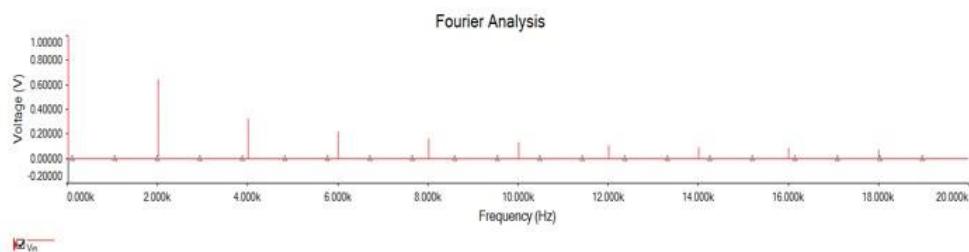
Φάσμα Σήματος Εισόδου matlab



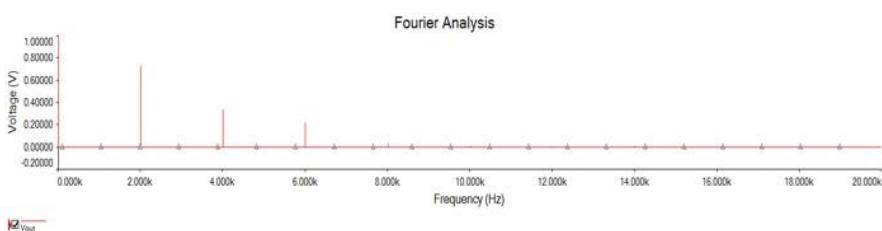
Φάσμα Σήματος Εξόδου matlab



Φάσμα Σήματος Εισόδου multisim



Φάσμα Σήματος Εξόδου multisim



Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται αντιληπτός ο κατωδιαβατικός χαρακτήρας του φίλτρου. Αν συγκρίνουμε τα φάσματα εισόδου εξόδου φαίνεται ότι στην έξοδο περνάνε μόνο οι ώσεις του σήματος εισόδου, οι οποίες ταυτόχρονα ενισχύονται λόγω του ενισχυτικού χαρακτήρα, που βρίσκονται στις χαμηλές συχνότητες.

**ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ
ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ**

**Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατού φίλτρου
Chebyshev**

ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$F_0 = 650 \text{ Hz} , \quad f_1 = 575 \text{ Hz} , \quad f_2 = 734.38 \text{ Hz} , \quad f_3 = 491.72 \text{ Hz} , \quad f_4 = 859.22 \text{ Hz}$$

και

$$a_{\max} = 0.7 \text{ dB} , \quad a_{\min} = 28.5 \text{ dB} .$$

Επίσης, χρησιμοποιώντας τη σχέση $\omega = 2\pi f$ έχω :

$$\Omega_0 = 4084.1 \text{ rad/s} \quad \Omega_1 = 3612.8 \text{ rad/s} \quad \Omega_2 = 4616.8 \text{ rad/s} \quad \Omega_3 = 3080.6 \text{ rad/s} \quad \Omega_4 = 5398.7 \text{ rad/s}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

- **Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς**

Αρχικά υπολογίζω και τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές του αρχικού κυκλώματος

$$\Omega_p = 1 \text{ rad/sec}$$

$$\Omega_s = 2.3 \text{ rad/sec}$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1} \right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p} \right)} = 3.2848 \rightarrow 4$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, αλλά ισούται με 3.2848 για αυτόν τον λόγο θα πρέπει να το στρογγυλοποιήσουμε στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή, θα έχουμε:

$n = 4$ άρα θα έχουμε 2 ζεύγη πόλων και 4 βαθμίδες στο κύκλωμα μας.

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = \cosh \left[\frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right] = 1.0729$$

Στη συνέχεια θα υπολογίσω τους συντελεστές α και β με τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{a_{min}/10} - 1}} = 0.4182$$

Και :

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.4015$$

Για $n=4$ οι γωνίες Butterworth θα είναι ίσες με $\gamma_1 = \pm 22.5$ και $\gamma_2 = \pm 67.5$

Οι πόλοι Chebyshev θα δίνονται από τον τύπο:

$$S_k = -\sinh(a) * \cos(\psi_k) \pm j * \cosh(a) * \sin(\psi_k)$$

Έπειτα υπολογίζω τα ω για κάθε ζεύγος πόλων από τον τύπο

$$\Omega_k = \cosh(a) * \sin(\psi_k) \pm \sinh(a) * \cos(\psi_k)$$

Έπειτα για κάθε πόλο ξεχωριστά καλώ τη συνάρτηση GeffeComplexPole ή την GeffeEnhancement που έχω φτιάξει, οι οποίες βάσει των παρακάτω τύπων υπολογίζουν όλες τις απαραίτητες ποσότητες που θα χρειαστούμε και σχετίζονται με τους πόλους.

GeffeComplexPole:

$$\begin{aligned} q_c &= \frac{\omega_0}{bw} C \\ C &= \Sigma^2 + \Omega_0^2 \\ D &= 2 * \frac{si}{q_c} \end{aligned}$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2}$$

$$G = \sqrt{(E^2 - 4D^2)}$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)}$$

$$k = \frac{s_i Q}{q_c}$$

$$W = k + \sqrt{k^2 - 1}$$

$$\omega_{02} = W * \omega_0$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W} * \omega_0$$

όπου αφού αντικαταστήσουμε τις ήδη γνωστές τιμές παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα για το πρώτο ζεύγος πόλων:

$$\begin{aligned} q_c &= 4.0680 \\ C &= 0.3165 \\ D &= 0.1873 \\ E &= 4.0191 \\ G &= 4.0016 \\ Q &= 3.7933 \\ k &= 1.0013 \\ W &= 1.0522 \\ w_{02} &= 4297.4 \\ w_{01} &= 3881.3 \end{aligned}$$

και αντίστοιχα για το δεύτερο ζεύγος πόλων θα έχω

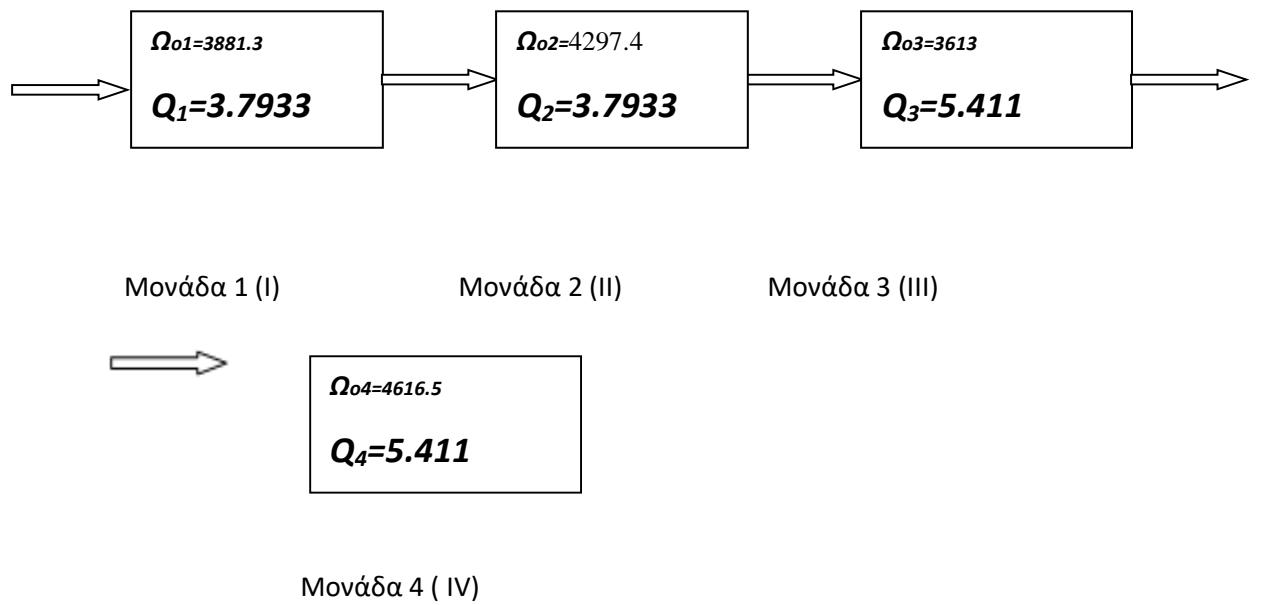
$$\begin{aligned} q_c &= 4.0680 \\ C &= 1.0236 \\ D &= 0.0776 \\ E &= 4.0619 \\ G &= 4.0589 \\ Q &= 5.411 \\ k &= 1.0013 \\ W &= 1.1304 \\ w_{03} &= 4616.5 \\ w_{04} &= 3613 \end{aligned}$$

**Σχόλιο: Για το δεύτερο ζεύγος πόλων όπου w_{01} & w_{02} θα βάλω w_{03} & w_{04}

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς, οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών που προκύπτουν φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ψ_k	Q	p_k
± 22.5	3.7933	-0.3810 ± 0.4139
± 67.5	5.411	-0.1578 ± 0.9994

Άρα, η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τις παρακάτω μονάδες, οι οποίες φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



- **Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς**

Βασιζόμενος στο ΑΕΜ μου (9271), αλλά και στην εκφώνηση της εργασίας, θα ακολουθήσω στρατηγική σχεδίασης Delliyiannis-Fried 1. Ωστόσο, επειδή η 3^η και η 4^η μονάδα έχουν Q>5 θα πρέπει να ακολουθηθεί ενισχυμένη στρατηγική σχεδίασης Delliyiannis-Fried. Και στις δύο περιπτώσεις έχω φροντίσει να υλοποιήσω ξεχωριστά συναρτήσεις στο matlab, οι οποίες παρατίθενται μαζί με το πηγαίο αρχείο στο παραδοτέο.

ΜΟΝΑΔΑ (1)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα Delliyiannis-Fried 1^{ης} στρατηγικής αφού το Q<5 και θα έχω:

$$C_1 = \frac{1}{2Q} = 0.1318$$

$$C_2 = \frac{1}{2Q} = 0.1318$$

$$R_1=1$$

$$R_2 = 4Q^2 = 57.5564$$

Το κέρδος για αυτή τη μονάδα στη κεντρική της συχνότητα θα είναι ίσο με:

$$H_1 = 2*Q^2 = 28.77$$

Κλιμακοποίηση

Είναι απαραίτητο να γίνει κλιμακοποίηση ολόκληρου του κυκλώματος και συνεπώς της εκάστοτε μονάδας ξεχωριστά. Άρα για τη μονάδα 1 θα ισχύει:

$$k_f = \omega_{0_1} = 3881.3$$

Από την εκφώνηση μου δίνεται «εντολή», οι πυκνωτές μου να είναι τουλάχιστον 0.1μF.

Άρα, υιοθετώ αυτή την τιμή και συνεχίζω την κλιμακοποίηση μου βάση αυτής.

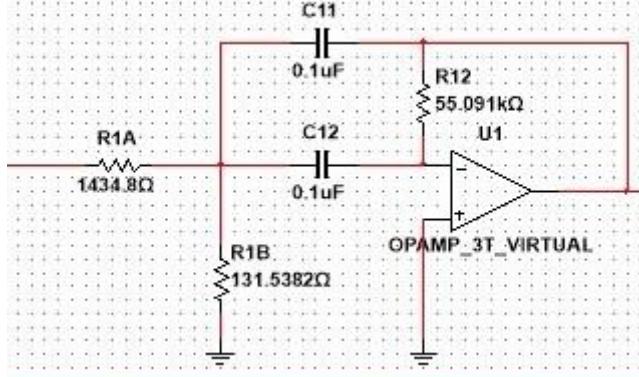
$$k_m = C_1 * \frac{10^7}{k_f}$$

Και μετά για κάθε επόμενο στοιχείο της μονάδας θα ισχύει :

$$R_X = k_m * R_x$$

$$C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Άρα, το συνολικό κύκλωμα της 1^{ης} μονάδας μετά την κλιμακοποίηση, και μετά την εύρεση των τιμών των στοιχείων από αντικατάσταση τιμών στις μεταβλητές θα είναι:



ΜΟΝΑΔΑ (II)

Και αυτή η μονάδα, επειδή το Q είναι μικρότερο του 5 θα υλοποιηθεί και αυτή υπό στρατηγική Delliyiannis-Fried 1^{ης} στρατηγικής. Άρα, παρόμοια με την μονάδα 1 θα έχω:

$$C_1 = \frac{1}{2Q} = 0.1318$$

$$C_2 = \frac{1}{2Q} = 0.1318$$

$$R_1=1$$

$$R_2 = 4Q^2 = 57.5565$$

$$H_2 = 2*Q^2 = 28.77$$

Κλιμακοποίηση

Συνεχίζοντας την κλιμακοποίηση του κυκλώματος μονάδα παρά μονάδα, προκειμένου να κλιμακοποιήσουμε τη μονάδα 2 κάνουμε τις εξής πράξεις:

$$k_f = \omega_{02} = 4297.4$$

Λαμβάνοντας πάλι υπόψιν ότι πρέπει να πάρω πυκνωτές $0.1\mu F$ ισχύει ότι:

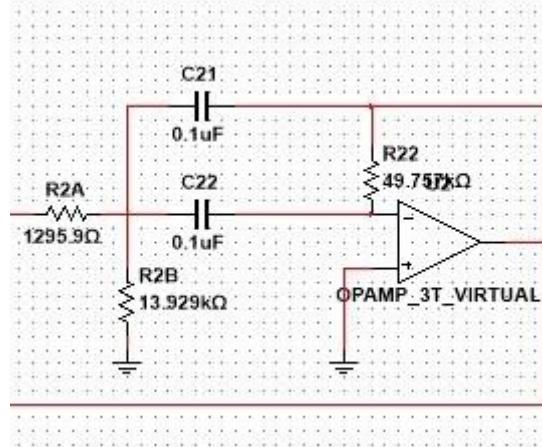
$$k_m = C_1 * \frac{10^7}{k_f}$$

Και για τα υπόλοιπα στοιχεία της μονάδας θα έχω:

$$R_x = k_m * R_x$$

$$C_k = C_k * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Παρατίθεται και εδώ το συνολικό κύκλωμα της μονάδας:



ΜΟΝΑΔΑ (III)

Τόσο αυτή όσο και η επόμενη μονάδα υλοποιούνται με την ενισχυμένη στρατηγική Delliannis-Fried, όπου επιλέγεται $\beta=1$

Για τα κανονικοποιημένα στοιχεία της μονάδας θα έχω:

$$C1=1$$

$$C2=1$$

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 1$$

$$R_2 = \sqrt{\beta} = 1$$

$$k = \frac{Q(\beta + 2) - \sqrt{\beta}}{2Q - \sqrt{\beta}} = 3.801$$

Και το κέρδος αυτής της μονάδας στην κεντρική συχνότητα θα υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$H = \frac{k\beta}{2(k-1) - \beta} = 76.9144$$

Κλιμακοποίηση

Ξεκινάμε τη κλιμακοποίηση κλασσικά, κλιμακοποιώντας τη συχνότητα πρώτα:

$$k_f = \omega_{03} = 3613$$

Έχοντας προκαθορισμένη τιμή για τους πυκνωτές από την εκφώνηση βάση ΑΕΜ ίση με $0.1\mu F$, θα έχω:

$$k_m = C_1 * \frac{10^8}{k_f} = 27678$$

Και εδώ τα υπόλοιπα στοιχεία υπολογίζονται με τους παρακάτω τύπους:

$$R_X = k_m * R_x$$

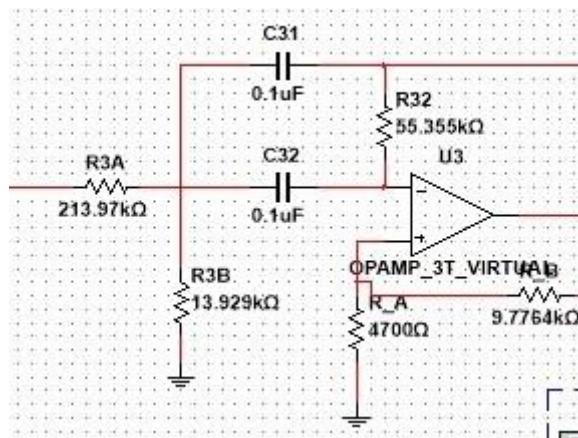
$$C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Σε αυτή την ενισχυμένη στρατηγική όμως, μας χρειάζονται και δύο επιπλέον αντιστάσεις. Ο τρόπος που υπολογίζονται παρατίθεται παρακάτω:

$$R_B = (k-1) * R_A$$

Και επιλέγοντας $R_A=4.7K\Omega$ θα έχω $R_B=9.7764K\Omega$

Το συνολικό κύκλωμα της μονάδας απεικονίζεται παρακάτω:



ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Και αυτή η μονάδα υλοποιείται με την ενισχυμένη στρατηγική Delliyiannis-Fried, όπου επιλέγεται $\beta=1$ επειδή το Q της είναι μεγαλύτερο του 5. Προχωρώντας στον υπολογισμό των τιμών των στοιχείων της μονάδας:

Για τα κανονικοποιημένα θα έχω:

$$C1=1$$

$$C2=1$$

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 1$$

$$R_2 = \sqrt{\beta} = 1$$

$$k = \frac{Q(\beta + 2) - \sqrt{\beta}}{2Q - \sqrt{\beta}} = 7.801$$

και το κέρδος αυτής της μονάδας στην κεντρική συχνότητα θα υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$H = \frac{k\beta}{2(k-1) - \beta} = 76.9144$$

Κλιμακοποίηση

Ξεκινάμε τη κλιμακοποίηση κλασσικά, κλιμακοποιώντας πρώτα πρώτα τη συχνότητα:

$$k_f = \omega_{04} = 4616.5$$

Έχοντας προκαθορισμένη τιμή για τους πυκνωτές από την εκφώνηση βάση ΑΕΜ ίση με $0.1\mu F$, θα έχω:

$$k_m = C_1 * \frac{10^8}{k_f} = 21661$$

Και εδώ τα υπόλοιπα στοιχεία υπολογίζονται με τους παρακάτω τύπους:

$$R_X = k_m * R_x$$

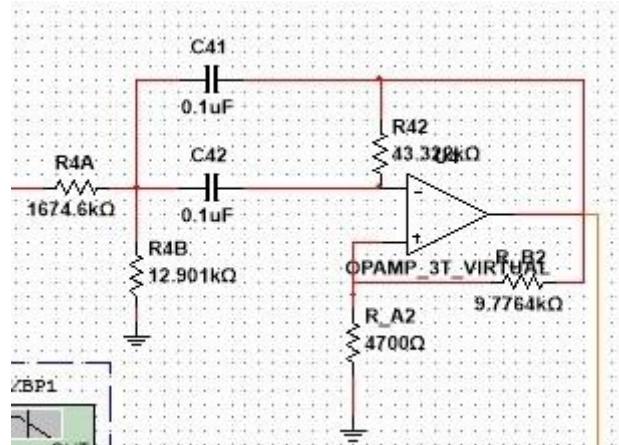
$$C_K = C_K * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Σε αυτή την ενισχυμένη στρατηγική όμως, μας χρειάζονται και δύο επιπλέον αντιστάσεις. Ο τρόπος που υπολογίζονται παρατίθεται παρακάτω:

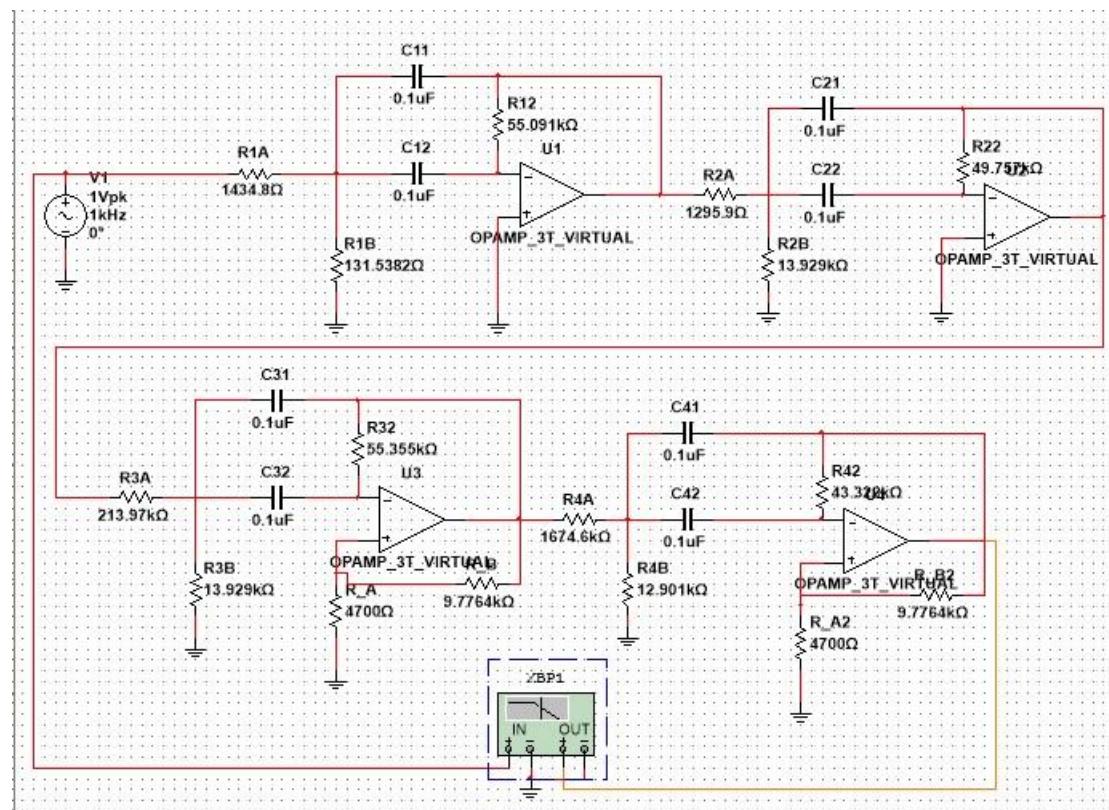
$$R_B = (k - 1) * R_A$$

Και επιλέγοντας $R_A=4.7\text{K}\Omega$ θα έχω $R_B=9.7764\text{K}\Omega$

Το συνολικό κύκλωμα της μονάδας απεικονίζεται παρακάτω:



Και συνολικά το κύκλωμα απεικονίζεται παρακάτω:



- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος του φίλτρου, έτσι ώστε στη ζώνη διάβασης να έχουμε κέρδος 0 dB όπως μας ζητήθηκε και στην εκφώνηση. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να υπολογίσω σε πρώτη φάση το κέρδος της εκάστοτε μονάδας ξεχωριστά.

Ξεκινώντας τα κέρδη για τις μονάδες 1 & 2 υπολογίζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$k_1 = \frac{2Q_1\omega_{01}\omega_0}{\sqrt{(\omega_{01}^2 - \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega_0\omega_{01}}{Q_1})^2}}$$

$$k_2 = \frac{2Q_2\omega_{02}\omega_0}{\sqrt{(\omega_{02}^2 - \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega_0\omega_{02}}{Q_2})^2}}$$

Αν σε αυτές αντικαταστήσουμε τις τιμές που έχουμε βρει και υπολογίσει πιο πάνω θα έχουμε:

$$k_1 = k_2 = 15.46515$$

Τώρα, για τις μονάδες 3 & 4 οι τύποι από τους οποίους υπολογίζονται τα κέρδη τους είναι οι εξής:

$$k_3 = \frac{k}{\sqrt{(k-1)R_1C_1}} \frac{1}{\sqrt{(\omega_{03}^2 - \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega_0\omega_{03}}{Q_1})^2}}$$

$$k_4 = \frac{k}{\sqrt{(k-1)R_1C_1}} \frac{1}{\sqrt{(\omega_{04}^2 - \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega_0\omega_{04}}{Q_1})^2}}$$

Και πάλι, αντικαθιστώντας με τις ήδη γνωστές τιμές θα έχουμε:

$$k_3 = k_4 = 11.9077$$

Πλέον μπορούμε να υπολογίσουμε τον λόγο απόσβεσης, ο οποίος δίνεται από τον τύπο:

$$a = \frac{10^{\frac{0}{20}}}{k_1 * k_2 * k_3 * k_4}$$

Ο όρος $10^{\frac{0}{20}}$ προκύπτει από την έκφραση $20\log(a*k_1*k_2*k_3*k_4) = 0$ όπου 0 είναι το επιθυμητό κέρδος στη ζώνη διάβασης .Κάνοντας τις πράξεις υπολογίζω ότι $a=0,00029501$

Γίνεται αντιληπτό ότι στις κατόψεις του κυκλώματος που έχουν παρατεθεί πιο πάνω η R1 αντίσταση της κάθε μονάδας διασπάται σε 2 άλλες. Αυτό γίνεται για λόγους ρύθμισης κέρδους. Βασιζόμενος σε διαιρέτες τάσεις υπολόγισα ότι $\alpha_1 = 0.0840$, $\alpha_2 = 0.0065$ και οι νέες αντιστάσεις θα υπολογίζονται από τους τύπους:

$$R_{11} = \frac{R_1}{\alpha_1}$$

$$R_{12} = \frac{R_1}{(1 - \alpha_1)}$$

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Όσον αφορά την πρώτη μονάδα του κυκλώματος, αυτή θα έχει συνάρτηση μεταφοράς:

$$T_1(s) = -k_1 \frac{\frac{\omega_{0_1}}{Q_1}s}{s^2 + \frac{\omega_{0_1}}{Q_1}s + \omega_{0_1}^2} = \frac{-8.2293 * 10^4 s}{s^2 + 363.04 * s + 1.506 * 10^7}$$

Υπενθυμίζουμε ότι αυτή η μονάδα υλοποιείται με φίλτρο Delliannis-Fried 1^{nc} στρατηγικής.

2. Για την δεύτερη μονάδα, η οποία υλοποιείται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με την πρώτη, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = -k_2 \frac{\frac{\omega_{0_2}}{Q_2}s}{s^2 + \frac{\omega_{0_2}}{Q_2}s + \omega_{0_2}^2} = \frac{-9,1889 * 10^4 s}{s^2 + 401.95 * s + 1.8467 * 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα, η οποία όμως υλοποιείται με διαφορετικό τρόπο σε σχλεση με τις δύο προηγούμενες, δηλαδή με την μέθοδο ενισχυμένου Deiliannis-Fried, η συνάρτηση μεταφοράς θα είναι ίση με :

$$T_3(s) = -k_3 \frac{\frac{\omega_{0_3}}{Q_3} s}{s^2 + \frac{\omega_{0_3}}{Q_3} s + \omega_{0_3}^2} = \frac{-1.07 * 10^3 s}{s^2 + 139.12 * s + 1.3054 * 10^7}$$

4. Τέλος, όσον αφορά την τελευταία μονάδα, υλοποιείται με τον ίδιο τρόπο, όπως και η μονάδα τρία. Άρα, για τη συνάρτηση μεταφοράς της θα έχω:

$$T_4(s) = -k_4 \frac{\frac{\omega_{0_4}}{Q_4} s}{s^2 + \frac{\omega_{0_4}}{Q_4} s + \omega_{0_4}^2} = \frac{-1.3672 * 10^3 s}{s^2 + 177.75 * s + 2.1312 * 10^7}$$

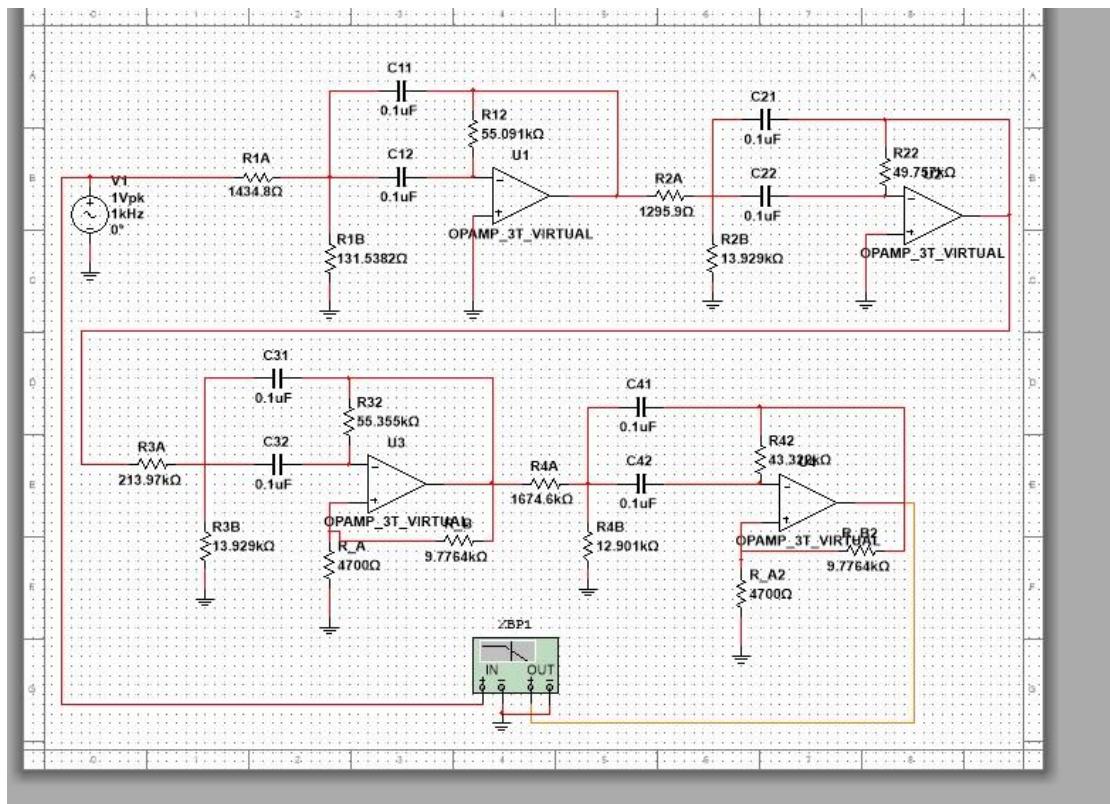
Μπορώ πλέον να υπολογίσω τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος, η οποία βασίζεται στην ακόλουθη σχέση:

$$T_{LP}(s) = K * T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) * T_4(s)$$

Αντικαθιστώντας με όσα έχουμε υπολογίσει παραπάνω θα έχουμε :

$$T(s) = \frac{4.4266 * 10^{14} * s^4}{s^8 + 1081s^7 + 6.8312 * 10^7 s^6 + 5.5025 * 10^{10} s^5 + 1.7227 * 10^{15} s^4 + 9.178 * 10^{17} s^3 + 1.9005 * 10^{22} s^2 + 5.0203 * 10^{24} s + 7.7401 * 10^{28}}$$

Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο, αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

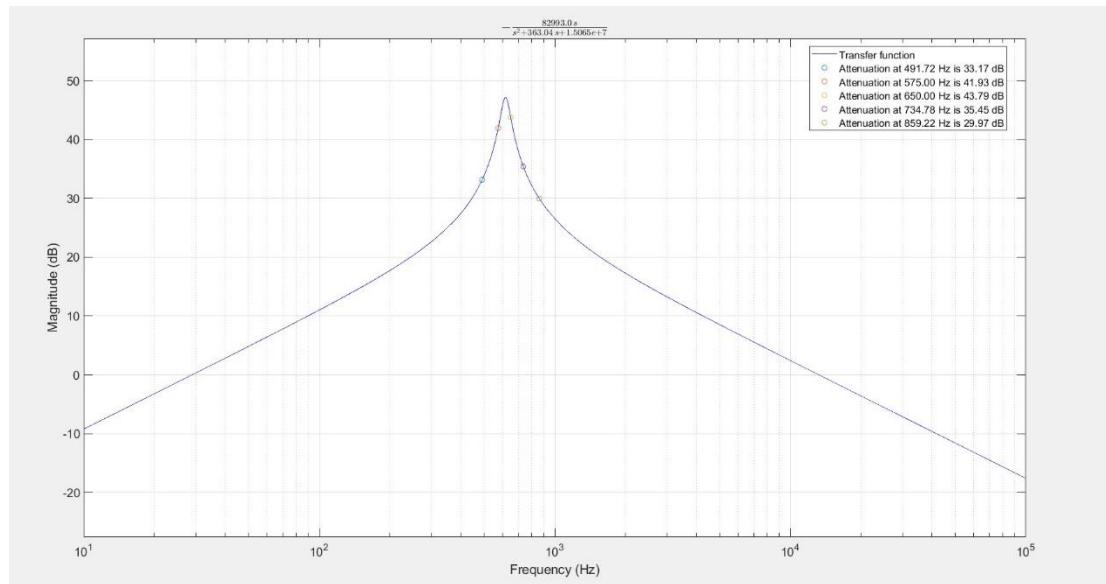


B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

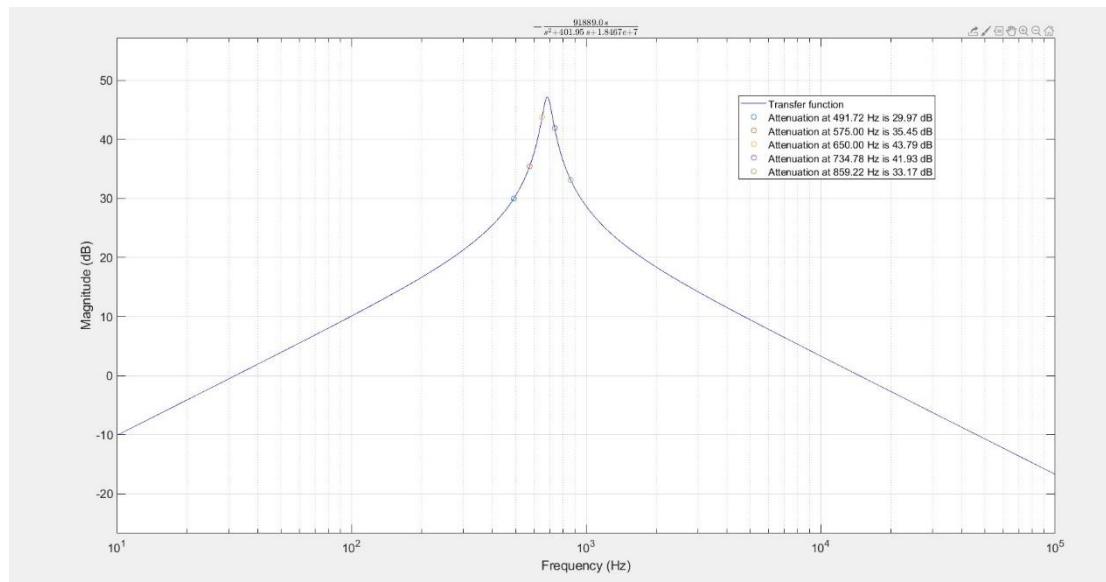
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τεσσάρων μονάδων(2 με Delliyannis-Fried 1^η στρατηγικής και 2 με Enhanced Delliyannis-Fried) αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

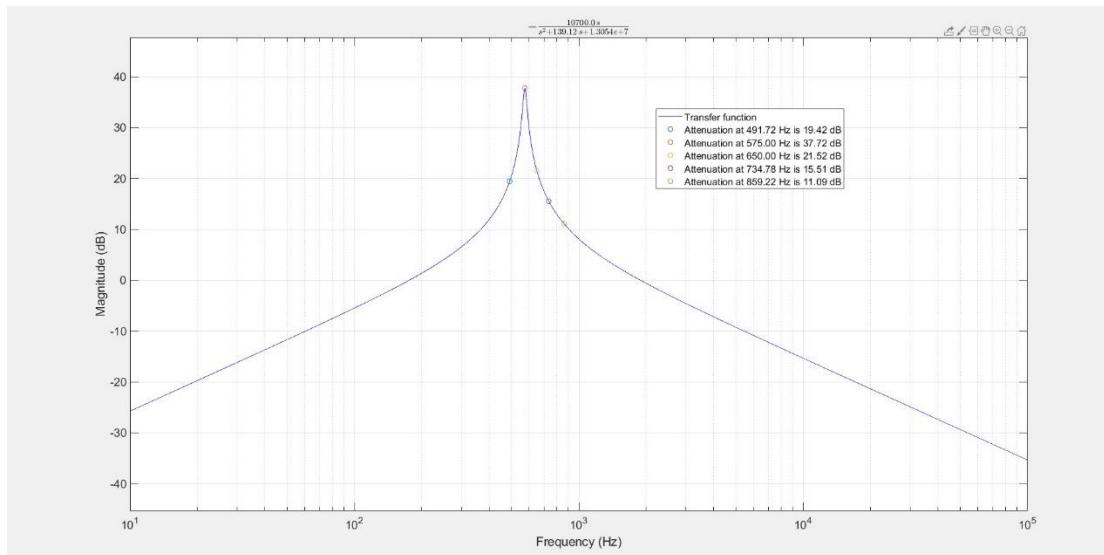
1^η Μονάδα: Deliyannis-Fried 1^{ης} στρατηγικής



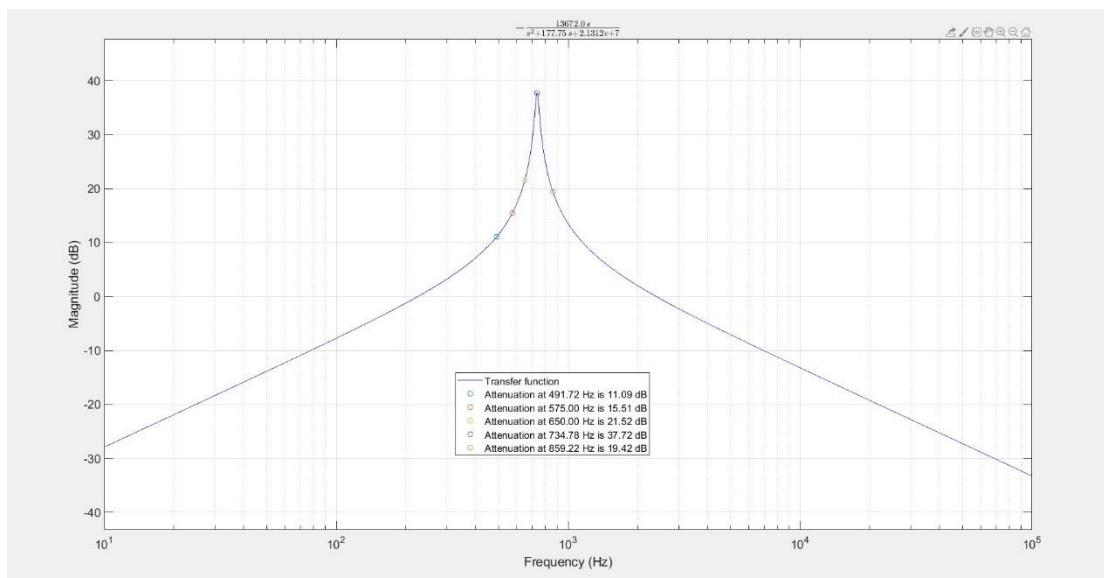
2^η Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο Deliyannis-Fried 1^{ης} στρατηγικής



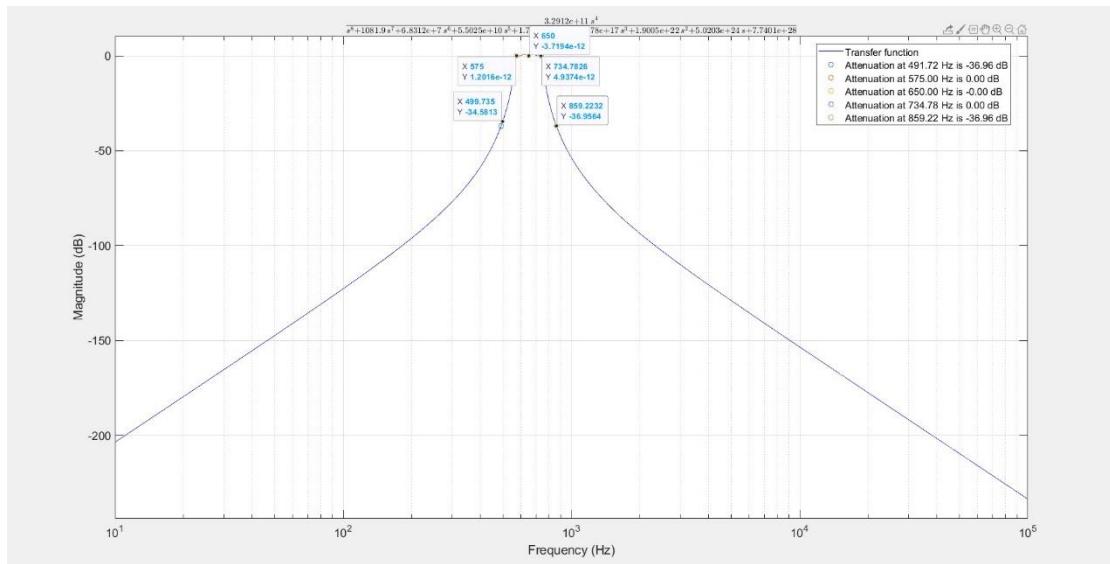
3^η Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο Enhanced Deliyannis-Fried



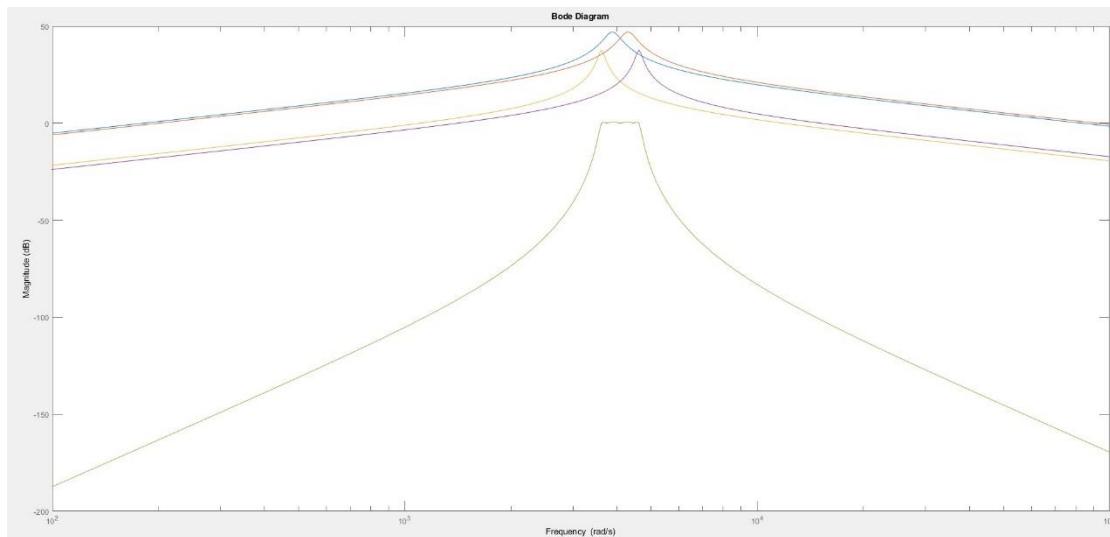
4^η Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο Enhanced Deliyannis-Fried



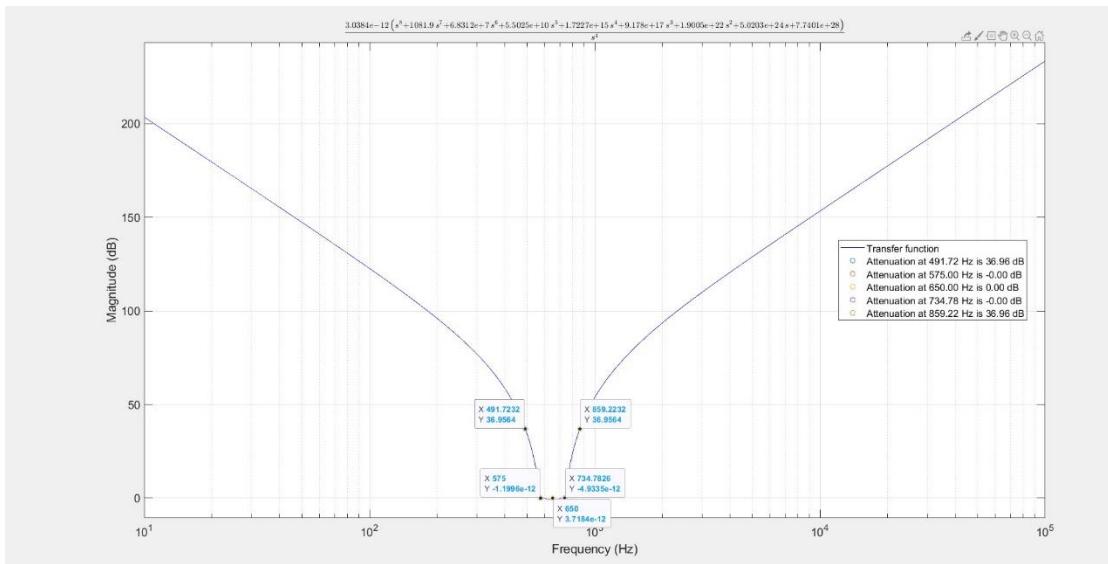
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στο παραπάνω παρατηρούμε ότι το φίλτρο που υλοποιήσαμε έχει κέρδος 0dB, όπως και μας ζητήθηκε, αλλά γενικότερα φαίνονται από το διάγραμμα πως καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες, οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p=491\text{Hz}$ και την $f_s=859\text{Hz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση και στις 2 συχνότητες πληροί την προϋπόθεση για το $a_{min}=28.5$. Συγκεκριμένα, για 491Hz έχουμε απόκριση 36.9564-0 >28.5 και στη 2^η συχνότητα των 859Hz έχουμε απόκριση 36.9564-0>28.5.

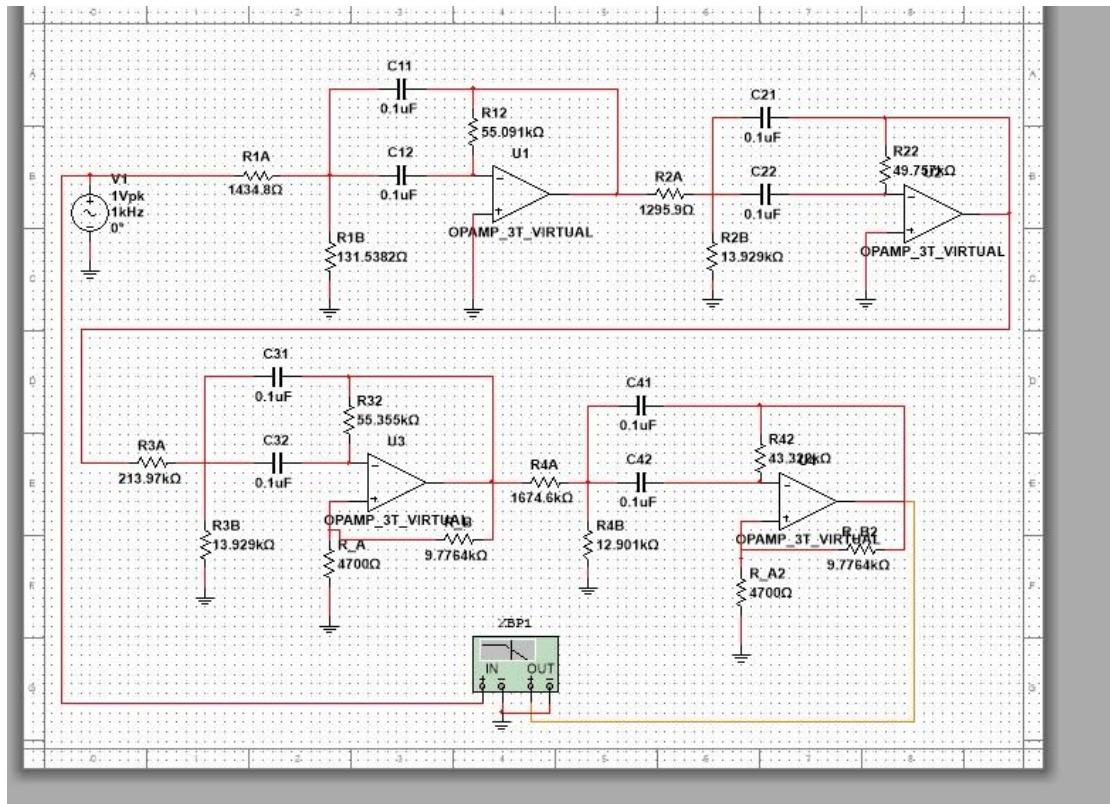
Θέλουμε όμως να πληρείται και η προδιαγραφή για τη ζώνη διόδου($a_{max}=0.7$). Με παρόμοιο τρόπο κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

Βλέπουμε ότι αυτή η προδιαγραφή δεν πληρείται. Αυτό όμως συμβαίνει επειδή προσαρμόσαμε το κύκλωμα, έτσι ώστε το κέρδος να είναι 0 dB. Αν διατηρούσαμε το αρχικά υπολογισμένο κέρδος θα πληρούταν και η προδιαγραφή για τη ζώνη διόδου

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας, αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγίρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Το κύκλωμα όπως έχει παρουσιαστεί και πιο πάνω είναι το παρακάτω:



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

Από το διάγραμμα φαίνεται πως πρόκειται για ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev.

Απόκριση σε περιοδική μορφή:

Η περιοδική κυμματομορφή βάση της οποίας η ανάλυση θα γίνει παρακάτω, θα είναι περιοδική και θα βασίζεται στην παρακάτω εξίσωση, η οποία βασίζεται και στο ΑΕΜ μας.

Γενική μορφή κυμματομορφής:

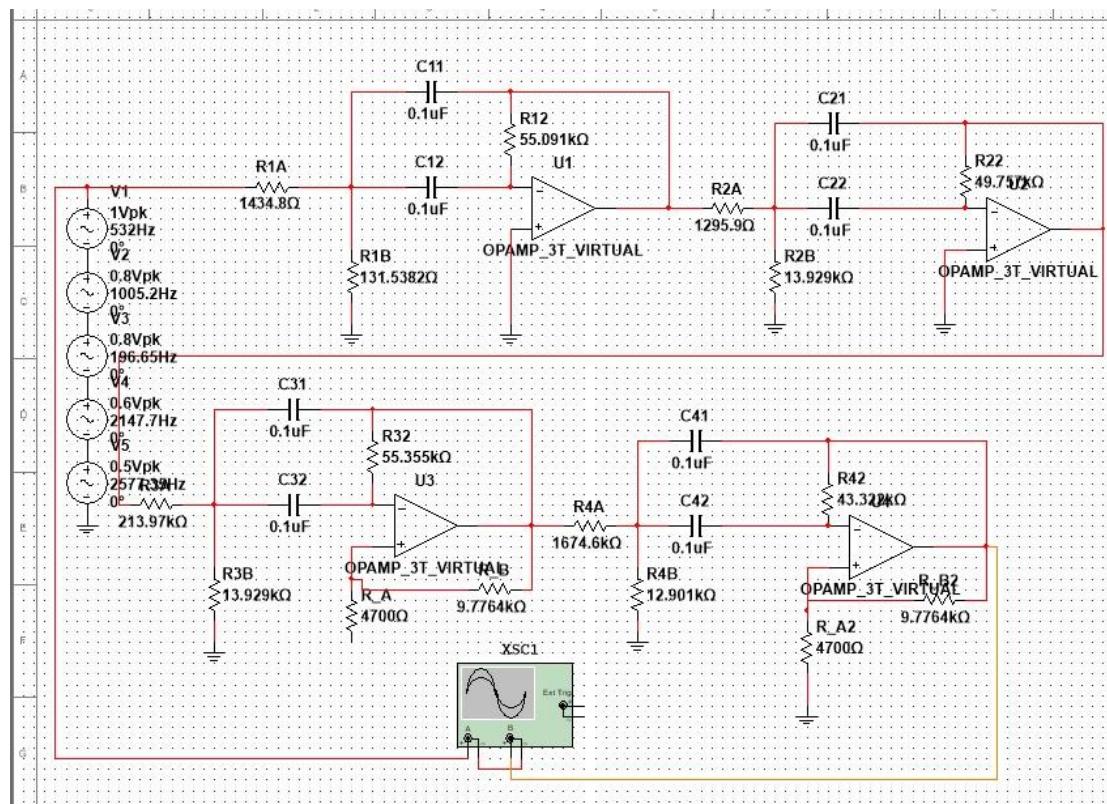
$$f(t) = \cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right)t\right) + 0.8 \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{3}\right)t\right) + 0.8 \cos(0.4\omega_3 t) \\ + 0.6 \cos(2.5\omega_4 t) + 0.5 \cos(3\omega_4 t)$$

Ειδική μορφή κυμματομορφής έπειτα από αντικατάσταση τιμών:

$$f(t) = \cos(3348t) + 0.8 \cos(6316t) + 0.8 \cos(1235.6t) + 0.6 \cos(13495t) \\ + 0.5 \cos(16194t)$$

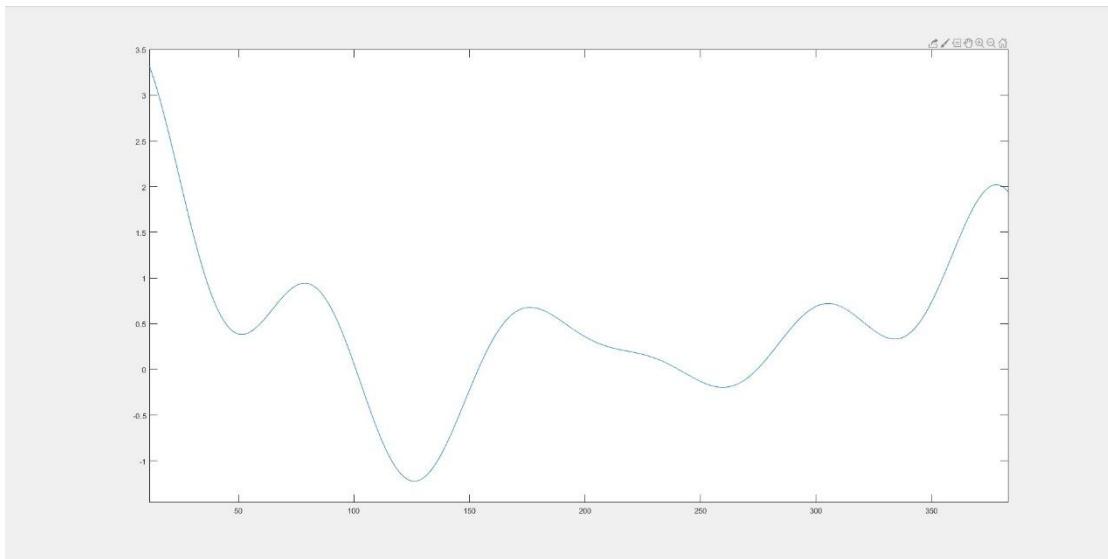
Να σημειωθεί εδώ ότι οι αριθμοί που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις είναι οι κανονικές συχνότητες λειτουργίας των πηγών και όχι οι γωνιακές. Η παραπάνω πράξη που έγινε (μετατροπή από γωνιακή σε κανονική συχνότητα) έγινε με σκοπό να σχεδιαστούν πιο εύκολα, κυκλωματικά, οι πηγές.

Άρα το νέο κύκλωμα με τις νέες πηγές θα είναι το παρακάτω:

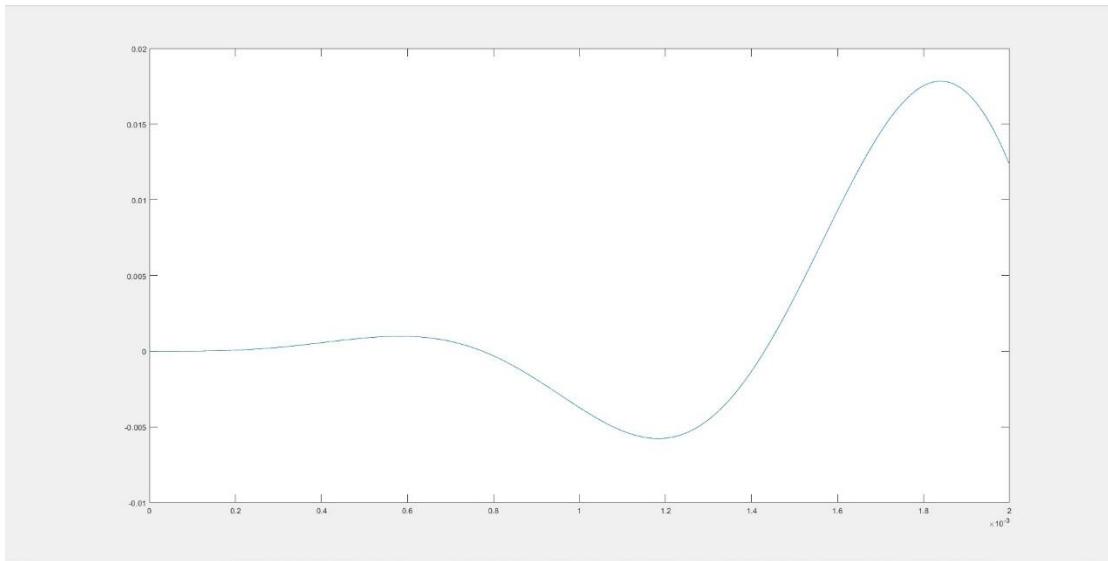


Έφτασε η ώρα να κάνουμε παρατηρήσεις –αναλύσεις για τα σήματα εισόδου εξόδου. Αρχικά, κάνοντας χρήση του εργαλείου Oscilloscope του Multisim θα πάρω εικόνα και για τα 2 σήματα.

Σήμα εισόδου matlab:

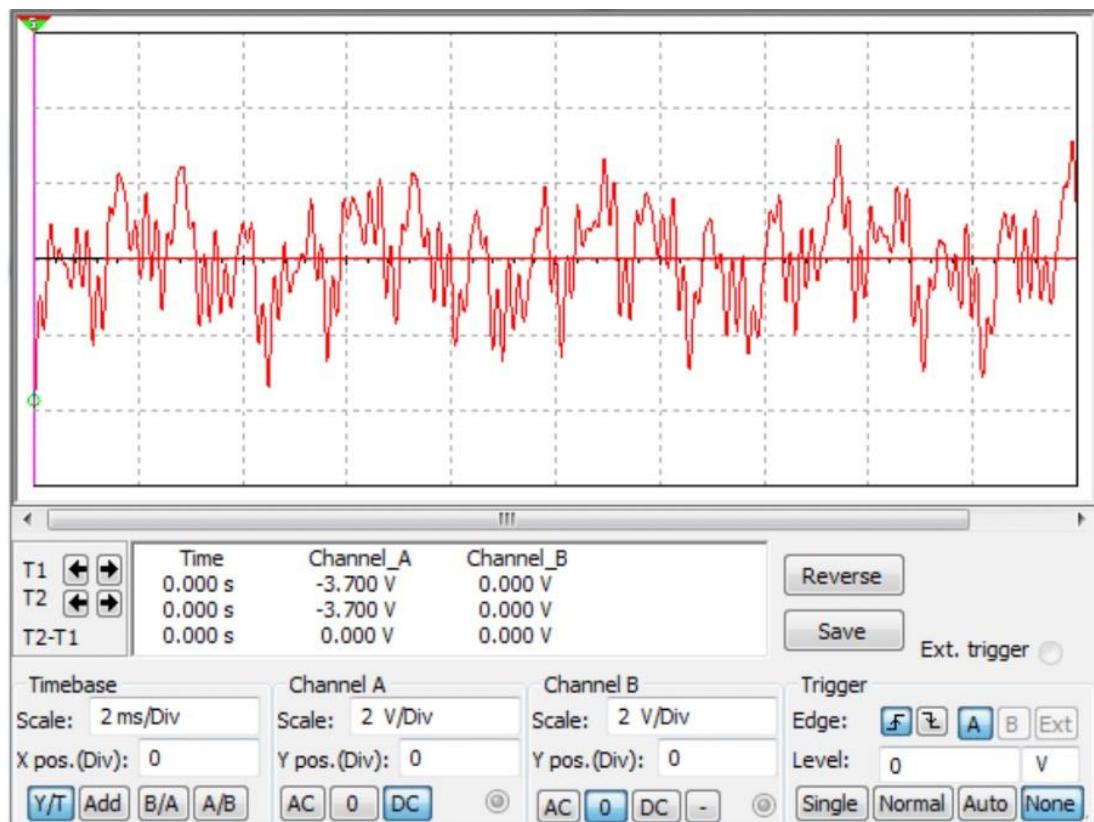


Και για το σήμα εξόδου matlab αντίστοιχα:

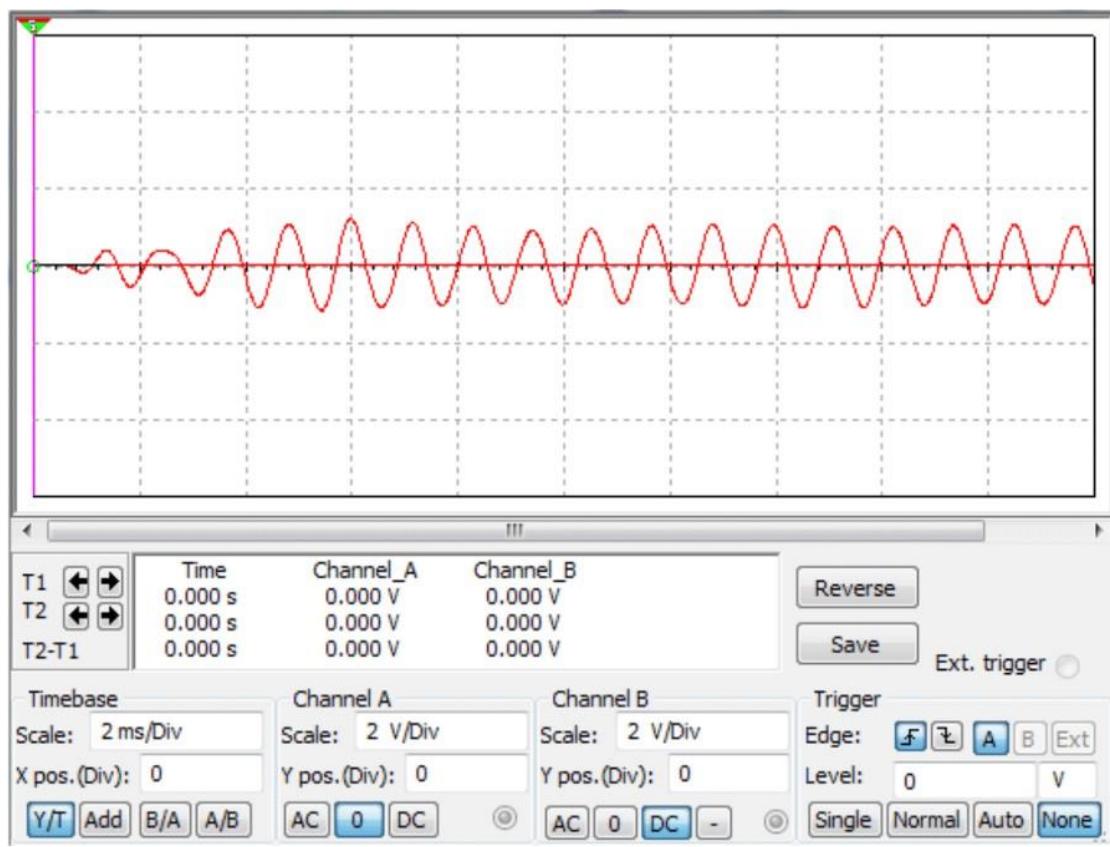


Δυστυχώς, δεν μπόρεσα να παραθέσω και τα 2 σήματα μαζί στο matlab, γιατί όπως φαίνεται και παραπάνω το δεύτερο σήμα έχει πολύ μικρό πλάτος σε σχέση με το πρώτο. Οπότε αν τοποθετηθούν μαζί θα φαίνεται σαν το σήμα εξόδου να είναι μια ευθεία γραμμή στο μηδέν.

Σήμα εισόδου multisim:



Σήμα εξόδου multisim:



Σήμα εισόδου εξόδου multisim:

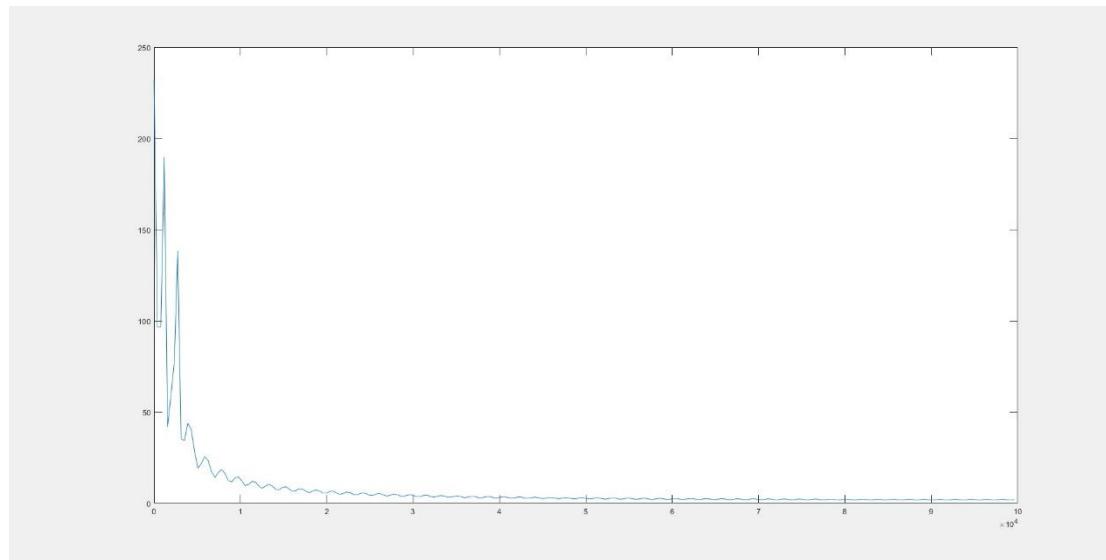


Ανάλυση Fourier :

Ολοκληρώνοντας την ανάλυση του κυκλώματος θα πρέπει να πραγματοποιήσουμε και μια ανάλυση Fourier προκειμένου να δούμε τι γίνεται με τα φάσματα ισχύος των σημάτων.

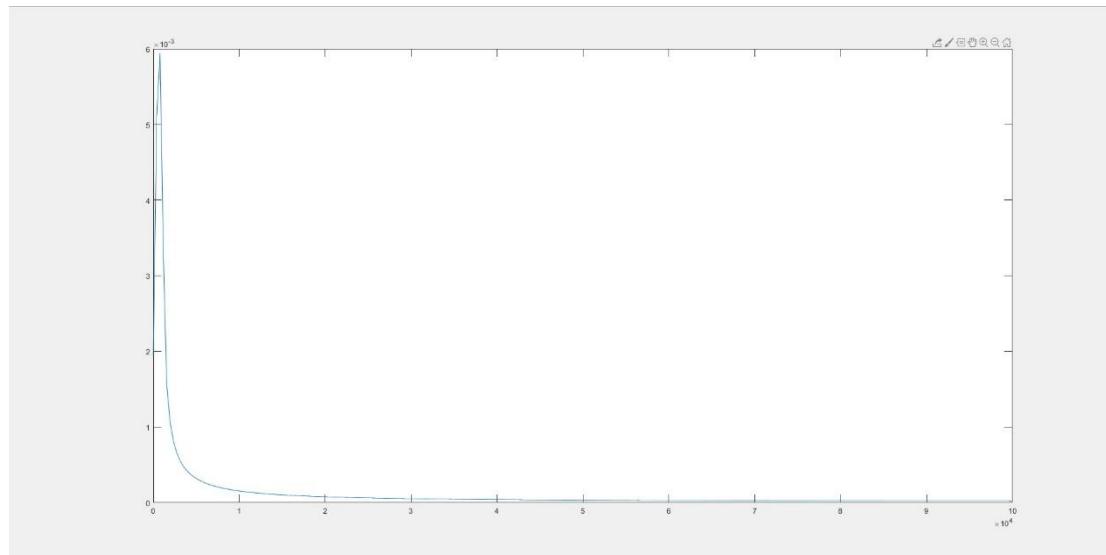
Όσον αφορά τα φάσματα που προέκυψαν από την ανάλυση στο matlab έχω:

Φάσμα σήματος εισόδου:



Και στη συνέχεια:

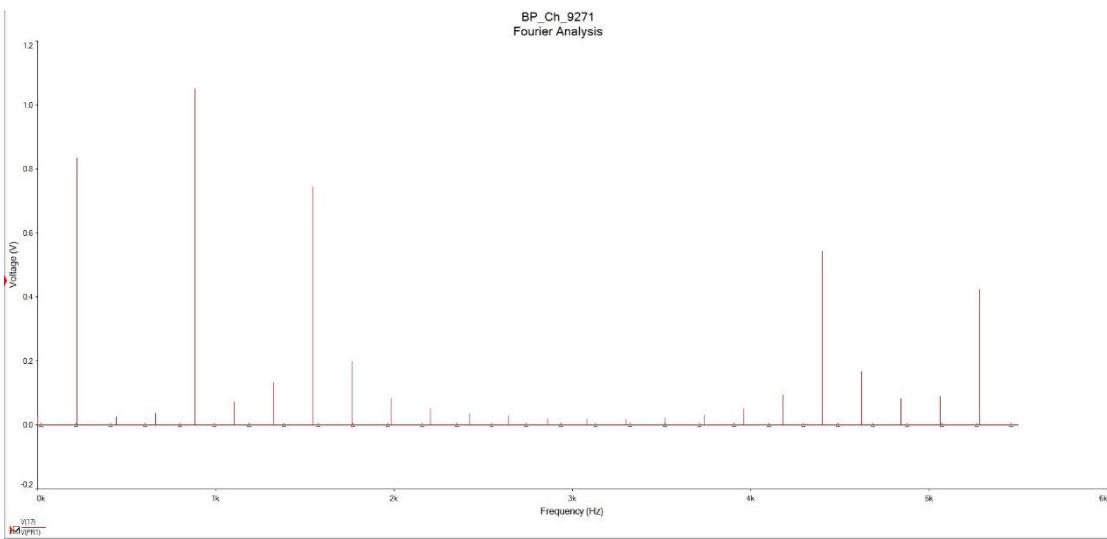
Φάσμα σήματος εξόδου:



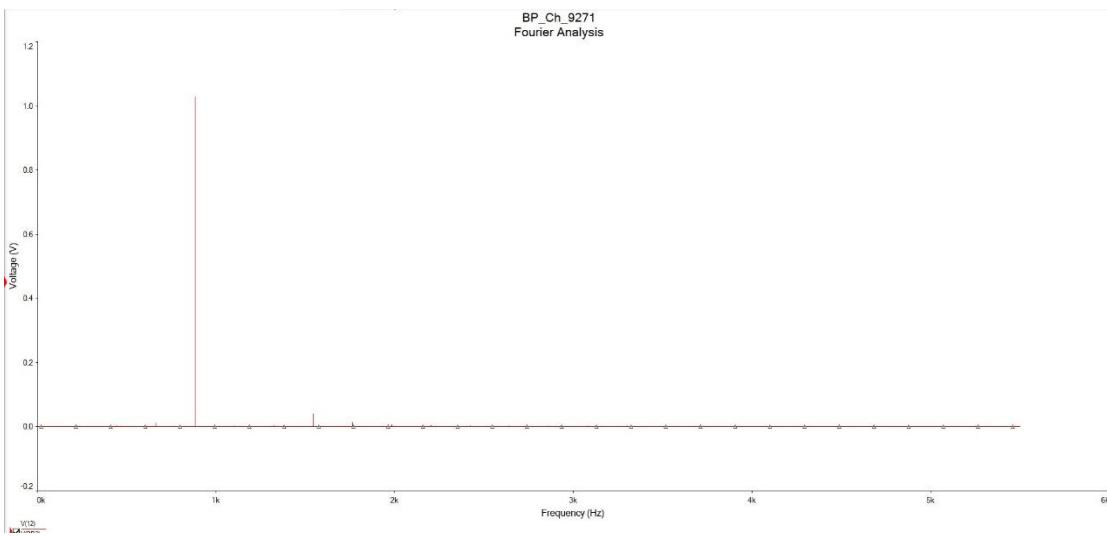
Εδώ παρατηρείται αυτό ακριβώς που περιμέναμε, δηλαδή η ζωνοδιαβατική λειτουργία του φίλτρου. Στο σήμα εισόδου παρατηρούνται 5 ώσεις, ενώ στο σήμα εξόδου παρατηρείται μόνο μια αυτή που βρίσκεται κοντά στη ζώνη διάβασης.

Προκειμένου να γίνει η παραπάνω ανάλυση και στο πρόγραμμα multisim θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyzer, και τα αποτελέσματα που θα πάρω είναι:

Φάσμα σήματος εισόδου:



Φάσμα σήματος εξόδου:



Παρατηρούμε ότι στο σήμα εξόδου γίνεται αντιληπτή η ζωνοδιαβατική λειτουργία του κυκλώματος, μιας και στο σήμα εξόδου έχουμε μόνο τη συχνότητα που βρίσκεται κοντά στη συχνότητα διάβασης.

**ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ
ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ**

**Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικού φίλτρου
Inverse Chebyshev**

ΖΩΝΟΦΤΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1860 \text{ Hz}, f_1 = 1275 \text{ Hz}, f_3 = 2.6449 \text{ kHz}, f_4 = 2.2371 \text{ kHz}$$

και

$$a_{\max} = 0.55 \text{ dB}, a_{\min} = -23 \text{ dB}.$$

Επίσης, χρησιμοποιώντας τη σχέση $\omega = 2\pi f$ έχω :

$$\Omega_0 = 11.310 \text{ rad/s}, \Omega_1 = 7696.9 \text{ rad/s}, \Omega_2 = 16618 \text{ rad/s}, \Omega_3 = 9099.9 \text{ rad/s}, \Omega_4 = 14056 \text{ rad/s}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• **Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς**

Παρατίθεται η στρατηγική σχεδίασης του κυκλώματος που ακολουθήθηκε βασισμένη τόσο στη μεθοδολογία όσο και σε στοιχεία που επιλέχθηκαν βάση του ΑΕΜ :

- Αρχικά υπολογίζω τη ζώνη διόδου, αλλά και τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές του αρχικού κυκλώματος

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 8921.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Omega_p = 1, \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 1.8$$

Έπειτα, υπολογίζεται η τάξη του φίλτρου, η οποία αφού την στρογγυλοποιήσουμε θα μας καθορίσει και τον αριθμό των μονάδων που θα χρειαστούμε για να υλοποιήσουμε το κύκλωμα. Άρα θα έχω:

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1} \right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p} \right)} = 3.6334$$

Κατευθείαν, στρογγυλοποιώ στον αμέσως επόμενο ακέραιο και θα έχω:

$$N = 4$$

Από το παραπάνω γίνεται αντιληπτό ότι το κύκλωμα μας θα υλοποιηθεί με 4 μονάδες.

Προτού όμως ασχοληθούμε με τις μονάδες θα πρέπει να ασχοληθούμε με τους πόλους. Και για να υπολογίσουμε τις τιμές των πόλων θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε τα εξής βασικά στοιχεία :

$$\varepsilon = \sqrt{10^{a_{min}/10} - 1} = 0.0710$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.8350$$

Γνωρίζοντας όλα αυτά μπορούμε να προχωρήσουμε στον υπολογισμό των γωνιών Butterworth, και θα ισχύει:

$\pm 22.5^\circ$	$\pm 67.5^\circ$
------------------	------------------

Φτάνουμε στο σημείο όπου έχουμε συγκεντρώσει όλα τα απαραίτητα στοιχεία για τον υπολογισμό των τιμών των πόλων. Άρα βασιζόμενοι στις εξισώσεις:

$$p_k = -\sigma_\kappa \pm \omega_\kappa = -\sinh a \cdot \cos \psi_k \pm j \cdot \cosh a \cdot \sin \psi_k$$

$$\Omega_{0_\kappa} = \sqrt{\sigma_\kappa^2 + \omega_\kappa^2}$$

και

$$Q_\kappa = \frac{\sqrt{\sigma_\kappa^2 + \omega_\kappa^2}}{2\sigma_\kappa}$$

Και βάση των όσων έχουμε υπολογίσει προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

P	$\sigma \pm j\omega_\kappa$	ψ_κ	Q
1,2	$0.8642 \pm 0.524i$	$\pm 22.5^\circ$	0.5847
3,4	$0.3579 \pm 1.265i$	$\pm 67.5^\circ$	1.8363

Στη συνέχεια, επειδή ακολουθούμε στρατηγική σχεδίασης Inverse Chebyshev θα πρέπει να γίνουν κάποιοι παραπάνω υπολογισμοί.

Αρχικά, αντιστρέφουμε τους πόλους της Chebyshev ώστε να προκύψουν οι πόλοι για Inverse Chebyshev κύκλωμα και θα έχω:

$$\Omega_{0_{1,2}} = \frac{1}{\Omega_{0_{1,2}}} = 0.9894$$

$$\Omega_{0_{3,4}} = \frac{1}{\Omega_{0_{3,4}}} = 0.7606$$

Συνεχίζω κλιμακοποιώντας ως προς Ω_s :

$$\Omega_{0_{1,2}} = \Omega_{0_{1,2}} \frac{1}{\Omega_p} = 0.9894$$

$$\Omega_{0_{3,4}} = \Omega_{0_{3,4}} \frac{1}{\Omega_p} = 0.7606$$

Επόμενο βήμα είναι να κλιμακοποιήσουμε τα μηδενικά της Inverse Chebyshev τα οποία προέκυψαν από τον τύπο $\omega_k = \sec(\frac{k\pi}{2n})$ όπου $k=0,2,4$:

Αρχική τιμή:

$$\Omega_{z_{1,2}} = 1$$

$$\Omega_{z_{3,4}} = 1.41$$

Μετά την κλιμακοποίηση:

$$\Omega_{z_{1,2}} = \Omega_{z_{1,2}} \frac{1}{\Omega_p} = 1$$

$$\Omega_{z_{3,4}} = \Omega_{z_{3,4}} \frac{1}{\Omega_p} = 1.41$$

Προχωράμε αντιστρέφοντας και τα μηδενικά της Inverse Chebyshev:

$$\Omega_{z_{1,2}} = \frac{1}{\Omega_{z_{1,2}}} = 1$$

$$\Omega_{z_{3,4}} = \frac{1}{\Omega_{z_{3,4}}} = 0.7071$$

Και τελικά οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης θα είναι:

- 1^{ος} πόλος:

$$\Sigma_{1,2} = \frac{\Omega_{0_{1,2}}}{Q_{1,2}} = 0.8642$$

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\Omega_{0_{1,2}}^2 + \Sigma_{1,2}^2} = 0.5240$$

Πρέπει σε αυτό το σημείο να εφαρμοστεί ο ζωνοδιαβατός μετασχηματισμός των πόλων όπως έγινε και στο ζωνοδιαβατό φίλτρο. Άρα, σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Geffe για το πρώτο ζεύγος θα έχω :

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 8921.5 \frac{rad}{s}$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.2676$$

$$C = \Sigma^2 + \Omega_0^2 = 1.0214$$

$$D = 2 * \frac{\Sigma}{q_c} = 1.3634$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.6356$$

$$G = \sqrt{(E^2 - 4D^2)} = 3.7487$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 1.5016$$

$$k = \frac{\Sigma_2 Q}{q_c} = 1.023$$

$$\Omega_{02} = W * \omega_0 = 14057 \frac{rad}{sec}$$

$$\Omega_{011} = \frac{1}{W} * \omega_0 = 9099,93 \frac{rad}{sec}$$

• 2^{ος} πόλος :

$$\Sigma_{3,4} = \frac{\Omega_{03,4}}{Q_{3,4}} = 0.3579$$

•

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\Omega_{0_{3,4}}^2 + \Sigma_{3,4}^2} = 1.2650$$

Συνεχίζω εφαρμόζοντας και εδώ τον αλγόριθμο Geffe προκειμένου να μετασχηματίσουμε κατάλληλα και αυτό το ζεύγος πόλων. Άρα :

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 8921.5 \frac{rad}{s}$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.2676$$

$$C = \Sigma^2 + \Omega_0^2 = 1.7285$$

$$D = 2 * \frac{\Sigma}{q_c} = 0.5647$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 5.0756$$

$$G = \sqrt{(E^2 - 4D^2)} = 4.9483$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 3.9640$$

$$k = \frac{\Sigma_2 Q}{q_c} = 1.1193$$

$$\Omega_{02} = W * \omega_0 = 18348 \frac{rad}{sec}$$

$$\Omega_{01} = \frac{1}{W} * \omega_0 = 6971.2 \frac{rad}{sec}$$

Αφού λοιπόν έχω μετασχηματίσει τα ζεύγη των μιγαδικών πόλων μου μένει να μετασχηματίσω και τα μηδενικά που έχουν προκύψει. Ξεκινώντας λοιπόν:

- 1° μηδενικό:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 8921.5 \frac{rad}{s}$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.2676$$

$$K = 2 + \frac{\Omega_z^2}{q_c^2} = 2.6222$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 2.1591$$

$$\Omega_{z_{02}} = \omega_0 \sqrt{x} = 7696.9 \frac{rad}{sec}$$

$$\Omega_{z_{01}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 16818 \frac{rad}{sec}$$

Συνεχίζοντας με το 2^o μηδενικό θα έχουμε :

- 2^o μηδενικό :

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 8921.5 \frac{rad}{s}$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.2676$$

$$K = 2 + \frac{\Omega_z^2}{q_c^2} = 2.3111$$

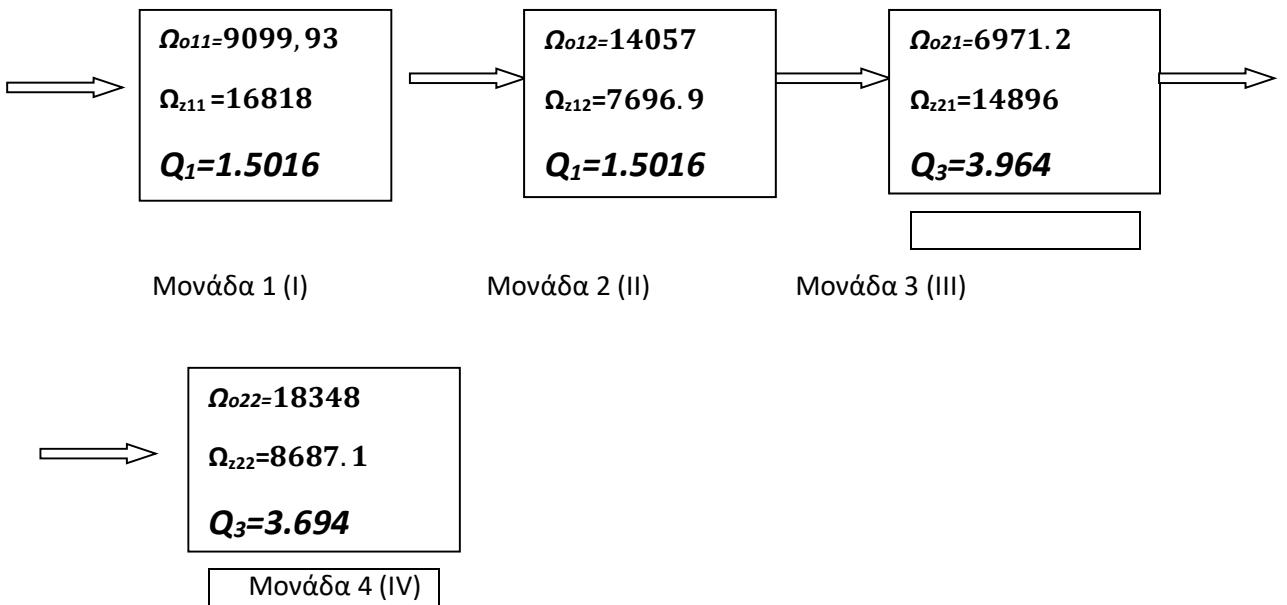
$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 1.7346$$

$$\Omega_{z_{02}} = \omega_0 \sqrt{x} = 8687.1 \frac{rad}{sec}$$

$$\Omega_{z_{01}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 14896 \frac{rad}{sec}$$

Με τους παραπάνω μετασχηματισμούς μηδενικών έχουμε αποκτήσει 4 ζεύγη 2 φανταστικών μηδενικών και 2 πόλων στο μηδέν. Βέβαια όμως, τα μηδενικά στο σύνολο τους αλληλοαναιρούνται, όποτε το τελικό κύκλωμα μας θα αποτελείται από τέσσερα ζεύγη φανταστικών μηδενικών και άλλα τέσσερα μιγαδικών πόλων.

Άρα, η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τέσσερις μονάδες, οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Από την παραπάνω αναπαράσταση του κυκλώματος και βάση οδηγιών περί στρατηγικής σε σχέση με το ΑΕΜ γίνεται αντιληπτό πως θα έχουμε 2 μονάδες που θα υλοποιούνται με High-Pass Notch στρατηγική και άλλες 2 που θα υλοποιούνται με Low-Pass Notch στρατηγική. Συγκεκριμένα οι 1 & 3 θα υλοποιούνται με LPN και οι 2&4 με HPN.

- **Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς**

Επειδή σε αυτή τη σχεδίαση έχουμε Inverse Chebyshev κύκλωμα γνωρίζουμε ότι η κάθε μονάδα θα πρέπει να κλιμακοποιηθεί ξεχωριστά μιας και ο κάθε πόλος θα έχει το δικό του μοναδικό μέτρο.

Θα θεωρήσουμε προσωρινά $\Omega_0=1$ για να ξεκινήσει η υλοποίηση των κανονικοποιημένων μονάδων και στη συνέχεια θα υλοποιήσουμε τις κλιμακοποιημένες, βάση συχνότητας, μονάδες.

ΜΟΝΑΔΑ (1)

Η πρώτη αυτή μονάδα, όπως προαναφέρθηκε, υλοποιείται από ένα κύκλωμα Low-Pass Notch και συγκεκριμένα ακολουθείται η παρακάτω στρατηγική σχεδίασης:

Αρχικά υπολογίζουμε τις κανονικοποιημένες συχνότητες της μονάδας από τους παρακάτω τύπους:

$$\Omega_{0_1} = 1$$

$$\Omega_{z_1} = \frac{\Omega_{z_1}}{\Omega_{0_1}} = 0.4680$$

Έπειτα, υπολογίζονται τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος από τους εξής τύπους:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2Q} = 0.0453$$

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = 4 * Q^2 = 486.76$$

$$R_3 = \frac{\Omega_{z_1}}{2Q^2} = 1$$

$$R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{\Omega_{z_1}^2 - 1} = 3.8$$

Το κέρδος στις υψηλές συχνότητες υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$H_{high} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega_{Z_1}}{2Q^2}\right)^2} = 4.5140$$

Και στις χαμηλές συχνότητες αντίστοιχα:

$$H_{low} = H_{high} \left(\frac{\Omega_{Z_1}}{\Omega_{01}} \right)^2 = 0.9886$$

Κλιμακοποίηση

Έχοντας πει ότι θα πρέπει να κλιμακοποιήσουμε τη κάθε μονάδα ξεχωριστά, μιας και υπολογίζουμε τα στοιχεία της 1^{ης} μονάδας προχωράμε και στην κλιμακοποίηση της.

Προκύπτει από το Ω_0 της μονάδας ότι :

$$k_f = \omega_0 = 9099.3$$

Στη συνέχεια, βάση εκφώνησης θέλω τουλάχιστον 1 πυκνωτή μεγέθους 0.01 μF και η κλιμακοποίηση συνεχίζει με τον εξής τρόπο;

$$k_m = C \frac{10^8}{k_f} = 247.0265$$

Συνεχίζουμε με τη κλιμακοποιήση των βασικών στοιχείων του κυκλώματος , η οποία θα βασίζεται στις εξής σχέσεις :

$$R_k = k_m * R_k \text{ και } C_k = C_k * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Και άρα θα έχουμε με αντικατάσταση των αριθμών:

$$R_1 = 247.0265 \Omega$$

$$R_2 = 120242.66 \Omega$$

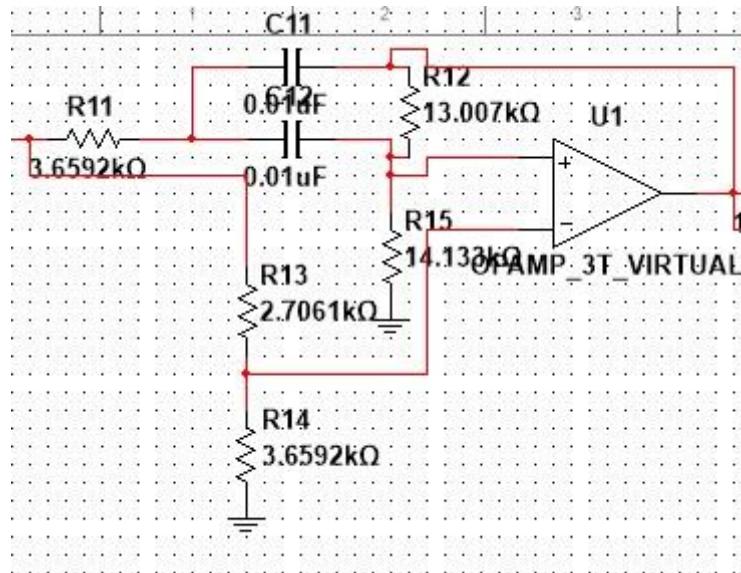
$$R_3 = 247.02652 \Omega$$

$$R_4 = 21604.443 \Omega$$

$$R_5 = 14132.577 \Omega$$

$$C1 = C2 = 0.01 \mu F$$

Παρακάτω απεικονίζεται το κύκλωμα της μονάδας :



ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με στρατηγική High-Pass Notch όπως επίσης προαναφέρθηκε.

Ξεκινώντας πάλι από τις κανονικοποιημένες συχνότητες έχω:

$$\Omega_0 = 1$$

$$\Omega_z = \frac{\omega_{z_1}}{\omega_{01}} = 2.1367$$

Για να υπολογίσουμε το κέρδος υψηλών συχνοτήτων σε αυτή την περίπτωση ακολουθείται η εξής μεθοδολογία:

$$k_1 = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} - 1 = 2.3355$$

$$k_2 = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} - 1 = 0.9072$$

$$H_{high} = k_2 \left(\frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} \right) = 3.0260$$

Και στις χαμηλές :

$$H_{low} = H_{high} \left(\frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} \right) = 0.9072$$

Προχωράμε με τον υπολογισμό των κανονικοποιημένων στοιχείων:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{Q(2 + k_1)} = 0.1261$$

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 62.8555$$

$$R_4 = 1$$

$$R_3 = Q^2(k_1 + 2) = 0.1452$$

Κλιμακοποίηση

Για τη κλιμακοποίηση του κυκλώματος ακολουθούμε τα βήματα που απαιτούνται για την κλιμακοποίηση ενός High-Pass Notch φίλτρου.

Ξεκινώντας λοιπόν έχουμε:

$$k_f = \omega_0 12 = 14057$$

Στη συνέχεια επειδή θέλουμε ένα τουλάχιστον πυκνωτή μεγέθους $0.01\mu F$ συνεχίζουμε ως εξής:

$$k_m = C * \frac{10^8}{k_f} = 1092.6$$

Ακολουθεί η κλιμακοποίηση των στοιχείων του κυκλώματος βασισμένη σε 2 γενικούς τύπους όπου με αντικατάσταση θα προκύψουν οι ζητούμενες τιμές:

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa \text{ και } C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

$$R_1 = 1092.6\Omega$$

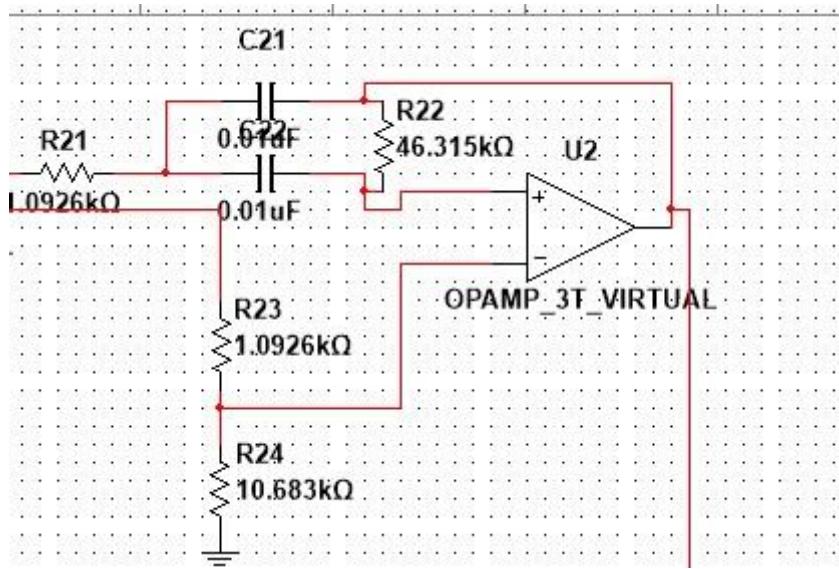
$$R_2 = 46315\Omega$$

$$R_3 = 1092.6\Omega$$

$$R_4 = 10683\Omega$$

$$C1 = C2 = 0.01 \mu F$$

Και το συνολικό κύκλωμα τις μονάδας απεικονίζεται παρακάτω:



ΜΟΝΑΔΑ (III)

Για αυτή τη μονάδα θα ισχύουν τα ίδια με τη πρώτη μονάδα μιας και υλοποιούνται με τον ίδιο τρόπο. Άρα θα έχω:

$$\Omega_{0_1} = 1$$

$$\Omega_{z_1} = \frac{\Omega_{z_1}}{\Omega_{0_1}} = 2.1367$$

Έπειτα, υπολογίζονται τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος από τους εξής τύπους:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2Q} = 0.12613$$

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = 4 * Q^2 = 62.85$$

$$R_3 = \frac{\Omega_{z_1}}{2Q^2} = 0.14527$$

$$R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{\Omega_{z_1}^2 - 1} = 17.6281$$

Το κέρδος στις υψηλές συχνότητες υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$H_{high} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega_{z_1}^2}{2Q^2} \right)} = 0.87315$$

Και στις χαμηλές συχνότητες αντίστοιχα:

$$H_{low} = H_{high} \left(\frac{\Omega_{z_1}^2}{\Omega_{01}^2} \right) = 3.9865$$

Κλιμακοποίηση

Πάλι εδώ θα κλιμακοποιήσουμε αυτή τη μονάφα παρόμοια με τον τρόπο που κλιμακοποιήσαμε την πρώτη μονάδα. Συνεπώς :

Προκύπτει από το Ω_0 της μονάδας ότι :

$$k_f = \omega_0 / 2\pi = 6971.2$$

Στη συνέχεια , βάση εκφώνησης θέλω τουλάχιστον 1 πυκνωτή μεγέθους 0.01 μF και η κλιμακοποίηση συνεχίζει με τον εξής τρόπο;

$$k_m = C \frac{10^8}{k_f} = 1809.3$$

Συνεχίζουμε με τη κλιμακοποιήση των βασικών στοιχείων του κυκλώματος, η οποία θα βασίζεται στις εξής παρακάτω σχέσεις :

$$R_k = k_m * R_k \text{ και } C_k = C_k * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Και άρα θα έχουμε με αντικατάσταση των αριθμών:

$$R_1 = 1809.3 \Omega$$

$$R_2 = 11372.7640 \Omega$$

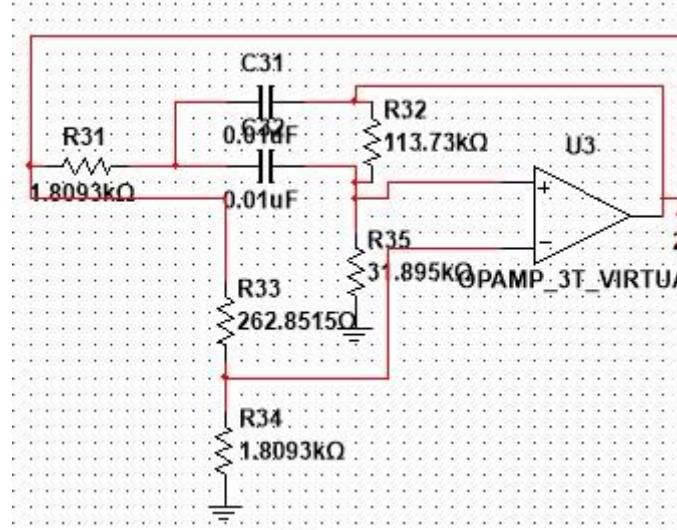
$$R_3 = 262.85150 \Omega$$

$$R_4 = 1809.3 \Omega$$

$$R_5 = 31895.3889\Omega$$

$$C1 = C2 = 0.01 \mu F$$

Και το κύκλωμα που απεικονίζει την παραπάνω μονάδα είναι το εξής :



ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Η τελευταία μονάδα του κυκλώματος μας υλοποιείται όπως και αναφέρθηκε στα θεμέλια του σχεδιασμού μας με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με τη μονάδα 2. Ακολουθώντας λοιπόν πιστά τα βήματα που ακολούθησα και εκεί θα έχω :

$$\Omega_0 = 1$$

$$\Omega_z = \frac{\omega_{z_1}}{\omega_{01}} = 0.4680$$

Για να υπολογίσουμε το κέρδος υψηλών συχνοτήτων σε αυτή την περίπτωση ακολουθείται η εξής μεθοδολογία:

$$k_1 = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} - 1 = 3.5656$$

$$k_2 = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} - 1 = 0.9886$$

$$H_{high} = k_2 \left(\frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} \right) = 4.5140$$

Και στις χαμηλές :

$$H_{low} = H_{high} \left(\frac{\Omega_0^2}{\Omega_z^2} \right) = 0.9886$$

Προχωράμε με τον υπολογισμό των κανονικοποιημένων στοιχείων:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{Q(2 + k_1)} = 0.1616$$

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 486.760$$

$$R_3 = 1$$

$$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 87.457$$

Κλιμακοποίηση

Μιας και η στρατηγική σχεδίασης στην κανονικοποιημένη μορφή είναι ολόιδια με αυτή της μονάδας 2, τότε και η στρατηγική σχεδίασης στην κλιμακοποιημένη μορφή θα είναι επίσης ολόιδια με αυτή της μονάδας 2. Άρα για να έρθουμε σε κλιμακοποιημένη μορφή θα έχουμε την εξής διαδικασία:

$$k_f = \omega_0 22 = 18438$$

Στη συνέχεια επειδή θέλουμε ένα τουλάχιστον πυκνωτή μεγέθους $0.01\mu F$ συνεχίζουμε ως εξής:

$$k_m = C * \frac{10^8}{k_f} = 247.0265$$

Ακολουθεί η κλιμακοποίηση των στοιχείων του κυκλώματος βασισμένη σε 2 γενικούς τύπους όπου με αντικατάσταση θα προκύψουν οι ζητούμενες τιμές:

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa \text{ και } C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

$$R_1 = 247.0265\Omega$$

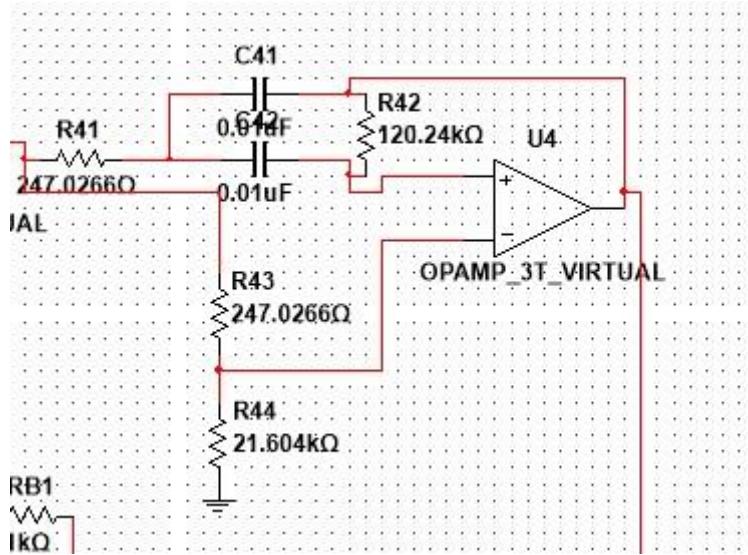
$$R_2 = 120242.6691\Omega$$

$$R_3 = 247.0265\Omega$$

$$R_4 = 21604.443\Omega$$

$$C1 = C2 = 0.01 \mu F$$

Και το κύκλωμα της 4^{ης} μονάδας απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος, έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου, σύμφωνα με την εκφώνηση, να είναι 10 dB.

Για το λόγο απόσβεσης θα ισχύει:

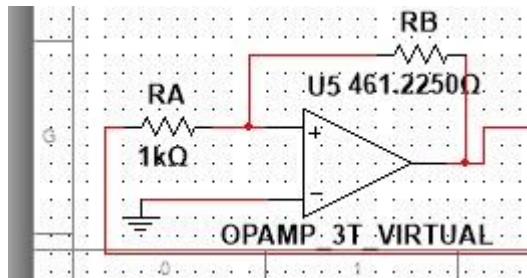
$$\alpha = \frac{10^{\frac{10}{20}}}{H_1 * H_2 * H_3} = 0.4612$$

Προκειμένου να υλοποιηθεί κυκλωματικά αυτή η ρύθμιση κέρδους θα χρειαστώ τις παρακάτω αντιστάσεις:

$$R_A = 1 k\Omega$$

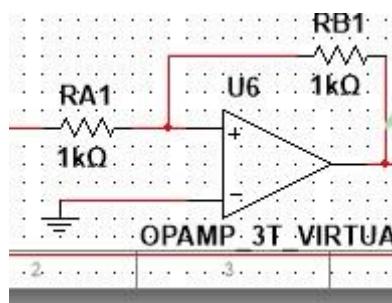
$$R_B = \alpha * R_A = 461.2249\Omega$$

Και η αναπαράσταση του κυκλώματος φαίνεται παρακάτω:

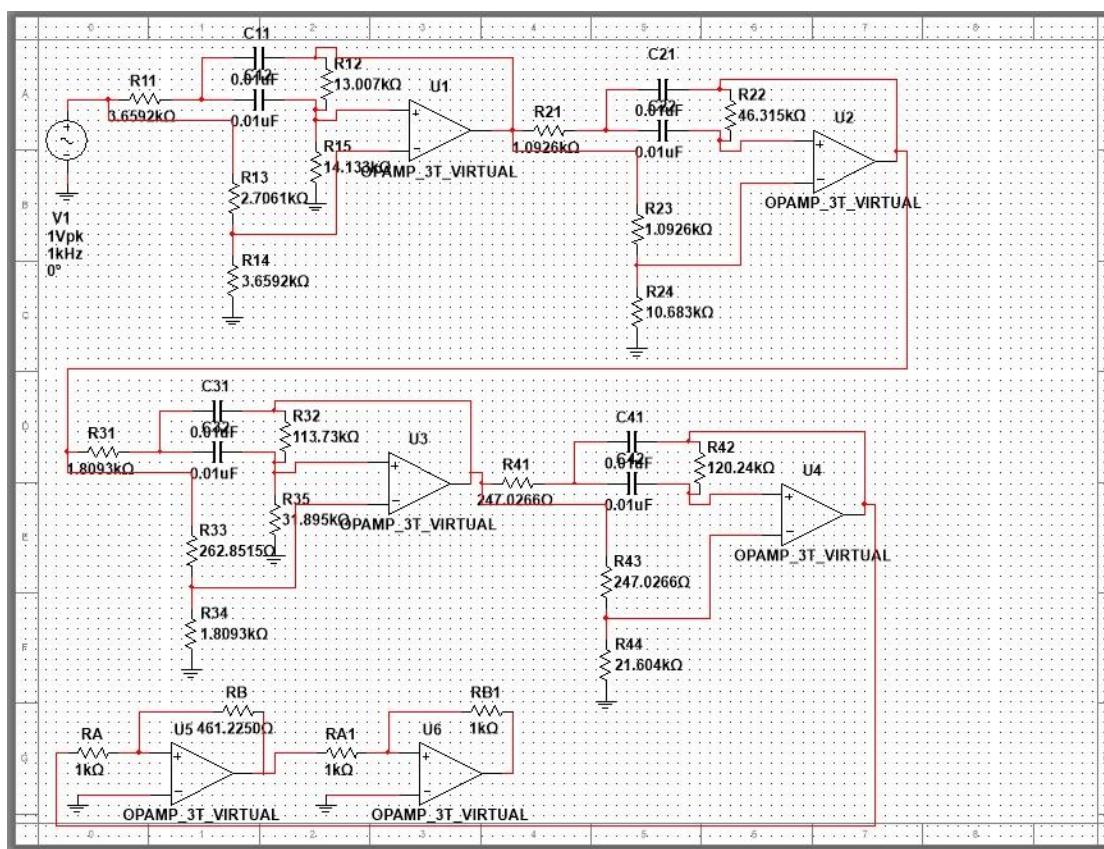


- Αντιστροφή φάσης

Θα παρατηρηθεί ότι στη γενική εικόνα του κυκλώματος υπάρχει μία επιπλέον μονάδα από όσες έχουμε παρατηρήσει παραπάνω. Αυτή χρησιμοποιείται κυρίως για να αποτρέψουμε μια ενδεχόμενη αναστροφή φάσης, και απεικονίζεται παρακάτω:



Η γενική εικόνα του κυκλώματος απεικονίζεται παρακάτω:



Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η οποία υλοποιείται με κύκλωμα Low Pass Notch, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{fbe_1}(s) = \frac{k1 * (s^2 + \omega_{z_1}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{0_1}}{Q_1} s + \omega_{0_1}^2} = \frac{0.5748s^2 + 0.34056 * 10^8}{s^2 + 6.0593 * 10^3 * s + 0.82797 * 10^8}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η οποία υλοποιείται με κύκλωμα High Pass Notch, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{fbe_2}(s) = \frac{k2(s^2 + \omega_{z_2}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{0_2}}{Q_2} s + \omega_{0_2}^2} = \frac{3.0260s^2 + 8.3569 * 10^8}{s^2 + 9360.9 * s + 1.976 * 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα, με παρόμοιο τρόπο με τη πρώτη μονάδα, η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_{fbe_3}(s) = H_3 \frac{s^2 + \omega_{z_3}^2}{s^2 + \frac{\omega_{0_3}}{Q_3} s + \omega_{0_3}^2} = \frac{0.8732s^2 + 0.64385 * 10^8}{s^2 + 1258.6 * s + 0.4859 * 10^8}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα, με παρόμοιο τρόπο με τη δεύτερη μονάδα, η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_{fbe_4}(s) = \frac{k4(s^2 + \omega_{z_4}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{0_4}}{Q_4} s + \omega_{0_4}^2} = \frac{4.5140s^2 + 10.016 * 10^8}{s^2 + 4628.7 * s + 3.366 * 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνογρακτικού φίλτρου προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

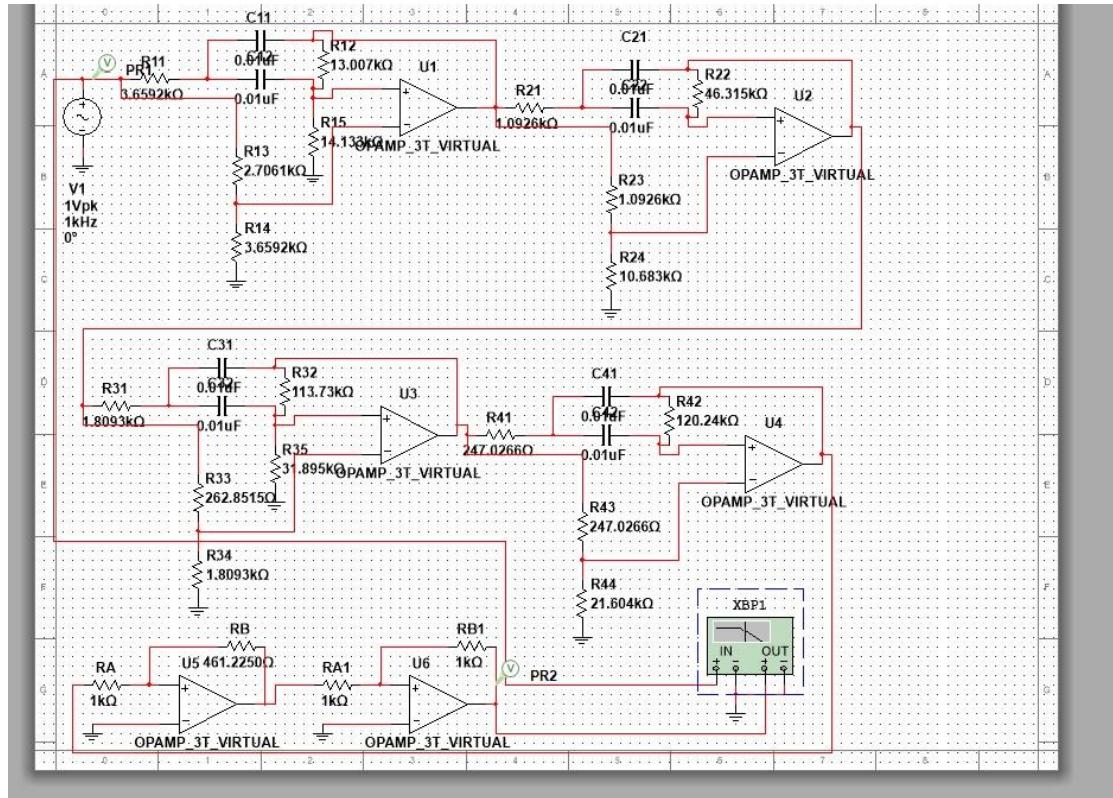
$$T_{fbe_total}(s) = K * T_{fbe_1}(s) * T_{fbe_2}(s) * T_{fbe_3}(s) * T_{fbe_4}(s)$$

Και θα είναι ίση με:

$T_{fbe_total}(s)$

$$= \frac{6.8563s^8 + 4.32650 * 10^9 s^6 + 9.0417 * 10^{17} s^4 + 7.0785 * 10^{25} s^2 + 1.8352 * 10^{33}}{s^8 + 21807s^7 + 8,2902 * 10^8 s^6 + 1.10092 * 10^{13} s^5 + 1.9054 * 10^{17} s^4 + 1.4082 * 10^{21} s^3 + 1.3564 * 10^{25} s^2 + 4.5637 * 10^{28} s + 2.6768 * 10^{32}}$$

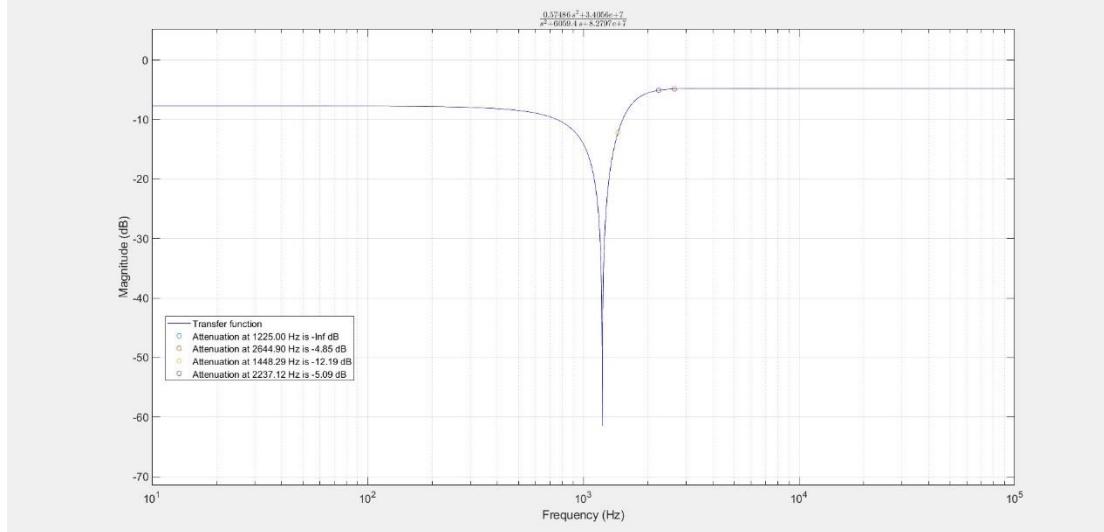
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο, αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



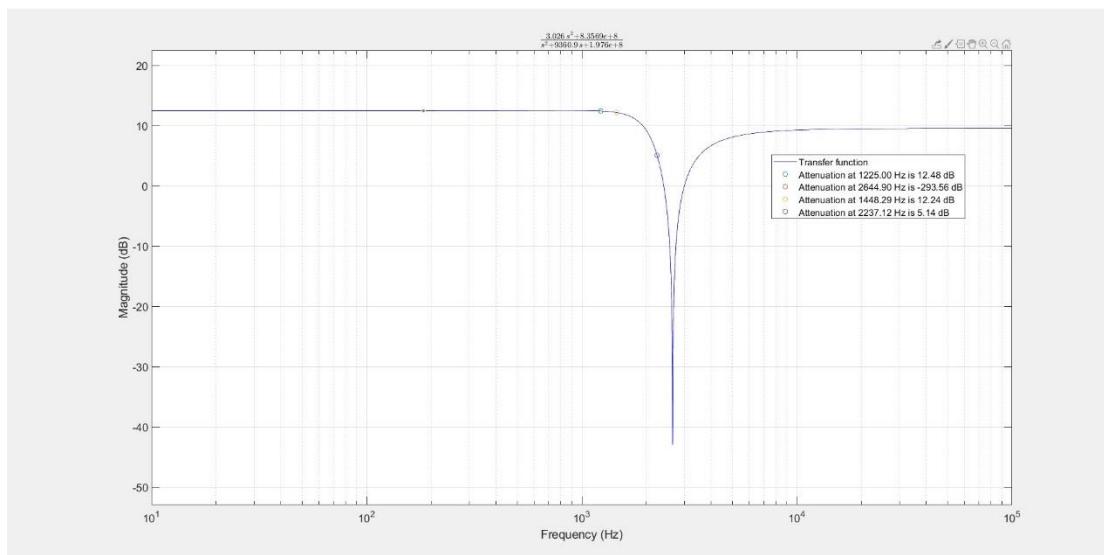
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τεσσάρων μονάδων, αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη, αλλά και την τέταρτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

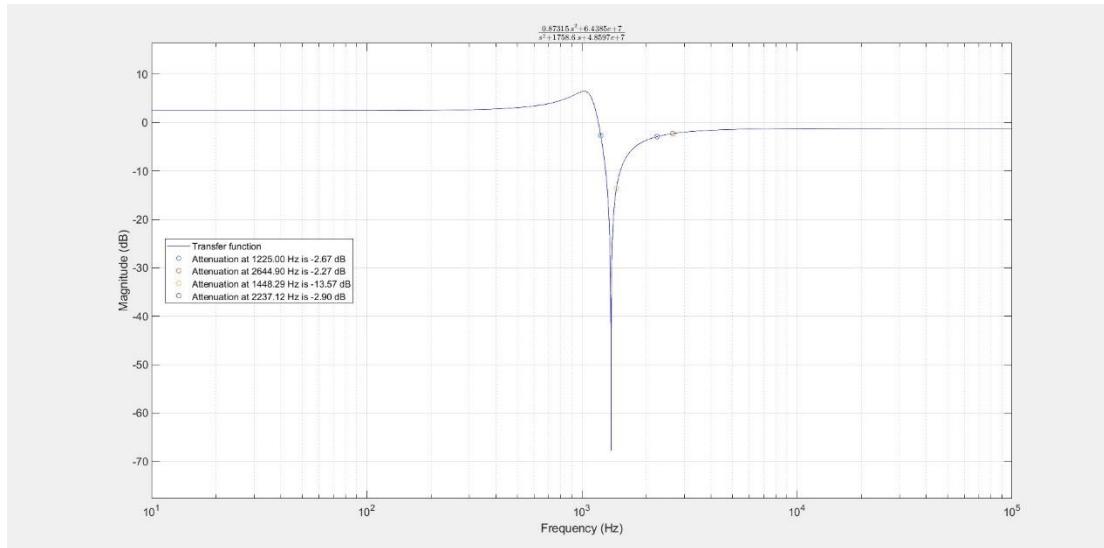
1^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό Φίλτρο LPN.



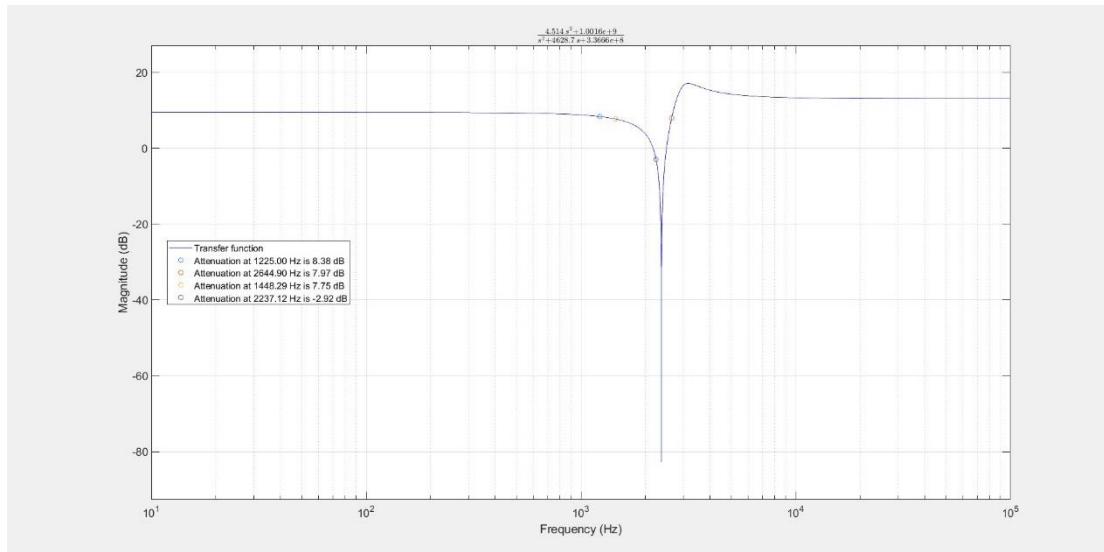
2^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό Φίλτρο HPN.



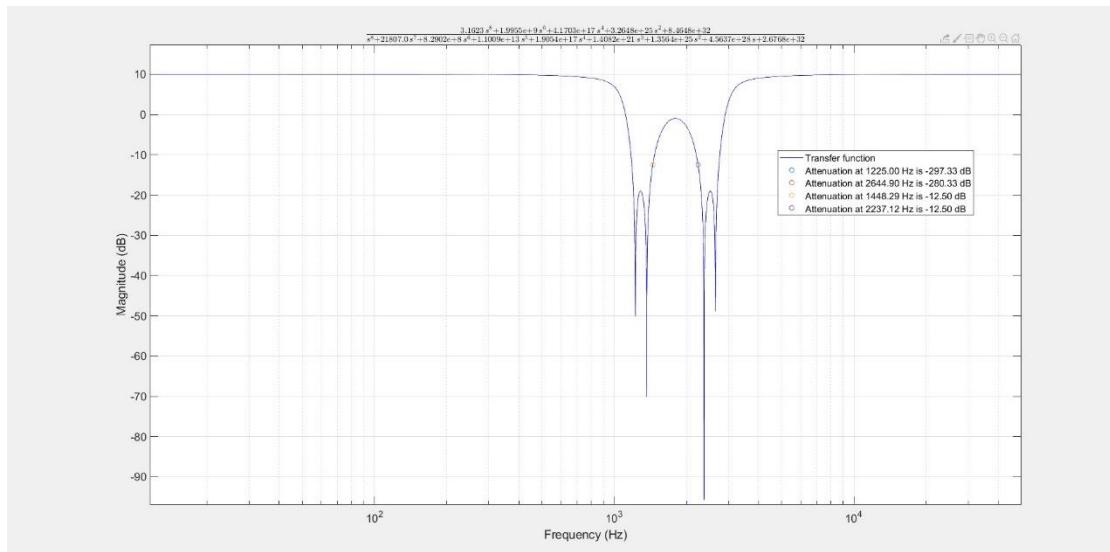
3^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό Φίλτρο LPN.



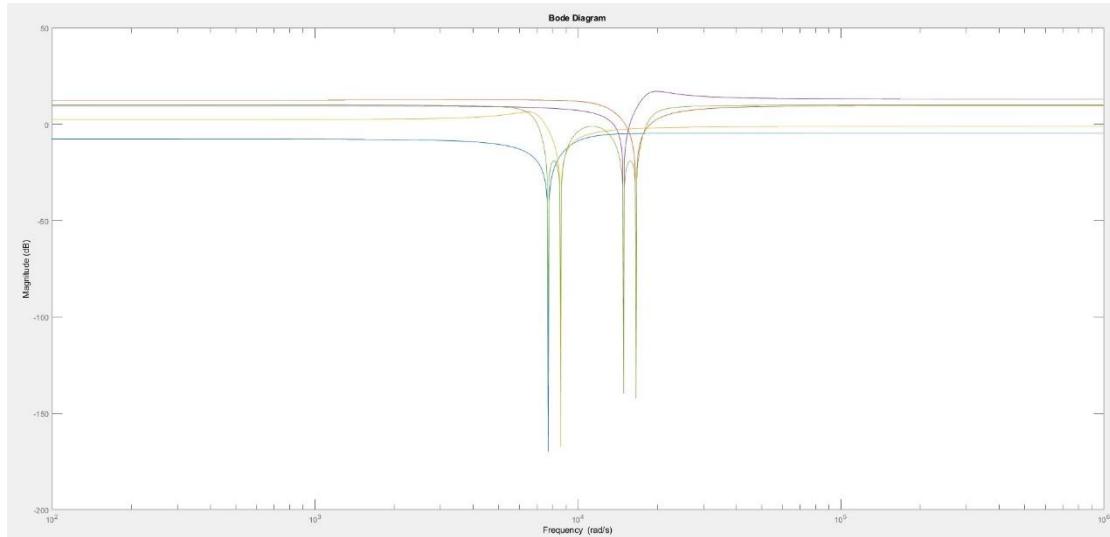
4^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό Φίλτρο HPN.



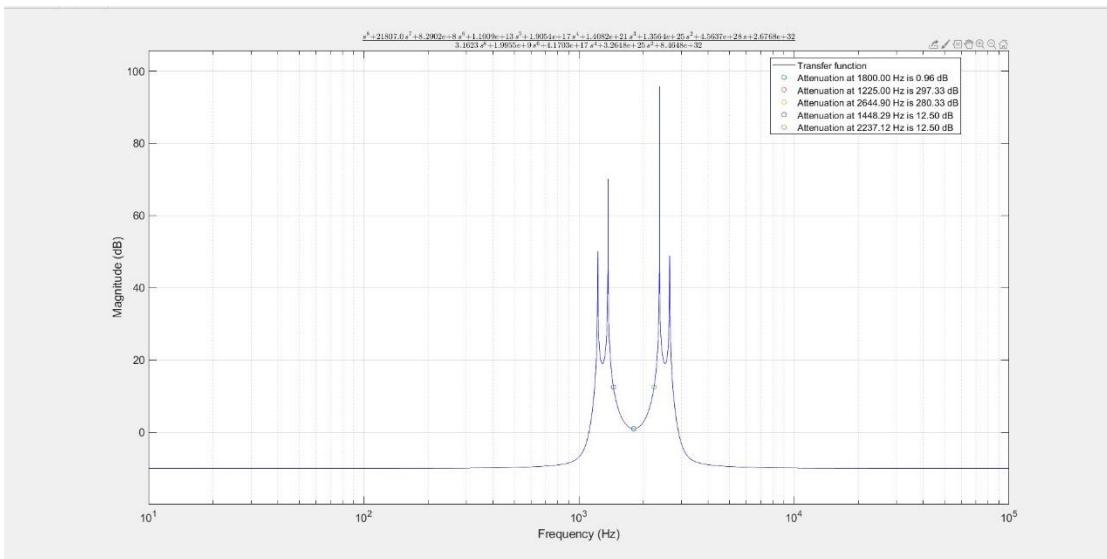
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Οι συχνότητες που έχουν σημειωθεί στο παραπάνω διάγραμμα αποτελούν τις κρίσιμες συχνότητες του κυκλώματος μας, οι οποίες καθορίζουν τις ζώνες διάβασης και αποκοπής. Για να τηρούνται οι προδιαγραφές για a_{max} και a_{min} που έχουμε θέσει θα πρέπει η απόκριση στις συχνότητες $f_1=1225$ Hz & $f_2=2644$ να έχουν μικρότερη απόσβεση από $a_{max} = -0,556$ κάτι το οποίο οπτικά ισχύει. Επίσης, για τις συχνότητες $f_3=1448$ Hz & $f_4=2237.12$ Hz θα πρέπει να έχουν μεγαλύτερη απόσβεση από $a_{min} = -23$, το οποίο επίσης ισχύει οπτικά. Να σημειωθεί ότι τα μείον στο a_{max} & a_{min} τοποθετήθηκαν επειδή βλέπουμε την συνάρτηση απόσβεσης και όχι την κανονική συνάρτηση μεταφοράς.

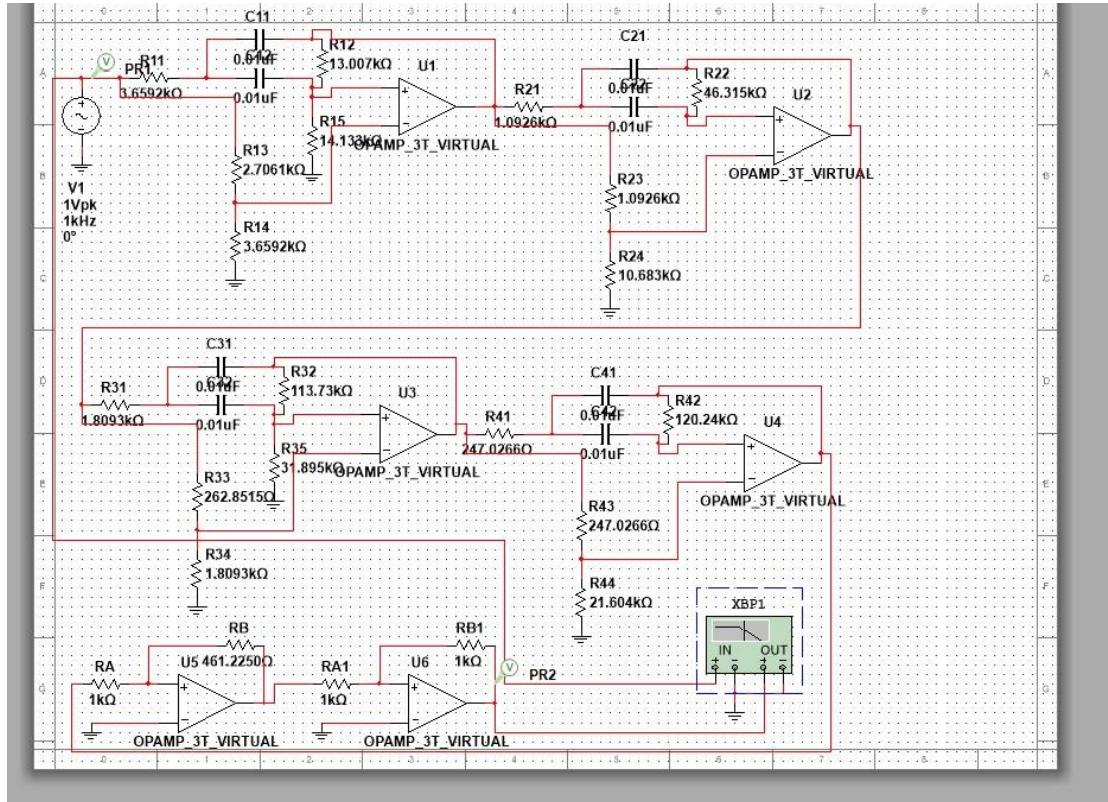
Για να ελέγξουμε αν τηρούνται οι προδιαγραφές μας θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν ότι οι μεγάλες αποσβέσεις που φαίνονται στο παραπάνω διάγραμμα μετρούνται σε dB και όχι σε dB. Φαίνεται και από το διάγραμμα εξάλλου ότι η απόσβεση δεν φτάνει ποτέ τόσο ψηλά. Με αυτή τη παρατήρηση και σε συνδυασμό με το διάγραμμα παραπάνω γίνεται αντιληπτό πως ο σχεδιασμός μας είναι σωστός.

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

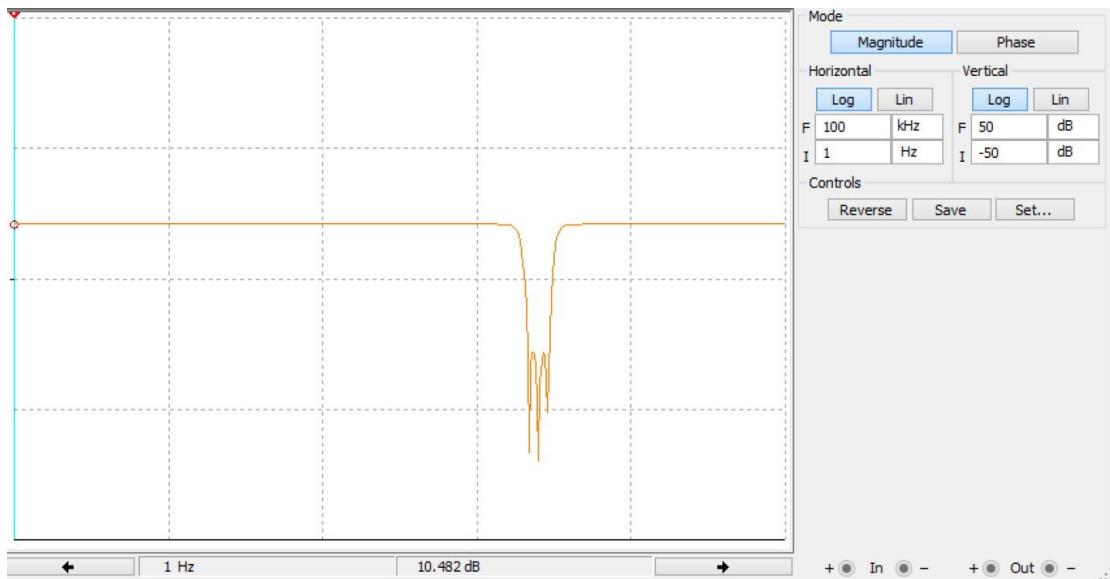
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας

αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας, αλλά και όποιο άλλο κύκλωμα χρειάστηκε λόγω σχεδιασμού να υλοποιηθεί στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Βλέπουμε ευδιάκριτα ότι η προδιαγραφή του κέρδους που έχουμε ορίσει πληρείται κανονικά. Όσον αφορά τις συχνότητες θα φανεί καλύτερα στα παρακάτω διαγράμματα αν τηρούνται οι προδιαγραφές τους.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης, η οποία δίνεται από την εκφώνηση και είναι η εξής :

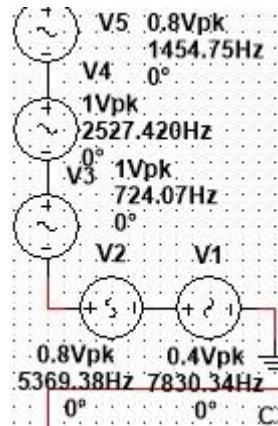
$$f(t) = 0.8 \cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2}\right)t\right) + \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{2}\right)t\right) + \cos(0.5\omega_1 t) \\ + 0.8 \cos(2.4\omega_2 t) + 0.4 \cos(3.5\omega_2 t)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές που έχουμε ήδη βρει η πηγή θα έχει τελική μορφή την εξής:

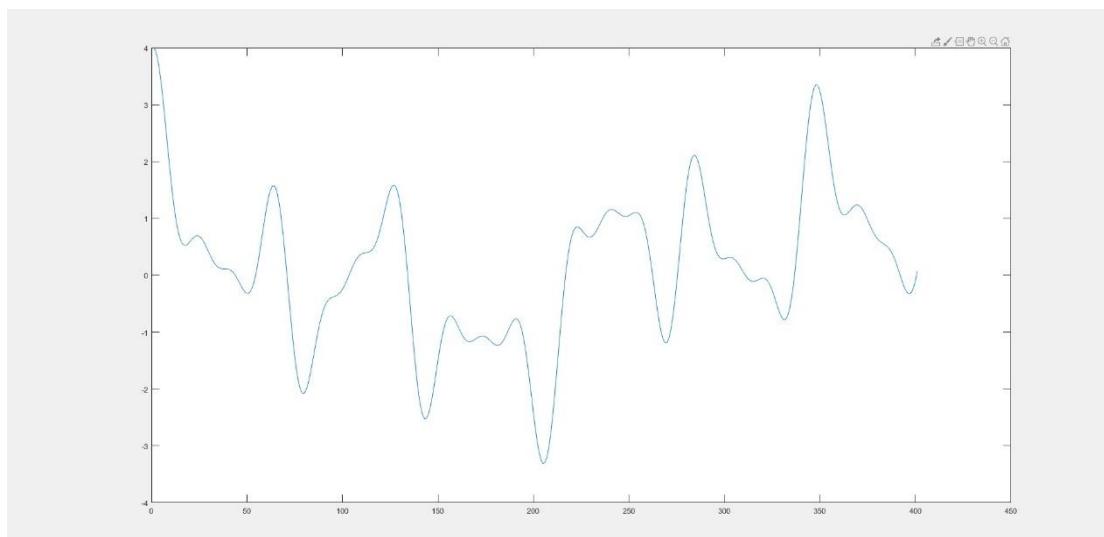
$$f(t) = 0.8 \cos(1457.75t) + \cos(2527.420t) + \cos(724.07t) + 0.8 \cos(5369.38t) \\ + 0.4 \cos(7830.34t)$$

Να σημειωθεί εδώ ότι οι αριθμοί που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις είναι οι κανονικές συχνότητες λειτουργίας των πηγών και όχι οι γωνιακές. Η παραπάνω πράξη που έγινε (μετατροπή από γωνιακή σε κανονική συχνότητα) έγινε με σκοπό να σχεδιαστούν πιο εύκολα ,κυκλωματικά, οι πηγές.

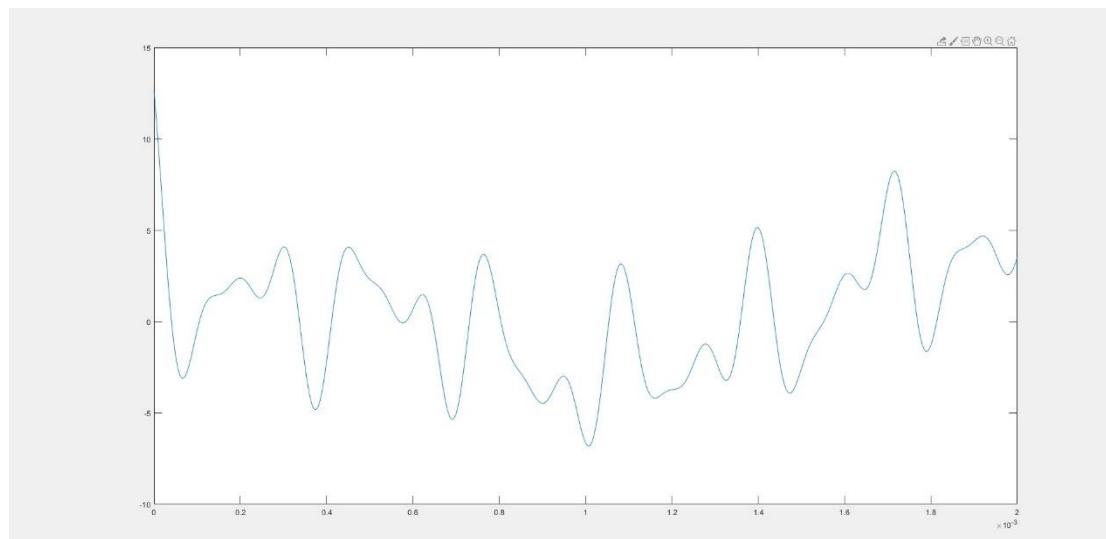
Η πηγή στο multisim θα υλοποιείται κυκλωματικά με τον εξής τρόπο:



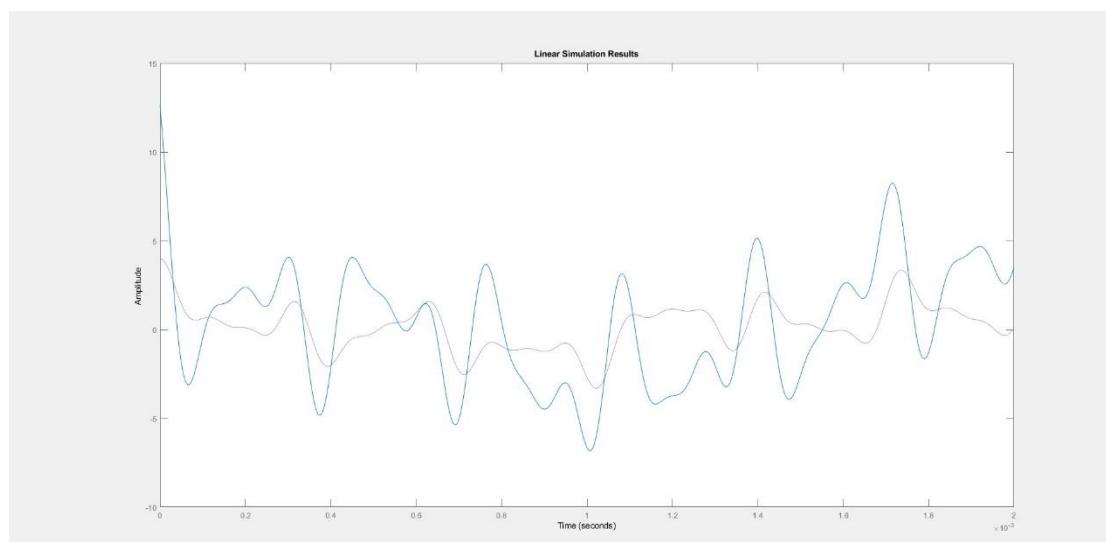
Η παραπάνω πηγή στο matlab για την είσοδο του κυκλώματος έδωσε την εξής απόκριση:



Ενώ για την έξοδο πήραμε την παρακάτω κυματομορφή :

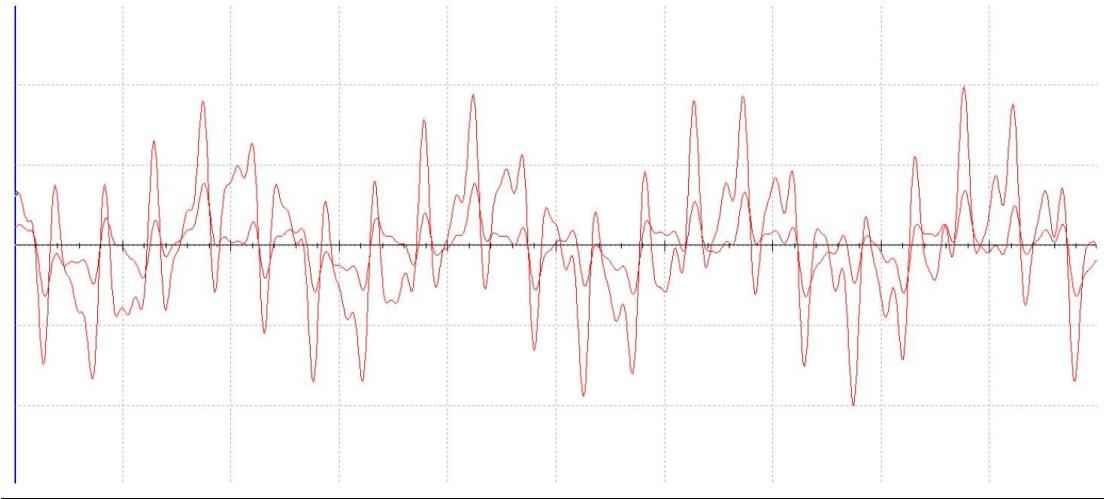


Συνδυαστικά σε ένα σχήμα θα είναι:



Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

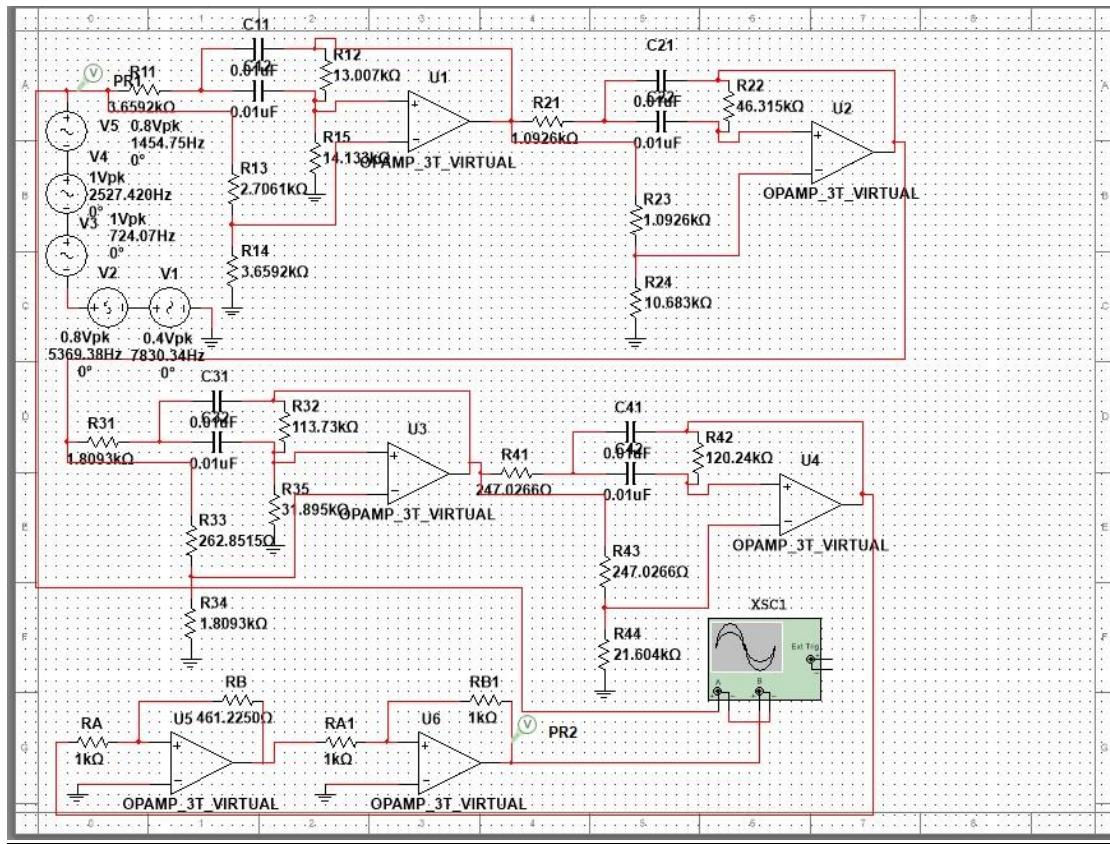
Σήμα εισόδου-Εξόδου Συνδυαστικά στο Multisim



Με κόκκινο χρώμα, δηλαδή το ενισχυμένο σήμα, απεικονίζεται το σήμα εισόδου ενώ με μαύρο χρώμα απεικονίζεται το σήμα εξόδου. Είναι φανερές οι διαφορές μεταξύ αυτών των 2 σημάτων μιας και στο σήμα εξόδου είναι αντιληπτό πως επιδρούν λιγότερες πηγές στο τέλος σε αντίθεση βέβαια με το σήμα εισόδου, όπου η επίδραση των πηγών παραμένει σταθερή.

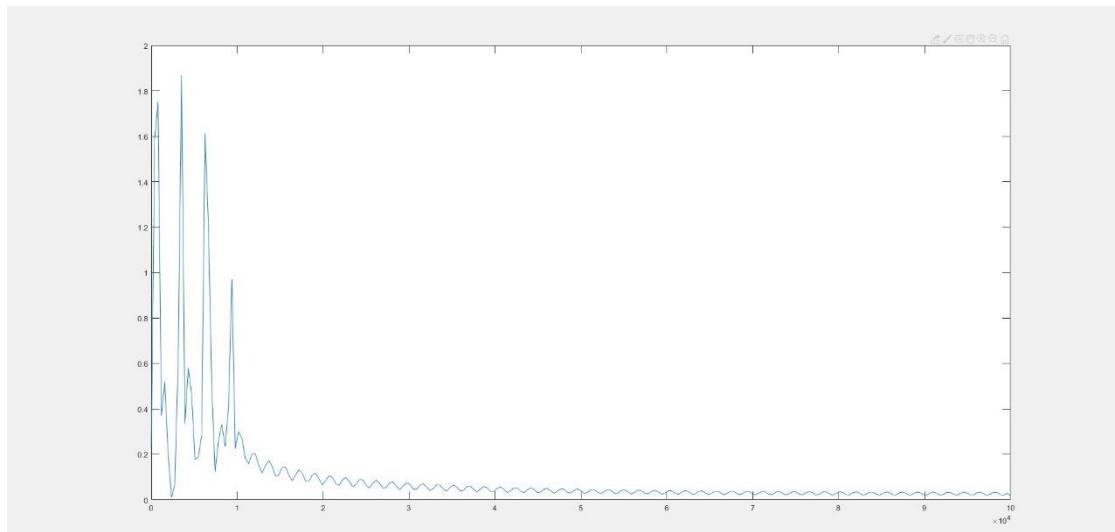
Προκειμένου να έχουμε μια πιο καθαρή εικόνα για το σήμα θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο του multisim , oscillator, ώστε να πάρουμε την φασματική ανάλυση, μέσω της ανάλυσης Fourier , των σημάτων εισόδου-εφόδου.

Ετσι το κύκλωμα με την εισαγωγή του νέου στοιχείου θα έχει τη μορφή:

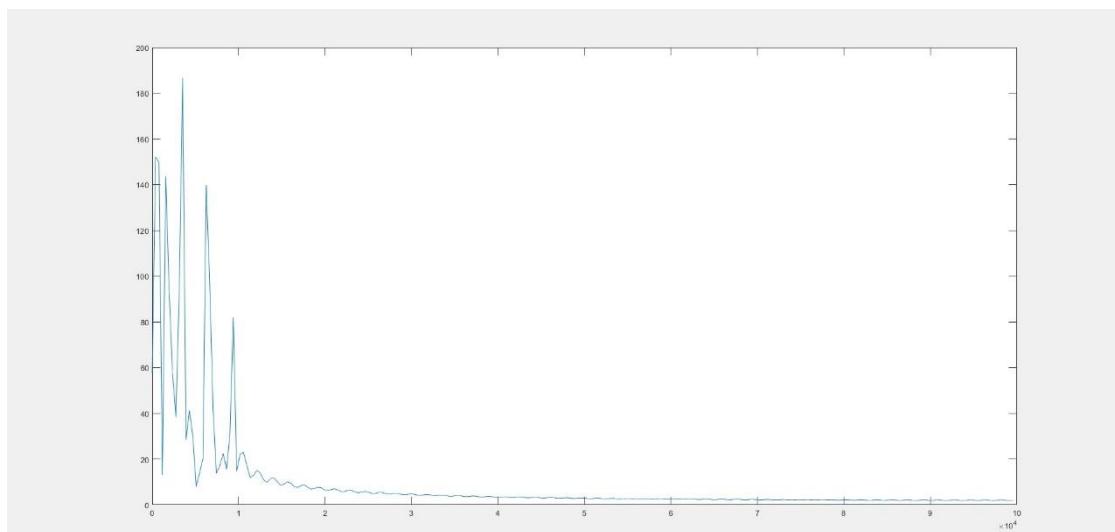


Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT(matlab) και στη συνέχεια αυτά που προέκυψαν από το multisim, τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

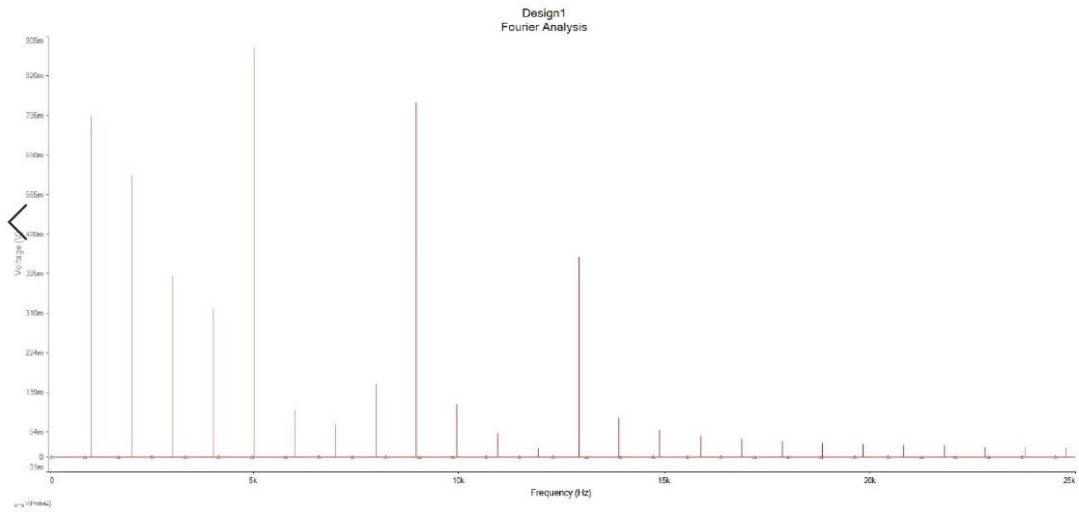
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



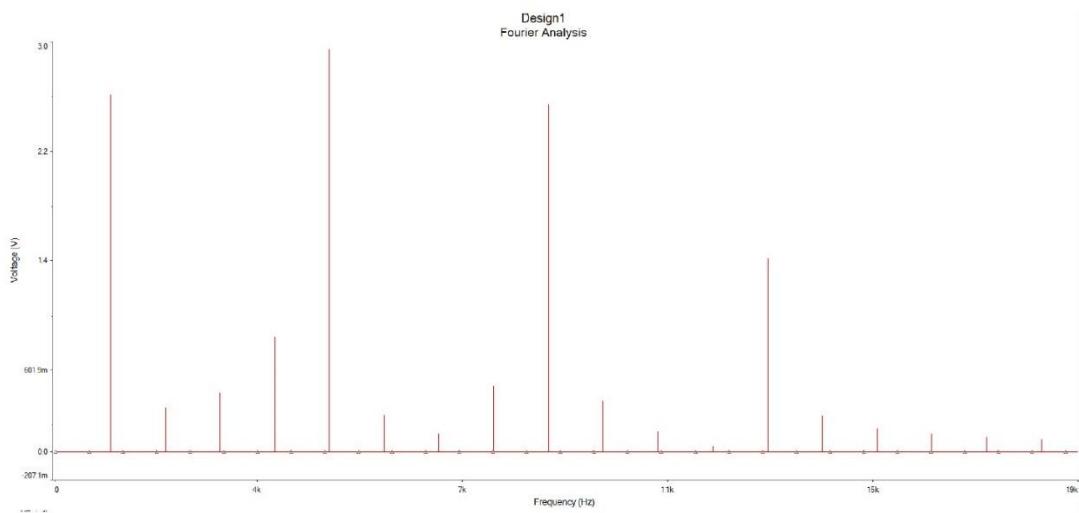
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Στα παραπάνω σχήματα φαίνεται ξεκάθαρα πως το κύκλωμα που υλοποιήθηκε είναι ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο, μιας και είναι ορατή η αποκοπή στη ζώνη των συχνοτήτων. Δηλαδή το παραπάνω κύκλωμα επέτρεψε τη διέλευση σε όλες τις συχνότητες εκτός από εκείνες που εμείς ορίσαμε ότι θέλαμε να αποκόπτει.

**ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ
ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ**

**Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατού φίλτρου
Butterworth**

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$F_p = 4000 \text{ Hz}, \quad f_s = 1538.5 \text{ Hz}$$

και

$$a_{\max} = 0.5278 \text{ dB}, \quad a_{\min} = -28.6667 \text{ dB}.$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες που υπολογίσαμε παραπάνω στις γωνιακές τους και άρα θα έχουμε :

$$\omega_p = 25132 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 9666.43 \text{ rad/sec}$$

[**A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου**](#)

[**• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς**](#)

Αρχικά ξεκινάμε από την κανονικοποίηση της γωνιακής συχνότητας ω_s έτσι ώστε να έχουμε $\Omega_p = 1$. Χρησιμοποιώντας λοιπόν τον τύπο :

$$\Omega_s = \frac{\omega_p}{\omega_s}$$

Βρίσκω αντικαθιστώντας τις ήδη γνωστές ω_p, ω_s ότι :

$$\Omega_s = 2.6$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1} \right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p} \right)} = 4.5241 \rightarrow 5$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος θα πρέπει να τον στρογγυλοποιήσω στο αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή ,

n = 5

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τους τύπους:

$$\Omega_0 = \frac{\Omega_p}{(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1)^{\frac{1}{2\pi}}} = 1.2271$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\Omega_0} = 20482 \frac{rad}{s}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3259.8 Hz$$

Έτσι λοιπόν θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω_0 είναι :

$\omega_0=20482 rad/sec$

Όσον αφορά τις γωνίες Butterworth, χρησιμοποιώντας τον τύπο του Guillemin όπως έκανα και στο χαμηλοπερατό φίλτρο θα προκύψουν οι εξής γωνίες για $n=5$:

$$\psi_1 = 0^\circ$$

$$\psi_2 = \pm 36^\circ$$

$$\psi_3 = \pm 72^\circ$$

Συνεχίζοντας, για να υπολογίσω τους πόλους και τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς χρησιμοποιώ τους παρακάτω τύπους:

$$\sigma_k = \omega_0 \cdot \cos \psi_k$$

$$\omega_k = \Psi \cdot \omega_0 \cdot \sin \psi_k$$

Και:

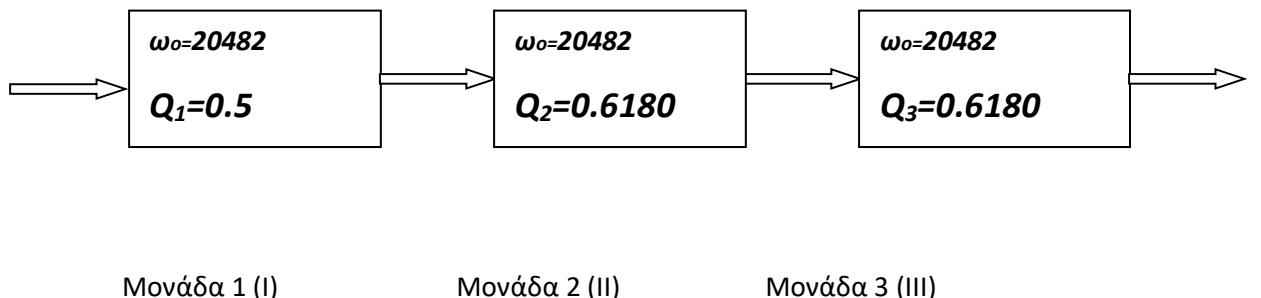
$$p_k = -\sigma_k \pm \omega_k$$

$$Q = \frac{1}{2 \cos \psi_k}$$

Αντικαθιστώντας λοιπόν τις τιμές που υπολογίστηκαν παραπάνω βάζω τις τιμές που υπολόγισα στον παρακάτω πίνακα:

Ψ_k	Q	p_k
0	0.5	-20482
$\pm 36^\circ$	0.6180	$-16570 \pm j 12039$
$\pm 72^\circ$	0.6180	$-63292 \pm j 19480$

Άρα, η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τρείς μονάδες, οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



- **Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς**

Έχουμε να υλοποιήσουμε 3 μονάδες. Η μία από αυτές θα υλοποιείται από ένα απλό κύκλωμα RC. Οι άλλες δύο, βάση εκφώνησης και ΑΕΜ, θα υλοποιηθούν με στρατηγική σχεδίασης Sallen-Key 1.

ΜΟΝΑΔΑ (1)

Η πρώτη αυτή μονάδα είναι αυτή που υλοποιείται από το απλό RC κύκλωμα. Αρχικά, θα πρέπει να ορίσω την τιμή των πυκνωτών που επέλεξα από την εκφώνηση βάση του ΑΕΜ μου.

$$C_1 = 10^{-7} \text{ F}$$

Προχωρώντας, θέλουμε να υπολογίσουμε τις τιμές για τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος. Αυτά προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους:

$$R_1 = 1$$

$$C_1 = 1$$

Το κέρδος της μονάδας αυτής στις υψηλές συχνότητες θα είναι :

$$H_1 = 1$$

Κλιμακοποίηση

Για την κλιμακοποίηση της μονάδας θα βασιστώ στους παρακάτω τύπους:

$$k_f = \omega_{0_1} = 20482$$

$$k_m = C_1 * \frac{10^7}{k_f} = 488,2338$$

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa$$

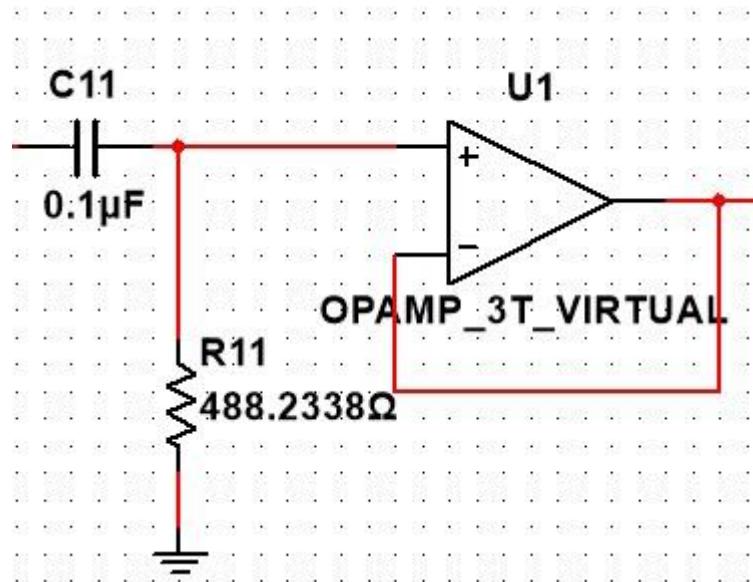
$$C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Άρα αντικαθιστώντας προκύπτουν οι εξής τιμές για τα κλιμακοποιημένα στοιχεία:

$$R_1 = 488.2338 \Omega$$

$$C_1 = 10^{-7} \text{ F}$$

Η συνολική εικόνα της μονάδας μετά την κλιμακοποίηση παρουσιάζεται παρακάτω:



ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή θα είναι η μία από τις δύο που υλοποιούνται βάση Sallen-Key 1 στρατηγικής.

Για τα κανονικοποιημένα στοιχεία αυτή βασίζεται στους παρακάτω τύπους;

$$R_{21} = 1$$

$$R_{22} = 1$$

$$C_{21} = 1$$

$$C_{23} = 1$$

$$r_{21} = 1$$

$$r_{22} = 2 - \frac{1}{Q_2} = 0.3820$$

Και το κέρδος της μονάδας στις υψηλές συχνότητες θα είναι :

$$H_2 = 3 - \frac{1}{Q_2} = 1.3820$$

Κλιμακοποίηση

Η στρατηγική Sallen-Key 1, όσον αφορά την κλιμακοποίηση της μονάδας βασίζεται στους παρακάτω τύπους:

$$k_f = \omega_{0_1} = 20482$$

$$k_m = C_1 * \frac{10^7}{k_f} = 488,2338$$

Και για τα στοιχεία του κυκλώματος:

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa$$

$$C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Άρα οι τελικές τιμές θα είναι:

$$R_{21} = 488.2338$$

$$R_{22} = 488.2338$$

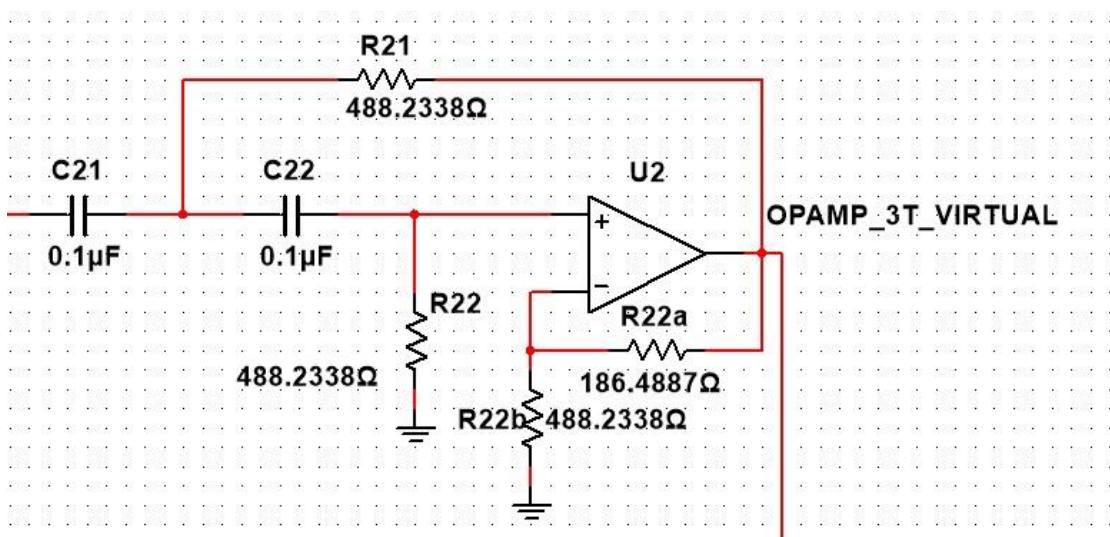
$$C_{21} = 10^{-7} F$$

$$C_{23} = 10^{-7} F$$

$$r_{21} = 488.2338$$

$$r_{22} = 186.4887$$

Και η τελική εικόνα του κυκλώματος παρουσιάζεται παρακάτω:



ΜΟΝΑΔΑ (III)

Παρόμοια με τη παραπάνω μονάδα, ακολουθούμε πιστά τις οδηγίες της Sallen-Key 1 στρατηγικής για κανονικοποιημένα στοιχεία και θα έχω :

$$R_{31} = 1$$

$$R_{32} = 1$$

$$C_{31} = 1$$

$$C_{32} = 1$$

$$r_{31} = 1$$

$$r_{32} = 2 - \frac{1}{Q_3} = 1.3820$$

Και το κέρδος της μονάδας στις υψηλές συχνότητες θα είναι :

$$H_2 = 3 - \frac{1}{Q_2} = 2.3820$$

Κλιμακοποίηση

Ακολουθώντας και εδώ τα ίδια βήματα με τη παραπάνω μονάδα ,βασίζομαι στους παρακάτω τύπους για την κλιμακοποίηση της μονάδας:

$$k_f = \omega_{0_1} = 20482$$

$$k_m = C_1 * \frac{10^7}{k_f} = 488,2338$$

Και για τα στοιχεία του κυκλώματος:

$$R_\kappa = k_m * R_\kappa$$

$$C_\kappa = C_\kappa * \frac{1}{k_f * k_m}$$

Αντικαθιστώντας λοιπόν ,προκύπτουν τα κλιμακοποιημένα στοιχεία τα οποία ισούνται με:

$$R_{31} = 488.2338$$

$$R_{32} = 488.2338$$

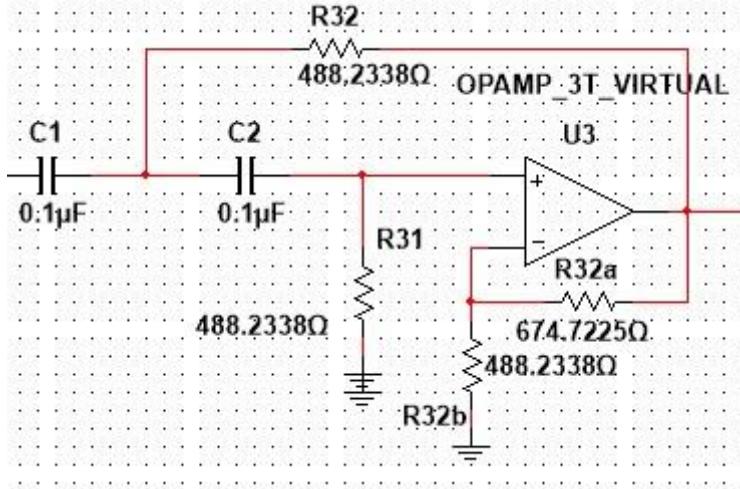
$$C_{31} = 10.7 \text{ F}$$

$$C_{32} = 10.7 \text{ F}$$

$$r_{31} = 488.2338$$

$$r_{32} = 674.7225$$

Η τελική κάτοψη αυτής της μονάδας κυκλωματικά θα είναι :



- **Ρύθμιση Κέρδους**

Το ζητούμενο κέρδος από την εκφώνηση βάση ΑΕΜ είναι 10dB. Πρέπει σε πρώτη φάση να υπολογίσουμε τον συντελεστή απόσβεσης για να εξετάσουμε αν το συνολικό κέρδος του κυκλώματος είναι ίσο με το ζητούμενο κέρδος. Αν αυτός είναι διαφορετικός της μονάδας θα πρέπει να δημιουργηθεί ένα επιπλέον κύκλωμα πέρα από τις παραπάνω μονάδες, το οποίο θα αποτελείται από δύο αντιστάσεις και έναν τελεστικό ενισχυτή και θα ρυθμίζει το κέρδος του κυκλώματος, ώστε αυτό να είναι ίσο με το ζητούμενο κέρδος από την εκφώνηση.

Για τον συντελεστή απόσβεσης έχω :

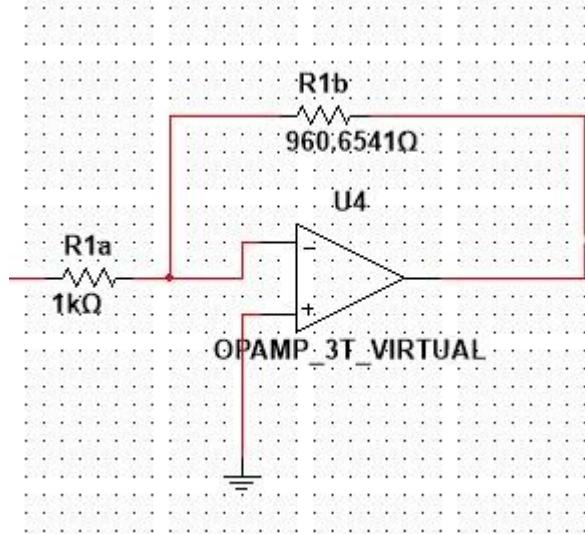
$$\alpha = \frac{10^{\frac{10}{20}}}{H_1 * H_2 * H_3} = 0,9607$$

Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η αναστρέφουσα συνδεσμολογία που αναφέρθηκε παραπάνω και οι τιμές των αντιστάσεων θα είναι ίσες με :

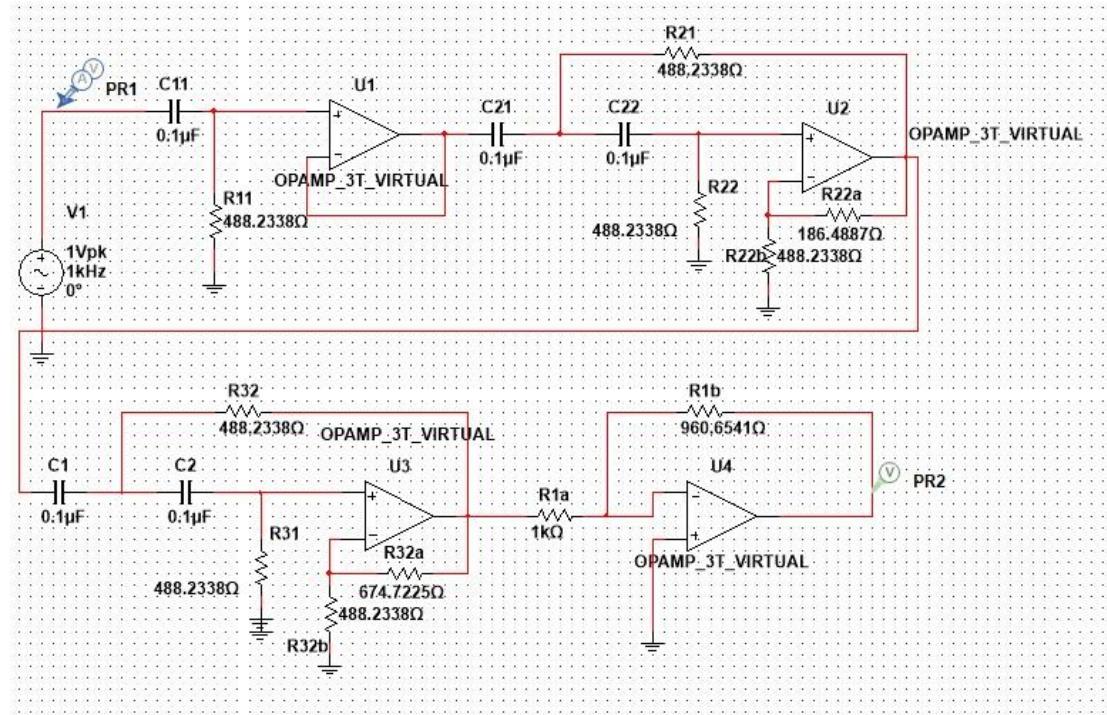
$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \alpha * R_1 = 960.6541\Omega$$

Η υλοποίηση του ρυθμιστή κέρδους απεικονίζεται παρακάτω:



Παραθέτουμε και μία συνολική εικόνα του κυκλώματος που σχεδιάστηκε παραπάνω:



Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{fhp1}(s) = H_1 \frac{s}{s + \frac{1}{R_1 C_1}} = \frac{s}{s + 3.191 * 10^4}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key ... , η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{fhp2}(s) = H_2 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2} s + \omega_0^2} = \frac{1.3820 s^2}{s^2 + 3.3141 * 10^4 s + 4.1961 * 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα ,με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

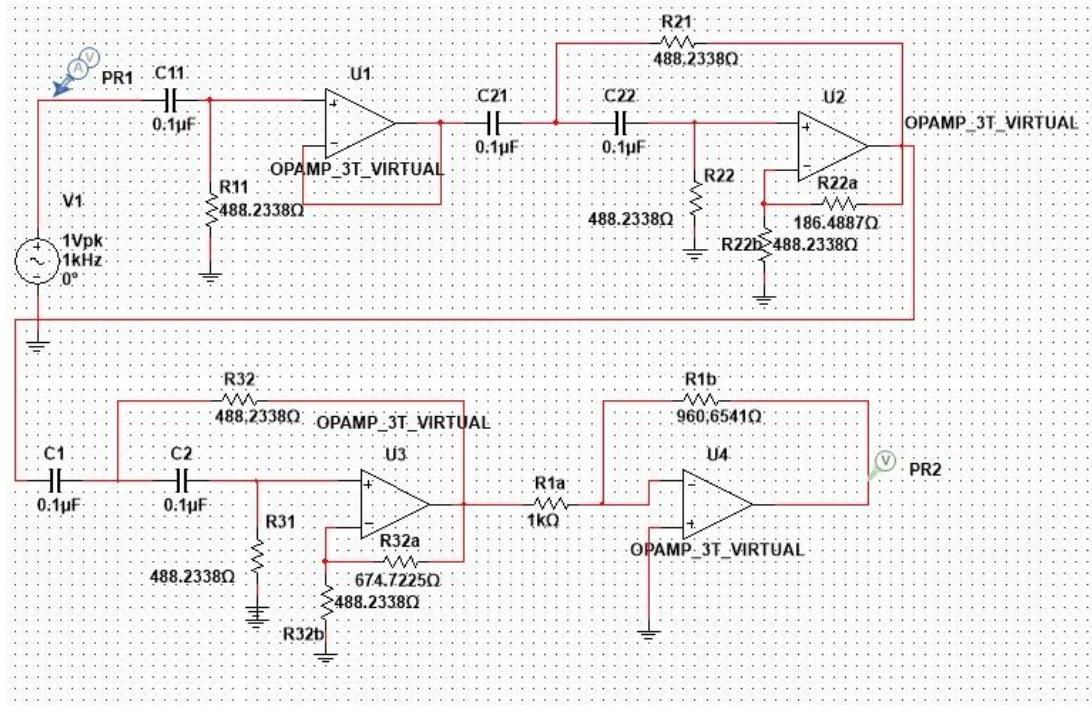
$$T_{fhp3}(s) = H_3 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_3} s + \omega_0^2} = \frac{2.3820 s^2}{s^2 + 1.2659 * 10^4 * s + 4.1951 * 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου.....:

$$\text{Total_T}_{\text{fhp}}(s) = H_1 * H_2 * H_3 * T_{fhp1}(s) * T_{fhp2}(s) * T_{fhp3}(s)$$

$$\text{Total_T}_{\text{fhp}}(s) = \frac{3.1623 s^5}{s^5 + 6.6281 * 10^4 s^4 + 2.1966 * 10^9 s^3 + 4.4991 * 10^{13} s^2 + 5.6952 * 10^{17} s + 3.6046 * 10^{21}}$$

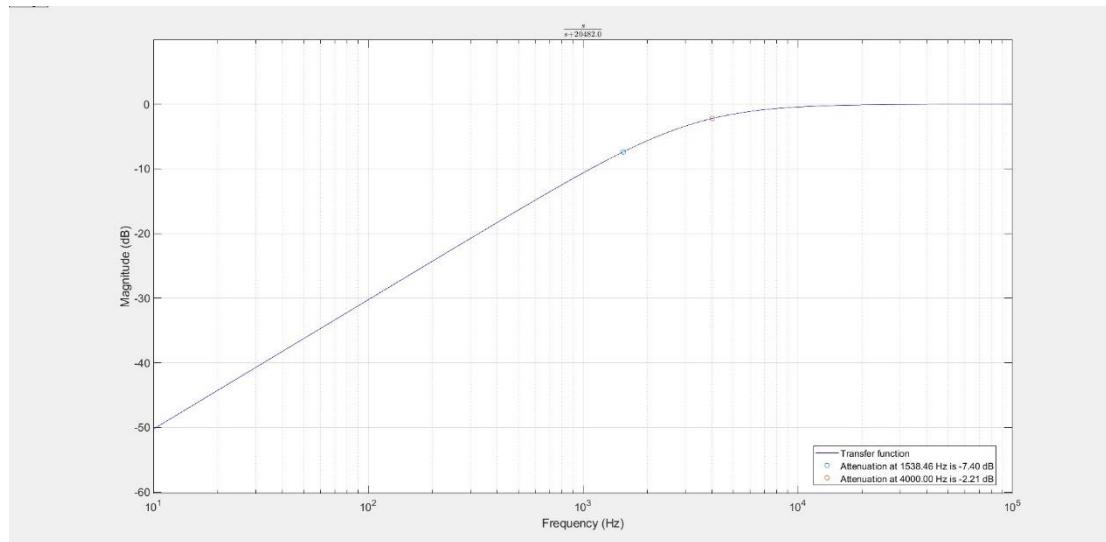
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητη, αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



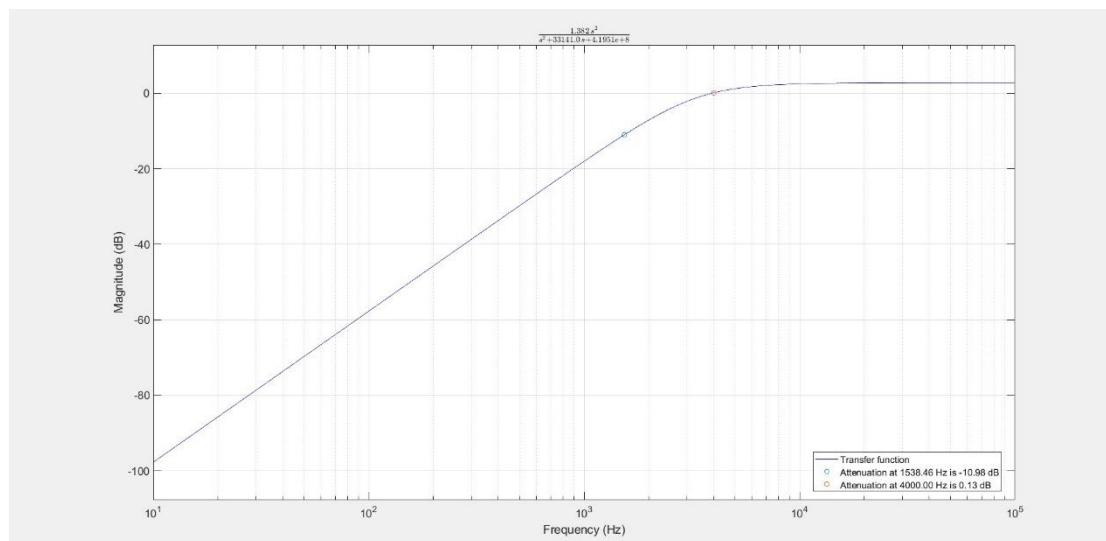
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων που αποτελούν το κύκλωμα ξεχωριστά αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

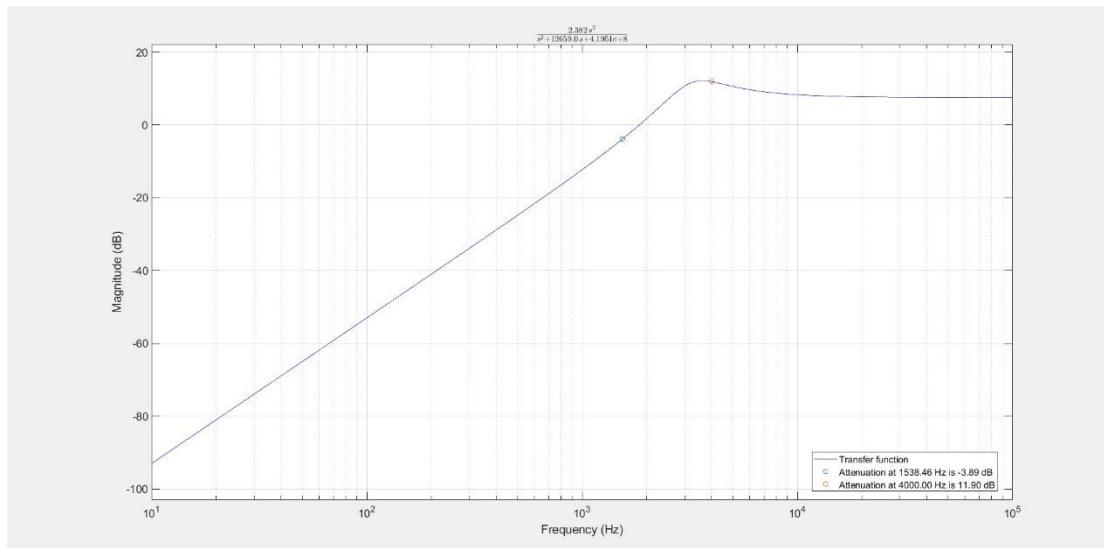
1η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης



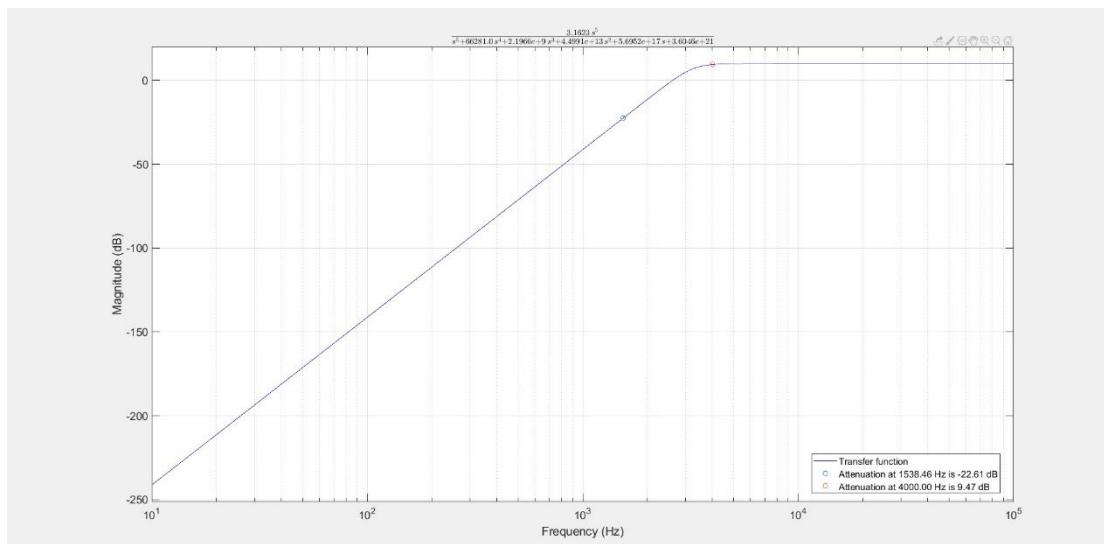
2η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key 1



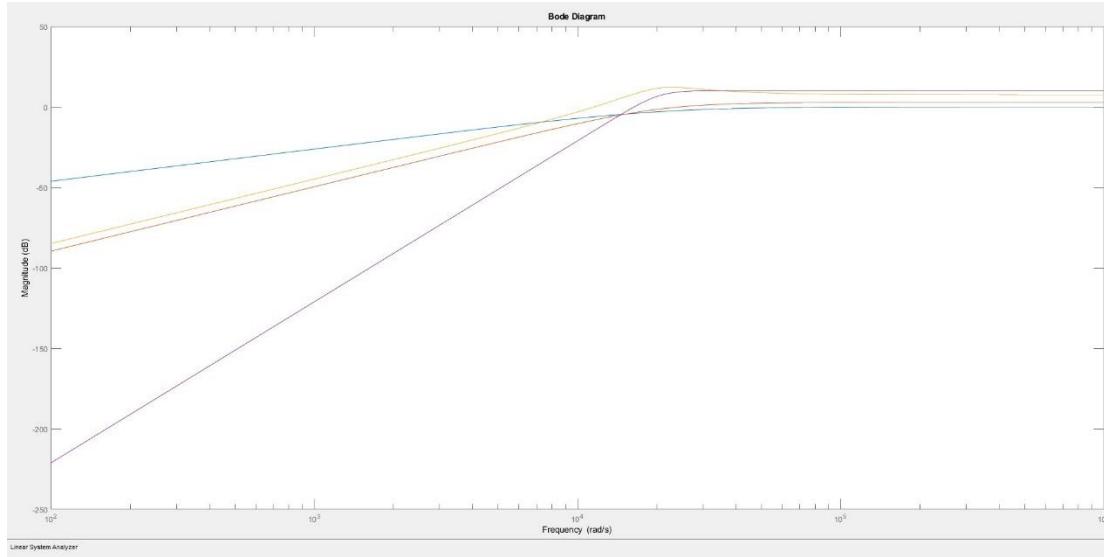
3η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key 1



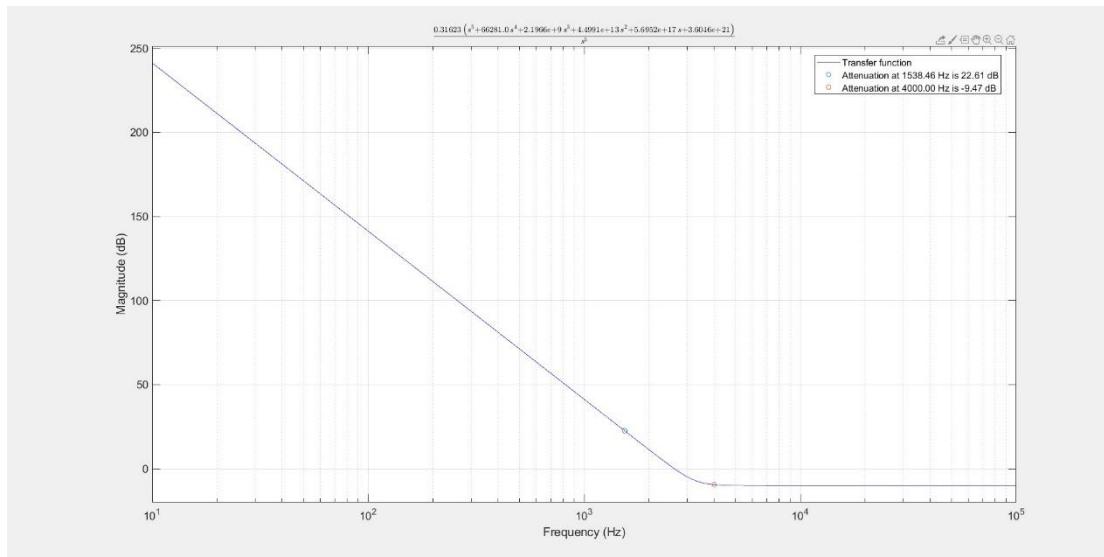
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



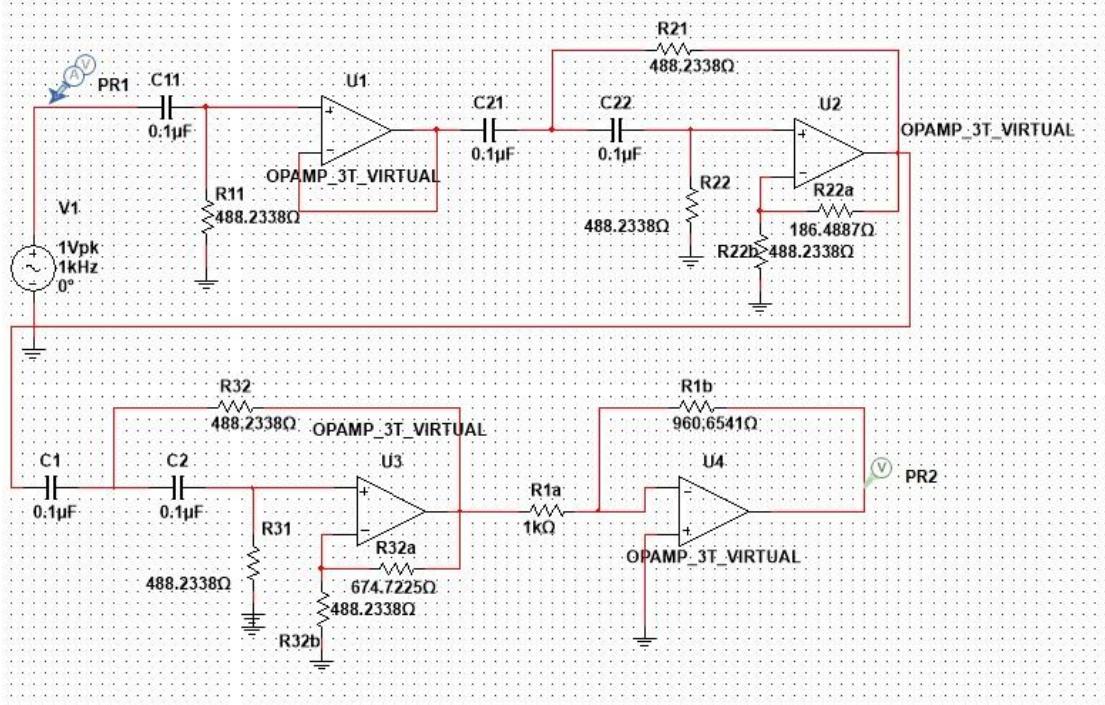
Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p=4000\text{Hz}$ και την $f_s=15238.5\text{Hz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση και στις δύο συχνότητες που έχουν

σημειωθεί πληρούν τις προδιαγραφές που έχουμε θέσει στην αρχή της σχεδίασης για τα amax & amin. Συγκεκριμένα, στη συχνότητα $f_s=15238.5\text{Hz}$ βλέπουμε ότι η απόκριση είναι 22.61 dB, το οποίο πληρεί την προδιαγραφή για την amin, η οποία είναι ίση με 28.6667(να σημειωθεί πως στην απόσβεση οι αποκρίσεις θα πρέπει να είναι μικρότερες από την amin απόσβεση). Από την άλλη, στη συχνότητα $f_p=4000\text{Hz}$ η απόκριση είναι -9.47 dB. Εδώ βέβαια πρέπει να λάβουμε υπόψιν ότι κάναμε προσαρμογή κέρδους στα 10 dB οπότε πριν την προσαρμογή το κέρδος θα είναι $-9.47+10= 0.53$ dB. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα και εδώ πως πληρείται η προδιαγραφή για την amax, η οποία είναι ίση με 0.528 (όπως και πάνω πρέπει να σημειωθεί ότι στην απόσβεση πρέπει οι αποκρίσεις να είναι μεγαλύτερες από την amax απόσβεση).

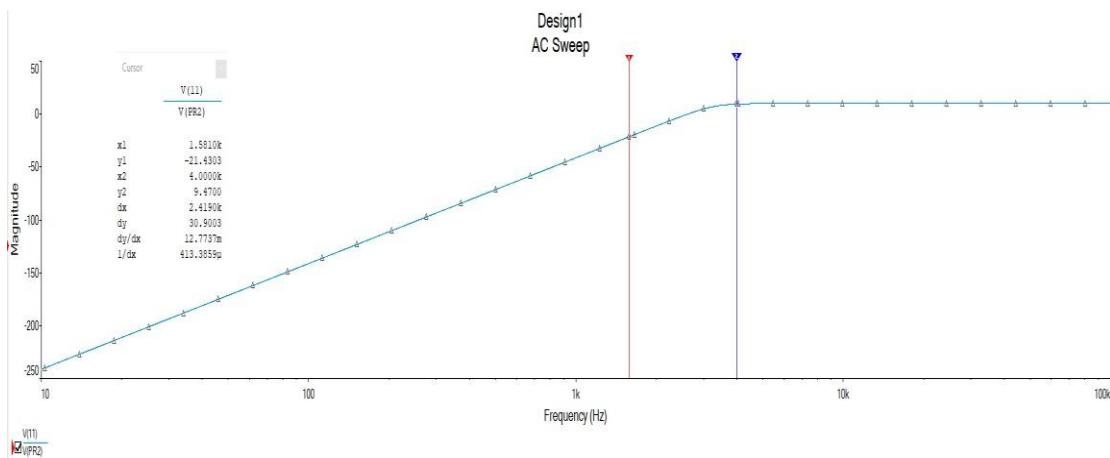
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν όπως τις τρείς μονάδες του φίλτρου, αλλά και τον ρυθμιστή κέρδους που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Να σημειωθεί εδώ πως έγινε απευθείας ac sweep ανάλυση διότι ο bode plotter δεν έδινε σωστό αποτέλεσμα παρόλο που η ac ανάλυση έδινε το σωστό

Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι ότι πληρόνυται όλες οι προδιαγραφές που έχουμε ορίσει αρχικά στη σχεδίαση μας και για τις οποίες έγινε αναλυτική περιγραφή λίγο πιο πάνω.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μία πηγή διέγερσης η οποία στο σύνολο της αποτελείται από 5 επιμέρους πηγές των οποίων ο συνδυασμός δίνει το επιθυμητό σήμα που ζητήθηκε στην εκφώνηση. Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

Λόγω AEM, η κυματομορφή που μου ζητήθηκε να εισαχθεί στο κύκλωμα είναι η παρακάτω:

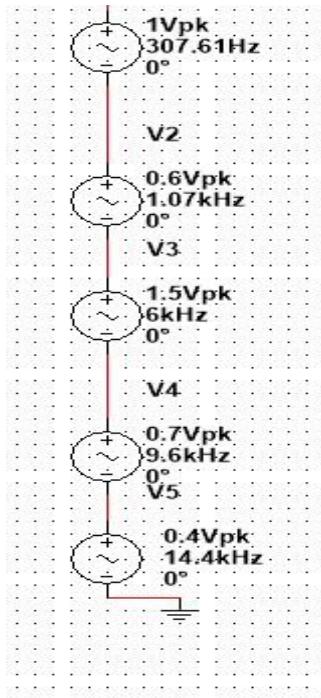
$$f(t) = \cos(0.2\omega_s t) + 0.6 \cos(0.7\omega_s t) + 1.5 \cos(1.6\omega_p t) + 0.7 \cos(2.4\omega_p t) \\ + 0.4 \cos(3.5\omega_p t)$$

Κάνοντας τις πράξεις προκύπτει το αποτέλεσμα που είναι:

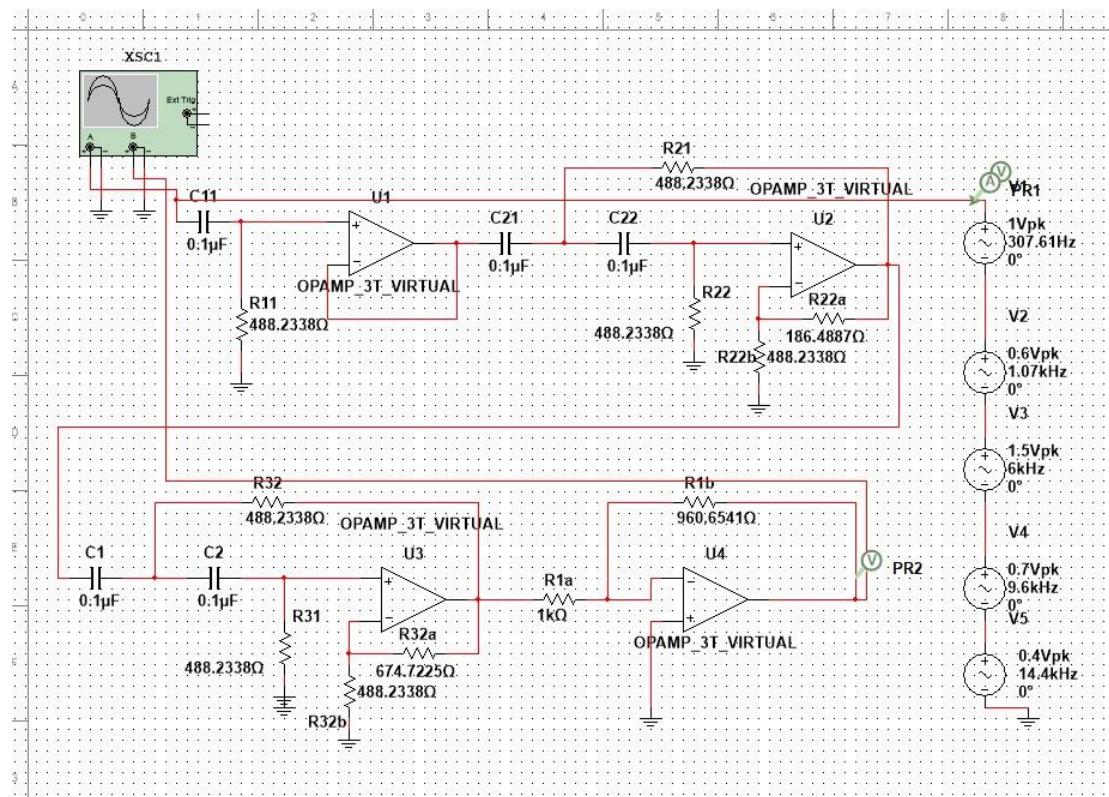
$$f(t) = \cos(307.61t) + 0.6 \cos(1076.87t) + 1.5 \cos(5999.8t) + 0.7 \cos(5559.8t) \\ + 0.4 \cos(14999.57t)$$

Να σημειωθεί εδώ ότι οι αριθμοί που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις είναι οι κανονικές συχνότητες λειτουργίας των πηγών και όχι οι γωνιακές. Η παραπάνω πράξη που έγινε (μετατροπή από γωνιακή σε κανονική συχνότητα) έγινε με σκοπό να σχεδιαστούν πιο εύκολα, κυκλωματικά, οι πηγές.

Οι 5 νέες πηγές που συνδέω σε σειρά και εισάγω στο κύκλωμα θα είναι οι εξής:



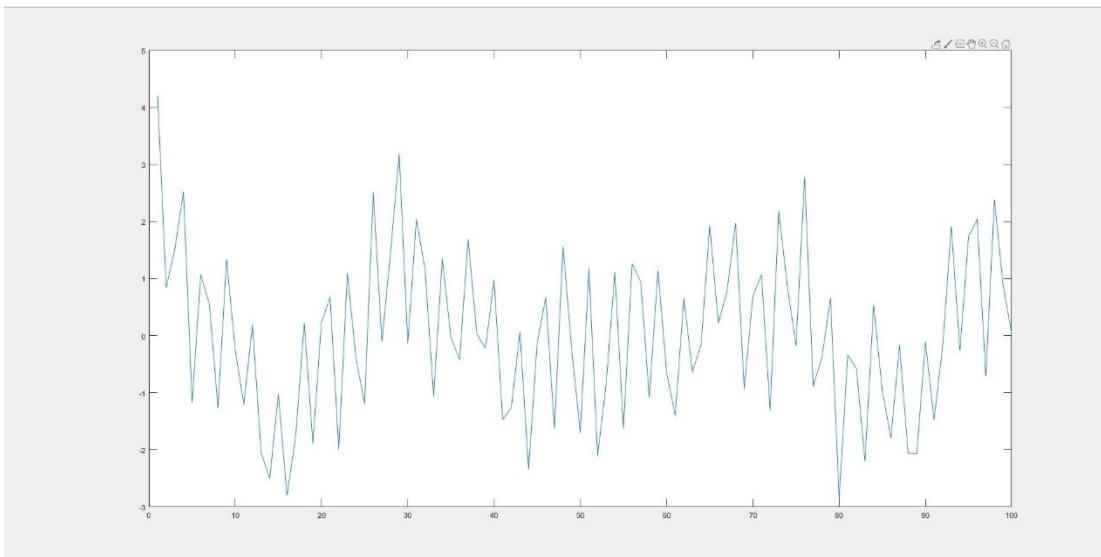
Και το κύκλωμα μετά την αντικατάσταση των πηγών και την εισαγωγή παλμογράφου απεικονίζεται παρακάτω:



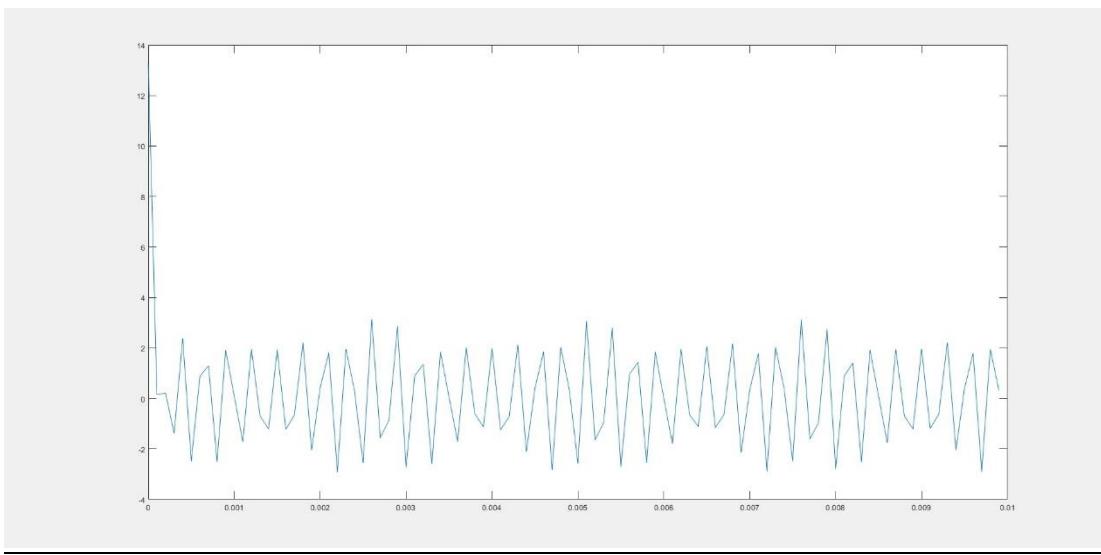
Πριν πραγματοποιήσω την παραπάνω ανάλυση στο multisim , εισάγω με μαθηματικό μοντέλο το σήμα εισόδου στο matlab και μέσω της fft παίρνω τις αποκρίσεις του σήματος εισόδου, εξόδου, εισόδου & εξόδου αλλά και τα φάσματα των σημάτων αυτών.

Άρα θα έχω:

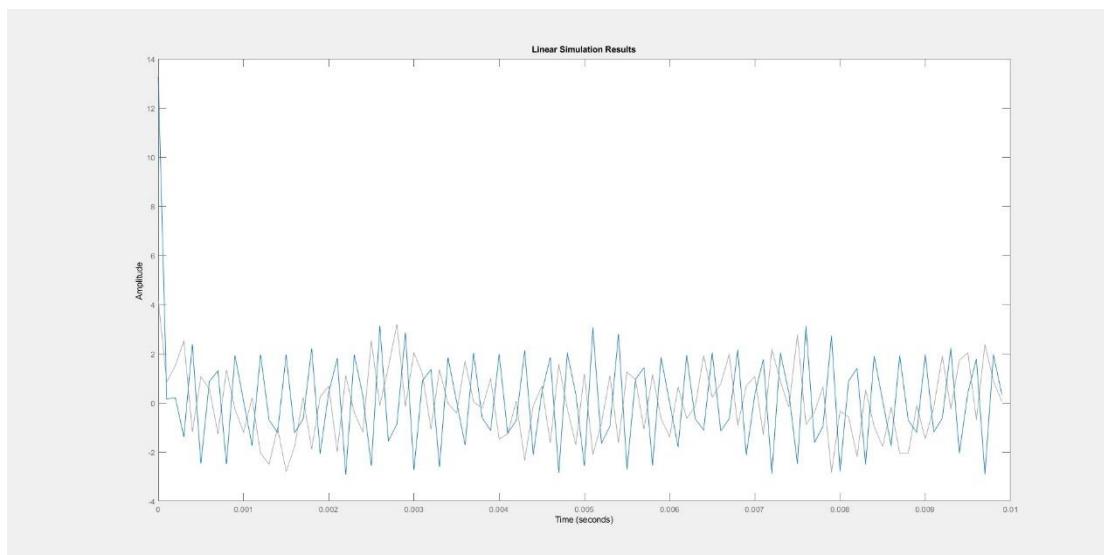
Σήμα Εισόδου matlab :



Σήμα Εξόδου matlab :

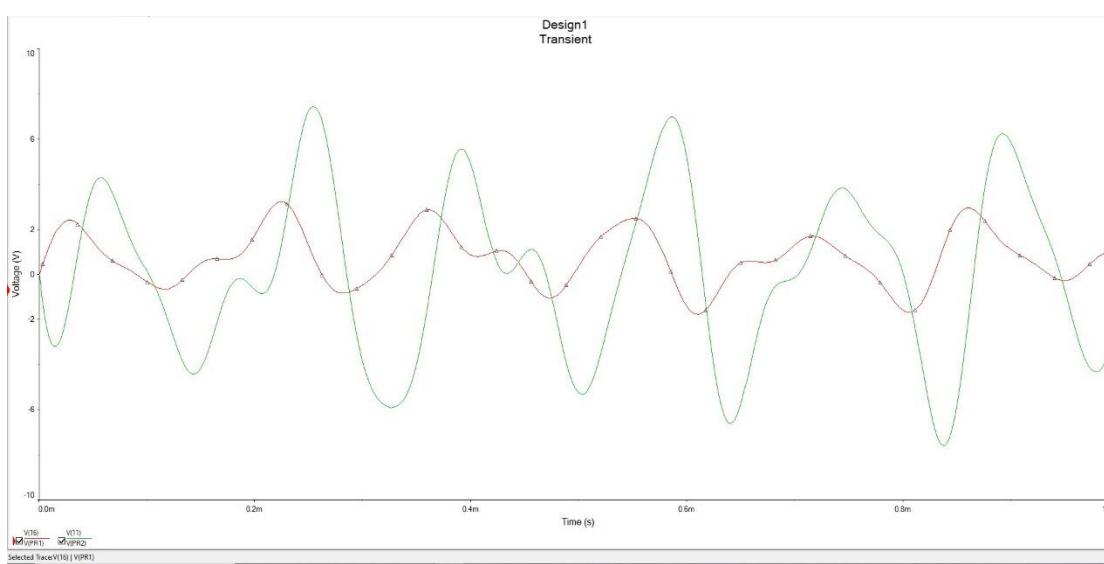


Σήμα εισόδου εξόδου matlab



Στη συνέχεια πραγματοποιώ την ίδια ανάλυση στο multisim μέσω transient analysis και παίρνω το εξής αποτέλεσμα:

Σήμα εισόδου εξόδου multisim:



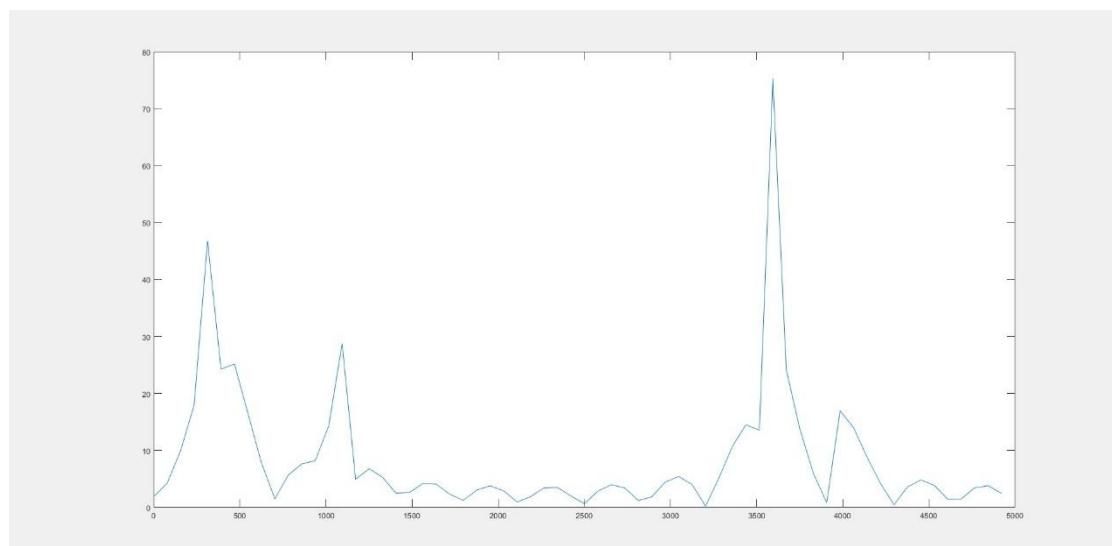
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν τόσο σε matlab όσο και σε multisim.

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου, κάτι το οποίο επιβεβαιώνει τον ενισχυτικό χαρακτήρα του φίλτρου. Επίσης το σήμα εξόδου φαίνεται πιο ενισχυμένο στις υψηλές συχνότητες κάτι που δείχνει τον ανωδιαβατικό χαρακτηρισμό του φίλτρου.

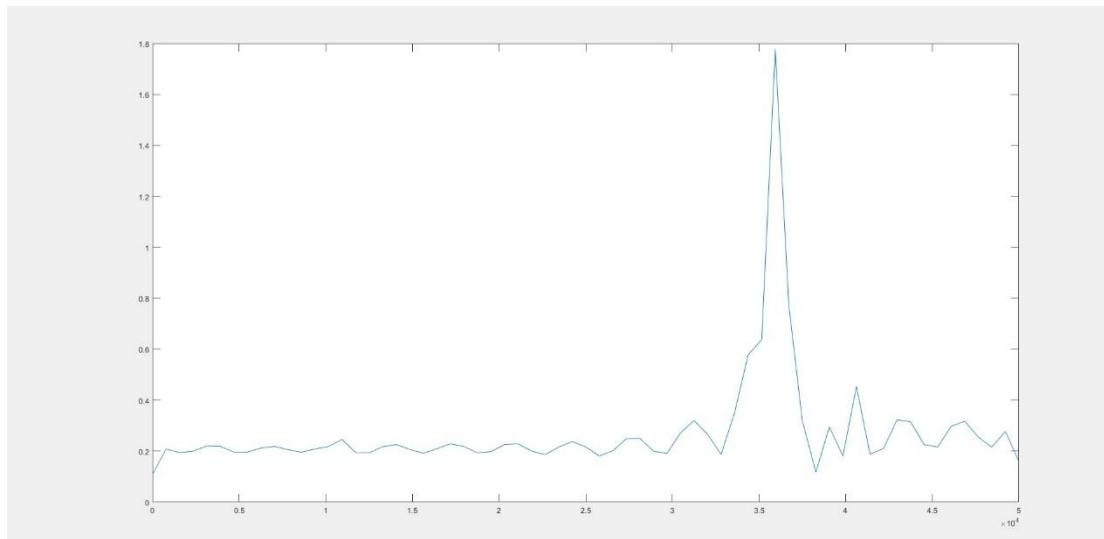
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου matlab :

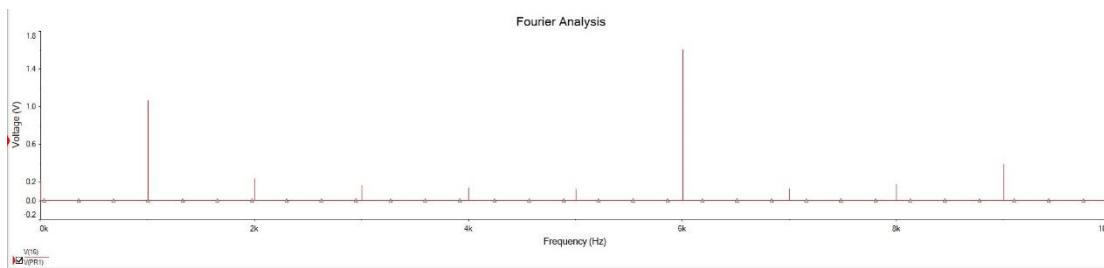


Φάσμα Σήματος Εξόδου matlab :

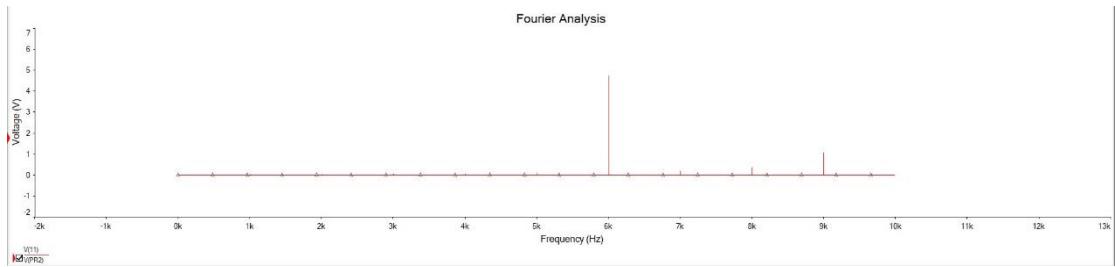


Στη συνέχεια ακολουθούν τα φάσματα που πήραμε μέσω Fourier Analysis στο multisim:

Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Και από τα φασματικά διαγράμματα φαίνονται όσα προαναφέραμε και πιο πάνω. Κατι που γίνεται αισθητά πιο ξεκάθαρο πλέον είναι ο ανωδιαβατικός χαρακτήρας του φίλτρου. Όπως φαίνεται και στα διαγράμματα, ενώ στα φάσματα εισόδου έχουμε ώσεις και στις χαμηλές συχνότητες στο δεύτερο διάγραμμα αυτές απουσιάζουν εντελώς. Οι μόνες ώσεις που είναι ορατές είναι αυτές των υψηλών συχνοτήτων.