



Försättsblad till tentamen
Cover sheet for Examination

0214612534

Skriv din anonymkod på samtliga svarsblad / Write your anonymous code on each paper

Ifyller med bläckpenna / To be filled with ink pen

Anonymitetskod <i>Anonymous code</i> 0 0 4 1 - P U K	Kurskod <i>Course code</i> M A 1 4 4 6	Provkod <i>Test code</i> 1 4 0 5
Tentamensdatum <i>Examination date</i> År/year 2 0 2 5 - Månad/Month 0 6 - Dag/Day 0 8	Kursnamn <i>Course name</i> Diskret matematik	
Kontaktpunkt läärare <i>Contact details teacher</i> JCH - Johan Richter	Lokal <i>Room</i>	Lärare kommer <i>Teacher arrives</i> 00:00
Meddelande <i>Message</i> Skriv- och ritverktyg		

Fylls i av TENTAMENSVAKT / To be filled in by the INVIGILATOR

Kontroll av legitimation / Control of Identification	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att dessa kontroller utförts / This is to certify that these checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Control of given pages	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Antal blad / No. of sheets	13	Namnteckning / Signature <i>BGf</i>
Inlämningstid / Time submitted	15:51	

ENDAST HÖGSKOLANS ANTECKNINGAR / FOR OFFICIAL USE ONLY

BEDÖMNING UPPGIFTER / QUESTIONS ATTEMPTED

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
86	0	2	40	0	60					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~

Totalt antal poäng / Points	522	<input checked="" type="checkbox"/> Rättad / Graded
Betyg / Grade	F	Lärarens signatur / Teachers sign <i>MN</i>

Tentamenskrivningen består av två delar; Del A (uppgift 1) och Del B (uppgift 2-6). För betyget godkänt krävs det att minst 5 poäng erhållits på Del A, samt att den sammanlagda poängen som erhållits på Del A och Del B uppgår till minst 30 poäng. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. Svar ska förenklas fullständigt om inte annat sägs.

Del A

Glöm inte att även lösningarna på del A måste innehålla motivering och svaren ska förenklas.

1. (a) Beräkna $\gcd(4374, 2025)$ med Euklides algoritm. (2p)
- (b) Konvertera 3223 till det oktala talsystemet, dvs till bas 8. (2p)
- (c) Sätt (2p)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Bestäm ordningen av σ i gruppen (S_7, \circ) .

- (d) Betrakta ordet JOOHHAN. Beräkna antalet anagram som kan bildas av det. (Ett anagram behöver inte vara ett verkligt ord.) (2p)
- (e) Låt en graf ha grannmatrisen (2p)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestäm det kromatiska polynomet för grafen.

Del B

2. (a) Linda ska köpa in läsk till matematikavdelningens personalfest. Hon ska köpa 30 flaskor, och det finns 4 olika sorter att välja på. Affären innehåller oändligt många flaskor av varje sort. Hur många olika möjliga inköp kan Linda göra? Det finns ingen ordningen mellan flaskorna som Linda köper, det enda viktiga är hur många av varje sort hon köper. (6p)
- (b) Beräkna antalet injektiva funktioner från $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ till $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. (4p)

3. (a) Bevisa att för varje positivt heltalet n gäller det att (5p)

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

- (b) Anta att M är en delmängd av $\{1, 2, \dots, 15\}$ som innehåller 10 element. Visa att det finns två element i M vars differens är 4. (5p)

4. (a) Lös differensekvationen (5p)

$$a_{n+2} - 4a_n = 0$$

med begynnelsevillkoren $a_0 = 0$ och $a_1 = 4$.

- (b) Lös ekvationen (5p)

$$3x + 7 = 3$$

i \mathbb{Z}_{11} .

5. (a) Avgör om den logiska utsagan (5p)

$$(p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

är en tautologi.

- (b) Sätt $M = \{1, 2, 3, 4\}$ och definiera (5p)

$$R_1 = \{1, 2\},$$

$$R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (1, 3)\},$$

$$R_3 = \{(1, 3), (3, 1)\}.$$

Vilken av mängderna R_1, R_2 eller R_3 är en symmetrisk relation på M ?

6. (a) Johan ska skapa en RSA-nyckel och väljer primtalen 71 och 83. Hans offentliga nyckel är $(83 \cdot 71, 101) = (5893, 101)$. Hitta talet d som är del av hans hemliga nyckel, och dekryptera kryptotexten $x = 5$. (5p)

- (b) Det ska spelas tennis mellan BTH och Linnéuniversitetet. Det finns n stycken tennisplaner och n stycken spelare från varje lärosäte. Planerna är numrerade från 1 till n . I första ronden möter varje spelare från BTH en spelare från Linné. Efter varje rond så rör sig varje spelare från Linné till planen vars nummer är 1 större, förutom spelaren på plan n som går till första planen. (Så spelaren på plan 1 går till plan 2, spelaren på plan 2 går till plan 3, osv.) Spelarna från BTH rör sig åt andra hållet. (Så BTHaren på plan 1 går till plan n , BTHaren på plan 2 går till plan 1, osv.) Sammanlagt spelas det n ronder.
- Visa att om n är ett udda tal så kommer inget par av spelare att mötas mer än 1 gång.

Datum: 2025-06-08
Date: 2025-06-08Kurs: MA1446
Course: MA1446

Anonymitetskod/Anonymous code:

0041-PUK

Sidnr:
Page nr:

1

1a)

$$\gcd(4374, 2025) = 81$$

$$4374 = 2025(2) + 324$$

$$2025 = 324(6) + 81$$

$$324 = 81(4) + 0$$

/2

$$\text{Svar} = 81$$

Uppgift nr:
Task nr:

1

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

1b)

$$\frac{3223}{8} = 402 \text{ rest } 7$$

$$\text{Svar} = 3223 \equiv 7 \pmod{8}$$

/0

1c)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= (1\ 2\ 3\ 4)(5\ 7)(6)\sigma^h$$

1 1 1
4 2 1

$$\text{lcm}(4, 2, 1) = \text{lcm}(4, 2) = \frac{14}{12} \checkmark \text{Nc.}$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{24}{2} = 12$$

SVAR: 12

/ /

Poäng:
Point:

355435



Datum: 2025 - 06 - 08
Date:

Kurs: MA1H46
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0 0 4 1 - P 4 K

Sidnr:
Page nr:

2

(d) $\underline{\underline{500 \text{ THAN}}} = ?$

$$J=1 \quad A=1$$

$$O=2 \quad N=1$$

$$H=2$$

Uppgift nr:
Task nr:

1

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

$$\begin{array}{r} 17 \\ \underline{\underline{-}} \quad \underline{\underline{17}} \quad \underline{\underline{-}} \quad \underline{\underline{7-6-5-4-3}} \\ 12!2 \quad 1!1!1 \quad 12!2 \quad 2 \cdot 1 \end{array}$$

$$= 42 \cdot 15 \cdot \frac{n}{2} = 630 \cdot 2 = 1260$$

SVAR: 1260

/2

1e)

A-

Poäng:
Point:

355437



Datum: 2025-06-08
Date: 2025-06-08

Kurs: MA1446
Course: MA1446

Anonymitetskod/Anonymous code:

0041-P4K

Sidnr:
Page nr:

3

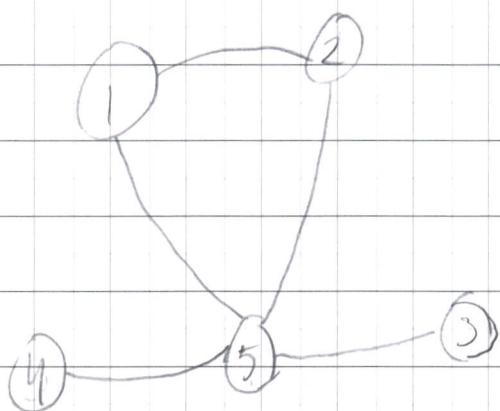
1e) d 2 3 4 5

1 | 0 1 0 0 1
2 | 1 0 0 0 1
3 | 0 0 0 0 1
4 | 0 0 0 0 1
5 | 1 1 1 1 0

Uppgift nr:
Task nr:

1

Lärarens
anteckning:
Teachers note:



$(\lambda_1 - 1)^h + (-1)^h (\lambda_1 - 1) = \text{ej en cykel så ej applicerbar.}$

$$\left. \begin{aligned} & 0 + \lambda_2 + 0 + 0 + \lambda_5 = \\ & \lambda_1 + \quad + \lambda_5 = \\ & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + 0 = \end{aligned} \right.$$

/ /

Poäng:
Point:

355438



Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA1446
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0041 - PUKE

Sidnr:
Page nr:

8

2a)

- 30 flaskor totalt
- 11 olika sorter/rål(?)

Uppgift nr:
Task nr:

2

$$\frac{30!}{11!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{27}{3} \cdot \frac{28}{4} \cdot \frac{30}{2} \cdot \frac{29}{1} = 907 \cdot 15 \cdot 29 = 27405$$

10

Svar 27405 olika inköp

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

2b) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ till $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$\frac{7!}{3!} = 7 \cdot 6 = 42$$

3!

Svar 42

10

Poäng:
Point:

355439



Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA1446
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0 0 4 1 - P U K

Sidnr:
Page nr:

9

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Bassteg: $n=1$

$$\frac{1}{1(2)} = \frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \therefore \text{Sant}$$

Antagande: $n=m$

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{k(k+1)} = \frac{m}{(m+1)}$$

Induktionssteg: $n=m+1$

$$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{m+1}{(m+1+1)}$$

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{k(k+1)} + \sum_{k=1}^1 \frac{1}{k(k+1)} = \frac{m+1}{m+2} \quad \text{För här}$$

$\sum_{k=1}^1 \frac{1}{k(k+1)} = 1$

använd antagande

$$\frac{m}{(m+1)} + 1 = \frac{m+1}{m+2}$$

$$\frac{m}{m+1} + \frac{1}{1} = \frac{m+1}{m+2}$$

$$\frac{m+1}{m+2} = \frac{m+1}{m+2}$$

Alla kraven i delstegen uppföljs således är påståendet bevisat.

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

3

Uppgift nr:
Task nr:

355458



Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA11446
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0 0 4 1 - P 4 K

Sidnr:
Page nr:

7

3b)

$\{1-15\}$ delmängd $n=10$ sk m

$$f(i) = M_{i+4} - M_i = 4$$

$i = \emptyset$

ex. delmängd II

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

 1

ex. delmängd I

Om vi använder delmängds exempel I ?

får vi

$$f(\emptyset) = 5 - 1 = 4$$

$$f(1) = 6 - 2 = 4$$

10

Poäng:
Point:

355459



Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA11Y46
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0041 - PUK

Sidnr:
Page nr:

6

Uppgift nr:
Task nr:

4

$$y_a) a_{n+2} - y_a n = \emptyset$$

$$r^n = a^n$$

$$r^{n+2} - y r^n = \emptyset$$

$$r^n(r^2 - y r) = \emptyset$$

$$r = \frac{y}{2} + \sqrt{\frac{(-y)^2 - 0}{2^2}}$$

$$= 2 \pm \frac{\sqrt{16}}{4}$$

$$= 2 \pm \frac{y}{2}$$

$$r_1 = y$$

$$r_2 = \emptyset$$

$$a_n = y^n \cdot A + \emptyset^n \cdot B$$

$$a_0 = A + B = \emptyset$$

$$A = -B$$

$$a_1 = yA + \emptyset = y$$

$$A = \frac{y}{y} = 1$$

$$B = (-1)$$

$$a_n = y^n \cdot 1 + \emptyset^(-1)$$

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

✓ Algebraiskt f 1.

Kontroll

$$a_0 = \emptyset \Rightarrow 4^0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 1 - 1 = 0$$

$$a_1 = y \Rightarrow 4 \cdot 1 + \emptyset = 4$$

SVAR:

$$a_n = y^n \cdot 1 + \emptyset^(-1)$$

Poäng:
Point:

390505



Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA1146
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0 0 9 1 - P 4 K

Sidnr:
Page nr:

4

46)

$$3x + 7 \equiv 3 \Rightarrow 3x + 7 \equiv 3 \pmod{11} \quad ?$$

$$3x \equiv 3 - 7 \pmod{11}$$

$$3x \equiv -4 \pmod{11}$$

$$3x \equiv 7 \pmod{11} \quad ?$$

$3y - 11 = 1$ | vad händer här?

$$\cancel{3y} = 12$$

$$y = 4$$

$$x \equiv 4 \cdot 7 \pmod{11}$$

$$x \equiv 28 \pmod{11}$$

$$28 - 11 = 17$$

$$17 - 11 = 6$$

$$SVARD: x = 6 \text{ i } \mathbb{Z}_{11}$$

Motivering

bristfällig

13

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

Uppgift nr:
Task nr:

46

Poäng:
Point:

355486



Datum: 2025-05-08
Date: 2025-05-08

Kurs: MA11416
Course: MA11416

Anonymitetskod/Anonymous code:

0 0 4 1 - P U K

Sidnr:
Page nr:

5

5a)

-eller'
om $p \rightarrow q$ är falsk $\rightarrow q$ sann
(implisert)

$$p \quad q \quad (p \vee q) \quad (p \rightarrow q) \quad ((p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q))$$

0	0	0	1	1	✓	1
1	0	1	0	1	✓	1
0	1	1	1	0	✓	1
1	1	1	0	1	✓	1

10

Svar det är ej en tautologi

5b)

10

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

Poäng:
Point:

355487

Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA1946
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

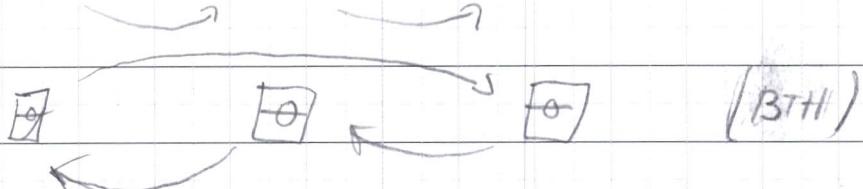
0 0 4 1 - P U R

Sidnr:
Page nr:

10

$n = 3$

plan 1 plan 2 plan 3 (linne')



Uppgift nr:
Task nr:

6

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

$$\sum_{k=1}^n k+1 = n \quad (\text{Linne'}) \quad BT+1$$

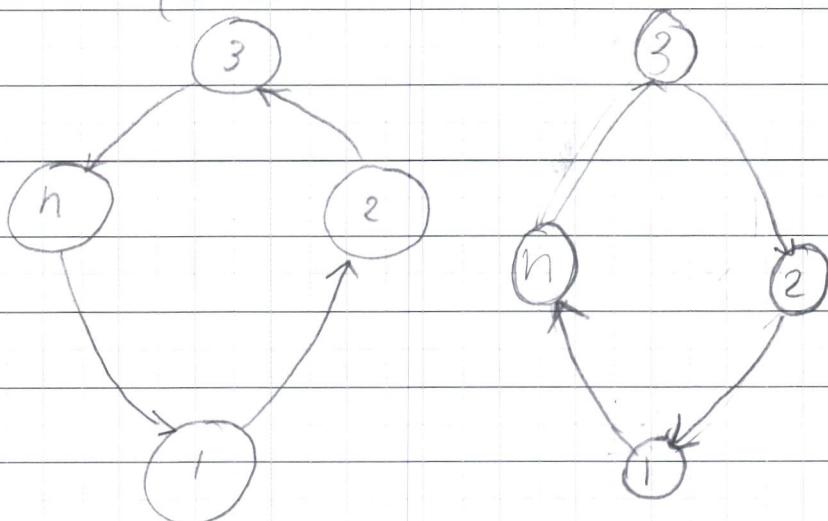


fig A.

fig B.

fig b

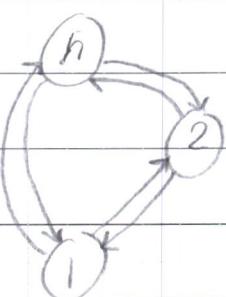
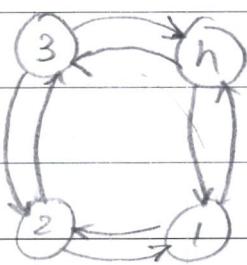


fig A:

0 2 0 2
2 0 2 0
0 2 0 2
2 0 2 0

grader: 4 alla jämna

→ en eukliskrets

4

Poäng:
Point:

390503



Datum: 2025-06-08
Date:

Kurs: MA1446
Course:

Anonymitetskod/Anonymous code:

0 0 4 1 - P U K

Sidnr:
Page nr:

11

$$6a) n = 71, 83$$

$$p = 101$$

$$c = x$$

$$(c = M^n \pmod{p})$$

$$d(c) = c^{\frac{p-1}{\phi(p)}} \pmod{p}$$

$$a^{\frac{p-1}{\phi(p)}} \equiv 1 \pmod{p}$$

$$d = (71-1) \cdot (83-1) = 70 \cdot 82$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ \times 82 \\ \hline 140 \\ 560 \\ \hline 5740 \end{array}$$

$$M^{5740} \equiv 5 \pmod{101}$$

$$5^{70 \cdot 82} \pmod{110} = \text{planetext}$$

$$5 \equiv M^{70 \cdot 82} \pmod{101}$$

$$70 \cdot 82 \pmod{101} = 3$$

$$101x \equiv 3 \pmod{110}$$

$$101x \pmod{101} = 1$$

$$x = 1$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 57 \\ \hline 707 \\ 505 \\ \hline 5757 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 55 \\ \hline 505 \\ 505 \\ \hline 5555 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 58 \\ \hline 808 \\ 505 \\ \hline 5858 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 56 \\ \hline 606 \\ 505 \\ \hline 5656 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5757 \\ - 5656 \\ \hline 101 \end{array}$$

Uppgift nr:
Task nr:

6

Lärarens
anteckning:
Teachers note:

Poäng:
Point:

355488

$$n=3 \quad p=7$$

$$(= m^n \pmod{p})$$

$k_1=2$

~~$2^{83+1} \pmod{110}$~~

$$2^3 \pmod{5} \equiv 4$$

$$4+2 \% 4 = 6-4=2$$

$$1-2 = -1+1 = 0$$

$$D(x) = d+x \pmod{q}$$

$$q=4 \quad d=2$$

$$2^3 \pmod{7} \equiv 8-7=1$$

$$D(x) \equiv dx \pmod{p} \equiv 2$$

$$d=2$$

$$D(x)=2$$

$$x^d =$$

$$D(x) \equiv x \pmod{d}$$

$$d=$$

$$d(x) \equiv x+d \pmod{q}$$

$$x-d \% q$$

$$= (-2)+6$$

$$= -1+6=5$$

$$3-2=1 \checkmark$$

$$5-2=3$$

$$7-2=5$$

$$k_2=1\emptyset$$

$$300$$

$$= 10^3 \% 7 \equiv$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 4 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$7 \cdot 2000$$

$$1+6 \% 2 =$$

$$d=6$$

$$q=2$$

$$1000 \% 7 = 7(142)+6$$

$$\textcircled{6}$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 4 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 7 \\ \hline 1400 \end{array}$$

$$\textcircled{8}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ \times 7 \\ \hline 4200 \end{array}$$

$$d(x) = x+6 \% 2$$

$$D(6) = 2+6 \% 7 =$$

$$12-7+1\emptyset$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ \times 7 \\ \hline 4200 \\ + 200 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 7 \\ \hline 1750 \\ + 100 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 7 \\ \hline 840 \\ + 90 \\ \hline 940 \end{array}$$

$$D(6) = 6 \% 2$$

$$6-2=4$$

$$4-2=2$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ \times 7 \\ \hline 995 \\ + 105 \\ \hline 1015 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ \times 7 \\ \hline 994 \\ + 101 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 7 \\ \hline 875 \\ + 92 \\ \hline 927 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 7 \\ \hline 910 \end{array}$$

$$2^3+d \pmod{p}$$

$$d$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 7 \\ \hline 1050 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 7 \\ \hline 1750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 7 \\ \hline 1050 \end{array}$$

$$142$$

$$k=10 \\ 100 \% 4 = \emptyset$$

$$\begin{array}{r} 1686 \\ - 994 \\ \hline 692 \end{array}$$

$$0+12 \% 4 = 2$$

$$(dx \pmod{q})$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 7 \\ \hline 1400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 7 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ \times 7 \\ \hline 1015 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ \times 7 \\ \hline 980 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ \times 7 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ \times 7 \\ \hline 994 \end{array}$$