这里换成你的论文的标题

摘要

开头段：需要充分概括论文内容，一般两到三句话即可，长度控制在三至五行。

问题一中，解决了什么问题；应用了什么方法；得到了什么结果。

问题二中，解决了什么问题；应用了什么方法；得到了什么结果。

问题三中，解决了什么问题；应用了什么方法；得到了什么结果。

结尾段：可以总结下全文，也可以介绍下你的论文的亮点，也可以对类似的问题进行适当的推广。

关键词: 关键词一　关键词二　关键词三

一、问题重述

1.1 背景分析

随着无人机技术的日渐发达，在许多场合都出现的无人机编队的需求。在编队行进的过程中，有两个要求至关重要，其一是保持无人机的编队队形稳定，其二是让无人机尽量少的发射和接收电磁信号以减少受外界的影响。为了同时满足这两个需求，对于无人机编队位置调整的合理方法就显得尤为重要。利用优秀的调整方案，无人机编队行进的稳定性和效率会得到极大的提高。

1.2 问题重述

在无人机集群飞行的过程中，采用了纯方位无源定位的方法来保持无人机集群的编队队形。纯方位无源定位方法如下：编队中选择几架无人机发射信号，其余无人机接受信号，约定该无人机与任意两家发射方无人机连线之间的夹角信息是接收方无人机接收到的信息。所有无人机都有各自的固定编号且相对位置保持不变。同时为了避免外界的干扰，无人机飞行过程中应尽量避免信号的收发。为了帮助无人机定位并且调整位置，我们需要针对以下两个情形建立数学模型完成以下任务：

情景1: 10架无人机组成圆形编队，1架位于圆心，另外9架均匀分布于圆周上。

1. 编号已知且位置无偏差的圆心无人机和另外2架无人机向其他无人机发送信号，建立接收信号无人机定位模型。
2. 位置已知、编号为FY00和FY01的无人机发射信号，寻找能够满足有效无人机定位需要的额外发送编号未知无人机最少数量。
3. 当初始时刻无人机位置略有偏差时，在至多只能选择圆心无人机以及另外3架无人机发送信号的限制下，寻找调整到理想位置的策略并以表1的数据进行模拟。

情形2: 无人机集群编队队形为锥形编队队形，线上相邻两架无人机间距相等。

1. 通过建立的模型得到相应的无人机位置调整策略

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一分为三个小问题。第一小问要求根据三架编号已知且位置没有偏差的发信机来给出任何一架无人机的定位系统。在第一问下，由于所有角度信息已知，一个方面，如果考虑发信机本身的位置问题，分类情况会变得复杂，因此我们将发信机中两架外机和内机形成的夹角作为变量纳入模型考虑，利用接收机和发信机之间固定夹角形成的圆弧，来对接收机进行定位，因此得到一个普适的定位模型。另一方面，对于不同的接收机位置，它和相同发信机之间的夹角所提供的信息是不同的，因此我们引入夹角的正负型。为了防止过多的分类情况导致模型的适用性降低，我们对正负夹角的所有组合都进行计算，并选择出结果正确的一组。

第二小问当中隐去了除FY00与FY01之外的发信机的编号信息。为了实现无人机的有效定位，我们首先确定发信机的编号问题。考虑无人机的位置偏差足够小的情况，我们选择利用接收机的理想位置来确定定位机的编号。列出所有可能的夹角信息组成的三元组作为我们的信息库，通

过接收机和FY00，FY01形成的夹角对接收机可能对应的理想位置角度数据进行初步的筛选，再使用信息组的范数贴近关系来寻找合适的角度数据，最终搜索到对应的发信机编号，只需要包括FY00和FY01在内的三架发信机就能够完全确定其位置信息。如果接收机的位置偏差没有误差限，由于发信机的未知数量和夹角信息所属关系的混乱，接收机的位置信息无法完全确定，因此我们希望尽可能的给出可能的位置点。考虑到非意外情况下无人机不太可能产生过度的位置偏差，我们认为无人机的位置偏差相对于理想位置成正态分布。我们利用第一问的模型计算每一种发信机的组合，搜索出最接近的接收机理想点的发信机组合，并最终确定无人机的位置。

第三小问需要我们更进一步，对无人机的位置偏差进行调整，让它们最后均匀分布在某个圆周上，同时不保证发信机自身位置的正确。为了进一步增加我们的固有信息，我们利用FY00和FY01的位置信息作为正确的位置信息，并通过FY01,FY04,FY07在理想情况下构成的等边三角形，让FY04和FY07相互作为发信机进行位置调整。我们证明了在这种情况下FY04和FY07在这种调整方案下能够以较快的速度向正确位置收敛，并最终得到四个正确的相对位置信息。利用这四架无人机中的三架，就可以在下一步完成所有无人机的位置调整。

2.2 问题二的分析

在问题二当中，我们需要考虑所有可能的无人机编队。考虑到在第三问当中证明的三角形特殊情况，我们将这个证明推广到任意三角形的情况。我们发现，利用三架外机和内机形成的夹角，我们可以得到一个表征这四架无人机组成的三角形的收敛性的常数，当这个常数为零时，三角形能够以超线性收敛，当常数不为零时，它的值越小，收敛速度越快，随着它的值增加，不可收敛的可能性也增加，当常数超过一时，三角形不可收敛。利用这个常数，我们对编队当中所有满足条件的三角形进行查找，计算并比较得到小于一的常数序列，逐一验证三角形的收敛性，确定编队中是否存在可以收敛的三角形，如果存在，则利用收敛成功的四架无人机做发信机，完成其他无人机的整体定位。

三、模型假设

为了构建更为精确的数学模型，本文根据实际情况作出以下的假设或条件约束：

假设一：在不进行位置调整时，无人机之间的相对位置在行进中保持不变。

假设二：所有的无人机在同一高度飞行。

假设三：不考虑无人机在行进过程中产生的意外情况。

假设四：无人机可以自行调整到正确的角度信息对应的位置上。

四、符号说明

符号	说明	单位
α, β, γ	接收机收到的夹角数据，在 $[0, \pi]$ 之间	弧度制
θ	发信机的辐角，在 $[0, 2\pi)$ 之间	弧度制
δ	角度上的误差项	弧度制
Δ	长度上的误差项	百米

本部分是对模型中使用的重要变量进行说明，一般排版时要放到一张表格中。

注意：第一：不需要把所有变量都放到这个表里面，模型中用到的临时变量可以不放。第二：下文中首次出现这些变量时也要进行解释，不然会降低文章的可读性。

五、模型的建立与求解

5.1 第一问：无人机定位系统的建立

5.1.1 模型准备

1）发信机的位置关系：

由于在理想情况下，九架外机均匀分布在圆周上，且飞行高度相同，因此对于不同的发信机的位置关系，只需要考虑两架外机之间的相对位置作为情况划分。因此，不妨假设其中一架外机为FY01，则只需要考虑以下四种位置关系：

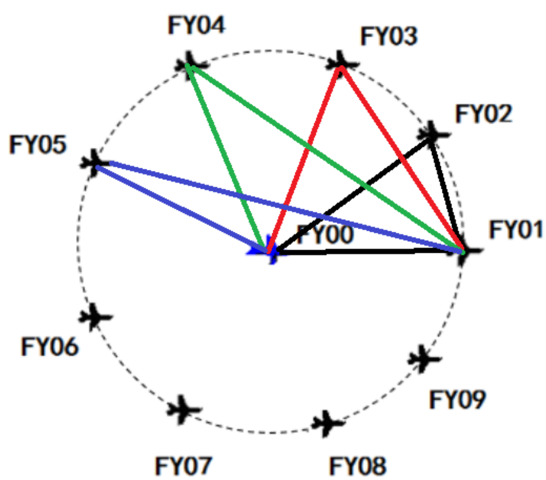

Figure 1: 发信机的位置情况

由于太多的情况分类会导致模型的适用性有所下降，因此我们考虑不同的位置情况的通用描述量，即两架发信机与FY00形成的夹角。引入这个夹角作为模型的考虑变量，我们就将所有情况成功地在一个模型当中表达了出来。

2）接收机的位置关系

这里接收机的夹角取值范围是 $[0,\pi]$. 用 $\mathbb{R}^2$ 上的标准内积, 计算公式为

$$\angle BAC = \arccos\left(\frac{\langle A-B, A-C\rangle}{||A-B||_2||A-C||_2}\right), \quad A, B, C \in \mathbb{R}^2.$$

5.1.2 模型建立

已知接收机与三架发射发信机形成的三个夹角, 接收机的位置可以被唯一确定。

Theorem 1 (定位基本定理)**.** *设 $O, A, B \in \mathbb{R}^2$ 互不相同, $\alpha, \beta, \gamma \in [0,\pi]$, 则满足 $\angle OCA = \alpha$, $\angle OCB = \beta$, $\angle BCA = \gamma$ 的点 C 至多只有一个. 即若 C 存在, 则 C 能被唯一确定.*

Proof. 满足 $\angle OCA = \alpha$ 的点 C 的轨迹是圆弧或者直线. 考虑满足 $\angle OCA = \alpha, \angle OCB = \beta$ 的点 C. 这两个不重合圆弧或圆弧与直线或两条直线之间最多有两个交点. 若交点存在, 必有一个是 O, 而 O 符合条件仅当 $\alpha = \beta = k\pi$. 此时 O 是两直线的唯一交点. 否则, 符合条件的 C 只可能为剩下一个交点或不存在. □

通过引入发信机之间的夹角作为变量，我们考虑建立以下的基本数学模型：

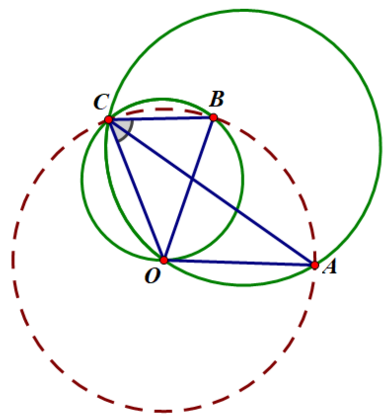

Figure 2: 无人机定位系统的几何模型

以 O 为原点，OA 为 x 轴建立直角坐标平面，其中 A 点的坐标为 $(r, 0)$，B 为另一架信号外机，设 B 点的坐标为 $(rcos\theta, rsin\theta)$。同时，假设$\angle BCD = \beta, \angle ACO = \alpha$。由以上条件，得到 AOC 的圆周方程：

$$x^2 + y^2 - rx + \frac{r}{\tan\alpha}y = 0.$$

同样，得到 BOC 的圆周方程：

$$x^2 + y^2 + (-r\cos\theta - \frac{r\sin\theta}{\tan\beta})x + (\frac{r\cos\theta}{\tan\beta} - r\sin\theta)y = 0.$$

利用两个圆弧的交点，我们得到 C 点的坐标公式：

$$x_c = \frac{rA^2 - rA/\tan\alpha}{A^2+1}, \quad y_c = \frac{rA - r/\tan\alpha}{A^2+1}.$$

其中：

$$A = \frac{\frac{\cos\theta}{\tan\beta} - \sin\theta - \frac{1}{\tan\alpha}}{\cos\theta + \frac{\sin\theta}{\tan\beta} - 1}.$$

5.1.3 模型求解

通过基本的数学模型，我们设计算法对不同情况的点进行求解。考虑到接收机所处的位置不同，无法确定输入的角度的正负号，我们遍历一遍四种正负号的二元角度组，得到四个坐标定位。

Algorithm 1 无人机定位算法

Input: 接收的三个角度 α, β, γ,两架信息外机的编号m,n，可接受误差限 δ.

Initialize: $\theta = |m-n|\frac{2\pi}{9}$，$a^{(i)} = [\alpha, \alpha, -\alpha, -\alpha], b^{(i)} = [\beta, -\beta, \beta, -\beta], O = (0,0), A = (1,0), B = (cos\theta, sin\theta), i = 1.$

Output: 接收机的坐标 (x, y) (单位为百米).

Step1 计算

$$N = \frac{\frac{\cos\theta}{\tan b^{(i)}} - \sin\theta - \frac{1}{\tan a^{(i)}}}{\cos\theta + \frac{\sin\theta}{\tan b^{(i)}} - 1}.$$

Step2 计算

$$x = \frac{rN^2 - rN/\tan a^{(i)}}{N^2+1} \quad y = \frac{rN - r/\tan^{a^{(i)}}}{N^2+1} \quad temp = (x, y).$$

Step3 计算

$$\alpha_{temp} = \arccos(\frac{(temp-A)\cdot(O-A)}{|temp-A||O-A|})$$

$$\beta_{temp} = \arccos(\frac{(temp-B)(O-B)}{|temp-B||O-B|})$$

$$\gamma_{temp} = \arccos(\frac{(temp-A)(B-A)}{|temp-A||B-A|}).$$

Step4 如果存在 $|\alpha - \alpha_{temp}| \quad |\beta - \beta_{temp}| \quad |\gamma - \gamma_{temp}|$ 大于误差限 δ, 则 $i = i + 1$, 转至Step2, 直到满足误差限。

利用内积计算得到这四个坐标分别对应的三个夹角，与输入值比较，我们得以最终确定正确的坐标定位。于是，我们得到算法如下：

5.1.4 模型验证

我们设计相应的测试对我们的算法模型进行测试以验证算法的正确性。测试方案如下:
对于发送机不同夹角的4种情况进行测试模拟,每种情形测试100次，每次通过计算机随机选定一台编号的接收机，我们认为他的位置距离他的理想位置至多有20%的误差，此时给接收机提供三个发信机的三个角度信息，接收机通过该角度信息来借由第一问得到的算法算出自身的x轴坐标以及y轴坐标,与计算机模拟出的真实坐标进行比对，如果小于误差，我们认为定位正确。

5.2 第二问模型的建立与求解

5.3 第三问模型的建立与求解

注意到理想情况下FY01,FY04,FY07构成一个等边三角形，FY00是它的中心。第一步我们将固定FY00和FY01, 通过反复调整FY04和FY07，使得FY01,FY04,FY07构成以FY00为中心的等边三角形。下面的定理保证了这样调整进行得很快。

Theorem 2 (等边三角形定理)**.** 设 $O = (0,0)$, $C = (1,0)$, $A^{(0)} = (1+\Delta, -\frac{2\pi}{3} - \delta) \in \mathbb{R}^{\geq 0} \times S^1$. 用如下递归的方式构造点列 $\{B^{(i)}\}_{i\geq 1}$, $\{A^{(i)}\}_{i\geq 1}$: $B^{(i)} = (r_B^{(i)}, \theta_B^{(i)})$, $\theta_B^{(i)} \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 是第二象限中满足 $\angle CB^{(i)}O = \angle OB^{(i)}A^{(i-1)} = \frac{\pi}{6}$ 的点, $A^{(i)} = (r_A^{(i)}, -\theta_A^{(i)})$, $\theta_A^{(i)} \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 是第三象限中满足 $\angle CA^{(i)}O = \angle OA^{(i)}B^{(i)} = \frac{\pi}{6}$

的点(接下来构造 $B^{(i+1)}$, $A^{(i+1)}$). 则

$$\begin{aligned} r_A^{(i)} &= 1 + o((|\Delta| + |\delta|)^{(i)}), \quad r_B^{(i)} = 1 + o((|\Delta| + |\delta|)^{(i-1)}), \\ \theta_A^{(i)} &= \frac{2\pi}{3} + o((|\Delta| + |\delta|)^{(i)}), \quad \theta_B^{(i)} = \frac{2\pi}{3} + o((|\Delta| + |\delta|)^{(i-1)}). \end{aligned} \tag{1}$$

利用有限维 *Banach* 空间的范数等价性, 有序列 $A^{(i)}$, $B^{(i)}$ 分别依2-范数超线性收敛到 *(converge superlinearly under Euclidean norm to)* $(1, \frac{-2\pi}{3})$, $(1, \frac{2\pi}{3})$.

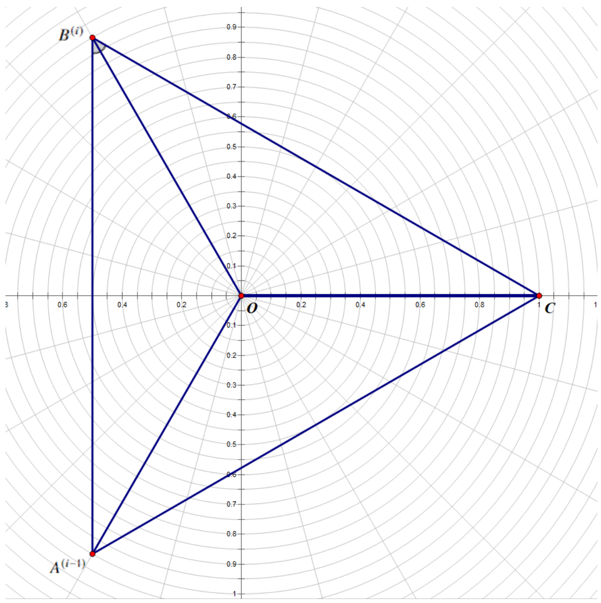

Figure 3: 从 $A^{(i-1)}$ 构造 $B^{(i)}$ 的过程

Proof. 不妨设 $r_A^{(i-1)} = 1 + \Delta_A^{(i-1)}, \theta_A^{(i-1)} = \frac{2\pi}{3} + \delta_A^{(i-1)}$. 根据几何关系，有

$$r_A^{i-1} \sin(\theta_B^{(i)} + \theta_A^{(i-1)} - \frac{7\pi}{6}) = \sin(\frac{5\pi}{6} - \theta_B^{(i)}) = \frac{1}{2} r_B^{(i)}.$$

做 Taylor 展开，忽略一阶小就有

$$\theta_B^{(i)} = \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}\delta_A^{(i-1)} - \frac{\sqrt{3}}{6}\Delta_A^{(i-1)} + o(|\Delta_A^{(i-1)}| + |\delta_A^{(i-1)}|), \quad r_B^{(i)} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\delta_A^{(i-1)} + \frac{1}{2}\Delta_A^{(i-1)} + o((|\Delta_A^{(i-1)}| + |\delta_A^{(i-1)}|).$$

利用旋转对称性，可得

$$\begin{aligned} \theta_A^{(i)} = \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}(-\frac{1}{2}\delta_A^{(i-1)} - \frac{\sqrt{3}}{6}\Delta_A^{(i-1)}) - \frac{\sqrt{3}}{6}(\frac{\sqrt{3}}{2}\delta_A^{(i-1)} + \frac{1}{2}\Delta_A^{(i-1)}) + o(|\Delta_A^{(i-1)}| + |\delta_A^{(i-1)}|) \\ = o(|\Delta_A^{(i-1)}| + |\delta_A^{(i-1)}|). \end{aligned} \tag{2}$$

同理 $r_A^{(i)} = o(|\Delta_A^{(i-1)}| + |\delta_A^{(i-1)}|)$. 利用数学归纳法可得结果. □

利用调整两个夹角为 $\frac{\pi}{6}$ 的方式，上面的定理保证了 FY04 和 FY07 能被快速地调整到理想位置。接下来我们假定 FY04 和 FY07 的位置正确，通过第一小问的方法即可定位所有其他飞机并调整他们到理想位置。

Algorithm 2 无人机位置调整算法

Input: 预计无人机位置与理想位置的径向绝对误差 Δ, 角向绝对误差 δ, 可接受误差限 δ_0.

Output:.

Step1 调整 FY04 的位置, 使得 FY04接收到的角度信息为 $\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$.

Step2 调整 FY07 的位置, 使得 FY04, FY07, FY00 的夹角与 FY00, FY07, FY01 的夹角均为 $\frac{\pi}{6}$.

Step3 回到 Step1, 重复 r 次. 其中 $(|\Delta|+|\delta|)^r \leq \delta_0$.

Step4 调整其他无人机到理想位置, 即对 $j \in \{2,3,5,6,8,9\}$, 计算 FY0j 在理想位置相对于 FY07, FY00, FY01 的夹角，并调整 FY0j 使得它与 FY07, FY00, FY01 的夹角与理想情况一致.

5.4 问题二模型的建立与求解

2 提供了一种调整位置的优秀方案，只要无人机队形中能找到一个接近等边三角形和它的中心的四架飞机，就可以很快地将他们调整到合适的位置，以便其他飞机参照。对于飞机队形的调整问题，我们仍延续上一问的思路。首先固定三架发信机 A, O, B, 接收机 C 按照 COB 都处于理想位置时计算得到的理想角度进行调整。由于我们仅考虑相对角度和距离，不妨设 O, C 处于理想位置。考虑到 B 可能都有偏差, 此时 A 与理想位置之间也会有些许偏差。然后再用同样的方法调整 A 的位置，此时 BOC 作为发信机。如此重复下去相互调整 B, A 位置。下面的定理保证了只要 B, C 的初始位置接近理想位置，且四架飞机之间的位置关系满足一定条件，这样的调整方案是收敛的。此外，定理还给出了快速收敛时四架飞机位置需要满足的条件。定理可以自然地推出等边三角形定理。这个定理有一定的技术性，在此省略了部分计算过程，但是其证明思想与等边三角形定理一致。

Theorem 3 (三角调整收敛定理)**.** 设 $O=(0,0)$, $C=(1,0)$. 取 $A_0=(r_A,-\theta_A)$, $B_0=(r_B,\theta_B)$ 为目标位置, 点 O 位于三角形 A_0B_0C 的内部. 固定 $\angle OCB_0=\alpha_1$, $\angle OCA_0=\beta_1$, $\angle OB_0A_0=\alpha_2$, $\angle OB_0C=\beta_2$, $\angle OA_0C=\alpha_3$, $\angle OA_0B_0=\beta_3$, 用如下递归的方式构造点列 $\{B^{(i)}\}_{i\geq 1}$, $\{A^{(i)}\}_{i\geq 1}$: 先找到 $B^{(i)}=(r_B^{(i)},\theta_B^{(i)})$ 满足 $\angle A^{(i-1)}B^{(i)}O=\alpha_2$, $\angle CB^{(i)}O=\beta_2$, 再找到 $A^{(i)}=(r_A^{(i)},-\theta_A^{(i)})$, 满足 $\angle CA^{(i)}O=\alpha_3$, $\angle OA^{(i)}B^{(i)}=\beta_3$. 如此重复下去. 则

$$\theta_A^{(i)}-\theta_A = X(\theta_A^{(i-1)}-\theta_A)+Y(r_A^{(i-1)}-r_A)+o(|\theta_A^{(i-1)}-\theta_A|+|r_A^{(i-1)}-r_A|).$$

和

$$r_A^{(i)}-r_A=-\cot\alpha_2(\theta_A^{(i)}-\theta_A)+o(|\theta_A^{(i-1)}-\theta_A|+|r_A^{(i-1)}-r_A|).$$

其中,

$$X=\frac{\cot\beta_3(\cot\alpha_2-\cot\alpha_1)}{(\cot\alpha_1+\cot\beta_3)(\cot\alpha_2+\cot\beta_1)},\quad Y=\frac{(\cot\alpha_2-\cot\alpha_1)}{(\cot\alpha_1+\cot\beta_3)(\cot\alpha_2+\cot\beta_1)}.$$

特别地, 若 $|X|+|Y|\leq 1$ 则点列 $A^{(i)}$, $B^{(i)}$ 线性收敛*(linearly convergent)*到 A_0, B_0. 该收敛是超线性*(superlinear)* 的当且仅当 $\alpha_2=\alpha_1$.

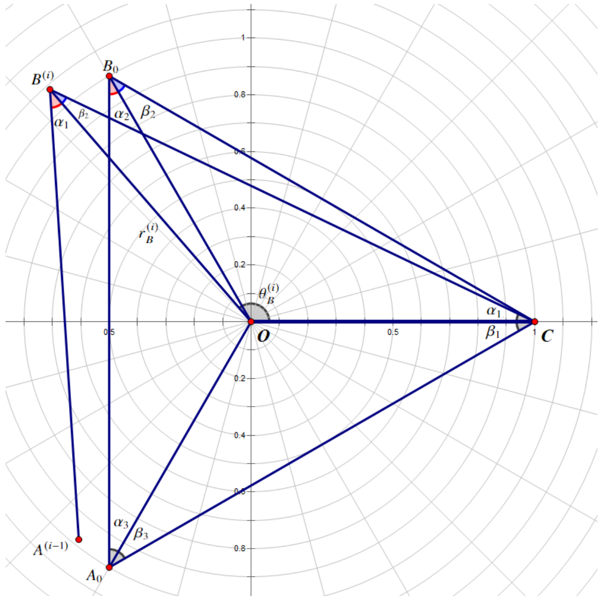

Figure 4: 从 $A^{(i-1)}$ 构造 $B^{(i)}$ 的过程

Proof. 这个定理是等边三角形定理的推广. 根据几何关系, 有

$$\frac{1}{\sin\beta_2} = \frac{r_B^{(i)}}{\sin(\alpha_1+\theta_B-\theta_B^{(i)})}, \quad \frac{r_A^{(i-1)}}{\sin\alpha_2} = \frac{r_B^{(i)}}{\sin(\beta_3-\theta_B+\theta_B^{(i)}-\theta_A+\theta_A^{(i-1)})}.$$

做 Taylor 展开, 忽略高阶小, 有

$$\theta_B^{(i)}-\theta_B = \frac{-\cot\alpha_2}{\cot\beta_3+\cot\alpha_1}(\theta_A^{(i-1)}-\theta_A) + \frac{-1}{\cot\beta_3+\cot\alpha_1}(r_A^{(i-1)}-r_A) + o(|\theta_A^{(i-1)}-\theta_A|+|r_A^{(i-1)}-r_A|),$$

且

$$r_B^{(i)}-r_B = -\cot\alpha_1(\theta_B^{(i)}-\theta_B) + o(|\theta_A^{(i-1)}-\theta_A|+|r_A^{(i-1)}-r_A|).$$

利用对称性再次操作, 就得到了

$$\theta_A^{(i)}-\theta_A = X(\theta_A^{(i-1)}-\theta_A) + Y(r_A^{(i-1)}-r_A) + o(|\theta_A^{(i-1)}-\theta_A|+|r_A^{(i-1)}-r_A|).$$

在等边三角形定理的情况中, $\alpha_1=\alpha_2=\frac{\pi}{6}$, 此时 $X=Y=0$, 故有 $\theta_A^{(i)}-\theta_A = o(|\theta_A^{(i-1)}-\theta_A|+|r_A^{(i-1)}-r_A|)$ 是2范数意义下的超线性收敛(利用有限维空间范数等价性). □

对于给定的飞机队形，我们首先找到满足定理条件的四架飞机，用定理给出的方式调整位置。进行足够多次迭代后，再利用调整好的飞机确定其他飞机的位置。下面笔者给出一些满足 $\alpha_1=\alpha_2$ 的图形。可以发现，在一般的规则队形中，这样的图形是常见的，例如题目中给出的锥形编队。如果找不到这样的图形，我们可以找到 $|X|+|Y|$ 最小即收敛速度最快的调整方法。

六、模型检验与灵敏度分析

模型的分析与检验的内容也可以放到模型的建立与求解部分，这里我们单独抽出来进行讲解，因为这部分往往是论文的加分项，很多优秀论文也会单独抽出一节来对这个内容进行讨论。

模型的分析：在建模比赛中模型分析主要有两种，一个是灵敏度(性)分析，另一个是误差分析。灵敏度分析是研究与分析一个系统（或模型）的状态或输出变化对系统参数或周围条件变化的敏感程度的方法。其通用的步骤是：控制其他参数不变的情况下，改变模型中某个重要参数的值，然后观察模型的结果的变化情况。误差分析是指分析模型中的误差来源，或者估算模型中存在的误差，一般用于预测问题或者数值计算类问题。

模型的检验：模型检验可以分为两种，一种是使用模型之前应该进行的检验，例如层次分析法中一致性检验，灰色预测中的准指数规律的检验，这部分内容应该放在模型的建立部分；另一种是使用了模型后对模型的结果进行检验，数模中最常见的是稳定性检验，实际上这里的稳定性检验和前面的灵敏度分析非常类似。

七、模型的评价、改进与推广

注：本部分的标题需要根据你的内容进行调整，例如：如果你没有写模型推广的话，就直接把标题写成模型的评价与改进。很多论文也把这部分的内容直接统称为“模型评价”部分，也是可以的。

7.1 模型的优点

优缺点是必须要写的内容，改进和推广是可选的，但还是建议大家写，实力比较强的建模者可以在这一块充分发挥，这部分对于整个论文的作用在于画龙点睛。

7.2 模型的缺点

缺点写的个数要比优点少

7.3 模型的改进

主要是针对模型中缺点有哪些可以改进的地方[1]；

7.4 模型的推广

将原题的要求进行扩展[2]，进一步讨论模型的实用性和可行性[3]。

References

[1] Hannes Risken. Fokker-planck equation. In *The Fokker-Planck Equation*, pages 63–95. Springer, 1996.

[2] OE5889510996 Rossler. An equation for hyperchaos. *Physics Letters A*, 71(2-3):155–157, 1979.

[3] HP McKean Jr. Nagumo's equation. *Advances in mathematics*, 4(3):209–223, 1970.

(所有引用他人或公开资料(包括网上资料)的成果必须按照科技论文的规范列出参考文献，并在正文引用处予以标注。

常见的三种参考文献的表达方式（标准不唯一）：书籍的表述方式为： [编号] 作者，书名，出版地：出版社，出版年月。期刊杂志论文的表述方式为： [编号] 作者，论文名，杂志名，卷期号：起止页码，出版年。网上资源(例如数据库、政府报告)的表述方式为： [编号] 作者，资源标题，网址，访问时间。)

附录

附录1
介绍：支撑材料的文件列表

附录2
介绍：该代码是某某语言编写的，作用是什么

除了支撑材料的文件列表和源程序代码外，附录中还可以包括下面内容：

- 某一问题的详细证明或求解过程；
- 自己在网上找到的数据；
- 比较大的流程图；
- 较繁杂的图表或计算结果