

Trabalho sobre zero de funções

⇒ Método da Bisseção

$$x_{TS} = 1 \quad (\text{solução teórica})$$

$$x_{NS} = \frac{a+b}{2} \quad (\text{solução numérica})$$

$$ERR = \left| \frac{x_{TS} - x_{NS}}{x_{TS}} \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 0 \\ b = 3 \end{array} \right\} \text{intervalo } [0, 3]$$

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \text{função escolhida}$$

n	x_{NS}	ERR
1	1,500	0,500
2	0,750	0,250
3	1,125	0,125
4	0,837	0,0625
5	1,031	0,031

1ª iteração

$$x_{NS} = \frac{0+3}{2} = 1,500 \quad ERR = \left| \frac{1 - 1,5}{1} \right| = 0,500$$

$$f(a) \cdot f(x_{NS}) = -1,25$$

$$b = 1,5$$

2ª iteração

$$x_{NS} = \frac{0+1,5}{2} = 0,750 \quad ERR = \left| \frac{1 - 0,75}{1} \right| = 0,250$$

$$f(a) \cdot f(x_{NS}) = 0,4375$$

$$a = 0,75$$

3ª iteração

$$x_{NS} = \frac{0,75+1,5}{2} = 1,125 \quad ERR = \left| \frac{1 - 1,125}{1} \right| = 0,125$$

$$f(a) \cdot f(x_{NS}) = -0,1162$$

$$b = 1,125$$

4ª iteração

$$x_{ns} = \frac{0,75 + 1,125}{2} = 0,9375$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,9375}{1} \right| = 0,0625$$

$$f(x_{ns}) = 0,0529$$

$$a = 0,9375$$

5ª iteração

$$x_{ns} = \frac{0,9375 + 1,125}{2} = 1,03125$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,03125}{1} \right| = 0,03125$$

finalizado

Método Regula Falsi

$$x_{TS} = 1$$

$$x_{NS} = \frac{a f(b) - b f(a)}{f(b) - f(a)}$$

$$ERR = \left| \frac{x_{TS} - x_{NS}}{x_{TS}} \right|$$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 0 \\ b = 3 \end{array} \right\} \text{intervalo } [0, 3]$$

1ª iteração

$$x_{NS} = \frac{0 f(3) - 3 f(0)}{f(3) - f(0)} = 0,333$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,333}{1} \right| = 0,667$$

$$f(a) f(x_{NS}) = 0,889$$

$$a = 0,333$$

2ª iteração

$$x_{NS} = \frac{0,333 f(3) - 3 f(0,333)}{f(3) - f(0,333)} = 0,599$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,599}{1} \right| = 0,400$$

$$f(a) f(x_{NS}) = 0,540$$

$$a = 0,599$$

3ª iteração

$$x_{NS} = \frac{0,599 f(3) - 3 f(0,599)}{f(3) - f(0,599)} = 0,777$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,777}{1} \right| = 0,222$$

$$f(a) f(x_{NS}) = 0,254$$

$$a = 0,777$$

n	x_{NS}	ERR
1	0,333	0,667
2	0,599	0,400
3	0,777	0,222
4	0,881	0,117
5	0,938	0,060

4ª iteração

$$x_{ns} = \frac{0,777 f(3) - 3 f(0,777)}{f(3) - f(0,777)} = 0,881 \quad ERR = \left| \frac{1 - 0,881}{1} \right| = 0,117$$

$$f(\alpha) f(x_{ns}) = 0,088$$

$$\alpha = 0,881$$

5ª iteração

$$x_{ns} = \frac{0,881 f(3) - 3 f(0,881)}{f(3) - f(0,881)} = 0,938 \quad ERR = \left| \frac{1 - 0,938}{1} \right| = 0,060$$

⇒ Método de Newton-Raphson

$$x_{TS} = 1$$

$$x_{NS} = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f'(x) = 2x$$

$$ERR = \left| \frac{x_{TS} - x_{NS}}{x_{TS}} \right|$$

$$a = 3 \quad (\text{Estimativa inicial})$$

un	x_{NS}	ERR
1	1,667	0,667
2	1,133	0,133
3	1,007	0,007
4	1,000	0,000
5	1,000	0,000

1ª iteração

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,667}{1} \right| = 0,667$$

$$x_{NS} = 3 - \frac{f(3)}{f'(3)} = 1,667$$

$$a = 1,667$$

2ª iteração

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,133}{1} \right| = 0,133$$

$$x_{NS} = 1,667 - \frac{f(1,667)}{f'(1,667)} = 1,133$$

$$a = 1,133$$

3ª iteração

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,007}{1} \right| = 0,007$$

$$x_{NS} = 1,133 - \frac{f(1,133)}{f'(1,133)} = 1,007$$

$$a = 1,007$$

4ª iteração

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,000}{1} \right| = 0,000$$

$$x_{NS} = 1,007 - \frac{f(1,007)}{f'(1,007)} = 1,000$$

$$a = 1,000$$

5ª iteração

$$x_{NS} = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1,000$$

$$ERR = \left| \frac{1-1}{1} \right| = 0,000$$

⇒ Método do Ponto Fixo

$$x_{TS} = 1 \quad a = 2 \text{ (solução inicial)}$$

$$x_{NS} = g(x)$$

onde

$$g(x) = \frac{x + e^x}{1 + xe^x}$$

como

$$f(x) = 0 = x^3 - 1$$

multiplicando por e^x , temos

$$e^x(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0$$

ou seja

$$e^x x^3 - e^x = 0$$

somando "x" em ambos os lados, temos

$$e^x x^3 - e^x + x = x$$

$$e^x x^3 + x = x + e^x \text{ ou } x(e^x x + 1) = x + e^x$$

$$x = \frac{x + e^x}{1 + xe^x} = g(x)$$

1ª iteração

$$x_{NS} = g(a) = 0,595$$

$$a = 0,595$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,595}{1} \right| = 0,404$$

2ª iteração

$$x_{NS} = g(a) = 1,158$$

$$a = 1,158$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,158}{1} \right| = 0,158$$

3ª

$$x_{NS} = g(a) = 0,926$$

$$a = 0,926$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,926}{1} \right| = 0,073$$

4ª

$$x_{NS} = g(a) = 1,033$$

$$a = 1,033$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,033}{1} \right| = 0,033$$

5ª

$$x_{NS} = g(a) = 0,985$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 0,985}{1} \right| = 0,015$$

it	x_{NS}	ERR
1	0,595	0,404
2	1,158	0,158
3	0,926	0,073
4	1,033	0,033
5	0,985	0,015

⇒ Método da Secante

$$x_{TS} = 1 \quad f(x) = x^2 - 1$$

$$x_{NS} = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}$$

$$ERR = \left| \frac{x_{TS} - x_{NS}}{x_{TS}} \right|$$

$$a = 2 \quad (x_i) \text{ (solução atual)}$$

$$b = 3 \quad (x_{i-1}) \text{ (solução anterior)}$$

n	x_{NS}	ERR
1	1,4	0,400
2	1,117	0,117
3	1,018	0,018
4	1,001	0,001
5	1,000	0,000

1ª iteração

$$x_{NS} = 2 - \frac{f(2)(3-2)}{f(3)-f(2)} = 1,400$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,4}{1} \right| = 0,400$$

$$b = 2$$

$$a = 1,4$$

2ª iteração

$$x_{NS} = 1,4 - \frac{f(1,4)(2-1,4)}{f(2)-f(1,4)} = 1,117$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,117}{1} \right| = 0,117$$

$$b = 1,4$$

$$a = 1,117$$

3ª iteração

$$x_{NS} = 1,117 - \frac{f(1,117)(1,4-1,117)}{f(1,4)-f(1,117)} = 1,018$$

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,018}{1} \right| = 0,018$$

$$b = 1,117$$

$$a = 1,018$$

4ª iteração

$$ERR = \left| \frac{1 - 1,001}{1} \right| = 0,001$$

$$X_{ns} = 1,018 - \frac{f(1,018)(1,117 - 1,018)}{f(1,117) - f(1,018)} = 1,001$$

$$b = 1,018$$

$$a = 1,000$$

5ª iteração

$$X_{ns} = 1 - \frac{f(1)(1,018 - 1)}{f(1,018) - f(1)} = 1,000 \quad ERR = \left| \frac{1 - 1,000}{1} \right| = 0,000$$