



# TIB29 – Struktur Data dan Algoritma

## **PERINGATAN HAK CIPTA**

**Segala materi ini merupakan milik Universitas Bunda Mulia yang dilindungi oleh hak cipta.**

**Materi ini hanya untuk dipergunakan oleh mahasiswa Universitas Bunda Mulia dalam rangkaian proses perkuliahan.**

**Dilarang keras untuk mendistribusikannya dalam bentuk apapun.**

**Pelanggaran terhadap hak cipta ini dapat dikenakan sanksi hukum sesuai dengan perundang-undangan yang berlaku.**

**© Universitas Bunda Mulia**

# **PERINGATAN HAK CIPTA**

**Segala materi ini merupakan milik Universitas Bunda Mulia yang dilindungi oleh hak cipta.**

**Dilarang keras untuk mengunduh dan atau merekam dan atau mendistribusikannya dalam bentuk apapun.**

**Materi ini hanya untuk dipergunakan oleh mahasiswa Universitas Bunda Mulia dalam rangkaian proses perkuliahan.**

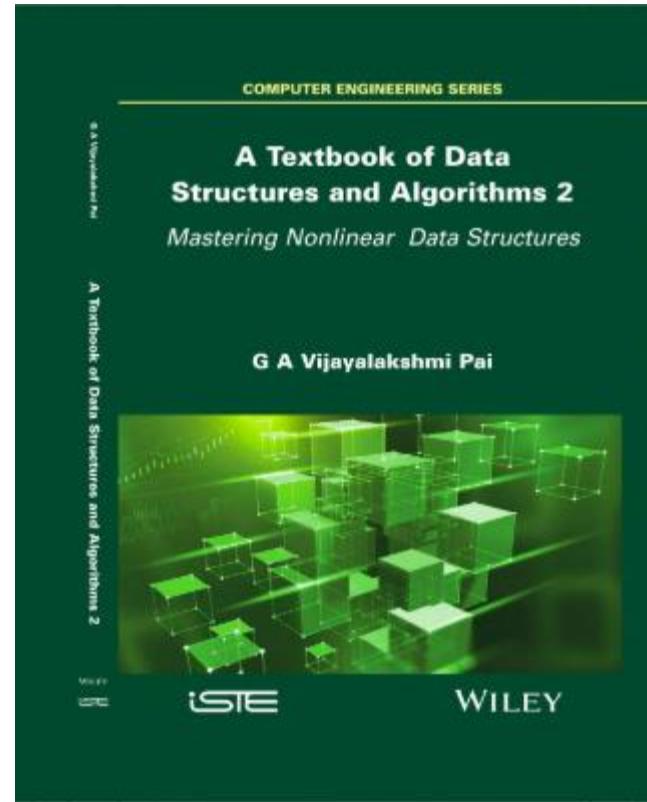
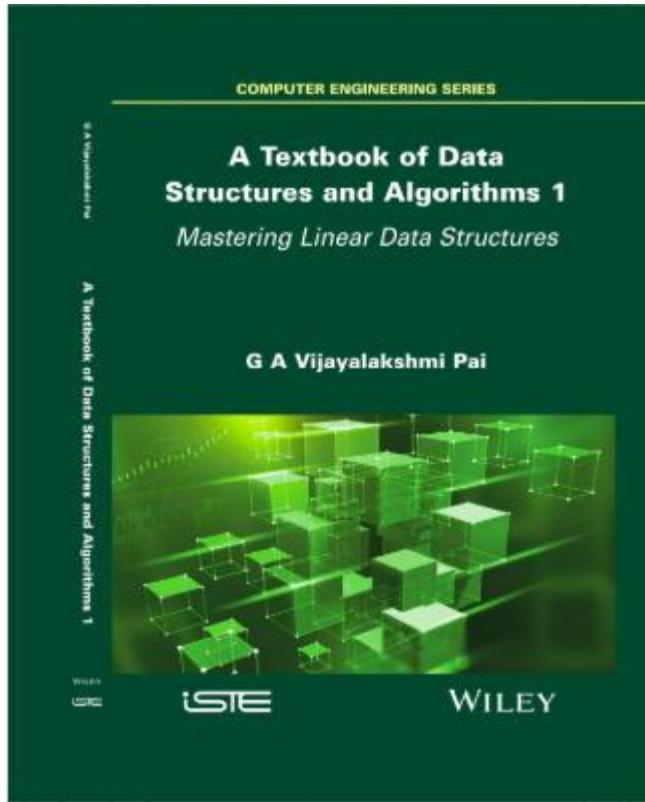
**Pelanggaran terhadap hak cipta ini dapat dikenakan sanksi hukum sesuai dengan perundang-undangan yang berlaku**

**© 2024 Universitas Bunda Mulia**



# *Tree dan Binary Tree*

# Diadopsi Dari Sumber:



# Sub-CPMK

- Mahasiswa mampu membentuk binary tree dan melakukan penelusuran binary tree. (C3, A3)

## Materi

1. Tree
2. Pengertian Binary Tree
3. Menambah Simpul
4. Binary Tree Traversal
5. Menemukan Induk Node
6. Menghapus simpul



# 1. Tree

## 1.1 *Trees*

- *Tree* adalah Struktur data yang diakses mulai dari simpul akar sampai ujung-ujung daun.
- *Tree* merupakan *graph* terhubung yang berurutan, tidak berputar dan tidak berarah.

## 1.1 Trees (Lanj.)

- Setiap simpul berupa daun atau simpul internal.
- Simpul internal memiliki satu atau lebih simpul anak dan disebut induk dari simpul anaknya.
- Semua anak dari simpul yang sama adalah saudara.
- *Tree* pada struktur data berlawanan dengan pohon secara fisik, akarnya biasanya digambarkan di bagian atas struktur, dan daunnya digambarkan di bagian bawah.

## 1.1 Trees (Lanj.)

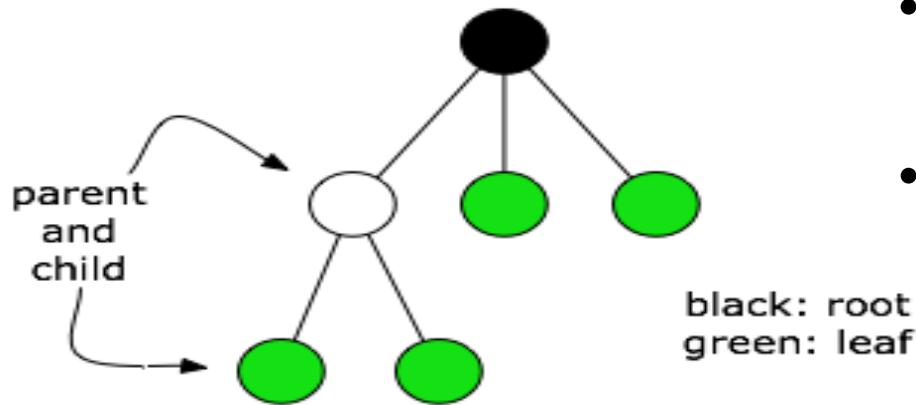


Figure: tree data structure

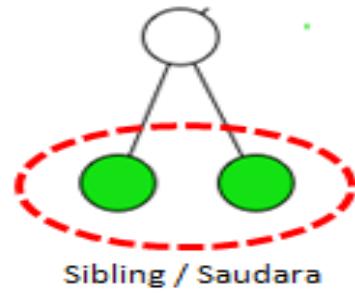
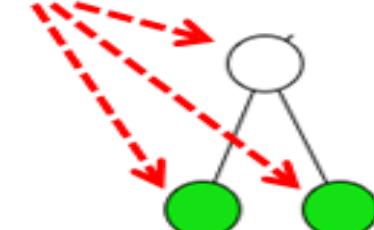
- Terdiri dari nodes/simpul dan panah
- Digambarkan terbalik dengan akar di bagian atas dan daun di bagian bawah

## 1.2 Terminologi

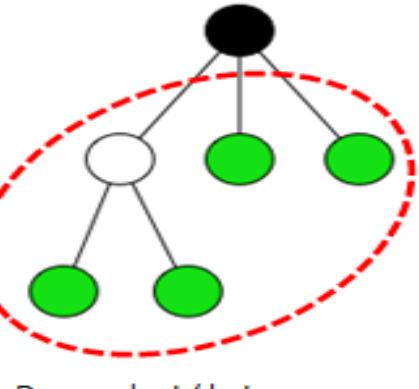
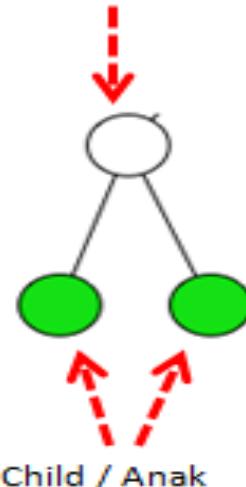
- Node / Vertex / Simpul
  - Referensi pada struktur data
  - Sekumpulan informasi yang berada pada sebuah lokasi memory
- *Parent/Induk*
- *Child/Anak*
- *Sibling/Saudara*
- *Descendant / keturunan*
- *Ancestor / leluhur*
- *Root / Akar:* node/simpul paling awal, hanya satu *item* dan tidak punya induk
- *Leaf / Daun / Internal node:* Node/simpul pada *tree* yang paling ujung / tidak punya anak

# 1.2 Terminologi (Lanj.)

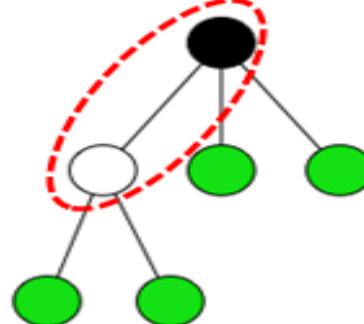
Node/vertex/simpul



Parent/Induk

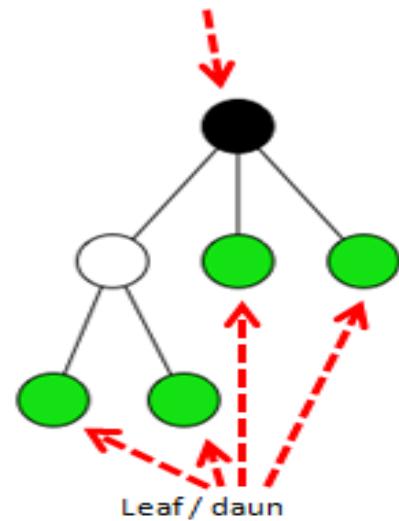


Ancestor / leluhur



Descendant / keturunan

Root / Akar

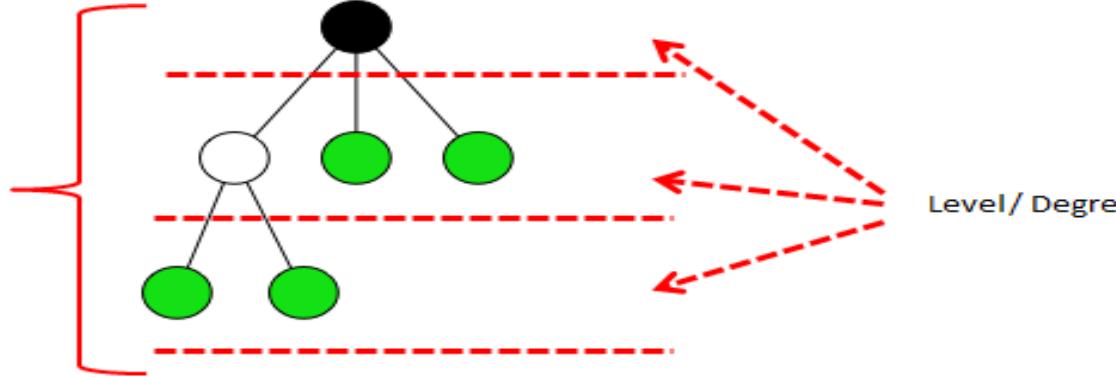


## 1.2 Terminologi (Lanj.)

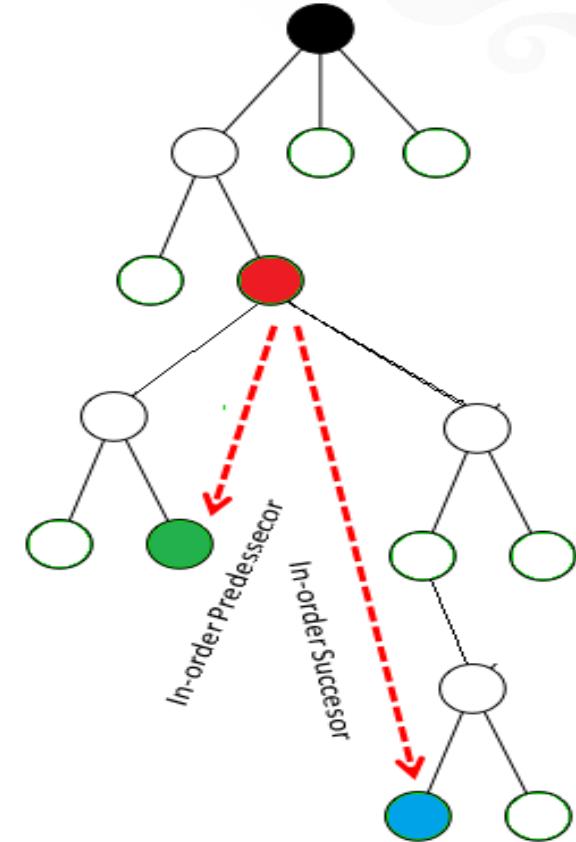
- Level / *Degree*
- *Height* (ketinggian) / *depth* (kedalaman)
- Predecesor (*intermediate predecessor*) : Sel pendahulu, dalam *tree traversal* adalah yang dikunjungi terlebih dahulu
- Suksesor (*Successor*): sel berikut, dalam *tree traversal* adalah sel berikut yang akan dikunjungi

## 1.2 Terminologi (Lanj.)

High (Ketinggian) / Depth (kedalaman)



Level / Degree



## 1.3 Jenis *Tree*

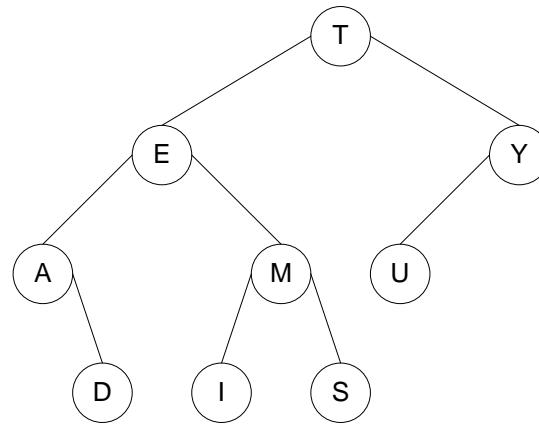
Dua jenis *tree*

- *Binary Tree*
- *Multiary Tree (n-Ary Tree)*

## 2. Pengertian *Binary Tree*

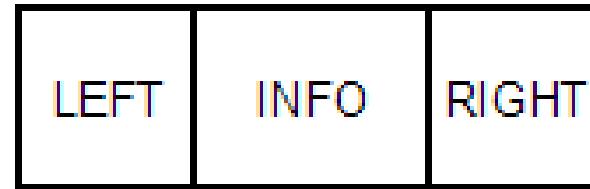
## 2.1 *Binary Tree*

- *Tree* dengan paling banyak dua anak pada tiap node nya disebut *binary Tree*.

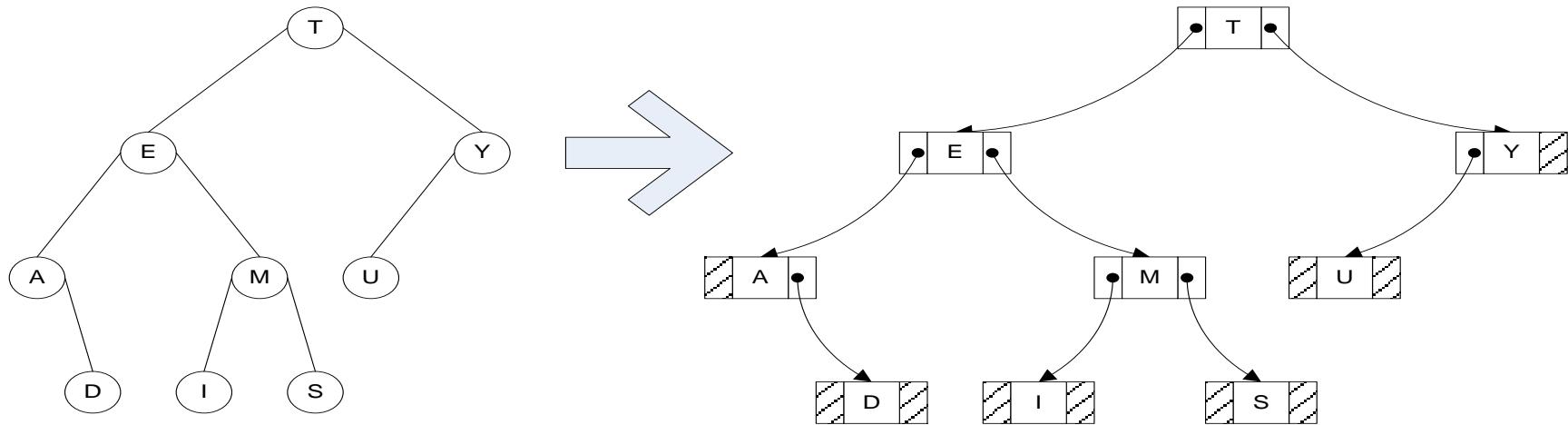


## 2.2 Implementasi *Binary Trees* Dengan *Linked List*

- *Element*
  - *Information*
  - *Left link* → *link to the child node at the left side*
  - *Right link* → *link to the child node at the right side*



## 2.2 Implementasi *Binary Trees* Dengan *Linked List* (Lanj.)



### 3. Menambah Simpul

## 3.1 Menambah Simpul

- Menempatkan sebuah *key* baru pada *binary tree*
- Menambah simpul ada dua orientasi yaitu *left-to-Right* dan *Right-to-Left*
- Untuk *Left-to-Right*: Setiap *key* pada kanan *subtree* harus lebih besar dari setiap *key* di kiri *subtree* (berlaku kebalikannya untuk *Right-to-Left*)
- *Rules:*
  - Jika *key* baru lebih besar dari node induk, arahkan ke node anak sebelah kanan
  - Jika *key* baru lebih kecil dari node induk, arahkan ke node anak sebelah kiri
  - Ulangi proses di atas sampai didapatkan node yang tidak memiliki *leaf*
  - Tempatkan *key* baru pada sebagai kanan atau kiri node berdasarkan dua kondisi pertama di atas

## 4. *Binary Tree Traversal*

## 4.1 *Tree Traversal*

- Proses mengunjungi setiap simpul pada *tree/pohon biner* tepat satu kali untuk setiap node
- Dapat juga ditafsirkan sebagai meletakkan semua node pada satu baris atau linearisasi *tree/pohon*
- Dapat dilakukan dari kiri ke kanan ataupun dari kanan ke kiri.
- Ada tiga metode *Traversal*:
  - *Pre-Order Traversal*
  - *In-Order Traversal*
  - *Post-Order Traversal*

## 4.2 Notasi *Tree Traversal*

- V – *Visiting a node* (mengunjungi Simpul)
- L – Melintasi *subtree* ke kiri (*Left*)
- R – Melintasi *subtree* ke kanan (*Right*)

## 4.3 Left To Right Traversal

Mengunjungi setiap *node* pada *tree* secara rekursif pada kiri dan kanan *subtrees* suatu simpul.

- *Preorder*: V-L-R
  - *visiting the node*
  - *traversing the left subtree*
  - *traversing the right subtree*
- *Postorder*: L-R-V
  - *traversing the left subtree*
  - *traversing the right subtree*
  - *visiting the node*.
- *inorder*: L-V-R
  - *visiting the left subtree*
  - *visiting the node*
  - *traversing the right subtree*.

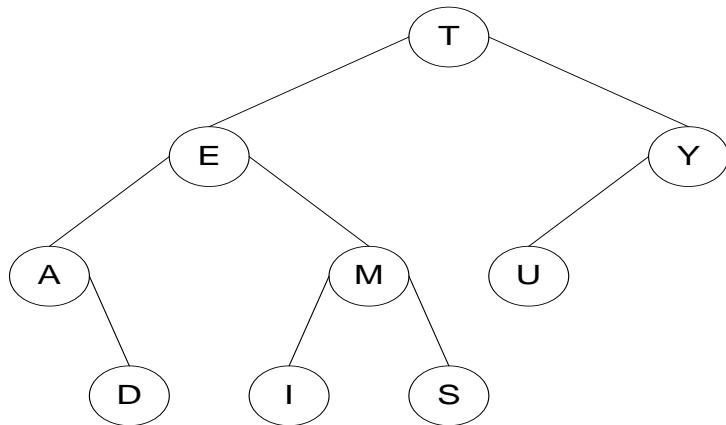
## 4.4 Right to Left Traversal

Kebalikan dari *Left-to-Right*, proses *traversal* dilakukan secara rekursif dari kanan ke kiri

- *Preorder*: V-R-L
  - visiting the node
  - traversing the right subtree
  - traversing the left subtree
- *Postorder*: R-L-V
  - traversing the right subtree
  - traversing the left subtree
  - visiting the node.
- *inorder*: R-V-L
  - traversing the right subtree.
  - visiting the node
  - visiting the left subtree

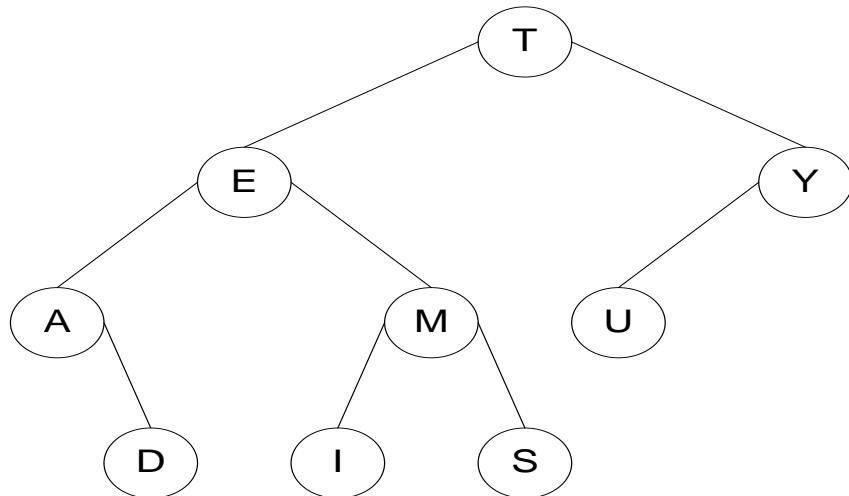
Pembahasan Tree Traversal berikut ini berdasarkan Left-To-Right Traversal, untuk penggunaan Right-To-Left Traversal dapat menyesuaikan

## 4.5 Pre-order Traversal



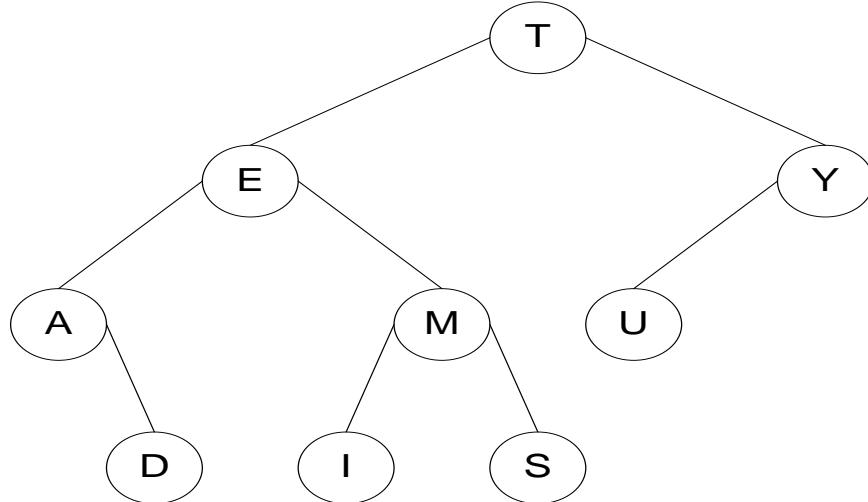
*root - Visiting T – go left (E) – Visiting E – go left (A) – visiting A – go right (D) – visiting D – go parent (A) – go parent (E) – go right (M) – visiting M – go left (I) – visiting I – go parent (M) – go right (S) – visiting S – go parent (M) – go parent (E) – go parent (T) – go right (Y) – visiting Y – go left (U) – visiting U – finish*

## 4.6 Post-order Traversal



*root - go left (E) – go left (A)  
– go parent A – go right (D) –  
visiting D – go parent A –  
visiting A – go parent E – go  
right (M) – go left (I) –  
Visiting I - go parent M – go  
right (S) – visiting S – go  
parent M – visiting M – go  
parent E – visiting E – go  
parent T – go right (Y) – go  
left (U) – visiting U – go  
parent (Y) – visiting Y – go  
parent (T) – visiting T – finish*

## 4.7 In-Order Traversal

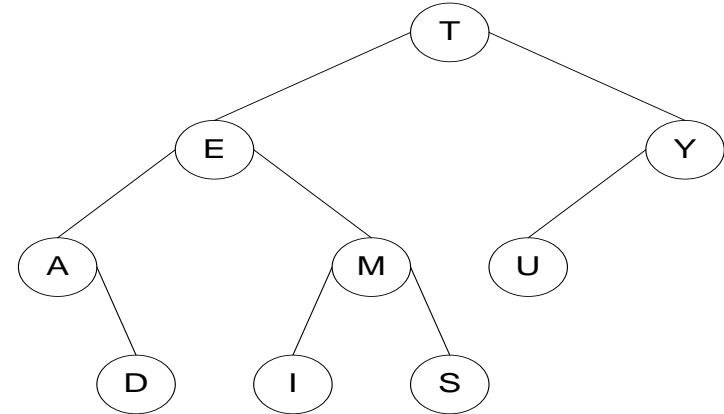


*root (T) – go left (E) – go left (A) – visiting A – go right(D) – visiting D – go parent (A) – go parent (E) – visiting E – go right (M) – go left(I) - visiting I – go parent (M) – visiting M - go right (S) – visiting S – go parent (M) – go parent (E) – go parent (T) – visiting T – go right (Y) – go left (U) – visiting U – go parent (Y) – visiting Y – finish*

## 5. Menemukan Induk Node

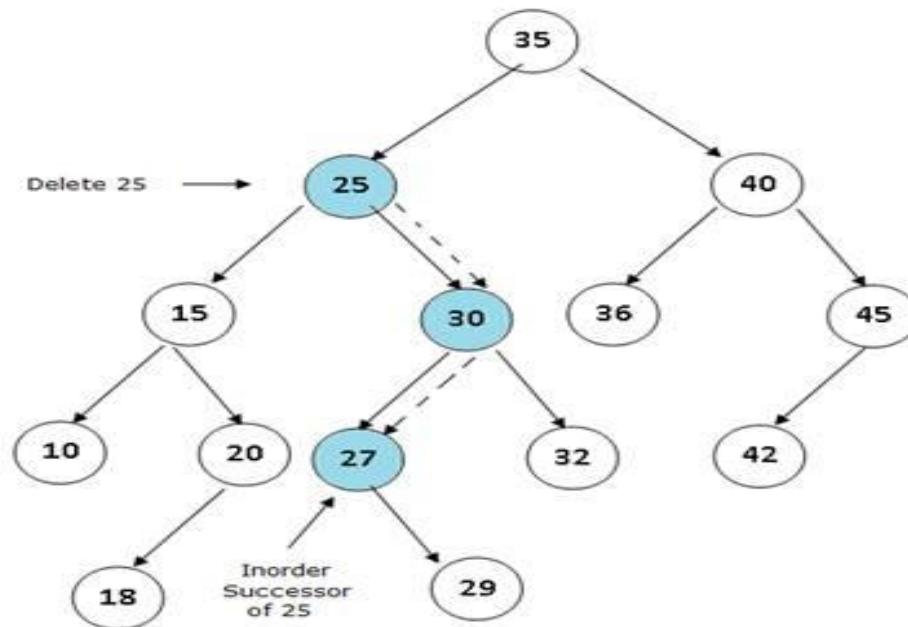
## 5.1 Predecessor dan Successor

- Berdasarkan dari metode Traversal yang digunakan
- Predesesor (*Predecessor*) adalah node yang baru saja dikunjungi
- Suksesor (*Succesor*) adalah node yang akan dikunjungi
- Contoh pada *Traversal inorder* dari *tree* disamping:
- *Inorder-traversal: A-D-E-I-M-B-T-U-Y*
- Maka predesesor dari T adalah S, sedangkan suksesor dari T adalah U



## Contoh Inorder Successor of node 25

Secara inorder, maka didapat successor dari 25 adalah 27



Sumber gambar: <http://vle.du.ac.in/mod/book/view.php?id=5726&chapterid=3023>

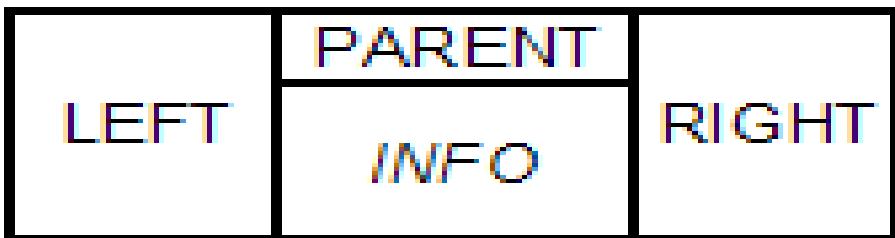
## 4.2 Menemukan Induk Dari Suatu Node

Dapat dilakukan dengan cara:

- Telusuri dari *root* sampai didapatkan induk dari node yang akan diproses → Pasti berhasil, tapi memakan waktu
- Gunakan *tree* dengan *link* ke induk → memerlukan *memory* yang lebih banyak, tapi setidaknya lebih baik daripada ide di atas
- Gunakan *Threaded Tree*

## 4.3 Tree Dengan Link Induk

- *Binary Tree* dimana setiap node nya memiliki informasi link ke induk
- *Elements:*
  - *Info*
  - *Left Child Link*
  - *Right Child Link*
  - *Parent Link*



## 4.4 *Threaded Tree*

- Pohon pencarian biner di mana masing-masing *node* menggunakan tautan anak kiri yang kosong untuk merujuk ke *node in-order predecessor* induk dan tautan anak kosong yang kanan untuk merujuk ke *node in-order successor* Induk dari Induk (*grand parent*)

<http://www.nist.gov/dads/HTML/threadedtree.html>

(October 17<sup>th</sup> 2008)

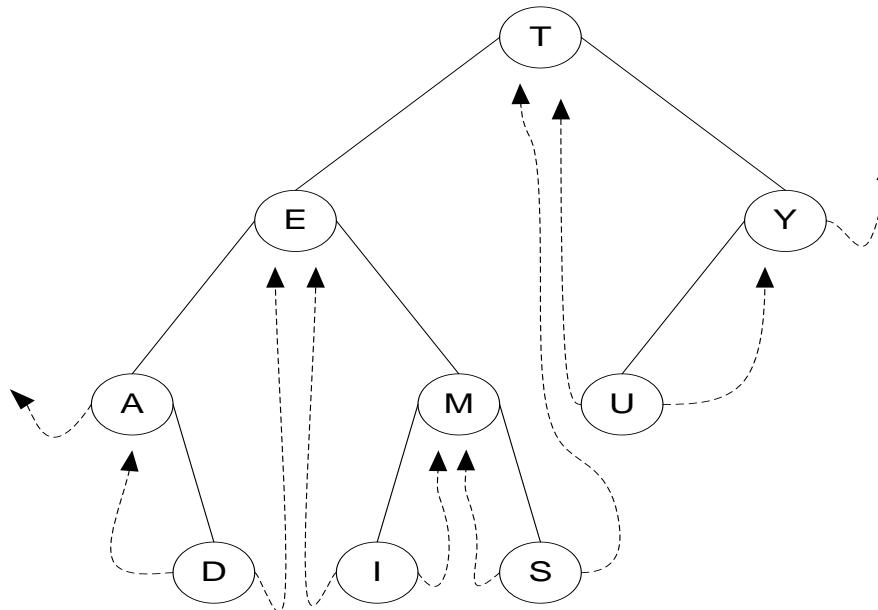
## 4.5 Threaded Tree Elements

- *Key*
- *Left Link*
- *Threaded Left* → Sebuah nilai boolean untuk mengindikasikan bahwa *left link* adalah *thread* ke *last visited node* (induk *in-order predecessor*)
- *Right Link*
- *Threaded Right* → Sebuah nilai boolean untuk mengindikasikan bahwa *right link* adalah *thread* ke *next node* yang akan dikunjungi (induk dari induk *in-order successor*)

## 4.5. Threaded Tree Elements (Lanj.)



## 4.6 Contoh *Threaded Tree*



## 6. Menghapus Simpul

## 6.1 Menghapus Simpul

*Rules:*

Setiap *key* pada *subtree* sebelah kanan harus lebih besar dari pada *key-key* pada *subtree* sebelah kiri.

## 5.2 Kondisi Penghapusan Simpul

Penghapusan tergantung pada kondisi

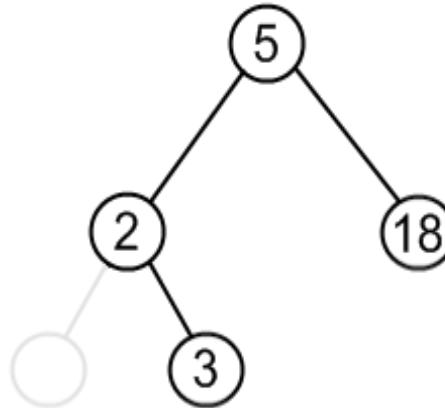
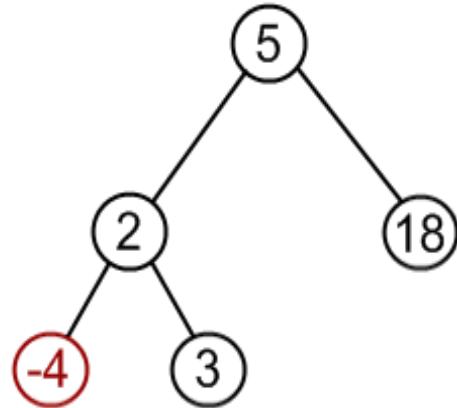
- Pada *Leaf* → hapus saja tanpa penangan masalah
- Pada node dengan satu *child* → *child* satu-satunya tersebut akan menjadi *child* dari *grandparent* menggantikan *node* yang dihapus
- Pada *Node* dengan dua *child* dapat dilakukan dengan cara:
  - *Deletion by merging*
  - *Deletion by copying*

*Gambar dapat dilihat pada masing-masing pembahasan di slide berikutnya*

## 5.3 Hapus Pada *Leaf*

- Penghapusan simpul pada *leaf* dapat dilakukan tanpa perlakuan khusus apapun, karena sebagai *leaf*, suatu simpul tidak memiliki keturunan yang harus diatur agar memenuhi persyaratan node sebelah kiri harus lebih kecil daripada *node* sebelah kanan

## 5.3 Hapus Pada Leaf (Lanj.)

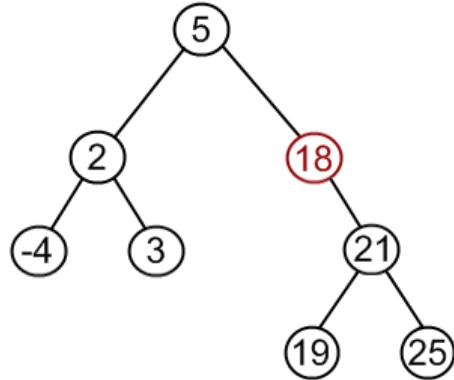


## 5.4 Hapus Simpul Dengan Satu Anak

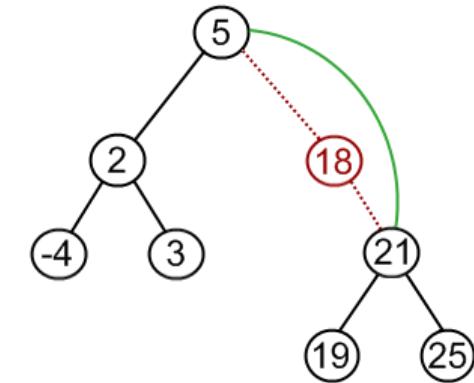
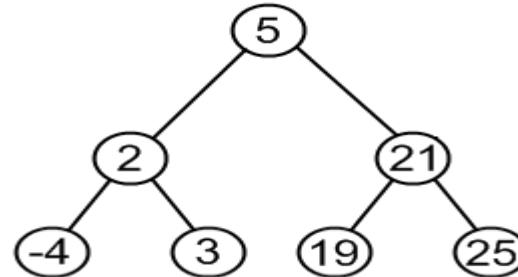
- Node dengan satu anak hanya memiliki masalah menjadi anak dari induk manakah node dari anak yang dihapus tersebut
- Sedangkan anak dari anak node yang dihapus akan mengikuti anak dari node yang dihapus
- Maka perlakuan penghapusan node dengan satu anak dilakukan dengan anak satu-satunya tersebut akan menjadi anak dari *ancestor*/leluhur node yang dihapus

## 5.4 Hapus Simpul Dengan Satu Anak (Lanj.)

- Misal akan menghapus node 18
- Maka node 21 akan menjadi anak dari node 5 menggantikan node 18



- Hasil akhir



## 5.5 Penghapusan Pada Simpul Yang Memiliki 2 Anak

- Pada *Node* dengan dua *child* dapat dilakukan dengan cara:
  - *Deletion by merging*
  - *Deletion by copying*

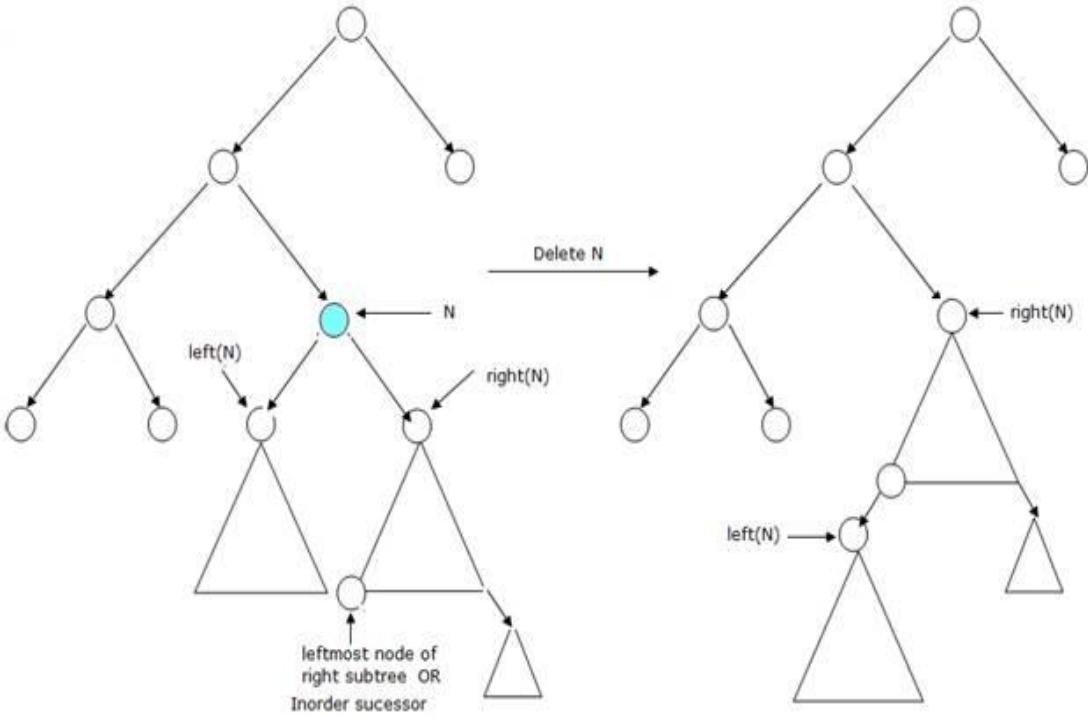
## 5.5.1 Delete By Merging

- *replace **right node*** sebagai *node* induk dan gabungkan *node* kiri ke *leftmost node* dari *subtree* kanan

Atau lakukan kebalikannya

- *replace **left node*** sebagai *node* induk dan gabungkan *node* kanan ke *rightmost node* dari *subtree* kiri

## 5.5.1 Delete By Merging (Lanj.)



- *Deleting node N dengan dua children by merging right subtree into left subtree*
- *Node yang ditunjuk oleh N akan dihapus,*
- *Maka sub –tree yang ada di kanan node N akan menjadi pewaris menggantikan N*
- *Sedangkan sub tree di kiri Node N akan menjadi anak node terkiri dari sub tree yang semula di kanan Node N*

Sumber gambar:

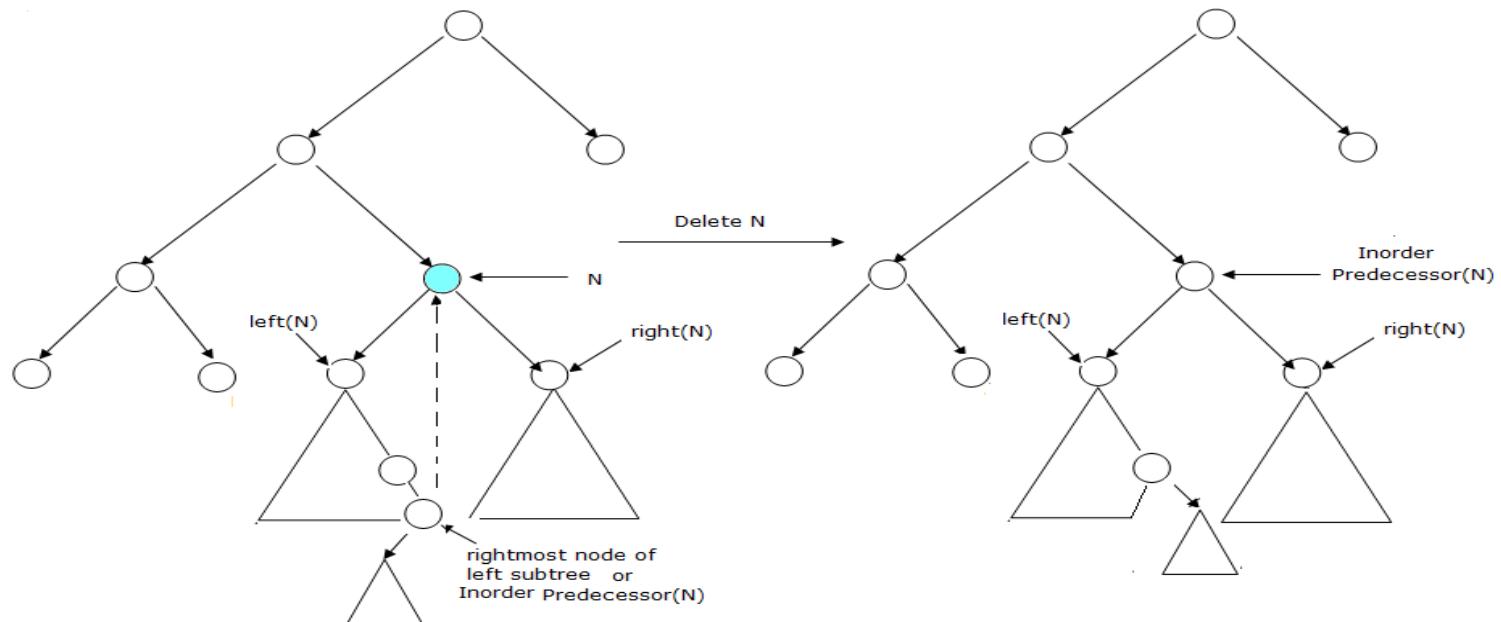
<http://vle.du.ac.in/mod/book/view.php?id=5726&chapterid=3011>

## 5.5.2 Delete by Copying

- Ganti **key** yang akan dihapus dengan *immediate predecessor* atau *immediate successor* (bisa juga dengan cara sebaliknya) dg cara:
  - Ambil *Subtree* sebelah kanan dari *node* yang akan dihapus, cari *leaf* yang paling kiri dari *node* yang harusnya dikunjungi secara *in-order*
  - Copykan *leaf* ke posisi *node* yang akan dihapus
  - Hapus *Leaf* yang sudah dicopykan menjadi node pengganti yang dihapus tadi

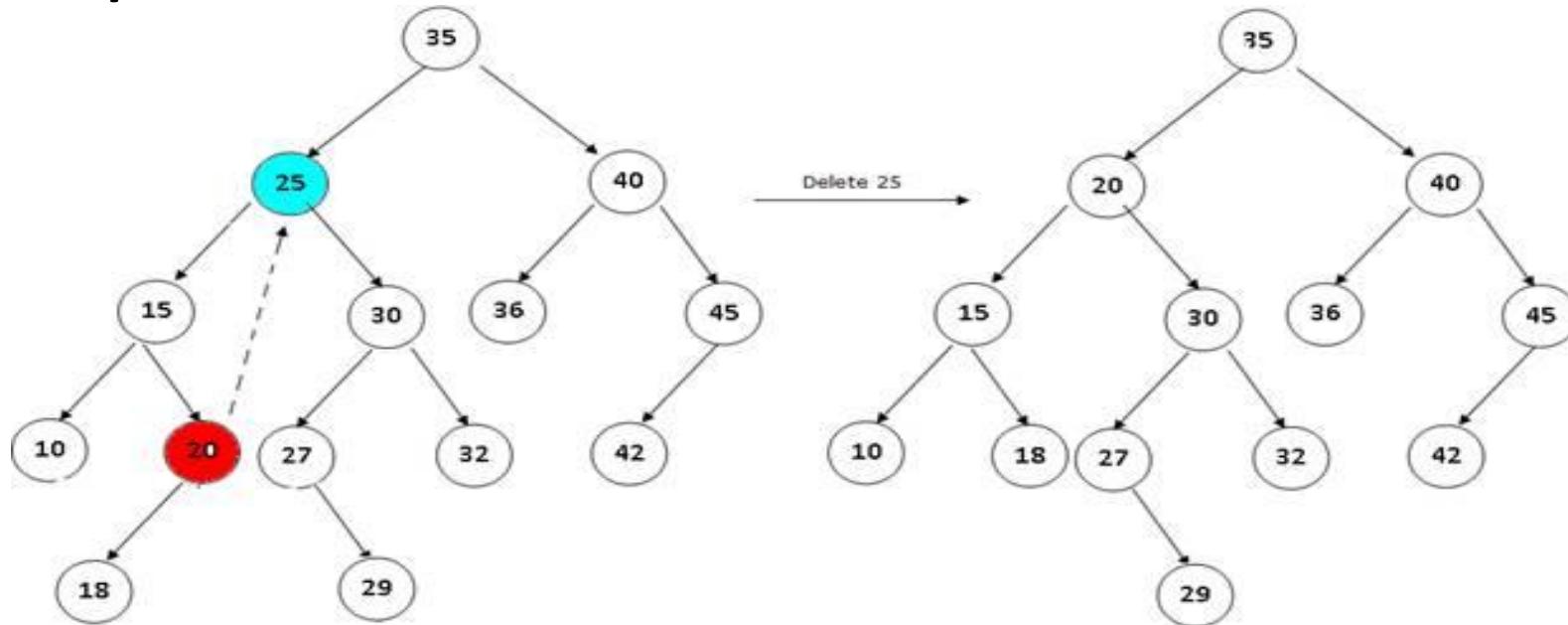
## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

***Deleting N by copying In-order Predecessor***



Sumber gambar: <http://vle.du.ac.in/mod/book/view.php?id=5726&chapterid=3023>

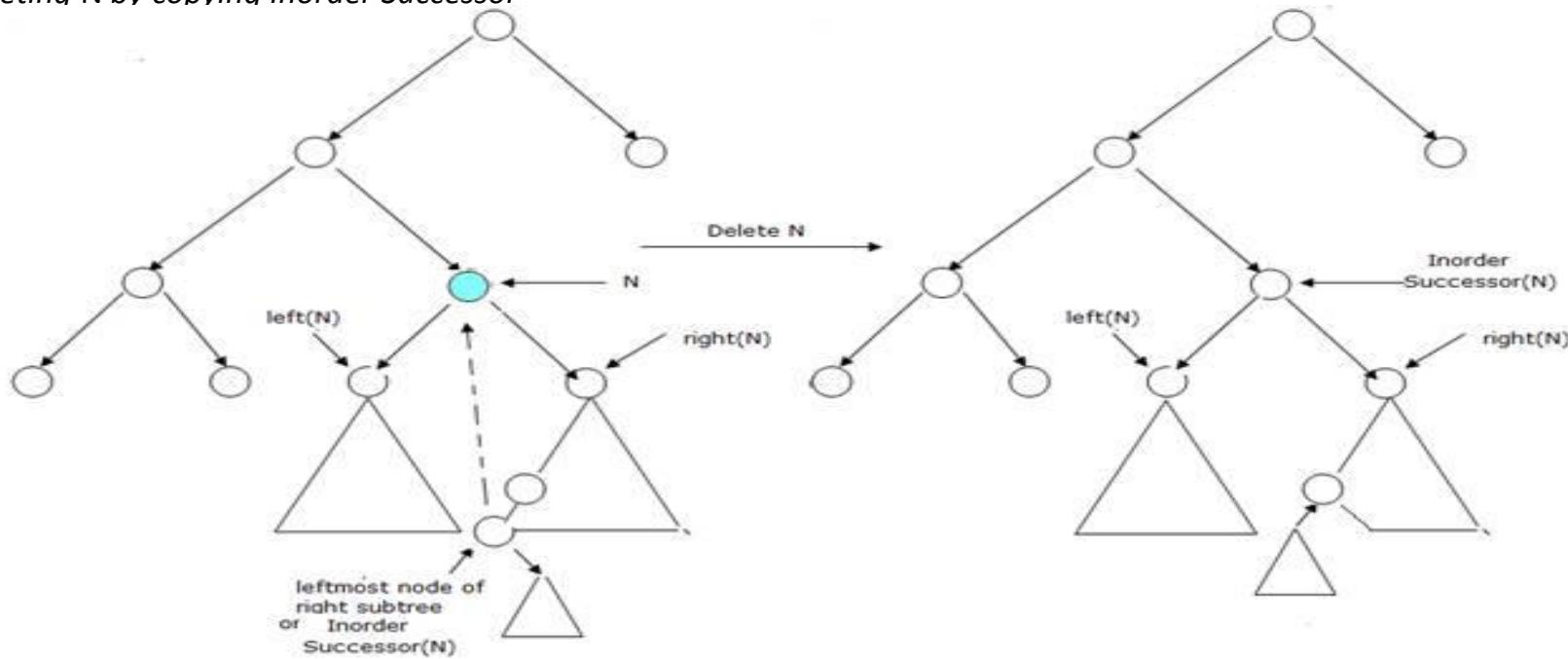
Contoh Hapus 25 dg *Deletion by copying* menggunakan *right-most inorder predecessor*



Sumber gambar: <http://vle.du.ac.in/mod/book/view.php?id=5726&chapterid=3023>

## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

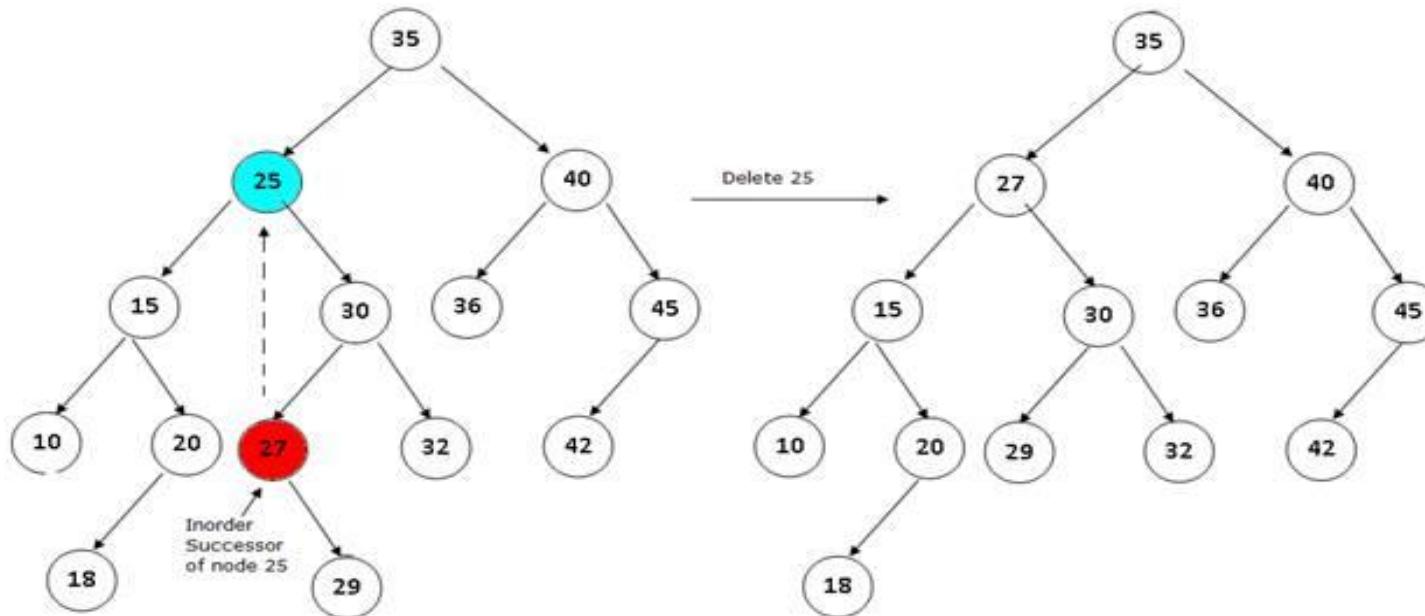
*Deleting N by copying Inorder Successor*



Sumber gambar: <http://vle.du.ac.in/mod/book/view.php?id=5726&chapterid=3023>

## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

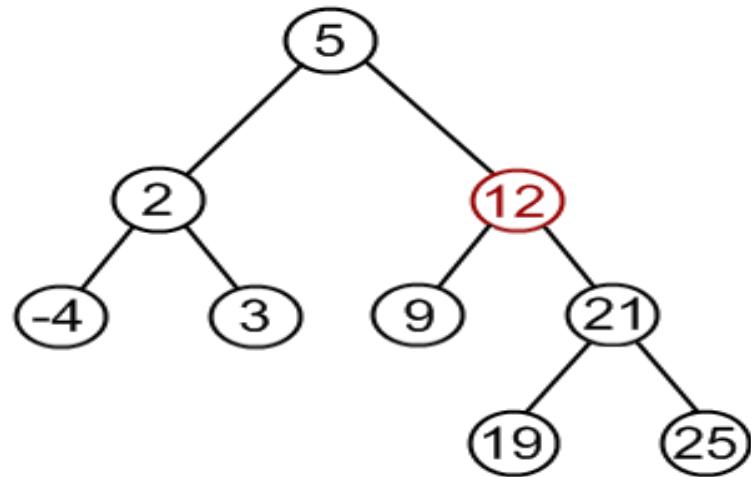
Contoh *Deleting 25 dg Deletion by copying* menggunakan *left-most inorder successor*



Sumber gambar: <http://vle.du.ac.in/mod/book/view.php?id=5726&chapterid=3023>

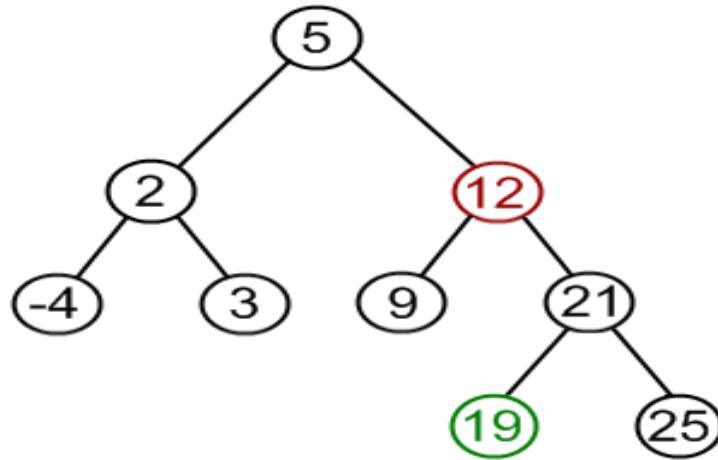
## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

Contoh lain: Misalkan Akan hapus *node* 12



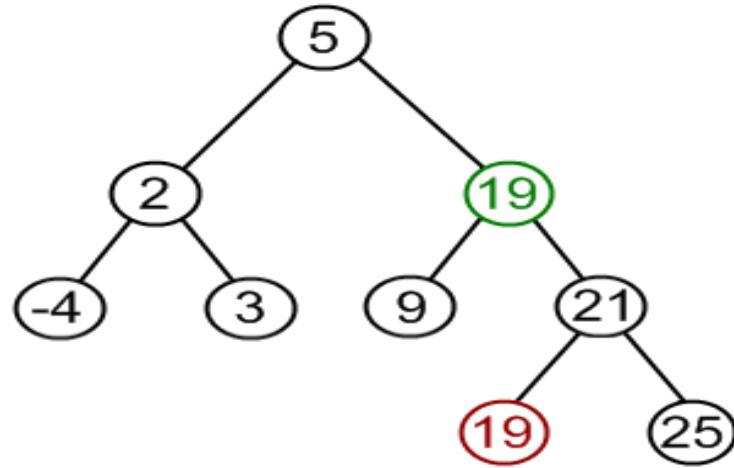
## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

Node Subtree Kanan yang paling kiri adalah 19



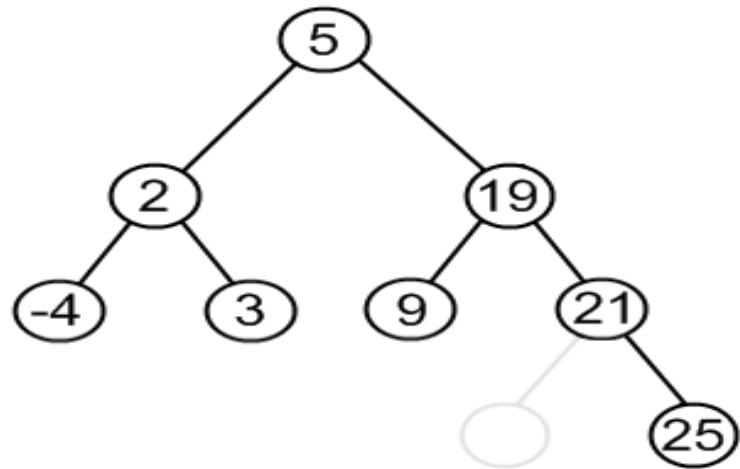
## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

Copykan *Leaf* Paling Kiri Tersebut ke *Node* Yang Akan Dihapus



## 5.5.2 Delete by Copying (Lanj.)

Musnahkan Node Yang Sudah Dicopykan Ke Node Yang Dihapus tersebut



# Contoh In Order Traversal Dengan C++

```
void inOrderTrav(struct TheCell *travCell)
{
    if (travCell->kiri != NULL)
        inOrderTrav(travCell->kiri);
    cout<<travCell->dat<<" | ";
    if (travCell->kanan != NULL)
        inOrderTrav(travCell->kanan);
}
```

# Contoh In Order Traversal Dengan Python

```
class TheCell:
    def __init__(self, dat):
        self.dat = dat
        self.kiri = None
        self.kanan = None

def in_order_trav(trav_cell):
    if trav_cell.kiri is not None:
        in_order_trav(trav_cell.kiri)
    print(trav_cell.dat, "| ", end="")
    if trav_cell.kanan is not None:
        in_order_trav(trav_cell.kanan)

# Example usage:
# Assuming 'TheCell' class is defined elsewhere, and you have a root_node
# as the starting point
# You can call the in_order_trav function like this:
# in_order_trav(root_node)
```

# **PERINGATAN HAK CIPTA**

**Segala materi ini merupakan milik Universitas Bunda Mulia yang dilindungi oleh hak cipta.**

**Dilarang keras untuk mengunduh dan atau merekam dan atau mendistribusikannya dalam bentuk apapun.**

**Materi ini hanya untuk dipergunakan oleh mahasiswa Universitas Bunda Mulia dalam rangkaian proses perkuliahan.**

**Pelanggaran terhadap hak cipta ini dapat dikenakan sanksi hukum sesuai dengan perundang-undangan yang berlaku**

**© 2024 Universitas Bunda Mulia**

# Ringkasan

- *Tree* dengan paling banyak dua anak pada tiap *node* nya disebut *binary Tree*.
- Menambah simpul ada dua orientasi yaitu *left-to-Right* dan *Right-to-Left*
- Untuk *Left-to-Right*: Setiap *key* pada kanan *subtree* harus lebih besar dari setiap *key* di kiri *subtree* (berlaku kebalikannya untuk *Right-to-Left*)
- *Tree Traversal* adalah Proses mengunjungi setiap simpul pada *tree/pohon biner* tepat satu kali untuk setiap node
- Ada tiga metode *Traversal*:
  - *Pre-Order Traversal (VLR)*
  - *In-Order Traversal (LVR)*
  - *Post-Order Traversal (LRV)*

## **PERINGATAN HAK CIPTA**

**Segala materi ini merupakan milik Universitas Bunda Mulia yang dilindungi oleh hak cipta.**

**Materi ini hanya untuk dipergunakan oleh mahasiswa Universitas Bunda Mulia dalam rangkaian proses perkuliahan.**

**Dilarang keras untuk mendistribusikannya dalam bentuk apapun.**

**Pelanggaran terhadap hak cipta ini dapat dikenakan sanksi hukum sesuai dengan perundang-undangan yang berlaku.**

**© Universitas Bunda Mulia**



*Terimakasih*

*TUHAN Memberkati Anda*

Teady Matius Surya Mulyana ([tmulyana@bundamulia.ac.id](mailto:tmulyana@bundamulia.ac.id))