习题二

1、用辗转相除法计算3个数的最大公约数（2104，2720，1046）。

2、证明：素数的个数是无限的。采用反证法的思路，假定共有 n 个素数，依次为 $P_1=2$，$P_2=3$，$P_3=5$，…，$P_n$。。其中 $p_1< p_2< p_3 <\cdots< p_n$。

$$X = 1 + p_1 p_2 \cdots p_n$$

（1）定义。问：能够找到一个素数整除 X 吗?

（2）证明：素数的个数是无限的。

$$3^{201} \bmod 11$$

3、利用费马定理，计算。

$$\begin{cases} x = 2(\bmod 5) \\ x = 3(\bmod 7) \\ x = 4(\bmod 9) \end{cases}$$

4、求解同余方程组。

5、有两箱球，第一个箱子中有10个白的，5个红的，5个黑的；第二个箱子中有个8个白的，8个黑的，4个红的。从两个箱子中各取一个球，问各自的不确定性是多少?

6、给出整数因子分解问题的一个合理编码。

7、证明：有关复杂性的下列性质。

$$f(n) = O[f(n)]$$

（1）自反性：。

$$f(n) = O[g(n)], g(n) = O[h(n)] \Rightarrow f(n) = O[h(n)]$$

（2）传递性：，

$$f(n) = \Theta[g(n)], g(n) = \Theta[h(n)] \Rightarrow f(n) = \Theta[h(n)]$$

。

$$f(n) = O[h(n)], g(n) = O[h(n)] \Rightarrow f(n) + g(n) = O[h(n)]$$

（3），

$$f(n) = O[h(n)], g(n) = O[l(n)] \Rightarrow f(n)g(n) = O[h(n)l(n)]$$

。

$$f(n) = O(n^{d}), d' \geq d$$

（4）为次多项式，则，进而。

$$f(1) f_2(1) f(2)$$

8、证明：如果是 $L_1$ 到 $L_2$ 的多现实时间归约，如果是 $L_2$ 到 $L_3$ 的多项式时间归约，则合成是 $L_1$ 到 $L_3$ 的多项式归约。

$$LPL = \in NPC$$

9、证明：设，则当且仅当。