

파이썬으로 배우는 머신러닝과 딥러닝

### 제3장 게임트리

### 학습 목표

- 미니맥스 알고리즘을 살펴본다.
- 알파베타 가지치기 알고리즘을 이해한다.

#### 이번장에서 다루는 게임의 조건

- 이번 장에서는 게임을 위한 프로그램을 작성하는 문제를 생각해보자. 설명을 단순화하기 위해 우리는 다음과 같은 속성을 가진 게임만 고려할 것이다. 바둑이나 체스가 여기에 속한다.
- 두 명의 경기자 경기자들이 연합하는 경우는 다루지 않는다.
- 제로썸 게임 한 경기자의 승리는 다른 경기자의 패배이다. 협동적인 승리는 없다.
- 차례대로 수를 두는 게임만을 대상으로 한다. (순차적인 게임)

#### 인공지능과 게임

- 게임은 예전부터 인공지능의 매력적인 연구 주제였다.
- Tic-Tac-Toe나 체스, 바둑과 같은 게임은 추상적으로 정의할 수 있고 지적 능력과 연관이 있는 것으로 생각되었다.
- 이들 게임은 비교적 적은 수의 연산자들을 가진다. 연산의 결과는 엄밀한 규칙으로 정의된다.

#### 바둑에서 나타나는 모든 경우의

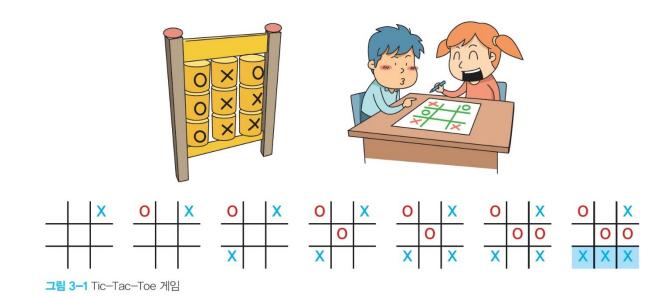
### 수

- 바둑판에는 돌을 놓을 수 있는 곳이 19×19=361이다. 한 곳에는 흰돌(white)
   또는 검은돌(black) 또는 비워놓을 수 있다(empty). 따라서 각 361개의 점마다 최대 3가지의 선택이 있다. 따라서 발생할 수 있는 상태의 상한은 다음과 같다.
- 관련 논문어  $3 \times 3 \times 3 \times ... = 3^{361}$ 임청난 숫자로써 우주에 존재하는 원자의 개수로 믿어지는 숫자인 1080보다도 훨씬 많다. 따라서 완벽한 탐색은 불가능하다.



#### 게임의 정의

- 2인용 게임
- 두 경기자를 MAX와 MIN으로 부르자.
- 항상 MAX가 먼저 수를 둔다고 가정한다.



### Tic-Tac-Toe의 게임 트리

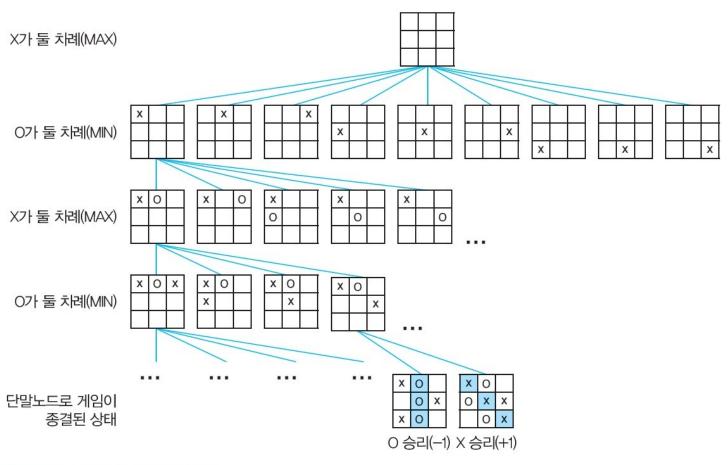


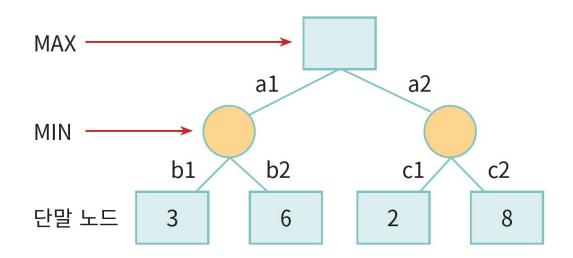
그림 3-2 틱택토 게임의 게임 트리(일부)

#### Tic-Tac-Toe 게임 트리의 크기

- Tic-Tac-Toe의 게임 트리는 크기가 얼마나 될까?
- Tic-Tac-Toe 게임 보드는 3×3 크기를 가지고 있고 한 곳에 수를 놓으면 다른 사람이 놓을 수 있는 곳은 하나가 줄어들게 된다.
   9×8×7×...×1 = 9! = 362,880
- 하지만 대칭이나 반사를 제외하면 서로 다른 상태는 5478개뿐이라고 한다.

### 미니맥스 알고리즘

• 안전하게 하려면 상대방이 최선의 수를 둔다고 생각하면 된다.



### 미니맥스(minimax) 알고리즘

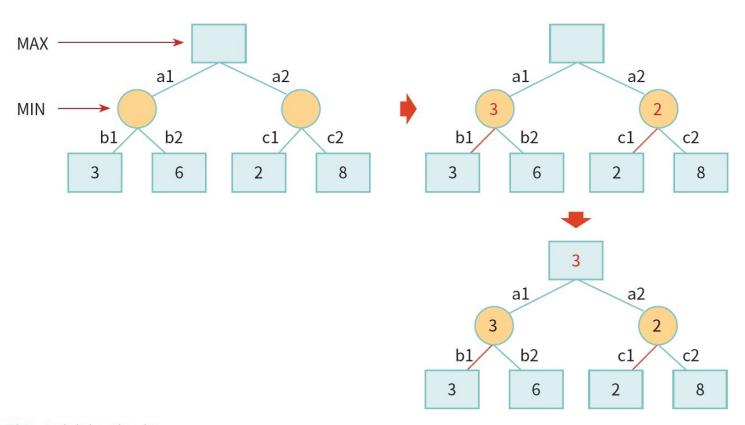


그림 3-4 미니맥스 알고리즘

### 틱택토 게임에서의 미니맥스

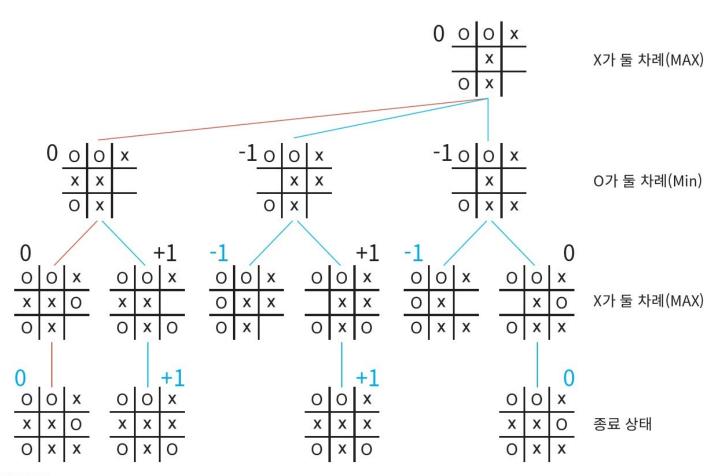
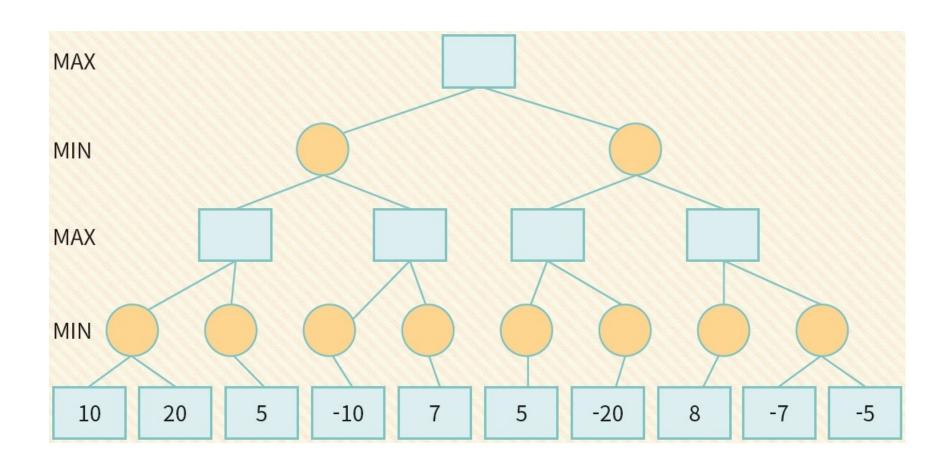


그림 3-5 틱택토 게임에서 미니맥스 알고리즘

## Lab: 미니맥스 알고리즘 실습



### 미니맥스 알고리즘

```
function minimax(node, depth, maxPlayer)
  if depth == 0 or node가 단말 노드 then
    return node의 휴리스틱 값
  if maxPlayer then
    value ← -∞
    for each child of node do
       value ← max(value, minimax(child, depth - 1, FALSE))
    return value
          // 최소화 노드
  else
    value ← +∞
    for each child of node do
       value ← min(value, minimax(child, depth - 1, TRUE))
    return value
```

#### 미니맥스 알고리즘의 분석

- 완결성: 미니맥스 알고리즘은 완결될 수 있다. 유한한 탐색 트리 안에 해답이 존재하면 반드시 찾는다.
- 최적성: 미니맥스 알고리즘은 최적의 알고리즘이다.
- 시간 복잡도: 만약 트리의 최대 깊이가 m이고 각 노드에서의 가능한 수가 b개라면, 미니맥스 알고리즘의 시간 복잡도는  $O(b^m)$ 이다.
- 공간 복잡도: 공간 복잡도도  $O(b^m)$  이다.

```
# 보드는 1차원 리스트로 구현한다.
game_board = ['', '', '',
# 비어 있는 칸을 찾아서 리스트로 반환한다.
def empty_cells(board):
  cells = []
  for x, cell in enumerate(board):
      if cell == ' ':
         cells.append(x)
  return cells
# 비어 있는 칸에는 놓을 수 있다.
def valid_move(x):
  return x in empty_cells(game_board)
```

```
# 위치 x에 놓는다.
def move(x, player):
  if valid_move(x):
     game_board[x] = player
     return True
  return False
# 현재 게임 보드를 그린다.
def draw(board):
  for i, cell in enumerate(board):
     if i\%3 == 0:
       print('\n----')
     print('|', cell , '|', end=")
  print('\n----')
# 보드의 상태를 평가한다.
def evaluate(board):
  if check_win(board, 'X'):
     score = 1
  elif check_win(board, 'O'):
     score = -1
  else:
     score = 0
  return score
```

```
# 1차원 리스트에서 동일한 문자가 수직선이나 수평선, 대각선으로 나타나면
# 승리한 것으로 한다.
def check_win(board, player):
  win conf = [
    [board[0], board[1], board[2]],
    [board[3], board[4], board[5]],
    [board[6], board[7], board[8]],
    [board[0], board[3], board[6]],
    [board[1], board[4], board[7]],
    [board[2], board[5], board[8]],
    [board[0], board[4], board[8]],
    [board[2], board[4], board[6]],
  return [player, player, player] in win conf
# 1차원 리스트에서 동일한 문자가 수직선이나 수평선, 대각선으로 나타나면
# 승리한 것으로 한다.
def game_over(board):
  return check_win(board, 'X') or check_win(board, 'O')
```

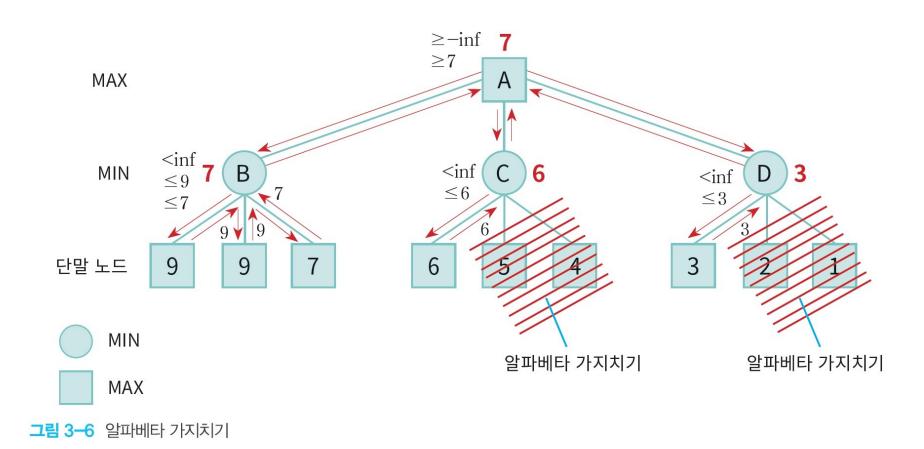
```
def minimax(board, depth, maxPlayer):
  pos = -1
 # 단말 노드이면 보드를 평가하여 위치와 평가값을 반환한다.
  if depth == 0 or len(empty_cells(board)) == 0 or game_over(board):
    return -1, evaluate(board)
  if maxPlayer:
    value = -10000 # 음의 무한대
    # 자식 노드를 하나씩 평가하여서 최선의 수를 찾는다.
    for p in empty_cells(board):
      board[p] = 'X' # 보드의 p 위치에 'X'을 놓는다.
      # 경기자를 교체하여서 minimax()를 순환호출한다.
      x, score = minimax(board, depth-1, False)
      board[p] = '' # 보드는 원 상태로 돌린다.
      if score > value:
        value = score # 최대값을 취한다.
        pos = p # 최대값의 위치를 기억한다.
  else:
    value = +10000 # 양의 무한대
    # 자식 노드를 하나씩 평가하여서 최선의 수를 찾는다.
    for p in empty_cells(board):
      board[p] = 'O' # 보드의 p 위치에 'O'을 놓는다.
      # 경기자를 교체하여서 minimax()를 순환호출한다.
      x, score = minimax(board, depth-1, True)
      board[p] = '' # 보드는 원 상태로 돌린다.
      if score < value:
        value = score # 최소값을 취한다.
        pos = p # 최소값의 위치를 기억한다.
  return pos, value # 위치와 값을 반환한다.
```

```
player='X'
#메인 프로그램
while True:
  draw(game_board)
  if len(empty_cells(game_board)) == 0 or game_over(game_board):
     break
  i, v = minimax(game_board, 9, player=='X')
  move(i, player)
  if player=='X':
     player='0'
  else:
     player='X'
if check_win(game_board, 'X'):
  print('X 승리!')
elif check_win(game_board, 'O'):
  print('O 승리!')
else:
  print('비겼습니다!')
```

# 실행결과

X		
1       1		
   X		
0		
X    X    O		
O    O    X		
   X    O    X		
비겼습니다!		

### 알파베타 가지치기



#### 알파베타 가지치기

- 미니매스 알고리즘에서 형성되는 탐색 트리 중에서 상당 부분은 결과에 영향을 주지 않으면서 가지들을 쳐낼 수 있다.
- 이것을 알파베타 가지치기라고 한다.
- 탐색을 할 때 알파값과 베타값이 자식 노드로 전달된다. 자식 노드에서는 알파값과 베타값을 비교하여서 쓸데없는 탐색을 중지할 수 있다.
- MAX는 알파값만을 업데이트한다. MIN은 베타값만을 업데이트한다.

return value

```
function alphabeta(node, depth, \alpha, \beta, maxPlayer)
  if depth == 0 or node가 단말 노드 then
     return node의 휴리스틱 값
  if maxPlayer then // 최대화 경기자
     value ← -∞
     for each child of node do
       value \leftarrow max(value, alphabeta(child, depth-1, \alpha, \beta, FALSE))
       \alpha \leftarrow \max(\alpha, \text{ value})
                                                 현재 노드의 최대값이 부모 노드의 값(8)보다 커지게
       if \alpha \geq \beta then
                                                          되면 더 이상 탐색할 필요가 없음
          break //이것이 B 컷이다.
     return value
        // 최소화 경기자
  else
     value ← +∞
     for each child of node do
       value \leftarrow min(value, alphabeta(child, depth-1, \alpha, \beta, TRUE))
       \beta \leftarrow \min(\beta, \text{ value})
                                                   현재 노드의 최소값이 부모 노드의 값(α)보다 작으면
                                                           되면 더 이상 탐색할 필요가 없음
       if \alpha \geq \beta then
          break //이것이 α 컷이다.
```

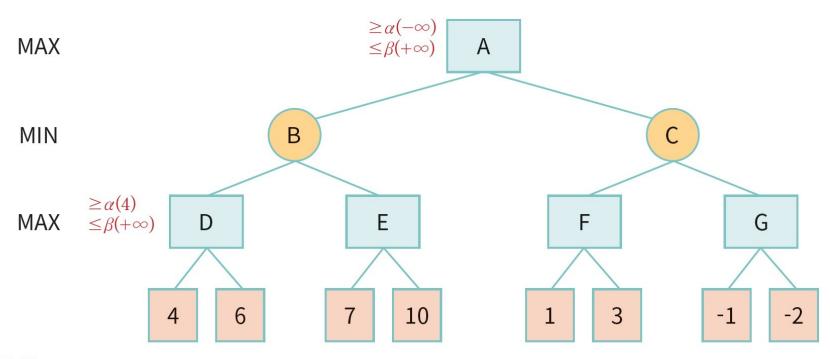


그림 3-7 알파베타 가지치기 알고리즘 1

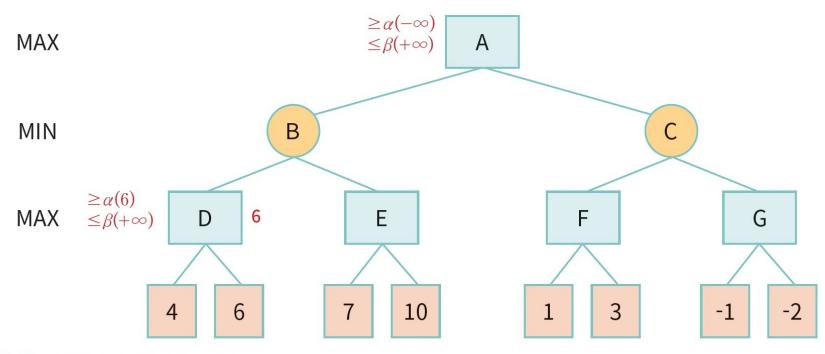


그림 3-8 알파베타 가지치기 알고리즘 ॥

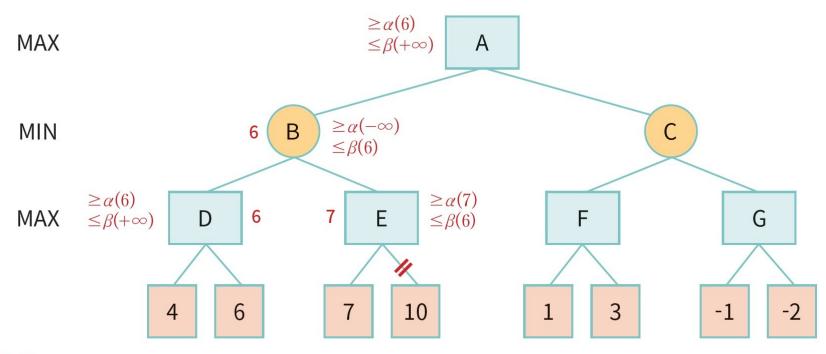


그림 3-9 알파베타 가지치기 알고리즘 Ⅲ

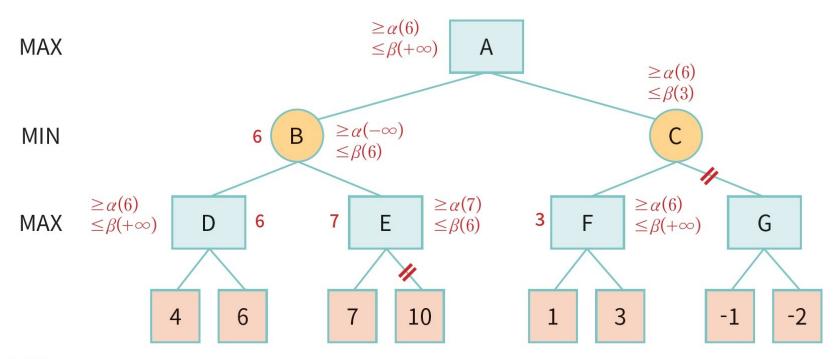
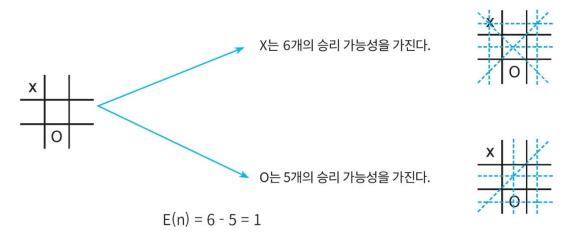


그림 3-10 알파베타 가지치기 알고리즘 Ⅳ

### 불완전한 결정

- 미니맥스 알고리즘은 탐색 공간 전체를 탐색하는 것을 가정한다. 하지만 실제로는 탐색 공간의 크기가 무척 커서 우리는 그렇게 할 수 없다. 실제로는 적당한 시간 안에 다음 수를 결정하여야 한다. 어떻게 하면 될까?
- 이때는 탐색을 끝내야 하는 시간에 도달하면 탐색을 중단하고 탐색 중인 상태에 대하여 휴리스틱 평가 함수(evaluation function)를 적용해야 한다. 즉 비단말 노드이지만 단말 노드에 도달한 것처럼 생각하는 것이다.



### Summary

- 게임에서는 상대방이 탐색에 영향을 끼친다. 이 경우에는 미니맥스 알고리즘을 사용하여 탐색을 진행할 수 있다. 미니맥스 알고리즘은 상대방이 최선의 수를 둔다고 가정하는 알고리즘이다.
- 두 명의 경기자 MAX와 MIN이 있으며, MAX는 평가 함수값이 최대인 자식 노드를 선택하고 MIN은 평가 함수값이 최소인 자식 노드를 선택한다.
- 탐색 트리의 어떤 부분은 제외하여도 결과에 영향을 주지 않는다. 이것을 알파베타 가지치기(alpha-beta pruning)라고 한다.

#### Q & A

