

数字图像处理第五次作业

图像频域滤波

姓名：朱可

班级：自动化 63 班

学号：2160504082

提交日期：2019 年 4 月 1 日

摘要

本次作业完成了对图像的滤波处理。问题一首先为了选取合适的半径，本作业对 test1 和 test2 的频率特征进行了分析，然后选取 D0。具体操作大致为：先求原图像 $f(x,y)$ 的 DFT，得到其图像的傅里叶谱 $F(u,v)$ ，再与频域滤波器做乘积，求取 $G(u,v)$ 的 IDFT，然后再将图像做频域内的水平移动，得到的图像的尺寸为 $P \times Q$ 。切取左上角的 $M \times N$ 的图像，就能得到结果；在问题二中，由于高通滤波器和低通滤波器的关系，可以直接用 1 来减去低通滤波器得到高通滤波器；问题三里面用空域高通滤波器拉普拉斯和 Unmask，在空域构造后再利用傅里叶变换转化到频域，最后本文分析了空间滤波和频域滤波的差异。

题目要求：

1 频域低通滤波器：

设计低通滤波器包括 butterworth and Gaussian (选择合适的半径，计算功率谱比)，平滑测试图像 test1 和 2；分析各自优缺点；

2 频域高通滤波器：

设计高通滤波器包括 butterworth and Gaussian，在频域增强边缘。选择半径和计算功率谱比，测试图像 test3,4：分析各自优缺点；

3 其他高通滤波器：

拉普拉斯和 Unmask，对测试图像 test3,4 滤波；分析各自优缺点；
比较并讨论空域低通高通滤波（Project3）与频域低通和高通的关系；

一、频域低通滤波器

1.1 问题分析

由于是低通滤波，故有着平滑图像的作用，但是我们也要保证低频滤波能出现明显的模糊但又不至于完全无法看出原图内容，即在低通除去噪声的同时，也需要保留一些重要的细节，这样才能达到较好的滤波效果。

1.2 基本原理及步骤

图像的平滑除了在空间域中进行外，也可以在频率域中进行。由于噪声主要集中在高频部分，为去除噪声改善图像质量，滤波器采用，然后再进行逆傅立叶变换获得滤波图像，就可达到平滑图像的目的。将图像从空间或空间域转换到频率域，在频域里，采用简单平均法求频谱的直流分量。可以构造一个低通滤波器，使低频分量顺利通过而有效地阻于高频分量，再经过反变换来取得平滑的图像。滤波处理的主要步骤为：

- 1) 将原图的频域原点移动至中心，并进行傅里叶变换。
- 2) 将原图移动后的频域表达式与低通滤波器的频域表达式相乘。
- 3) 将相乘后的频域表达式原点变回最上角，并进行傅里叶反变换，得到最终处理图像。

其中巴特沃斯和高斯低通滤波器的公式如下：

巴特沃斯低通滤波器：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{D(u, v)}{D_0}\right)^{2n}}$$

高斯低通滤波器：

$$H(u, v) = e^{-\frac{D^2(u, v)}{2D_0^2}}$$

1.3 实验结果

1.3.1 Test1 处理结果

首先运用 MATLAB 将其频率谱画出来，如下所示：

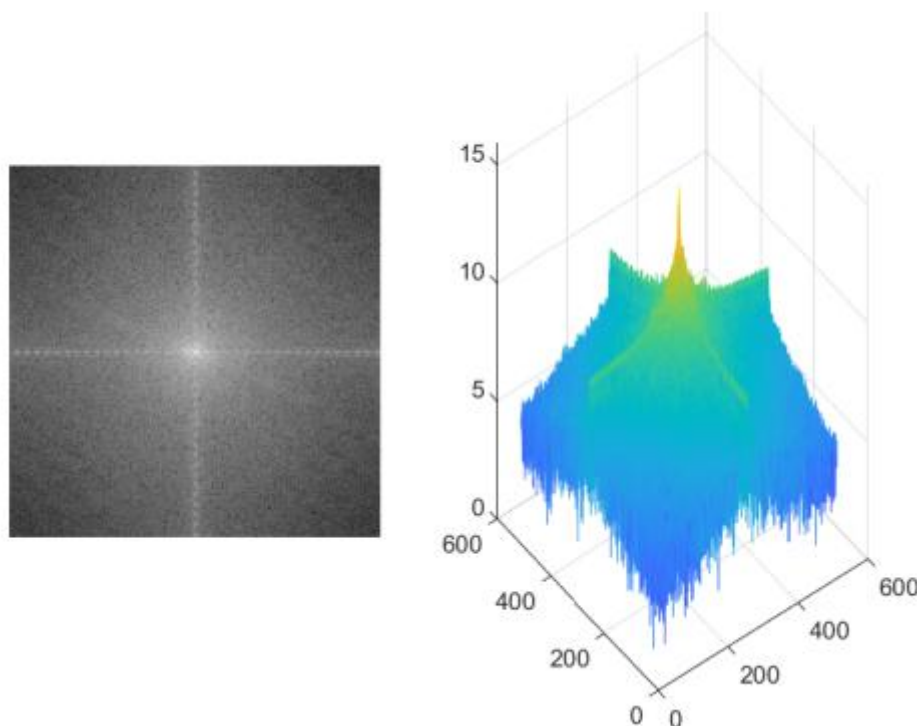


图 1 test1 的频率谱

由于图像中细节比较多，为了能够在除去噪声的同时也保留一些重要的细节，故此次选取的 $D0$ 比较大，首先选择 $D0=100$ ，然后分别运用高斯滤波器和巴特沃斯滤波器对其进行滤波处理，得到如下结果，并计算其功率比，显示如图二所示：



图 2 原图和分别使用两种低通滤波器后的结果

由图 2 可知，在经过两种低通滤波器滤波之后，位于图左边的男士衣服上的一些噪声的小点消失了，但是背景中的一些小块的平滑效果不够好，故我们为了

增强滤波作用，再次选择 $D0$ 如下并进行滤波得到如下结果：



图 3 使用 $D0=26, 51$ 的巴特沃斯滤波器滤波结果



图 4 使用 $D0=26, 51$ 的高斯滤波器滤波结果

从空间域上看，两种滤波器的处理效果近似，巴特沃斯滤波的结果要稍模糊一些；而从频域上看，可以明显看巴特沃斯滤波后频谱能量更加集中在低频部分。

1.3.2 Test2 处理结果

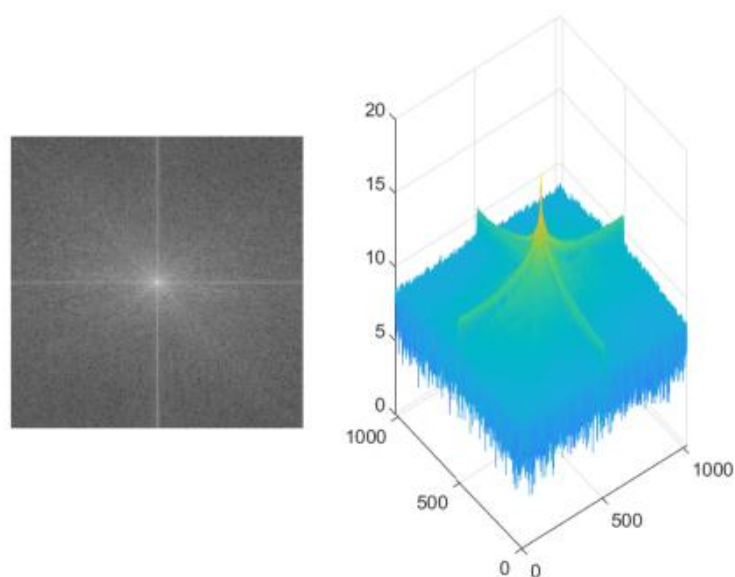


图 5 test2 的频率谱

首先选择 $D0=100$ ，然后分别运用高斯滤波器和巴特沃斯滤波器对其进行滤

波处理，得到如下结果，并计算其功率比，显示如图六所示：



图 6 原图和分别使用两种低通滤波器后的结果

由图 6 可知，在经过两种低通滤波器滤波之后，图像从直观上来看变得更加亮了，基本看不出来噪声的存在。但我们为了增强滤波作用，再次选择 D_0 如下并进行滤波得到如下结果：



图 7 使用 $D_0=26, 51$ 的巴特沃斯滤波器滤波结果



图 8 使用 $D_0=26, 51$ 的高斯滤波器滤波结果

显然有上图对比可知：半径越小，模糊的效果越强。

1.4 结果分析

首先可以看出，半径越小，则模糊效果越强。且从空间域上看，两种滤波器的处理效果近似，巴特沃斯滤波的结果要稍模糊一些；而从频域上看，可以明显看巴特沃斯滤波后频谱能量更加集中在低频部分。

将两组滤波结果相比较，发现半径相同时，高斯滤波器比二阶巴特沃斯滤波

器滤去更多的能量，但后者的平滑效果要略好一些，这是可以理解的。如实验原理中绘制的二者同半径下频域图像，高斯滤波器相比于二阶巴特沃斯滤波器，要更加“宽”一些，虽然保留了更多的能量，但对高频的衰减要略逊于后者。另外两种滤波器均为产生明显的振铃特征，这均归功于二者在低频和高频之间的平滑过渡。

由前面讨论可知，半径的大小和滤波器的种类可以决定图像被模糊的程度。所以在选取半径和滤波器种类时，既要考虑到去除噪声的效果，也要考虑细节的保留。

二、频域高通滤波器

2.1 问题分析

由于低通滤波器和高通滤波器存在一定的关系。基于此以及上述各低通滤波器，可以得到巴特沃斯高通滤波器和高斯高通滤波器的传递函数为：

$$H_{HP}(u, v) = 1 - H_{LP}(u, v)$$

另外高通滤波处理后图片将丢失大量平滑部分，即可能会出现大面积黑色区域。为了令高频部分显示更明显，可以进行重新标定或阈值处理。

2.2 基本原理及步骤

滤波处理的主要步骤为：

- 1) 将原图的频域原点移动至中心，并进行傅里叶变换。
- 2) 将原图移动后的频域表达式与低通滤波器的频域表达式相乘。
- 3) 将相乘后的频域表达式原点变回最上角，并进行傅里叶反变换，得到最终处理图像。

2.3 实验结果

2.3.1 test3 处理结果

首先用 MATLAB 画出原图的频域图像如下所示：

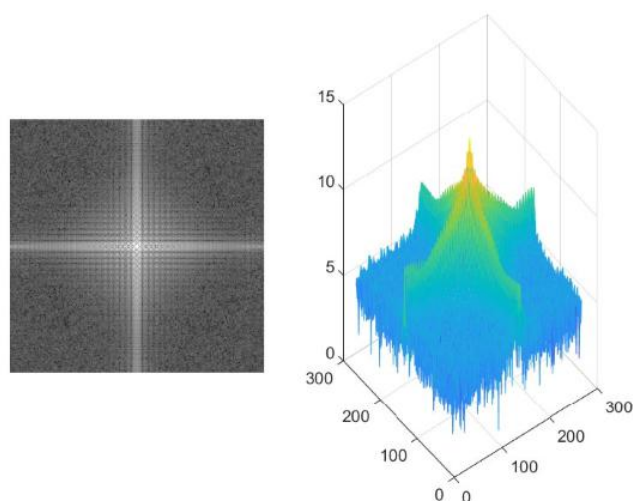


图 9 test3 的频域图

吸取了上一题的教训，这次我们直接合适的选取了合适的半径大小为 $D_0=14$ 和 25，然后分别运用巴特沃斯和高斯滤波器进行滤波，得到如下的结果：

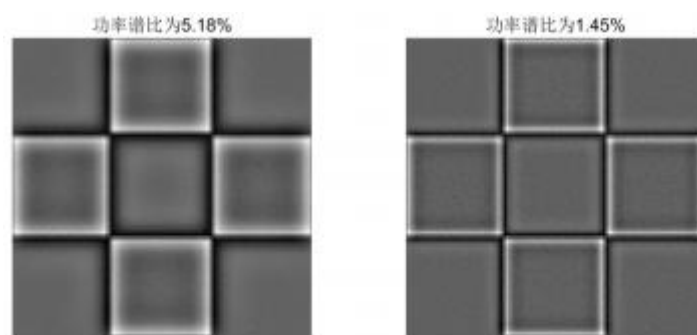


图 10 使用 $D_0=14$ 和 25 用巴特沃斯滤波器滤波的结果

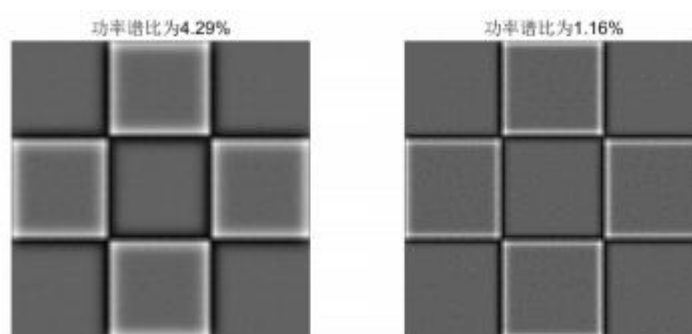


图 11 使用 $D_0=14$ 和 25 用高斯滤波器滤波的结果

2.3.2 test4 处理结果

首先用 MATLAB 画出原图的频域图像如下所示：

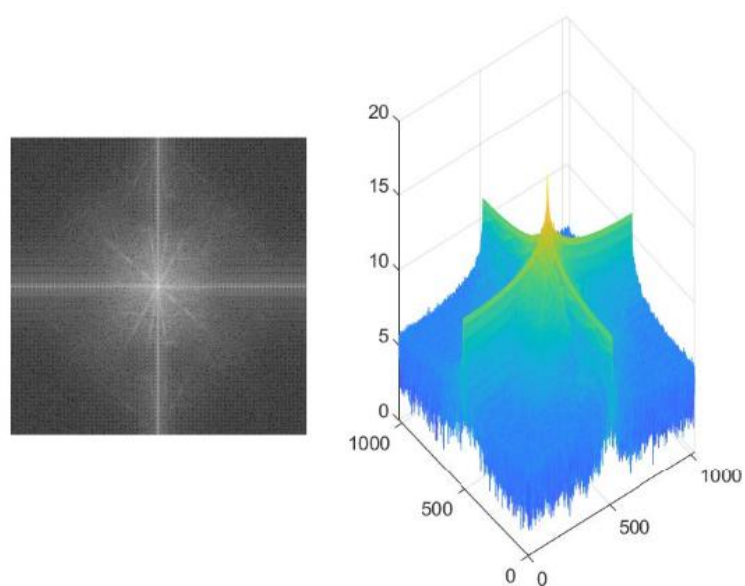


图 12 test4 的频域图

这次我们直接合适的选取了合适的半径大小为 $D_0=14$ 和 25，然后分别运用巴特沃斯和高斯滤波器进行滤波，得到如下的结果：

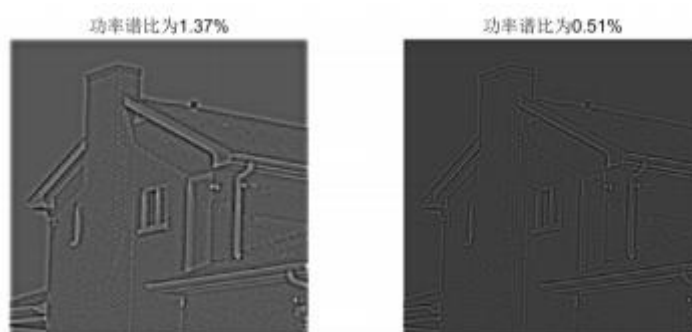


图 13 使用 $D_0=14$ 和 25 用巴特沃斯滤波器滤波的结果

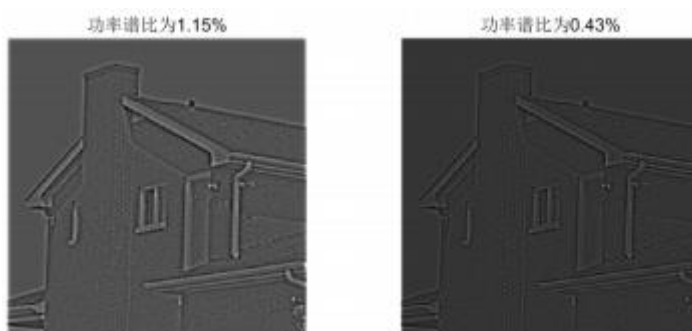


图 14 使用 $D_0=14$ 和 25 用高斯滤波器滤波的结果

2.4 结果分析

首先对两种滤波器进行比较，高斯高通滤波器除去了更多的功率，同时也滤去了更多的低频部分，对高频的边缘线条的锐化作用略强一些。直观的来看，半径越大，则滤波之后图像变得越，且有些图片在滤波后很难识别。这是因为，由于原图像的大部分能量都集中在低频，用高通滤波器滤波后，图像损失了大部分的信息，仅保留了部分的边缘；而在频域中，肉眼已经很难辨别出频谱分布。

三、其他高通滤波器

3.1 问题分析及原理

首先拉普拉斯算子在离散域和连续域中的表达式如下所示：

$$H(u, v) = -4\pi^2 D^2(u, v)$$

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Unmask 滤波器先用原图像减去低通滤波器处理后的图像，得到模板：

$$g_{mask}(x, y) = f(x, y) - f_{LP}(x, y)$$

然后将模板以一定的系数加到原来的图像上，得到最终处理结果如下所示：

$$g(x, y) = f(x, y) + kg_{mask}(x, y)$$

当 $k=1$ 时为非锐化掩蔽，当 $k>1$ 时为高提升滤波。

最后联立以上各个式子，不难得到 Unmask 滤波器的计算公式如下：

$$H(u, v) = k_1 + k_2 H_{HP}(u, v)$$

其中运用 MATLAB 将拉普拉斯和 Unmask 滤波器的图画出来如下所示：

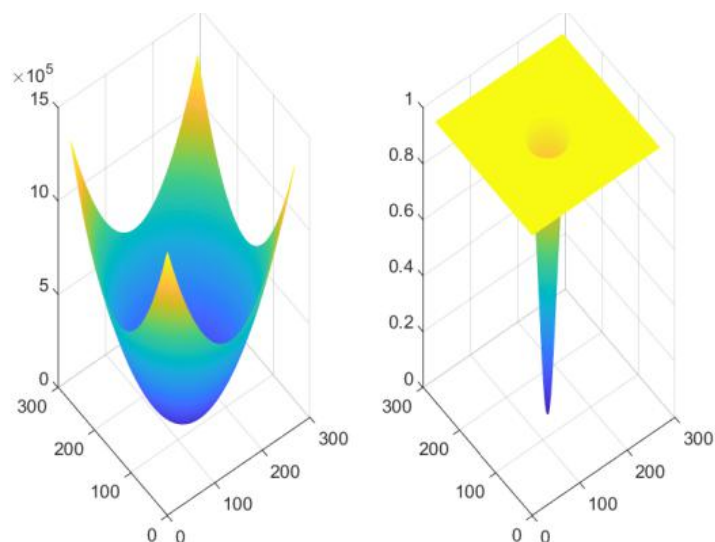


图 15 左边为拉普拉斯的滤波器，右边为 Unmask 滤波器

3.2 实验结果

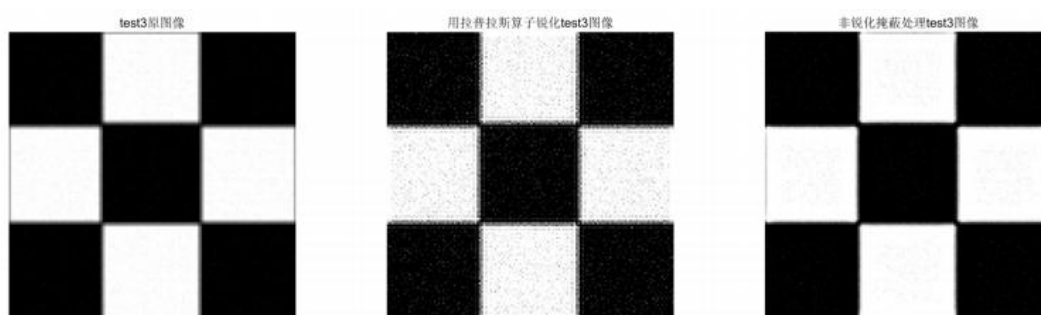


图 16 对 test3 分别运用拉普拉斯和 Unmask 滤波后的结果



图 17 对 test4 分别运用拉普拉斯和 Unmask 滤波后的结果

对比每组图像处理结果中的原始图像和滤波后的图像，可以看到滤波器边缘增强的效果；对于拉普拉斯算子和 unmask 滤波，两者达到的滤波效果基本上是一致的。

3.3 比较空域和频域的关系

首先不难得出,使用空间域滤波和频域滤波对存在图像噪声有一定的减弱作用和对边缘的检测效果。

- 1.从计算量来看,主要使用快速傅里叶变换(FFT)计算的频域滤波器计算复杂度与模板不相关;而空域滤波器使用卷积或相关计算,计算复杂度随模板的增大而上升。
- 2.从空域和频域低通滤波器对图片的滤波效果来看,空域滤波中,平滑滤波器算法简单,处理速度快,但在降低噪声的同时使图像产生模糊,特别是在边缘和细节处。
- 3.空域低通滤波的对椒盐噪声过滤效果较差,图像较为模糊。而在频域滤波中,去噪声的同时将会导致边缘信息损失而使图像边缘模糊,并且产生振铃效应。
- 4.理想滤波器、高阶巴特沃斯滤波器等频谱“截断”比较明显的频域滤波器,频域截断导致空域延展使得滤波图像出现缠绕错误,即“振铃”现象,而空域滤波器没有此类问题。

四、参考文献

- [1] 冈萨雷斯. 数字图像处理(第三版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.
- [2] 冈萨雷斯. 数字图像处理(MATLAB 版)(第二版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2014