UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

ESCUELA CENTRAL DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería Económica, Estadística y CCSS

Unidad de Posgrado - FIEECS

Curso: Forecasting for Data Science

Docente: Mg. Omar A. Chincaro Del C.

Forecasting for Data Science

1.- Introducción

2.- Componentes de una serie temporal

3.- Suavizado de un serie

4.- Series estacionarias:

  Modelos Autorregresivos (AR(p))

  Modelos Medias Móviles (MA(q))

  Modelos Mixtos: ARMA(p,q)

5.- Series no estacionarias

  Modelos Mixtos: ARIMA(p,d,q)

6.- Series estacionales: SMA, SAR, SARI, SIMA, SARIMA

7.- Series heterecedásticas: ARCH y GARCH

8.- Pronósticos

SERIES HETEROCEDÁSTICAS

Introducción

Una extensión de los modelos Box y Jenkins, los constituyen los modelos heterocedásticos ARCH y GARCH, los cuales permiten analizar los efectos no lineales en la varianza de los residuos, dicho modelos fue estudiado en un instante por Engle (1982). Estos modelos pueden ser combinados con la estructura de los modelos ARIMA y de Regresión.

Estos modelos en la literatura estadística son llamados modelos con heterocedasticidad condicional y dependiendo de su estructura puede ser autoregresivos (ARCH) o de una estructura generalizada de tipo ARMA (GARCH). En ambos casos el interés es modelar la varianza como función de sus valores pasados.

MODELOS ARCH

Modelo ARCH(1)

$$Z_t = \delta_t \varepsilon_t$$

$$\delta_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2 \quad \alpha_0 > 0 \quad \alpha_1 > 0$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$\delta_t^2 \;:\; Volatilidad \quad \varepsilon_t \;:\; Ruido\ Blando$$

$$\varepsilon_t \quad y \quad \delta_t^2 \quad son\ independientes$$

Esperanzas Marginales y Condicionales

$$E(Z_t) = E(\delta_t)E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(Z_t|Z_{t-1}) = E(\delta_t\varepsilon_t|Z_{t-1})$$

$$E(Z_t|Z_{t-1}) = \delta_t E(\varepsilon_t|Z_{t-1}) = 0$$

Varianza Condicional

$$V(Z_t|Z_{t-1}) = E(Z_t^2|Z_{t-1}) - (E(\varepsilon_t|Z_{t-1})^2$$

$$V(Z_t|Z_{t-1}) = E(\delta_t^2\varepsilon_t^2|Z_{t-1})$$

$$\boxed{V(Z_t|Z_{t-1}) = \delta_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2}$$

Varianza Marginal

$$V(Z_t) = E(Z_t^2) - E(Z_t)^2$$

$$V(Z_t) = E(\alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2)$$

$$V(Z_t) = \alpha_0 + \alpha_1 E(Z_{t-1}^2)$$

$$\boxed{V(Z_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}}$$

Kurtosis

$$\boxed{K = 3\,\frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2}}$$

Conclusiones

- ✓Las esperanzas marginales y condicionales son ceros.
- ✓La varianza marginal es constante.
- ✓La varianza condicional depende de los rezagos pasados.
- ✓La distribución del modelo ARCH(1) es desconocida pero es leptocurtica dado que K > 3 .

Modelo ARCH(q)

$$Z_t = \delta_t \varepsilon_t$$

$$\boxed{\delta_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i Z_{t-i}^2}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$\sum_{i=1}^{q} \alpha_i < 1$$

$$\boxed{V(Z_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i}}$$

MODELOS GARCH

Es una generalización de los modelos ARCH, nace debido a que los modelos ARCH necesita un numero elevado de retardos para describir la volatilidad. Los modelos ARCH consiguen describir el comportamiento de la varianza condicionada, pero no explican las causas de dicho comportamiento.

Modelo GARCH(p,q)

$$Z_t = \delta_t \varepsilon_t$$

$$\boxed{\delta_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i Z_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \delta_{t-j}^2}$$

$$\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_j < 1$$

$$\alpha_i > 0 \; y \; \beta_j > 0$$

$$E(Z_t) = 0 \qquad V(Z_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_j}$$

$$COV(Z_t, Z_s) = 0$$