Solvabilté II : Calibration des chocs de capital de solvabilité requis avec expected shortfall.

Kevin BAMOUNI

29/09/2020

Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM Paris) / EFAB
Master 2 Actuariat
STA217 Gestion quantitative du risque en finance et assurance

Projet de fin d'année basé sur l'article "Solvency II solvency capital requirement for life insurance companies based on expected shortfall" de Tim J. Boonen publié en Octobre 2017.

1 INTRODUCTION

Solvabilité II est une norme prudentielle entré en vigueur en 2016 pour les assureurs et réassureurs européens publiée par l'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority). Cette norme établi un ensemble de directives afin de permettre d'identifier, de quantifier et gérer l'ensemble des risques propres à chaque entreprise d'assurance et de réassurance. L'uniformisation des reportings introduits par la norme permet ainsi une standardisation des bonnes pratiques de gestion des risques, et de restitution d'informations prudentielles.

La norme introduit la notion de "best estimate liabilities" qui représente la meilleure estimation possible des engagements de l'entreprise, par l'entreprise à horizon d'un an. Pour se faire l'entreprise sur la base d'informations à jour et dignes de foi établie les hypothèses économiques et non économiques nécessaires à l'évaluation des flux financiers engendrés par ses engagements tout en tenant compte es garanties financières et options figurant dans les contrats d'assurances et de réassurances. La norme introduit également les notions de le minimum de capital requis (Minimum Capital Requirement – MCR en anglais) et de capital de solvabilité requis (Solvency Capital Requirement – SCR en anglais). Le SCR représente un coussin pour l'assureur, lui permettant en cas de chocs économiques et non économiques extrêmes engendrant directement ou indirectement une augmentation de ses engagements affectant ses fonds propres de rester solvables.

L'évaluation du SCR est basé sur un scénario de stress extrême dit bicentenaire, c'est à dire un évènement ayant une probabilté d'occurence de 1/200. D'un autre point de vu, en cas d'évènements extrêmes, une société d'assurance sur 200 au maximum devrait devenir insolvable. Afin d'établir ce scénario de stress bicentenaire selon la norme solvabilité II, le niveau de choc à appliquer pour chaque hypothèse économique et non économique centrale est calibré en utilisant un modèle de Value at risk (VaR). Dans son article, Tim J. Boonen (2017) effectue une calibration de choc par un modèle basé sur l'expected shortfall. Les chocs sont calibrés sur les facteurs de risques affectant une société d'assurance vie fictive.

Dans ce document, nous implémentons les modèles de calibration des chocs sur les risque action, longévité par l'expected shortfall présentés dans l'article de Tim J.Boonen "Solvency II solvency capital requirement for life insurance companies based on expected shortfall" (2017).

Ce document se présentera comme suit, la première partie sera consacrée aux définitions des mesures de risques value at risk et expected shortfall. Dans la seconde partie nous introduirons la directive de solvabilité II pour le calcul du SCR en utilisant les chocs. L'implémentation du modèle d'expected shortfall pour la colibration des chocs action et longévité inteviendra dans la troisiéme partie avec de proposer une méthode de calibration de choc basé sur la théorie des valeurs extrêmes..

2 Mesures de risques

Calibrer un choc au sens de Solvabilité II se défini essentiellement l'évolution négative (pour l'assureur) à horizon d'un an, d'un facteur de risque avec une probabilité de 1/200. O utilise la value at risk pour déterminer ce niveau d'évolution du facteur de risque dans un scénario bicentenaire.

la value at risk (VaR) à un niveau $\alpha \in (0,1)$ est le $\alpha-$quantile, c'est à dire :

$$VaR_\alpha(X) = inf\{x \in \mathbb{R} : (X > x) \leqslant 1 - \alpha\}$$

Pour toute variable aléatoire X représentant le niveau d'évolution d'un facteur de risque. Une mesure de risque est dite cohérente au sens de Artzner et al. (1999) si elle est :

1. invariante par la translation
2. sous-addtive
3. homogéne positive
4. monotone.

Par définition la value at risque n'est systématiquement pas sous-additive. La sous-addivité est une propriété particulièrement importante car elle implique la possibilité de réduction de risque par mutualisation. L'expected shortfall est quant à elle une mesure de risque cohérente. Soit ES_α l'expected shortfall (ES) de niveau α :

$$ES_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 VaR_\tau(X)d\tau$$

Ou plus intuitivement, elle peut se définir comme "l'espérance des pertes au delà de la value at risque", c'est la définition que nous utiliserons dans la suite de ce document :

$$ES_\alpha(X) = E(X \mid X \geqslant VaR_\alpha(X))$$

Contrairement à la value at risk, en plus d'être une mesure de risque cohérente, l'expected shortfall est une mesure qui tient compte des queues de distribution des facteurs de risques mesurés. Cependant, les deux mesures de risque présentent chacune leurs avantages et leurs inconvénients et font encore l'objet de discussions dans la littérature scientifique. L'object de ce document n'est pas de trancher en faveur de l'une ou l'autre des mesures de risque comme étant la meilleure, mais de présenter l'utilisation d'une mesure de risque pour la calibration de choc au sens de solvabilité II.

Afin d'apporter une cohérence dans la comparaison entre la calibration des chocs par value at risk et expected shortfall, l'auteur défini la fonction strictement croissante θ telle que $SCR(VaR_\alpha) = SCR(ES_{\theta(\alpha)}$. Soit :

$$\theta : [0.95, 1] \to [0, 1]$$
$$SCR(VaR_\alpha) = SCR(ES_\theta)$$

Cette fonction n'est pas partie intégrante du modèle de calibration de choc, elle permet d'appliquer une mesure de risque différente tout en gardant la directive du niveau de choc d'une value at risk à 99,5% donnée par l'EIOPA dans la norme solvabilité II.

3 Calcul du Capital de solvabilité requis (SCR) selon le pilier I de solvabilité II

Selon l'EIOPA dans la norme Solvabilité II, le capital de solvabilité requis (SCR) correspond à une value at risque d'un niveau 99,5% à l'horizon d'un an des fonds propres de l'assureur . Le principe de la formule standard est d'appliquer un certain niveau de choc à chaque facteur de risque pouvant engendrer une perte financière, et d'évaluer l'impact sur ses fonds propres. Ces chocs sont calibrés avec une value at risk à un niveau 99,5% à l'horizon d'un an. L'assureur effectue l'exercice pour chaque module de risque, générant ainsi un SCR pour chaque risque, avant d'agréger l'ensemble des SCR à l'aide d'une matrice de corrélation prédéfinie (par la norme ou propre au profil de risque de l'entreprise) pour produire le SCR total.

Pour calculer le SCR total, l'assureur evalue tout d'abord ses engagements selon des hypothèses économiques et non économiques dites centrales, c'est le Best Estimate liabilities (BEL). Après avoir estimé son BEL et son actif (A) en valeur de marché, il détermine le niveau de ses fonds propres (FP) afin de produire son bilan prudentiel selon la formule simplifiée :

$$A - BEL_{central} = FP_{central}$$

Lorsque l'assureur applique un choc négatif à un facteur de risque pour produire une nouvelle hypothèse économique ou non économique qui sera dite stressée avant de réévaluer le BEL, l'actif et les fonds propres nous obtenons la nouvelle formule suivante :

$$A - BEL_{choc\ du\ risque\ \lambda} = FP_{choc\ du\ risque\ \rho}$$

L'assureur suite au choc négatif sur une hypothèse évalue un BEL choqué qui sera supérieur au BEL central engendrant ainsi une variation à la baisse de ses fonds propres (central). Cette variation représente le SCR du risque relatif à l'hypothèse choquée. Ainsi :

$$\Delta FP_{choc\ du\ risque\ \rho} = FP_{central} - FP_{choc\ du\ risque\ \rho}$$

Le SCR du risque ρ se défini comme :

$$SCR_{risque\ \rho} = max\left\{\Delta FP_{choc\ du\ risque\ \rho}, 0\right\}$$

Après avoir déterminé le SCR de chacun des facteurs de risques et sous-risques, l'assureur les agrège à l'aide de la matrice de corrélation des risques pour obtenir le SCR global.

Dans la suite de ce document nous calibrons les chocs action et longévité. En effet, les modules de risques de marché et de vie représentent environ 91,1% du SCR de base d'une compagnie d'assurance vie.

4 Modèles de calibration des chocs pour le calcul du SCR

4.1 Calibration du choc du risque action

Afin de calibrer le choc de SCR action nous utilisons les données mensuels de l'historique du niveau l'indice "Morgan Stanley Capital International (MSCI) World Developed (Market) Price Equity Index" entre 12/1969 et 07/2020. Pour se faire, nous transformons ces données en historique de rendements mensuels :

$$R_m = \frac{I_m - I_{m-1}}{I_m}$$

avec I_m le niveau de l'index au mois m, et R_m le rendement de l'indice au mois m.

L'historique des rendements mensuels est transformé en historique de rendements annualisés par un roll over de la formule d'annualisation de taux :

$$-1 + \prod_{m=1}^{12} (1 + R_m)$$

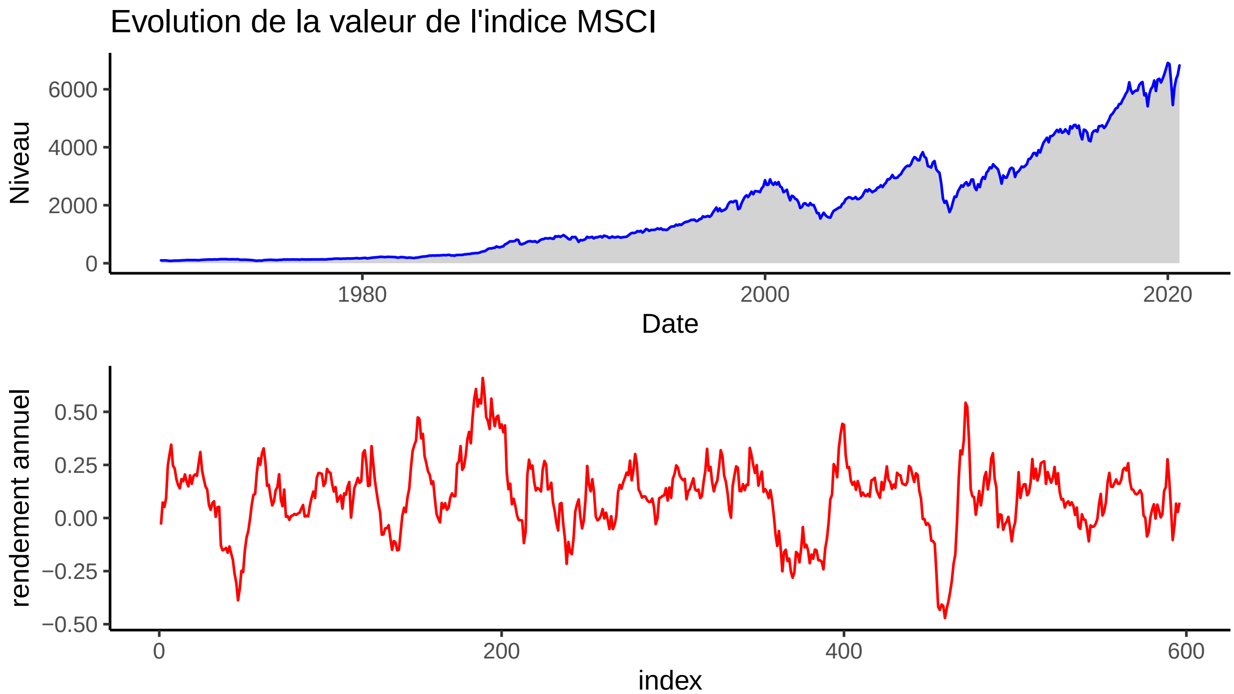

FIG. 1 : Rendement de l'indice MSCI

Nous calculons ensuite l'expected shortfall à un niveau de risque correspondant à une value at risk de 99,5% sur la distribution de l'historique de données de rendements annualisés. Nous ajoutons 7,5% à la value at risk pour inclure l'ajustment symétrique ordonné par l'EIOPA dans le "Calibratiion Paper".

Nous obtenons ainsi la value at risk à 99,5% et l'expected shortfall à 98,5%.

TAB. 1 : Calibration des chocs "global equity" avec la VaR et l'ES incluant un ajustement symétrique de 7,5%.

$\alpha(\%)$	$\theta(\alpha)(\%)$	$VaR_{\alpha}(\%)$	$ES_{\theta(\alpha)}(\%)$
99.5	98.85	-50.08	-50.33

4.2 Calibration du choc du risque de longévité.

Pour un assureur vie, un choc à la hausse de la longévité des assurés engendre un choc à la hausse de ses engagements financiers pour les produits de type "rente viagère", dont les prestation à verser sont conditionnées par la survie de l'assuré. La longévité est quantifiée dans des tables de survies. Ces table renseigne sur la probabilité de survie estimée d'un individu d'âge x de survivre jusqu'à l'âge $x+1$.

Pour calibrer le choc de longévité nous utilisons l'historique de tables de survies unisex de 9 pays, de 1992 à 2009. Les probabilités de survie sont quantifiées sur des intervalles de 5 ans. Les neufs pays sont le Danemark, la France, l'Angleterre, le Pays de Galles, l'Estonie, l'Italie, la Suède, la

Pologne, la Hongrie et la République tchèque. Le graphique ci dessous montre l'évolution de la probabilité de décès par âge en France entre 1992 et 2009.

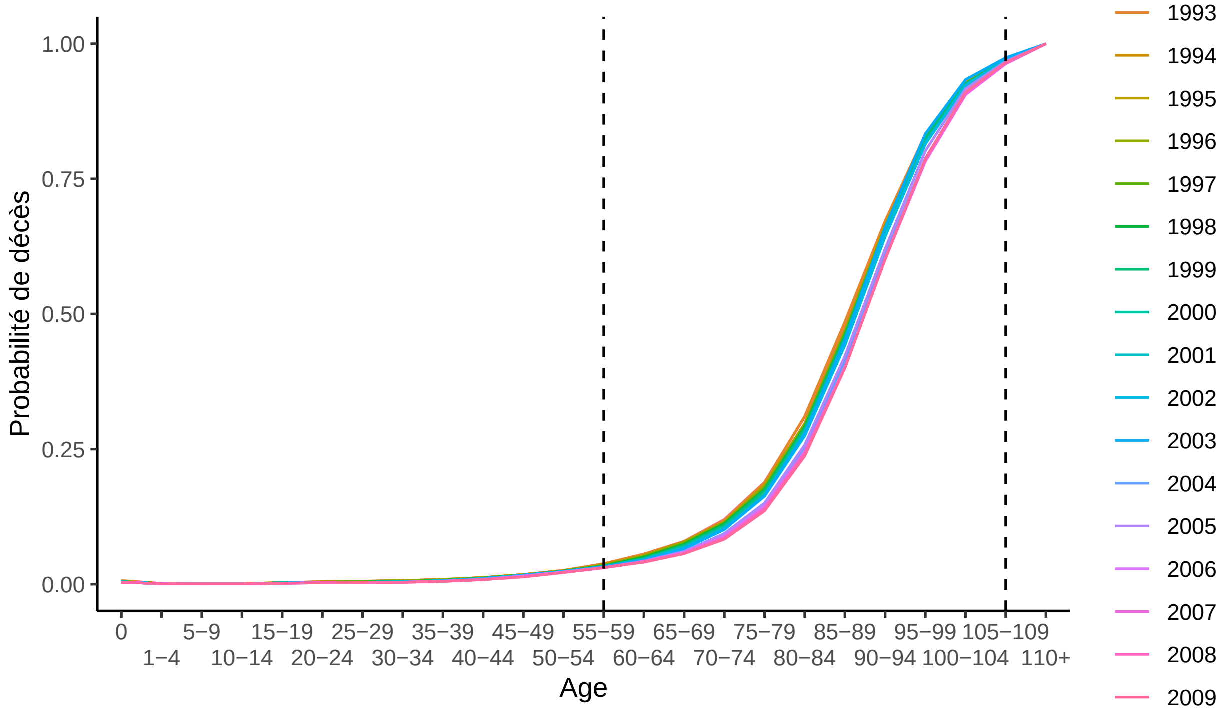

Fig. 2 : Evolution de la Table de survie en France entre 1992 et 2009

Nous calculons pour chaque pays le taux de changement annuel de la probabilité de survie sur un intervalle de 5 ans :

$$PC_{x,x+5} = \frac{P^a_{x,x+5} - P^{a-1}_{x,x+5}}{P^a_{x,x+5}}$$

Avec $P^a_{x,x+5}$, la probabilité d'un individu d'âge x de survivre à l'âge $x+5$ en année a.

Nous faisons l'hypothèse que le taux de changement annuel de la probabilité de survie suit une loi normale. Ensuite, nous calculons pour chaque intervalle d'âge de survie, et pour chaque pays, la value at risk à un niveau de 99,5% d'une loi normale calibrée au données de changement de probabilité de survie correspondant. On obtient donc 9 value at risk pour chaque intervalle d'age de survie (9 pays). La moyenne des value at risk par intervalle d'age de survie donne un choc de longévité par tranche d'âge. Notre choc de longévité unique correspondra à la moyenne des chocs de toutes les tranches d'âge.

L'expected shortfall à un niveau équivalent à cette value at risk constitue notre choc de longévité pour le calcul du capital de solvabilité requis du risque de longévité au sens de solvabilité II.

TAB. 2 : Calibration des chocs "longévité" avec la VaR de niveau α et l'ES au niveau $\theta(\alpha)$.

$\alpha(\%)$	$\theta(\alpha)(\%)$	$VaR_\alpha(\%)$	$ES_{\theta(\alpha)}(\%)$
99.5	98.71	-18.31	-18.32

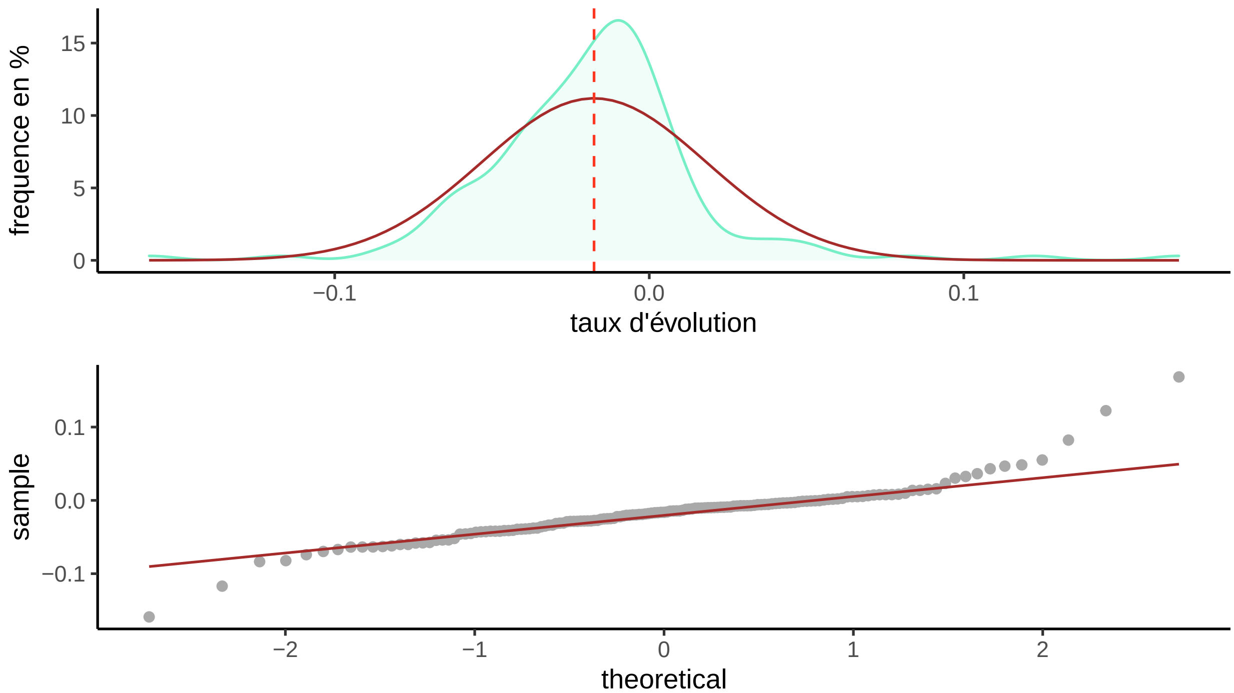

FIG. 3 : Aperçu de la distribution des d'évolution de la probabilité de survie tout âge confondu

5 Théorie des valeurs extrêmes pour la calibration du choc action

Reprenons la distribution des rendements annuels de l'indice MSCI World Developed Market Price Equity :

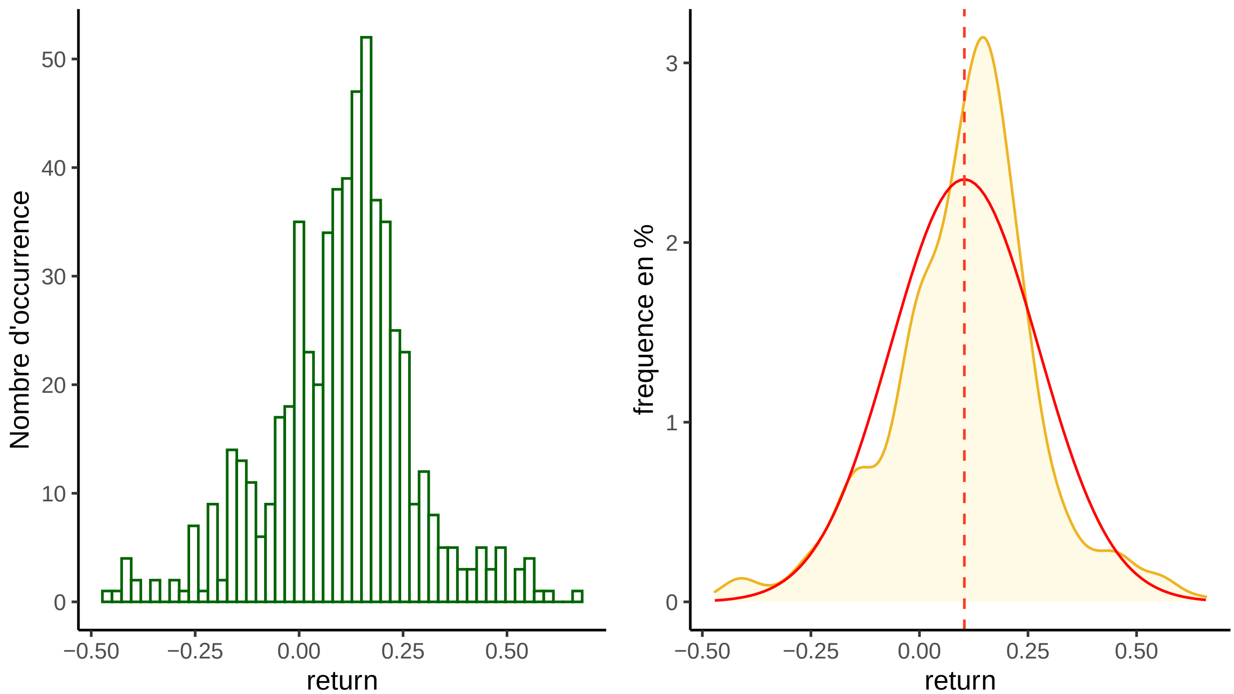

FIG. 4 : Distribution empirique des rendements de l'indice MSCI

Le graphique des fréquences ci-dessus présente une queue relativement épaisse par rapport à une loi normale calibrée selon la moyenne et la variance des données. Nous allons utiliser la méthode Peak Over Thresold (POT) de la théorie des valeurs extrêmes pour calculer la value at risque à 99,5%.

Nous commençons par explorer le graphique du mean residual life des données afin de choisir le seuil de calibration de la loi de paréto généralisée.

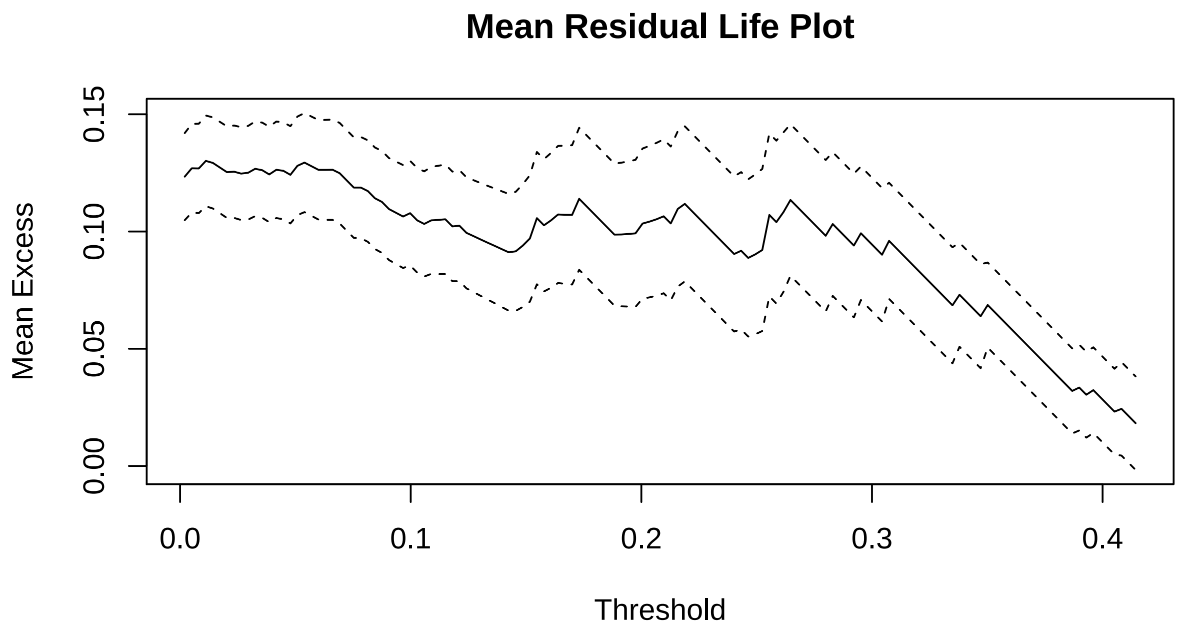

FIG. 5 : Mean residual plot des taux de rendements annuels négatifs de l'indice MSCI World

Le mean exces function (MEF) étant décroissante, la loi est du domaine d'attraction de Weibull, qui appartient à la famille des lois à queue fine. Nous choisissons pour la suite un seuil u qui correspond à la plus petite valeur à partir de la quelle la mean excel function est linéaire, tout en tenant compte de la contrainte d'un seuil u élevé et permettant de disposer d'un nombre e dépasssements suffisant pour une bonne estimation des paramètres du modèle. En appliquant la méthode *fpot* du package *evd* de *R* au données de rendements annuels nous obtenons les résultats suivants :

```
##
## Call: fpot(x = dataa, threshold = threshold)
## Deviance: -43.65189
##
## Threshold: 0.28
## Number Above: 13
## Proportion Above: 0.0956
##
## Estimates
##   scale    shape
##  0.2126  -1.1116
##
## Standard Errors
## scale  shape
## 2e-06  2e-06
##
## Optimization Information
##   Convergence: successful
```

```
##   Function Evaluations: 89
##   Gradient Evaluations: 8
```

Le paramètre de forme *shape* est négatif et confirme bien de domaine d'attration de Weibull de la loi. Le nombre de dépassement pour un seuil fixé à 0.28 est de 13 sur un total d'observation de 136, soit 9,56% de l'effectif des observations de perte.

Rappelons le chocs par la value at risk :

$\alpha(\%)$	$VaR_\alpha(\%)$
99.5	-50.08

ce choc inclu une majoration en absolue de la value at risk de +7,5%. La value at risk obtenu par l'application de la méthode POT donne les résultats suivants :

$\alpha(\%)$	$VaR_\alpha(\%)$
99.5	-46.4097499

Rappelons que la value at risk est une estimation avec un certain niveau d'incertitude, cela est la conséquence directe de l'estimation des paramètres de la loi des valeurs extrêmes que sont la *shape* pour la forme de queue et *scale* pour l'échelle de la loi. Nous pouvons en déduire que la majoration en abolue des +7,5% de la value at risk prescrit par l'EIOPA pour ajustement symétrique permet de tenir également compte des valeurs extrêmes de perte tout en étant plus "prudent" qu'une value at risk obtenue par application de la théorie des valeurs extrêmes. Cela fait encore plus de sens

6 Conclusion

Les modèles de calibration "classiques" de choc par la value at risk et l'expected shortfall sont relativement simples d'implémentation et facile de compréhension, ce qui constitue un véritable atout. La value at risk telle que prescrite par l'EIOPA pour la calibration de chocs sur les facteurs de risque, au vu des modèles de calibrations explorés dans ce document, peut voir son niveau adapté afin d'utiliser l'expected shortfall ou théorie des valeurs extrêmes afin d'obtenir les mêmes niveau de chocs. En outre, les mesures de risques prenant en compte les queues de distribution peuvent être partivulièrement utiles pour les facteurs de risques présentant des queues épaisses. De plus, dans le contexte de covid-19 actuel qui a un impact direct sur l'économie mondiale, où l'on se rend compte que le choc pandémique a une fréquence supérieure à 1/200, le niveau de risque α constitue également un levier important pour une meilleure gestion des risques des engagements financiers par les sociétés d'assurance et de réassurance.

7 Références

1. Boonen, T.J. Solvency II solvency capital requirement for life insurance companies based on expected shortfall. Eur. Actuar. J. 7, 405–434 (2017).

2. Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (2010) Solvency II calibration paper.

3. Base de données de de la BCE pour les données de “spot yiel curve” de la zone euro consulté en 08/2020, https://sdw.ecb.europa.eu/home.do

4. Base de données de la banque d'angleterre pour les données de “Daily government liability curve (nominal)” consulté en 08/2020, https://www.bankofengland.co.uk/

5. Base de données de l'indice Mosrgan Stanley MSCI World Developed Market Price Equity : https://www.msci.com/developed-markets

6. Données de longévité unisexe des 9 pays utilisées pour la calibration du choc de longévité consultées en 08/2020 : The Human Mortality Database : https://www.mortality.org/ (créer un id et un mot de passe pour accéder aux donées)

7. Cours STA217 Gestion quantitative du risque en finance et assurance du CNAM (2019-2020)

8. Livre des directives de solvabilité II, disponible sur le site de l'EIOPA.

8 Annexes avec codes, figures en plus etc.).

8.1 Code R

```
################################################### Fonctions ################################

# Plot le graphique des densités d'un dataset
# dataf : données en input
# age :age pour lequel il faut le graphique
plotagedensite <- function(dataf, age){

  dataf <- dataf %>% filter(Age %in% c(age))
#  p6 <- ggplot(dataf, aes(value)) +
#    geom_histogram( bins = 50, color="darkblue", fill="white") +
#    xlab("taux d'évolution") + ylab("Nombre d'occurrence") + ggtitle("Histogramme des taux d'
#    theme_classic()

  p7 <- ggplot(dataf, aes(value)) +
    geom_density(color="aquamarine2", fill = "aquamarine2", alpha = 0.1) +
    stat_function(fun = dnorm, args = list(mean(dataf$value), sd(dataf$value)), color = "brown"
    geom_vline(xintercept = mean(dataf$value), colour = "#FF3721", linetype = "dashed") +
    xlab("taux d'évolution") + ylab("frequence en %") +
    theme_classic()

  return(plot_grid(p7))
}

# Calcul l'Expected Shortfall
# df : vecteur des rendements ou tout simplement les données en input
# qtle : quantile
# ct : sens de calcul de l'ES ">=" ou "<="
calcul_es <- function(df, qtle, ct){

  if (ct==">="){
    a <-  round(mean(df[df>=qtle]), 4)
  }
  if (ct=="<="){
    a <-  round(mean(df[df<=qtle]), 4)
  }

  return(a)
}

# Calcul de la matrice des improvments de la mortalité au fil des années.
qx_return <- function(df){
  a <- df
  a[,c("1993" ,"1994", "1995", "1996", "1997", "1998", "1999", "2000", "2001", "2002", "2003",
```

```r
    (df[,c("1993" ,"1994", "1995", "1996", "1997", "1998", "1999", "2000", "2001", "2002", "200
       df[,c("1992", "1993", "1994", "1995", "1996", "1997", "1998", "1999", "2000", "2001", "2
    df[,c("1992", "1993", "1994", "1995", "1996", "1997", "1998", "1999", "2000", "2001", "2002

  return(a[,c("Age","1993" ,"1994", "1995", "1996", "1997", "1998", "1999", "2000", "2001", "20
}

################################################### Calibration du choc de longévité  ########

# Mortality data wrangling !!!
# Lecture des données de table de mortalité des 9 pays récupérées dans la base
# The Human Mortality Database : https://www.mortality.org/ (Un id et un mot de passe ont été
# Date d'extraction des données : 25/08/2020

# Lecture des fichiers de données et constrution des dataframes
DEN <- read.table("data/DEN.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
FR <- read.table("data/FR.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
EST <- read.table("data/EST.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
HUN <- read.table("data/HUN.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
IT <- read.table("data/IT.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
POL <- read.table("data/POL.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
SWE <- read.table("data/SWE.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
ENGW <- read.table("data/ENGW.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]
CZE <- read.table("data/CZE.txt", header = TRUE)[,c("Year","Age","qx")]

# Application d'un filtre sur les données pour ne considérer que les données de 19992 à 2009
# Ces filtres peuvent aussi se faire avec le package dplyr
DEN <- DEN[is.element(DEN$Year,c(1992:2009)),]
FR <- FR[is.element(FR$Year,c(1992:2009)),]
EST <- EST[is.element(EST$Year,c(1992:2009)),]
HUN <- HUN[is.element(HUN$Year,c(1992:2009)),]
IT <- IT[is.element(IT$Year,c(1992:2009)),]
POL <- POL[is.element(POL$Year,c(1992:2009)),]
SWE <- SWE[is.element(SWE$Year,c(1992:2009)),]
ENGW <- ENGW[is.element(ENGW$Year,c(1992:2009)),]
CZE <- CZE[is.element(CZE$Year,c(1992:2009)),]

# Transposition des dataframes
DEN_reshape <- reshape(DEN, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
FR_reshape <- reshape(FR, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
EST_reshape <- reshape(EST, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
HUN_reshape <- reshape(HUN, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
IT_reshape <- reshape(IT, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
POL_reshape <- reshape(POL, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
SWE_reshape <- reshape(SWE, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
ENGW_reshape <- reshape(ENGW, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
CZE_reshape <- reshape(CZE, direction = "wide", idvar = "Age", timevar = "Year")
```

```
# Retraitement des noms de colonnes pour supprimer les suffixes "qx."
names(DEN_reshape) <- gsub("qx.", "", names(DEN_reshape))
names(FR_reshape) <- gsub("qx.", "", names(FR_reshape))
names(EST_reshape) <- gsub("qx.", "", names(EST_reshape))
names(HUN_reshape) <- gsub("qx.", "", names(HUN_reshape))
names(IT_reshape) <- gsub("qx.", "", names(IT_reshape))
names(POL_reshape) <- gsub("qx.", "", names(POL_reshape))
names(SWE_reshape) <- gsub("qx.", "", names(SWE_reshape))
names(ENGW_reshape) <- gsub("qx.", "", names(ENGW_reshape))
names(CZE_reshape) <- gsub("qx.", "", names(CZE_reshape))

# Calcul des taux d'évolution des table de longévités avec la fonction qx_return présente dans
DEN_reshape <- qx_return(DEN_reshape)
FR_reshape <- qx_return(FR_reshape)
EST_reshape <- qx_return(EST_reshape)
HUN_reshape <- qx_return(HUN_reshape)
IT_reshape <- qx_return(IT_reshape)
POL_reshape <- qx_return(POL_reshape)
SWE_reshape <- qx_return(SWE_reshape)
ENGW_reshape <- qx_return(ENGW_reshape)
CZE_reshape <- qx_return(CZE_reshape)

# Code global

# Libraries
library(quantmod)
library(ggplot2)
library(dplyr)
library(cowplot)
library(reshape2)
library(readr)
library(RcppRoll)
library(cvar)
library(tibble)
library(lubridate)
# fichier de functions
source("es_calibration_functions.R")
source("data_management.R")

# MSCI data load: source : https://www.msci.com/developed-markets / Data d'extraction des donn
msci <- read.csv(file = 'data/historyindex.csv', sep = ";", header = TRUE)[ ,c('Date', 'Price'
msci$Date <- as.Date(msci$Date, "%d-%m-%Y")

# Utilisation des séries temporelle à la place :
msci_ts <- ts(msci$Price, start = c(1969,12,31), frequency = 12)

# Importdes données de taux : courbe historique de la bce / taux spot sans risque obligation n
```

```
bce_spot_rate_curve_histo <- read.csv(file = 'data/courbe_des_taux_historique_bce.csv', sep = '
names(bce_spot_rate_curve_histo) <- gsub("YC.B.U2.EUR.4F.G_N_A.SV_C_YM.SR_", "", names(bce_spot

# importation des données de taux : courbe historique de la banque d'angleterre / taux spot sa
#glc_spot_rate_curve_histo <- read.csv(file = 'data/courbe_des_taux_historique_bce.csv', sep =

# Most basic bubble plot
p1 <- ggplot(msci, aes(x=Date, y=Price)) +
  geom_area(fill = "lightgray", color="blue") +
  xlab("Date") + ylab("Niveau")  + ggtitle("Evolution de la valeur de l'indice MSCI") + theme_c

# formule de calcul : (Pt - P(t-1))/P(t-1)
msci_return <-data.frame(diff(msci_ts)/stats::lag(msci_ts, -1))
colnames(msci_return) <- c("msci_return")

# anualisation
#msci_return$msci_return <- 1+msci_return$msci_return
msci_return_annualized <-data.frame(roll_prod(1+msci_return$msci_return, n =12) - 1)
colnames(msci_return_annualized) <- c("msci_return_annualized")

p2 <- ggplot(msci_return_annualized, aes(x=index(msci_return_annualized), y=msci_return_annuali
  geom_line( color="red") +
  xlab("index") + ylab("rendement annuel") + theme_classic()

plot_grid(p1, p2, ncol = 1, align = "v")

# Calcul de la VAR historique des données
histo_VAR <- round(quantile(msci_return_annualized, probs = c(0.005), na.rm = TRUE, type = 1),

histo_ES <- round(mean(msci_return_annualized$msci_return_annualized[msci_return_annualized$msc

p5 <- ggplot(FR, aes(Age, qx, group=Year, color=Year)) + geom_line(aes(color = factor(Year))) +
  geom_vline(xintercept = "105-109", colour = "black", linetype = "dashed") +
   geom_vline(xintercept = "55-59", colour = "black", linetype = "dashed")+
    ylab("Probabilité de décès") +  scale_x_discrete(limits=c("0","1-4","5-9","10-14","15-19","
  theme_classic()

p5

join_qx_df <- left_join(DEN_reshape, FR_reshape, by='Age') %>% left_join(EST_reshape, by = 'Age

join_qx_df <- column_to_rownames(join_qx_df, var = "Age")

es_theo <- function(vect, qq){
  return(ES(qnorm, x = qq, mean = mean(vect), sd = sd(vect)))
}
```

```r
var_theo <- function(vect, qq){
  return(VaR(qnorm, x = qq, mean = mean(vect), sd = sd(vect)))
}

# Theta choisi tel la var = es
es_longe <- round(mean(-apply(join_qx_df[1:22,], 1, es_theo, qq=0.0129))*100,2)

var_longe <- round(mean(-apply(join_qx_df[1:22,], 1, var_theo, qq=0.005))*100,2)

dt1 <- melt(join_qx_df["55-59",])


p6 <- ggplot(dt1, aes(value)) +
    geom_density(color="aquamarine2", fill = "aquamarine2", alpha = 0.1) +
    stat_function(fun = dnorm, args = list(mean(dt1$value), sd(dt1$value)), color = "brown") +
    geom_vline(xintercept = mean(dt1$value), colour = "#FF3721", linetype = "dashed") +
    xlab("taux d'évolution") + ylab("frequence en %") +
    theme_classic()


p7 <- ggplot(dt1, aes(sample=value)) + stat_qq(color="darkgrey") + stat_qq_line(color = "brown
    theme_classic()

plot_grid(p6, p7, ncol = 1, align = "v")


p3 <- ggplot(msci_return_annualized, aes(msci_return_annualized)) +
  geom_histogram( bins = 50, color="darkgreen", fill="white") +
  xlab("return") + ylab("Nombre d'occurrence") +
  theme_classic()

p4 <- ggplot(msci_return_annualized, aes(msci_return_annualized)) +
  geom_density(color="goldenrod2", fill = "gold1", alpha = 0.1) +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean(msci_return_annualized$msci_return_annualized), s
  geom_vline(xintercept = mean(msci_return_annualized$msci_return_annualized), colour = "#FF37
  xlab("return") + ylab("frequence en %") +
  theme_classic()

plot_grid(p3, p4)

dataa = as.matrix(abs(msci_return_annualized[msci_return_annualized<=0]))
mrlplot(dataa)

threshold = 0.28
GPD = fpot(dataa,threshold)
GPD
```

```
#threshold + (GPD$param[1]/GPD$param[2])*(((GPD$npp/GPD$nhigh)*(1-alpha[i]))^(-GPD$param[2])-1)
var_action_extrem = -(threshold - (GPD$param[1]/GPD$param[2])*(1 - ((1/0.005)*(13/136))^GPD$par
```

8.2 Packages R

1. library(quantmod)
2. library(ggplot2)
3. library(dplyr)
4. library(cowplot)
5. library(reshape2)
6. library(readr)
7. library(RcppRoll)
8. library(cvar)
9. library(tibble)
10. library(lubridate)
11. library(FactoMineR)
12. library(factoextra)
13. library(evd)