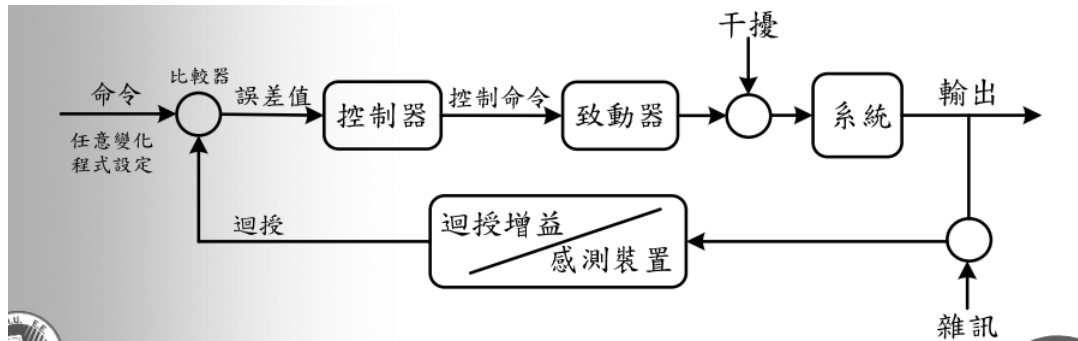


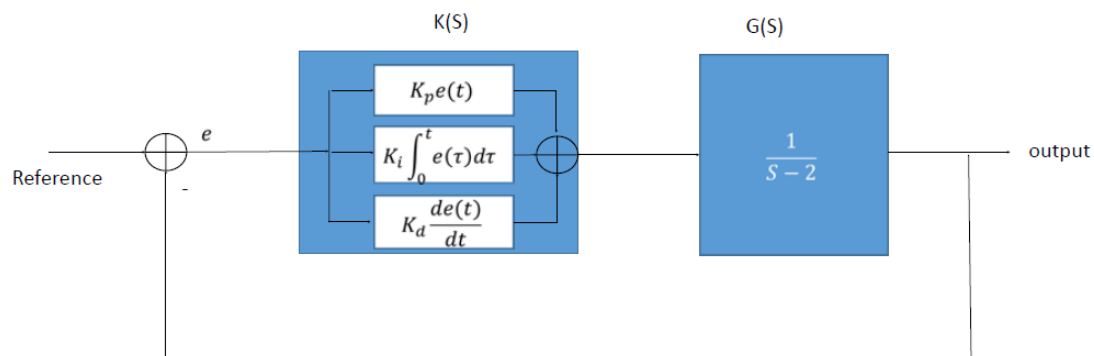
PID controller

屬於控制器中的一種形式，由 P (比例單元，考慮當前誤差)、I (積分單元，考慮過去誤差)、D (微分單元，考慮未來誤差)。經過三項 K_p (for P), K_i (for I), K_d (for d) 增益參數控制調整整個系統處於一個穩定的狀態。

基本控制器架構:



而我們的系統:



可以由架構圖得到:

Input = $X(s)$

Output = $Y(s)$

式(一) $E(s) = Y(s) - X(s)$ (穩定輸出與控制輸入之差值，稱之為 $E(s)$ - 穩態誤差)

而系統本身為:

式(二) $Y(s) = E(s) * K(s) * G(s)$

由式(一)帶入式(二)，便可以得到以 $Y(s) = X(s) * H(s)$ 的形式

而 $H(s)$ 便是由 K_p , K_i , K_d 以及 s (use for Laplace Transform) 所組成 (經由手動運算化簡)

接著利用 transform function 來建立 $H(s)$ 的 Laplace Transform 的多項式，加上使用 feedback function 來得到整個系統的 output

調整增益變數:

K_p : 比例增益變數越大，在相同的誤差量下，會有較大的輸出，但如果太大，會導致系統不穩定。相反的，若比例增益小，若在相同誤差量下，其輸出較小，因此控制器會較不敏感的。若比例增益太小，當有干擾出現時，其控制信

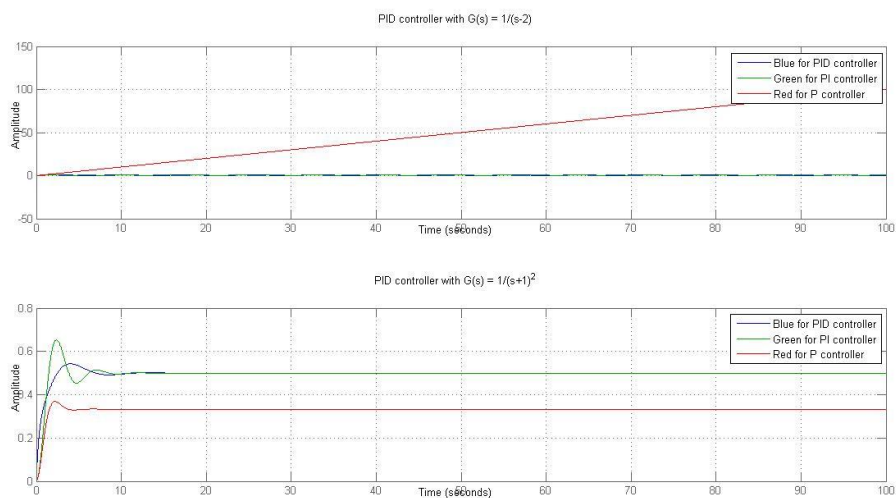
號可能不夠大，無法修正干擾的影響。

Ki：積分增益越大，趨近設定值的速度越快，不過因為積分控制會累計過去所有的誤差，可能會使回授值出現過衝的情形。

Kd：微分控制可以提昇整定時間及系統穩定性。不過因為純微分器不是因果系統，因此在 PID 系統實現時，一般會為微分控制加上一個低通濾波器以限制高頻增益及雜訊。而此增益變數的結果越大，那麼控制系統就對輸出結果作出更快速的反應。

經過把 $G(s)$ 變數調整成 $1/(s+1)^2$ 後，整體變得相對趨於穩定。

Lab7 實作結果：



上方式原本 $G(s) = 1/(s-2)$ 的情況，而下方則是 $G(s) = 1/(s+1)^2$ 。顏色分別為：

Red – P controller

Green – PI controller

Blue – PID controller

可以看出，第一張圖的 P controller 處於持續發散的情況，也就是誤差越來越大，如果放置於自動控制應用，應該會非常危險！而 PI 及 PID controller 則是處於上下震盪的不穩定情形。

而第二張圖三者最後皆處於穩定，我們可以看到開始的情況，可以看到 P controller 在 $K_p = 1$ 的情形時，對於整體反應是不明顯的；而看到 PI controller，有了積分的控制因素後，peak 比 PID controller 還要高！而綜合 PID 三項構成的 PID controller 則處於非常穩定的狀態，多了微分增益的控制，讓系統較為穩定。

Poles and Zeros?

一個 transfer function:

$$H(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{(m-1)} \dots / a_n s^n + a_{n-1} s^{(n-1)} \dots$$

$$\Rightarrow H(s) = N(s) / D(s)$$

$$\Rightarrow = K * (s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_{m-1})(s - z_m) / (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_{n-1})(s - p_n)$$

\Rightarrow 化簡成 $N(s)$ 及 $D(s)$ 的形式表示

其中，當 $s = z_i$, i 為 $1 \sim m$ 之間的任意一個數，則 $N(s) = 0$ ，則將這定義為

system Zeros

而當 $s = p_i$, i 為 $1 \sim m$ 之間的任意數，則 $D(s) = 0$ ，則將這定義為 **system Poles**。

當 $N(s)$ 等於 0 時， $\lim(s \rightarrow z_i) H(s) = 0$ ，使得 transfer function 消失；

當 $D(s)$ 等於 0 時， $\lim(s \rightarrow p_i) H(s) = \infty$ ，使得 transfer function 無限大，沒有邊界。

而題意中的 $G(s)$ 中的 $(s+1)^2$ 項處於 poles (分母) 的部分! 原本的 $K(s)$ 及 $E(s)$ 則處於 Zeros (分子) 的部分。