

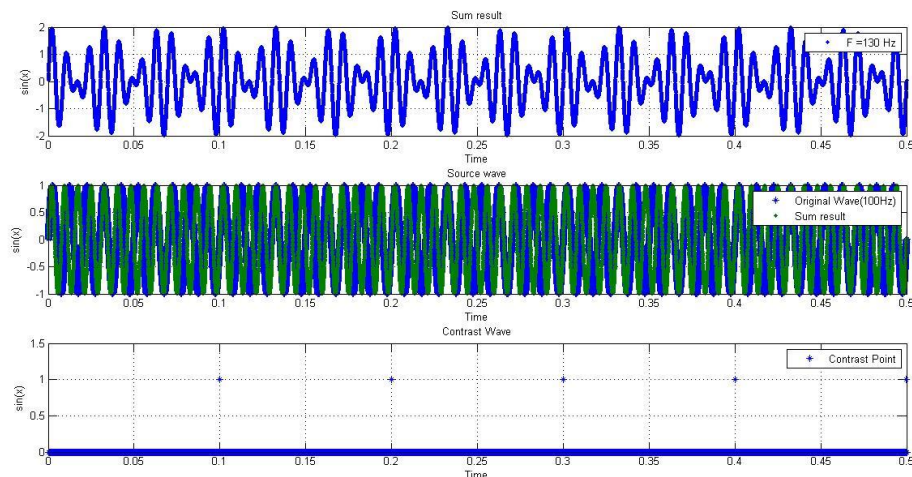
對於 Beating 的定義:

是對於兩個頻率有些微差別的聲波所產生的干擾模式(干涉)。

調音時，當把兩個音頻調往 unison(齊奏)時，在頻率很接近的時候，就會出現 beating 的現象。而 beating 的程度則會依據兩者頻率之差作相對應的變化，有建設性及破壞性之分，也就是顫音的產生。

而隨著越來越接近，beating 的現象也會越來越低，變得不易被察覺。

所以產生 beating 的時候，就會在主頻率之外，有個隱約嗡嗡作響的聲音。



數學證明:

$$\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) = 2 \cos\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right) \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right) \quad [1]$$

假設現在兩個 cos 波相加，我們可以得到右式。(假設 f_1 和 f_2 差異不大)

解析右式:

$f_1 - f_2 / 2$ 幾乎等於 0 (由假設得知)，所以我們可以得知，右項對於左項來說，是一個影響左項振幅的存在，又稱右項為一個 envelope。(Definition : low frequency is an envelope of the higher frequency one)

而右項為 $f_1 + f_2 / 2$ ，是為兩頻率的平均值，又兩者大小相近，頻率兩倍後，就形成波峰波谷對調($f_{\text{origin}} = (1/2) * f_{\text{result}}$)的情形。

而人耳的敏感度並沒有那麼高，所以聽起來，只有大小(振幅)可以被聽到。

因此主觀上，envelope 的 frequency 似乎為原本 cosine 頻率的兩倍，意味著可被聽見的 beat frequency →

$$f_{\text{beat}} = f_1 - f_2$$

當 $f_1 - f_2 = 0$ 時，視為建設性干涉(右項為 1)；

而當 $f_1 - f_2 = 1/2$ 時，視為破壞性干涉(右項為 0)