Autómata Off-Lattice: Bandadas de agentes autopropulsados

Camila Di Toro Kevin Catino Iván Chayer

Instituto Técnologico de Buenos Aires
[72.27] Simulación de Sistemas

Contenidos

Introducción

Sistema Real

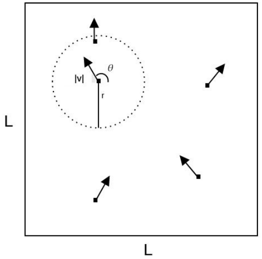
Sistema Real

Partículas auto-propulsadas

Objetivo

Investigar su auto-organización a partir de su interacción.

Modelo de partículas auto-propulsadas



Reglas base del modelo:

- Cada partícula se desplaza en cada paso temporal
- Velocidad de módulo constante
- La dirección es un promedio de direcciones de velocidades vecinas en un radio de interacción "r" [a]
- Se adiciona ruido al cálculo de la dirección promedio

[a] El cálculo incluye el angulo de la propia partícula

Modelo de partículas auto-propulsadas

Posición de la i-ésima partícula para cada tiempo t:

$$\boxed{x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)\Delta t} \tag{1}$$

La dirección de la velocidad se obtiene a partir de la expresión:

$$\boxed{\theta(t+1) = \langle\theta(t)\rangle_r + \Delta\theta} \tag{2}$$

$\langle\theta(t)\rangle$ y $\Delta\theta$

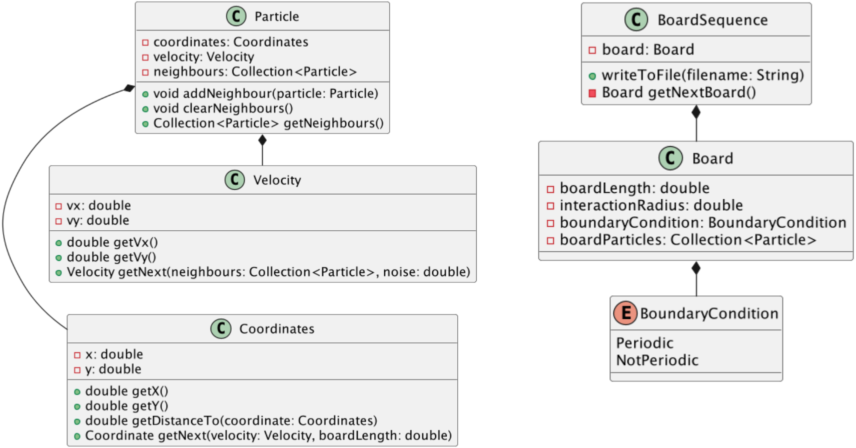
Cálculo del promedio de los ángulos:

$$\langle\theta(t)\rangle_r = atan2\left[\frac{\langle sin(\theta(t))\rangle_r}{\langle cos(\theta(t))\rangle_r}\right] \tag{3}$$

$\Delta\theta$ es el ruido y se obtiene de una distribución uniforme de intervalo $[-\frac{\eta}{2}, \frac{\eta}{2}]$

Implementación

Arquitectura



Motor de simulación

Utiliza el método getNextBoard de la clase BoardSequence para avanzar en el tiempo y obtener el próximo Board.

Resumen de las operaciones realizadas:

- Cálculo de la nueva velocidad y posición
- Se actualiza la velocidad y posición de la partícula
- Se recalcula las celdas en las que se encuentran las partículas
- Se obtienen los vecinos utilizando Cell Index Method

Actualización de la posición

```
Function getNext(v: Velocity, boardLength: Real) ->
    Coordinates:

    nextX = this.x + v.x
    nextY = this.y + v.y

    // se considera la condicion periodica de borde
    nextX = wrapAxis(nextX, boardLength)
    nextY = wrapAxis(nextY, boardLength)

    return Coordinates(nextX, nextY)
```

Actualización de la velocidad

```
getNext(neighbours: list<particle>, noise: double) ->
    Velocity:
    noiseValue = RandomBetween(-noise/2, noise/2)

    angles = new list
    for each particle in neighbours:
        angle = arctan(particle.vy / particle.vx)
        angles.add(angle)

    selfAngle = arctan(this.velocity.y / this.velocity.x)
    angles.add(selfAngle)

    sinAvg = promedio de los senos en 'angles'
    cosAvg = promedio de los cosenos en 'angles'

    nextAngle = arctan(sinAvg / cosAvg) + noiseValue
    nextVx = cos(nextAngle) * modulo de v
    nextVy = sin(nextAngle) * modulo de v

    return Velocity(nextVx, nextVy)
```

Simulaciones

Modelo Propuesto

- Partículas puntuales en una celda de lado L con condiciones periódicas.
- Módulo de velocidad constante $v = 0.03$.
- Direcciones θ aleatorias a $t = 0$, $\theta \in [0, 2\pi]$.
- Radio de interacción $r = 1$.
- Generación de N partículas aleatoriamente a $t = 0$.

Comportamiento del Sistema

- Velocidad promedio normalizada v_a como observable.

$$v_a = \frac{1}{Nv}\left|\sum_{i=1}^{N} v_i\right|$$

- Parámetros de interés: ruido η y densidad $\rho = N/L^2$.
- v_a tiende a cero para desorden total y a 1 para partículas polarizadas.

Simulaciones y Análisis

- Variación de v_a en función del ruido (η).
- Variación de v_a en función de la densidad (ρ)

Parámetros

Comportamiento de v_a con ruido

- $\eta \in [0, 5]$, $N \in \{40, 100, 400\}$
- Densidad constante $\rho = 4$, ajuste L con N.

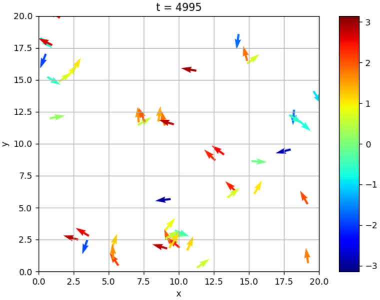
Comportamiento de v_a con densidad

- $\rho \in [0, 10]$, $L = 20$, $\eta = 2.5$

Cálculo de v_a y Estado Estacionario

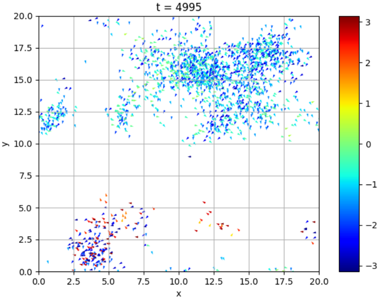
- Se calcula v_a cuando sistema esté estable.
- Se determina el tiempo estacionario con pruebas.

Baja densidad



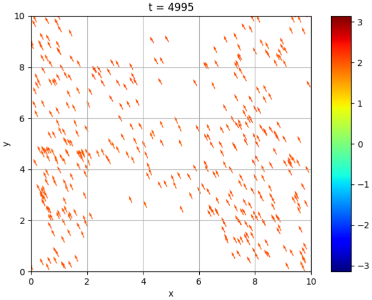
- $L = 20$
- $\eta = 2.5$
- $N = 200$
- $\rho = 0.5$

Alta densidad



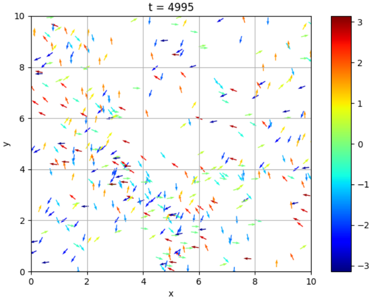
- $L = 20$
- $\eta = 2.5$
- $N = 2000$
- $\rho = 5$

Bajo ruido



- $L = 10$
- $\eta = 0.1$
- $N = 400$
- $\rho = 4$

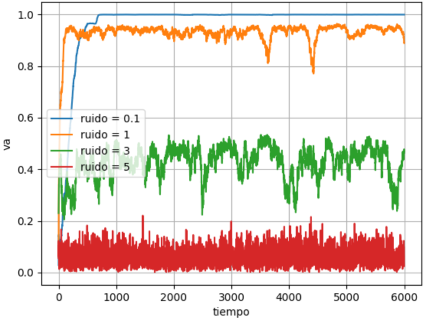
Alto ruido



- $L = 10$
- $\eta = 5$
- $N = 400$
- $\rho = 4$

Resultados

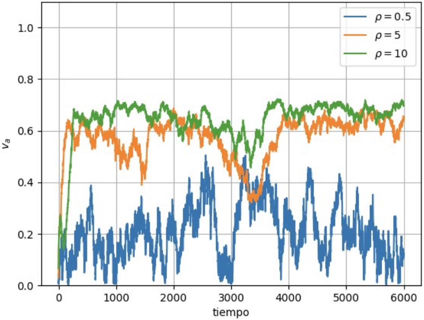
v_a en función del tiempo



- $L = 10$
- $N = 400$

- $\eta \in \{3, 5\}$: v_a no se estabiliza.
- $\eta = 0.1$: v_a se estabiliza desde $t \approx 700$.
- $\eta = 1$: v_a se estabiliza desde $t \approx 4500$.

v_a en función del tiempo



- $L = 20$
- $\eta = 2.5$

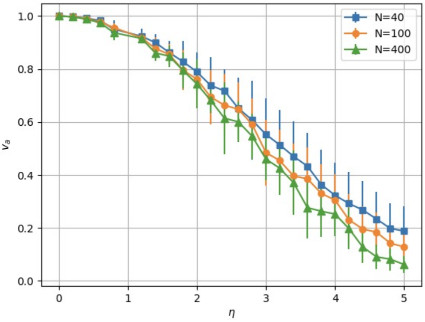
- $\rho \in \{5, 10\}$: v_a se estabiliza desde $t \approx 4000$
- $\rho = 0.5$: v_a no se estabiliza.

Cálculo de v_a

Se decide utilizar el siguiente método:

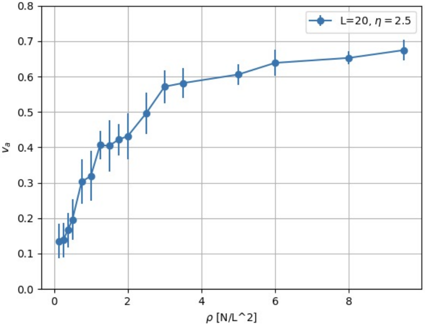
- Si la variación de v_a en 50 iteraciones consecutivas es < 0.02, se toma ese promedio.
- Si al llegar a la iteración 5000 no se cumplió la condición anterior, se calcula v_a como el promedio de las iteraciones 5001 a 6000.

v_a en función del ruido



- $\rho = 4$

v_a en función de la densidad



- $\eta = 2.5$
- $L = 20$

Conclusiones

Conclusiones

- v_a es un indicador de polarización de las partículas del sistema.

Relación entre η y v_a

$$\uparrow \eta \implies \downarrow v_a$$

Relación entre ρ y v_a

$$\uparrow \rho \implies \uparrow v_a$$