Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Вычислительная математика
Лабораторная №2

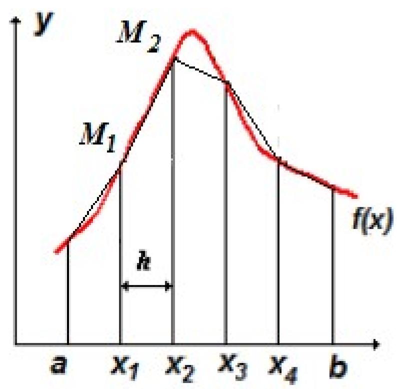
Выполнил:
Беляков Дмитрий
Группа:
P3210
Преподаватель:
Перл О.В.

Санкт-Петербург
2020

Описание метода
Метод трапеций.
Подынтегральную функцию на каждом отрезке [x_i ; x_{i+1}] заменяют интерполяционным многочленом первой степени:

$$f(x)\approx\varphi(x)=a_i x+b$$

Метод использует линейную интерполяцию, т. е. График функции представляется в виде ломанной, соединяющей точки (x_i, y_i) . Тогда площадь криволинейной трапеции заменяется суммой площадей n трапеций.



$$S_{общ}=S_1+S_2+...+S_n=(y_0+y_1)/2*h_1+(y_1+y_2)/2*h_2+...+(y_{(n-1)}+y_n)/2*h_n$$, где $h_i=x_i-x_{(i-1)}$

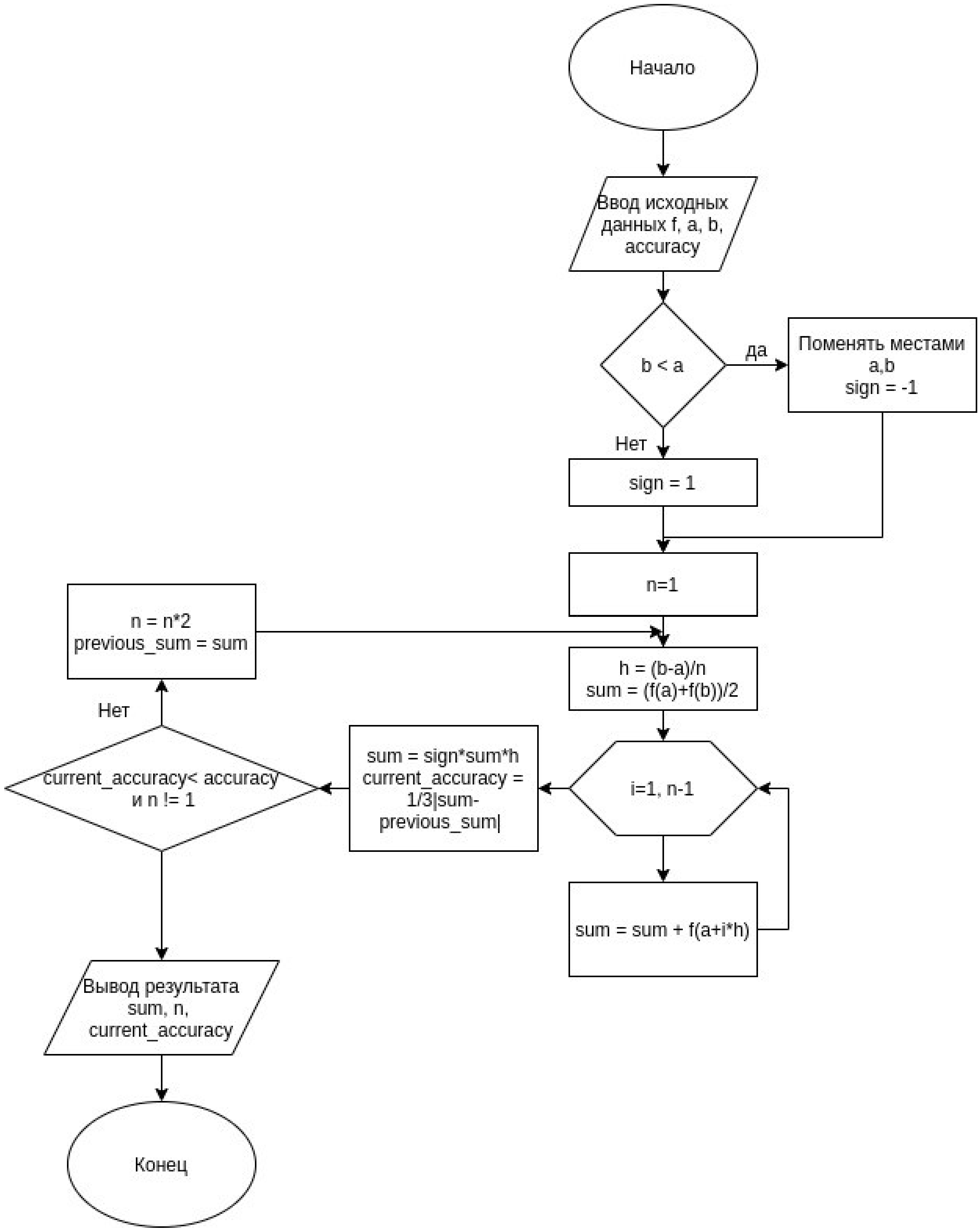
Складывая все равенства получим формулу трапеций для численного интегрирования:

$$\int_a^b f(x)dx=1/2\sum_{i=1}^{n} h_i(y_{(i-1)}+y_i)$$

При $h_i=h=(b-a)/n=const$ формула:

$$\int_a^b f(x)dx=h((y_0+y_n)/2+\sum_{i=1}^{n-1} y_i)$$ или $$\int_a^b f(x)dx=h/2(y_0+y_n+2\sum_{i=1}^{n-1} y_i)$$

Блок-схема


Начало
Ввод исходных данных f, a, b, accuracy
b < a
да
Поменять местами a,b
sign = -1
Нет
sign = 1
n=1
n = n*2
previous_sum = sum
h = (b-a)/n
sum = (f(a)+f(b))/2
Нет
current_accuracy< accuracy и n != 1
sum = sign*sum*h
current_accuracy = 1/3|sum-previous_sum|
i=1, n-1
sum = sum + f(a+i*h)
Вывод результата sum, n, current_accuracy
Конец

Листинг численного метода

```
import math

class Function():

    def __init__(self, func_information, borders):
        self.function = func_information["function"]
        self.points_continuity = func_information["special_points"]["continuity"]
        self.points_discontinuity = func_information["special_points"]["discontinuity"]
        self.description = func_information["description"]
        self.integral = None

        if(borders[0] > borders[1]):
            self.left_border = borders[1]
            self.right_border = borders[0]
            self.sign = -1
        else:
            self.left_border = borders[0]
            self.right_border = borders[1]
            self.sign = 1

    def comp_y(self, x):
        if self.points_continuity is not None:
            for point in self.points_continuity:
                if point[0] == x: return point[1]
        return self.function(x)

    def check_discontinuity(self):
        if self.points_discontinuity is not None:
            for point in self.points_discontinuity:
                assert (point < self.left_border or point > self.right_border), "Невозможно вычислить
интеграл: в интервале содержится точка неустранимого разрыва {0}".format(point)
        return True

    def comp_accuracy(self, current_integral):
        if self.integral is None: return None
        return 1/3*abs(current_integral- self.integral)

    def __str__(self):
        return self.description


def comp_integral(function: Function, accuracy):
    function.check_discontinuity()
    n = 1
    while True:
        h = (function.right_border - function.left_border)/n
```

```
        riemann_sum = (function.comp_y(function.left_border) +
function.comp_y(function.right_border))/2
        for i in range(1, n):
            riemann_sum +=function.comp_y(function.left_border + i*h)
        riemann_sum = function.sign*riemann_sum*h
        current_accuracy = function.comp_accuracy(riemann_sum)
        if current_accuracy is not None and current_accuracy < accuracy: return riemann_sum, n,
current_accuracy
        function.integral = riemann_sum
        n*=2
```

Примеры и результаты работы

Введите номер функции, интеграл которой вы хотите вычислить
1. x + 5
2. 2*x^3 + 6 * x^2 - 5 * x + 12
3. 3/((x+2)*(x-5))
4. (x^3-x^2)/((x-1)*(x+10))
5. sin(x)/x
4
Введите пределы интгрирования через пробел
0 10
Введите точность
0.0001
Функция:
(x^3-x^2)/((x-1)*(x+10))
Пределы интегрирования:
[0.0, 10.0]
Введенная точность
0.0001
Полученное значение интеграла:
19.314813423244278
Количество разбиений:
256
Полученная погрешность:
9.536652217434494e-05

Введите номер функции, интеграл которой вы хотите вычислить
1. x + 5
2. 2*x^3 + 6 * x^2 - 5 * x + 12
3. 3/((x+2)*(x-5))
4. (x^3-x^2)/((x-1)*(x+10))
5. sin(x)/x
4
Введите пределы интгрирования через пробел
-12 0
Введите точность
0.0001
Невозможно вычислить интеграл: в интервале содержится точка неустранимого разрыва -10.0

Вывод

Численные методы, метод прямоугольников, трепеций, метод Симпсона, основаны на апроксимации функции полиномами разных степеней: нулевой, первой и второй соответственно. Чем выше степпень полинома, тем выше точность решения. Но чем выше степень полинома, тем сложнее вычисления.