

# Quadratische Ergänzung

Alice und Bob wurden gefragt, den Scheitelpunkt für folgende Funktion zu identifizieren und ihren Lösungsweg zu kommentieren.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 5x^2 - 10x + 6$$

## Lösungsweg Alice

Als erstes habe ich den Koeffizienten vom  $x^2$  ausgeklammert.

$$5x^2 - 10x + 6$$

$$= 5(x^2 - 2x) + 6$$

Dann habe ich zum Quadrat ergänzt

$$= 5((x^2 - 2x + 1) - 1) + 6$$

und den binomischen Term faktorisiert.

$$= 5((x - 1)^2 - 1) + 6$$

Schliesslich noch die Klammer aufgelöst...

$$= 5(x - 1)^2 - 5 + 6$$

... und den Restbetrag schöngeschrieben.

$$= 5(x - 1)^2 + 1$$

Zum Schluss habe ich den Scheitelpunkt abgelesen.

Der Scheitelpunkt liegt in  $(1, 1)$ .

## Lösungsweg Bob

Als erstes habe ich die Parameter  $a, b, c$  der AF identifiziert.

$$5x^2 - 10x + 6$$

$$\Rightarrow a = 5, b = -10, c = 6$$

Dann habe ich die Formel für die  $x$ -Koordinate des Scheitelpunktes hingeschrieben, die Parameter eingesetzt und aufgelöst.

$$d = -\frac{b}{2a}$$

$$\Rightarrow d = -\frac{-10}{2 \cdot 5}$$

$$= -\frac{-10}{10}$$

$$= -(-1)$$

$$= 1$$

Anschliessend habe ich die Formel für die  $y$ -Koordinate des Scheitelpunktes hingeschrieben, die Parameter eingesetzt und aufgelöst.

$$e = c - \frac{b^2}{4a}$$

$$\Rightarrow e = 6 - \frac{(-10)^2}{4 \cdot 5}$$

$$= 6 - \frac{100}{20}$$

$$= 6 - 5$$

$$= 1$$

und zum Schluss mein Ergebnis schön hingeschrieben

Das heisst, der Scheitelpunkt liegt in  $(1, 1)$ .

## Aufgabe 1

- Lesen Sie Alices & Bobs Lösungsweg aufmerksam durch. Was meint Bob mit *AF*? Was meint Alice mit *zum Quadrat ergänzt*?
- Geben Sie beiden Lösungswegen einen Namen.

## Aufgabe 2

Nutzen Sie Alices Lösungsweg um den Scheitelpunkt der Funktion  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -6x^2 - 10x + 6$  zu bestimmen. Kommentieren Sie Ihren Lösungsweg, ähnlich wie Alice.