

# **Diseño e Implementación de un Medidor de Energía Trifásica para Sistemas Eléctricos no Lineales.**

**German Andres Sanchez Motta**  
**Kevin Fabian Carrillo Carrillo**

Universidad Santo Tomas  
Facultad de Ingeniería Electrónica  
Bogotá, Colombia  
2018



# **Diseño e Implementación de un Medidor de Energía Trifásica para Sistemas Eléctricos no Lineales.**

**German Andres Sanchez Motta  
Kevin Fabian Carrillo Carrillo**

Monografía de proyecto de grado para optar al título de:  
**Ingeniero Electrónico**

Director:  
Ing. Edwin Francisco Forero Garcia, M.Sc.

Universidad Santo Tomas  
Facultad de Ingeniería Electrónica  
Bogotá, Colombia  
2018



# Dedicatoria

Principalmente a Dios y después a nuestros padres, quienes fueron de gran ayuda y confianza incondicional en esta trayectoria de formación personal y profesional.



# Agradecimientos

Este proyecto ha sido realizado bajo el acompañamiento y dirección de el ingeniero Edwin Francisco Forero Garcia, M.Sc, por habernos brindado su tiempo, conocimientos, paciencia, le expresamos nuestro mas sincero agradecimiento por hacer posible la realización de este proyecto.

A nuestros padres por habernos forjado como las personas que somos en la actualidad; muchos de nuestros logros se los debemos a ustedes en los que se incluye este. Clara Ines Motta Almario, German Sanchez Pinto, Nelcy Faviola Carrillo Carrillo, William Marquez Carrillo Rey.

A nuestras parejas, amigos y colegas, por ayudarnos en este proceso, por aportar algún comentario y critica a nuestro proyecto, por darnos motivación para culminar este proceso y por los momentos compartidos en espacios académicos y sociales. Julieth Garzon, David Ortiz, Sergio Zambrano, Nicolas Ramirez y Mateo Rojas.

A nuestros docentes, quienes desde el primer día que empezamos este proceso nos brindaron sus conocimientos y tiempo para ayudarnos a crecer como personas y profesionales.

**GRACIAS**





# Lista de Figuras

<b>4-1.</b>	Circuito RL . . . . .	7
<b>4-2.</b>	Señal de corriente con distorsión (a) Fase de la corriente y su componente fundamental; (b) Componente de distorsión . . . . .	8
<b>4-3.</b>	Cuatro cuadrantes de las direcciones del flujo de potencia . . . . .	13
<b>4-4.</b>	Potencias aparentes aritméticas y de vector . . . . .	21



# Lista de Tablas



# Lista de Símbolos y Abreviaciones

THD	Distorsión Armónica Total
PF	Factor de Potencia



# Contenido

<b>Dedicatoria</b>	<b>III</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>V</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>VII</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de Símbolos y Abreviaciones</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Justificación</b>	<b>3</b>
<b>3. Objetivos</b>	<b>5</b>
3.1. Objetivo General . . . . .	5
3.2. Objetivos Específicos . . . . .	5
<b>4. Marco teórico</b>	<b>7</b>
4.1. Factor de potencia y distorsión de la onda. . . . .	7
4.2. Distorsión armónica total (THD) y valor RMS de la corriente distorsionada .	8
4.3. Definiciones del STD IEEE 1459 para la medición de calidad energética bajo condiciones balanceadas y des balanceadas . . . . .	10
4.3.1. Mono-fase . . . . .	10
4.3.2. Mono-fase no sinusoidal . . . . .	13
4.3.3. Sistema trifásico sinusoidal balanceado . . . . .	16
4.3.4. Sistema trifásico sinusoidal no balanceada . . . . .	18
<b>Bibliografía</b>	<b>23</b>
<b>A. Anexo: Nombrar el anexo A de acuerdo con su contenido</b>	<b>25</b>
<b>B. Anexo: Nombrar el anexo B de acuerdo con su contenido</b>	<b>26</b>





# 1.Introducción

El presente proyecto se refiere al diseño e implementación de un medidor en energía trifásica para sistemas eléctricos no lineales, debido a que los medidores eléctricos actuales están diseñados en su hardware y software para leer el consumo de las cargas existentes en un establecimiento con el problema que estos medidores no tienen en cuenta las perturbaciones que tiene la carga en voltaje y corriente, ya que la mayoría de dispositivos eléctricos que tenemos no son lineales y la onda fundamental del consumo de estos, no es ideal, es decir que existen perturbaciones en la onda, pero los medidores no las tienen en cuenta.

El presente proyecto se refiere al diseño e implementación de un medidor en energía trifásica para sistemas eléctricos no lineales, debido a que los medidores eléctricos actuales están diseñados en su hardware y software para leer el consumo de las cargas existentes en un establecimiento con el problema que estos medidores no tienen en cuenta las perturbaciones que tiene la carga en voltaje y corriente, ya que la mayoría de dispositivos eléctricos que tenemos no son lineales y la onda fundamental del consumo de estos, no es ideal, es decir que existen perturbaciones en la onda, pero los medidores no las tienen en cuenta.

La característica principal de este tipo de medidores, es que al no hacer la lectura correcta de la potencia consumida, las empresas de energía no están realizando una tarificación correcta del KW/h por mes a los hogares, residencias, industrias, etc. . . Por lo tanto se queda en incertidumbre si la factura que se paga mensual, es mayor o menor de lo que se debería cancelar.

Para analizar la problemática es necesario mencionar sus causas. Una de ellas es la evolución de la tecnología. Últimamente la tecnología ha avanzado en gran magnitud que muchos errores humanos, son fácilmente corregidos y perfeccionados por la tecnología, debido a este avance, ya se es posible diseñar un medidor que lea las distorsiones armónicas presentes en la onda, con el fin de que entregue el valor exacto de su consumo.

La investigación de esta problemática en el ámbito social y económico, se podría dar una posible solución al decrecimiento en la economía que ha tenido Colombia en los últimos años, ya que si se logra realizar un medidor para cargas no lineales y si se demuestra que el consumo en pesos es menor, es un ahorro o que los colombianos no se esperan y puede llegar a solventar un poco la crisis económica que se está viviendo en ciertas partes de Colombia.

Profundizar desde el interés académico en hacer el uso de nuevas tecnologías y con ayuda de investigación, lograr descomponer la onda por los coeficientes Fourier y así poder analizar la

onda con sus distorsiones. Asimismo, nos interesamos por aportar nuevos descubrimientos o conclusiones a la academia que puedan servir de ayuda para otros proyectos.

En el marco de la instrumentación industrial, este proyecto se realiza seleccionando el tipo de tarjeta de desarrollo a utilizar para la medida de señales trifásicas, después de tener los instrumentos necesarios, implementar el sistema de medición, en donde a partir de sus coeficientes de Fourier de voltaje y corriente, se aplica el std IEEE 1459 del 2010, que trata acerca de sistemas monofásicos y trifásicos con cargas desbalanceadas con sus respectivas fórmulas. Una vez se tengan resultados, se realiza un cuadro de comparación con otros medidores para determinar un porcentaje de error y garantizar los resultados obtenidos. Finalmente corroborados los datos, por medio de un display se visualiza el valor exacto de consumo mensual a las empresas de energía.

## 2. Justificación

La economía en Colombia es un factor que mueve a todo el país y se busca el ahorro o el mejoramiento de la economía y por medio de este contador se pretende saber el valor total de la energía consumida por la población y dar un valor exacto en la factura de consumo, esto debido a que el consumo que se registra es con medidores lineales a sistemas no lineales y las pérdidas a la red no se contemplan en estos, lo cual hace que en ocasiones el consumidor tenga que pagar por energía que no ha consumido o no pague por toda la energía que ha consumido.

Con la norma IEEE STD 1459 del 2010, se obtienen valores más cercanos al consumo y al suministro de potencia de los hogares y en la industria, con esto es posible implementar estudios para mejorar el consumo de energía de todos los componentes de potencia creando un impacto ambiental mejor, aprovechando en su totalidad la generación de energía de todas las centrales importantes en el país.

Al tener valores más exactos sobre el consumo de energía eléctrica en los hogares y en la industria, se puede generar una cultura social con buenos hábitos de consumo eléctrico, creando conciencia de la cantidad de energía que se está desperdiciando en labores cotidianas.

Actualmente en los sectores comerciales no existen medidores que tengan en cuenta los armónicos presentes en la señales de energía en su medición. Por esta razón es viable implementar un medidor que tenga en cuenta los armónicos en su medición, ya que éste tendría una alta demanda en el mercado.

Este medidor al tratar y analizar señales con ondas no sinusoidales y cargas desbalanceadas, se ve necesario fortalecer los conceptos de potencias y adquirir nuevos conocimientos acerca de educación energética para que con esta después se puedan emplear herramientas como lo son las smart grids o redes inteligentes donde para saber el consumo exacto, esta energía se pueda generar de otras maneras y todo esto a partir de una educación energética.



## **3.Objetivos**

### **3.1. Objetivo General**

Implementar un medidor de energía trifásica para sistemas eléctricos no lineales basados en la la norma IEEE STD 1459 del 2010 para el manejo de cargas desbalanceadas y ondas no sinusoidales.

### **3.2. Objetivos Específicos**

- Determinar los parámetros matemáticos y electrónicos a considerar para el diseño propuesto de acuerdo con el estándar IEEE 1459-2010.
- Diseñar el sistema electrónico y digital para el sistema de medida propuesto, junto con un software que realice el tratamiento digital de las señales requeridas.
- Implementar el medidor diseñado con la arquitectura y software desarrollado.
- Desarrollar un banco y conjunto de pruebas para comparar los resultados del CIRCUTOR y el AEMC 45b y verificar la trazabilidad del sistema implementado.



## 4.Marco teórico

### 4.1. Factor de potencia y distorsión de la onda.

Las distorsiones presentes en la onda se interpreta como un ruido eléctrico. Estas distorsiones es la sobre posición de señales en múltiplos de la frecuencia fundamental. Los armónicos se encuentran en equipos principales generadores de armónicos que efectúan circuitos de rectificación como por ejemplo computadores, televisores, microondas; etc. [1]

Como un caso base, se considera una carga lineal R-L mostrado en **4-1** alimentado por medio de una fuente sinusoidal en estado estable. Usando valores rms para las magnitudes de voltaje y corriente, la potencia suministrada por la fuente es:[2]

$$P = V_s I_s \cos\phi \quad (4-1)$$

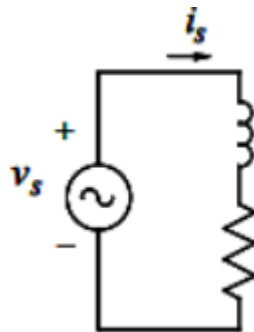
El factor de potencia (FP), se conoce como la analogía entre la potencia real media P y el producto de la tensión y corriente rms:

$$PF = \frac{P}{V_s I_s} = \cos\phi \quad (\text{Usando 4-1}) \quad (4-2)$$

Y por lo tanto, la corriente rms es:

$$I = \frac{P}{V_s PF} \quad (\text{Usando 4-2}) \quad (4-3)$$

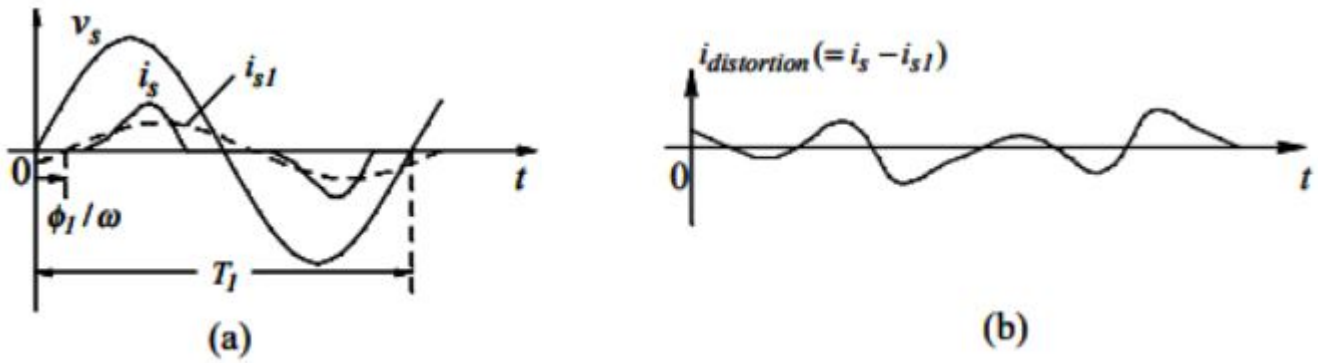
Esto demuestra que el PF y la corriente  $I_s$  son inversamente proporcional.



**Figura 4-1.:** Circuito RL

## 4.2. Distorción armónica total (THD) y valor RMS de la corriente distorsionada

Una señal de corriente sinusoidal para una carga lineal como en 4-1, no tiene distorsión, sin embargo, hay señales de corrientes que su forma de onda es distorsionada, esto se debe a los equipos generadores de armónicos mencionados en el primer índice. [2] Un ejemplo de una señal con distorsión se puede ver en 4-2 en donde  $i_s$  es la señal de corriente distorsionada y  $V_s(t)$  es sinusoidal. El análisis se aplica a la utilidad de suministros ya sean en monofásico o trifásico, en donde el estudio se realiza por fases.



**Figura 4-2.:** Señal de corriente con distorsión (a) Fase de la corriente y su componente fundamental; (b) Componente de distorsión

[2]

La onda periódica de la corriente  $i_s(t)$ , se puede expresar en componentes de Fourier:

$$i_s(t) = i_{s1}(t) + \sum_{h=2}^{\infty} i_{sh}(t) \quad (4-4)$$

Donde:

$$\sum_{h=2}^{\infty} i_{sh}(t) = i_{distortion}(t)$$

El componente dc se asume como cero e  $i_s$  es la componente fundamental mostrada en 4-2(a). Partiendo de la ecuación 4-4 la componente de distorsión en la corriente es la diferencia entre  $i_s(t)$  y su componente de frecuencia fundamental:[2]

$$i_{distorsin}(t) = i_s(t) - i_{s1}(t) \quad (4-5)$$



En una forma de onda con su frecuencia de línea  $f_1$  y su tiempo de periodo  $T_1 (= \frac{1}{f_1})$ , los componentes en la expresión de 4-5 son en los múltiplos de  $h$  en la frecuencia fundamental, como por ejemplo, el 3<sup>er</sup> armónico ( $h = 3$ ) está en  $180Hz$  con un sistema de  $60Hz$ . [2]

Un concepto básico que se usa es que en una forma de onda repetitiva, la integral de el producto de dos componentes armónicos (incluyendo la fundamental) en frecuencias desiguales sobre repeticiones del tiempo de periodo es igual a cero: [2]

$$\int_{T_1} f_{h1}(t) \cdot g_{h2}(t) \cdot dt = 0 \quad (4-6)$$

Donde:

$$h1 \neq h2$$

Con el fin de obtener el valor rms de  $i_s(t)$  en 4-2(a), se aplica el concepto básico de rms:

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_{T_1} (i_s)^2(t) \cdot dt} \quad (4-7)$$

Donde, de 4-4

$$i_s^2 = (i_{s1} + (\sum_{h=2}^{\infty} i_{sh}))^2 = i_{sh}^2 + \sum_{h=2}^{\infty} i_{sh(t)}^2 + \text{productos en términos de frecuencia de cruce} \quad (4-8)$$

Sustituyendo 4-8 en 4-7, con el concepto visto en la 4-6, cada integral de las frecuencias cruzadas es igual a cero,

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{T_1} i_{s1}^2(t) \cdot dt + \sum_{h=2}^{\infty} \frac{1}{T_1} \int_{T_1} i_{sh}^2(t) \cdot dt} \quad (4-9)$$

Donde:

$$\frac{1}{T} \int_{T_1} i_{s1}^2(t) \cdot dt = I_{sh1}^2$$

$$\sum_{h=2}^{\infty} \frac{1}{T_1} \int_{T_1} i_{sh}^2(t) \cdot dt = I_{distorsion}^2$$

Por lo tanto,

$$I_s = \sqrt{I_{s1}^2 + I_{distorsion}^2} \quad (4-10)$$

Donde los valores rms del componente de la frecuencia fundamental y los componentes de distorsión son los siguientes:

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{T_1} i_{s1}^2(t) \cdot dt} \quad (4-11)$$

y

$$I_{distorsion} = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left( \frac{1}{T_1} \int_{T_1} i_{sh}^2(t) \cdot dt \right)} = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_{sh}^2} \quad (4-12)$$

La ecuación descrita anteriormente, presenta que el valor rms de la componente de distorsión en 4-2 puede ser obtenido de s valores de las componentes individual de los armónicos.[2]

Tomando como referencia los valores rms de los componentes de la distorsión y la fundamental en la corriente  $i_s(t)$ , un índice de distorsión llamado Distorsión Armónica Total (THD) es definida en porcentaje y este mismo puede ser presentado en distintas formas bajo las siguientes ecuaciones:

$$\%THD = 100 * \frac{I_{distorsion}}{I_{s1}} = 100 * \frac{\sqrt{I_s^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}} = 100 * \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_{sh}^2}}{I_{s1}} \quad (4-13)$$

### 4.3. Definiciones del STD IEEE 1459 para la medición de calidad energética bajo condiciones balanceadas y des balanceadas

#### 4.3.1. Mono-fase

##### Mono-fase sinusoidal

Se parte de una entrada de tipo sinusoidal:

$$v = \sqrt{2}V \sin(\omega t) \quad (4-14)$$

Y si a esta, se le conecta una carga lineal, se producirá una corriente sinusoidal de tipo:

$$i\sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \quad (4-15)$$

Donde:

V es el valor rms de el voltaje (V)

$I$  es el valor rms de el voltaje ( $I$ )

$\omega$  es la frecuencia angular  $2\pi f$  ( $rad/s$ )

$f$  es la frecuencia del sistema ( $Hz$ )

$\theta$  es el ángulo de fase entre el voltaje y la corriente ( $rad$ )

$t$  es el tiempo ( $s$ )

### Potencia activa(W)

La potencia activa  $P$  o también conocida como potencia real, es la medición del flujo de energía durante in intervalo de tiempo  $\tau$  a  $\tau + KT$ . [3]

$$P = \frac{1}{KT} \int_{\tau}^{\tau+KT} p dt = \frac{1}{KT} \int_{\tau}^{\tau+KT} p_a dt \quad (4-16)$$

Donde:

$T = 1/f$  es el ciclo de tiempo ( $s$ )

$k$  es un número entero positivo ( $s$ )

$\tau$  es el momento cuando empieza la medición ( $s$ )

$$P = VI \cos \theta$$

### Potencia Reactiva (var)

La magnitud de la potencia reactiva  $Q$  iguala la amplitud de la potencia reactiva instantánea  $P_q$ . [3]

$$Q = VI \sin \theta \quad (4-17)$$

$$Q = \frac{\omega}{KT} \int_{\tau}^{\tau+KT} i \left[ \int v dt \right] dt \quad (4-18)$$

Sí la carga es inductiva, entonces  $Q > 0$ . Sí la carga es capacitiva, entonces  $Q < 0$ . Por lo tanto, cuando la corriente atrasa el voltaje  $\theta > 0$  y viceversa.

### Potencia Aparente (VA)

La potencia aparente  $S$  es el producto del voltaje rms y corriente rms. [3]

$$S = VI \quad (4-19)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

La potencia aparente de una carga monofásica se puede interpretar como la potencia activa total que se puede transmitir a través de la misma línea mientras se mantiene el voltaje rms constante de la carga y a línea de alimentación de pérdida de potencia constante.[3]

### Factor de potencia

$$PF = \frac{P}{S} \quad (4-20)$$

El factor de potencia se puede interpretar como el ratio entre la energía transmitida a la carga sobre la energía máxima que podría transmitirse, siempre y cuando las pérdidas de línea se mantengan iguales.[3]

Para un  $S$  y  $V$  dados, la utilización máxima de la línea es obtenida cuando  $P = S$ , por lo tanto, el ratio  $P/S$  es un indicador de factor de utilización.[3]

### Potencia Compleja (VA)

La potencia compleja es una cantidad la cual la potencia activa es la parte real y la potencia reactiva es la parte imaginaria.[3]

$$S = P + jQ = VI^* \quad (4-21)$$

Esta expresión proviene del triángulo de potencias  $S, P$  Y  $Q$ . En la figura 4-3 se observa un resumen de las direcciones del flujo de potencia. El ángulo  $\theta$  es el ángulo de fase de la impedancia equivalente compleja  $Z/\theta = V/I$ . [3]

#### 4.3 Definiciones del STD IEEE 1459 para la medición de calidad energética

##### 4 Marco teórico bajo condiciones balanceadas y des balanceadas

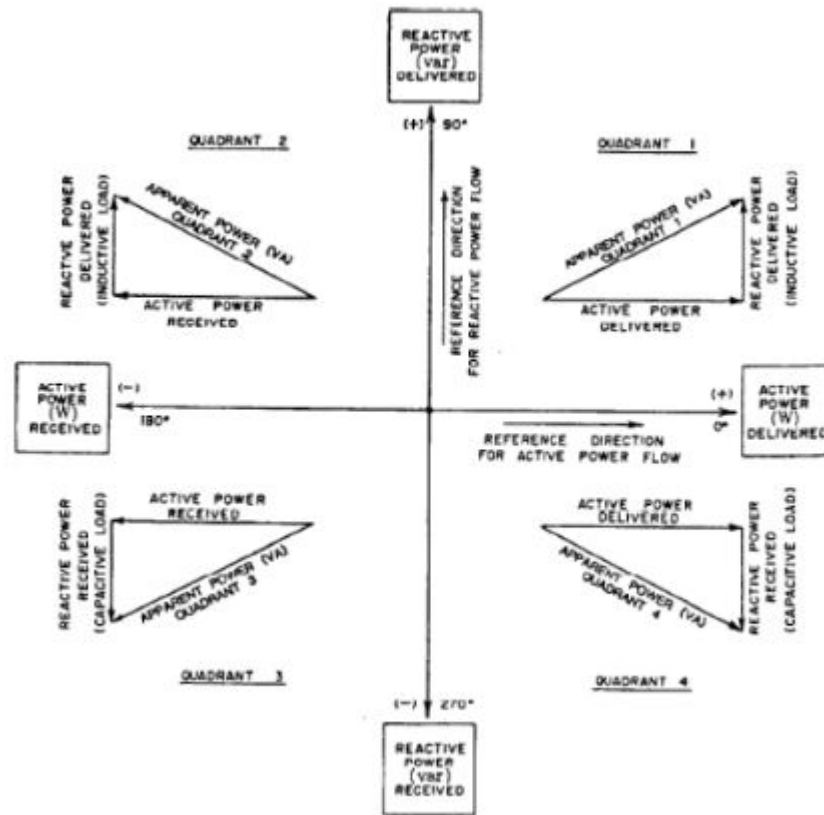


Figura 4-3.: Cuatro cuadrantes de las direcciones del flujo de potencia [3]

#### 4.3.2. Mono-fase no sinusoidal

Para condiciones estables, una señal de corriente o voltaje no sinusoidal periódica, tiene dos componentes distintos: Los componentes del sistema de frecuencia  $V_1$  e  $i_1$  y el termino restante  $v_H$  e  $i_H$ . [3]

$$v = v_1 + v_H \quad (4-22)$$

e

$$i = i_1 + i_H$$

Donde:

$$v_1 = \sqrt{2V_1} \sin(\omega t - \alpha_1)$$

$$i_1 = \sqrt{2I_1} \sin(\omega t - \beta_1)$$

$$v_H = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h)$$

$$i_H = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} I_h \sin(h\omega t - \beta_h)$$

Las formas de ondas distorsionadas de a menudo contienen componentes de frecuencias llamadas armónicos. Un grupo especial de inter-armónicos es caracterizado por  $h < 1$ . Estos armónicos tienen periodos más largos que el periodo  $T$  de la frecuencia fundamental.[3]

Si la onda de corriente o voltaje distorsionada está compuesta únicamente, la medición en intervalos de tiempo  $kT$ , no permitirá una medición correcta de rms y valores de potencia. [3]

Si al menos uno de los inter-armónicos de orden  $h$  es irracional, la onda observada no es periódica. En tal caso las mediciones deberían ser infinitas con el fin de tener una medición correcta del rms y las potencias.[3]

### Distorsión Total Armónica (THD)

La desviación en general de una onda distorsionada, se puede estimar con la ayuda de la distorsión armónica total. La distorsión armónica total del voltaje es el siguiente:

$$THD_v = \frac{V_H}{V_1} = \sqrt{\left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 1} \quad (4-23)$$

La distorsión armónica total de corriente es el siguiente:

$$THD_I = \frac{I_H}{I_1} = \sqrt{\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 - 1} \quad (4-24)$$

### Potencia Activa (W)

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = \int_{\tau}^{\tau+kT} p_a dt \quad (4-25)$$

$$P = P_1 + P_H$$

**Potencia activa fundamental (W)**

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_1 i_1 dt = V_1 I_1 \cos \theta_1 \quad (4-26)$$

**Potencia Aparente (VA)**

$$S = VI \quad (4-27)$$

La potencia aparente es la cantidad de potencia activa que pueden ser suministradas a la carga en condiciones ideales.[3]

**Potencia aparente fundamental (VA)**

La potencia fundamental  $S_1$  y sus componentes  $P_1$  y  $Q_1$  son las cantidades actuales que ayudan a definir el tipo de flujo del campo magnético asociado con el voltaje y la corriente fundamental.[3]

$$S_1 = V_1 I_1 \quad (4-28)$$

**Potencia Aparente no fundamental**

$$S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2} \quad (4-29)$$

También se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 \quad (4-30)$$

Donde

$D_I = V_1 I_H = S_1 (THD_I)$  Es la potencia de corriente de distorsión (var).

$D_V = V_H I_1 = S_1 (THD_V)$  Es la potencia de voltaje de distorsión (var).

$S_H = V_H I_H = S_1 (THD_I)(THD_V)$  Es la potencia de corriente de distorsión (VA).

**Potencia de distorsión armónica (var)**

$$D_H = \sqrt{S_H^2 - P^2 H} \quad (4-31)$$

#### Potencia no activa (var)

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (4-32)$$

Esta potencia agrupa componentes no activas fundamentales y no fundamentales.[3]

#### Factor de potencia fundamental

$$P_{F1} = \cos\theta_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad (4-33)$$

Este radio, facilita la evaluación de las condiciones del flujo energía.[3]

#### Factor de potencia

$$PF = \frac{P}{S} \quad (4-34)$$

Dados un  $S$  y un  $V$ , la máxima utilización de la línea es obtenido cuando  $P = S$ , por lo tanto, el radio  $P/S$  es un indicador de factor de utilización.[3]

Cuando el  $THD_v < 5\%$  y  $THD_i > 40\%$ , es conveniente usar la siguiente ecuación:

$$PF = \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} P_{F1} \quad (4-35)$$

#### 4.3.3. Sistema trifásico sinusoidal balanceado

Para este caso se asume un sistema de secuencia positiva rotativa en sentido anti-horario, a, b, c, lo voltaje linea a neutro son los siguientes:

$$v_a = \sqrt{2}V \sin(\omega t) \quad (4-36)$$

$$v_b = \sqrt{2}V \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$v_c = \sqrt{2}V \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Las líneas de corriente tienen ecuaciones similares, las cuales son:

$$i_a = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \quad (4-37)$$



$$i_b = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta - 120^\circ)$$

$$i_c = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta + 120^\circ)$$

En sistemas trifásicos balanceados y perfectamente sinusoidal, los sistemas de bajo voltaje no son comunes, solo bajo condiciones de laboratorio en donde se usan amplificadores de potencia de baja distorsión.[3]

En el caso de un sistemas de tres líneas, con voltajes línea a neutro son definidas asumiendo un nodo neutral artificial, el cual se obtienen con ayuda de tres resistencias idénticas conectadas en Y.

#### Potencia activa (w)

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt \quad (4-38)$$

$$P = 3VI \cos \theta = \sqrt{3}V_{\ell\ell}I \cos \theta$$

Donde

V es el voltaje rms de línea a neutro

$V_{\ell\ell}$  es el voltaje rms línea a línea

#### Potencia reactiva

$$Q = 3VI \sin \theta = \sqrt{3}V_{\ell\ell}I \sin \theta \quad (4-39)$$

$$|Q| = \sqrt{S^2 - P^2}$$

#### Potencia aparente

$$S = 3VI = \sqrt{3}V_{\ell\ell}I \quad (4-40)$$

#### Factor de potencia

$$PF = \frac{P}{S} \quad (4-41)$$

#### 4.3.4. Sistema trifásico sinusoidal no balanceada

En este caso, los tres hilos de corriente  $I_a, I_b$  y  $I_c$ , no tienen las mismas magnitudes y no están desplazadas exactamente  $120^\circ$  con respecto una a la otra. Las cargas no balanceadas conlleva a corrientes asimétricas que a su vez causan asimetría de voltaje. En algunas ocasiones sucede que los tres fasores de voltaje no son simétricos. Esto conduce a corrientes asimétricas incluso cuando la carga está perfectamente balanceada.[3]

Las ecuaciones de voltaje línea a neutro son los siguientes:

$$v_a = \sqrt{2}V_a \sin(\omega t + \alpha_a) \quad (4-42)$$

$$v_b = \sqrt{2}V_b \sin(\omega t + \alpha_b - 120^\circ)$$

$$v_c = \sqrt{2}V_c \sin(\omega t + \alpha_c + 120^\circ)$$

Donde por lo menos una de las tres amplitudes línea a neutro  $\sqrt{2}V_a, \sqrt{2}V_b$ , o  $\sqrt{2}V_c$  tiene un valor diferente que al de las otras dos amplitudes. Lo mismo debe aplicar a los ángulos de las fases  $\alpha_a, \alpha_b$ , y  $\alpha_c$ . Si un ángulo de fase tiene un valor distinto que los otros dos, el sistema está perdiendo simetría y no es balanceado.[3]

Las ecuaciones de corriente línea a neutro son los siguientes:

$$i_a = \sqrt{2}I_a \sin(\omega t + \beta_a) \quad (4-43)$$

$$i_b = \sqrt{2}I_b \sin(\omega t + \beta_b - 120^\circ)$$

$$i_c = \sqrt{2}I_c \sin(\omega t + \beta_c + 120^\circ)$$

#### Potencia Activa

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt \quad (4-44)$$

$$P = P_a + P_b + P_c$$

Donde  $P_a, P_b$  y  $P_c$  son potencias de fases activas:

$$P_a = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_a i_a dt = V_a I_a \cos \theta_a; \quad \theta_a = \alpha_a - \beta_a \quad (4-45)$$

$$P_b = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_b i_b dt = V_b I_b \cos \theta_b; \quad \theta_b = \alpha_b - \beta_b$$

$$P_c = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_c i_c dt = V_c I_c \cos \theta_c; \quad \theta_c = \alpha_c - \beta_c$$

#### Potencias activa en secuencias positivas, negativas y cero (w)

En sistemas de cuatro hilos, hay situaciones cuando el uso componentes simétricos pueden ser de ayuda. Los componentes simétricos de voltaje  $V^+$ ,  $V^-$  y  $V_0$  y las componentes de corriente  $I^+$ ,  $I^-$  e  $I_0$  con sus respectivos ángulos  $\theta^+$ ,  $\theta^-$  y  $\theta^0$  producen los siguientes tres componentes de potencia activa:[3]

La potencia de secuencia positiva:

$$P^+ = 3V^+ I^+ \cos \theta^+ \quad (4-46)$$

La potencia de secuencia negativa:

$$P^- = 3V^- I^- \cos \theta^- \quad (4-47)$$

La potencia de secuencia cero:

$$P^0 = 3V^0 I^0 \cos \theta^0 \quad (4-48)$$

La potencia activa total es:

$$P = P^+ + P^- + P^0 \quad (4-49)$$

#### Potencia reactiva (var)

Las potencias reactivas por fase son definidas con la ayuda de las siguientes ecuaciones:

$$Q_a = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_a \left[ \int v_a dt \right] dt = V_a I_a \sin \theta_a \quad (4-50)$$

$$Q_b = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_b [\int v_b dt] dt = V_b I_b \sin \theta_b$$

$$Q_c = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_c [\int v_c dt] dt = V_c I_c \sin \theta_c$$

La potencia reactiva total es:

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c \quad (4-51)$$

#### Potencias aparentes en fase

$$S_a = V_a I_a; \quad S_b = V_b I_b; \quad S_c = V_c I_c \quad (4-52)$$

$$S_a^2 = P_a^2 Q_a^2; \quad S_b^2 = P_b^2 Q_b^2; \quad S_c^2 = P_c^2 I_c^2$$

#### Potencia aparente aritmética

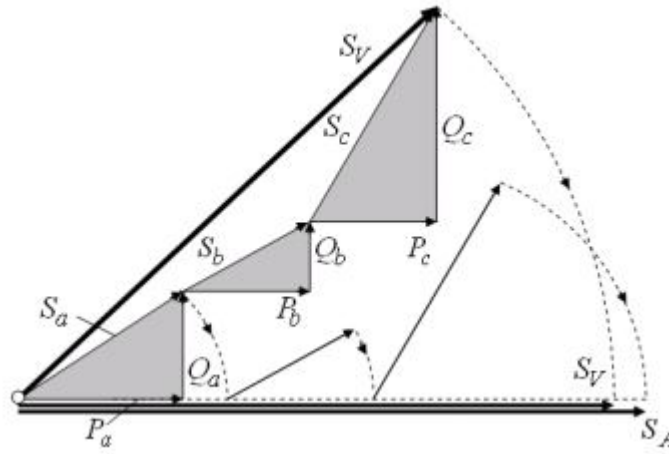
$$S_A = S_a + S_b + S_c \quad (4-53)$$

$$S_A \neq \sqrt{P^2 + Q^2}$$

#### Potencia aparente del vector

$$S_V = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (4-54)$$

En la Fig 4-4, se muestra un interpretación de  $S_V$  y  $S_A$ .



**Figura 4-4.:** Potencias aparentes aritméticas y de vector

#### Factor de potencia aritmético y del vector

$$PF_V = \frac{P}{S_V} \quad (4-55)$$

$$PF_A = \frac{P}{S_A}$$

Una línea trifásica que abastece a uno o más clientes debería ser vista como un solo camino, una entidad que transmite la energía eléctrica a lugares donde es convertida en otras forma de energía. Esta mal ver cada fase como una ruta de energía independiente.[3]

#### Potencia aparente efectiva

Este concepto asume un circuito balanceado virtual que tiene exactamente las mismas líneas de perdidas como el circuito des balanceado actual. Para un sistema de 4 líneas, el balance de la perdida de potencia es expresado en la siguiente ecuación:[3]

$$r(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2) = 3rI_e^2 \quad (4-56)$$

Donde:

$r$  es la resistencia

$I_n$  es la corriente actual (rms)

$r_n$  Es el cable neutro de la resistencia

De las ecuaciones anteriores, la corriente equivalente de un sistema de 4 líneas es el siguiente:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2 + (1 + 3\rho)(I^0)^2} \quad (4-57)$$

Y para un sistema de tres hilos donde  $I^0 = 0$

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2} \quad (4-58)$$

**Factor de potencia efectiva**

$$PF_e = \frac{P}{S_e} \quad (4-59)$$

# Bibliografía

- [1] V Vera. Eolicat. url<https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/1875/4/03>, 2012.
- [2] Ned Mohan. *Electric drives*. MNPERE, 2003.
- [3] IEEE Power. Ieee standard definition for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions. *IEEE*, 2010.





## **A.Anexo: Nombrar el anexo A de acuerdo con su contenido**

A final del documento es opcional incluir índices o glosarios. Éstos son listas detalladas y especializadas de los términos, nombres, autores, temas, etc., que aparecen en el mismo. Sirven para facilitar su localización en el texto. Los índices pueden ser alfabéticos, cronológicos, numéricos, analíticos, entre otros. Luego de cada palabra, término, etc., se pone coma y el número de la página donde aparece esta información.

## B.Anexo: Nombrar el anexo B de acuerdo con su contenido

MANEJO DE LA BIBLIOGRAFÍA: la bibliografía es la relación de las fuentes documentales consultadas por el investigador para sustentar sus trabajos. Su inclusión es obligatoria en todo trabajo de investigación. Cada referencia bibliográfica se inicia contra el margen izquierdo.

La NTC 5613 establece los requisitos para la presentación de referencias bibliográficas citas y notas de pie de página. Sin embargo, se tiene la libertad de usar cualquier norma bibliográfica de acuerdo con lo acostumbrado por cada disciplina del conocimiento. En esta medida es necesario que la norma seleccionada se aplique con rigurosidad.

Es necesario tener en cuenta que la norma ISO 690:1987 (en España, UNE 50-104-94) es el marco internacional que da las pautas mínimas para las citas bibliográficas de documentos impresos y publicados. A continuación se lista algunas instituciones que brindan parámetros para el manejo de las referencias bibliográficas:

Institución	Disciplina de aplicación
Modern Language Association (MLA)	Literatura, artes y humanidades
American Psychological Association (APA)	Ambito de la salud (psicología, medicina) y en general en todas las ciencias sociales
Universidad de Chicago/Turabian	Periodismo, historia y humanidades.
AMA (Asociación Médica de los Estados Unidos)	Ambito de la salud (psicología, medicina)
Vancouver	Todas las disciplinas
Council of Science Editors (CSE)	En la actualidad abarca diversas ciencias
National Library of Medicine (NLM) (Biblioteca Nacional de Medicina)	En el ámbito médico y, por extensión, en ciencias.
Harvard System of Referencing Guide	Todas las disciplinas
JabRef y KBibTeX	Todas las disciplinas

Para incluir las referencias dentro del texto y realizar lista de la bibliografía en la respectiva sección, puede utilizar las herramientas que Latex suministra o, revisar el instructivo desarro-

*B Anexo: Nombrar el anexo B de acuerdo con su contenido*

---

llado por el Sistema de Bibliotecas de la Universidad Nacional de Colombia<sup>1</sup>, disponible en la sección "Servicios", opción "Trámites" enlace "Entrega de tesis".

---

<sup>1</sup>Ver: [www.sinab.unal.edu.co](http://www.sinab.unal.edu.co)