

Trabajo práctico de R

Kevin Frachtenberg, Ruslan Sanmartin Sobol , Celeste Rodriguez

27 Junio 2017

1 Ejercicio 1

$X_1, \dots, X_n = \text{m.a. iid } U[0, b]$

1) b_{mom} : $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = E[X] = \frac{b}{2} \iff X_n = \frac{b}{2} \iff b_{mom} = 2X_n$

2) b_{mv} : $L(b) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{b} \mathbb{I}_{[0, b]}(x_i)$

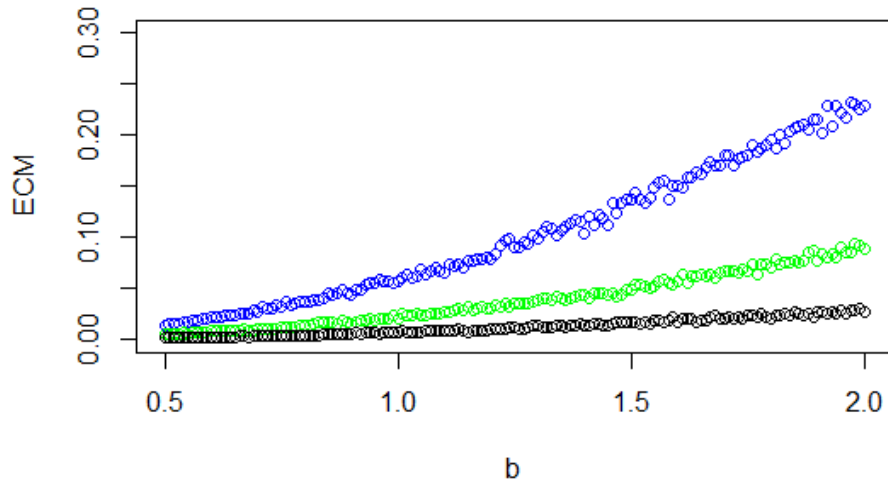
$$L(b) = \begin{cases} \prod_{i=1}^n \frac{1}{b} & \text{si } \max(x_i) \leq b \\ 0 & \text{si no} \end{cases} = \begin{cases} (\frac{1}{b})^n & \text{si } \max(x_i) \leq b \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Vemos que $L(b)$ es decreciente si b mayor o igual que el máximo de los x_i y es constantemente 0 en caso contrario. Por lo tanto, encontramos que $b_{mv} = \max(x_i)$

2 Ejercicio 3

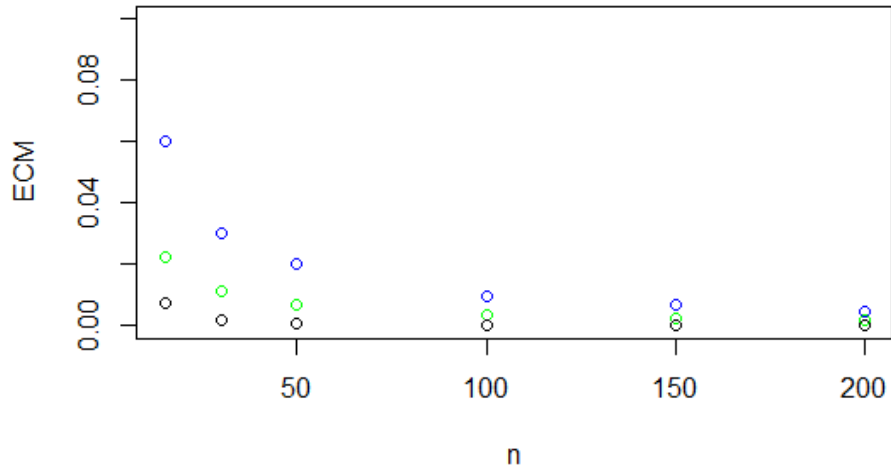
$b_{mom} = 0.8357194$, $b_{mv} = 0.958102$, $b_{med} = 0.6800235$. Los errores respectivamente son 0.1642806, 0.04189796, 0.3199765

3 Ejercicio 6



En este gráfico, los puntos azules representan el estimador de mediana, mientras que los verdes al de momentos y los negros al de máxima verosimilitud. Observamos que cuando b es chico, los tres estimadores se comportan de manera similar. Sin embargo, a medida que aumenta b , el ECM del b_{med} es el que más aumenta. Creemos que como el rango de valores que puede tomar la distribución es mayor (uniforme entre 0 y b) y b_{med} depende de la mediana de la muestra, es menos probable que b_{med} esté cerca de b . Por otro lado, el ECM de b_{mom} también aumenta conforme aumenta b (aunque en comparación a b_{med} en menor medida) mientras que b_{mv} se mantiene prácticamente constante (siempre cerca de 0). Finalmente, elegimos b_{mv} como estimador.

4 Ejercicio 7



En este segundo gráfico, cada color representa al mismo estimador que en el Ejercicio 6. El estimador con menor ECM es b_{mv} , luego le sigue b_{mom} y por último b_{med} . En los tres casos a medida que aumenta el tamaño de la muestra, menor es el ECM. Se puede ver como para una muestra grande ($n=200$) los tres estimadores se comportan de manera similar. Estas observaciones nos permiten sospechar que los tres estimadores son consistentes, a medida que se aumenta el tamaño de la muestra el sesgo decrece (la esperanza del estimador se parece cada vez más a b) y la varianza también (el comportamiento de los tres se hace más parecido conforme aumenta n). Sin embargo, cuando la muestra es chica ($n \leq 50$) b_{med} se aleja mucho más de b que el resto de los estimadores. Cuando n es chico, b_{mv} es el de menor ECM por lo que lo elegimos como estimador.

5 Ejercicio 8

$b_{mom} = 3.642933$ $b_{mv} = 20.1$ $b_{med} = 1.06$ Observamos que el b_{med} es el que se acerca más al valor real de b (que es 1). Esto se debe a que b_{med} es resistente a valores atípicos (ya que depende de la mediana por lo que no será afectado por un solo outlier). En nuestra muestra, hay un valor que está muy lejos del resto (20,1) y este hace que b_{mom} y b_{mv} se vean muy afectados. Por eso, en ciertos casos cuando se presentan estos valores atípicos es conveniente estimar mediante un b_{med} .

6 Ejercicio 9

Table 1: Tabla comparativa

	MOM	MV	MED
Sesgo	0.3905915	2.823237	0.005074287
Varianza	3.441915	190.2666	0.0616792
ECM	3.594477	198.2373	0.06170494

Observamos que tanto el b_{mom} como el b_{mv} ambos tienen un sesgo distinto a 0, mientras que el sesgo de b_{med} es prácticamente 0 (es decir el valor esperado de b_{med} es b). Además, el estimador de momentos y el de máxima verosimilitud presentan varianza y ECM mucho mayor que el de b_{med} (sobre todo el b_{mv}). Esto se debe a que el valor que está alejado del resto de los valores de la muestra (el primer elemento es cien veces más grande) hace que crezca tanto la varianza como el ECM de los primeros dos estimadores mientras que por la naturaleza del b_{med} (mira el valor intermedio de la muestra), este estimador no es afectado tanto por el outlier. Elegimos el b_{med} ya que no solo tiene el menor sesgo, sino también al ser resistente a valores atípicos, tiene menor ECM y varianza por lo que es más preciso y se acerca más al valor real de b .