

FINDING CHAOS IN QUANTUM TURBULENCE

By

KEVIN H. EVANS

A dissertation submitted in partial fulfillment of
the requirements for the degree of

BACHELOR OF SCIENCE

WASHINGTON STATE UNIVERSITY
Department of Physics and Astronomy

SEPTEMBER 2021

© Copyright by KEVIN H. EVANS, 2021
All Rights Reserved

To the Faculty of Washington State University:

The members of the Committee appointed to examine the dissertation of KEVIN H. EVANS find it satisfactory and recommend that it be accepted.

Michael Forbes, Ph.D., Chair

Jane Austin, Ph.D.

John F. Kennedy, Ph.D.

ACKNOWLEDGMENT

Nullam mollis et leo at pharetra. Nulla efficitur molestie euismod. Sed dapibus metus sed tempus varius. Aenean finibus eros ut urna luctus feugiat. Duis turpis risus, viverra vitae porta et, ullamcorper ac est. Proin in eros nec ipsum interdum tempus. Nam fringilla lectus velit, non posuere ex vehicula ut. Mauris tincidunt, dolor sit amet commodo tempor, erat mi egestas dui, at elementum tellus est rhoncus libero. Ut et rutrum lectus, id viverra tortor. Vivamus nec lacus eros. Donec dictum porta nisi et vestibulum. Mauris luctus ligula ut libero aliquet luctus. Quisque malesuada egestas finibus.

Mauris dictum pharetra fermentum. Maecenas ut felis varius, dapibus sapien imperdiet, dictum dui. Proin feugiat viverra metus non laoreet. Integer pulvinar mi id lacus semper commodo. Praesent vel erat interdum purus scelerisque maximus. Sed enim risus, mollis blandit ligula ac, sagittis venenatis augue. Mauris nisi purus, gravida ac aliquam eu, ullamcorper eget nulla. Proin id finibus purus. Vestibulum leo ante, porta in quam sed, eleifend feugiat arcu. Nunc viverra fringilla turpis a iaculis. In condimentum aliquet mauris, quis laoreet eros porta eu. Aenean ut turpis a massa gravida pretium. Phasellus auctor purus quis diam interdum, nec luctus lorem auctor. Pellentesque finibus elit justo, a vulputate diam fermentum lacinia.

FINDING CHAOS IN QUANTUM TURBULENCE

Abstract

by Kevin H. Evans, B.S.
Washington State University
September 2021

: Michael Forbes

The Gross-Pitaevskii equation (GPE) is a nonlinear Schrödinger equation used in modeling Bose-Einstein condensates (BECs). Using Lyapunov exponents, chaos was characterized in the GPE in the one-dimensional case. The GPE was simulated using Python using the finite-difference method in space and an adaptive Runge-Kutta solver was used to evolve the equation in time. There was a proportionality found between positive Lyapunov exponents and the nonlinear coupling constant of the GPE, g .

TABLE OF CONTENTS

	Page
ACKNOWLEDGMENT	iii
ABSTRACT	iv
LIST OF TABLES	vii
LIST OF FIGURES	viii
CHAPTER	
1 SOME FORMATTING EXAMPLES	1
1.1 Chapter one tittle section	1
1.1.1 Subsection of section - double quotes	1
1.1.2 Another subsection of section - citations	1
1.2 Another section	3
1.3 Another section	3
2 LINKS	4
2.1 Chapter one tittle section - links examples	4
2.1.1 Subsection title - more links examples	5
2.2 Another Section	5
2.2.1 Subsection title	5
3 MATHEMATICS NOTATION	6
3.1 Some Math Stuff	6
3.2 Math equation	7
3.3 Chapter section	7
3.4 Chapter section	8
4 FIGURES AND TABLES	9

4.1	Examples of a figure	9
4.2	Example of a table	10
4.3	Chapter section	11
 APPENDIX		
A	14
B	16
C	17
D	18
E	19
REFERENCES		13

LIST OF TABLES

4.1	Whole-genome sequences used in this study	11
-----	---	----

LIST OF FIGURES

4.1	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	10
A.1	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	14
A.2	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	15
B.1	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	16
C.1	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	17
D.1	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	18
E.1	Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015	19

Dedication

This dissertation/thesis is dedicated to my pet dog.

Chapter One

SOME FORMATTING EXAMPLES

1.1 Chapter one tittle section

1.1.1 Subsection of section - double quotes

Example of double quotes “word”. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Curabitur viverra, velit eget vestibulum viverra, nisl eros aliquet sapien, sed interdum tellus justo et purus. Nulla vel orci nisl. Curabitur porta lacinia quam, finibus bibendum mi tincidunt eget. Aenean aliquam lobortis orci, ut aliquam neque imperdiet vel. Nunc sit amet scelerisque velit. Aenean quis tempor leo, at consectetur ipsum. Nam ac urna dapibus, condimentum orci a, ornare ante. In hac habitasse platea dictumst.

1.1.2 Another subsection of section - citations

Example of citation (**altschul1997gapped**). Mauris nisi felis, pharetra vitae velit at, sollicitudin molestie justo. Aenean tristique diam pulvinar, semper risus sed, mattis elit. Phasellus interdum erat at enim maximus interdum. Curabitur tempor, arcu nec malesuada facilisis, tortor nisi ornare ex, ut porttitor elit lectus aliquam diam. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Vivamus quam turpis, auctor in nunc nec, varius pharetra nibh. Ut sagittis diam nec dui sodales tempor. Integer molestie diam id

quam placerat eleifend. Nulla posuere iaculis nisi, et sagittis ipsum consequat scelerisque. In nec turpis eget tellus pulvinar porttitor vitae ac tortor. Nullam tempor ut orci ac porttitor. Pellentesque aliquam lacinia gravida. Duis accumsan tristique augue, vitae aliquam magna convallis ac. Aenean vel diam non eros venenatis ullamcorper sit amet at augue.

Example of multiple citations (**altschul1997gapped**; **baker2007novel**). Nullam mollis et leo at pharetra. Nulla efficitur molestie euismod. Sed dapibus metus sed tempor varius. Aenean finibus eros ut urna luctus feugiat. Duis turpis risus, viverra vitae porta et, ullamcorper ac est. Proin in eros nec ipsum interdum tempor. Nam fringilla lectus velit, non posuere ex vehicula ut. Mauris tincidunt, dolor sit amet commodo tempor, erat mi egestas dui, at elementum tellus est rhoncus libero. Ut et rutrum lectus, id viverra tortor. Vivamus nec lacus eros. Donec dictum porta nisi et vestibulum. Mauris luctus ligula ut libero aliquet luctus. Quisque malesuada egestas finibus.

Subsubsection of section - italic text

Example of italic text - *Escherichia*, *Salmonella*, and *Shigella* spp. Mauris dictum pharetra fermentum. Maecenas ut felis varius, dapibus sapien imperdiet, dictum dui. Proin feugiat viverra metus non laoreet. Integer pulvinar mi id lacus semper commodo. Praesent vel erat interdum purus scelerisque maximus. Sed enim risus, mollis blandit ligula ac, sagittis venenatis augue. Mauris nisi purus, gravida ac aliquam eu, ullamcorper eget nulla. Proin id finibus purus. Vestibulum leo ante, porta in quam sed, eleifend feugiat arcu. Nunc viverra fringilla turpis a iaculis. In condimentum aliquet mauris, quis laoreet eros porta eu. Aenean ut turpis a massa gravida pretium. Phasellus auctor purus quis diam interdum, nec luctus lorem auctor. Pellentesque finibus elit justo, a vulputate diam fermentum lacinia.

1.2 Another section

Mauris dictum pharetra fermentum. Maecenas ut felis varius, dapibus sapien imperdiet, dictum dui. Proin feugiat viverra metus non laoreet. Integer pulvinar mi id lacus semper commodo. Praesent vel erat interdum purus scelerisque maximus. Sed enim risus, mollis blandit ligula ac, sagittis venenatis augue. Mauris nisi purus, gravida ac aliquam eu, ullamcorper eget nulla. Proin id finibus purus. Vestibulum leo ante, porta in quam sed, eleifend feugiat arcu. Nunc viverra fringilla turpis a iaculis. In condimentum aliquet mauris, quis laoreet eros porta eu. Aenean ut turpis a massa gravida pretium. Phasellus auctor purus quis diam interdum, nec luctus lorem auctor. Pellentesque finibus elit justo, a vulputate diam fermentum lacinia.

1.3 Another section

Mauris dictum pharetra fermentum. Maecenas ut felis varius, dapibus sapien imperdiet, dictum dui. Proin feugiat viverra metus non laoreet. Integer pulvinar mi id lacus semper commodo. Praesent vel erat interdum purus scelerisque maximus. Sed enim risus, mollis blandit ligula ac, sagittis venenatis augue. Mauris nisi purus, gravida ac aliquam eu, ullamcorper eget nulla. Proin id finibus purus. Vestibulum leo ante, porta in quam sed, eleifend feugiat arcu. Nunc viverra fringilla turpis a iaculis. In condimentum aliquet mauris, quis laoreet eros porta eu. Aenean ut turpis a massa gravida pretium. Phasellus auctor purus quis diam interdum, nec luctus lorem auctor. Pellentesque finibus elit justo, a vulputate diam fermentum lacinia.

Chapter Two

LINKS

2.1 Chapter one tittle section - links examples

Example of hyperlink <http://www.wikibooks.org>. Fusce ultricies pulvinar diam sed ultrices. Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi. Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

2.1.1 Subsection title - more links examples

. Another example of hyperlink [Wikibooks home](#). Nullam mollis et leo at pharetra. Nulla efficitur molestie euismod. Sed dapibus metus sed tempus varius. Aenean finibus eros ut urna luctus feugiat. Duis turpis risus, viverra vitae porta et, ullamcorper ac est. Proin in eros nec ipsum interdum tempus. Nam fringilla lectus velit, non posuere ex vehicula ut. Mauris tincidunt, dolor sit amet commodo tempor, erat mi egestas dui, at elementum tellus est rhoncus libero. Ut et rutrum lectus, id viverra tortor. Vivamus nec lacus eros. Donec dictum porta nisi et vestibulum. Mauris luctus ligula ut libero aliquet luctus. Quisque malesuada egestas finibus.

2.2 Another Section

2.2.1 Subsection title

. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Chapter Three

MATHEMATICS NOTATION

3.1 Some Math Stuff

LaTeX has a special way to embed mathematical symbols and notations. Here are some of them. Also observe how a bullet list is made.

- greater than \geq
- less than \leq
- percent sign %
- multiply $N \times N$
- inline equation $M = N(N - 1)/2$

Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi. Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

3.2 Math equation

Example of a mathematical formula:

$$ADD = \sum_{i=1}^M | < D(n+1, i) > - < D(n, i) > | \quad (3.1)$$

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

3.3 Chapter section

Fusce ultricies pulvinar diam sed ultrices. Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi. Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

3.4 Chapter section

Fusce ultricies pulvinar diam sed ultrices. Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi. Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Chapter Four

FIGURES AND TABLES

4.1 Examples of a figure

Fusce ultricies pulvinar diam sed ultrices. Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi.

Example of a figure. Example of reference to a figure in the text (Fig. 4.1). Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

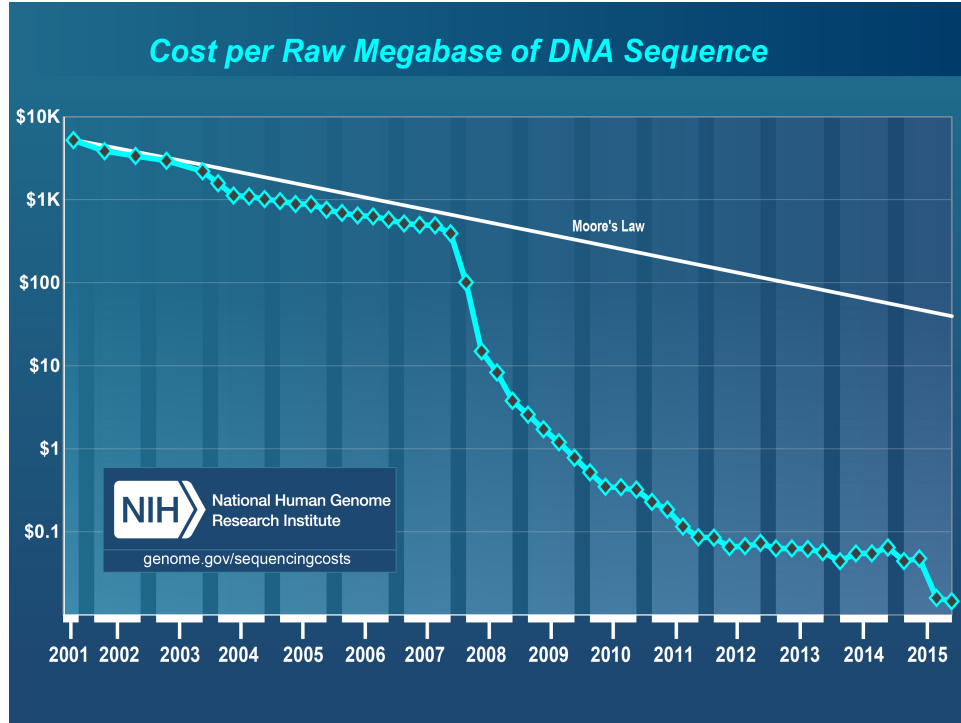


Figure 4.1 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore’s Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)

4.2 Example of a table

Example of a table and here is the reference to Table 4.1. Tables in, my opinion, are the hardest thing to make.

Fusce ultricies pulvinar diam sed ultrices. Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi. Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus

ORGANISM	ACCESSION NO.	GENOME SIZE (bp)	No. CDS
<i>Mesorhizobium loti</i>	NC_002678	7036071	6743
<i>Sinorhizobium meliloti</i>	NC_003047	3654135	3359
<i>Bradyrhizobium japonicum</i>	NC_004463	9105828	8317
<i>Rhodopseudomonas palustris</i>	NC_005296	5459213	4813
<i>Bartonella quintana</i>	NC_005955	1581384	1142
<i>Bartonella henselae</i>	NC_005956	1931047	1488
<i>Rickettsia typhi</i>	NC_006142	1111496	837
<i>Beijerinckia indica</i>	NC_010581	4170153	3569

Table 4.1 Whole-genome sequences used in this study

sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

4.3 Chapter section

Fusce ultricies pulvinar diam sed ultrices. Sed orci justo, rutrum in dolor a, consequat dictum mi. Sed luctus congue ex nec dignissim. Phasellus volutpat urna vestibulum ipsum vestibulum, quis venenatis justo consectetur. Nullam hendrerit nisl in rutrum convallis. Sed sit amet malesuada nisi. Phasellus dolor neque, vehicula vestibulum semper at, facilisis eget libero. Mauris interdum magna molestie, auctor felis a, condimentum odio. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse

maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Suspendisse maximus lacinia dignissim. Maecenas pharetra accumsan metus, sagittis dictum purus sollicitudin eget. Curabitur ut porttitor arcu, ut porttitor ipsum. Vestibulum porttitor finibus sapien, ac pharetra odio bibendum nec. Nullam tincidunt dignissim risus imperdiet dictum.

APPENDIX

Appendix A

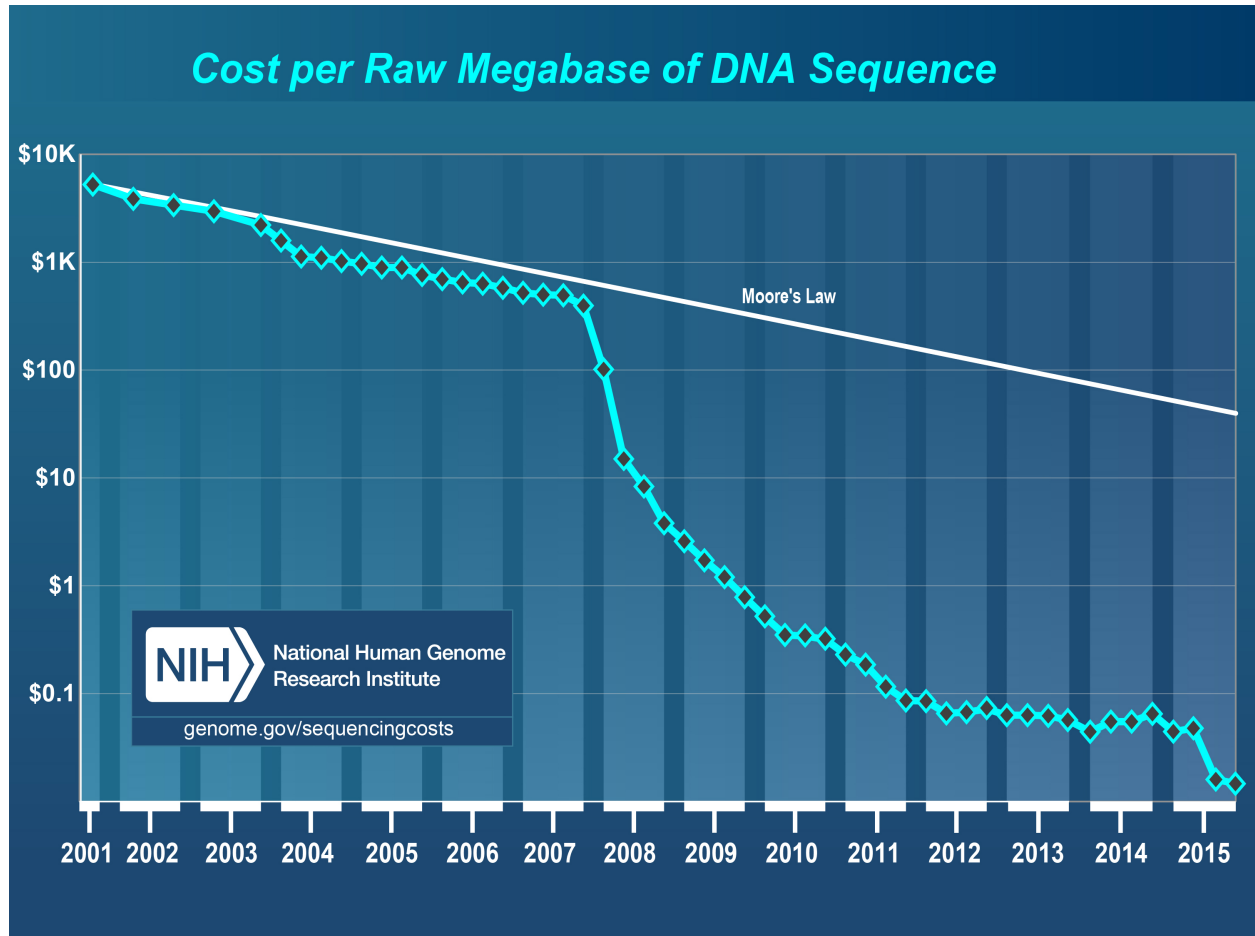


Figure A.1 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore's Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)

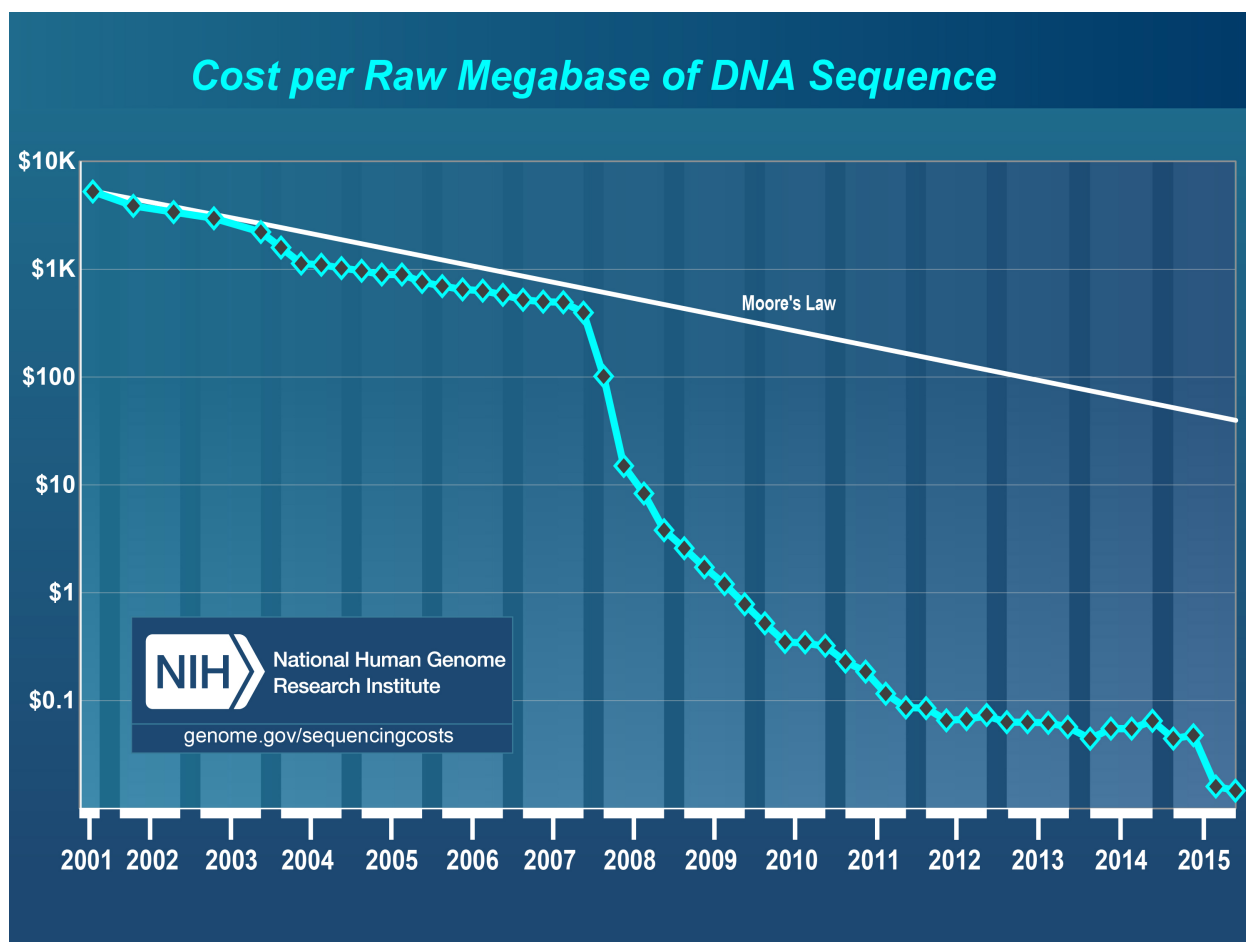


Figure A.2 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore's Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)

Appendix B

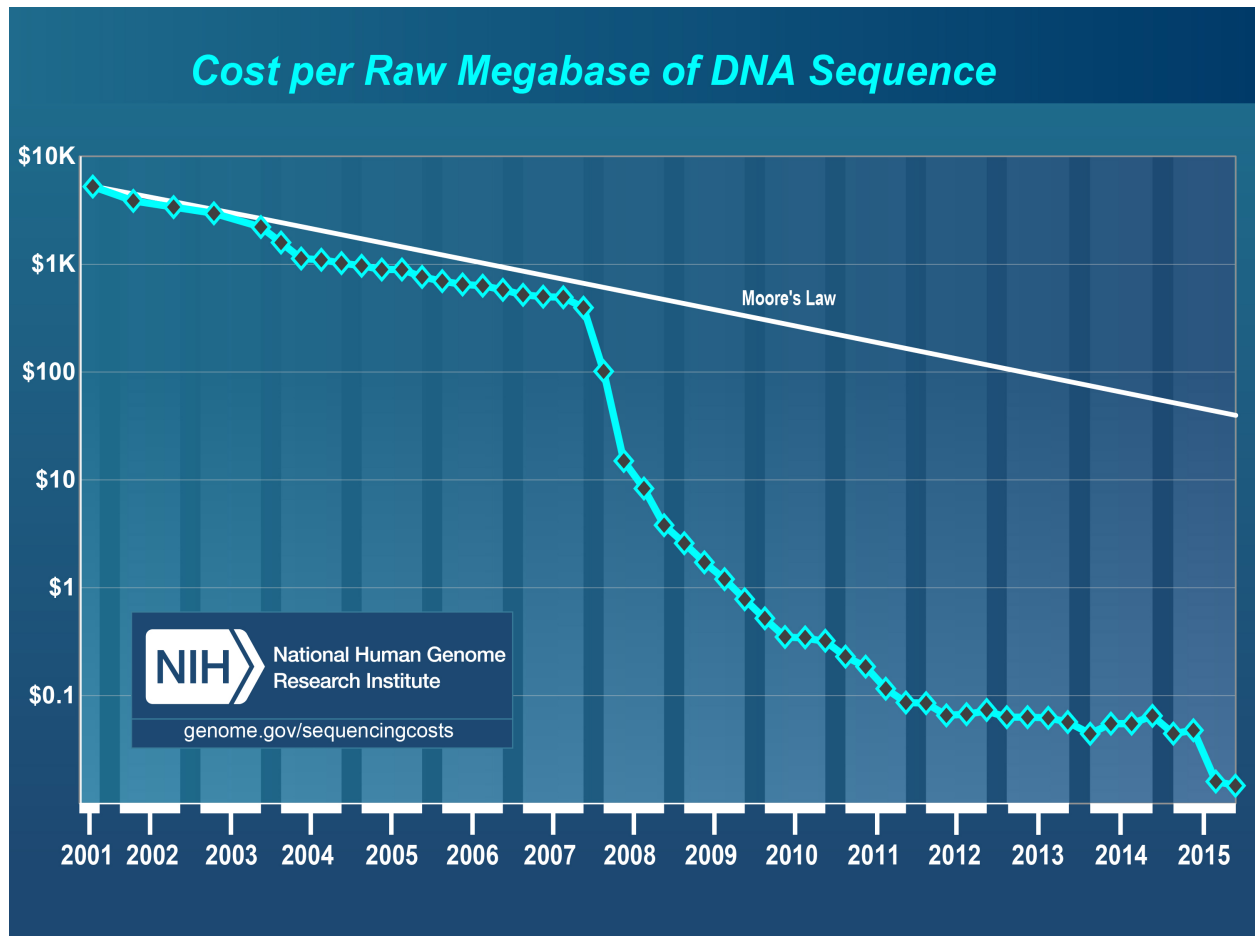


Figure B.1 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore's Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)

Appendix C

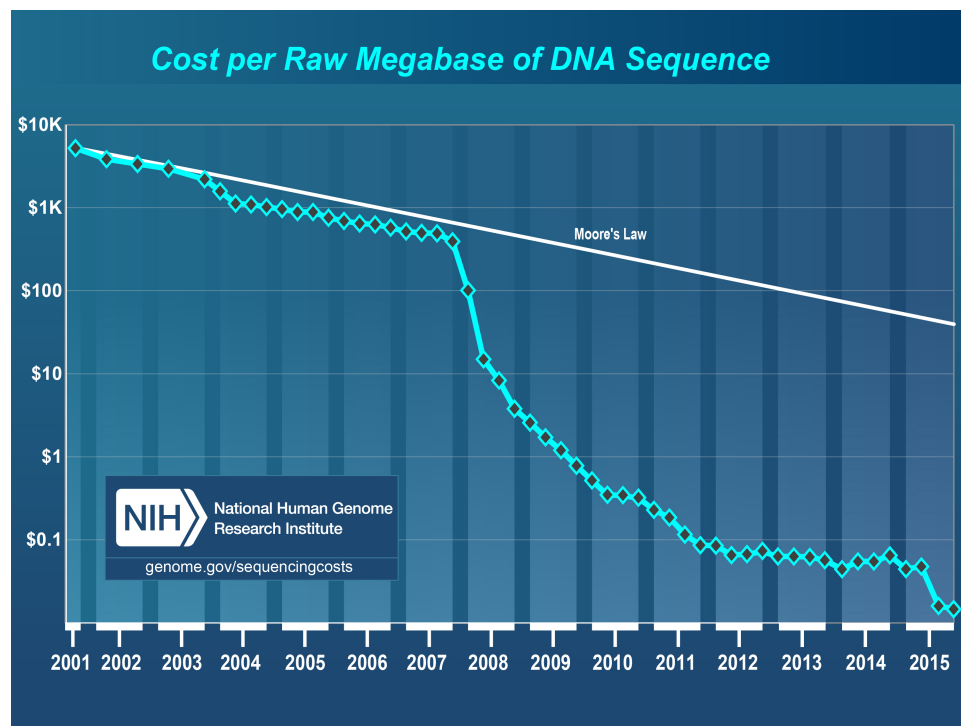


Figure C.1 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore's Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)

Appendix D

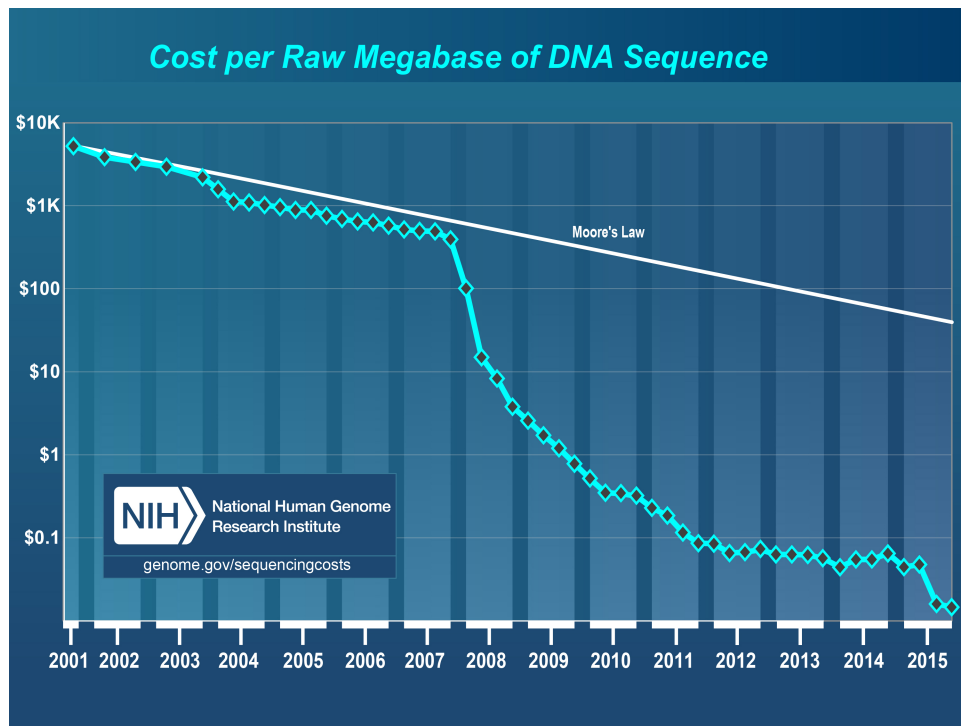


Figure D.1 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore's Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)

Appendix E

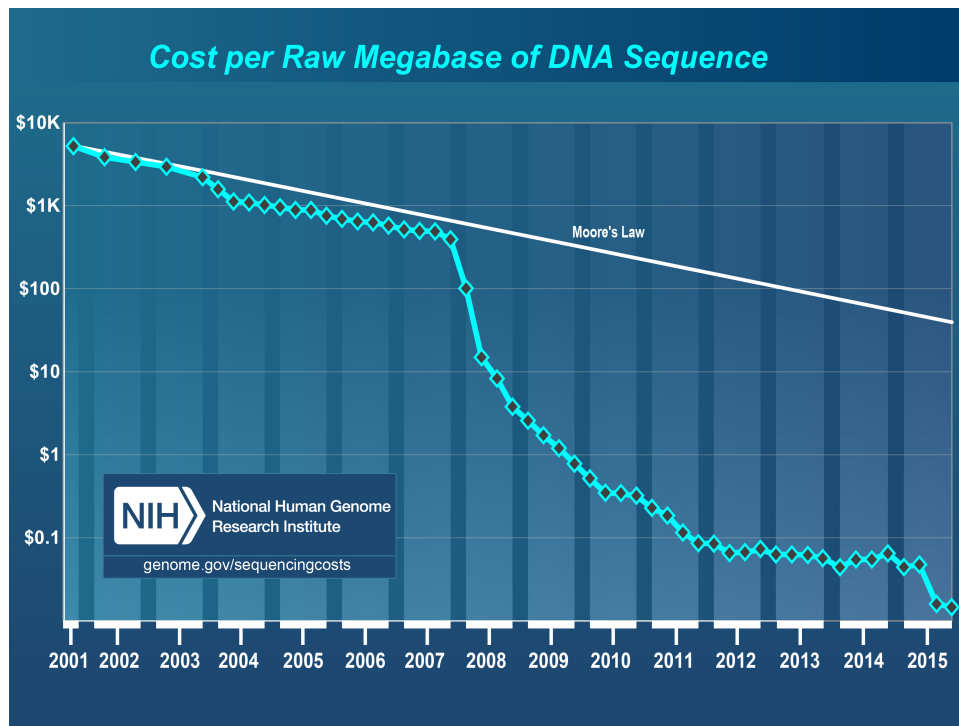


Figure E.1 Cost per raw megabase of DNA sequence from 2001 to 2015. Straight line - Moore's Law, blue curve - cost in US dollars, Y-axis scale is logarithmic. Graph reproduced from (wetterstrand2016)