20191559 강상원

1. 네 연속되는 정수를 순서대로 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자.

{(뒤의 두 수의 곱) − (첫 두 수의 곱)}은 $(a_3 \times a_4) - (a_1 \times a_2)$로

나타낼 수 있고, 네 수의 합은 $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$이다.

1씩 차이나는 수이므로, $a_1 = k$ (단, k는 정수)라 할 때

$a_2 = k+1$, $a_3 = k+2$, $a_4 = k+3$ 이라 할 수 있다.

$$\Rightarrow (a_3 \times a_4) - (a_1 \times a_2) = (k+2)(k+3) - k(k+1)$$
$$= (k^2+5k+6) - (k^2+k)$$
$$= 4k+6,$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = k + (k+1) + (k+2) + (k+3)$$
$$= 4k+6.$$

$$\therefore (a_3 \times a_4) - (a_1 \times a_2) = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$$

2. 1) Induction Basis

$k = n = 1$인 경우 $T_1 = 2$이고, $(1/3)(1+5(-2)^{1-1}) = 2$이다.

$T_2 = 1 - 2T_1 = -3$, $T_2 = (1/3)(1+5(-2)^1) = -3$ 이므로

$T_n = (1/3)\cdot(1+5(-2)^{n-1})$ 이다.

2) Induction Hypothesis

$k \le n-1$일때 (k: 1이상의 정수) $S_k = (1/3)(1+5(-2)^{k-1})$이라고 가정하자.

3) Induction Step

Induction Hypothesis에 의해, $T_{k-1} = (1/3)(1+5(-2)^{k-2})$이므로

$$T_k = 1 - 2T_{k-1} = 1 - 2\cdot(1/3)\cdot(1+5(-2)^{k-2})$$
$$= 1 - \frac{1}{3}(2 - 5(-2)^{k-1})$$
$$= 1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{3}(-2)^{k-1} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3}(-2)^{n-1}$$
$$= (1/3)(1+5(-2)^{k-1}),$$

따라서, 모든 $n \ge 1$에 대해 $T_n = (1/3)(1+5(-2)^{n-1})$.

Q.E.D.