# Relazione Progetto Algoritmi (Piastrelle Digitali)

# Kevin Manca, matricola 978578

# 10 Luglio 2024

# Contents

2
3 3 3
3 3 3
3 3
3
4
<del>-</del>
Δ
6
6
6
6
6
7
8
8

# 1 Introduzione

Questo documento contiene una panoramica e la documentazione relativa alle strutture dati, gli algoritmi scelti (con i costi a loro associati), come è stato modellato il problema indicato

nella specifica, oltre ad opportune scelte implementative.

Insieme a questo documento, sono presenti all'interno dell'archivio 978578\_manca\_kevin.zip altri file richiesti dalla specifica:

- File go: 978578\_manca\_kevin.go contenente il codice sorgente
- File di test go: 978578\_manca\_kevin\_test.go che contiene le funzioni utili a testare il programma
- Cartella di test: test/ che contiene ulteriori sottocartelle con i file utilizzati per il testing del programma
- File go.mod: utilizzato principalmente per definire modulo e versione di go e per l'utilizzo di go test da linea di comando

#### 1.1 Problema

Il problema imposto dalla specifica è quello di studiare le configurazioni di insiemi di piastrelle digitali su un piano, e la loro influenza sulle piastrelle circonvicine.

In questa sezione viene fatta una panoramica relativa alla specifica ed alcuni concetti presenti in questo documento e come sono stati modellati per una possibile soluzione al problema.

#### 1.1.1 Piano e Piastrelle

Il **piano** è suddiviso in quadrati di lato unitario, ciascuno dei quali è occupato da una **piastrella**, la quale può essere *accesa* o *spenta*. La *piastrella*(a, b) rappresenta la piastrella di lato unitario con vertici (a, b), (a + 1, b), (a + 1, b + 1), (a, b + 1).

Ogni piastrella è inoltre caratterizzata da un *colore*, quando una piastrella è accesa appare colorata.

Il colore è l'insieme dei colori disponibili sulle stringhe dell'alfabeto.

Ogni piastrella può inoltre avere un'intensità differente (indicata con un *numero intero*).

Due piastrelle sono dette circonvicine se hanno in comune almeno un vertice.

#### 1.1.2 Blocco

Il **blocco** è una regione massimale di *piastrelle accese*. Il blocco di appartenenza della Piastrella(x, y) è il blocco che la contiene. Definiamo inoltre un **blocco omogeneo** come un *blocco* nel quale tutte le piastrelle accese hanno il medesimo colore.

#### 1.1.3 Propagazione del colore

L'intorno della piastrella p è l'insieme di tutte le piastrelle circonvicine ad p e differenti da p. Possiamo quindi definire  $regole\ di\ propagazione\ del tipo\ k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\ldots+k_n\alpha_n\to\beta$  dove n è un intero,  $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$  sono stringhe sull'alfabeto  $a,b,\ldots,z$  tutte differenti tra loro,  $\beta$  è una stringa sull'alfabeto  $a,b,\ldots,z,\ k_i$  sono interi positivi la cui somma non supera 8. Una regola è applicabile a una piastrella p se il suo intorno contiene almeno  $k_i$  piastrelle di colore  $\alpha_i,\forall i\in\{1,\ldots,n\}$ .

L'applicazione della regola cambia in  $\beta$  il colore della piastrella p. Le regole di propagazione vengono memorizzate in ordine cronologico di inserimento (FIFO).

È possibile inoltre  $propagare\ i\ colori\ su\ un\ blocco:$  per ogni piastrella colorata p che appartiene al blocco, si applica la prima regola applicabile su p rispetto all'intorno di p come risulta prima dell'inizio della procedura di propagazione sul blocco.

Durante l'esecuzione definiamo consumo di una regola la quantità determinata dal numero totale di piastrelle a cui la regola è stata applicata dal momento della sua definizione.

### 2 Modellazione

#### Generale e blocchi

Il problema è stato modellato come un grafo non orientato; indicando il grafo come G = (V, E) dove:

- V: l'insieme dei vertici, ovvero una piastrella
- E: insieme degli archi che in questo caso rappresentano il punto in comune tra le piastrelle

Gli *archi* non sono orientati, in quanto è possibile partire da qualsiasi vertice per definire un blocco, e non sono pesati.

I blocchi e blocchi omogenei comportano una visita nel *grafo*, per identificare le piastrelle circonvicine e quindi quelle contenute nel blocco, ma anche per verificarne l'intensità e il loro colore (blocco omogeneo).

Una possibile applicazione di questa visita, che poi è quella utilizzata nel progetto, è quella della **D**epth **F**irst **S**earch (o ricerca in profondità) che fissa un vertice origine (ovvero una piastrella), segna come visitato tale vertice, esplora i vertici vicini non visitati e continua in modo ricorsivo fino a quando non trova un vertice che non ne ha altri non visitati.

### Propagazione

Relativamente alla propagazione di colore da una piastrella (x, y), è necessario prima verificare la validità delle regole (individualmente), andando quindi a calcolare i valori delle piastrelle circonvicine a quella di partenza e compararli con la regola.

Una regola sarà valida e potrà essere applicata se l'intorno di piastrelle circonvicine è sufficiente per eseguirla.

Mentre per la propagazione sul blocco, è necessario iterare su ogni singola piastrella appartenente al blocco e applicare ad essa la prima regola valida.

#### Pista

La modellazione scelta per la pista è quella di un cammino in un grafo, del quale si è a conoscenza del punto di origine  $(piastrella(x_1, y_1))$  e di arrivo  $(piastrella(x_2, y_2))$ .

La pista più breve invece può essere rappresentata come il cammino minimo nel grafo tra due vertici (piastrelle).

Trattandosi di un grafo non pesato, la soluzione ideata è quella di applicare la **B**readth **F**irst **S**earch (o ricerca in ampiezza), che differentemente dalla *DFS* esplora i vertici vicini (adiacenti) prima di continuare l'esplorazione in quelli più lontani, in modo da garantire che il percorso risultante sia quello più breve.

#### Lunghezza

La lunghezza di una pista richiesta dalla specifica, rappresenta la distanza tra i vertici e può essere definita (con la modellazione data) come il numero di archi della pista +1, quindi il valore del cammino +1.

### 3 Strutture Dati

Di seguito sono riportate le *strutture dati* utilizzate e le relative stime dei costi spaziali. Sono presenti inoltre, nel codice sorgente, ulteriori commenti utili a chiarire alcuni aspetti e scelte adottate.

#### Piano

La struttura Piano (modellato come grafo) rappresenta un piano costituito da piastrelle e regole. Utilizzo una mappa (map[punto]\*Piastrella) per memorizzare le piastrelle e una slice (\*[]Regola) per le regole. Memorizzo solo le piastrelle accese, ciò comporta che quelle spente risultano inesistenti e vengono aggiunte alla mappa esclusivamente se vengono accese.

• piastrelle: O(n), n numero di piastrelle

• regole: O(m), m numero di regole

Spazio totale: O(n) + O(m)

L'implementazione scelta è dovuta ad alcune considerazioni in merito ad altre rappresentazioni possibili. Nello specifico:

- $matrice\ di\ incidenza/adiacenza$ : essendo il piano potenzialmente infinito (da specifica), lo spazio occuperebbe  $O(n^2)$  con n numero di vertici
- lista di incidenza/adiacenza: l'operazione di inserimento (eseguita spesso) avrebbe comportato l'utilizzo di append() e quindi un tempo pari a  $O(1^*)$

I vantaggi quindi dell'implementazione utilizzata sono una maggiore efficienza di spazio e tempo, infatti attraverso le mappe utilizzate le operazioni di inserimento, accesso e modifica sono in tempo costante.

### Piastrella

Rappresenta una singola piastrella con coordinate ((x int, y int)), colore (string) e intensità (int).

Le coordinate della piastrella indicano il vertice di origine (in basso a sinistra), il colore è semplicemente la stringa sull'alfabeto e l'intensità è un numero intero  $\geq 0$  (0 indica che la piastrella è spenta).

**Spazio totale**: O(1) per ogni piastrella (3 interi + 1 stringa)

#### **Punto**

Rappresenta un punto con coordinate ((x int, y int)), ovvero un vertice del grafo.

Spazio totale: O(1) per ogni punto (tipo intero)

### Regola

Rappresenta una **regola** di propagazione con una stringa completa (istruzioneCompleta string), un colore (string), un consumo (uint) e una mappa dei valori di colore (map[string]int). Rispetto alla specifica ho scelto di aggiungere la mappa dei valori (valColore) che mi risulta utile nel verificare ad esempio la possibilità di applicare una regola.

Spazio totale: O(k), k numero di colori nella mappa valColore

### 4 Funzioni

#### 4.1 colora

Colora una piastrella specifica identificata dalle coordinate (x, y) con un dato colore (alpha) e intensità (i).

**Tempo**: O(1) per aggiungere/aggiornare una piastrella nella mappa

**Spazio**: O(1), aggiunge una singola piastrella alla mappa

### 4.2 spegni

Spegne una piastrella, impostando la sua intensità a zero.

**Tempo**: O(1) per aggiornare l'intensità della piastrella

**Spazio**: O(1), non aggiunge nuove piastrelle

### 4.3 regola

Aggiunge una nuova regola (r) di propagazione al piano. Questa operazione viene fatta ottenendo prima le istruzioni della regola, iterando su di esse e successivamente aggiungendo la regola alla slice.

**Tempo**: O(n), n lunghezza della stringa della regola r

- O(n), strings.Fields(r)
- $\bullet$  O(1), creazione della mappa dei valori
- $\bullet$  O(t), iterazione sulle istruzioni con t pari al numero di istruzioni
- $O(1^*)$ , append della regola alla slice di regole in tempo ammortizzato (se nel caso peggiore la slice debba essere ridimensionata)

**Spazio**: O(t), t numero di istruzioni della regola

#### 4.4 stato

Stampa e restituisce il colore e l'intensità di una piastrella identificata dalle coordinate (x, y).

Se la piastrella è spenta, non stampa nulla e restituisce la stringa vuota e l'intero 0.

**Tempo**: O(1), accesso diretto alla mappa

**Spazio**: O(1), non modifica/utilizza strutture dati aggiuntive

### 4.5 stampa

Stampa tutte le regole di propagazione, nell'ordine attuale.

Viene effettuata un iterazione sulle regole del piano ed effettuo poi una divisione della stringa istruzione Completa che rappresenta l'intera stringa della regola.

**Tempo**:  $O(n \cdot k_{max})$ , n numero di regole e  $k_{max}$  lunghezza massima della stringa istruzione Completa tra tutte le regole

- O(n), iterazione su n numero di regole
- $O(k_i)$ , complessità di *strings.SplitN* con  $k_i$  lunghezza della stringa completa della regola i-esima
- O(1), per ogni regola passata a fmt. Printf

**Spazio**: O(1), non alloco strutture dati aggiuntive (che crescerebbero con l'input)

### 4.6 blocco e bloccoOmog

Calcola la somma delle intensità delle piastrelle in un blocco omogeneo o non omogeneo, utilizzando la dfs ed gestisce sia il caso di blocco che di blocco omogeneo.

Viene preventivamente verificato che le coordinate passate corrispondano ad una piastrella accesa e in caso affermativo si inizializza l'intensità ad valore della piastrella attuale.

**Tempo**: O(n + m), la *DFS* O(n + m) con n numero di piastrelle nel blocco e m numero di archi; accesso alla mappa e stampa in tempo costante O(1) **Spazio**: O(n) per la mappa delle *visite* nel caso peggiore di n piastrelle

### 4.7 propaga

Applica la prima regola valida a una piastrella specifica, se nessuna regola valida viene trovata (la funzione di utilità "verificaRegola" restituisce nil) non fa niente, altrimenti viene effettuata la funzione "colora" e viene incrementato il consumo di tale regola.

**Tempo**:  $O(R \cdot C)$  nel caso peggiore, dove R è il numero di regole e C è il numero di colori per regola **Spazio**: O(1), non vengono utilizzate strutture dati aggiuntive, ma quelle già esistenti (quindi una quantità di memoria costante)

#### 4.8 propagaBlocco

Propaga il colore su un blocco di piastrelle dove appartiene la piastrella di coordinate (x, y) passate come parametro.

Utilizzo la dfs (O(n + m)) per ottenere il blocco di appartenenza della piastrella(x, y), itero sulle piastrelle del blocco (O(v)) e all'interno dell'iterazione, per ogni piastrella, verifico la validità della regola (O(r))

**Tempo**:  $O(n) + O(m \cdot r)$ , n è il numero di piastrelle nel blocco, m è il numero di regole, e r è il numero di regole; essendo un piano, si può semplificare  $n \approx m$ , perciò  $O(n + n \cdot r)$  **Spazio**: O(n) nel caso peggiore tutte le strutture dati di memorizzazione hanno O(n), sia per la mappa *visite*, la *DFS*, che lo *stack di ricorsione* 

#### 4.9 ordina

Ordina le regole di propagazione (specificate nella sezione "Regola") per consumo. Quando due regole hanno lo stesso consumo mantengo il loro ordine precedente rispetto all'applicazione della funzione ordina.

**Tempo**:  $O(n \log n)$ , n numero di regole, dovuto all'algoritmo di ordinamento sliceStable (si tratta di una versione modificata di mergeSort)

**Spazio**: O(1), poiché l'ordinamento avviene in loco, sulla slice di regole da applicare, senza utilizzare spazio aggiuntivo oltre alla memoria già allocata per le regole stesse

#### 4.10 pista

Stampa la pista (un cammino) seguendo una sequenza di direzioni a partire da una piastrella (x, y), solo se tale pista è definita, altrimenti non stampa niente.

Internamente chiama la funzione "calcolaPista" (descritta nell'apposita sezione) che segue la sequenza di direzioni e aggiorna la stringa da stampare se trova le piastrelle.

Se la stringa risultante è vuota, significa che nessuna pista è stata trovata e non viene stampato nulla, altrimenti viene stampata la sequenza delle piastrelle, con le relative informazioni come da specifica.

**Tempo**: O(k), k lunghezza della sequenza di direzioni, stesso costo per la funzione strings. Split di k numero di direzioni e la funzione calcola Pista

**Spazio**: O(k), k lunghezza della sequenza di direzioni (è richiesto lo spazio per la memorizzazione della stringa dipendente appunto da esse)

#### 4.11 lung

Calcola la lunghezza della pista più breve tra due piastrelle usando la *BFS* (calcolaPistaBreve), in pratica, cerca il *cammino minimo* tra due vertici e ne stampa la *lunghezza* (se definito). La complessità spaziale e temporale quindi di questa funzione sono strettamente influenzate dalla funzione *calcolaPistaBreve* (e quindi la BFS).

**Tempo**: O(V + E), con V numero di piastrelle del piano da esplorare, E numero di archi (vertici in comune delle piastrelle), pari quindi alla BFS

**Spazio**: O(n) per le strutture dati di BFS, con n numero di vertici

### 5 Funzioni di utilità

In questa sezione sono presenti le *funzioni* utili alle altre Funzioni principali che permettono di evitare la ridondanza di codice e di raggruppare comportamenti condivisi richiesti.

#### 5.1 calcolaDeltaVertice

Calcola e restituisce un punto dati in input il punto di origine e lo spostamento sulla coordinata x (deltaX int) e y (deltaY int).

**Tempo**: O(1), operazione aritmetica basilare in tempo costante

**Spazio**: O(1), restituisce un *punto* che come descritto precedentemente è una struttura composta da due interi (x, y)

#### 5.2 dfs

La visita in profondità (DFS) viene usata per le funzioni blocco e bloccoOmog e propagaBlocco per ottenere le piastrelle di un blocco partendo da una piastrella indicata dal vertice (punto di coordinate x, y).

La ricerca procederà ricorsivamente se la piastrella (vertice) attuale non è stata ancora visitata ed è accesa.

Ho definito questa funzione utilizzando ulteriori parametri per renderla versatile per ulteriori calcoli.

Sono presenti infatti un booleano omogeneo, una  $mappa blocco ed un <math>puntatore \ ad \ intero \ sum.$ 

- omogeneo bool: true per calcolare appunto le piastrelle circonvicine nel caso di un blocco omogeneo, false altrimenti
- blocco map[punto]\*Piastrella: conterrà un puntatore alla mappa (le mappe in Go sono passate per riferimento) nel caso di blocco omogeneo, altrimenti sarà nil e non verrà modificato
- sum \*int: nel caso di blocco/blocco omogeneo, conterrà l'indirizzo di un intero inizializzato nella funzione chiamante (blocco()), questo per sommare il valore dell'intensità delle piastrelle in loco ed evitare di restituire valori; sarà nil se non è richiesta la somma come nella funzione propagaBlocco

**Tempo**: O(n + m), n numero di piastrelle nel blocco, m numero di archi

- O(1): aggiunta vertice alla mappa
- O(1): per iterazione sulle direzioni possibili (8 nel caso del progetto)
- O(1): calcola Delta Vertice come riportato in precedenza
- $\bullet$  O(1): verifica delle condizioni e ricorsione

**Spazio**: O(n) per la mappa delle visite, n numero di vertici visitati

- $\bullet$  O(n): memorizzazione del booleano per ogni piastrella (vertice)
- O(n): caso peggiore, la mappa può richiedere O(n) piastrelle
- $\bullet$  O(n): stack della chiamata ricorsiva, pari al numero di piastrelle n
- O(1): spazio della variabile sum

### 5.3 piastrelleCirconvicine

Restituisce le piastrelle circonvicine (definite nella sezione "Piano e Piastrelle") come una mappa (map[punto]\*Piastrella), partendo da un vertice (punto) di origine, seguendo le 8 direzioni possibili, e se viene passato anche il 3° parametro (co lori map[string]int), cioè diverso da nil aggiorna la mappa dei colori delle piastrelle circostanti.

**Tempo**: O(1), for-range esegue 8 iterazioni (sono 8 le direzioni), mantenendo costante l'accesso alla mappa ed eventualmente aggiungendo un elemento a quest'ultima (in O(1)), e la stessa cosa avviene per la mappa colori se deve essere aggiornata

**Spazio**: O(1), la mappa *vicine* contiene al massimo 8 elementi, mentre quella *colori* non richiede ulteriore spazio in quanto passata per riferimento

### 5.4 verificaRegola

Restituisce la prima regola valida (applicabile) su una piastrella e ne aggiorna il consumo, in caso nessuna regola può essere applicata non vengono effettuate altre operazioni. Nel dettaglio, verifico le piastrelle circonvicine e i loro colori e successivamente controllo se la regola che sto valutando può essere applicata, cioè se il valore dei colori dell'intorno è sufficiente al valore dei colori della regola.

**Tempo**: O(c), c pari al numero di colori distinti, che essendo limitato cresce in modo lineare rispetto al suo numero

- O(1): creazione mappa valoriColore
- $\bullet$  O(1): funzione piastrelle Circonvicine come precedentemente indicato
- O(c): ciclo di iterazione sui colori indicati dalla regola, numero massimo di colori pari a c

**Spazio**: O(1), la mappa valoriColore contiene al massimo 8 colori (pari a tutte le piastrelle circonvicine di colore diverso) garantendo un tempo trascurabile e costante

#### 5.5 calcolaPista

Calcola la *pista* (definita nella sezione "Pista"), seguendo la sequenza di direzioni passate come parametro ed aggiorna la *stringa da stampare* (come richiesto da specifica) se tale pista è definita. Se la pista non esiste, non restituisce nulla e la stringa da stampare sarà vuota. Inizializzo la *stringa* inserendo le coordinate (date dal *punto*) della piastrella di origine e seguo la sequenza di direzioni, se trovo una *piastrella spenta* (e quindi non esistente) mi fermo e resetto la stringa da stampare.

**Tempo**: O(n), n numero di direzioni specificate (sulle quali iterare)

- O(n): iterazione sulle n direzioni
- $\bullet$  O(1): funzione calcola Delta Vertice come precedentemente indicato per ogni nuova piastrella in tempo costante

**Spazio**: O(n), dovuto alle variabili locali utilizzate per le piastrelle visitate e la stringa di output che verrà stampata; questo quindi è pari al numero n di piastrelle visitate durante il calcolo

#### 5.6 calcolaPistaBreve

Calcola la pista più breve (definita nella sezione "Pista"), cioè il cammino minimo tra due vertici  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  dati e ne restituisce la lunghezza.

Viene utilizzata, come indicato nella sezione "Pista", una ricerca in ampiezza (BFS) trattando il problema come grafo non pesato.

La funzione calcola Pista Breve, compresa la BFS è stata implementata seguendo questi passaggi:

- O(1): verifica che la piastrella di *origine* e *arrivo* siano *accese* altrimenti si ferma la computazione
- $\bullet$  O(1): inizializzazione della mappa visitate e coda per i vertici
- $\bullet$  O(1): segno nella mappa la piastrella di origine come visitata
- O(V + E): fin quando la coda non è vuota, algoritmo BFS (V vertici, E archi)
  - estraggo il primo vertice della coda
  - -se il vertice estratto è quello di arrivo, fermo la computazione e restituisco la  $\it lunghezza$
  - ottengo le piastrelle circonvicine al vertice corrente
  - per ogni piastrella adiacente, non ancora visitata, la aggiungo alla coda e segno come visitata
  - incremento alla fine la lunghezza
  - -se la coda è vuota e non ho trovato il vertice, non esiste una pista e la lunghezza è 0 come da specifica

**Tempo**: O(V + E), con V numero di piastrelle del piano da esplorare, E numero di archi (vertici in comune delle piastrelle)

- O(1): Inizializzo le strutture dati e inserisco la piastrella d'origine nella coda
- $\bullet$  O(1): verifico che la piastrella attuale sia quella di arrivo ed in quel caso

 $\bullet$  O(V~+~E): ciclo della BFS, quindi per ogni piastrella circonvicina

La complessità temporale di questa funzione è influenzata quindi dalla **BFS**. **Spazio**: O(V), vertici V memorizzati (piastrelle) nelle mappe, proporzionalmente al loro numero; le variabili locali utilizzate hanno un costo di spazio pari a O(1)

- $\bullet$  O(V): la coda contiene al massimo V vertici
- $\bullet$  O(V): la mappa *visitate* tiene traccia di V vertici visitati (piastrelle)

# 6 Requisiti e Testing

Per testare ed utilizzare il programma contenuto all'interno di questo archivio sono sufficienti una versione di **go** recente presente nel *\$PATH* ed una *shell* dove eseguire alcuni semplici comandi. Se questi requisiti sono soddisfatti, dopo essersi posizionati nella cartella principale (978578\_manca\_kevin) basta eseguire il comando *go build* che assembla il codice sorgente presente nel *file go* che contiene la funzione *main*, generando un eseguibile, e successivamente eseguire *go test* che eseguirà tutte le funzioni presenti nel file \*\_test.go.

Un altro possibile metodo è quello di utilizzare l'eseguibile generato dal comando go build e reindirizzarli dei file di input o usare il pipe per ottenere il risultato. Ecco alcuni esempi con i placeholder da sostituire

Listing 1: Esempio comandi shell

```
cd "978578_manca_kevin"
go build
# Utilizzando il file eseguibile (passando delle stringhe separate da '\n')
echo "STRINGA.COMANDO" | ./978578_manca_kevin
# Utilizzando il file eseguibile e reindirizzando l'input dei file da testare
./978578_manca_kevin < FILE_INPUT
# oppure
echo "STRINGA.COMANDO" | go run ./978578_manca_kevin.go
```

#### 6.1 Test

Come indicato nella sezione "Introduzione", sono presenti all'interno della cartella test/ulteriori cartelle con i file di *input* e quelli di *output* che ci si aspetta (expected). Tali file mostrano il comportamento del programma relativo a particolarità della specifica, e ciascuno ha il formato BaseNomeFunzioni. Ecco alcuni esempi:

• Esempio input blocco e blocco omogeneo e il loro output

```
C 1 1 rosso 2 9
C 1 2 rosso 2 4
C 1 0 verde 5 4
b 1 1
B 1 1
B 1 0
q
```

Questo esempio mostra come il calcolo di *blocco* e *blocco* omogeneo applicato nella stessa piastrella(1, 1) restituisce nel primo caso l'intensità pari a quella totale delle piastrelle inizializzate è pari a 2+2+5=9, mentre nel secondo caso 2+2=4 in quanto la piastrella (1, 0) non ha lo stesso colore della piastrella sulla quale viene

chiamato il blocco.

• Esempio input propaga e propagaBlocco e il loro output

```
C 2 2 g 3 (v: 1 g 1 r
C 2 1 r 5 m: 2 g
r v 1 g 1 r
r m 2 g
p 2 2
p 2 3
P 2 1
```

Con le piastrelle di coordinate (2, 2), (2, 3), (2, 0), e le regole definite questo esempio mostra come la propagazione del colore tramite *propaga e propagaBlocco*.

La propagazione sulla piastrella  $(2,\ 2)$  comporta che la prima regola venga applicata  $(r\ v\ 1\ g\ 1\ r)$  ricolorando la piastrella di v.

La propagazione sulla piastrella (2, 1) comporta che la seconda regola venga applicata  $(r \ e \ 2 \ q)$  ricolorando la piastrella di m.

Effettuando infine propagaBlocco sulla piastrella (2, 1) le piastrelle risultano:

- Piastrella(2, 2): v 3
  Piastrella(2, 3): g 2
  Piastrella(2, 1): r 5
- Esempio input pista e lung e il loro output

C 3 0 r 8	[
C 2 1 h 4	30 r 8
C 2 2 i 8	2 1 h 4
t 3 O NO,NN	2 2 i 8
L 3 0 2 1	]
q	2

Con le piastrelle di coordinate (3, 0), (2, 1), (2, 2), viene mostrato nell'esempio la pista risultante e la sua lunghezza.

La *pista*, seguendo le *direzioni NO,NN* partendo dalla piastrella(3, 0) risulta appunto  $(3, 0) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2)$ .

Mentre la lunghezza partendo dalla piastrella $(3,\ 0)$  e arrivando alla piastrella $(2,\ 1)$  risulta pari a 2.