

**UNIVERSIDAD LIBRE**  
**RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO**  
**María Isabel David**

1. Dadas las siguientes tres rectas, tome de a dos y determine si son paralelas, se intersectan ó son oblicuas. En caso de que se intersecten hallar el punto de intersección.

$$L_1 : x = 3 + 2t, y = -1 + 4t, z = 2 - t$$

$$L_2 : x = 1 + 4s, y = 1 + 2s, z = -3 + 4s$$

$$L_3 : x = 3 + 2r, y = 2 + r, z = -2 + 2r$$

2. Determine la ecuación del plano

- a) El plano que pasa por el punto  $(2, 0, 1)$  y perpendicular a la recta  $x = 3t, y = 2 - t, z = 3 + 4t$
- b) El plano que pasa por el punto  $(2, 1, 6)$  y es paralelo al plano  $z = x + y$
- c) El plano que pasa por el punto  $(1, 2, 3)$  y contiene a la recta  $x = 3t, y = 1 + t, z = 2 - t$
- d) El plano que pasa por el punto  $(6, 0, -2)$  y contiene a la recta  $x = 4 - 2t, y = 3 + 5t, z = 7 + 4t$
- e) El plano que pasa por los puntos  $(0, -2, 5)$  y  $(-1, 3, 1)$  y es perpendicular al plano  $2z = 5x + 4y$

3. Encuentre las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos  $3x - 6y - 2z = 15$  y  $2x + y - 2z = 5$

4. Encuentre las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos  $x - 2y + 4z = 2$  y  $x + y - 2z = 5$

5. a) Encuentre el punto en el que se cortan las rectas dadas:

$$r = (1, 1, 0) + t(1, -1, 2)$$

$$r = (2, 0, 2) + s(-1, 1, 0)$$

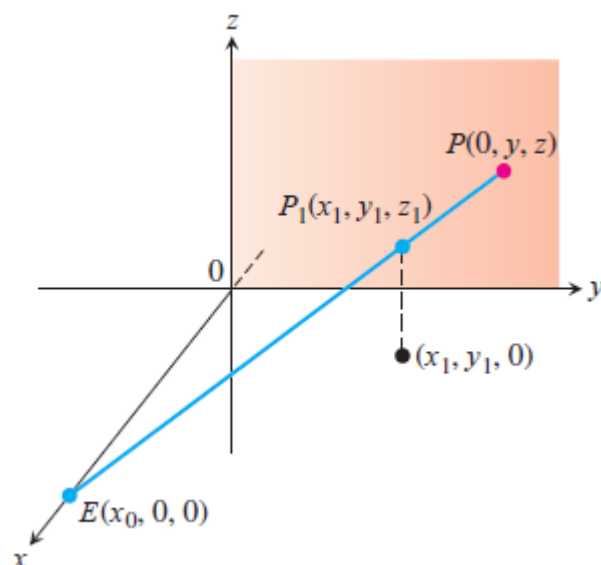
- b) Encuentre una ecuación del plano que contenga estas rectas.

6. a) Encuentre el punto en el que se cortan las rectas :  $x = 2t + 1, y = 3t + 2, z = 4t + 3$ , y  $x = s + 2, y = 2s + 4, z = -4s - 1$

- b) Encuentre una ecuación del plano que contenga estas rectas.

7. ¿La recta  $x = 1 - 2t, y = 2 + 5t, z = -3t$  es paralela al plano  $2x + y - z = 8$ ? De razones para su respuesta.

8. **La perspectiva en graficación por computadora.** En los gráficos por computadora y el dibujo en perspectiva necesitamos representar objetos vistos por el ojo en el espacio como imágenes en un plano bidimensional. Suponga que el ojo está en  $E(x_0, 0, 0)$ , como se muestra en la figura, y que queremos representar un punto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  como un punto sobre el plano yz. Hacemos esto proyectando  $P_1$  sobre el plano con un rayo desde  $E$ . El punto  $P_1$  se representa mediante el punto  $P(0, y, z)$ . El problema para nosotros como diseñadores de gráficos es encontrar  $y$  y  $z$  dados  $E$  y  $P_1$ .



- Exprese  $y$  y  $z$  en términos de  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $y_1$  y  $z_1$ .
- Compruebe las fórmulas obtenidas para  $y$  y  $z$  en el inciso *a*), investigando su comportamiento en  $x_1 = 0$  y  $x_1 = x_0$ , y también viendo qué pasa cuando  $x_0 \rightarrow \infty$ . ¿Qué encontró?

9. **Rectas ocultas en graficación por computadora.** Éste es otro problema típico en la graficación por computadora. Su ojo está en  $(4, 0, 0)$ . Usted está mirando una placa triangular cuyos vértices están en  $(1, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 0)$  y  $(-2, 2, 2)$ . El segmento de recta de  $(1, 0, 0)$  a  $(0, 2, 2)$  pasa por la placa. ¿Qué porción del segmento de recta está oculto a su vista por la placa? (Éste es un ejercicio de localización de intersecciones de rectas y planos).